

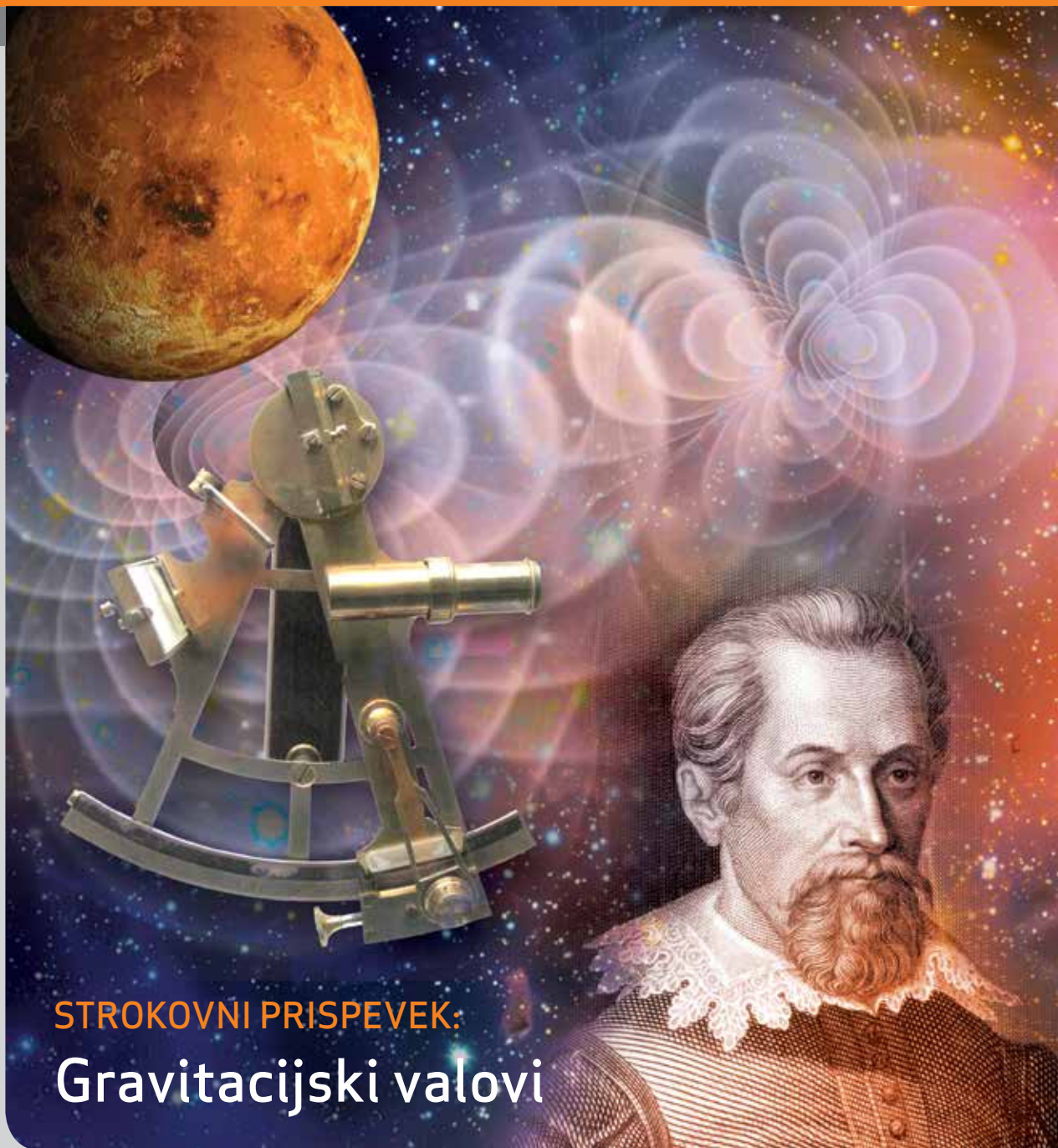
# 2

2017

Letnik 22

# Fizika v šoli

Poština plačana pri pošti 1102 Ljubljana



**STROKOVNI PRISPEVEK:**

## Gravitacijski valovi



Zavod  
Republike  
Slovenije  
za šolstvo

**DIDAKTIČNI PRISPEVKI:**

Srečko v vesolju

Astronomski tabor v srednji šoli

Tretji Keplerjev zakon in elongacija Venere



## KAZALO

Jaka Banko  
**Uvodnik**

1

## STROKOVNI PRISPEVKI

Bojan Golli  
**Gravitacijski valovi**

2

Janez Strnad  
**Kvantna fizika: delci, valovanje, simboli**

10

Saša Harkai, Milan Ambrožič, Marjan Krašna  
**Monte Carlo simulacija zračnega upora**

14

## DIDAKTIČNI PRISPEVKI

Barbara Rovšek in Andrej Guštin  
**Tretji Keplerjev zakon in elongacija Venere**

19

Aleš Kotnik  
**Astronomija kot izbirni predmet v osnovni šoli**

26

Boris Kham  
**Astronomski tabor v srednji šoli**

32

Uroš Borjančič  
**Srečko v vesolju**

38

Milenko Stiplovšek in mag. Andreja Bačnik  
**Izobraževalni lističi Scientix NA-MA 2**

50

## UPODOBITVE V FIZIKI

Mojca Čepič  
**Energija II: Energijski zakon in primeri iz vsakdanjega življenja**

54

## ZANIMIVOSTI

Tilka Jakob  
**Primer utrjevanja snovi s pomočjo igre človek ne jezi se**

60

Milenko Stiplovšek  
**Obiskovalci iz vesolja**

63

Majda Srna  
**Učilnica na hodniku**

64



PACS 01.40. -d, 01.50. -i, 01.55. +b

ISSN 1318-6388

**FIZIKA V ŠOLI**  
letnik XXII, številka 2, 2017

Izdajatelj in založnik:

**Zavod RS za šolstvo**

Predstavniki:

**dr. Vinko Logaj**

Odgovorni urednik:

**Jaka Banko**

Uredniški odbor:

**dr. Vladimir Grubelnik, dr. Tomaž Kranjc,**

**dr. Marko Marhl, Milenko Stiplovšek,**

**dr. Barbara Šetina Batič, dr. Ivo Verovnik,**

**dr. Mojca Čepič, Goran Bezjak, Tatjana Gulič**

Jezikovni pregled:

**Andraž Polončič Ruparčič**

Prevod povzetkov

**Ensitra prevajanje, Brigita Vogrinec, s. p.**

Urednica založbe:

**Andreja Nagode**

Oblikovanje:

**Simon Kajtna, akad. slik.**

Fotografije:

**avtorji člankov in drugi, ki so zapisani**

**ob robu fotografije**

Računalniški prelom in tisk:

**Design Demšar d. o. o., Present d. o. o.**

Naklada: 400 izvodov

Prispevke pošljite na naslov: Zavod RS za šolstvo,  
Uredništvo revije Fizika v šoli, Poljanska c. 28,  
1000 Ljubljana, e-naslov: fizikavsoli@guest.arnes.si.  
Naročila: Zavod RS za šolstvo – Založba,  
Poljanska c. 28, 1000 Ljubljana, faks: 01/30 05 199,  
e-naslov: zalozba@zrss.si

Letna naročnina (2 številki): 22,00 € za šole  
in ustanove, 16,50 € za fizične osebe.

Cena posamezne številke v prosti prodaji je 13,00 €.

Revija je vpisana v razvid medijev, ki ga vodi  
Ministrstvo za kulturo pod zaporedno številko 570.

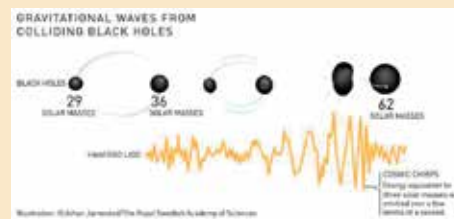
© Zavod Republike Slovenije za šolstvo, 2017  
Vse pravice pridržane. Brez založnikovega pisnega  
dovoljenja ni dovoljeno nobenega dela te revije na  
kakršenkoli način reproducirati, kopirati ali kako  
drugače razširjati. Ta prepoved se nanaša tako na  
mehanske oblike reprodukcije (fotokopiranje) kot  
na elektronske (snemanje ali prepisovanje na  
kakršenkoli pomnilniški medij).

Poštnina plačana pri pošti 1102 Ljubljana.

## Spoštovane bralke in bralci Fizike v šoli!

Ravno v času pisanja tega uvodnika je svet obkrožila novica, da je Švedska akademija znanosti za najprestižnejše priznanje na področju fizike – Nobelovo nagrado za leto 2017 – izbrala prispevek k detektorju LIGO in eksperimentalno potrditev gravitacijskih valov. Priznanje so prejeli trije ameriški fiziki: Rainer Weiss (polovico) ter Barry C. Barish in Kip S. Thorne (vsak četrtno).

Področje, za katero je bila podeljena nagrada, lepo zaokrožuje rdečo nit naše letošnje revije – astronomijo. Globlji vpogled v fizikalno ozadje dogajanj v povezavi z gravitacijskim valovanjem, izvire gravitacijskega valovanja in princip detekcije je v prispevku opisal dr. Bojan Golli. Dodal je tudi nekaj preprostih računskih zgledov, s katerimi je ponazoril značilne mehanizme in ocenil velikosti količin, povezanih z gravitacijskim valovanjem.



**Slika 1:** Gravitacijski valovi ob trku dveh črnih lukenj. Vir: <https://www.nobelprize.org>.

Slika 1 prikazuje nepredstavljivo količino sproščene energije v obliki gravitacijskih valov ob trku dveh črnih lukenj. Posledica teh valov je sprememba razdalje med izbranimi točkama, ki je mnogo manjša od velikosti atomskega jedra. Vse to priča o zahtevnosti projekta, ki je brez dvoma izjemen raziskovalni dosežek, izjemen tehnološki izum in kot tak, izjemen prispevek družbi.

Letošnja Nobelova nagrada ni prva, ki je bila podeljena za odkritja na področju astronomije. Že leta 1967 je nemško-ameriški fizik Hans A. Bethe prejel nagrado za prispevek k teoriji jedrskih reakcij in še posebej za odkritja, povezana s sproščanjem energije v zvezdah. Šestnajst let kasneje (1983) sta bila nagrajena ameriško-indijski fizik, astrofizik in matematik Subrahmanyan Chandrasekhar ter ameriški fizik in astrofizik William A. Fowler. Prvi za teoretična proučevanja fizikalnih procesov, pomembnih za zgradbo in nastanek zvezd, drugi pa za teoretična in eksperimentalna proučevanja jedrskih reakcij, pomembnih pri tvorbi kemičnih elementov v vesolju.

Leta 1964 sta ameriška fizika Arno A. Penzias in Robert W. Wilson v Bellovih laboratorijih po naključju potrdila obstoj kozmičnega prasevanja ozadja. Za to odkritje sta leta 1978 prejela Nobelovo nagrado za fiziko. To odkritje je vodilo v podrobnejše raziskave. Za meritve anizotropnega kozmičnega mikrovalovnega sevanja ozadja (satelit COBE) sta si leta 2006 Nobelovo nagrado prislužila John C. Mather in George F. Smoot III.

S tem pa Nobelovih nagrad, podeljenih za področje astronomije, še ni konec. Dve nagradi sta bili podeljeni za znanstvena odkritja, povezana z nevtronskimi zvezdami. Angleška fizika in astronomia sir Martin Ryle in Antony Hewish sta bila leta 1974 nagrajena za pionirsko raziskavo na področju radijske astrofizike, slednji za odločilno vlogo pri odkritju pulzarjev. Leta 1993 je bila Nobelova nagrada podeljena za odkritje nove vrste pulzarja, odkritje, ki je odprlo nove možnosti proučevanja gravitacije. Nagrajena sta bila ameriški fizik Russell A. Hulse ter ameriški astrofizik in astronom Joseph H. Taylor mlajši.

Leta 2002 je bila Nobelova nagrada podeljena za pionirske prispevke k astrofiziki, še posebej za odkritje kozmičnih nevtrinov in za prispevke, ki so vodili k odkritju kozmičnih virov rentgenskih žarkov. Nagrajeni so bili Raymond Davis mlajši, Masatoši Košiba in Riccardo Giacconi. V povezavi z nevtrini je bila Nobelova nagrada podeljena tudi leta 2015. Nagrajena sta bila japonski fizik Takaaki Kadžita in kanadski astrofizik Arthur B. McDonald za delo na področju raziskovanja nevtrinov, s katerim sta dokazala, da imajo nevtrini maso.

Leta 2011 so Saul Perlmutter, Brian P. Schmidt in Adam G. Riess prejeli nagrado za odkritje pospešenega širjenja vesolja z opazovanjem oddaljenih supernov.

Kratek pregled nagrad, podeljenih za odkritja s področja astronomije, je zgodba o izjemnih dosežkih znanstvenikov pri odkrivanju skrivnosti vesolja. Ker pa zadnje poglavje vedenja o tem skrivnostnem svetu še zdalec ni napisano in je polje neodkritega in nerazumljenega še ogromno, bo v prihodnosti za odkritja na tem področju nedvomno podeljenih še nekaj nagrad.

Brez dvoma pa za vsakim velikim odkritjem v prvi vrsti stojijo dobri učitelji fizike, ki nam jih v Sloveniji, po rezultatih mednarodnih raziskav, ne primanjkuje. Verjamem, da je samo vprašanje časa, kdaj bo košček Nobelove nagrade padel tudi na naša tla. Tudi v uredniškem odboru se skupaj z avtorji trudimo za ta košček in vabimo vse, da se nam pri tem pridružite – kot bralci ali kot avtorji.

*Jaka Banko*  
Fizika v šoli 1

# Gravitacijski valovi

dr. Bojan Golli

Oddelek za fiziko in tehniko,  
Pedagoška fakulteta Univerze v Ljubljani



## Povzetek

Z odmevnim odkritjem gravitacijskih valov leta 2015 so hkrati tudi nedvoumno potrdili obstoj črnih lukenj. V članku na elementarnem nivoju predstavimo teoretske osnove splošne teorije relativnosti, ki so pomembne za razumevanje nastanka in detekcije gravitacijskih valov in lastnosti črnih lukenj. Na nekaj zgledih ocenimo značilne velikosti količin, povezanih z izviri valovanja, in poudarimo podobnosti in razlike med elektromagnetnim in gravitacijskim valovanjem. Ob tem pojasnimo, zakaj so ravno črne luknje praktično edini možni izvir valovanja, ki ga je mogoče zaznati.

**Ključne besede:** gravitacijsko valovanje, splošna teorija relativnosti, črne luknje

## Gravitational Waves

### Abstract

The resounding discovery of gravitational waves in 2015 has also confirmed beyond doubt the existence of black holes. This article presents on an elementary level the theoretical foundations of general relativity necessary to understand the origin and detection of gravitational waves, as well as some properties of black holes. A few examples are used to assess some typical quantities related to the source of the waves, and the similarities and differences between electromagnetic and gravitational waves are highlighted. This helps us to understand why black holes are essentially the sole candidates for sources of detectable gravitational waves.

**Keywords:** gravitational waves, general theory of relativity, black holes

## 1 Uvod

Dne 14. septembra 2015 je kolaboracija LIGO prvič uspela detektirati gravitacijsko valovanje [1], ki ga je Einstein v svoji splošni teoriji relativnosti napovedal že leta 1916. Z analizo signala in primerjavo s teoretično napovedjo so ugotovili, da je gravitacijsko valovanje prišlo iz dveh črnih lukenj, krožečih okoli skupnega težišča, ki sta se na koncu zlili v eno samo črno luknjo. Tako so z meritvijo gravitacijskega valovanja hkrati tudi prvič nedvoumno potrdili obstoj črnih lukenj, saj so pri dotedanjih opazovanjih na obstoj črnih lukenj lahko sklepali le posredno, preko opazovanja elektromagnetnega sevanja zvezd, gibajočih se v bližini črnih lukenj. Dne 15. junija 2016 so zaznali podoben pojav in s tem potrdili uspešnost projekta. Lahko rečemo, da je projekt LIGO odprl novo okno za opazovanje dogajanj v vesolju, ki nam utegne ponuditi priložnost, da zaznamo celo dogajanja ob samem velikem poku.

V članku skušamo predstaviti probleme, povezane z detekcijo gravitacijskih valov, in pojasniti, zakaj je detekcija tega valovanja neprimerno zahtevnejša od detekcije

elektromagnetnega valovanja. Predstavili bomo izvire gravitacijskega valovanja in princip detekcije. Ob tem bomo naredili nekaj preprostih računskih zgledov na srednješolskem nivoju, s katerimi bomo skušali ponazoriti značilne mehanizme in oceniti velikosti količin, povezanih z gravitacijskim valovanjem. Orisali bomo osnovne predpostavke splošne teorije relativnosti in predstavili fizikalno količino, metrični tenzor, s katero opišemo gravitacijsko valovanje. V zadnjem delu bomo obravnavali sistem dveh črnih lukenj, krožečih okoli skupnega težišča, in sistem primerjali z dobro znanim sistemom Zemlje in Sonca. S pomočjo klasične mehanike bomo kvantitativno ilustrirali razliko med izsevanim energijskim tokom in s tem povezano stabilnostjo prvega in drugega sistema teles.

Upamo, da bo članek pripomogel k temu, da učitelji tako v srednjih kot tudi v osnovnih šolah dobijo nekoliko temeljitejši vpogled v fizikalno ozadje dogajanj v povezavi z gravitacijskim valovanjem, ki bodo v naslednjih letih in desetletjih verjetno v središču zanimanja strokovne in laične javnosti.

## 2 Klasična gravitacija in EM-polje

Gravitacijsko valovanje se širi skozi prazen prostor s svetlobno hitrostjo, tako kot elektromagnetno (EM) valovanje. Zato je poučno potegniti vzporednice med obema valovanjema. Če primerjamo elektrostatsko in gravitacijsko silo dveh delcev na medsebojni razdalji  $r$ , ugotovimo, da imata obe sili enako obliko,

$$F_E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e_1 e_2}{r^2} \quad \text{in} \quad F_G = G \frac{m_1 m_2}{r^2}, \quad (1)$$

le da je pri gravitacijski sili produkt mas teles namesto produkta nabojev in gravitacijska konstanta  $G$  namesto induksijske konstante  $\epsilon_0$ . A obstaja pomembna razlika: električna (in magnetna) sila deluje le med nabitimi delci, gravitacijska pa med vsemi delci; EM-sila je lahko privlačna ali odbojna, gravitacijska pa le privlačna. Razlika je tudi v velikosti: če primerjamo obe sili med protonoma, je gravitacijska za faktor  $4\pi\epsilon_0 G m_p^2 / e_0^2 \approx 10^{-36}$  manjša od elektrostatske. Vpliv gravitacije zato zaznamo le pri makroskopskih telesih, saj v nevtralnem atomu ali molekuli negativni naboj atomskega oblaka izniči pozitivni naboj jedra. Tudi če makroskopsko telo nalektrimo, je presežek pozitivnega ali negativnega naboja v primerjavi s celotnim pozitivnim nabojem jeder (ali negativnim nabojem vseh elektronov) dovolj majhen, da izračunani faktor ne pride do izraza. V vesolju je to edina sila, ki deluje na večjih razdaljah.

Kaj niha pri gravitacijskem valovanju? Najenostavnejši odgovor je gravitacijsko polje – a kako pojasnemo, da valovanje vzdržuje konstanten energijski tok pri širjenju skozi prostor? Pri EM-valovanju niha elektromagnetno polje; pri tem nihanje električnega polja inducira nihanje magnetnega polja, to pa ponovno nihanje električnega polja ... – tako kot to izhaja iz Maxwellovih enačb. Električno in magnetno polje sta torej drugo drugemu izvir in vzdržujeta druga drugo pri potovanju skozi prostor. Izvir gravitacijskega polja je v klasični fiziki masa, zato pri gravitacijskem polju ne vidimo mehanizma, ki bi vzdrževal gravitacijsko valovanje. Gravitacijsko polje mora biti veliko bolj kompleksno, kot ga poznamo iz klasične fizike. Popoln opis gravitacijskega polja je podal Einstein leta 1916 v okviru splošne teorije relativnosti.

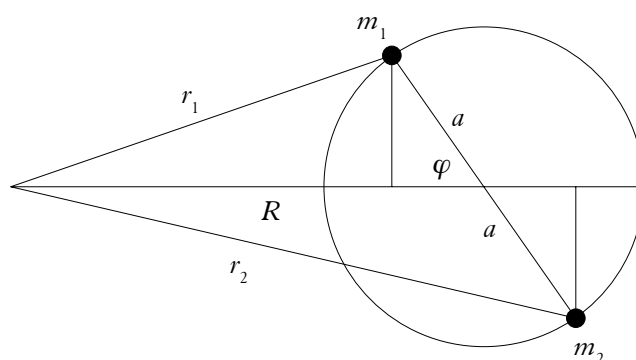
### Izviri in detekcija valovanj

Najpogostejši in najpreprostejši izvir EM-valovanja v makroskopskem svetu je dipolna antena, v kateri niha električni naboj. V ravnini, pravokotni na anteno, niha električno polje vzporedno z anteno, magnetno polje pa pravokotno na električno polje in hkrati pravokotno na smer širjenja valovanja. Valovanje detektiramo z drugo dipolno anteno, v kateri električno polje požene tok. Ker pri gravitaciji ni različno predznačenih nabojev, ne moremo najti ekvivalenta dipolni anteni. Časovno spre-

menljivo gravitacijsko polje je lahko posledica krožečih masivnih teles ali eksplozije velikih razsežnosti, na primer eksplozije supernove.

Zemlja, ki kroži okoli Sonca, ustvarja v prostoru gravitacijsko polje, ki periodično niha. Pa lahko takšno časovno spremenljivo polje proglasimo za gravitacijsko valovanje? Kot bomo spoznali v nadaljevanju, količina, ki opisuje gravitacijsko valovanje, ustreza gravitacijskemu potencialu.<sup>1</sup> Zapišimo, kako se gravitacijski potencial dveh teles z enakima masama  $m_1 = m_2 = m$ , ki krožita na razdalji  $r = 2a$  okoli skupnega težišča, spreminja na večji oddaljenosti  $R \gg r$  v ravnini kroženja (glej sliko 1):

$$V(R, t) = \frac{Gm}{r_1} + \frac{Gm}{r_2}.$$



**Slika 1:** Izpeljava časovno odvisnega gravitacijskega potenciala dveh enakih krožečih teles.

S časom se spreminjata razdalji  $r_1$  in  $r_2$ . Odvisnost je vsebovana v kotu  $\varphi = \omega t$ , če je  $\omega$  kotna hitrost teles pri kroženju. Iz slike razberemo

$$\begin{aligned} r_{1,2} &= \sqrt{(R \pm a \cos \varphi)^2 + a^2 \sin^2 \varphi} = \\ &= \sqrt{(R^2 + a^2) \pm 2R a \cos \varphi} \approx \sqrt{R^2 \pm R a \cos \varphi}, \end{aligned}$$

pri čemer velja predznak  $-$  za  $r_1$  in  $+$  za  $r_2$ . Za potencial potem sledi:

$$V(R, t) = Gm \left( \frac{1}{R \sqrt{1 - \frac{a}{R} \cos \varphi}} + \frac{1}{R \sqrt{1 + \frac{a}{R} \cos \varphi}} \right).$$

Za  $R \gg r$  lahko oba izraza razvijemo v Taylorjevo vrsto do tretjega člena<sup>2</sup> in upoštevamo  $\cos^2 \varphi = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\varphi)$ . Dobimo

$$V(R, t) = \frac{2Gm}{R} + \frac{3Gmr^2}{8R^3} + \frac{3Gmr^2}{8R^3} \cos 2\omega t. \quad (2)$$

Tretji člen v (2) je edini časovno odvisni člen in je torej iskani časovno odvisni potencial. Harmonično niha z dvojno frekvenco kroženja in pojema s tretjo potenco

<sup>1</sup> Gravitacijski potencial, ki ga čuti telo z maso  $m_2$  v polju druge mase  $m_1$ , je  $V(r) = \frac{W_{pot}}{m_2} = \frac{Gm_1}{r}$ , če je  $r$  razdalja med (središčema) teles.

<sup>2</sup>  $\frac{1}{\sqrt{1 \pm x}} \approx 1 \mp \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2 + \dots$      $x = \frac{r}{R} \cos \varphi \ll 1$ .

razdalje. Ker pričakujemo, da je gostota izsevanega energijskega toka odvisna od kvadrata amplitude, bi to pomenilo, da gostota pojema s šesto potenco razdalje. Dobljeni rezultat torej ne ustreza valovanju, ki ga iščemo, saj pričakujemo, da bo gostota obratno sorazmerna s kvadratom razdalje, tako kot pri EM-valovanju, pri katerem se energijski tok ohranja pri širjenju skozi prostor.<sup>3</sup> Gravitacijsko valovanje mora imeti bogatejšo strukturo, kot je skalarna količina  $V$ , ki določa klasični gravitacijski potencial. Povejmo, da bi dobili podoben rezultat, če bi računali samo spreminjajoče se električno polje dipola. Šele ko v igro vključimo magnetno polje, dobimo valovanje, pri katerem se ohranja energijski tok.

### Detekcija

Kako detektiram prisotnost gravitacijskega polja? Opazovalec na Zemlji ima na razpolago kar nekaj metod: stopi na tehtnico in izmeri svojo težo, meri nihajni čas matematičnega nihala ali čas padanja telesa z določene višine. Kaj pa astronaut, ki se, denimo, približuje neznanemu planetu v vesoljski ladji z ugasnjenim motorjem? V bližini planeta pod vplivom privlačne sile prične njegova ladja pospeševati; ker pa sila deluje enako na vsa telesa v ladji, se vsa telesa gibljejo enako kot prej in prisotnosti sile ne more opaziti. Na prvi pogled se zdi to nenavadno: a spomnimo se, da so astronauti, ki krožijo v vesoljski postaji nizko nad Zemljo, v breztežnem stanju, čeprav se gravitacijska sila na višini 300 km nad površjem le malo zmanjša glede na vrednost pri tleh. V okviru klasične mehanike opišemo odsotnost gravitacijske sile v pospešenem sistemu z vpeljavo sistemske sile, ki ima smer negativnega pospeška, s katerim se sistem giblje, po velikosti pa je enaka pospešku, pomnoženemu z maso telesa.

Po drugi strani astronaut, zaprt v vesoljski ladji, z nobeno od omenjenih metod ne more ugotoviti, ali miruje na planetu s težnim pospeškom  $g$  ali pa se je začela ladja pospeševati s pospeškom  $a = -g$ . Takšen razmislek je Einsteina vodil pri formulaciji splošne teorije relativnosti, ki jo bomo orisali v naslednjem poglavju.

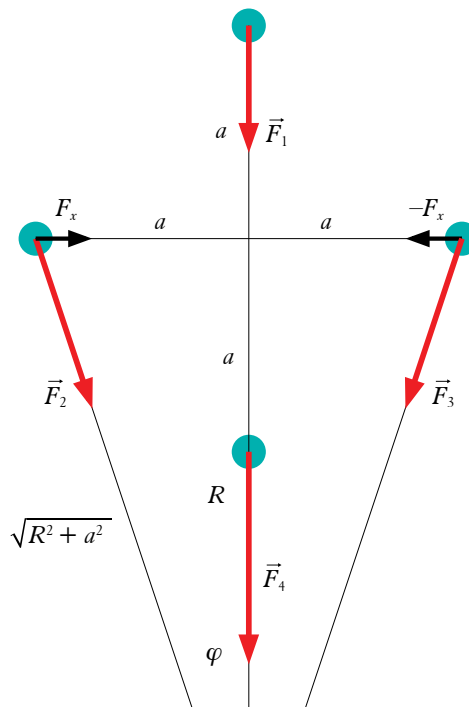
Prosto padajoči opazovalec torej ne more izmeriti teže, ki deluje na njegovo telo oziroma na telesa v okolici. To pa ne pomeni, da ne more zaznati prisotnosti gravitacijskega polja. Opazovalec izkoristi dejstvo, da se silnice gravitacijskega polja gostijo, ko se približuje izviru. Če meri silo, ki deluje na razsežno telo, ugotovi, da sila ni enaka v vsaki točki razsežnega telesa: na točke, ki so bližje središču izvira, deluje večja sila kot na točke, ki so od središča bolj oddaljene; na dve, med seboj oddaljeni točki na enaki oddaljenosti od središča, pa sili nista vzporedni. Razlika sil zato skuša telo raztegniti v smeri, vzporedni s smerjo gravitacijske sile, v prečni smeri pa skrčiti.

Učinek ocenimo za sistem štirih teles z enakimi masami  $m$ , povezanih s togimi prečkami z dolžino  $l = 2a$ , kot kaže slika 2, v gravitacijskem polju telesa z maso  $M$ , ki je za  $R$  oddaljen od težišča sistema.

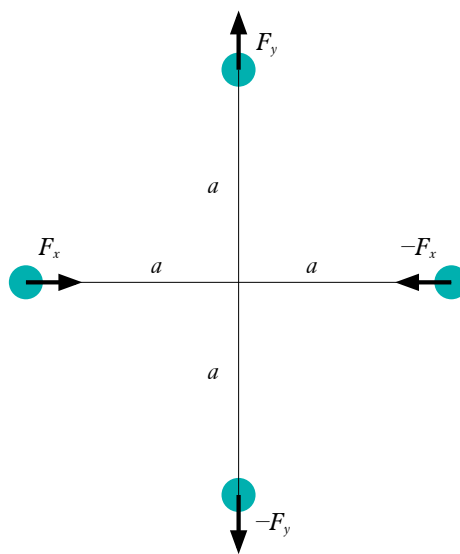
Velikosti sil na sliki 2a) ocenimo v aproksimaciji  $a \ll R$ :

$$F_1 = \frac{GmM}{(R+a)^2} = \frac{GmM}{R^2 \left(1 + \frac{a}{R}\right)^2} \approx \frac{GmM}{R^2} - \frac{GmM}{R^2} \frac{2a}{R} \equiv F_0 - F_y.$$

a)



b)



**Slika 2:** Sile na štiri telesa v nehomogenem gravitacijskem polju. Na sliki a) sistem miruje glede na vir polja, na sliki b) sistem prosto pada pod vplivom privlačne gravitacijske sile.

<sup>3</sup> Površina ploskve,  $S$ , skozi katero se širi valovanje, narašča s kvadratom razdalje od izvira, zato je energijski tok skozi njo,  $P = jS$ , konstanten, če gostota toka  $j$  pojema obratno sorazmerno s kvadratom razdalje. Če se valovanje širi enakomerno v vse smeri, je ploskev kar površje krogle s polmerom  $R$  in je  $S$  površina krogle,  $S = 4\pi R^2$ .

Upoštevali smo  $(1 \pm x)^{-2} \approx 1 \mp 2x$  za  $x \ll 1$ . Podobno izpeljemo  $F_4 = F_0 + F_y$ . V vodoravni smeri velja

$$F_{2x} = \frac{GmM}{R^2 + a^2} \sin\varphi \approx \frac{GmM a}{R^2} \equiv F_x, \quad F_{3x} = -F_x,$$

v navpični pa  $F_{2y} = F_{3y} \approx F_0$ . Če sistem prosto pada s pospeškom  $a_s = \sum F_i / 4m = 4F_0 / 4m = F_0 / m$ , deluje na vsako telo še sistemska sila  $F_s = -ma_s = F_0$ . Rezultante sil so prikazane na sliki 2b). V smeri gravitacijske sile skuša rezultanta sil sistem raztegniti, v prečni pa skrčiti. Opisane sile so razlog za plimo in oseko na Zemlji; govorimo o *plimskih* silah.

Detektor gravitacijskega polja torej meri spremembo gravitacijskega polja preko deformacije telesa v dveh prečnih smereh. Če ne vemo, v kateri smeri je izvir polja, jo lahko določimo tako, da poiščemo smer, v kateri je razteg telesa največji. V primerjavi z dipolno anteno, pri kateri je velikost sile na enega od nabojev kar  $eE$ ,<sup>4</sup> je občutljivost gravitacijskega detektorja veliko manjša; v električnem primeru je sorazmerna z  $R^{-2}$ , v gravitacijskem pa z  $R^{-3}$ , če je  $R$  razdalja med telesom in izvirom polja. Vidimo, da poleg šibkosti gravitacijske sile v primerjavi z elektromagnetno dodatno težavo pri detekciji gravitacijskega valovanja predstavlja relativno slabša občutljivost detektorja.

### 3 Oris splošne teorije relativnosti

#### 3.1 Metrični tenzor

##### Štirirazsežni prostor

Einstein je pri formulaciji relativnostne teorije izhajal iz predpostavke, da se pri prehodu v opazovalni sistem drugega opazovalca transformira tudi čas. Posledično čas ni absolutna količina, ki bi bila neodvisna od opazovalca in bi za vse opazovalce tekla enako. Zato je smiselno vpeljati čas kot četrto koordinato in trirazsežni prostor posplošiti v štirirazsežnega. Posplošeni vektorji so določeni s četverico koordinat. Časovno koordinato običajno pomnožimo s svetlobno hitrostjo, tako da ima enako enoto kot krajevne koordinate. *Vektor četverec* zapišemo kot  $\underline{x} = (ct, x, y, z)$ ; točki v štirirazsežnem prostoru pravimo *dogodek* [2]. Pri prehodu v sistem drugega opazovalca transformacijo opišemo z matriko  $4 \times 4$ , ki je upodobitev *Lorentzove* transformacije. Ko imata opazovalna sistema  $S$  in  $S'$  vzporedni osi  $x$  in se drugi sistem  $S'$  giblje s hitrostjo  $v$  v smeri osi  $x$ , se čas in koordinata  $x$  transformirata z znanimi zvezami:

$$t' = \gamma \left( t - \frac{v}{c^2} x \right), \quad x' = \gamma (x - vt), \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (3)$$

##### Invarianta

V splošnem je *invarianta* vsaka količina, ki se pri prehodu iz enega v drug opazovalni sistem ohranja. V tri-

razsežnem prostoru je invarianta velikost vektorja. Za vektor  $\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ , ki ga določata točki  $\vec{r}_1 = (x_1, y_1, z_1)$  in  $\vec{r}_2 = (x_2, y_2, z_2)$ , invarianto zapišemo kot

$$\Delta r^2 \equiv (\Delta \vec{r})^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 \equiv \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2. \quad (4)$$

Na prvi pogled bi sklepali, da dobimo invarianto v štirirazsežnem prostoru tako, da izrazu (4) prištejemo kvadrat časovne koordinate, a se hitro pokaže, da tak izraz ni invarianten na Lorentzove transformacije. Invarianten izraz dobimo, če spremenimo predznak časovnemu členu:

$$\Delta s^2 = -c^2 \Delta t^2 + \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 = \text{invarianta}. \quad (5)$$

Fizikalni pomen invariante (5) pojasnimo na naslednjem zgledu. Različni opazovalci, ki se gibljejo v različnih smereh, opazujejo isto letalo pri letu med dvema značilnima legama. Izmerijo različne hitrosti letala ( $v_x = \Delta x / \Delta t, \dots$ ) in različen čas potovanja  $\Delta t$ . Vendar je za vse opazovalce izraz

$$\Delta s^2 = -c^2 \Delta t^2 \left( 1 - \frac{v_x^2}{c^2} - \frac{v_y^2}{c^2} - \frac{v_z^2}{c^2} \right) = -c^2 \Delta t^2 \left( 1 - \frac{\vec{v}^2}{c^2} \right) \quad (6)$$

enak. V sistemu opazovalca na opazovanem letalu se letalo ne giblje, zato je  $v_x = v_y = v_z = 0$  in velja

$$\Delta s^2 = -c^2 \Delta t^2 \equiv -c^2 \Delta \tau^2. \quad (7)$$

Invariantna količina torej predstavlja kvadrat časa, pomnoženega z  $-c^2$ , ki ga meri opazovalec v sistemu, ki se giblje skupaj z opazovanim telesom. Ta čas imenujemo *lastni* čas in invarianto lahko zapišemo v obliki

$$\Delta \tau = \Delta t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{\Delta t}{\gamma}. \quad (8)$$

V zvezi razpoznamo znano enačbo za podaljšanje časa. Če na uri, ki se giblje skupaj z opazovanim telesom, preteče sekunda, preteče za opazovalca, za katerega se telo giblje s hitrostjo  $v = 0,6c$ , čas  $\Delta t = \gamma \Delta \tau = 1 / 0,80 = 1,25$  sekunde.

##### Metrični tenzor

Izraz za invarianto (5) zapišimo z vektorji četverci v obliki stolpcev:

$$\Delta s^2 = \Delta \underline{x} \cdot \Delta \underline{x} = \begin{bmatrix} c\Delta t \\ \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\Delta t \\ \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\Delta t \\ \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -c\Delta t \\ \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix} \\ = -c^2 \Delta t^2 + \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 = \sum_{\mu=0}^3 \sum_{\nu=0}^3 x_{\mu} \eta_{\mu\nu} x_{\nu}. \quad (9)$$

Vpeljali smo *metrični tenzor* z elementi:

$$\eta_{00} = -1, \quad \eta_{ii} = 1, \quad i = 1, 2, 3 \quad \eta_{\mu\nu} = 0, \mu \neq \nu \quad (10)$$

in kompaktni zapis koordinat  $x_0 = ct, x_1 = x, x_2 = y, x_3 = z$ . Na prvi pogled se zdi vse skupaj precej odvečna komplicacija zaradi enega samega predznaka, a zavedati se

4 Tudi nehomogeno električno polje lahko povzroči kvadrupolno deformacijo, ki pa ne igra tako pomembne vloge pri detekciji valovanja kot dipolna.

moramo, da postane v *splošni teoriji relativnosti* metrični tenzor ključna količina, ki določa lastnosti prostora. Ob prisotnosti mase (energije) v prostoru se metrični tenzor spremeni in matrični elementi postanejo odvisni od porazdelitve mase v prostoru.

Metrični tenzor (10) pravzaprav redefinira običajni skalarni produkt dveh vektorjev. Prostor vektorjev ni običajen vektorski prostor, pač pa govorimo o prostoru *Minkowskega*. Metrični tenzor (10) definira *ravni* prostor Minkowskega, torej prostor brez prisotnosti masnih teles. Ob prisotnosti masnih teles se tenzor spremeni:

$$\eta_{\mu\nu} \rightarrow g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}(\vec{r}, t); \quad (11)$$

elementi  $h_{\mu\nu}$  merijo odmik od tenzorja ravnega prostora. Govorimo o *ukrivljenem* prostoru. Ukrivljenosti prostora v treh in štirih dimenzijah si ne moremo predstavljati; lahko pa si predstavljamo ukrivljenost ploskve, na primer Zemljinega površja. Premike po površju, ki so veliko manjši od Zemljinega polmera, lahko obravnavamo kot gibanje v ravnini; pri premikih, ki merijo več deset kilometrov, pa približek ni več dober: velika ladja, ki pluje proti obzorju, se na večji oddaljenosti kar »potopi« v morju.

Gravitacijsko polje torej opišemo s tenzorjem, zato je tudi izvir polja *tenzor*. Poleg komponente, ki predstavlja maso oziroma polno energijo, je izvir polja tudi krajevni del četverca gibalne količine in (trirazsežni) napetostni tenzor. Glavni prispevek pride od prve komponente – polne energije. Polje (tenzor  $h$ ) in izvire povezujejo Einsteinove enačbe, ki pa jih tu zaradi zahtevnega matematičnega formalizma, v katerem so zapisane, ne bomo navajali [3].

### 3.2 Šibko gravitacijsko polje

Gravitacijsko polje planeta ali zvezde je na vseh oddaljenostih šibko, če ga primerjamo z gravitacijskim poljem blizu površja nevtronske zvezde ali črne luknje. Na dogajanja najbolj vpliva ukrivljenost v časovni koordinati, saj enoti časa, sekundi, ustreza razdalja  $3 \cdot 10^8$  m, (trirazsežni) enoti razdalje pa le 1 m. V tem približku lahko pri zapisu invariance upoštevamo popravek le v prvem členu:

$$\Delta s^2 = -(1 - h_{00}(r))c^2 \Delta t^2 + \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2. \quad (12)$$

Tu je  $r$  razdalja do središča nebesnega telesa; premiki  $\Delta x \dots$  morajo biti majhni v primerjavi z  $r$  in  $c\Delta t$ . Za matrični element  $h_{00}$  sledi iz Einsteinovih enačb

$$h_{00}(r) = \frac{2GM}{c^2 r}.$$

Spomnimo se, da je izraz  $-GM/r$  kar klasični gravitacijski potencial. (Klasični gravitacijski potencial ima enoto  $m^2/s^2$  tako kot  $c^2$ , zato je  $h_{00}$  res brezdimenzijska količina.) Matričnim elementom  $h_{\mu\nu}$  v enačbi (10) pravimo zato kar gravitacijski potenciali, saj se od klasičnih količin razlikujejo le za konstanto  $c^2/2$ .

Ocenimo vrednost  $h_{00}$  na površju Zemlje in Sonca; Zemlja ima maso  $M = 6 \cdot 10^{24}$  kg in polmer  $r = 6,4 \cdot 10^6$  m, Sonce pa  $2 \cdot 10^{30}$  kg in  $7,5 \cdot 10^8$  m:

$$h_{00}^{\text{Zemlja}} = 1,4 \cdot 10^{-9}, \quad h_{00}^{\text{Sonce}} = 4 \cdot 10^{-6}.$$

Tako kot smo v prejšnjem razdelku izpeljali podaljšanje časa iz izraza za invarianto, lahko na enak način izpeljemo podaljšanje časa v gravitacijskem polju. Prvi opazovalec naj bo na površju Zemlje, drugi daleč proč od Zemlje v ravnem prostoru. Oba naj mirujeta, torej  $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 0$ . Iz (5) in (7) sledi

$$\Delta \tau = \sqrt{1 - h_{00}} \Delta t = \sqrt{1 - \frac{2GM}{c^2 r_z}} \Delta t \approx \left(1 - \frac{GM}{c^2 r_z}\right) \Delta t. \quad (13)$$

Če je  $\tau$  čas, ki ga izmeri ura na površju Zemlje, izmeri oddaljeni opazovalec daljši čas. Mislimo si, da opazovalec na Zemlji vsako sekundo, merjeno po svoji uri, pošlje signal oddaljenemu opazovalcu. Oddaljeni opazovalec prejema signale v intervalih  $\Delta t$ , ki so večji od ene sekunde. Sklepa, da teče ura na Zemlji počasneje kot njegova. Razlika je v primeru Zemlje zelo majhna – relativna razlika meri ravno polovico  $h_{00}$  –, a merljiva.

Ekstremno močno gravitacijsko polje je v bližini črne luknje. Polmer črne luknje  $r_s$  je določen ravno s pogojem  $h_{00} = 1$ , od koder sledi  $r_s = 2 GM/c^2$ . Ura v ladji, ki se približuje površju črne luknje,  $r \rightarrow r_s$ , teče za opazovalca v ravnem prostoru vedno počasneje in se na površju povsem ustavi.

## 4 Gravitacijsko valovanje

### 4.1 Opis ravnega gravitacijskega valovanja

Količina, ki opisuje gravitacijsko polje, je metrični tenzor, pravzaprav odmiki od metričnega tenzorja ravnega prostora,  $h_{\mu\nu}$ . Ravni val EM-polja opišemo z nihanjem vektorjev  $\vec{E}$  in  $\vec{B}$  v med seboj pravokotnih smereh v ravnini, pravokotni na smer širjenja valovanja. Pri detekciji statičnega gravitacijskega polja smo v prvem poglavju omenili, da je deformacija, ki jo povzroči nehomogeno gravitacijsko polje, kvadrupolnega značaja. Takšno deformacijo opišemo s tenzorjem v ravnini, pravokotni na smer širjenja valovanja. Če usmerimo os  $z$  v smer širjenja valovanja, ima metrični tenzor v (sicer) ravnem prostoru obliko [4]

$$[g_{\mu\nu}] = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 + h_+ & h_\times & 0 \\ 0 & h_\times & 1 - h_+ & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (14)$$

pri čemer  $h_+ = A_+ \cos(kz - \omega t)$ ,  $h_\times = A_\times \cos(kz - \omega t)$ .

Velja  $\omega = ck$  in  $k = 2\pi/\lambda$ . Če sta izvir valovanja dve telesi, krožeči okoli skupnega težišča, je frekvenca valovanja enaka dvojni frekvenci kroženja, tako kot smo v prvem poglavju izpeljali iz klasičnih enačb.

Izraz za gostoto energijskega toka izpeljemo v okviru splošne teorije relativnosti. Tega se seveda ne bomo lotili, lahko pa s pomočjo analogije z EM-valovanjem in



preprostim razmislekom pridemo do kvalitativne oblike enačbe. Gastoto energijskega toka v EM-valovanju v vakuumu zapišemo kot

$$j_{EM} = \frac{1}{2} c \epsilon_0 E_0^2 = \frac{1}{2} c \frac{B_0^2}{\mu_0},$$

če sta  $E_0$  in  $B_0$  amplitudi nihanja električnega in magnetnega polja. Po analogiji sklepamo, da je gostota energijskega toka tudi pri gravitaciji odvisna od kvadrata amplitude, ne vemo pa, ali je odvisna od valovne dolžine oziroma frekvence. Konstantni faktor se izraža z osnovnimi fizikalnimi konstantami in brezdimenzijskim geometrijskim faktorjem. Naravnih konstant, povezanih z gravitacijo, imamo le malo na izbiro; poleg svetlobne hitrosti  $c$  le še gravitacijsko konstanto  $G = 6,7 \cdot 10^{-11} \text{ kg}^{-1} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$ . Odvisnost od konstant in frekvence lahko ugotovimo z *dimenzijsko analizo*. Geometrijski faktor v izrazu pa nam lahko da le korektna izpeljava iz Einsteinovih enačb za gravitacijsko polje. Iskani izraz iščemo z nastavkom

$$j_{GV} = \mathcal{K} c^\alpha G^\beta v^\gamma [A_+^2 + A_-^2]. \quad (15)$$

Vemo še, da sta amplitudi brezdimenzijski količini. Enota za  $j$ ,  $\text{W/m}^2$ , izražena z osnovnimi enotami, je  $\text{kg s}^{-3}$ . Izenačimo enote na levi in desni

$$\text{kg s}^{-3} = \text{m}^\alpha \text{s}^{-\alpha} \text{kg}^{-\beta} \text{m}^{3\beta} \text{s}^{-2\beta} \text{s}^{-\gamma}.$$

Hitro se prepričamo  $\beta = -1$ ,  $\gamma = 2$  in  $\alpha = 3$ . Torej

$$j_{GV} = \mathcal{K} \frac{c^3}{G} v^2 [A_+^2 + A_-^2].$$

Izpeljava iz Einsteinovih enačb da  $\mathcal{K} = \pi/8$ . Prvo, kar opazimo, je kvadratna odvisnost od frekvence, kar je drugače kot pri EM-valovanju, a enako kot pri zvoku. Ocenimo velikost gostote, tako da proste parametre postavimo na enotne vrednosti,  $v = 1 \text{ Hz}$ ,  $A_+^2 + A_-^2 = 1$ . Dobimo

$$j_{GV}^0 = \frac{c^3}{G} 1 \text{ s}^{-2} = 4 \cdot 10^{35} \text{ W/m}^2.$$

Vrednost je ogromna, a očitno smo privzeli nerealno velikost za amplitudo, saj je že statična vrednost  $h_{00}$  v bližini Zemlje velikostnega reda  $10^{-10}$ . Poleg tega je frekvenca  $1 \text{ Hz}$  za značilne časovne spremembe v vesolju znatno prevelika.

V EM-valovanju se prepletata električno in magnetno polje in drugo drugega vzdržujeta, tako da se energijski tok pri širjenju skozi prazen prostor ohranja. Kaj pa ohranja energijski tok pri gravitacijskem valovanju? Gravitacijsko valovanje nosi energijo, gibalno količino in tlak; torej količine, ki nastopajo v Einsteinovih enačbah v splošni teoriji relativnosti in predstavljajo izvir gravitacijskega polja. Tako kot EM-valovanje je zato tudi gravitacijsko valovanje lahko samemu sebi izvir.

## 4.2 Gravitacijsko valovanje iz sistema dveh krožečih teles

Za celotni energijski tok, ki ga izseva sistem teles z masama  $m_1$  in  $m_2$ , ki krožita okoli skupnega težišča na medsebojni razdalji  $r$ , je mogoče izpeljati izraz v kompaktni obliki [5]:

$$P = \frac{32 G^4 m_1^2 m_2^2 (m_1 + m_2)}{5 c^5 r^5} = \frac{32 G^3 m_1^2 m_2^2}{5 c^5 r^2} \omega^2, \quad (16)$$

pri čemer je  $\omega$  kotna hitrost kroženja (krožna frekvenca).

### Sistem Zemlja-Sonca.

Zanimivo je iz vrednotiti izraz (16) za sistem Zemlje in Sonca.<sup>5</sup> Dobimo presenetljivo majhno vrednost  $P = 200 \text{ W}$ . Vsekakor pa na račun te moči Zemlja izgublja energijo in razdalja do Sonca se zmanjšuje. Ocenimo energijo Zemlje pri kroženju okoli Sonca.<sup>6</sup> Sestavljena je iz kinetične in gravitacijske:

$$W = \frac{m_z v^2}{2} - \frac{G m_z M_s}{r}.$$

Iz Newtonovega zakona za kroženje sledi

$$m_z \frac{v_z^2}{r} = \frac{G m_z M_s}{r^2} \quad \text{in} \quad \frac{m_z v^2}{2} = \frac{G m_z M_s}{2r},$$

in končno

$$W = \frac{G m_z M_s}{2r} - \frac{G m_z M_s}{r} = -\frac{G m_z M_s}{2r} \approx -2,7 \cdot 10^{33} \text{ J}.$$

(Mehanska) energija je *negativna*, ker je sistem vezan – tako kot je negativna energija vezanega elektrona v vodikovem atomu. Iz rezultata lahko ocenimo, za koliko se vsako leto zaradi izsevane energije zmanjša radij kroženja. Velja

$$P = -\frac{dW}{dt} = -\frac{dW}{dr} \frac{dr}{dt} = -\frac{G m_z M_s}{r^2} \frac{dr}{dt} = -\frac{|W|}{r} \frac{dr}{dt}.$$

Če je (relativna) sprememba polmera dovolj majhna, lahko diferencialne nadomestimo s spremembami polmera in časa. Ocenimo relativno zmanjšanje polmera v enem letu ( $\Delta t = 1 \text{ leto}$ ):

$$\frac{\Delta r}{r} = -\frac{P \Delta t}{|W|} \approx 2 \cdot 10^{-22},$$

kar je popolnoma zanemarljivo tudi v milijardi let. Kot zanimivost izračunajmo še valovno dolžino valovanja:  $\lambda = c/v = ct_0/2$ , torej ravno pol svetlobnega leta.

### Sistem dveh črnih lukenj.

Iz enačbe (16) sledi, da moč narašča s peto potenco mas in je obratno sorazmerna z razdaljo na enako potenco. Če bi torej hoteli iz sistema dveh krožečih teles dobiti dovolj močan signal, primeren za opazovanje na velikih

<sup>5</sup> Nalogo so reševali srednješolci na izbirnem tekmovanju za olimpijsko ekipo v letu 2016.

<sup>6</sup> Pravzaprav bi morali upoštevati tudi kinetično energijo Sonca, a se lahko hitro prepičamo, da je zanemarljiva.

razdaljah, bi morali biti masi zelo veliki, razdalja med njima pa zelo majhna. Zanimivi so torej objekti, ki so zelo masivni in imajo majhno velikost. Zvezde in planete ne pridejo v poštev, edini objekti, ki imajo pri masi, večji ali primerljivi z maso Sonca, dovolj majhno velikost, so nevtronske zvezde in črne luknje. Nevtronska zveza ima gostoto primerljivo z gostoto jedrske snovi – kavna žlička takšne snovi tehta 5 milijard ton – in premer velikostnega reda 10 km pri masi dveh Sonc. Črne luknje nastanejo iz nestabilnih masivnih nevtronskih zvezd. Polmer je določen z zvezo  $r_s = 2 Gm/c^2$ , ki smo jo omenili že na koncu drugega poglavja. Mejna masa, pri kateri se nevtronska zvezda že sesede v črno luknjo, je okoli tri Sončeve mase.

Oba opazovana sistema, pri katerih so zaznali gravitacijsko sevanje, sta sestavljali dve zelo masivni črni luknji. Ocenimo razmere pri dveh enakih črnih luknjah z masama po 30 Sončevih mas, kar približno ustreza situaciji pri prvem opazovanem pojavu. Polmer takšne črne luknje je 80 km. S klasično mehaniko ocenimo velikost sistema pri značilni frekvenci valovanja  $\nu_v = 40$  Hz, ki jo je oddajal sistem pri prvem pojavu.

Najprej izračunajmo razdaljo med telesoma,  $r$ , če krožita okoli skupnega težišča s frekvenco  $\nu = \nu_v/2$ . Zapišimo Newtonov zakon za gibanje telesa po krožnici s polmerom  $r/2$ :

$$m\omega^2 \frac{r}{2} = \frac{Gm^2}{r^2}, \quad r = \sqrt[3]{\frac{2Gm}{4\pi^2\nu^2}} = \sqrt[3]{\frac{2Gm}{\pi^2\nu_v^2}} = 800 \text{ km.} \quad (17)$$

Razdalja je smiselna, saj je večja od polmera teles.

Za izsevano moč dobimo

$$P = \frac{64G^4m^5}{5c^5r^5} = 2,5 \cdot 10^{47} \text{ W.}$$

Podobno kot pri kroženju Zemlje okoli Sonca ocenimo energijo sistema; tokrat upoštevamo kinetični energiji obeh teles in potencialno energijo para. Radialni pospešek v enačbi (17) izrazimo s hitrostjo in od tod takoj dobimo kinetično energijo enega telesa:

$$m \frac{2v^2}{r} = \frac{Gm^2}{r^2}, \quad \frac{mv^2}{2} = \frac{Gm^2}{4r}.$$

Skupno energijo dobimo tako, da kinetični energiji obeh teles prištejemo medsebojno potencialno energijo:

$$W = 2 \frac{mv^2}{2} - \frac{Gm^2}{r} = \frac{Gm^2}{2r} - \frac{Gm^2}{r} = -\frac{Gm^2}{2r}.$$

Podobno kot v prejšnjem primeru izračunajmo spremembo polmera pri enem obratu,  $\Delta t = t_0 = 1/\nu$ :

$$\Delta r = -\frac{P\Delta t}{|W|} r = -60 \text{ km.}$$

Zmanjšanje polmera je znatno, kar pomeni, da se sistem tudi vedno hitreje vrti. Pri tem se moč hitro povečuje, kar še dodatno pospeši dogajanje. Na koncu se črni luknji sprimeta in spojita v eno samo črno luknjo. Gravitacijsko sevanje se praktično ustavi.

Na račun energije, ki jo sistem seva, se zmanjšuje polna energija sistema in s tem njegova masa. Da dobimo občutek, za kolikšne energije gre, izračunajmo, koliko mase izgubi sistem pri enem obratu pri frekvenci 40 Hz:

$$\Delta m = \frac{\Delta W}{c^2} = \frac{Pt_0}{c^2} = 1,4 \cdot 10^{29} \text{ kg,}$$

kar ustreza 20.000 zemeljskim masam, in to v času 0,025 s! V celoti je pri prvem opazovanem pojavu sistem izseval maso, enako trem Sončevim masam.

### 4.3 Detekcija gravitacijskih valov

Kot smo omenili na začetku poglavja, valovanje spremeni lastnosti prostora v ravnini, pravokotni na smer širjenja valovanja. Prostor se v tej ravnini krči in razteza s frekvenco valovanja. Gravitacijski potencial  $h$  je sorazmeren z relativno spremembo razdalje med izbranimi točkama. Če bi se gravitacijski val širil skozi ravnino štirih teles na sliki 2 b), bi telesa (brez prečk) nihala tako, kot nakazujejo smeri sil: v navpični smeri bi se izmenično oddaljevala in približevala, v vodoravni pa z enako frekvenco približevala in oddaljevala.

Amplitudo relativnega raztezka  $A$  lahko povežemo z gostoto energijskega toka (15), gostoto pa z močjo izvira in razdaljo med detektorjem in izvirom  $R$ . Za približno oceno dobimo

$$A \approx \sqrt{\frac{G}{c^3\nu^2}} \sqrt{\frac{P}{4\pi R^2}}.$$

Pri točnem računu upoštevamo, da izvir ne seva izotropno, temveč kot (gravitacijski) kvadrupol. Gostota  $j$  je odvisna od kota ( $\vartheta$ ), merjenega od pravokotnice na ravnino kroženja. Za  $\vartheta = 90^\circ$  je od nič različna le amplituda  $A_+$  [5]:

$$A_+ = \frac{1}{R} \frac{G^2 4m_1 m_2}{c^4 r}.$$

Naprava [1, 6], s katero je kolaboracija LIGO zaznala gravitacijsko valovanje, je nekoliko modificiran Michelsonov interferometer, shematsko prikazan na sliki 3. V dveh, med seboj pravokotno postavljenih krakih sta po dve zrcala v razmiku  $L = 4$  km. Vsa zrcala so v vakuumu in obešena, kar bistveno zmanjša vpliv tresljajev iz okolice. Svetlobni izvir je laser z valovno dolžino  $\lambda = 1064$  nm. Svetloba iz laserja se na polprepustnem zrcalu, postavljenim pod kotom  $45^\circ$ , razdeli v dva delna žarka. V vsakem kraku gre žarek skozi polprepustno prvo zrcalo in se odbije od drugega. Delna žarka se na zrcalu, postavljenim pod kotom  $45^\circ$ , združita in interferirata. Zrcala v krakih so naravnana tako, da je svetloba iz enega kraka v protifazi s svetlobo iz drugega kraka, ko ni prisotno gravitacijsko valovanje. Zaradi destruktivne interference detektor ne zazna signala. Ob prisotnosti gravitacijskega valovanja se razmik med zrcaloma v enem kraku poveča, ko se v drugem zmanjša. Če  $h$  meri odklik od metričnega tenzorja ravnega prostora,



# Kvantna fizika: delci, valovanje, simboli

dr. Janez Strnad

## Povzetek

Uvajanje osnov kvantne fizike v srednjo šolo je težavna naloga. Obstajajo različni pogledi na osnovne pojme v kvantni mehaniki in kvantni teoriji polja. Profesorjem fizike na srednjih šolah in sestavljalcem učnih programov utegne koristiti, če te poglede spoznajo.

**Gljučne besede:** Kvantna fizika, valovna funkcija, delci, valovanje, polje, simboli

## Quantum Physics: Particles, Waves, Symbols

### Abstract

Introducing the basics of quantum physics into secondary school is a difficult task. There are different views on the basic concepts in quantum mechanics and quantum field theory. Physics teachers and curricula planners may benefit from knowing these viewpoints.

**Keywords:** quantum physics, wave function, particles, waves, field, symbols

### Delci in valovanja

V revijah, namenjenih poučevanju fizike, se pogosto razvije razprava o osnovah kvantne mehanike. Eno od zadnjih razprav te vrste je sprožil članek o tem, kako bi se godilo Bohrovi köbenhavnski interpretaciji kvantne mehanike, če bi bil Bohm rojen pred Bornom [1]. Na članek se je odzval Nico G. van Kampen [2]. Po njegovem mnenju je nesprejemljivo, da je še osemdeset let po nastanku kvantne mehanike »literatura preplavljena z obsežnimi razpravami o tem, kar imenujejo 'interpretacije'. V resnici kvantna mehanika ponuja popoln in ustrezen opis opazovanih fizikalnih pojavov v svetu atomov. Kaj več bi si želeli? [...] Težava je v tem, da pisci ne zmorejo prilagoditi svojega načina razmišljanja – in govorjenja – dejstvu, da so pojavi v mikroskopskem merilu drugačni od tega, na kar smo navajeni v vsakdanjem življenju.« Art Hobson je van Kampenu pritrdil, a predlagal, da bi »manifestacije valovne funkcije« nadomestili z »manifestacijami snovnega polja« [3]. »Elektroni (kvarki, protoni, atomi itd.) so kvanti polja, nerazcepni svežnji kvantiziranega snovnega polja«, kot so »fotoni nerazcepni svežnji sevalnega polja«. S tem je razširil razpravo, ki se je dotlej vrtela v okviru nerelativistične kvantne mehanike, na relativistično kvantno teorijo polja. Richard Conn Henry je nasprotoval Hobsonovima trditvama, da so polja »osnovna sestavina vesolja« in sploh da je vesolje »sestavljeno iz česa« [4]. Po njegovem mnenju tudi ne

drži, da so edina realna stvar opazovanja. Opazovanja so zgolj »miselna«. Hobson je odgovoril, da je potem tudi njegova miza »zgolj miselna« [5].

Pozneje je Hobson objavil dolg članek *Ni delcev, so samo polja* [6]. Po njegovem mnenju razpravljanje o kvantni mehaniki med fiziki lahko fiziki škodi in spodbuja »kvantni mysticism«. Razčlenil je razvoj in pribil, »da iz eksperimenta in teorije sledi, da so osnovna prosta polja in ne vezani delci«. Robert J. Sciama je vzbudil pozornost s kratkim odzivom, naslovljenim *Ni delcev in ni polj*: »Z razširitvijo nekaterih Hobsonovih zamisli sem prišel do sklepa, da poleg tega, da ni delcev, celo ni polj!« [7]. V isti številki revije sta še dva prispevka nasprotovala Hobsonovim izvajanjem [9]. Eden od njiju je zagovarjal obstoj delcev. Hobson ni ostal brez odgovora [10].

S Hobsonom je mnenje delil tudi Steven Weinberg: »Nadalje so vsi ti delci svežnji ali kvanti različnih vrst polj. Polje kot na primer električno ali magnetno polje je vrsta napetosti v prostoru. Enačbe teorije polja kot na primer standardnega modela ne zadevajo delcev, ampak polja, delci se pojavijo kot manifestacije teh polj« [11]. In: »Kot obstaja elektromagnetno polje, katerega energija in gibalna količina se pojavita v drobnih svežnjih, imenovanih fotoni, tako obstaja elektronsko polje, katerega energijo, gibalno količino in naboj najdemo v svežnjih, imenovanih elektroni, in podobno je za vsako vrsto osnovnih delcev. Osnovne sestavine narave so polja, delci so izpeljani pojav« [12].

Drugačno stališče je pred časom zastopal Richard Feynman o svetlobi: »Rad bi poudaril, da se svetloba pojavlja v obliki – delcev. Zelo pomembno je vedeti, da se svetloba vede kot delci, posebej za tiste, ki ste hodili v šolo, kjer so vam verjetno povedali nekaj o tem, da se svetloba vede kot valovi« [13]. Feynman je sodeloval pri nastanku kvantne teorije elektromagnetnega polja, kvantne elektrodinamike, Weinberg pa pri nastanku enotne kvantne teorije elektromagnetnega in šibkega polja, elektrošibke teorije. Za svoja prispevka sta dobila Nobelovi nagradi. Trditev nista zapisala nepremišljeno. Na kaj sta mislila?

## Simboli

Do podobne razprave je prišlo že pred časom. Matt Young je v odzivu na neki Henryjev članek zapisal: »Valovna funkcija in elektron nista isto. Vsi študenti fizike (in nekateri profesorji) bi morali stokrat napisati: 'Elektron ni valovna funkcija,' in nato še stokrat: 'Valovna funkcija ni elektron.' Po kopenhavski interpretaciji valovna funkcija ni fizikalna realnost. Kvadrat njene absolutne vrednosti pa je verjetnostna gostota. Toda elektron ni ne valovna funkcija ne kvadrat njene absolutne vrednosti. Je delec, ali je točkast ali ne, ne vem, toda valovna funkcija samo poda verjetnost, da naletimo na delec v bližini kake točke« [14]. Henry je odgovoril: »Vse, kar imamo, so simboli: besedni simboli in matematični simboli. Ni mamo ne 'delcev' ne 'elektronov', zgolj simbole. Če bi M. Young in jaz primerjala številske simbole (preglednico izmerjenih leg), bi se popolnoma strinjala. Tudi če bi primerjala matematične simbole, bi se popolnoma strinjala. Ne strinjava se edino, ko primerjava angleške stavke. Toda ti stavki ne izvirajo iz ničesar drugega v naravi kot iz matematičnih trditev in preglednice merjenj. S stavki si prizadevamo, da bi v neprimernem jeziku (besedah) ponovili, kar smo že zelo natančno povedali v matematiki, ki se zdi popoln jezik. Morda bi se morali v celoti odpovedati trditvam v angleščini in se oprijeti le računanja s Schrödingerjevo enačbo, merjenja in ugotavljanja, da se oboje ujema. [...] V svojem prispevku izrecno svarim pred tem, da bi besede, ki spremljajo matematiko, vzeli preresno. Matematiko je mogoče zapisati na več enakovrednih načinov, ki jih spremljajo različne besede« [15].

Sledilo je svarilo: »[...] če kdo verjame, da ne obstaja objektivna realnost (ali če dvomi o njenem obstoju), potem nima motivacije, da bi jo poskusil odkriti. Za tako osebo je manj verjetno, da bo kaj znamenitega odkrila. Pomembno je, da se postopno odmikanje od starokopitnega realizma Galileja in Newtona [...] presenetljivo ujema z obžalovanjem vrednim upadanjem števila pomembnih odkritij v temeljih fizike v zadnjih desetletjih« [16].

## Nazornost

Wolfgang Pauli je v pismu Nielsu Bohru zapisal, »da je zahteva po nazornosti delno upravičena, vendar v fiziki nikoli ne sme obveljati kot razlog za to, da obdržimo

nekatero skupino pojmov. Brž ko te skupine pojasnimo, postanejo novi pojmi nazorni.«

Z nazornostjo so nasploh težave. Pogosto si električno in magnetno polje ponazorimo s silnicami. Feynman je opozoril, da »zamisel silnic ne vsebuje najglobljega načela elektrodinamike, načela superpozicije. Čeprav poznamo silnice za kako razporeditev nabojev in silnice za drugo razporeditev, ne vemo in nimamo nobene zamisli o tem, kakšne bodo silnice, če sestavimo obe razporeditvi. Na drugi strani je matematično superpozicija preprosta – seštejemo oba vektorja [...] Najbolje je uporabiti abstraktno zamisel polja. Da je abstraktna, je nesrečno, a potrebno« [18]. Razkril je tudi, kako si predstavlja polje v valovanju: »Vidim nekakšne nejasne senčne, spremenljive črte – tu in tam je na njih nekako napisano  $E$  ali  $B$  in morda imajo nekatere črte narisane puščice – puščica tu, puščica tam, ki izginejo, ko pogledam podrobneje. Če govorim o poljih, ki potujejo po prostoru, imam strahotno zmešnjavo med simboli, ki jih uporabljam za opis predmetov, in predmeti samimi. Ne morem si narediti slike, ki bi bila približno podobna pravim valovom« [18].

Ali si je mogoče predstavljati Schrödingerjevo polje, ki mu Hobson pravi snovno polje? Za en delec je to valovna funkcija  $\Psi(\vec{r}, t)$ . Kompleksno funkcijo si lahko mislimo sestavljeno iz dveh realnih funkcij, ki sta periodični v kraju in času. Globalna faza pa je nedoločena, tako da ne moremo ugotoviti, v kateri točki v katerem trenutku valovna funkcija doseže vrh ali dolino. Valovna funkcija opiše kvantnomehanski fizikalni sistem in je ne moremo naravnost primerjati z izidi merjenj in si je ne moremo nazorno predstavljati. Nazorno si lahko predstavljamo le verjetnostno gostoto  $|\Psi(\vec{r}, t)|^2$ , ki jo lahko primerjamo z izidi merjenj. Veliko bolj zapletena je valovna funkcija sistema  $N$  delcev, ki je določena v prostoru s  $3N$  dimenzijami. Spočetka je Erwin Schrödinger mislil, ko je vpeljal »skalar polja«, da je  $-e_0|\Psi(\vec{r}, t)|^2$  gostota električnega naboja. Njegova enačba je valovna enačba, torej enačba za polje. Delčno naravo ji je priredil Max Born, ki je v  $|\Psi(\vec{r}, t)|^2$  prepoznal verjetnostno gostoto za delec.

Kot vidimo, je razvoj tekkel od nazornega k abstraktnemu. Poleg tega se svarilo [16] ne zdi umestno. Vsa velika odkritja niso bila povezana z nazorno predstavo. Do nekaterih je prišlo na podlagi teorije. V razvoju fizike se je bilo treba v številnih primerih odpovedati nazornim predstavam, ki so pripeljale do odkritij. Zgled je odkritje elektronskega spina. Nazadnje se je bilo treba sprijazniti z abstrakcijo.

Kaže, da je na to mislil Sciamanda: »Morda ni uporabnega pojmovnega modela, ki bi opisal dokončno dejavnost s človeškimi izrazi – in morda tudi ni potrebe po njem« [7]. Sciamanda je tudi zapisal, da so »polja kvantne teorije polj operatorji. Stanje sistema je abstraktni vektor v Hilbertovem ali Fockovem prostoru, ki ga ne opiše polje, ampak vektor 'bra' in 'ket', preprosta etiketa. Operatorji

polja opisujejo interakcije. V tem pogledu kvantna teorija polja sestavi nadvse uporaben računski model, a ne naredi malo ali nič, da bi izbrala model za ontološko realnost (delec, polje, valovanje ali karkoli) zadeve, ki jo opisuje« [7].

### Spin elektrona

Fiziki, ki so raziskovali spektre, so v spektrih alkalijskih par opazili dvojice bližnjih črt. Menili so, da gre to pripisati »trupcu«, elektronskemu oblaku, okoli katerega se giblje najšibkeje vezani zunanji elektron. »Trup« alkalijskih atomov je tak kot elektronski oblak atomov žlahtnih plinov. Pauli pa je to pripisal zunanjemu elektronu in govoril o »dvojnosti, značilni za kvantno mehaniko«. George Uhlenbeck in Samuel Goudsmit sta si elektron predstavljala kot vrtavko in pojasnila Paulijevo »dvojnost« [17]. Os vrtavke lahko kaže v smer magnetnega polja ali v nasprotno smer. Potem so se jima pojavili dvomi, denimo, ker bi, kot je ugotovil Hendrik Antoon Lorentz, hitrost elektrona na površju preseгла hitrost svetlobe. Niels Bohr ju je pomiril, češ da klasične omejitve v svetu atomov pogosto ne veljajo. Na koncu so vsi pomisleki odpadli. Na osnovi nazorne predstave je Uhlenbecku in Goudsmitu uspel pomemben korak: vpeljala sta spin elektrona. Toda nazorna predstava se ni obdržala. Danes vemo, da spin »nima klasične analogije«.

Hobson je mislil drugače. Zanj je valovna funkcija del »realnosti«: »Da bi razpravljali o tej zadevi, zadostuje, da pogledamo samo nerelativistično limito Diracove enačbe, namreč Schrödingerjevo enačbo. Tukaj se predmet razprave spusti do realnosti Schrödingerjevega polja, to je valovne funkcije.« Izrazi z imaginarnim eksponentom (1) so značilni za valovanje. Hobson pa valovanje priredi tudi stanju, ki ga opiše s ketom  $|n\rangle$ . V njegovi nerelativistični limiti vidi valovno funkcijo, torej polje.

Hobson (in Weinberg) se ni omejil na elektrone in druge delce z maso, vendar je tem posvetil glavno pozornost. Zato se zdi poudarjanje valovnih lastnosti razumljivo. Interferenčni poskus z elektroni je, na primer, mogoče pojasniti s poljem, medtem ko pri pojasnjevanju z delci naletimo na nepremostljive težave. Feynman je pri svetlobi izhajal z drugačnega izhodišča. Osnove kvantne elektrodinamike je želel pojasniti nestrokovnjakom. Pri merjenju s fotopomnoževalko interferenčne slike ni mogoče pojasniti drugače kot s fotoni. Ko fotopomnoževalka zazna foton, se energija, ki je bila porazdeljena po vsem prostoru  $V$ , zbere pri merilniku.

### Sklep

Težave, ki smo jih opisali, se ne pojavijo pri raziskovalnem delu. Pojavijo se, ko raziskovalci kako fizikalno spoznanje poskušajo pojasniti nestrokovnjakom ali študentom v nižjih letnikih, ki še nimajo dovolj znanja.

Opazimo tudi, kako fiziki vztrajno zagovarjajo svoja osnovna stališča in svoje predstave, ki jih ni mogoče ovreči s poskusi.

Kvantna teorija polja ni v programu rednega študija fizike, z njo se zares spoznajo le raziskovalci, ki se odločijo za razmeroma ozko delovno področje v teoretični fiziki. V resnici ni treba seči do kvantne teorije polja. Hobson je priporočil: »Učbeniki naj se zavedajo, da so polja, ne delci naš najbolj temeljni opis narave. To zlahka dosežejo, ne da bi pri osnovnih predavanjih poskušali poučevati formalizem kvantne teorije polja, ampak z govorjenjem o poljih, s pojasnjevanjem, da ni delcev, ampak samo delcem podobni pojavi, ki jih povzroči kvantizacija polja« [6].

Nazadnje še omenimo, da poleg opisane razprave iz zadnjega časa vse od začetka kvantne mehanike teče razprava o njenih interpretacijah [19]. Oboje je vsaj rahlo povezano. Tudi o potrebnosti interpretacij so mnenja deljena. Na eni strani nekateri fiziki zagotavljajo, da kvantna mehanika ne potrebuje interpretacij [20], medtem ko drugi trdijo, da so interpretacije neizogibne [21]. Z nekaj pretiravanja je mogoče reči, da je skoraj toliko različnih pogledov, kot je fizikov. To napelje na misel, da gre pri tem za osebne poglede, pri katerih pojmi niso natančno določeni in izjav ni mogoče neposredno preizkusiti z opazovanji in merjenji pri poskusih. Navsezadnje pa vse razprave o valovanju in delcih ter o interpretacijah pripeljejo do enakih rezultatov, ki jih je mogoče preizkusiti z opazovanji in merjenji pri poskusih. Tako kvantna mehanika ostaja ena od najuspešnejših fizikalnih teorij, če že ni najuspešnejša.

Učitelj fizike se pri uvajanju kvantne fizike odloči glede na zmogljivost svojih študentov. Brez slabe vesti lahko ubere pot, ki sledi razvoju fizike. Začne z »realizmom Galileja in Newtona«. Ob nabiranju novega znanja po običajni poti preko dvojnosti delec-valovanje in načela komplementarnosti uvidi njegove omejitve. Prehod v abstraktnost lahko samo nakaže, saj, denimo, v srednji šoli ni mogoče vpeljati Schrödingerjeve enačbe. Ob vsaki priliki pa naj opozarja, da vsak korak v razvoju teorij v fiziki pripelje do globljega spoznanja, ki ni odvisno od želja ali okusa kogarkoli in ki omogoči, da bolje razumemo naravo. Vseskozi naj poudarja, da v svetu atomov ni mogoče uporabiti izkušnje iz velikega sveta in da v svetu atomov veljajo zakoni, ki se razlikujejo od zakonov makroskopskega sveta. O omenjenih različnih pogledih najbrž pri poučevanju ne more razpravljati. Omogočijo pa mu, da si ustvari svojo sliko in izbere svoje stališče. Pri tem lahko izhaja od delcev, valovanj ali simbolov, če le podrobno opredeli, kaj ima v mislih.



Da bi bralci bolje razumeli vsaj del začetne razprave, nakažimo, kako kvantna elektrodinamika obravnava poskus z dvema režama [22]. V njej jakosti električnega polja v smeri osi  $y$  in linearno polariziranem enobarvnem

valovanju s krožno frekvenco  $\omega$  in komponento valovne-  
ga vektorja  $k$  v smeri osi  $x$  priredimo operator:

$$\hat{E} = i\sqrt{\hbar\omega/2\varepsilon_0V}(e^{i(kx-\omega t)}\hat{a} - e^{-i(kx-\omega t)}\hat{a}^\dagger) \quad (1)$$

$V$  je prostornina votline, v katero je sevanje zaprto.  
 $\hat{a}$  je anihilacijski operator, ki uniči kvant, in  $\hat{a}^\dagger$  krea-  
cijski operator, ki kvant ustvari. Za operatorja velja  
 $\hat{a}^\dagger |n\rangle = \sqrt{n+1} |n+1\rangle$  in  $\hat{a} |n\rangle = \sqrt{n} |n-1\rangle$  ter komutacijs-  
ka zveza  $\hat{a}\hat{a}^\dagger - \hat{a}^\dagger\hat{a} = 1$ .

Izhajali smo iz razvoja vektorskega potenciala  $A$  po last-  
nih nihanjih harmoničnega oscilatorja, vektorski po-  
tencial  $A$  in  $A^*$  pa nadomestili z operatorjema  $\hat{a}$  in  $\hat{a}^\dagger$ .  
Operator (1) razdelimo na del s pozitivno frekvenco in  
del z negativno frekvenco. Obravnavamo poskus z dve-  
ma režama in vzamemo, da je pot od izvira do zaslona  
z režama  $x_0$  za oba delna curka enaka, pot od zaslona z  
režama do zaslona z interferenčno sliko pa meri v prvem  
delnem curku  $x_1$  in v drugem  $x_2$ :

$$\hat{E}^+ = (i/2)\sqrt{\hbar\omega/2\varepsilon_0V}(e^{ikx_2} + e^{ikx_1})e^{i(kx-\omega t)}\hat{a} \quad (2a)$$

$$\hat{E}^- = (i/2)\sqrt{\hbar\omega/2\varepsilon_0V}(e^{-ikx_2} + e^{-ikx_1})e^{-i(kx-\omega t)}\hat{a}^\dagger \quad (2b)$$

Merilnik izmeri povprečno vrednost:

$$\begin{aligned} \langle n | \hat{E}^- \hat{E}^+ | n \rangle &= (1/4)(\hbar\omega/2\varepsilon_0V)(e^{ik(x_2-x_1)} + 2 + e^{-ik(x_2-x_1)})\langle n | \hat{a}^\dagger \hat{a} | n \rangle = \\ &= (1/4)(\hbar\omega/2\varepsilon_0V)(e^{i(i/2)k(x_2-x_1)} + e^{-i(i/2)k(x_2-x_1)})^2 n = \\ &= (n\hbar\omega/2\varepsilon_0V) \cos^2(\frac{1}{2}k(x_2-x_1)) = (n\hbar\omega/2\varepsilon_0V) \cos^2(\pi l \sin \vartheta / \lambda). \quad (3) \end{aligned}$$

Upoštevalo smo, da velja  $\hat{a}^\dagger \hat{a} |n\rangle = \sqrt{n} \hat{a}^\dagger |n-1\rangle = n |n\rangle$   
in  $\langle n | n | n \rangle = n$ . Nazadnje smo razliko poti izrazili kot  
 $x_2 - x_1 = l \sin \vartheta$  z razmikom med režama  $l$  in kotom  $\vartheta$   
proti pravokotnici na zaslon z režama ter postavili  
 $k = 2\pi / \lambda$ .

$|n\rangle$  in  $|n\rangle^* = \langle n|$  sta stanji z  $n$  fotoni. Če hočemo dobiti  
stanje, ki opiše enobarvno sinusno valovanje, moramo  
sestaviti stanja, ki ustrezajo različnim številom fotonov  
z enako frekvenco. Tako dobimo koherentno stanje  
 $|\alpha\rangle = \sum_n c_n |n\rangle$ , za katerega velja  $c_n^* c_n = (\alpha^* \alpha)^n e^{-\alpha^* \alpha} / n!$ .  
Običajno valovno potezo dobimo, ko sestavimo več ta-  
kih stanj z različno krožno frekvenco na ozkem pasu.  
Vendar ne prvo ne drugo bistveno ne vpliva na končno  
interferenčno sliko. Kot vidimo, je zadeva dokaj zaplete-  
na, vsekakor preveč zapletena za srednjo šolo in začetne  
letnike na univerzi.

Opis poskusa z elektroni je drugačen. Pri elektroni je  
treba vpeljati anihilacijski operator  $\hat{b}$  in krea-  
cijski operator  $\hat{b}^\dagger$ , za katera velja drugačna komutacijska zveza  
 $\hat{b}\hat{b}^\dagger + \hat{b}^\dagger\hat{b} = 1$ . Ta upošteva Paulijevo prepoved, po kateri  
vsako stanje zasede največ en elektron. Tega razločka se  
je treba zavedati, ko interferenčni poskus s fotoni pri-  
merjamo z interferenčnim poskusom z elektroni. Zares  
pa nazadnje v obeh primerih dobimo podobno interfe-  
renčno sliko.

## Literatura

- [1] Nikolić, H. (2008). *Would Bohr be born if Bohm were born before Born?*. Am. J. Phys. 76, 143–146.
- [2] Van Kampen, N. G. (2008). *The scandal of quantum mechanics*. Am. J. Phys. 76, 989–990.
- [3] Hobson, A. (2009). *Response to »The scandal of quantum mechanics« by N. G. van Kampen*. Am. J. Phys. 77, 293.
- [4] Henry, R. C. (2009). *The real scandal of quantum mechanics*, Am. J. Phys. 77, 869–870.
- [5] Hobson, A. (2009). *Response to »The real scandal of quantum mechanics« by Richard Conn Henry*. Am. J. Phys. 77, 870–871.
- [6] Hobson, A. (2013). *There are no particles, there are only fields*. Am. J. Phys. 81, 211–223.
- [7] Sciamanda, R. J. (2013). *There are no particles, and there are no fields*. Am. J. Phys. 81, 643.
- [8] Hobson, A. (2013). *Hobson responds*, Am. J. Phys. 81, 645.
- [9] Sassoli de Bianchi, M. (2013). *Quantum fields are not fields: comment on »There are no particles, there are only fields,« by Art Hobson*, Am. J. Phys. 81, 707–708; M. Nauenberg, *Comment on »There are no particles, there are only fields,« by Art Hobson*, Am. J. Phys. 81 (2013) 708–709.
- [10] Hobson, A. (2013). *Response to M. S. de Bianchi and M. Nauenberg*, Am. J. Phys. 81, 709–711.
- [11] Weinberg, S. (1992). *Dreams of a Final Theory: The Search for the Fundamental Laws of Nature*. New York: Random House, str. 25.
- [12] Weinberg, S. (2001). *Facing Up: Science and its Cultural Adversaries*. Cambridge: Harvard University Press.
- [13] R. P. Feynman, R. P. (1985). *QED, The Strange Theory of Light and Matter*, Princeton University Press, Princeton, N. J., str. 15.
- [14] Young, M. (1983). *An electron is not a wavefunction*, Phys. Teacher 21, 74.
- [15] Henry, R. C. (1983). *The author responds*, Phys. Teacher 21, 74.
- [16] Psimopoulos, M. in Theocharis, T. (1986). *»...to see it as it is... to know it as it isn't...«*, Am. J. Phys. 54, 969.
- [17] Goudsmit, S. A. (1976). *It might as well be spin*, Phys. Today 29, 40 (6); G. E. Uhlenbeck, *Personal reminiscences*, Phys. Today 29 (1976) 43 (6).
- [18] Feynman, R., Leighton, R. B. in Sands, M. (1964). *The Feynman Lectures in Physics, Vol. II*, Addison-Wesley, Reading, Mass. 1–5, 20–9.
- [19] Strnad, J. (2010/11). O interpretacijah kvantne mehanike (1), Proteus 73, str. 414–421; O interpretacijah kvantne mehanike (2), Kaj nekateri fiziki menijo o interpretacijah kvantne mehanike, Proteus 74 (2011/12) 27–32; Subjektivna interpretacija kvantne mehanike, Proteus 76 (2013/14) 221–223; L. Lyons, Bayes and frequentism: a particle physicist's perspective, Contemporary Physics 54 (2012) 1–16.
- [20] Fuchs, C. A., Peres, A. (2000). Quantum theory needs no 'interpretation', Phys Today 53, str. 70–71 (3); D. Styer, S. Sobottka, W. Holladay, T. A. Brun, R. B. Griffiths, P. Harris, C. A. Fuchs, A. Peres, Quantum theory – interpretation, formulation, inspiration, Phys. Today 53 (2000) 11–14, 90 (9).
- [21] Beneduci, R. in Schroeck, jr., F. E. (2014). On the unavoidability of the interpretations of quantum mechanics, Am. J. Phys. 82, str. 80–81.
- [22] Strnad, J. (1986). Na pot v kvantno elektrodinamiko, DMFA, Ljubljana, str. 118, str. 82.

# Monte Carlo simulacija zračnega upora

mag. Saša Harkai in dr. Milan Ambrožič

Fakulteta za naravoslovje in matematiko Univerze v Mariboru

dr. Marjan Krašna

Fakulteta za naravoslovje in matematiko in Filozofska fakulteta Univerze v Mariboru

---

## Povzetek

Zaradi hitrih osebnih računalnikov so postale Monte Carlo simulacije v teoretični znanosti in tudi v praksi zelo popularne. Z njimi raziskujemo naključne pojave v naravi in družbi, ki so za izključno analitično obravnavo prezapleteni. Med zelo zahtevne fizikalne probleme spadajo tudi naloge s področja aerodinamike in hidrodinamike. Zato jih navadno rešujejo s kombiniranjem numeričnih simulacij in eksperimentov, na primer z uporabo vetrovnikov. Pri gibanju telesa skozi kapljevino ali plin se pojavi upor sredstva, za katerega pri dovolj majhnih hitrostih dobro velja linearni zakon upora (sorazmernost sile s hitrostjo telesa), pri velikih hitrostih pa kvadratni zakon (sorazmernost sile s kvadratom hitrosti telesa). Oba zakona dosledno izpeljemo iz Navier-Stokesove nelinearne parcialne diferencialne enačbe oziroma iz njenih približkov. Pri gibanju telesa skozi idealni plin pa lahko silo upora ocenimo tudi iz mikroskopske slike. Tako smo naredili v naši Monte Carlo simulaciji in pri tem med seboj povezali različne vede: statistično termodinamiko, mehaniko in numerične metode.

**Ključne besede:** Monte Carlo, zračni upor, idealni plin, statistična termodinamika

## Monte Carlo Simulation of Drag

### Abstract

Powerful personal computers made Monte Carlo simulations very popular in theoretical science and in practice. They are used to investigate probabilistic phenomena in nature and society which are too complex to be solved using a purely analytical approach. Tasks from the field of aerodynamics and hydrodynamics also belong to the class of very demanding physical problems. Therefore, they are usually solved with a combination of numerical simulations and experiments, e.g. using wind tunnels. When an object moves through liquid or gas it experiences drag, to which the linear law (force is proportional to the velocity of the object) applies for low enough velocities, while for high velocities the quadratic law applies (force is proportional to the square of the velocity of the object). Both laws can be logically derived from the Navier–Stokes nonlinear partial differential equation, i.e. from its approximations. However, when the object moves through an ideal gas, the drag force can also be estimated from the microscopic picture. This has been done in the present Monte Carlo simulation, in the process integrating different sciences: statistical thermodynamics, mechanics and numerical methods.

**Keywords:** Monte Carlo, drag, ideal gas, statistical thermodynamics

---

### Uvod

Monte Carlo (MC) teoretične simulacije v fiziki in drugih vedah nam omogoča v programsko opremo računalnika vgrajeni generator naključnih števil (GNŠ) [1, 2]. Ta nam s ponavljanjem daje vedno nova enakomerno porazdeljena racionalna (praktično lahko rečemo kar realna) števila med 0 in 1. Čeprav je algoritem za ta števila

seveda točno določen (determinističen), imamo vseeno vtis, da so števila, ki nam jih daje GNŠ, naključna. S temi števili potem z ustrezno funkcijsko pretvorbo generiramo katerokoli naključno fizikalno spremenljivko z znano verjetnostno porazdelitvijo. MC-simulacije v fiziki in v vedah, povezanih s fiziko, uporabljajo npr. pri teoretičnem preučevanju mehanskih lastnosti ma-



terialov (porazdelitev trdnosti in drugo), perkolacijski teoriji, raziskavah faznih prehodov tekočih kristalov, feroelektričnih in feromagnetnih materialov (razni spinski modeli) itd. Zanimiv primer uporabe MC-simulacij so razni fizikalni problemi v statistični termodinamiki. To je veda, ki se ukvarja z mikroskopskim opisom gibanja gradnikov snovi v kateremkoli agregatnem stanju in je izhodišče za termodinamične zakone v makroskopski (fenomenološki) termodinamiki [3]. Značilen zgled je obravnava gibanja posameznih molekul idealnega plina v zaprti posodi s homogenim tlakom in temperaturo, iz česar izhaja splošno znana in dokaj preprosta plinska enačba. Ker je statistična termodinamika osnovana na verjetnostnem računu, so MC-simulacije zelo primerne zanj. V konkretnem primeru posode z ravnimi stenami lahko iz mikroskopske slike, to je z obravnavo trkov posameznih molekul ob steno, izračunamo tlak plina na steno – to je pravzaprav bistvo plinske enačbe. Lahko pa naredimo še korak dlje: izračunamo lahko silo plina na telo, ki se giblje skozenj. S tem lahko na mikroskopskem nivoju preverimo veljavnost linearnega in kvadratnega zakona upora, ne da bi morali reševati zapleteno Navier-Stokesovo parcialno diferencialno enačbo [4]. Naloga je zelo poučna tudi z didaktičnega vidika, predvsem za srednješolce in študente prvega letnika naravoslovnih in tehničnih smeri, saj gre za povezavo različnih vej fizike pa še za uporabo informacijsko-komunikacijske tehnologije [5-7]. Učitelj lahko to simulacijo opiše in prikaže npr. pri obravnavi gibalne količine in trkov ali pa pri termodinamiki.

### Linearni in kvadratni zakon upora

Pri majhnih hitrostih gibanja telesa skozi tekočino (plin ali kapljevino) gre za silo upora zaradi viskoznosti sredstva [8]. Vzrok za to silo je trenje med plastmi tekočine v okolici telesa, ki se relativno gibljejo ena glede na drugo. Tik ob površju telesa se tekočina namreč lepi na telo in se giblje skupaj z njim, dovolj daleč od njega pa tekočina miruje; vmes imajo zato različne plasti tekočine različne hitrosti. Silo upora tekočine na telo zapišemo v tem primeru v splošnem z enačbo:

$$F_{u1} = kL\eta v \quad (1)$$

Pri tem je  $L$  značilna linearna dimenzija telesa,  $\eta$  viskoznost tekočine,  $v$  hitrost telesa,  $k$  pa ustrezen številski koeficient, med drugim odvisen od oblike telesa. Če gre npr. za gibanje kroglice s polmerom  $R$  skozi tekočino, vzamemo v enačbi (1)  $L = R$  in  $k = 6\pi$  ter zapišemo Stokesovo enačbo:  $F_u = 6\pi R\eta v$ . Pri velikih hitrostih pa linearni zakon upora, enačba (1), ni več uporaben. Zaradi večjih medsebojnih relativnih hitrosti plasti tekočine hitro pride do turbulentnega toka, plasti tekočine se »odlepijo« od telesa itd. Za upor tekočine na telo ni več bistvena viskozna sila, temveč zastojni tlak, kar je neka razlika tlačnih sil na sprednjo in zadnjo stran telesa (glede na smer gibanja) in jo približno izračunamo z

Bernoullijevo enačbo. Zastojni tlak in z njim sila upora sta sorazmerna s kvadratom hitrosti telesa [8]:

$$F_{u2} = \frac{1}{2} C_u \rho S v^2 \quad (2)$$

Pri tem je  $S$  največji prečni prerez telesa (pravokotno na smer gibanja),  $\rho$  pa gostota tekočine. Vpeljali smo tudi koeficient upora  $C_u$ , ki je odvisen od oblike telesa in katerega vrednosti za najznačilnejše aerodinamične oblike najdemo na spletu. Katera sila, (1) ali (2), prevladuje pri neki hitrosti, najelegantneje ugotovimo z njunim razmerjem. Sili torej delimo med seboj, v količniku  $F_{u2}/F_{u1}$  izpustimo številске faktorje, za prečni prerez vzamemo še oceno  $S \approx L^2$  in dobimo Reynoldsovo število:  $Re = \rho L v / \eta$ . Če je torej število  $Re$  dovolj veliko (navadno zaradi gotovosti vzamemo oceno  $Re > 1000$ ), potem dobro velja kvadratni zakon upora (2). Za  $Re < 1$  pa dobro velja linearni zakon upora (1). Vmesno območje,  $1 < Re < 1000$ , je glede preproste ocene upora bolj negotovo in si raje pomagamo z numeričnimi simulacijami in eksperimentom.

### Maxwellova porazdelitev hitrosti molekul v idealnem plinu

Obravnavajmo enostavni plin, na primer dušik, s homogeno temperaturo, npr.  $T = 300$  K. Iz statistične termodinamike izhaja, da je povprečna hitrost molekul sorazmerna s koreninom absolutne temperature. Pri 300 K je groba ocena hitrosti za molekule dušika ( $N_2$ ):  $v \approx 500$  m/s. Pri kisikovi molekuli  $O_2$  ne izračunamo bistveno drugačne vrednosti; hitrost molekule je sicer odvisna tudi od njene mase, vendar pa je razlika med masama molekul  $N_2$  in  $O_2$  le okrog 14 %. Značilno je tudi to, da vse molekule niso enako hitre, temveč so njihove hitrosti naključno porazdeljene po Maxwellovi porazdelitvi [9]:

$$p(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} v^2 \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) \quad (3)$$

Simbol  $m$  v enačbi (3) označuje maso molekule,  $k$  pa je Boltzmannova konstanta:  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  J/K. Funkcija  $p(v)$  ima pomen verjetnostne gostote: če to funkcijo integriramo med dvema vrednostma hitrosti,  $v_1$  in  $v_2$ , njen integral pomeni verjetnost, da bo imela naključno izbrana molekula hitrost v območju  $v_1 \leq v \leq v_2$ . Graf funkcije (3) v brezdimenzijski obliki je prikazan na sliki 1. Funkcija  $p(v)$  je pri majhnih hitrostih kvadratna,  $p \propto v^2$ , saj je eksponentni faktor približno enak 1. Pri velikih hitrostih funkcija hitro pada, pri neki hitrosti  $v_M$  pa ima izrazit maksimum. To hitrost izračunamo z zahtevno, da je odvod  $dp/dv$  enak 0:

$$v_M = \sqrt{\frac{2kT}{m}} \quad (4 a)$$

Vrednost funkcije pri tej hitrosti je:

$$p_M = \frac{4}{e\sqrt{\pi} \cdot v_M} \quad (4 b)$$

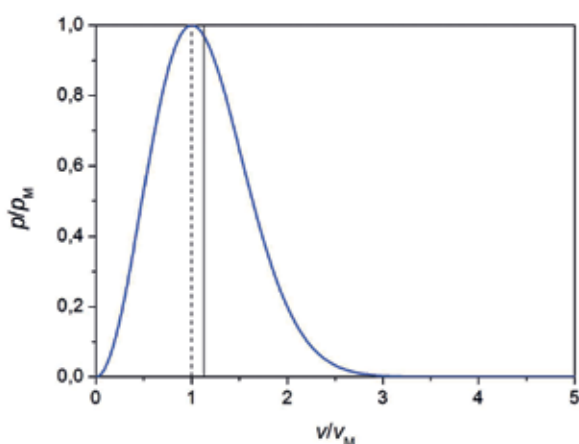
Simbol  $e$  v zadnji enačbi označuje osnovo naravnega logaritma. Funkcijo (3) zapišimo v brezdimenzijski obliki, primerni za grafični prikaz:

$$\frac{p(v)}{p_M} = e \cdot \left(\frac{v}{v_M}\right)^2 \cdot \exp\left[-\left(\frac{v}{v_M}\right)^2\right] \quad (5)$$

Omenimo še, da povprečno hitrost  $\bar{v}$  molekul izračunamo takole:

$$\bar{v} = \int_0^{\infty} v p(v) dv = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} \quad (6)$$

Zaradi asimetrije funkcije  $p(v)$  sta omenjeni hitrosti različni:  $\bar{v} \approx 1,13 v_M$ .



**Slika 1:** Graf verjetnostne gostote v brezdimenzijski obliki pri Maxwellovi porazdelitvi; črtna navpična črta označuje hitrost ( $v_M$ ) z največjo vrednostjo funkcije  $p(v)$ , polna navpična črta pa povprečno hitrost ( $\bar{v}$ ).

Poleg Maxwellove porazdelitve velikosti hitrosti molekul pri značilni MC-simulaciji idealnega plina upoštevamo še, da so smeri vektorja hitrosti molekul izotropno porazdeljene, to pomeni, da so vse smeri enakovredne. V MC-simulaciji moramo poleg začetnih vektorjev hitrosti molekul z GNŠ postaviti tudi naključne lege, enakomerno porazdeljene po simulacijski celici. Ko so tako postavljeni začetni pogoji (vektor lege in hitrosti za vsako molekulo), plin prepustimo samemu sebi. Molekule se gibljejo premo enakomerno, razen v trenutku trka s steno ali oviro. Vpliv teže lahko povsem zanemarimo. To preverimo npr. tako, da primerjamo razliko potencialnih energij molekul na različnih višinah v posodi in značilno kinetično energijo. Naj bo višina posode 1 m, značilna hitrost molekul pa 500 m/s, kot smo ocenili zgoraj za dušik. Opazujemo torej razliko potencialnih energij dveh molekul pri višinski razliki 1 m in jo primerjamo s povprečno kinetično energijo:  $\Delta W_p/W_k = (mgh)/(mv^2/2) = 2gh/v^2 \approx 8 \cdot 10^{-5}$ . Potencialno energijo res lahko zanemarimo.

## MC-simulacija zračnega upora

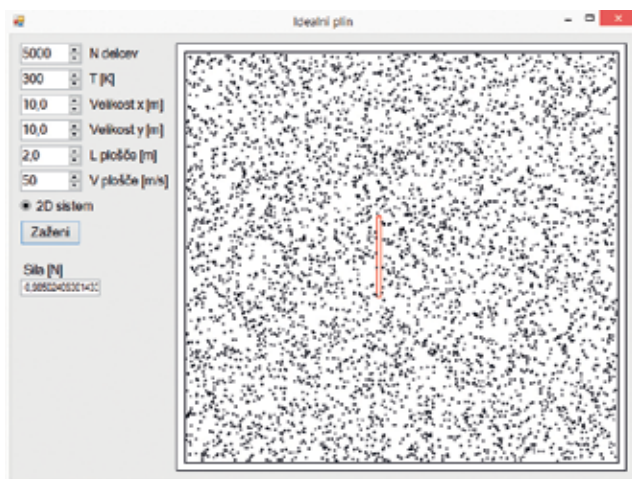
Namesto tridimenzionalne (3D) obravnave problema smo si zaradi nazornosti raje izbrali dvodimenzionalni (2D) prikaz in simulacijo. Kot simulacijsko celico s plinom smo torej vzeli kvadrat s stranico 10 m. Kot smo že omenili, smo na začetku z GNŠ vsaki molekuli priredili začetne pogoje: dve koordinati,  $x$  in  $y$ , hitrost  $v$  na osnovi porazdelitve (3), smer vektorja hitrosti pa smo podali s kotom glede na os  $x$ . To pomeni, da smo za vsako molekulo plina potrebovali štiri naključna števila GNŠ. Poleg tega smo v simulacijsko celico dodali majhno ploščico (ozek pravokotnik v dvodimenzionalnem prikazu), ki se je gibala enakomerno z določeno hitrostjo v vodoravni smeri (os  $x$ ). Pri izpeljavi sile plina na ploščico smo si pomagali s teorijo prožnih trkov, podobno kot pri izpeljavi tlaka plina na stene posode. Naj se torej ploščica (telo) giblje s hitrostjo  $\mathbf{v}_t = (v_t, 0)$  v desno. Vanjo naj od »zadaj« trči molekula plina s hitrostjo  $\mathbf{v} = (v_x, v_y)$ , kjer je  $v_x > v_t$ . Ker je trk prožen in ker je molekula neprimerljivo lažja od ploščice, se molekula odbije nazaj s hitrostjo  $\mathbf{v}' = (2v_t - v_x, v_y)$ . Ta hitrost izhaja iz zakona o ohranitvi kinetične energije in gibalne količine. Sunek sile molekule na ploščico v smeri osi  $x$  je torej:  $F \Delta t = m(v_x - v_x') = 2m(v_x - v_t)$ . Molekule, ki trčijo v ploščico od »spredaj«, v povprečju delujejo na ploščico z večjo absolutno vrednostjo sunka sile kot tiste, ki jo zadenejo od zadaj. Zanje velja enaka enačba kot za trke od »zadaj«, če prav upoštevamo predznake komponent hitrosti. V času  $t$  naj ploščico zadene  $M$  molekul, ki jih označimo z indeksom  $i$ . Tedaj je sila na ploščico:

$$F = \frac{2m}{t} \sum_{i=1}^M (v_{x,i} - v_t) \quad (7)$$

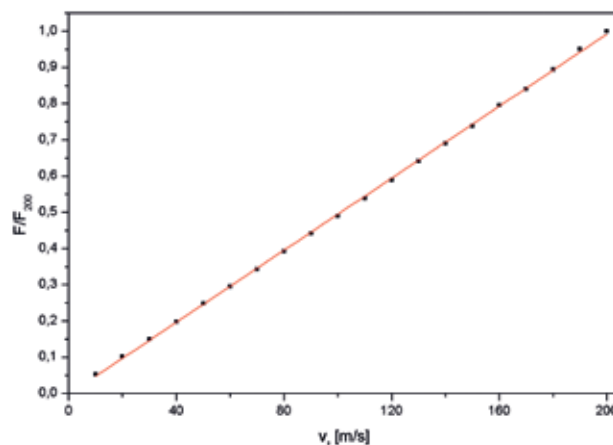
Čeprav je ta sila negativna, saj sila na ploščico deluje v nasprotno smer od njenega gibanja, smo na grafih silo upora prikazali kot pozitivno količino. Ker je simulacijska celica (posoda) končna, moramo upoštevati tudi, kaj se zgodi, ko molekula prileti do mejne ploskve. Uporabili smo dva različna načina obravnave takšnih primerov. Pri prvem načinu spremenimo predznak komponente hitrosti v tisti smeri, v kateri je molekula zapustila mejo celice. Če npr. molekula prekorači mejo, ki je pravokotna na os  $x$ , se komponenti  $v_x$  po trku samo zamenja predznak, komponenta  $v_y$  pa ostane nespremenjena. S takim načinom obravnavamo mejo kot steno zaprte posode. Drugi način pa je, da molekulo premaknemo na nasprotno stran meje, ki jo je presegla: če npr. molekula prekorači desno mejo, pravokotno na os  $x$ , potem jo premaknemo na levo mejo pravokotno na os  $x$  na enaki višini. Tako simuliramo neskončni sistem, v katerem je simulacijska celica osnovna celica, ki se neskončno ponavlja v obe smeri. Po pričakovanju se je izkazalo, da dobimo v obeh primerih enake vrednosti sile upora.

Uporabili smo programski paket Microsoft Visual Studio 2010 v programskem jeziku C#. Izbrali smo število molekul  $N = 10^4$  v kvadratu s stranico  $a = b = 10$  m. Če

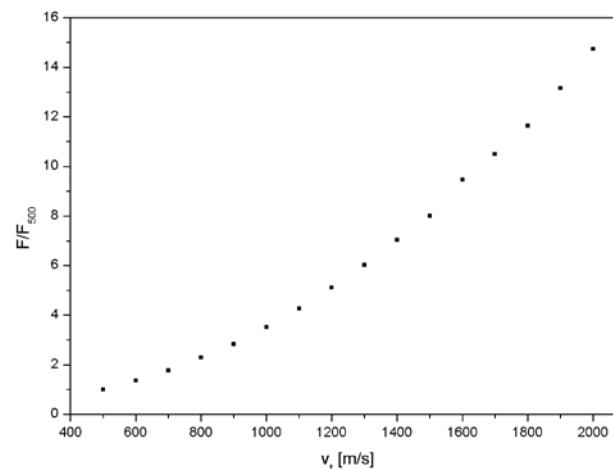
si npr. mislimo, da je tretja stranica kvadra, ki je nismo prikazali, enaka  $c = 1$  m, potem je prostornina kvadra  $V = a^2c = 100$  m<sup>3</sup> in je številna gostota molekul na prostorninsko enoto:  $n = N/V = 100/\text{m}^3$ . To je majhna vrednost v primerjavi z realnimi razmerami, kjer je navadno  $n$  velikostnega reda  $10^{25}/\text{m}^3$ . Lahko bi vzeli npr. kvader s stranicami  $a = b = 1$  mm,  $c = 1$  mm, pa bi takoj imeli večjo prostorninsko gostoto molekul,  $n = 10^{16}/\text{m}^3$ , a še vedno precej manj od  $10^{25}/\text{m}^3$ . Lahko izberemo renormalizirano (precej večjo) maso molekul, kot je v resnici, pa dobimo enak učinek pri manjši prostorninski gostoti molekul. Izbrali smo vrednost mase  $m = 10^{-10}$  kg. A tu nam ne gre za absolutne vrednosti fizikalnih količin, posebno sile na ploščico, temveč za to, kako se relativna vrednost sile spreminja s hitrostjo. Lege molekul (točk v modelu) in ploščice v nekem trenutku simulacije so prikazane na sliki 2, vrednosti sil pa na slikah od 3 do 5. Na sliki 3, kjer so hitrosti ploščice manjše od 200 m/s, je graf  $F(v_t)$  prikazan v navadni obliki in linearna odvisnost sile od hitrosti je očitna. Torej za  $v_t < 200$  m/s dobro velja linearni zakon upora. Na sliki 4 je prikazan graf  $F(v_t)$  za hitrosti ploščice, večje od 500 m/s. Graf ni linearen. Ali je  $F(v_t)$  potenčna funkcija, najlažje preverimo tako, da graf narišemo v logaritemskem merilu (slika 5). Linearna odvisnost v logaritemskem diagramu res dokazuje potenčno odvisnost sile od hitrosti, smerni koeficient premice, ki podaja eksponent, pa je v našem računu  $k = 1,97 \pm 0,02$ . To je res zelo blizu pravi vrednosti 2, torej v tem območju hitrosti odlično velja kvadratni zakon upora.



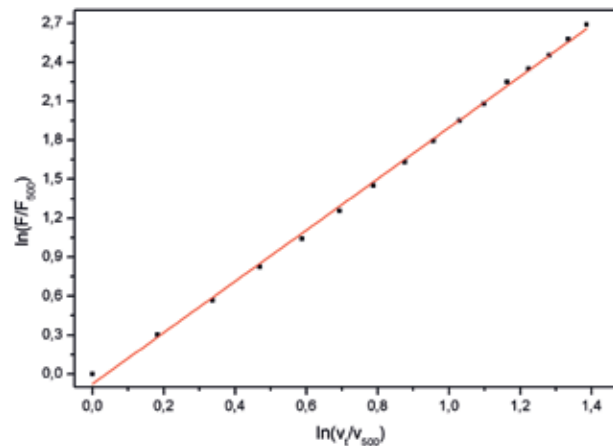
**Slika 2:** Trenutna razporeditev  $10^4$  molekul plina v 2D modelu in lega ploščice (tanek pravokotnik), ki se nato začne enakomerno gibati v desno. Simulacijo najdete na spletni strani: [http://distance.pfmb.uni-mb.si/av/fizika/idealni\\_plin\\_simulacija1.mp4](http://distance.pfmb.uni-mb.si/av/fizika/idealni_plin_simulacija1.mp4). Sila, ki jo program prikazuje levo spodaj, je trenutna sila pri zgoraj določenih podatkih (npr. pri dani hitrosti ploščice), katere vrednost zaradi statističnih fluktuacij nekoliko niha.



**Slika 3:** Graf odvisnosti sile upora od hitrosti ploščice: sila je normalizirana glede na silo pri hitrosti 200 m/s. Točke pomenijo izračunane vrednosti sile, premica med njimi pa je najboljši približek linearne funkcije.



**Slika 4:** Graf odvisnosti sile upora od hitrosti ploščice pri večjih hitrostih: sila je normalizirana glede na silo pri hitrosti 500 m/s.



**Slika 5:** Graf odvisnosti sile upora od hitrosti ploščice pri večjih hitrostih v logaritemski skali. Že na pogled je videti, da je koeficient ustrezne premice blizu vrednosti 2.

Hitrosti na slikah 3 do 5 so pretirane, saj so npr. na slikah 4 in 5 največje hitrosti ploščice neprimerno večje od povprečne hitrosti molekul plina  $N_2$  pri navadnih temperaturah. Opozoriti pa moramo še na nekaj. Čeprav smo z MC-simulacijo ugotovili, da je pri dovolj majhnih hitrostih objekta sila upora sorazmerna s hitrostjo, pa ta simulacija vseeno ni prava razlaga linearnega zakona upora (1). S simulacijo smo namreč upoštevali trke molekul ob telo in npr. od stene posode, ne pa tudi medsebojnih trkov molekul. Za viskoznost idealnega plina pa so pomembni ravno slednji, saj določajo »notranje trenje« med molekulami zaradi različnih povprečnih hitrosti plasti plina ob telesu. Viskoznost plina je odvisna od efektivnega premera molekul za medsebojne trke, v naši MC-simulaciji pa smo računali, kot da so molekule točkaste in se vedno »zgrešijo«.

Da pri majhnih hitrostih ploščice pridemo do linearnega zakona upora (namesto kvadratnega zakona), ki pa nima nobene zveze z viskoznostjo, je mogoče dokazati s preprosto analitično oceno in z uporabo enačbe (7), če upoštevamo, da imajo molekule, ki zadenejo ploščico od zadaj, v povprečju manjšo relativno hitrost glede na ploščico kot tiste, ki ploščico zadenejo od spredaj. Mogoče je torej, da imajo direktni trki molekul ob telo tudi prispevek k linearnemu zakonu upora, a je ta prispevek manjši kot tisti zaradi viskoznosti.

## Sklep

Pokazali smo, da je z Monte Carlo simulacijo, s katero obravnavamo mikroskopsko gibanje idealnega plina,

mogoče na poučen način preveriti linearni zakon upora pri majhnih hitrostih telesa in kvadratni zakon upora pri velikih hitrostih. Uporabili smo preprostejši dvodimenzionalni model, čeprav bi bila razširitev na tri dimenzije relativno enostavna. Če pa bi hoteli izračunati koeficient upora v enačbi (2) za kvadratni zakon upora za telesa znanih aerodinamičnih oblik, bi seveda morali računati v treh dimenzijah. Zavedati se moramo tudi, da opisana simulacija ne daje realistične razlage za linearni zakon upora, saj viskoznost plina razložimo z medsebojnimi trki molekul, ki jih tu nismo mogli upoštevati. Molekule smo namreč obravnavali kot točkasta telesa. Naj omenimo še, da smo se lotili tudi simulacij v treh dimenzijah, npr. pri gibanju elipsoida s tremi različnimi polosmi skozi plin. Ta problem je matematično zahtevnejši, npr. zato, ker je sunek sile molekule plina na elipsoid odvisen od mesta, kjer molekula zadene elipsoid. Prvi rezultati potrjujejo, kar smo že ugotovili za dvodimenzionalni sistem: pri majhnih hitrostih elipsoida velja linearna odvisnost sile upora od hitrosti, pri velikih hitrostih pa kvadratna.

Prikaz dvodimenzionalne simulacije s programom, ki ga lahko prenesete na svoj računalnik, je na spletni strani: [http://distance.pfmb.uni-mb.si/av/fizika/idealni\\_plin\\_simulacija1.mp4](http://distance.pfmb.uni-mb.si/av/fizika/idealni_plin_simulacija1.mp4).

Program za realno simulacijo na vašem računalniku (za potrpežljivega bralca, ker ta simulacija teče počasneje) v stisnjeni obliki pa najdete na spletni strani: <https://www.dropbox.com/s/tduf6107g5gi2wx/Idealni%20plin.zip?dl=0>.

## Viri

- [1] [https://en.wikipedia.org/wiki/Monte\\_Carlo\\_method](https://en.wikipedia.org/wiki/Monte_Carlo_method)
- [2] Ambrožič, M. (2013). Računalniška simulacija naključnosti. *Življenje in tehnika*, maj 2013, l. 64, št. 5, str. 38-44.
- [3] [https://en.wikipedia.org/wiki/Statistical\\_mechanics](https://en.wikipedia.org/wiki/Statistical_mechanics)
- [4] [https://en.wikipedia.org/wiki/Navier%E2%80%93Stokes\\_equations](https://en.wikipedia.org/wiki/Navier%E2%80%93Stokes_equations)
- [5] Gerlič, I. (2000). *Sodobna informacijska tehnologija v izobraževanju*. Ljubljana: DZS.
- [6] Svetlik, I. (2006). *O kompetencah, Vzgoja in izobraževanje*. 1/2006. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo.
- [7] Grubelnik, V. (ur.) (2010). *Opredelitev naravoslovnih kompetenc* (znanstvena monografija projekta RNK). Maribor: Fakulteta za naravoslovje in matematiko.
- [8] Strnad, J. (2003). *Malá fizika 1, Učbenik za pouk fizike v 1. in 2. letniku gimnazij in srednjih šol*. Ljubljana: DZS.
- [9] [https://en.wikipedia.org/wiki/Maxwell%E2%80%93Boltzmann\\_distribution](https://en.wikipedia.org/wiki/Maxwell%E2%80%93Boltzmann_distribution)

# Tretji Keplerjev zakon in elongacija Venere

dr. Barbara Rovšek

Oddelek za fiziko in tehniko, Pedagoška fakulteta Univerze v Ljubljani in

Andrej Guštin

Elektrotehniško-računalniška strokovna šola in gimnazija Ljubljana



## Povzetek

V prispevku predstavimo astronomski »poskus« z enostavnim modelom Osončja, ki ga izdelajo učenci sami. Model uporabijo, da spoznajo in si lažje predstavljajo pojave, povezane z gibanjem planetov okoli Sonca. Opišemo aktivnosti, preko katerih učenci pridobijo polkvantitativno razumevanje tretjega Keplerjevega zakona in spoznajo pojme konjunkcija, opozicija, elongacija ter periodične pojave, ki se tičejo dveh planetov in Sonca. Poskus je bil del tekmovanja Kresnička v šolskem letu 2016/2017. Navedli bomo naloge s tekmovanja, opredelili cilje, ki so jih naloge preverjale, komentirali težavnost nalog in podali kratek statistični pregled rezultatov, ki jih je na tekmovanju doseglo več kot 2500 sodelujočih učencev.

**Ključne besede:** Kresnička, model osončja, Keplerjev zakon, elongacija

## 3rd Kepler's Law and the Elongation of Venus

### Abstract

This paper presents an astronomy »experiment« with a simple model of the Solar System, made by the pupils themselves. They used the model to come to know and more easily picture the phenomena connected with the motion of planets around the Sun. The paper describes the activities through which the pupils have gained a semi-quantitative understanding of Kepler's 3rd law, and came to know the concepts of conjunction, opposition and elongation, and the periodic phenomena involving two planets and the Sun. This experiment was a part of the Kresnička competition held in the 2016/2017 school year. The paper will list the competition tasks, define the objectives tested by these tasks, comment on the difficulty of the tasks, and give a brief statistical review of the results achieved in the competition by more than 2500 participating pupils.

**Keywords:** Kresnička, model of the Solar System, Kepler's law, elongation

### Uvod

Tretja sezona tekmovanja iz naravoslovja Kresnička je šesto- in sedmošolcem postregla z astronomskim poskusom z modelom Osončja. Aktivnosti, opisane v prispevku, so primerne tudi za osmo- in devetošolce pri izbirnih astronomskih predmetih in krožkih. Navodila za izvedbo celotnega poskusa so na spletnih straneh tekmovanja [1], tam nekje najdete tudi naloge s tekmovanja [2] in rešitve nalog [3]. V tem prispevku bomo navodila za izvedbo poskusa povzeli strnjeno.

Astronomske vsebine so razpršene po učnih načrtih različnih predmetov v osnovni šoli. Z osnovnimi temami, povezanimi z letnimi časi in Luno, se učenci srečajo že

v prvi triadi pri predmetu *Spoznavanje okolja*. Letne čase povežejo z gibanjem Zemlje pri predmetu *Naravoslovje in tehnika* v 4. razredu in razumevanje nadgradijo pri *Geografiji* v 6. razredu. Uvod v astronomijo je v 8. razredu ne preveč obsežna uvodna tema pri *Fiziki*. Ne nazadnje so astronomski tudi trije izbirni predmeti: *Sonca, Luna in Zemlja, Zvezde in vesolje ter Daljnogledi in planeti*.

Astronomija je v osnovni šoli reklama za fiziko. Tudi učence, ki jih naravoslovje manj zanima, privlači nočno nebo, posuto s srebrnim zvezdnim prahom. V predstavljenem poskusu sicer ni očitne romantike. Služi temu, da postanejo določeni pojavi, v realnem svetu opazljivi na dolgi časovni skali, razumljivi. V kratkem obdobju od

začetka tekmovanja je to drugi astronomski poskus pri Kresnički. Prvega, opazovanje lastne sence, smo naložili učencem prve triade v prvi sezoni tekmovanja [4, 5].

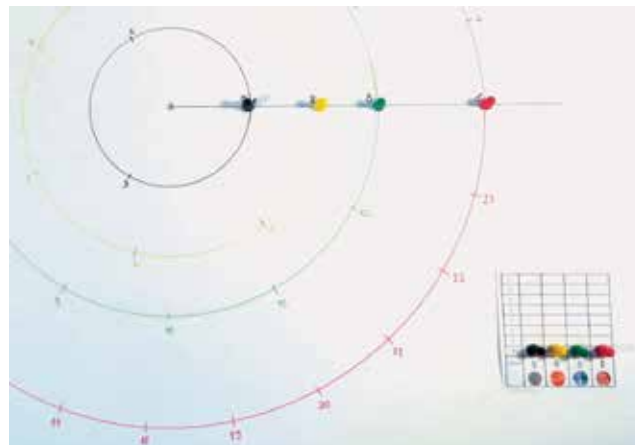
## Model Osončja

Prvi del poskusa obsega izdelavo enostavnega modela Osončja s štirimi notranjimi planeti (Merkurjem, Venero, Zemljo in Marsom) v primernem merilu. V enostavnem modelu privzamemo, da so tirnice planetov krožnice. Podatki o povprečnih polmerih tirnic in obhodnih časih so podani v tabeli 1. Cilje eksperimentiranja dosežemo enostavneje (in se ne izgublamo v nebistvenih podrobnostih), če obhodne čase planetov zaokrožimo na cela števila mesecev. Mesec je časovna enota, ki se nanaša na Zemljo in šteje 30 (prav tako zemeljskih) dni.

Pred izdelavo fizičnega modela notranjih planetov Osončja izberemo primerno merilo, v katerem bomo model izdelali. V tretji stolpec tabele vpišemo izračunane polmere tirnic v modelu. V zadnji stolpec tabele vpišemo izračunane *mesečne kote* planetov: to so koti, ki jih planeti na svojih krožnih tirnicah okoli Sonca opravijo v enem mesecu, pri čemer upoštevamo približne obhodne čase planetov, podane v petem stolpcu tabele 1.

V nadaljevanju izdelamo model. Vsi koraki pri izdelavi modela so prikazani in opisani s podrobnimi slikovnimi in besedilnimi navodili [1]. Sonce je v sredini velikega lista papirja, krožnice s polmeri, ki ustrezajo polmerom tirnic planetov v izbranem merilu, narišemo s pomočjo risalnega žeblička in vrvice. Iz točke, ki označuje lego Sonca, potegnemo v poljubni smeri poltrak. Predpostavimo, da so planeti na začetku (na prvi dan prvega meseca) poravnani med seboj in s Soncem in da so njihove lege v točkah, kjer poltrak seka tirnice planetov, kot kaže slika 1. Te točke označimo s številko 1. Iz začetnih leg planetov odmerimo vzdolž tirnic ustrezno število mesečnih lokov. Vsak zaključek mesečnega loka in začetek novega označimo z zaporednimi številkami.

Poleg narisanih tirnic štirih notranjih planetov Osončja narišemo tabelo, ki nam v nadaljevanju olajša štetje zaključenih obhodov okoli Sonca. Vsak planet dobi svoj stolpec, kot kaže slika 1.



**Slika 1:** Model dela Osončja, ki zaobsega tirnice notranjih planetov, narisane v ustreznem merilu. Na prvi dan prvega meseca so vsi planeti poravnani na isti črti. Dvojnike figuric v razpredelnici ob tirnicah uporabimo za štetje opravljenih celih obhodov okoli Sonca.

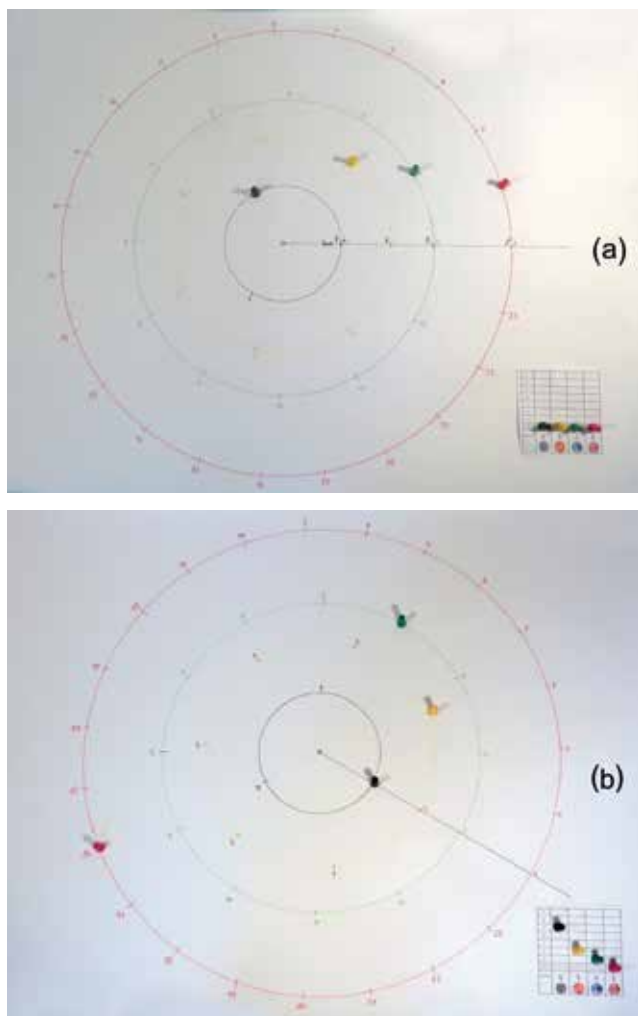
## Keplerjev zakon

V začetne lege (označene s številkami 1) postavimo figurice, ki predstavljajo štiri notranje planete Osončja. Dvojnike figuric uporabimo v tabeli, kjer bomo šteli opravljene obhode okoli Sonca. Potem se igra lahko začne. Figurice na tirnicah prestavimo najprej v lege 2, ki jih dosežejo po enem mesecu, kot kaže slika 2 (a), potem v lege 3 in tako naprej. Po treh mesecih se Merkur znajde v začetni legi 1: dvojnika figurice Merkurja v tabeli predstavimo v naslednjo vrstico, ki pomeni en zaključen obhod Merkurja okoli Sonca. Po sedmih mesečnih korakih zaključi svoj prvi obhod Venera; Merkur je medtem za-

**Tabela 1:** Podatki o polmerih tirnic in obhodnih časih planetov Osončja, ki jih učenci uporabijo pri izdelavi modela Osončja in pri poskusu.

Planet	Oddaljenost od Sonca [a.e.]	Polmer tirnice v modelu [cm]	Obhodni čas [zemeljski dan]	Obhodni čas [zemeljski mesec]	Mesečni kot [°/mesec]
Merkur ☿	0,39		88,0	3	120
Venera ♀	0,72		224,7	7	
Zemlja ♂	1		365,25	12	
Mars ♂	1,52		687,0	23	
Jupiter ♃	5,20		4333	142	
Saturn ♄	9,52		10832	354	
Uran ♅	19,1		30707	1004	
Neptun ♆	30		60328	1964	

ključil tudi svoj drugi obhod; figurico Merkurja v tabeli smo že prestavili v tretjo vrstico, figurico Venere pa zdaj prestavimo v drugo vrstico. Lege planetov po 15 mesecih kaže slika 2 (b).



**Slika 2:** (a) Lege planetov po enem mesecu in (b) po 15 mesecih: Merkur je opravil pet celih obhodov, Venera dva cela obhoda in en korak, Zemlja en cel obhod in tri korake.

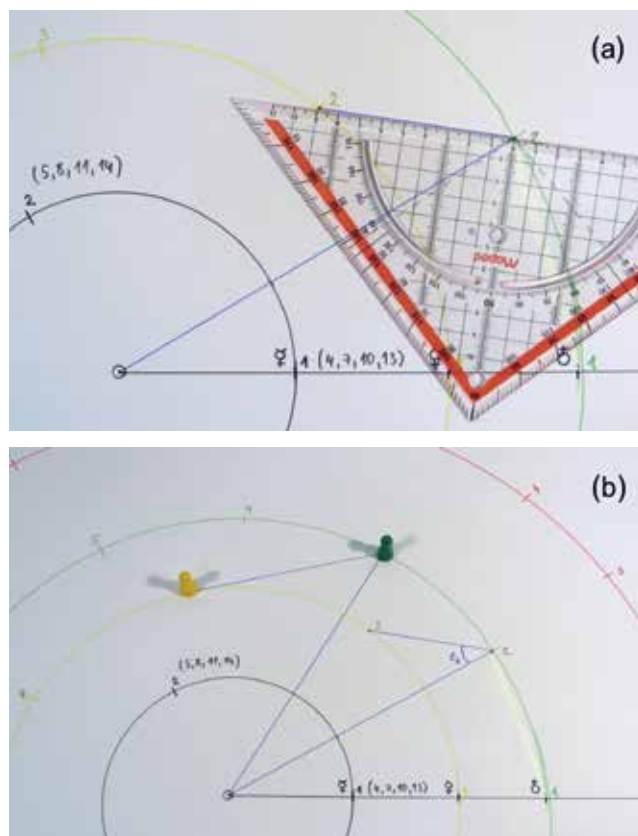
Prednosti te, kmalu precej dolgočasne igre, je več. Prva je povezana prav z njeno dolgočasnostjo. Ko postane ples planetov okoli Sonca predvidljiv, je tudi dolgočasen. Predvidljivost po drugi strani pomeni, da smo prepoznali vzorce v gibanju planetov in dojali pravila. Uvideli smo periodičnost v gibanju planetov in njihovem srečevanju ter znamo napovedati nadaljnje dogajanje. To je tudi osnovni namen tega poskusa. Druga prednost poskusa je njegova nazornost. Lahko si v mislih predstavljamo enostavno kroženje planetov okoli Sonca, a lažje bomo predstavili z zanimivimi podrobnostmi, ki se tičejo netrivialnih periodičnosti, obdržali v mislih, če smo videli realni posnetek dogajanja. Tretja prednost poskusa je povezana s časom, ki ga preživimo ob poskusu. Če namenimo več časa neki aktivnosti, si bomo tudi več zapomnili.

Če smo se ukvarjali s poskusom toliko časa, da je postal dolgočasen, je to ravno prav. Četrta prednost poskusa je izkušnja, ki poleg vida vključuje tip in gibanje; sami izdelamo model Osončja in po tirnicah premikamo figurice. Informacije prihajajo do možganov po več čutilnih kanalih (če poskus opravljajo v skupinah, se o njem tudi pogovarjajo, kar prispeva še en kanal), kar dobro vpliva na pomnjenje in učenje, kot je splošno znano.

Zvezni prikaz dogajanja v modelu s krožnimi tirnicami planetov in obhodnimi časi, ki se ujemajo s podatki v četrtem stolpcu tabele 1, izdelan z orodjem GeoGebra, je na spletni strani [6].

### Elongacija Venere

Pri drugem delu poskusa se učenci najprej seznanijo s pojmi konjunkcija (spodnja in zgornja za Merkur in Venere), konjunkcija in opozicija (za planete, ki so dlje od Sonca kot Zemlja) ter elongacija (za opis in vpeljavo teh pojmov glej navodila za poskus na spletni strani tekmovanja [1]). Elongacija Venere je kot med zveznicama Zemlja–Sonce in Zemlja–Venera; za opazovalca na Zemlji je to kot med smerjo proti Soncu in smerjo proti Veneri.

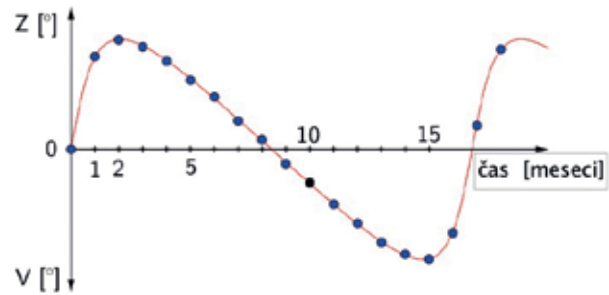


**Slika 3:** (a) Merjenje elongacije Venere za opazovalca na Zemlji po enem mesecu in (b) situacija po dveh mesecih.

Za izvedbo poskusa potrebujemo figurici Venere in Zemlje. Na prvi dan prvega meseca sta planeta poravnana v

svojih začetnih legah (istih kot pri prvem delu poskusa). Elongacija Venere je v tem trenutku enaka 0. Figurici pomaknemo za njuna mesečna loka naprej. Narišemo daljici Zemlja–Sonce in Zemlja–Venera v novih legah obeh planetov ter izmerimo kot med njima, kot kaže slika 3 (a). To je elongacija Venere na prvi dan drugega meseca. Meritve zabeležimo v tabelo in zaporedne mesečne korake in meritve elongacije ponavljamo, kot kaže slika 3 (b), dokler ne opazimo periodičnosti v spreminjanju elongacije. Ko imamo merskih podatkov dovolj, iz njih narišemo graf, ki kaže, kako se s časom spreminja elongacija Venere. Primer grafa je na sliki 4. Za podrobnejši graf, ki prikazuje dnevno (ne le mesečno) spreminjanje elongacije Merkurja in Venere ter kjer so upoštevani natančnejši podatki o obhodnih časih planetov (iz četrtega stolpca tabele 1), glej dinamični prikaz na spletni strani [7], ustvarjen z orodjem GeoGebra. S pomočjo animacije na strani [8] pa lahko enostavno poiščemo periodo, s

katero se ponavljajo posebne medsebojne lege notranjih planetov; spodnja/zgornja konjunkcija ali konjunkcija/opozicija.



**Slika 4:** Graf, ki kaže, kako se elongacija Venere spreminja s časom.

## Naloge

Na tekmovanju je sedem nalog preverjalo dosežene cilje. Prva naloga je spraševala po pravilnem zaporedju planetov, tri naloge so bile izbirnega tipa, eno nalogo je sestavljal niz vprašanj tipa drži/ne drži, dve nalogi sta bili odprti. V nadaljevanju bomo pri zapisanih nalogah komentirali cilje, ki jih naloga preverja, težavnost nalog in navedli osnovne statistične podatke o tem, katere odgovore so izbirali tekmovalci.

V1.	Uredi naštetje planete Osončja po trajanju njihovega obhoda okoli Sonca (dolžini njihovega leta), od planeta z najdaljšim letom (1) do planeta z najkrajšim letom (6). Urejene začetnice planetov vpiši v razpredelnico.					
	(J) Jupiter	(M) Mars	(S) Saturn	(U) Uran	(V) Venera	(Z) Zemlja
	Planet	1	2	3	4	5
Cilji	Naloga preverja, ali učenci znajo urediti planete po njihovih oddaljenostih od Sonca in ali so pri branju podatkov v tabeli 1 prepoznali povezavo med polmerom tirnice in obhodnim časom planeta. Dve okoliščini nalogo nekoliko otežita: prva je ta, da sta prvi in zadnji od osmih planetov Osončja s seznama izpuščena, druga pa ta, da je treba planete v razpredelnico vpisati v nasprotnem zaporedju, kot jih običajno naštevamo (ne od najbližjega do najbolj oddaljenega, ampak nasprotno), pri čemer niti ne sprašujemo neposredno po oddaljenosti planeta od Sonca, ampak po njegovem obhodnem času.					
Rezultati	Popolnoma pravilno zaporedje planetov je napisalo 27,1 % učencev 6. razreda in 30,6 % učencev 7. razreda. Dodatnih 13,8 % učencev v 6. in 14,9 % učencev v 7. razredu je napisalo pravilno zaporedje, a v napačni smeri. Najpogostejša napaka je zamenjava vrstnega reda Jupitra in Saturna: 3,0 % učencev v 6. razredu in 3,6 % učencev v 7. razredu je napisalo skoraj pravilno zaporedje, samo legi teh dveh planetov so zamenjali.					



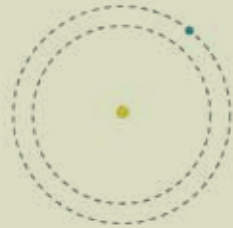
V2.	Kateri od naštetih planetov opravi v enem mesecu najdaljšo pot?							
	(J) Jupiter	(M) Mars	(S) Saturn	(U) Uran	(V) Venera	(Z) Zemlja		
Cilji	Na to vprašanje lahko pravilno odgovorijo učenci, ki so izdelali model Osončja v merilu in tirnice razdelili na ustrezno število mesečnih lokov. Če so opravili tudi del poskusa s prestavljanjem figuric v modelu Osončja, toliko bolje. Pri tem so lahko jasno razbrali, da je pot, ki jo v enem mesecu opravi planet, ki je bližje Soncu, daljša od poti bolj oddaljenega planeta. Upoštevati moramo, da so naloge reševali šesto- in sedmošolci, ki ne poznajo obrazca za računanje obsega krožnice. Pa tudi, če bi ga, samo poznavanje obsega še ni dovolj – da dobimo pot, ki jo planet opravi v enem mesecu, moramo obseg tirnice planeta deliti s številom mesecev, ki jih planet preživi ob enem obkrožanju Sonca.							
Rezultati	V tabeli so podani deleži učencev, ki so izbrali posamezni odgovor. Stolpec s pravilnim odgovorom je obarvan.							
		J	M	S	U	V	Z	X (ni odgovora)
	6. R [%]	10,0	13,7	6,2	28,9	36,0	3,6	1,5
	7. R [%]	5,7	12,7	6,8	25,7	45,4	2,8	0,9
Sedmošolci so odgovarjali bolje.								

V3.	V Osončje se vključi nov planet XX. Njegovo leto traja pet mesecev, njegov tir je krožnica. Med katerima planetoma je glede na oddaljenost od Sonca?								
	(A)	(B)	(C)	(D)	(E)	(F)	(G)		
	Merkur	Venera	Zemlja	Mars	Jupiter	Saturn	Uran	Neptun	
Cilji	Ta naloga preverja isti cilj kot prva: ali so učenci prepoznali povezavo med polmeri tirnic in obhodnimi časi planetov. Poleg tega so si morali zapomniti približna obhodna časa Merkurja (trije meseci) in Venere (sedem mesecev); novi planet XX z obhodnim časom pet mesecev se namesti v tirnico med Merkurjem in Venero. Obhodni čas planeta določata dva Newtonova zakona: gravitacijski in drugi. Oba zakona upošteva dinamični prikaz kroženja planetov na spletni strani [6].								
Rezultati	V tabeli so podani deleži učencev, ki so izbrali posamezni odgovor. Stolpec s pravilnim odgovorom je obarvan.								
		A	B	C	D	E	F	G	X (ni odgovora)
	6. R [%]	49,2	16,3	9,5	7,3	6,1	3,5	4,2	
	7. R [%]	58,9	14,5	7,1	6,2	5,0	2,7	3,1	2,5
Sedmošolci so odgovarjali bolje.									

V4.	Ob času $t = 0$ je XX v spodnji konjunkciji s Soncem (za opazovalca na Zemlji). Čez koliko mesecev bo XX prvič ponovno v spodnji konjunkciji s Soncem? Čez									
	(A) 2,5 meseca.	(B) 3,5 meseca.	(C) 5 mesecev.	(D) 6 mesecev.	(E) 8,5 meseca.	(F) 10 mesecev.	(G) 12 mesecev.	(H) 17 mesecev.		
Cilji	Ta naloga je bila objektivno najzahtevnejša in na visoki taksonomski ravni, kjer do pravilne rešitve pripelje kompleksno sklepanje. Če naj pravilno reši to nalogo, ni nujno, da učenec točno ve, katera lega je spodnja konjunkcija; mora pa vedeti, da sta tedaj planeta poravnana s Soncem in da vsi trije ležijo na isti premici. Aktivnost s prestavljanjem planetov po mesečnih korakih zanesljivo pripomore, da pri iskanju odgovora učenci pomislijo na pomembno dejstvo, da se v obdobju med eno in naslednjo spodnjo konjunkcijo ne giblje le planet XX, ampak tudi opazovalec z Zemlje. Pravilni odgovor poiščemo z izločanjem nepravilnih. Sklepanje in izračun natančne rešitve sta opisana v rešitvah [3].									
Rezultati	Ni nenavadno, da je večina učencev izbrala napačni odgovor (C) s periodo pet mesecev, kar je dolžina leta planeta XX. V tabeli so podani deleži učencev, ki so izbrali posamezni odgovor. Stolpec s pravilnim odgovorom je obarvan.									
		A	B	C	D	E	F	G	H	X (ni odgovora)
	6. R [%]	8,0	5,5	39,9	8,3	11,3	11,0	9,4	4,0	
	7. R [%]	6,2	4,5	35,9	7,3	12,9	14,3	11,4	4,9	2,5
Sedmošolci so tudi tu odgovarjali za spoznanje bolje.										

V5.	Katera med naštetimi dejstvi pomembno vplivajo na to, da je planete ugodneje opazovati, ko so v opoziciji? Obkroži DA, če dejstvo pomembno vpliva, in NE, če ne vpliva pomembno. Planete je ugodneje opazovati, ko so v opoziciji, ker ...					
	Deleži učencev, ki so izbrali pravilni odgovor				6. R [%]	7. R [%]
	a	so takrat bližje Zemlji.	DA	NE	72,4	75,5
	b	so takrat bližje Soncu.	DA	NE	71,8	75,2
	c	jih takrat drugi planeti ne zakrivajo.	DA	NE	23,4	23,0
	d	je med opazovanjem noč (tema).	DA	NE	64,5	69,5
	e	je med opazovanjem dan (svetlo).	DA	NE	75,8	77,7
	f	je takrat Zemljina os obrnjena proti planetu.	DA	NE	40,0	47,2
g	so vidni vso noč.	DA	NE	51,7	55,8	
Cilji	Naloga preverja, ali si učenci predstavljajo, kdaj in kako lahko opazujejo planete na nebu. Podnevi ne gre, ker nas slepi Sonce. Med opazovanjem mora biti tam, od koder opazujemo, noč. Če je planet v opoziciji, je nad obzorjem vso noč in ga lahko opazujemo, če želimo. Če je planet bližje Zemlji, ga vidimo bolje. Preostala dejstva ne vplivajo ali ne vplivajo pomembno ali celo nasprotujejo tistim, ki vplivajo na to, da je planete ugodneje opazovati, ko so v opoziciji.					
Rezultati	Pri skoraj vseh podvprašanih so sedmošolci odgovarjali nekoliko bolje. Deleži učencev, ki so odgovorili pravilno, so zapisani v isti tabeli kot naloga (zgoraj). Zanimiv je majhen delež učencev, ki pravilno menijo, da na opazovanje planeta ne vpliva bistveno dejstvo, da jih takrat drugi planeti ne zakrivajo. Poravnava treh planetov na isti premici je izjemno redek dogodek; spadajo v isto kategorijo kot mrki. Tudi nagib Zemljine osi na opazovanje ne vpliva. Manj kot polovica učencev je na to vprašanje odgovorila pravilno, kar kaže, kako zapleteno si je predstavljati sicer enostavno dogajanje, skoraj omejeno na dve dimenziji, če vanj z vpeljavo Zemljine osi vključimo v tem primeru nepomembno tretjo dimenzijo.					

V6.	Kolikokrat Venera obkroži Sonce v sedmih Zemljinih letih? Zapiši odgovor.
Cilji	Naloga odprtega tipa preverja, ali učenci vedo, da Venera obkroži Sonce v sedmih mesecih in Zemlja v 12 (kar menda vedo), in ali lahko iz teh podatkov sklepajo (ali izračunajo), da naredi Venera v sedmih letih 12 obhodov.
Rezultati	Tekmovalne pole učencev so ocenjevali in točkovali njihovi mentorji po navodilih v rešitvah in točkovalniku. Za pravilno rešitev (zapisano številko 12) je učenec pridobil dve točki. V 6. razredu je bilo takih 15,7 % in v 7. razredu 21,9 %. Ne vemo, ali so preostali učenci sklepali narobe ali pa naloge sploh niso reševali.

V7.	Slika prikazuje tirnici dveh planetov okoli njune zvezde (sonca). Zunanji planet je v nekem trenutku v označeni legi. Na tirnici notranjega planeta označi tisto lego notranjega planeta, v kateri ima, glede na označeno lego zunanjega planeta, največjo elongacijo. Izmeri največjo elongacijo notranjega planeta. Zapiši, kolikšna je.																			
Cilji	Ta naloga odprtega tipa je bila poleg naloge V4 objektivno najzahtevnejša. Naloga preverja, ali učenci poznajo pojem elongacija ter ali razumejo, zakaj je elongacija za planete, ki so bližje Soncu kot opazovalec, omejena. Naloga zahteva tudi merjenje kota.																			
Rezultati	Tekmovalne pole učencev so ocenjevali in točkovali njihovi mentorji po navodilih v rešitvah in točkovalniku. Za pravilno označeno lego notranjega planeta je učenec dobil dve točki. Pomembno je, da si je pri določanju lege pomagal s skiciranjem tangente na tirnico notranjega planeta iz točke, v kateri je zunanji planet. Če ni bilo očitno, kako je določil lego notranjega planeta, a je bila ta določena dovolj natančno, je dobil eno točko. Za pravilno izmerjeno elongacijo (v mejah, določenih v rešitvah) dobi učenec še dve točki. Če elongacija ni pravilno izmerjena, je pa na skici narisana tudi zveznica med soncem in zunanjim planetom (poleg tangente), dobi učenec za ta del naloge eno točko. Točke so bile pri tej nalogi razdeljene tako:																			
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Št. točk</th> <th>0</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>6. R [%]</td> <td>88,3</td> <td>5,1</td> <td>2,6</td> <td>1,5</td> <td>2,5</td> </tr> <tr> <td>7. R [%]</td> <td>84,6</td> <td>4,9</td> <td>3,5</td> <td>1,7</td> <td>5,3</td> </tr> </tbody> </table>		Št. točk	0	1	2	3	4	6. R [%]	88,3	5,1	2,6	1,5	2,5	7. R [%]	84,6	4,9	3,5	1,7	5,3
Št. točk	0	1	2	3	4															
6. R [%]	88,3	5,1	2,6	1,5	2,5															
7. R [%]	84,6	4,9	3,5	1,7	5,3															
	Sedmošolci so odgovarjali bolje: vse točke pri tej nalogi (4) je dosegel en učenec od 19 učencev iz 7. razreda in en učenec od 40 učencev iz 6. razreda.																			

## Sklep

Opisani astronomski poskus je bil zahteven tako za učence kot tudi za učitelje. Poskus je bil izjemno obsežen, navodila dolga, z veliko novimi pojmi s področja, ki je tuje večini učiteljev naravoslovja. Tega smo se sicer zavedali vnaprej in hkrati to razumeli kot dodano vrednost poskusa, izziv in ne berglo. Na številnih šolah potekajo eksperimentalne priprave na tekmovanje iz znanja naravoslovja Kresnička za mlajše učence (od 1. do 5. razreda), organizirano na šoli, kar si želimo in kar bi radi spodbujali. Starejši učenci (iz 6. in 7. razreda) pa so pogosto prepuščeni sami sebi, poskuse opravljajo samostojno in doma. Pri bioloških in kemijskih poskusih

še lahko za pomoč ali napotke zaprosijo svoje učitelje naravoslovja, po večini biologe in kemike, pri fizikalno (astronomsko) obarvanih poskusih pa jim ti dostikrat ne zmorejo pomagati. Avtorji Kresničke si želimo, da bi učenci lahko poskuse v čim večjem deležu opravljali v šoli, pri čemer vidimo veliko neuresničenih možnosti za medpredmetno sodelovanje učiteljev naravoslovnih predmetov. Seznanjeni smo, da na posameznih šolah Kresničkini poskusi dajejo vsebine naravoslovnim dnevom. Zakaj ne bi tako poskusili še vi?

Vsekakor pa upamo, da bo opisani astronomski poskus našel svoje mesto med dejavnostmi pri (za zdaj še obstoječih) astronomskih izbirnih predmetih.

## Viri

- [1] Navodila za poskus: [http://www.kresnickadmfa.si/files/2016/07/poskus\\_1617\\_r67p1\\_S.pdf](http://www.kresnickadmfa.si/files/2016/07/poskus_1617_r67p1_S.pdf)
- [2] Tekmovalne naloge: [http://www.kresnickadmfa.si/files/2017/03/naloge\\_1617\\_67.pdf](http://www.kresnickadmfa.si/files/2017/03/naloge_1617_67.pdf)
- [3] Rešitve tekmovalnih nalog: [http://www.kresnickadmfa.si/files/2017/03/Kresnicka1617\\_Resitve\\_67R.pdf](http://www.kresnickadmfa.si/files/2017/03/Kresnicka1617_Resitve_67R.pdf)
- [4] Arhiv poskusov in tekmovalnih nalog je na strani <http://www.kresnickadmfa.si/arhiv/>
- [5] Rovšek, B. (2016). *Phys. Teach.* 54, str. 223.
- [6] Model notranjih planetov Osončja: <http://www.geogebra.si/astronomija/gibanje-notranjih-planetov-osoncja/>
- [7] Elongacija: <http://www.geogebra.si/astronomija/elongacija-merkurja-in-venere/>
- [8] Konjunkcija: <http://www.geogebra.si/astronomija/konjunkcija-planetov/>

## Tekmovanje iz znanja naravoslovja Kresnička

Z veseljem dodajamo, da že potekajo priprave na 4. tekmovanje Kresnička.

V razpisu tekmovanja, na spletnih straneh DMFA [1] in spletnih straneh Kresničke [2] objavljenem poletí, najdete navodila za izvedbo 12 novih naravoslovnih poskusov. Pri poskusih raziskujemo, kaj je v črnem in drugih flomastrih, kaj v borovih in drugih storžih, spuščamo papirna plovila in opazujemo, kako padajo, preučujemo sipanje mivke in umerimo peščeno uro, kisamo mleko in iz njega izdelamo lepilo, merimo svoj reakcijski čas, igramo na preprosta pihala, opazujemo učinek UV svetlobe na kinin v toniku, eksperimentiramo z vlažnim zrakom ter opazujemo ozvezdja, asterizme in zvezde.

Tekmovanje bo potekalo sočasno s šolskim tekmovanjem iz znanja fizike za osnovnošolce, v torek, 6. februarja 2018. Navodila za poskuse iz preteklih let in stare tekmovalne naloge najdete na spletnih straneh Kresničke [2]. Preizkusite jih!

1 <http://www.dmfa.si><<http://www.dmfa.si/>>

2 <http://www.kresnickadmfa.si><<http://www.kresnickadmfa.si/>>



# Astronomija kot izbirni predmet v osnovni šoli

**Aleš Kotnik**

Osnovna šola Rada Robiča Limbuš

---

## Povzetek

Poučevanje astronomije mi je še vedno, po skoraj petnajstih letih poučevanja tega predmeta, vsako leto v velik izziv.

Nadgrajevanje predmeta vsa tri leta zadnje triade v osnovni šoli tudi za učitelja pomeni soočanje z različnimi organizacijskimi pa tudi strokovnimi vprašanji, ki se jih mora lotevati predvsem z veliko dobre volje, pri čemer ne sme primanjkovati strokovne zanesljivosti, saj je v času interneta vsaka informacija tudi učencem takoj dosegljiva.

**Ključne besede:** Astronomija, izbirni predmet, dejavnosti



## Astronomy as Elective Subject in Primary School

### Abstract

After almost fifteen years of teaching this subject, I still find the teaching of Astronomy a great challenge every year. While upgrading this subject throughout the last three years of the final triad of primary school the teacher faces various organisational and professional dilemmas, which must be tackled with a great deal of goodwill and with professional reliability, because in this Internet age each piece of information is instantly accessible to pupils.

**Keywords:** Astronomy, elective subject, activities

---

### Uvod

Astronomija je najstarejša naravoslovna veda. Ukvarja z opazovanjem in razlago zunajzemeljskih pojavov v vesolju in z raziskovanjem nebesnih teles. Razvoj te prekrasne vede čez stoletja nas pripelje do spoznanj, kako majhni smo v vesolju in kako edinstveni smo na svojem prelepem planetu Zemlja.

Približno tako vedno začnem prvo učno uro pri predmetu Sonce, Luna, Zemlja, torej pri izbirnem predmetu Astronomija v 7. razredu. Ja, astronomija je že od začetka devetletke eden od izbirnih predmetov v slovenski osnovni šoli.

Ves čas se astronomija pojavlja tudi v okviru predmeta Fizika kot samostojen vsebinski sklop v 9. razredu, zadnja leta, po prenovi učnih načrtov leta 2011, pa jo poučujem v 8. razredu. V okviru ur astronomije pri pouku fizike učenci dobijo le bežen vpogled v astronomske vsebine, saj je teh nekaj ur dovolj le za hiter prelet osnovnih astronomskih pojmov.

Sam sem se nad astronomijo navdušil med študijem in tudi izbral diplomsko delo pri predmetu Fizika s tega področja. Diplomsko delo z naslovom »Zvezdna aberacija« pri mentorju dr. Tomažu Zwitteru mi je prineslo širši in poglobljen vpogled v znanost, katere širina in globina sta še vedno precej neraziskani in v marsičem neznani.

Začetki izbirnega predmeta Astronomija so bili povezani, vsaj pri meni, z obilo dela, obiskovanja seminarjev in sedenja ob razni literaturi ter spletnih straneh.

Prav tako začetek poučevanja astronomije zame sovпада z začetkom mojega poučevanja nasploh. Davnega leta 1999, torej v zadnjem letu prejšnjega tisočletja, sem bil začetnik na vseh področjih poučevanja. S prvimi težavami sem se soočil pri načrtovanju letne priprave za pouk izbirnega predmeta Sonce, Luna, Zemlja, torej pouka astronomije v 7. razredu. Učni načrt je napisan zelo odprto, tako da si vsak učitelj, ki poučuje ta predmet, lahko naredi letno pripravo tako, da mu je čim bolj pisana na kožo. Ni nas bilo mnogo, ki smo takrat poučevali astronomijo, upam pa, da si dandanes astronomijo izbere več otrok in da je ta predmet stalnica na mnogih šolah. Seveda sem v prvo letno pripravo vnesel vse elemente pouka, tako obravnavo nove snovi, utrjevanje in preverjanje kakor tudi ustno in pisno ocenjevanje. Si lahko predstavljate, tudi spraševal sem obravnavano snov za oceno in z učenci pisal kontrolne naloge. Pa saj ni trajalo dolgo, ko sem ugotovil, da si predmet učenci po večini izbirajo zaradi lastnega interesa, zato so bolj motivirani in je takšno, »klasično« ocenjevanje nepotrebno. Ocene lahko pridobijo na druge načine, npr. z ocenjevanjem znanja prek predstavitev referatov in plakatov, z ocenjevanjem napisanih poročil astronomskih ekskurzij ali opazovanj, z izdelavo sončne ure, maket ozvezdja ...

Primer ocenjevanja znanja prek predstavitev plakatov: **ocenjujem fizikalno znanje, ki ga učenec izkaže ob predstavitvi ter ob samem nastajanju plakata, ne ocenjujem pa samega plakata.**

Merila	ustrezno	treba je izpopolniti	ni ustrezno
Slikovno gradivo	Slikovnega gradiva je dovolj, je ustrezne velikosti in kakovosti ter se navezuje na izbrano temo. Učenec je uporabil barvne fotokopije, fotografije ali pa je sam narisal potrebne slike oz. risbe.	Slikovnega gradiva je dovolj, vendar je premalo kakovostno in ne prikazuje bistva izbrane teme.	Slikovno gradivo je neprimerne velikosti in slabe kakovosti ter ne podpira predstavljene vsebine.
Besedilo k slikovnemu gradivu	Učenec izbere besedilo, ki je ustrezno po vsebini, zahtevnosti in obsegu za izdelavo konkretnega plakata. Bistvo je zapisano tako, da ga gledalec lahko takoj opazi. Dopolnil ga je s svojim komentarjem, z rezultati svojih opažanj ali raziskav.	Učenec izbere besedilo, ki mu je ponujeno v literaturi ali na spletnih straneh, ponekod pa se oddalji od teme, ki jo predstavlja. Besedila je preveč ali premalo. Vsebine so sicer učinkovito predstavljene, vendar niso povezane med seboj.	Besedilo ob slikovnem gradivu je prepisano iz literature ali s spletnih strani, ne da bi vsebovalo bistvo. Ponekod se ne ujema z izbrano temo oz. problemom.
Predstavitev plakata	Učenec tekoče in smiselno predstavi temo, ki jo je obravnaval, in ob razlagi uporablja plakat. Predstavljeno temo učenec razume.	Učenec smiselno predstavi temo, ki jo je obravnaval, in si ob tem pomaga z zapiski na plakatu	Učenec predstavi plakat, a ob tem ne predstavi dejstev, zapisanih na plakatu.

## Merila za ocenjevanje plakata

Plakat se izdeluje v šoli kot dopolnilo referatu ali kot samostojna projektna naloga. Učenec predstavi temo in dobi oceno šele takrat, ko je plakat vsebinsko popoln in izpolnjuje merila uspešnosti. Minimalna ocena plakata je dobro. Z merili za izdelavo plakata so učenci predhodno seznanjeni in ob primeru plakata, ki je bil v preteklem šolskem letu ocenjen z odlično oceno, spoznajo podrobnosti, ki jih omenjajo merila za vrednotenje plakata.

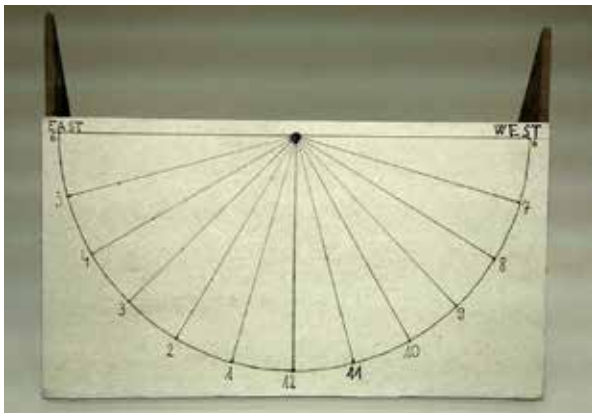
Prva generacija, ki sem jo poučeval astronomijo, je šla skozi vsa tri leta in je predelala vse vsebine, ki so bile določene za izbirni predmet Astronomija v 7., 8. in 9. razredu. Predmeti Sonce, Luna, Zemlja v 7. razredu, Daljnogledi in planeti v 8. razredu in Zvezde in vesolje v 9. razredu so lepo razdelili astronomske vsebine, ki se širijo in poglobljajo s starostjo otrok. Očitno sem delo uspešno opravil, saj sem do sedaj astronomske vsebine poučeval v vseh treh razredih prav vsako leto od uvedbe izbirnih predmetov. Včasih celo po dve skupini na gene-

racijo. Na naši šoli je pouk astronomije ena redkih stalnic med izbirnimi predmeti v vseh treh razredih zadnje triade.

Sam pouk astronomije sem od začetkov do danes precej spremenil. Mnogo manj je frontalne razlage in precej več drugih oblik dela. V času poučevanja tega predmeta sem zbral kar precej video gradiva, ki se ga učenci zelo razveselijo, saj ena slika pove mnogo več kot tisoč besed. Prav tako sem z razvojem računalniške tehnologije tudi sam posodabljal pouk astronomije in ustvarjal predstavitve v Powerpointu, prikazoval različne filme z interneta, pa ne vsako uro, saj se tudi tega učenci nasitijo. V pouk vnašam čim več praktičnega dela, saj lahko tako učenci poleg znanja pokažejo tudi ustvarjalnost.

V 7. razredu pri vsebinah Sonce, Luna, Zemlja učenci izvajajo kar nekaj praktičnih vaj, npr.:

- Merjenje dolžine sence – učenci čez dan vsako uro izmerijo dolžino sence navpične palice, si meritve zapišejo v zvezek in nato nalogo nadgradijo z izdelavo diagrama, s katerega se vidi, kako se dolžina sence spreminja s časom.
- Izdelava lesene sončne ure – lahko se izvede kot medpredmetno sodelovanje s predmetom Tehnika in tehnologija ali v okviru dneva dejavnosti (slika 1).



**Slika 1:** Sončna ura.

- Izdelava makete Sonca, Zemlje in Lune – izdelava v šoli ali kot domače delo (slika 2).



**Slika 2:** Model Zemlja, Luna, Sonce.

Učenci v 7. razredu zelo radi izdelujejo plakate v šoli, kjer s pomočjo virov samostojno raziskujejo in se ob tem učijo, prav tako pa sodelujejo s sošolci, kar pomeni dodano vrednost pri usvajanju snovi. Ena takih vsebin v 7. razredu je površje Zemlje, površje Lune in razlike med Zemljo in Luno.

V 8. razredu pri predmetu Daljnogledi in planeti izvajajo tudi praktične vaje, npr.:

- Raziskovanje osončja in izdelava modela v merilu. Učenci v izbranem merilu predstavijo tako medsebojne razdalje kot velikosti planetov. Izbira merila je odvisna od prostora, v katerem bomo model osončja razstavili. To je lahko šolski hodnik, telovadnica, nogometno igrišče ...

V 9. razredu pri predmetu Zvezde in vesolje učenci izvedejo domačo praktično vajo, in sicer izdelajo maketo ozvezdja v merilu po navodilih in v določenem razmerju (slika 3).



**Slika 3:**  
Ozvezdje Andromeda na plakatu.

Učenec dobi list z izbranim ozvezdjem, s podatki o tem ozvezdju, zvezdah v tem ozvezdju ter o drugih objektih, ki jih lahko opazujemo v smeri tega ozvezdja (kopicah, meglicah, galaksijah ...). Nato učenec poveča razdalje med zvezdami na listu v takem razmerju, da lahko sliko ozvezdja prikaže na listu A3. Poleg prikaza ozvezdja učenec na dodatnem listu A3 izdelava še seznam in opis največjih zvezd v ozvezdju ter seznam in opis objektov, ki jih lahko opazujemo v smeri tega ozvezdja.

Za vse te praktične vaje so učenci tudi ocenjeni in se za te ocene tudi zelo potrudijo.

Pri ocenjevanju praktičnih vaj sem pozoren na upoštevanje navodil za delo, ki jih učenci dobijo, na upoštevanje varnosti pri delu in na strokovno korektnost samega izdelka.



**Slika 4:**  
Opazovanje Sonca in sončnih peg s solarskopom.

Ob vseh teh dejavnostih se trudim otrokom pouk astronomije popestriti tudi z astronomskimi opazovanji, ki jih izvajam sam ali k temu povabim zunanje sodelavce.

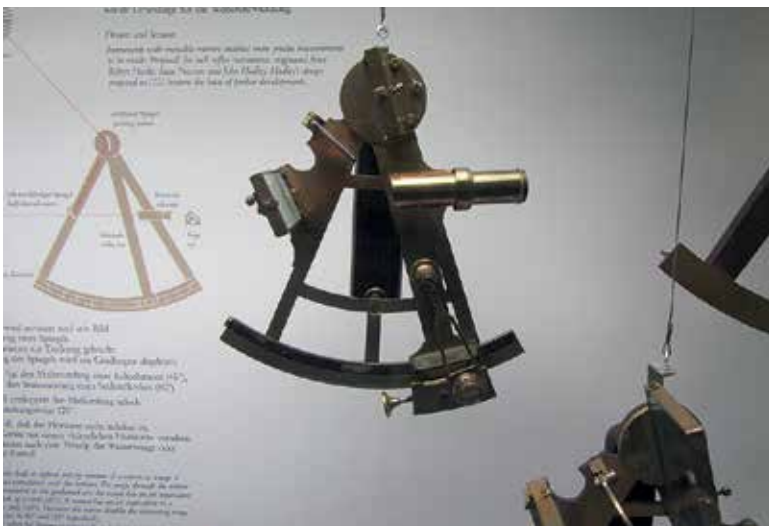
V 7. razredu izvedem opazovanje Lune s teleskopom Dobson (premera 20 cm) in Sonca s solarskopom (slika 4) ali s teleskopom za opazovanje Sonca (Coronado Personal Solar Telescope) (slika 5). Oba teleskopa in solarskop imam na šoli. Za vso opremo mi je uspelo pridobiti sponzorska sredstva.



**Slika 6:** Prenosni napihljivi planetarij.

V 8. in 9. razredu mi pri izvedbi opazovanj pomagajo zunanji izvajalci, ki prinesejo veliko boljšo opremo, prenosni napihljivi planetarij (slika 6) ter v okviru naravoslovnega ali tehniškega dneva izvedejo še predavanja in delavnice (nastanek kraterjev, izdelava rakete na vodo – tekmovanje v njenem letu).

V okviru pouka astronomije vsako leto izvedem tudi ekskurzijo, in sicer vsako drugo leto enodnevno (Zagreb – tehniški muzej + ... ali Dunaj – tehniški muzej + ... ali Bistra – tehniški muzej + KSEVT Vitanje + Reaktorski center Podgorica), vsako drugo leto pa dvodnevno ekskurzijo v Tehniški muzej v Münchnu (slika 7), ki ga združimo še z ogledom Salzburga, kjer nekaj časa namenimo ogledu muzeja Red Bull (slika 8), v katerem je bila tudi originalna kapsula Felixa Baumgartnerja, s katero se je povzpел več kot 39 km nad površje Zemlje in v prostem padu prebil zvočni zid.



**Slika 7:**  
Zanimivosti  
v Tehniškem muzeju  
v Münchnu.

Vse te dejavnosti pritegnejo učence k pouku astronomije. Je pa res, da še sedaj, po toliko letih, porabim precej časa za pripravo na pouk treh ur astronomije na teden.

Učenci, ki so prišli k predmetu astronomije zaradi lastnega zanimanja, tega izkazujejo tudi tako, da spremljajo strokovne članke in literaturo z astronomsko vsebino in mi potem pri pouku zastavljajo različna vprašanja, na katera s skupnim razmišljanjem poiščemo odgovore.



Prav tako poskušam spremljati posebne astronomske trenutke, jih obeležiti z organiziranim opazovanjem za učence in učitelje celotne šole ter za starše otrok. Taki posebni trenutki so bili prehod Venere čez Sončevo ploskev, delni sončni mrk (slika 9), prehod Merkurja čez Sončevo ploskev in 400. obletnica iznajdbe teleskopa.

Trudim se, da je pouk astronomije sproščen, da so učenci aktivni pri obravnavi vsebin in da sem ob koncu ure tudi sam zadovoljen. In vem, zakaj se trudim. Trudim se za otroke, za tiste, ki bi želeli vedeti več, in želim si, da bi učenci hkrati s poukom astronomije ujeli še delček romantike, ki je današnji družbi primanjkuje.



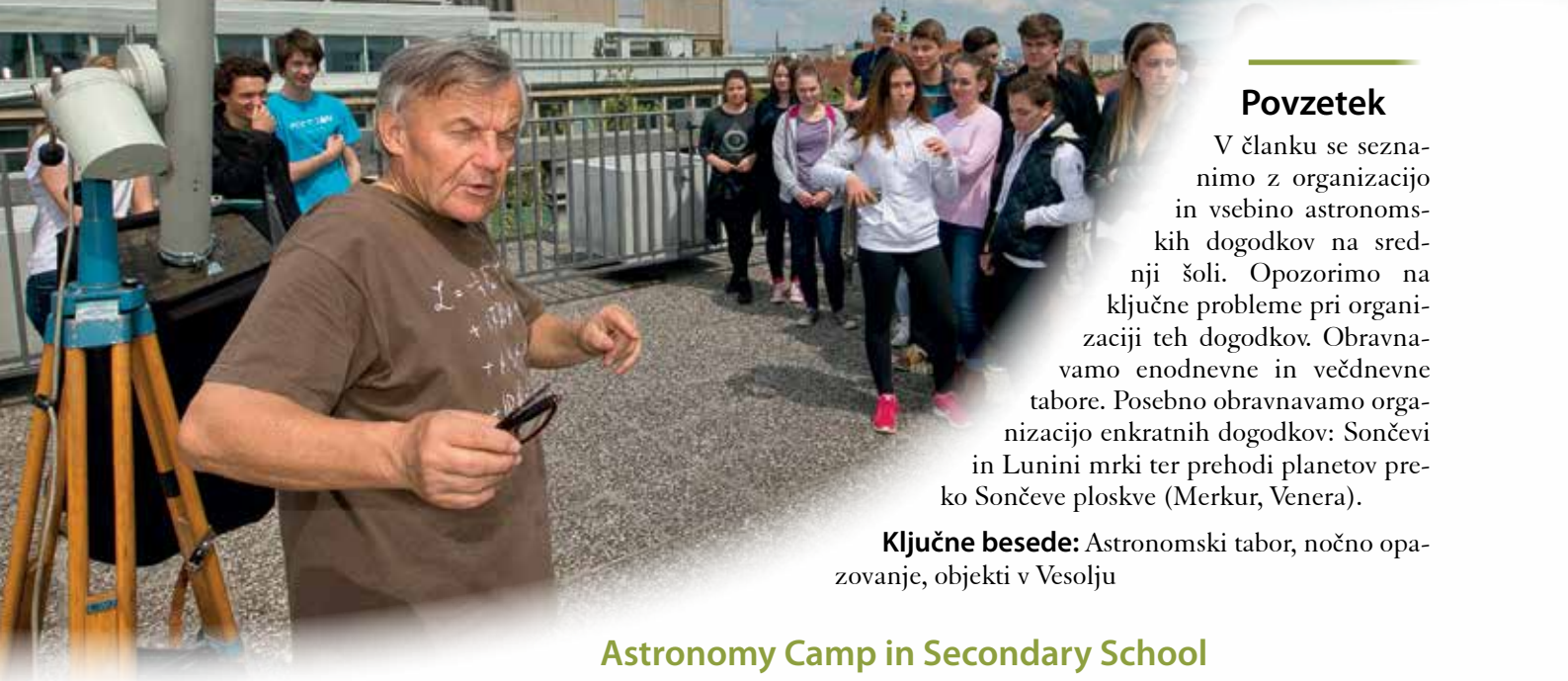
**Slika 8:**  
Originalna kapsula Felixa Baumgartnerja v muzeju Red Bull v Salzburgu.



**Slika 9:**  
Opazovanje delnega sončnega mrka 20. marca 2015 s solarskopom.

# Astronomski tabor v srednji šoli

Boris Kham



## Povzetek

V članku se seznamimo z organizacijo in vsebino astronomskih dogodkov na srednji šoli. Opozorimo na ključne probleme pri organizaciji teh dogodkov. Obravnavamo enodnevne in večdnevne taborne. Posebno obravnavamo organizacijo enkratnih dogodkov: Sončevi in Lunini mrki ter prehodi planetov preko Sončeve ploskve (Merkur, Venera).

**Ključne besede:** Astronomski tabor, nočno opazovanje, objekti v Vesolju

## Astronomy Camp in Secondary School

### Abstract

This article presents the organisation and contents of Astronomy events held at a secondary school. It points out the key problems in organising these events. It discusses one-day and multi-day camps. It especially discusses the organisation of unique events: solar and lunar eclipses, and the transit of planets across the face of the Sun (Mercury, Venus).

**Keywords:** Astronomy Camp, night-time observation, objects in the Universe

**Slika 1:** Dijaki se pripravljajo na opazovanje prehoda Merkurja na zaslonu teleskopa na terasi Gimnazije Jožeta Plečnika Ljubljana, 9. maj 2016.

### Uvod

»Opazovanje narave je eno izmed opravil, ki nam nudi največ zadovoljstva. Kjerkoli živimo, v središču mesta ali na deželi, vedno smo v objemu narave. Sami smo del nje, zato je prav, da jo spoznavamo, jo poskušamo razumeti in odkrivamo njene zakonitosti. Ko dijake odpeljemo izven običajnih šolskih prostorov v naravno okolje, se sprostijo, in ko so stran od pametnih telefonov (tu je prvi problem) globlje doživljajo naravo – od gorskega cvetja do vetrov in zvezd (globokega vesolja). Pustiti jih moramo, da občutijo in razmišljajo o lepoti, urejenosti, vzročnosti in smotrnosti narave« [1].

Astronomski tabor je odlična priložnost, da dijake za daljši čas popeljemo na teren, da lahko opazujejo Sonce, zvezdnato nebo in globoko vesolje. Dijaki opravijo osnovne meritve, jih zapišejo, izdelajo grafe, jih povežejo

z matematičnimi funkcijami in dopolnijo z reševanjem teoretičnih nalog. Srečajo pa se tudi z astrofotografijo.

### Oblike astronomskih taborov

Posamezne astronomske vsebine vključimo v laboratorijske vaje, ki jih v okviru rednih vaj v neposredni okolici šole izvajamo, če imamo ustrezno opremo. Tako lahko opazujemo Sonce (npr. pege, protuberance) in opravimo različne meritve (npr. premer Sonca ali njegovih peg, kot Sonca nad obzorjem). Pomembno pa je organizirati tudi opazovanje izrednih dogodkov, kot so mrki, navidezni prehodi planetov preko Sončeve ploskve ali bogatejši roji meteorjev. Dijake v razredu pripravimo na opazovanje npr. Luninega mrka [2] in jih nato povabimo, da mrk opazujejo doma in napišejo poročilo.

Beseda tabor nam navadno predstavlja večdnevni umik iz vsakdanjega okolja v prostor, kjer smo blizu predmetu raziskovanja in se mu tako lahko bolj posvetimo. V tem članku pa jo uporabljam tudi za dogodke, ki so po svoji vsebini enaki, čeprav časovno krajši.

Enodnevni tabori so primerni za redna opazovanja posameznih nebesnih objektov (npr. planetov ali galaksij). Dijake seznanimo z ozvezdji in jim pokažemo nekaj nebesnih objektov. Navadno najprej opazujemo planete Jupiter, Saturn, Venero in Mars, galaksije M 31, M 82, M 27, M 57 in gruče M 13, M 15 in M 98. Enodnevni astronomski tabor organiziramo tudi ob enkratnem astronomskem dogodku: Sončev mrk, navidezni prehod planeta (Merkur, Venera) preko Sončeve ploskve, Lunin mrk, bogatejši roj meteorjev (npr. Geminidi, Perzeidi, Kvadrantidi) ali približanje kometa so redki, a za opazovanje zelo zanimivi pojavi. Zlasti zelo redke dogodke (Sončni mrk in prehod planetov preko Sončeve ploskvice) moramo izkoristiti, saj ga dijaki zelo doživijo in hkrati lahko spremljajo dinamiko osončja.

Večdnevni tabori trajajo od tri (npr. konec tedna) do pet dni, lahko združujejo vsebine enodnevnih taborov ali prinašajo čisto nove. Prednost te oblike je, da imajo dijaki bistveno več časa za opazovanje objektov in izvajanje meritev; več je možnosti za poglobljeno opazovanje in teoretično podkrepitev posameznih vaj.

## Organizacija astronomskega tabora

Tabore organiziramo zunaj šolskih prostorov na primer ni lokaciji zunaj mesta. Paziti moramo, da je čim manj svetlobnega onesnaženja, da imamo dovolj široko zorno polje in da teleskopov ni potrebno postavljati daleč od bivanja. Predvideno lokacijo si moramo predhodno ogledati! Pomembno se je z vodstvom doma, v katerem bomo bivali, vnaprej jasno dogovoriti glede dnevnega reda, ker se naše aktivnosti in potrebe bistveno razlikujejo od običajnih uporabnikov prostorov – navadno smo namreč aktivni ponoči in se zato obroki zamaknejo, dopoldanske aktivnosti pa so drugačne. Organizacija teh dejavnosti je povezana s številom dijakov in finančnimi sredstvi. Težko je najti lokacijo, ki bo ustrezala strokovnim kriterijem in kjer bodo stroški sprejemljivi tudi za dijake, ki so socialno ogroženi (za te naj poskrbi šolski sklad). Preizkušene primerne lokacije so npr. planinska koča Krim in planina Kisovec, osnovna šola Šmartno na Pohorju in ČŠOD Medvedje Brdo, Škorpiljon, Planica, Peca ali Kavka. Pri organizaciji teh dogodkov je smiselno vključiti dijake (člane krožka), ki bodo pomagali pri organizaciji (npr. dežurstvo pri teleskopih in računalnikih) in dokumentiranju dogajanja (npr. taborni novinar, smiselna je povezava s slovenistom).

Naj na tem mestu opišem pozitivno izkušnjo, kako šola lahko pomaga zmanjšati prispevek dijaka. Organiziral sem enodnevni tabor na Krimu, ker sem dijakom



**Slika 2:** Dijaki opazujejo Sonce in merijo temperaturo na sončni peči na mednarodnem taboru v Piranu, Menata 1, september 2004.

želel pokazati komet Lovejoy in še nekaj zanimivosti. Na vabilo se je odzvalo petnajst dijakov. Strošek prevoza, spanja in zavarovanja dijaka je znesel 25 evrov na osebo. Dijaki so na koncu prispevali po 15 evrov, ker je šolski sklad prispeval polovico zneska za prevoz dijakov; stroške dnevnic dveh učiteljev in prevoza opreme je krila šola; dijaki pa so imeli hrano s seboj. Pred leti sem proti koncu junija izpeljal enodnevni tabor (Lunin mrk je bil proti jutru) na Kureščku tako, da smo kar taborili in so dijaki prispevali le za prevoz.

Večkrat sem na podobna opazovanja povabil tudi kolege drugih srednjih šol in njihove dijake (Gimnazija Vič, Elektrotehniško-računalniška strokovna šola in gimnazija Ljubljana, Srednja medijska in grafična šola Ljubljana). Namen vabila je bil, da bi se dijaki srečali, da bi mentorji sodelovali, se povezali in si izmenjali izkušnje, pa tudi da bi se zmanjšali stroški prevoza in organiza-

cije. Navadno se namreč na tak dogodek prijavi manjše število dijakov, naših skupnih opazovanj se je udeležilo do petindvajset dijakov.

Kdaj organizirati večdnevni astronomski tabor? Premisliti moramo, kaj bi radi na njem izpeljali. Za opazovanje in fotografiranje (astrofotografija) globokega vesolja (galaksije, gruče, razsute kopice, meglice) izberemo čas okoli mlaja. Če želimo na drugi strani opazovati in fotografirati Luno, ob tem pa le bežno pogledati globoko vesolje, potem izberemo čas okoli prvega krajca.

Najtežja naloga je postaviti vsebinski okvir, saj imajo dijaki različne interese in želje: eni se prvič srečajo z astronomijo in bi radi opazovali, drugi so dobri teoretiki, eni bi se ukvarjali s fotografijo, drugi bi se želeli ukvarjati z različnimi meritvami. Hkrati pa ima tudi učitelj v svojem učnem načrtu predvidene vsebine, ki jih želi posredovati. Vse to uskladiti je težava. Ena možnost je, da pripravimo nekaj vaj (npr. premer Sonca, merjenje temperature Sonca na površju, opazovanje galaksij, merjenje višine nebesnega telesa (planeta, zvezde) nad obzorjem čez noč ali masa Zemlje) in dijake razdelimo v skupine, ki krožijo od vaje do vaje. Druga možnost je, da oblikujemo vsebinske skupine in se člani skupine ves čas tabora poglobljajo v določen projekt in nato iz tega nastane projektna naloga (skupine so lahko: astrofotografija, Sonce, opazovalna astronomija, teoretična vprašanja). Ta druga možnost je zahtevnejša.

Ko pripravljamo tabor, ne smemo pozabiti na letni čas, ko bo tabor potekal. Ker so noči lahko hladne (pozimi mrzle!), moramo dijakom dopovedati, naj imajo s seboj tople obleke. Pri opazovanjih moramo vztrajati, da dijak

opazuje dalj časa (ne samo pol minute), da opazi podrobnosti – tu se potem pojavi zagata: dijaki, ki čakajo, da opazovalec nariše objekt, so nestrpni, jih zebe in godrnjajo, priganjajo ga, naj že hitro nariše ... Zato je pomembno, da imajo dijaki, ki čakajo na opazovanje, delo, tj. da analizirajo meritve in opazovanja ali rešujejo naloge. Vodja tabora mora poskrbeti za dovolj mentorjev in/ali demonstratorjev. Demonstratorje lahko vzgojimo sami iz dijakov ali pa katero astronomsko društvo (Kmica, Kosci, Orion, Labod, Javornik, Teleskop ...), ki v poletnih mesecih organizira mladinske astronomske tabore, poprosimo za pomoč, radi pomagajo tudi s teleskopi.

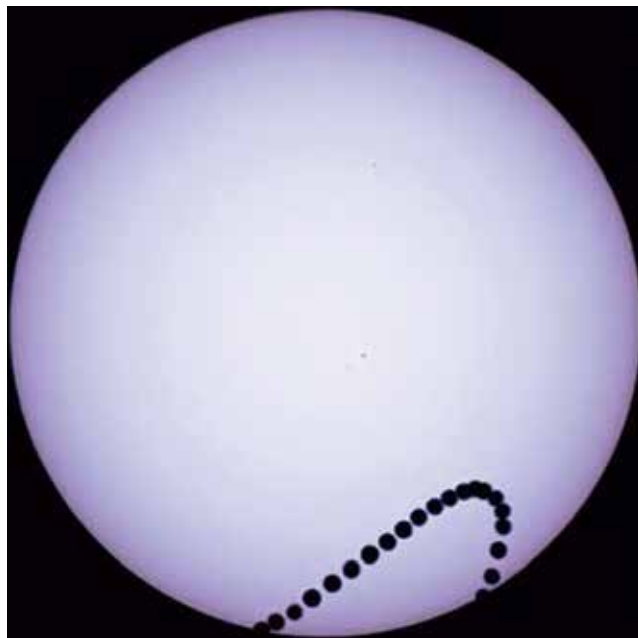
Pomembno: pred taborom morajo dijaki podpisati izjavo, da poznajo pravila na taboru, da jih bodo spoštovali in da se zavedajo, da gredo v primeru kršitve (alkohol, droge) nemudoma domov. Tu moramo biti dosledni in odločni!

### Vsebina in način dela na taboru

Za opazovanje astronomskih pojavov si moramo vzeti čas. To pomeni, da se bomo z dijaki na dogodek dobro pripravili (z opazovalno vajo, ki je lahko del laboratorijskega dela pri fiziki), da bomo dogodek opazovali od začetka do konca in ga zapisali, narisali. Najtežje je dijake motivirati, da skrbno in pozorno opazujejo in da napišejo dobro poročilo. Če dijak odda kakovostno poročilo, ga lahko učitelj oceni. Ocena je enakovredna drugim ocenam pri predmetu. Če dijak naredi kakovostno poročilo, lahko učitelj to upošteva pri končni oceni predmeta.



**Slika 3:** Dijaki Gimnazije Jožeta Plečnika Ljubljana opazujejo, slikajo in merijo prehod Venere preko Sončeve ploskve, 8. junij 2004 na Blokah.



**Slika 4:** Prehod Venere.



**Slika 5:** Prehod Merkurja na zaslonu, 9. maj 2016. Dijaki opazujejo prehod na terasi Gimnazije Jožeta Plečnika Ljubljana.



**Slika 6:** Prehod Merkurja na zaslonu, 9. maj 2016

Osnovna dilema je, kako številen naj bo tabor. Na ogled redkih pojavov, ki se dogajajo podnevi (Sončni mrki in prehod planetov preko Sončeve ploskvice) in jih lahko opazujemo na šoli ali v njeni bližini, povabimo vse dijake, vabilo je lahko tudi širše. Poskrbimo za zadostno število očal za opazovanje mrka in omogočimo opazovanje dogodka na zaslonu. Za projiciranje na zaslon v zasenčenem prostoru (na opazovališču) je dovolj že manjši teleskop (npr. z daljnogledom 10 x 50). Še boljše pa je teleskop (npr. Coronado) s filtrom in primeren fotoaparati ali kamero povezati z računalnikom in v zatemnjenem prostoru (učilnica ali priložnostni šotor na opazovališču) na platno projicirati dogajanje na nebu. S projiciranjem dosežemo, da dogodek doživi več dijakov (opazovalcev), kar je še posebej pomembno pri Sončevem mrku, kjer največja faza traja le kratek čas. Včasih lahko redke dogodke približamo širši javnosti preko interneta – če imamo na voljo ustrezno opremo in znanje – je pa to dodaten izziv tako za mentorja kot za dijake. Nekoliko drugačno je opazovanje Luninega mrka, ker traja dalj časa in se dogaja ponoči. Dijake na primerno lokacijo odpeljemo že popoldne, tam izvedemo predpripravo in nato opazujemo.

Pri Sončevem mrku dijaki zapišejo kraj opazovanja, vremenske razmere, višino Sonca nad obzorjem pred mrkom in po mrku, čas začetka, največjo fazo in konec mrka; v vnaprej narisane kroge narišejo Sončeve pege, če obstajajo, in nekaj faz potovanja sence Zemlje po Soncu; zapišejo, kako je mrk potekal. Podobno naredimo pri prehodu planetov preko Sončeve ploskvice in pri Luninem mrku, le da moramo pri opazovanju Luninega mrka dijake opozoriti, naj skrbno opazujejo, kako se med mrkom spreminjajo barve, in zahtevamo, da mrk ocenijo po Danjonovi svetlobni lestvici [3]. Zahtevnejši opazovalno-meritveni vaji pri teh dogodkih sta npr. Merjenje razdalje Sonce–Merkur pri prehodu Merkurja preko Sončeve ploskve [4] ali Razdalja Zemlja–Luna.

Ko se lotimo organizacije astronomskega tabora, se moramo zavedati, da gremo na teren zato, ker določenih vaj ne moremo izvesti v rednem učnem procesu (zaradi specifičnosti astronomskih pojavov in časovnih omejitev). Pomembno je, da dnevna in nočna opazovanja in merjenja čez dan analiziramo. Manj pomembne so na taborih teoretične vaje. Vendar je pomembno imeti takšne naloge pripravljene, če se vreme »pokvari«. Poleg astronomskih vaj moramo v tabor vnesti tudi čas za prosto druženje in šport. Tabor lahko popestrimo s kakšnim zanimivim gostom.

Število dijakov na astronomskem taboru je pogojeno z zanimanjem dijakov, s številom spremljevalcev, s podporo vodstva šole in s količino opreme – teleskopov, računalnikov, stojal za fotoaparati, fotoaparati idr. Idealno razmerje je do pet dijakov na en teleskop. Če imamo na voljo tudi daljnoglede (npr. 10 x 50), se razmerje poveča na dvanajst dijakov na teleskop – ker kombiniramo opazovanje skozi teleskop in skozi daljnogled. To pa zahteva veliko angažiranost in doslednost mentorja. Katere dijake povabiti na tabor? Samo višje letnike, samo nižje ali vse? Imajo prednost dijaki, ki se tabora še niso udeležili? Mentor mora premisliti, kakšni dijaki so na šoli in koliko jih astronomija zanima (sam se nagibam k temu, da povabimo vse letnike). Če se prijavi več dijakov, kot je mest, potem moramo imeti že vnaprej določene kriterije za udeležbo. Morda je smiselno starejše, v astronomiji izkušene dijake povabiti k sodelovanju kot demonstratorje. Včasih se je bolje odločiti za manjšo skupino (tj. 15–20) navdušenih dijakov in z njimi opraviti kakovostno opazovanje. Ob koncu tabora je zelo dobro organizirati poročanje skupin.

### Nekaj vsebinskih idej za večdnevne tabore

- Meritev višine (kota) nebesnega objekta (zvezde, planetov, Sonca) nad obzorjem čez noč oziroma

- čez dan, risanje grafa kot(čas) in določitev ustrezne funkcije [6].
- Opazujemo globoko vesolje [7].
  - Merjenje premera Sonca/Lune [8].
  - Ocena števila zvezd [9].
  - Toplotni tok s Sonca in temperatura na njegovem površju (Stefanov zakon) [10] [11].
  - Višina gora na Luni in premeri kraterjev [12] [13] [14] [15].
  - Zorno polje teleskopa [16] [17].
  - Merjenje s križno palico [18] [19].
  - Merjenje oddaljenosti galaksije M 110 s kefeidami [20].
  - Meritev oddaljenosti supernove NS 1987A na osnovi opazovanj vesoljskega teleskopa Hubble [21].
  - Veliko idej za vsebino astronomskega tabora najdemo na »Portal v vesolje« [22].

Na spletni strani astronomskega društva Labod [23] lahko najdemo biltene z vsebino in opisom vaj na mladinskih poletnih astronomskih taborih. Obravnavajo zelo zanimive teme, omenimo nekatere: Obhodni časi Jupitrovih lun, Sončevi vzhodi, Temperatura zvezd, Planetarna astrofotografija, »Piggyback« astronomija, H-R diagram kopice M 11, Fotometrija supernove, Sploščenost Sonca. Veliko idej bomo našli tudi na društvenih straneh astronomskih društev Kmica [24], Orion [25] in Javornik [26].

## Nekaj primerov

Dobra izkušnja je obisk pomladanskega ali jesenskega maratona opazovanja Messierjevih objektov (M maraton in M+M maraton) [27] [28] [29] [30]. Sam sem dijake peljal na oba in so bili navdušeni. Na teh maratonih se zbere veliko amaterskih astronomov z različnimi teleskopi. Gre bolj za srečanje kot za tekmovanje, kjer običajno sodeluje okoli dvajset tekmovalcev. Ostali v zabavo s svojimi teleskopi opazujejo zvezdnato nebo in z veseljem pokažejo različne nebesne objekte drugim obiskovalcem. Smisel obiska teh srečanj je, da dijaki spoznajo različne vrste teleskopov, da se srečajo z različnimi navdušenci za astronomijo, se z njimi pogovarjajo in si tako širijo obzorja. Z organizacijskega vidika je finančno »lahek«, saj je prispevek za udeležbo simboličen in se lahko z organizatorji dogovorimo za brezplačno spanje v združenem domu (Trnovo nad Novo Gorico) ali v osnovni šoli (Šmartno na Pohorju).

Na Gimnaziji Jožeta Plečnika Ljubljana smo leta 2006 organizirali naravoslovnokulturno ekskurzijo v Madrid, kjer smo si ogledali kulturnozgodovinske znamenitosti in planetarij. Preko UNESCO smo se povezali s srednjo šolo v Alcobendasu pri Madridu in skupaj na šolskem igrišču opazovali kolobarjasti Sončev mrk. V praksi smo dokazali, da so tudi zgodovina, naravoslovje in kultura združljivi v odlično šolsko ekskurzijo. Dijaki so spoznali drugo kulturo in jezik, se srečali z vrstniki in doživeli

redke astronomske pojave. Čeprav so nekateri udeleženci ekskurzije sprva k opazovanju mrka pristopili z odnosom »če je že treba«, jih je dogajanje čisto prevzelo in so svoj odnos spremenili.

Tudi pri drugih/drugačnih ekskurzijah je mogoče vključiti naravoslovne vsebine. V Parizu, denimo, se dijakom pokaže Panteon (stavbo od zunaj), a malokdo pove, da je notri razstavljeno nitno nihalo, s katerim je Foucault dokazal vrtenje Zemlje. Če v ogledu vključimo obisk Panteona, si Foucaultovo nihalo in njegovo delovanje ogledamo v živo. Vsaj pol dneva je smiselno preživeti v parku La Villette, kjer se znanost prepleta z umetnostjo in kulturo. Za nas naravoslovce sta še posebej zanimiva La Géode in mesto znanosti [31].

Maja 2003 smo prvič preko interneta prenašali delni Sončev mrk z Ratitovca. Na opazovališču smo snemali potek mrka in posnetek sproti oddajali v svetovni splet. Namen takšnega prenosa je omogočiti opazovanje in doživetje dogodka širši javnosti, preizkusiti sposobnosti in tehnično znanje dijakov in jim ponuditi drugačno izkušnjo opazovanja astronomskega dogodka. Odziv dijakov na opazovališču in javnosti, ki nas je spremljala preko interneta, je bil odličen in nas je spodbudil, da smo prenašali tudi prehod Venere preko Sončeve ploskvice (2004), kolobarjasti Sončev mrk iz Madrida (2005) in popolni Sončev mrk iz Šanghaja (2009).

## Zaključek

Na astronomskih taborih se prepletajo strokovni izzivi (izbrati primerne vaje, naučiti se ravnanja s teleskopom, začeti z astrofotografijo, povezati astronomijo in matematiko ...) in vzgojni dejavniki. Učitelj ni le prinašalec različnih vaj, temveč je tudi vzgojitelj, ki vpliva na medčloveške odnose, ustvarja prijateljsko vzdušje, pomaga učencem sprejemati drug drugega. Vzame si tudi čas, če je treba, za pogovore o različnih, tudi osebnih problemih (kozmozologija, odnosi med ljudmi). Za osebno in strokovno rast učiteljev (mentorjev) je pomembno, da pišejo članke o svojem delu (npr. opišejo tabor ali obdelajo dobro uspelo vajo), se oglašajo na astronomskih forumih, kot so slovenski astronom.si, vesolje.net ali portalvesolje.si, in morda pripravijo reportažo/posnetek za lokalni medij. Paziti pa moramo, da v pogovore ne vnašamo politike (političnih tem).

»Na taborih se moramo odpovedati storilnosti. Bilten z rezultati meritev in seznamom opravljenih nalog, raziskav, ki ga izdelamo ob koncu tabora, je zanimiv (potrben) dokument, vendar je bolj pomembno, da dijaki začnejo razmišljati o naravi, o zakonitostih v njej, da sprašujejo, da so polemični, da se naučijo delati v skupini, da se srečajo z vrstniki, demonstratorji in mentorji.« [1]

Vsak tabor tudi mentorja postavi pred nove izzive in v nove situacije, ki jih mora sproti reševati in ob njih sam osebnostno raste in se poklicno razvija. Organizacijo takega dogodka toplo priporočam – ne bo vam žal!

## Literatura

- Delors, J. (1996). *Učenje: Skriti zaklad*. Ljubljana: Ministrstvo za šolstvo in šport.
- Kham, B. (2015). Biti učitelj fizike. *Vzgoja* I. 17, št. 4, str. 23–24.
- Kham, B. (2011). Dogodki v naravi in članki v dnevnem tisku pri pouku fizike. *Sodobni pristopi poučevanja prihajajočih generacij (Modern Approaches to Teaching Coming Generation)*. Zbornik mednarodne konference EDUvision, str. 223–232.
- Kham, B. (2004). V objemu narave, *Vzgoja* I. 6, št. 2, str. 5–7.
- Kham, B. in Prosen, M. (2010). *Viljem Ogrinc, Ivan Tomec, Pavel Kunaver v slovenski astronomiji*. Ljubljana: Jutro.
- Pasachoff, J. M. in Percy, J. R. (1992). *The Teaching of Astronomy*. Cambridge: University Press.
- Strnad, J. (2006). *O poučevanju fizike*. Ljubljana: DMFA – založništvo.
- Vršnjak, B. (1982). *Astronomska merjenja 1*. Zagreb: Školska knjiga.
- [1] Boris Kham: Astronomske raziskovalne taborne dejavnosti za osnovnošolce. *Didaktične pobude za naravoslovje v šoli*. Ljubljana: DZS, 1992, str. 66–75.
- [2] <https://eclipse.gsfc.nasa.gov/eclipse.html> (17. 1. 2017)
- [3] <https://eclipse.gsfc.nasa.gov/OH/Danjon.html> (17. 1. 2017)
- [4] Rasto Snoj: Šolskemu opazovanju Merkurjevega prehoda ob rob ali malce več od opazovanja. *Spika* 24 (2016) 11, str. 462–463.
- [5] Rasto Snoj: Popolni Lunin mrk 9. november 2003. *Spika* 11 (2003) 12, str. 535–536.
- [6] Boris Kham, Daša Razmus: Višina nebesnega objekta, krivulje in matematične funkcije. *Spika* 22 (2014) 10, str. 435–438.
- [7] Boris Kham: Opazujemo globoko vesolje. *Fizika v šoli* 18 (2012) 3, str. 147–157.
- [8] Boris Kham: Laboratorijska vaja: Premer Sonca/Lune. *Fizika v šoli* 11 (2005) 1, str. 21–24.
- [9] Boris Kham: Koliko zvezd vidiš. *Fizika v šoli* 7 (2001) 1, str. 39–42.
- [10] Boris Kham: Viški tabor. *Fizika v šoli* 8 (2002) 1, str. 30–35.
- [11] <http://www.zrss.si/naravoslovje2013/files/teachmeet/Kham.pdf> (17. 1. 2017)
- [12] Boris Kham: Tretji Plečnikov tabor. *Spika* 15 (2007) 6, str. 284–285.
- [13] Peter Jevšenak: Globine luninih kraterjev. *Fizika v šoli* 11 (2005) 1, str. 35–43.
- [14] [http://www.portalvvesolje.si/images/stories/ucna\\_gradiva/visina\\_gora\\_na\\_luni.pdf](http://www.portalvvesolje.si/images/stories/ucna_gradiva/visina_gora_na_luni.pdf) (17. 1. 2017)
- [15] [http://www.portalvvesolje.si/images/stories/ucna\\_gradiva/premeri\\_kraterjev\\_na\\_luni.pdf](http://www.portalvvesolje.si/images/stories/ucna_gradiva/premeri_kraterjev_na_luni.pdf) (17. 1. 2017)
- [16] Boris Kham: Zorni kot teleskopa. *Spika* 23 (2015) 10, str. 444–445.
- [17] Marijan Prosen: Odmev na zanimiv članek. *Spika* 23 (2015) 11, str. 489.
- [18] Boris Kham: Križna palica in parček Venera – Mars z Luno. *Spika* 23 (2015) 12, str. 542–543.
- [19] [http://www.portalvvesolje.si/images/stories/ucna\\_gradiva/krizna\\_palica\\_gusti.pdf](http://www.portalvvesolje.si/images/stories/ucna_gradiva/krizna_palica_gusti.pdf) (17. 1. 2017)
- [20] <http://www.portalvvesolje.si/images/stories/2012/Vaja2.pdf> (17. 1. 2017)
- [21] <http://www.portalvvesolje.si/images/stories/2012/esa-esovaja1.pdf> (17. 1. 2017)
- [22] [http://www.portalvvesolje.si/index.php?option=com\\_content&view=article&id=16&Itemid=19](http://www.portalvvesolje.si/index.php?option=com_content&view=article&id=16&Itemid=19) (17. 1. 2017)
- [23] <http://adl.si/smart/bilteni/> (17. 1. 2017)
- [24] <http://www.kmica.si/wp-content/uploads/2016/05/AstronomiVKmici-18.pdf> (17. 1. 2017)
- [25] <http://www.orion-drustvo.si/index.php/dejavnosti/tabori> (17. 1. 2017)
- [26] <http://www.adj.si/Tabori/HomePage> (17. 1. 2017)
- [27] <http://astronomska-revija-spika.si/messierjev-maraton-srečanje-ljubiteljev-astronomije/> (17. 1. 2017)
- [28] <http://www.aadt.si/index.php/Main/Mm> (17. 1. 2017)
- [29] <http://www.orion-drustvo.si/index.php/novice/7-javna-opazovanja/114-8-messierjev-plus-maraton> (17. 1. 2017)
- [30] [http://www.portalvvesolje.si/index.php?option=com\\_content&view=article&id=1530:29-30102016-9-messierjev-plus-mm-maraton&catid=5:dogodki&Itemid=7](http://www.portalvvesolje.si/index.php?option=com_content&view=article&id=1530:29-30102016-9-messierjev-plus-mm-maraton&catid=5:dogodki&Itemid=7) (17. 1. 2017)
- [31] <https://lavillette.com/> (17. 1. 2017) Slika 5: Prehod Merkurja na zaslonu, 9. maj 2016. Dijaki opazujejo prehod na terasi Gimnazije Jožeta Plečnika Ljubljana.

# Srečko v vesolju

Uroš Borjančič

Šolski center Srečka Kosovela Sežana

## Povzetek

Na Šolskem centru Srečka Kosovela Sežana smo se odločili, da bomo v višje plasti stratosfere spustili vremenski balon. V okviru večletnega projekta Srečko v vesolju smo uspešno izvedli dva spusta stratosferskih balonov ter analizirali meritve, ki jih je na svoji poti izvedla merilna oprema.

**Gljučne besede:** Stratosferski balon, popularizacija naravoslovja, analiza meritev

## Srečko in Space

### Abstract

At the Srečko Kosovel School Centre Sežana we decided to launch a weather balloon into the higher layers of the stratosphere. Under the multiannual project called »Srečko in Space« we successfully carried out two launches of stratospheric balloons and analysed the measurements carried out by the measuring equipment during the flights.

**Keywords:** stratospheric balloon, popularisation of natural science, analysis of measurements

Foto: Samo Onič

## Uvod

Ljudje smo po naravi radovedni. Očarani smo nad pojavi, ki jih ne znamo povsem opisati, in nad področji, ki so na videz nedostopna. Ljudje smo iskalci resnice in prav vsi se sprašujemo o smislu in izvoru našega obstoja. Dijaki pri tem niso nič drugačni, ravno nasprotno, zato od nas učiteljev želijo, da jih usmerimo oziroma jim pokažemo in poskušamo razložiti nekaj, kar izstopa iz okvirov vsakodnevnega poučevanja. Zato se veliko učiteljev odloča za dodatne obšolske aktivnosti in projekte.

Na sežanskem šolskem centru smo izvedli večletni projekt *Srečko v vesolju*. Ideja se je porodila Črtu Gorupu, ki je bil tedaj zaposlen na Fakulteti za računalništvo in elektrotehniko v Ljubljani. Idejo je Gorup najprej predstavil meni, nato pa še dr. Damjanu Šoncu, ki je bil takrat prav tako zaposlen na Fakulteti za računalništvo in informatiko ter je tudi član radioamaterskega društva Radioklub Nika Šturma - Tarzana Sežana. V projekt smo bili vključeni trije mentorji in trinajst dijakov.

Zamislili smo si, da bi v višje plasti stratosfere spustili višinski balon, napolnjen s helijem, in pri tem zbirali podatke o nekaterih višinskih parametrih. Podoben projekt so s šolsko merilno opremo pred leti izvedli na Gimnaziji Vič. S kolegom Rokom Capudrom, ki je bil vodja viškega projekta, smo se takoj povezali. Hvaležni smo mu za predajo nekaterih ključnih uporabnih informacij o spustu.

## Glavni cilj projekta

Samega spusta višinskega balona, ki je balon brez človeške posadke, napolnjen s helijem ali z vodikom [1], ni težko izvesti. Agencija Republike Slovenije za okolje (ARSO) vremenske balone spušča dnevno. Prek spleta je mogoče naročiti osnovno opremo za spust. Mi smo seveda želeli izmeriti čim več parametrov in jih meriti na točno določen način. Nismo želeli kopirati srednješolskega projekta, ki je bil že izveden. Zato smo si mentorji zastavili vprašanje: *Kaj naj bo osnovni namen projekta in kakšne cilje želimo doseči?*





Dijaki želijo vedno znova presegati meje naučenega.

Na šoli nimamo težav s *popularizacijo* naravoslovja, saj izvajamo veliko projektov in dodatnih obšolskih aktivnosti. Smo sicer majhna šola in zato tudi omejeni s sredstvi, vendar nam kljub vsemu v dijakih uspeva spodbujati željo po naravoslovnem znanju. Opazovati to vedoželjno mladino je pravi privilegij, kar spodbuja tudi nas mentorje. Dijaki želijo vedno znova presecati meje naučenega. Projekt Srečko v vesolju je bil kot nalašč za preseganje mej.

V sklopu projekta so si dijaki pridobili veliko znanj, ki bistveno presegajo srednješolsko raven. Vendar je bil glavni cilj projekta vliti dijakom vero v to, da smo ljudje sposobni doseči marsikaj in preseči meje, ki si jih ustvarjamo v glavah, če si le reči zastavimo na pravi način, jih tehtno premislamo, znotraj ekipe sodelujemo in si zaupamo.

## Načrtovanje in senzorika

Ob načrtovanju projekta konec poletja leta 2012 smo se trije mentorji odločili, da je cilj tudi ta, da dijaki pod našim vodstvom sami izdelajo sondo in padalo, implementirajo merilno opremo ter si pridobijo dovolj programerskega znanja, potrebnega za programiranje mikrokontrolerov, ki smo jih uporabili za oba spusta. Želeli smo, da bi bili dijaki pri projektu čim bolj samostojni in da bi po tem, ko bi si pridobili dovolj znanja, prišli do čim boljših rešitev, ki bi na koncu privedle do uspešnega spusta stratosferskega balona. Za izvedbo je bila potrebna tudi dobra uskladitev med mentorji, saj je imel vsak izmed nas svoje naloge. Uspešno sodelovanje je po dobrih dveh letih in pol privedlo do dveh uspešnih spustov maja 2015.

Že na prvemu sestanku smo se odločili, katere atmosferske parametre želimo izmeriti ob samem spustu. Ti so:

- temperatura zraka,
- relativna vlažnost,
- zračni tlak,
- magnetno polje,
- energijska gostota UV-žarkov,
- energijska gostota vidne svetlobe,
- radioaktivno sevanje,
- stanje baterij,
- položaj sonde.

Poleg tega smo želeli zajeti tudi kakšen posnetek z višine, zato smo se na koncu odločili, da v sondo vgradimo tudi dve kameri, pri čemer bi ena zajemala posnetke širjenja balona s 15-sekundnim vzorčenjem (zgornja kamera – Logitech C270), druga bi pa zajemala posnetek Zemlje (spodnja kamera – GoPro HERO 2). Odločili smo se, da bomo podatke med spustom shranjevali na kartico micro SD.

Preden smo pričeli načrtovati sondo, merilno opremo in padalo, si je bilo treba pridobiti določena znanja. Sprva smo projekt izvajali v sklopu fizikalnega krožka, kjer so dijaki spoznali nekaj osnov meteorologije in termodinamike, vendar smo kaj kmalu uvedli povsem nov krožek z imenom Srečko v vesolju, po katerem smo poimenovali projekt. Ko so si dijaki pridobili dovolj znanja fizike in matematike, so zaplavali v vode programiranja mikroprocesorjev. Naučiti se je bilo treba programiranja v programskem jeziku C++. Najprej so se dijaki učili programirati na mikroprocesorju Arduino Uno, nato so svoje znanje uporabili za programiranje procesne enote sonde, ki jo je pripravil dr. Šonc. Za procesno enoto, ki je zbirala in shranjevala podatke iz tipal in kamere USB, smo izbrali mikrokontrolniški modul Aria-G25, ki je sposoben poganjati operacijski sistem Linux. Za modul smo izdelali nosilno ploščo z elektroniko za napajanje ter dodali še nekaj priključkov z veznimi elementi za priključitev kartice micro SD, konzole in modulov, vezanih na vodilo I<sup>2</sup>C ter na vmesnike SPI in UART [2].



**Slika 1:** Procesna enota sonde – nosilna plošča z modulom Aria-G25 in priključki.

Za podrobnejši opis elektronike in materialov preberite članek z naslovom Spust balona v stratosfero v reviji CQ ZRS, letnik XXV, 2–3/2015, katerega avtor je dr. Damjan Šonc.

Za določanje položaja sonde med spustom smo uporabili sprejemni modul GPS Ublox-6, kot izhodno stopnjo za 144,8 MHz pa Radiometrix HX1. Anteno smo naredili kar iz bakrene žice premera 0,5 mm in dolžine  $\lambda/2 \approx 1,0$  m. Položaj sonde smo spremljali preko radioamaterskega omrežja APRS. Radioamatersko društvo Radioklub Nika Šturma - Tarzana Sežana nam je za spust posodilo svoj klicni znak: S59ABL, s katerim je sonda na dve minuti oddajala pakete z nekaj ključnimi informacijami, kot so trenutni položaj, tlak in temperatura.

## Kratka fizikalna osnova

### 1. Spreminjanje tlaka, gostote in temperature z višino

Pričakovano je bilo, da bo sonda presegla 30 km višine. Z naraščanjem višine padata tako tlak kot gostota zraka, spreminja se pa tudi njegova temperatura. Tri osnovne termodinamične spremenljivke ( $T$  – temperatura,  $p$  – tlak in  $V$  – prostornina) so tesno povezane med sabo preko plinske enačbe, ki velja za idealni plin. Za zrak v zemeljski atmosferi lahko privzamemo, da se obnaša kot idealni plin:

$$pV = \frac{m}{M}RT. \quad (1.1)$$

Molska masa zraka  $M = 29$  kg/kmol, splošna plinska konstanta  $R = 8314$  J/(kmol K). Vemo tudi, da je z maso in prostornino definirana gostota sredstva  $\rho = m/V$ , in tako prepišemo splošno plinsko enačbo v za nas primernejšo obliko:

$$p = \rho \frac{RT}{M}. \quad (1.2)$$

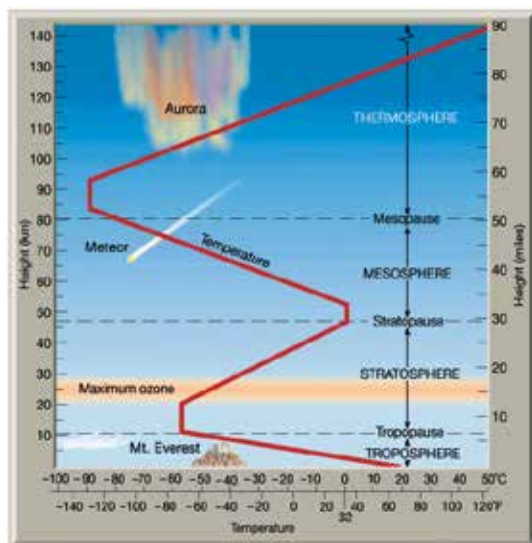
Z naraščanjem višine  $h$  tlak pada. Treba je upoštevati diferencialno obliko enačbe spreminjanja tlaka z višino:

$$\frac{dp}{dh} = -\rho g. \quad (1.3)$$

Privzamemo še, da je višina pri tleh enaka 0 m in narašča v navpični smeri. Iz Newtonovega gravitacijskega zakona je mogoče sklepati, da se gravitacijski pospešek v prvih nekaj deset višinskih kilometrih bistveno ne spreminja, zato lahko privzamemo, da je konstanten:  $g = 9,8$  m/s<sup>2</sup>. Enačba (1.3) skupaj z enačbama (1.1) in (1.2) ponudi rešitvi za tlak in gostoto:

$$p(h, T) = p_0 \cdot e^{-\frac{Mg}{RT}h}, \quad \rho(h, T) = \frac{M}{RT} p_0 \cdot e^{-\frac{Mg}{RT}h}. \quad (1.4) \quad (1.5)$$

Z višino se spreminja tudi zastopanost plinov v atmosferi in s tem tudi molska masa zraka.



**Slika 2:** Slika prikazuje spreminjanje temperature v zemeljski atmosferi (temperaturni gradient). Višinski baloni lahko v najboljših primerih dosežejo rob stratosfere (približno 50 km). V troposferi, ki vsebuje približno 75 % mase ozračja ter 99 % njegove vodne pare, temperatura ozračja najprej pada, nato ostaja nad območjem tropopavze, ki je meja med troposfero in stratosfero, nekaj časa konstantna ter se nato na prehodu v ozonsko plast prične zviševati zaradi absorpcije UV-žarkov [3].

## 2. Vzgon in upor ob dvigovanju in padanju v ozračju

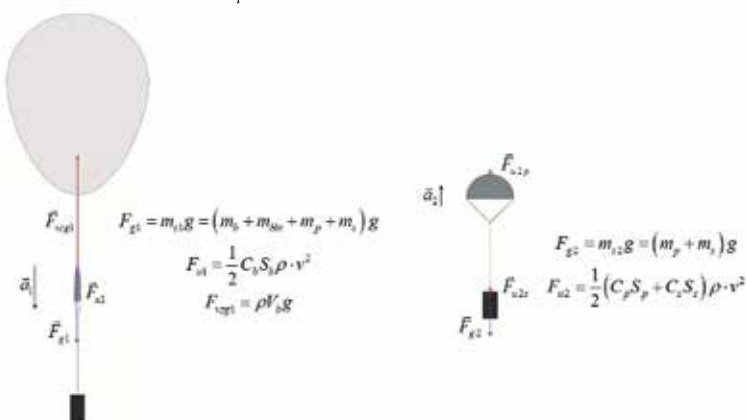
Pri spustu stratosferskega balona gre sonda skozi dve fazi. Najprej se dviguje pod vplivom sile vzgona, ki deluje na helijev balon. Vzgonu tedaj kljubujeta tako sila teže sistema (balon, helij, padalo z vrvicami in sonda) kot sila upora (upor na sondo je zanemarljiv v primerjavi z uporom na balon). Ko balon počni, prične prosto padati proti tlam, pri čemer sili teže sistema (padalo z vrvicami in sonda) nasprotuje le sila upora (na padalo in sondo):

$$F_g = mg, \quad F_{vzg} = \rho V g, \quad F_u = \frac{1}{2} C S \rho \cdot v^2.$$

Sila vzgona je odvisna od gostote okoliške tekočine (zraka), izpodrinjene tekočine (volumen balona) in gravitacijskega pospeška. Sila upora pa od prečnega preseka telesa, gostote okoliške tekočine in hitrosti dvigovanja oziroma padanja.

V splošnem za sistem velja II. Newtonov zakon:

$$\sum_i \vec{F}_i = m_s \vec{a} \Rightarrow \vec{F}_{vzg} + \vec{F}_u + \vec{F}_g = m_s \vec{a}. \quad (2.1)$$



**Slika 3:** Sile na sistem med dvigovanjem (levo) in padanjem (desno).

Dvig balona je posledica vzgona, ki je večji od teže. Po spustu, ko se balon dviguje, prične delovati še sila upora. Kmalu po spustu se vzpostavi ravnovesje sil. Z višino gostota pada eksponentno (enačba (1.5)), posledično se balon širi in s tem se večja njegov prečni presek. V atmosferi vlada atmosfersko ravnovesje. Če zapišemo na eno oko, lahko sklepamo, da se hitrost balona med dvigovanjem ne bo drastično spremenila. V tem primeru se enačba (2.1) skrči v naslednjo obliko:

$$\rho V_b g - \frac{1}{2} C_b S_b \rho \cdot v^2 - m_{s1} g = 0. \quad (2.2)$$

Po puku balona so parametri nekoliko drugačni. Balon raznese na koščke, zato se masa sistema na račun balona s helijem zmanjša. Med padanjem se odpre padalo, prečni presek padala in sonde se ne spreminjata, gostota okoliškega medija pa se po enačbi (1.5) večja. Hitrost po puku balona v nekaj sekundah naraste na najvišjo vrednost in se med padanjem zmanjšuje do pristanka na tleh. Na sondo s padalom med padanjem deluje pojemek po enačbi (2.1):

$$\frac{1}{2} (C_p S_p + C_s S_s) \rho \cdot v^2 - m_{s2} g = m_{s2} a. \quad (2.3)$$

### Ohišje sonde in padalo

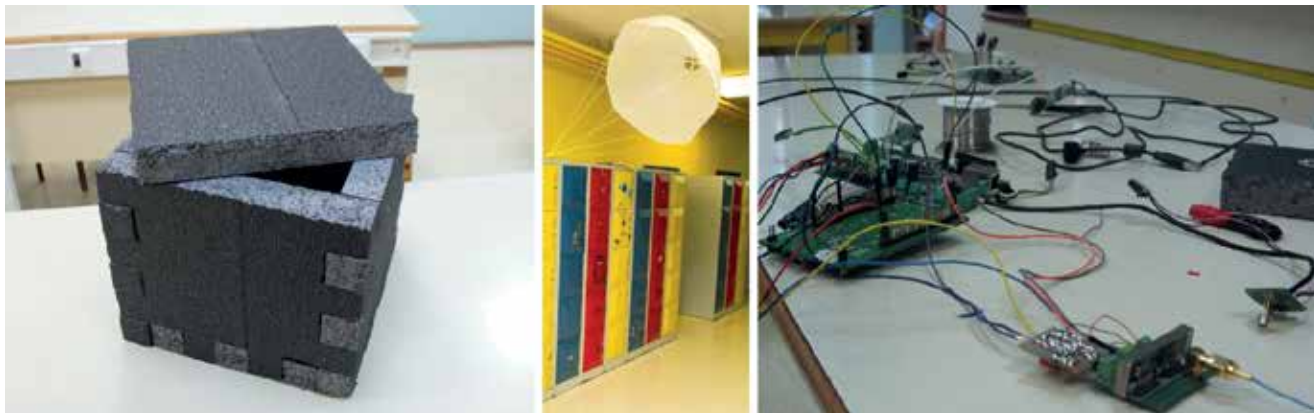
Pri izdelavi ohišja in padala je bil potreben tehten razmislek. Upoštevati je namreč treba več parametrov.

- Želeli smo izdelati sondo, ki bi bila čim lažja in čim manjša, a hkrati dovolj odporna proti padcu z višine.
- Pri vzpenjanju in padanju smo želeli zagotoviti optimalne razmere. Pri vzpenjanju čim manjši, pri padanju pa čim večji upor, hkrati pa čim stabilnejše stanje sonde med samim padanjem proti tlam.

- Ohišje je moralo biti iz materiala s čim boljšimi izolativnimi lastnostmi pri prenosu toplote, delovanje elektronike je namreč odvisno tudi od temperature okolice.
- Padalo smo želeli izdelati sami iz odpornega in lahkega materiala.

Pred izdelavo padala smo naredili kar nekaj prototipov, ki smo jih tudi preizkusili. Na koncu smo se odločili za sferično obliko s premerom 70 cm in z luknjo premera 5 cm na vrhu ter ga izdelali iz posebne tkanine UTT 38578 PA 6.6.

Glede samega materiala ohišja sonde smo se hitro uskladili. Odločili smo se za grafitni stiropor debeline 40 mm, ki ima glede na ceno zelo dobre toplotnoizolacijske lastnosti, hkrati pa zelo majhno gostoto in je dovolj trden ter odporen proti udarcem/padcem.



**Slika 4:** Prototip sonde, prototip padala in merilna oprema.

Po nekaj izračunih upora na sondo in padalo med padanjem smo se odločili, da je najbolj praktična oblika sonde kvader, katerega stranica osnovne ploskve meri 24 cm (zunanja dimenzija). Višino kvadra smo prilagodili svojim potrebam in je pri prvi sondi znašala 48 cm, pri drugi pa 30 cm. Težišče sonde je bilo relativno nizko med samim spustom. Največji masni delež sonde sta predstavljali Li-ionski bateriji, ki sta bili nameščeni tik nad spodnjo kamero na dnu sonde. S tem smo še dodatno stabilizirali sondo v želeni smeri tako med dvigovanjem kot tudi med prostim padom.

Zavedali smo se, da bo sonda med samim poletom izpostavljena nizkim temperaturam ozračja do  $-50\text{ }^{\circ}\text{C}$  in hkrati močnemu soncu v višjih plasteh stratosfere, kjer je zrak zelo redek. Stranice sonde smo izdelali tako, da so se prepletle druga z drugo, nato pa smo jih zalepili s poliuretanskim lepilom, ki je odporno proti nizkim in visokim temperaturam. Tako smo vezje v sondi dobro toplotno in mehansko zaščitili.



**Slika 5:** Sonde po uspešnih spustih.

## Testi

Pred spustom je bilo treba vezje, sondo in padalo testirati.

Najprej smo testirali elektroniko v ohišju sonde pod vplivom nizkih in visokih temperatur ozračja. Želeli smo ugotoviti, kako se elektronika odziva na skrajne temperature ter kako hitro se pri njih ohlaja oziroma segreva notranjost ohišja sonde. Merilna oprema in ohišje sonde sta prestala toplogredni preizkus pri temperaturi nad  $60\text{ }^{\circ}\text{C}$  in 99 % relativni vlažnosti ter preizkus v zamrzovalniku pri temperaturi  $-15\text{ }^{\circ}\text{C}$ , kamor smo sondo z merilno opremo zaprli za en teden. Predviden čas leta je bil dve uri. V tem času se med testiranjem temperatura v sondi ni bistveno spremenila ( $\pm 5\text{ }^{\circ}\text{C}$ ), elektronika pa je uspešno prestala tudi skrajne temperaturne vrednosti obeh testov. V skrajnem primeru smo imeli na razpolago še aerogel, s katerim bi lahko sondo po potrebi prelepili in tako še dodatno toplotno in mehansko izolirali, vendar to ni bilo potrebno.

Pri testu padala smo želeli preveriti, kdaj se prične padalo na začetku prostega pada odpirati, in hkrati preizkusiti delovanje merilne opreme med padcem. Ugotovili smo, da se pri spustu z višine 5 m nad tlemi padalo lepo odpre in upočasni padanje sonde.

Želeli smo, da bi bila hitrost padanja sonde s padalom v nižjih plasteh ozračja med 6 m/s in 8 m/s, zato smo preizkusili padec z višine približno 300 m nad tlemi pri zunanjem zračnem tlaku 1,0 bar in temperaturi ozračja  $15\text{ }^{\circ}\text{C}$ , pri kateri sonda s padalom že doseže končno hitrost. Padalo se žal ni odprlo, ker je bilo preveč zapleteno v nosilne vrvice. Kljub temu so ohišje sonde, padalo, kameri, senzorji in preostala elektronika ostali nepoškodovani.



**Slika 6:** Testni spust.

Čeprav zadnji test ni potekal po načrtih, smo vedeli, da vse deluje brezhibno. Pripravljeni smo bili na spust.

## Zaključek priprav na spust

Ko so bile naše zamisli o samem spustu izoblikovane in smo ocenili dvižno maso balona – payload (masa padala, nosilnih vrvic in masa sonde z elektroniko), ki se je gibala malo nad 1000 g, smo se morali odločiti za višino, ki jo želimo doseči med spustom, in se skladno s tem odločiti za tip balona. Od tipa balona, dvižne mase in količine helija, s katerim je treba balon napolniti, je odvisna višina, ki jo balon lahko doseže, preden počí. Na spletu obstajajo računski modeli, ki izračunajo približno dvižno višino. Uporabili smo kalkulator na spletni strani <http://habhub.org/calc>, pri čemer smo se odločili za balon Kaymont 1200, s katerim smo želeli preseči mejo 30 km nadmorske višine.

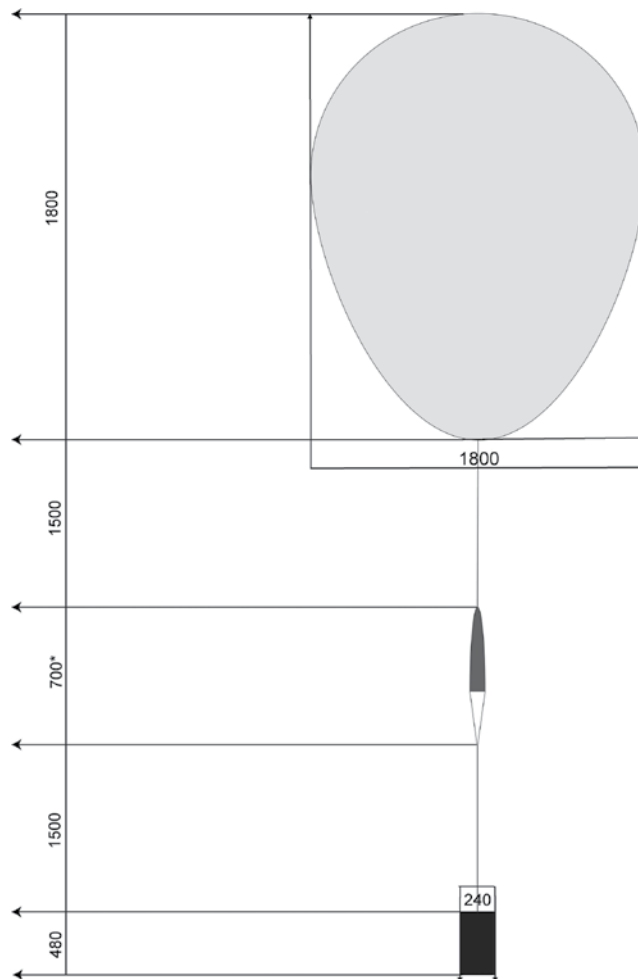
S posnetkov zgornje kamere smo z dijaki ocenili, da se je med samim dvigom polmer balona povečal na približno trikratno vrednost, kar v prostorninskem smislu pomeni na sedemindvajsetkratno vrednost v okviru 6 % napake!

Na spust smo bili pripravljeni po približno letu in pol od pričetka projekta. Treba je bilo še pridobiti ustrezno dovoljenje Agencije za civilno letalstvo Republike Slovenije. Pri izdelavi balona z opremo za spust je treba upoštevati smernice mednarodne organizacije ICAO (International Civil Aviation Organization). Preden smo pridobili dovoljenje za spust, smo zaradi varnostnih razlogov morali predložiti vlogo za spust z natančnim popisom celotne opreme ter si urediti zavarovanje v primeru morebitne škode, ki bi pri spustu lahko nastala. Postopek je trajal nekaj časa, vendar je bilo vredno čakati. Pridobili smo enomesečno dovoljenje za spust, ki smo ga po predhodni najavi lahko izvedli z nogometnega igrišča v Sežani blizu srednje in osnovne šole (nadmorska višina 365 m).

Maja 2015 smo tako uspešno izvedli dva spusta.

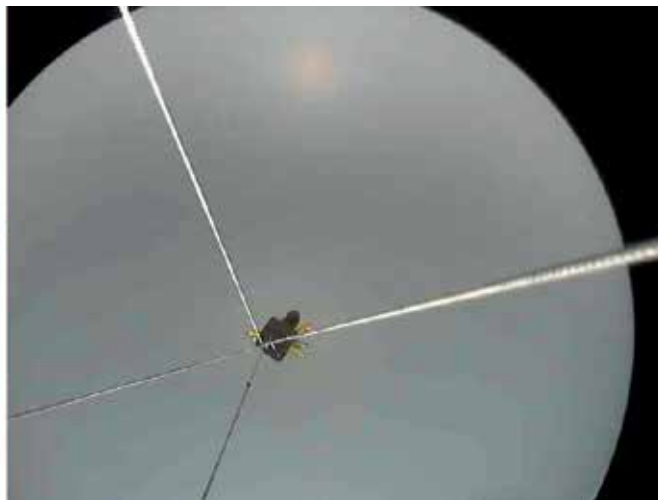
## Prvi spust

7. maja 2015 smo ob 8.45 s pomožnega nogometnega igrišča v Sežani spustili stratosferski balon, ki se ga je med projektom prijelo ime Srečko. Hitrost dvigovanja balona je odvisna od vzgona, teže in upora. Naše želje so bile preseči mejo 30 km, želeli smo pa tudi opraviti spust, ki ne bi trajal več kot dve uri in pol. Ključni so namreč zračni tokovi v višjih plasteh troposfere in stratosfere. Ob vetrovnih razmerah lahko tak balon odnese zelo daleč, v dveh urah tudi več sto kilometrov daleč, na primer ob jadranski obali do Zadra. Vetrovi v višjih plasteh atmosfere so ključni za določitev približnega kraja pristanka. V veliko pomoč nam je bil spletni model <https://predict.habhub.org>, ki predvidi, kam bo balon med letom letel in kje približno bo pristal. Želeli smo, da bi ga odneslo proti vzhodu.



**Slika 7:** Na skici so podane mere višinskega balona, padala, sonde in nosilnih vrvic tik pred spustom. Mere so podane v milimetrih, skica ni v merilu.

\* Na skici je padalo v skrčeni obliki, mere pa so podane za raztegnjeno obliko med padanjem. Mera na skici je premer padala.



**Slika 8:** Leva slika: balon tik pred spustom. Desna slika: balon pred pokom.



**Slika 9:** Predvidena pot balona (leva slika) in resnična pot balona (desna slika).

Atmosferske razmere se lahko hitro spremenijo. Zato smo si vnaprej zagotovili prilagodljive razmere za spust ter kar nekaj časa opazovali napovedi in njihove spremembe.

Zaradi trenutne vremenske slike na dan spusta smo želeli opraviti hitrejši polet, sicer bi lahko balon odneslo zelo daleč, zato smo ga napolnili tako, da je pri radiju 1,0 m zasedal prostornino  $4,2 \text{ m}^3$  v okviru 5 % napake, kar pomeni silo vzgona  $49,2 \text{ N}$  (sila teže sistema je znašala  $29,1 \text{ N}$ ) pri tedanji temperaturi zraka  $22,2 \text{ }^\circ\text{C}$ .



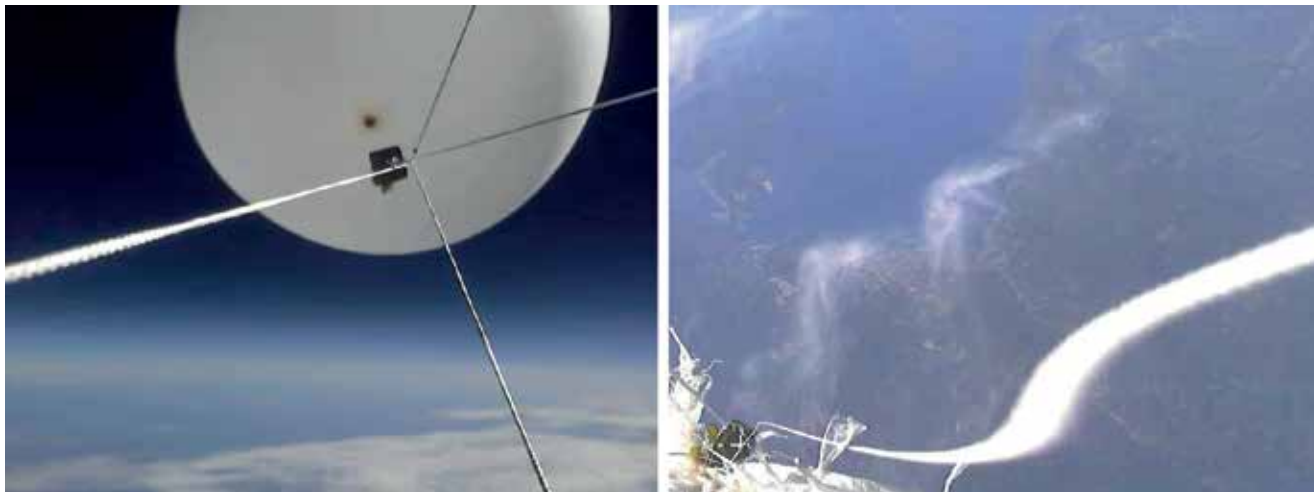
**Slika 10:** Spust.

Balon se je hitro pričel dvigati. Vse je potekalo po pričakovanjih, prejeli smo podatkovne paketke APRS, polet je bilo mogoče spremljati tudi na spletu.

Po 28 minutah in 30 sekundah je sonda na višini 12,2 km prenehala oddajati signal. Imeli smo sicer nekaj zamisli, kaj bi lahko šlo narobe, sklepali pa smo, da se Srečko še naprej dviguje, zato smo se z obilico vere, da ga najdemo, napotili na predvideno lokacijo pristanka. Na predvideni lokaciji smo si oddahnili, saj se je Srečko pri padanju spet oglasil. Od sonde smo prejeli nekaj paketkov, zadnjega na nadmorski višini 2697 m. Napotili smo se proti zadnji znani lokaciji. Prebijali smo se skozi hribovje zahodno od Snežnika, kjer smo po skoraj osmih urah od spusta Srečka prejeli točne podatke o lokaciji pristanka. Veselje ekipe v tistem trenutku je bilo nepopisno. Sondo smo našli na 15 m visokem drevesu. S primerno opremo smo se vrnili naslednji dan. Sonda s padalom se je spustila na nižjo vejo, od koder smo jo brez težav sneli.

Po analizi izmerjenih podatkov smo opazili, da so meritve potekale tako, kot smo predvideli, zatajila pa sta senzor za merjenje vlažnosti in spodnja kamera (HERO 2), ki je ugasnila nekaj sekund pred spustom.

Zgornja kamera je slike zajemala po načrtu na vsakih 15 sekund.



**Slika 11:** Leva slika: prehod balona skozi ozonsko plast. Desna slika: posnetek tik ob puku, ko se je kamera zasukala proti tlom, pri tem pa zajela severni Kvarner.

Po spustu smo ugotovili, zakaj smo sondo med letom izgubili. Modul GPS naj bi deloval do višine 50 km, v normalnem načinu delovanja pa deluje le do višine 12 km. Treba ga je nastaviti na način delovanja Airborne.

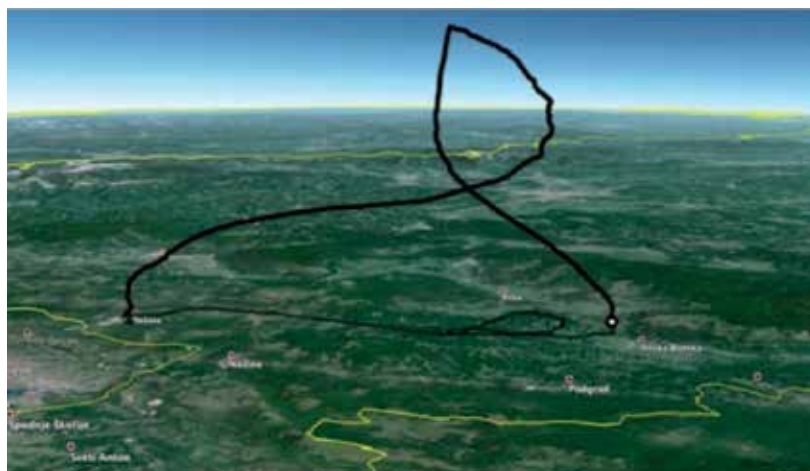
Po analizi podatkov smo bili sicer zadovoljni, ni pa bilo mogoče razbrati višine poka balona. Zamisel o tem, kako določiti višino poka, smo imeli, vendar je jo bilo treba za potrditev in natančnost mersko preveriti. Dovoljenje za spust smo imeli do konca maja, zato smo se podvizali in spust ponovili.

## Drugi spust

Izdelali smo novo, manjšo sondo in naročili manjši balon. Merilno opremo smo omejili, da je merila le temperaturo, pritisk, vlažnost in trenutni položaj. Usposobili smo spodnjo kamero, ki je pri prvem spustu odpovedala. Skupna masa opreme s sondo je tako znašala okrog 500 g.

Drugi spust je potekal podobno kot prvi, le da smo modul GPS primerno nastavili in potem ves čas spremljali trenutni položaj balona. Podobno kot pri prvem spustu ga je zaneslo proti vzhodu države. Izkušnje od prvega poleta so prišle prav, zato smo sondo našli 45 minut po pristanku, v gozdičku pri vasici Šembije, znova na zelo visokem drevesu. V nekaj dneh smo imeli tudi to sondo v svojih rokah.

Kamera je tokrat delovala brezhibno in zajela kar nekaj navdušujočih posnetkov z višine. Balon je počil na nadmorski višini 28,7 km pri tlaku 14 mbar in temperaturi ozračja 2 °C.



**Slika 12:** 3D-pot balona.





**Slika 13:** Posnetka z nadmorske višine 550 m (leva slika – Sežana) in 3300 m (desna slika – Sežana in Tržaški zaliv).



**Slika 14:** Posnetek Istre (levo) in poka (desno) z višine 28,7 km.

Navdušeni nad spusti in uspešno izvedenim projektom smo v zadnjih dneh iztekajočega se šolskega leta začeli analizo meritev.

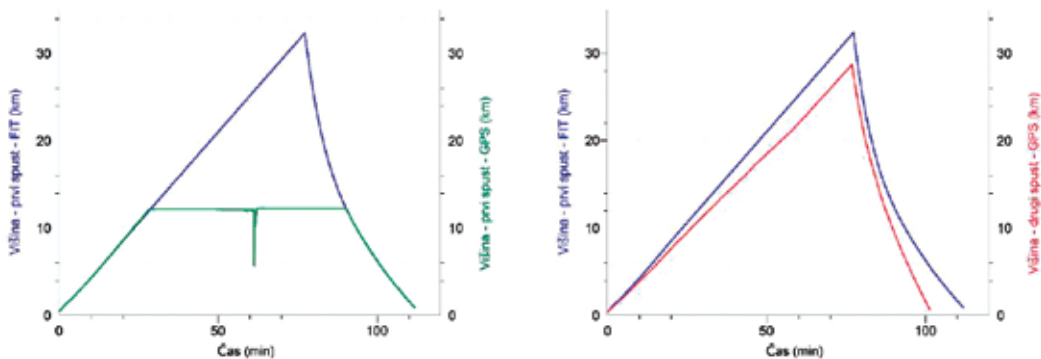
## Analiza meritev

Po drugem spustu smo lahko primerjali meritve spreminjanja višine s časom obeh spustov. Ugotovili smo, da sta se obe sondi enakomerno dvigali, prva s hitrostjo 6,9 m/s, druga pa s hitrostjo 6,1 m/s. Med samim prostim padom sta se sondi obnašali podobno, kot smo predvideli. Končna hitrost v višjih plasteh je zaradi manjšega zračnega upora bistveno večja kot v nižjih plasteh.

Meritve smo prečesali s pomočjo Matlaba in jih zapisali v primerni obliki txt, ki jo prepozna tudi program LoggerPro, ki je bil dijakom že domač. Sistema nam analitično ni uspelo rešiti, zato smo poskušali s pomočjo nabora analitičnih funkcij, ki jih LoggerPro še uspe prebaviti. Uspelo nam je pridelati primerno prilagoditveno krivuljo, ki se je popolnoma prilegala točkam na grafu  $h_1(t)$  (slika 15), ter nato enako funkcijo uporabili na grafu  $h_2(t)$ , ki se je popolnoma prilegala izmerjenim točkam.

Presečišče prilagoditvenih krivulj za dvig in padec prve sonde, glede na slike zgornje delujoče kamere sonde, časovno sovпада s pokom balona. Tako nam je uspelo določiti višino poka prvega balona, ki je znašala 32,3 km v okviru ocenjene 0,8 % napake. Na tej višini je tlak znašal 11 mbar, temperatura ozračja pa 4 °C.

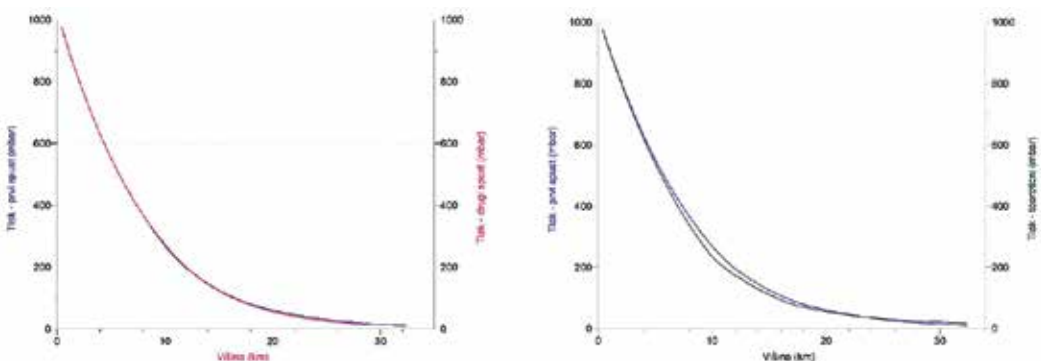
Navdušeni nad spusti in uspešno izvedenim projektom smo v zadnjih dneh iztekajočega se šolskega leta začeli analizo meritev.



Slika 15: Višina sonde prvega  $h_1(t)$  in drugega  $h_2(t)$  spusta.

je padala nekoliko hitreje, saj je med padcem bolj opletala in se vrtela ter zapletla nosilne vrvice med padalom in sondo. Posledično se padalo ni uspelo popolnoma razpreti.

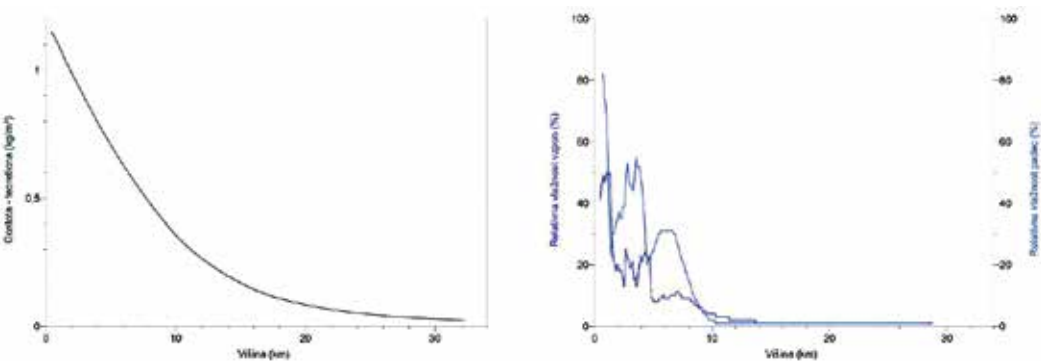
Analiza meritev tlaka je potrdila, da tlak pada z višino eksponentno, podobno kot napoveduje teoretična enačba (1.4).



Slika 16: Levi graf prikazuje izmerjeni funkciji  $p_1(h)$  in  $p_2(h)$ , desni pa  $p_1(h)$  in  $p(h)$ , izraženo po enačbi (1.4)

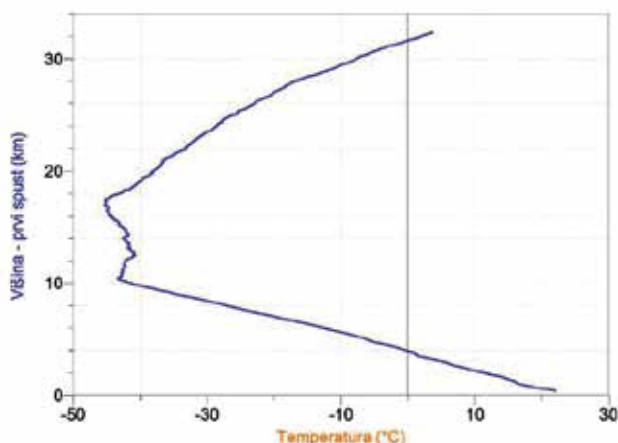
Z desnega grafa je razvidno, da se teoretični model ujema s praktičnim. Odstopanje je sprejemljivo, saj teoretični model ne vključuje spreminjanja molske mase ozračja in morebitnih spreminjajočih se parametrov v atmosferi.

Zanimivo si je ogledati tudi spreminjanje gostote z višino, pridobljeno s teoretičnim modelom po enačbi (1.5), in relativne vlažnosti med spustom druge sonde.



Slika 17: Levi graf: spreminjanje gostote z višino. Desni graf: spreminjanje relativne vlažnosti z višino.

Žal meritve relativne vlažnosti prvega spusta niso bile zanesljive. Vseeno je pa zanimivo pregledati meritve drugega spusta (slika 17 – desno), ki prav tako nakazujejo območje tropo-



**Slika 18:** Levi graf kaže medsebojno odvisnost temperature in nadmorske višine med preletom prvega balona skozi ozračje. Slika je kompatibilna z modelom na sliki 2. Območje tropopavze (ločnica med troposfero in stratosfero) se pojavi na višini 10,4 km.

pavze v okolici nadmorske višine 10 km, ko relativna vlažnost pade na 0 %. Nad območjem tropopavze oblakov tako rekoč ni, saj temperaturni gradient nad to mejo spremeni predznak (iz negativnega v pozitivni predznak), kar onemogoča konvekcijo. Nad mejo 17,5 km prične temperatura hitro naraščati. Tam je Srečko prešel v ozonsko plast, ki intenzivno absorbira UV-zarke. Pojavili so se tudi močnejši vetrovi, ki so Srečka nekoliko premetavali (slika 11 – levo).

## Zaključek

Projekt Srečko v vesolju je odlično uspel, čeprav ni dosegel pravega roba vesolja. Na razpolago imamo še množico podatkov. Veliko večino smo že obdelali, nekateri pa na obdelavo še čakajo ali smo jih obdelali le delno (kvalitativno). Uresničili smo vse cilje, ki smo si jih zastavili. Predvsem pa je pomembno to, da so dijaki okusili več kot le osnove raziskovalnega dela, presegli matematično-fizikalno raven srednje šole in dobili zagon za nove izzive. Za konec naj vas povabim še na ogled krajših dokumentarnih videov in posnetka celotnega spusta na Youtube kanalu **FizikaPKC**:

- Srečko in space - Documentary video
- Srečko in space - Whole flight
- Srečko in space - Balloon expansion

Projekt Srečko v vesolju je odlično uspel, čeprav ni dosegel pravega roba vesolja.

## Viri

- [1] [http://en.wikipedia.org/wiki/High-altitude\\_balloon](http://en.wikipedia.org/wiki/High-altitude_balloon)
- [2] D. Šonc, Spust balona v stratosfero, CQ ZRS, letnik XXV, 2–3/2015.
- [3] [http://www.ux1.eiu.edu/~cfjps/1400/atmos\\_origin.html](http://www.ux1.eiu.edu/~cfjps/1400/atmos_origin.html)

# Izobraževalni lističi Scientix NA-MA 2

Milenko Stiplovšek in mag. Andreja Bačnik  
Zavod RS za šolstvo

## Kaj so oz. kakšen je namen Izobraževalnih lističev Scientix NA-MA 2

Druga serija Izobraževalnih lističev Scientix NA-MA (Scientix Activity Sheets – SAS 2) je nastala v okviru projekta Scientix 3. V njej nadaljujemo z idejami in dejavnostmi, ki pomagajo popularizirati ter izpostaviti možnost in priložnost za aktivno učenje naravoslovja in matematike ter usmerjajo k samostojnemu učenju in sodelovanju vseh otrok/učencev/dijakov.

Skupnost za naravoslovno-matematično (NA-MA) izobraževanje v Evropi Scientix ([www.scientix.com](http://www.scientix.com)) je v našem prostoru razmeroma dobro poznana. »Science« v Scientix predstavlja celotno področje STEM (science, technology, engineering and mathematics), ki spodbuja in podpira vseevropsko sodelovanje med učitelji (učencev od 4 do 21 let), pedagoškimi raziskovalci, snovalci politik, drugimi pedagoškimi delavci in vsemi, ki jih zanima področje naravoslovnega izobraževanja, naravoslovnih znanosti, tehnike in matematike. Nekaj je k prepoznavnosti skupnosti Scientix prispevala tudi prva serija



Izobraževalnih lističev Scientix NA-MA, ki je nastala v okviru projekta Scientix 2 na Zavodu RS za šolstvo.

## Vsebina izobraževalnih lističev (IL)

Izobraževalni lističi Scientix NA-MA 2 so tako kot v prvi seriji razvrščeni v tri večje sklope:

1. NA-MA EKSPERIMENTI
2. NA-MA DEJAVNOSTI
3. NA-MA RAZVIJA PISMENOST

Le da je **poudarek** druge serije IL samo **na sklopih NA-MA eksperimenti in NA-MA dejavnosti**.

Druga serija izobraževalnih lističev NA-MA tako prinaša naslednje naslove:

### NA-MA eksperimenti:

- IL Razlikujmo čiste snovi in zmesi (mag. Andreja Bačnik)
- IL Raziskujmo vpliv taljenja ledu na velikost sile vzgona (Jaka Banko)
- IL Preučimo premo enakomerno gibanje (Milenko Stiplovšek)
- IL Z mobilnim telefonom raziskujmo zvok (Goran Bezjak)

### NA-MA dejavnosti:

- IL Kamnine in minerali – Katere lastnosti skrivajo? (Bernarda Moravec)
- IL Izdelajmo modelni prikaz zgradbe in podvojevanja DNA (Simona Slavič Kumer in Saša Kregar)
- IL Preučimo označevanje živil (Irena Simčič)
- IL Primerjajmo dve športni dejavnosti glede na hitrost in agilnost (Nives Markun Puhan)
- IL Raziskujmo zvok steklenic (dr. Leonida Novak in dr. Sandra Mršnik)
- IL Raziskujmo zvok trobente (dr. Leonida Novak in dr. Sandra Mršnik)
- IL Pretvarjajmo merske enote (Vesna Vršič)
- IL Primerjajmo in razvrstimo štirikotnike (mag. Melita Gorše Pihler)
- IL Preiskujmo v Pascalovem trikotniku (mag. Sonja Rajh)
- IL Preiskujmo v Leibnizevem trikotniku (mag. Sonja Rajh)
- Priloga za IL Preiskovanje v Pascalovem in Leibnizevem trikotniku (mag. Sonja Rajh)
- IL Premikanje mravlje z algoritmom (mag. Radovan Krajnc in dr. Matej Črepinšek)

## Zasnova in didaktična uporaba IL

Vsak izobraževalni listič na prvi strani predstavlja teoretska izhodišča in kontekst aktivnosti, prikazanih na drugi strani IL. Druga stran IL je neposredno namenjena aktivnostim otrok/učencev/dijakov tako pri pouku kot tudi pri zunajšolskih dejavnostih. IL so uporabni samostojno in kot zbirka.

Vsi IL v formatu pdf, dodatni didaktični napotki in informacije so objavljeni v prosto dostopni spletni učilnici (SU) na portalu SiO: v Sodelov@Inici NA-MA, <https://skupnost.sio.si/course/view.php?id=9357> oz. krajše <http://url.sio.si/nN7>. Dostopni so tudi v Digitalni bralnici ZRSŠ.

## Primer izobraževalnega lističa, uporabnega pri pouku fizike

### PREUČIMO PREMO ENAKOMERNO GIBANJE

#### Ciljna skupina

Izobraževalni listič je primarno namenjen uporabi pri pouku fizike v osnovni šoli.

#### Didaktični napotki

##### Namen

Izobraževalni listič je nastal predvsem z namenom, da bi učenci nekaj operativnih ciljev v sklopu ENAKOMER-

NO GIBANJE, za katere je priporočeno, da jih dosegajo z izvajanjem poskusov, lahko dosegli z uporabo enostavne in dostopne eksperimentalne opreme. V učnem načrtu je za doseg teh ciljev sicer priporočeno eksperimentiranje z avtomobilčkom na motorni pogon, vendar po informacijah, ki jih imamo svetovalci za fiziko na Zavodu RS za šolstvo, te opreme ni dovolj, da bi učenci lahko z njo delali samostojno, v parih ali v trojicah. Seveda pa s predlaganimi aktivnostmi dosegamo tudi cilje, ki se nanašajo na spretnost pri eksperimentiranju ter na razvijanje sposobnosti opazovanja, analiziranja in sklepanja.

**Cilji iz učnega načrta za pouk fizike v osnovni šoli, ki jih lahko dosegamo z aktivnostmi, predlaganimi na izobraževalnem lističu:**

#### Splošni cilji

Učenci:

- sistematično odkrivajo pomen eksperimenta pri spoznavanju in preverjanju fizikalnih zakonitosti,
- načrtujejo in izvajajo preproste poskuse in raziskave, obdelujejo podatke, analizirajo rezultate poskusov in oblikujejo sklepe,
- preverjajo izide preprostih napovedi,
- spoznavajo pomembnost povezovanja eksperimentalnega znanja s teoretičnim, analitičnim in sintetičnim razmišljanjem,
- predstavijo odvisnost količin z grafi, berejo grafe in razumejo odvisnosti.






## PREUČIMO PREMO ENAKOMERNO GIBANJE

Gibanje je spreminjanje lege opazovanega telesa glede na izbrano okolico. Pojav opisuje kinematika (veja mehanike), ki se ukvarja le z zakonitostmi, ki povezujejo čas, lego, pot, premik, hitrost in pospešek za različne vrste gibanj, ne obravnava pa razlogov za gibanje. Kinematika razdeli vrste gibanj glede na tir in glede na spreminjanje hitrosti. **Za premo enakomerno gibanje velja, da leži tir na premici, hitrost pa se ne spreminja.** Širše področje mehanike, ki obravnava vpliv sil na gibanje in vključuje kinematiko, je dinamika.

Zračni mehurček v cevki, napolnjeni z vodo, se bo gibal po cevki s stalnim naklonom navzgor s stalno hitrostjo. Izjema je kratek del na začetku njegove poti, ko pospeši iz mirovanja do stalne hitrosti.

Poznavanje fizikalnih zakonov in matematičnih orodij – modelov, ki opisujejo gibanje ter znajo predvideti in upoštevati vpliv sil na gibanje, je omogočilo potovanja ljudi po kopnem, vodi, zraku in vesolju. S pomočjo tega znanja so potovali do Lune in nazaj in poslali sonde na Mars, na komet 67P/Čurjumov-Gerasimenko (v nekaterih primerih so se učili na napakah) ter na druga mesta v vesolju, kjer so želeli zbirati informacije. Danes lahko gibanje po kopnem, vodi in zraku spremljamo z GPS (Globalni sistem pozicioniranja, angl. Global Positioning System).


Tudi znanstveniki, ki so v Houstonu načrtovali, usmerjali in spremljali gibanje vesoljski plovil s človeško posadko do Lune in nazaj, ter tisti, ki vzdržujejo in izboljšujejo sistem GPS, so se v določenem obdobju svojega pridobivanja znanja začeli spoznavati s premo enakomernim gibanjem in kinematiko ter dinamiko, kot se sedaj s tem seznanjate vi pri pouku fizike v osnovni šoli.






Navigacija GPS

Izobraževalni lističi Scientix NA-MA 2
<http://url.sio.si/nN7>



## PREUČIMO PREMO ENAKOMERNO GIBANJE


#### Premisli, eksperimentiraj, predstavi

Analiziraj in predstavi gibanje zračnega mehurčka v prozorni cevki z različnimi nakloni. Za ta namen:


- izmeri čase, ki so potrebni, da mehurček opravi različno dolge poti;
- izračunaj hitrosti mehurčka med gibanjem;
- predstavi rezultate meritev in izračunov s tabelami in grafi;
- dodaj svoje ugotovitve, komentarje in predloge za nadaljnje eksperimentiranje.

#### Potrebna oprema

- Vsaj 0,5 m dolga, prozorna cevka s premerom okoli 1 cm in zamašek za vsako stran cevke
- Toga podlaga za pritrditev cevke in merila dolžine
- Štoparica in računalno ali ustrezna naprava (pametni telefon, tablica, prenosnik)
- Papir, pisalo, geotrikotnik



Prozorno cevko napolni z vodo tako, da bo v njej zračni mehurček dolžine 2 do 3 cm, in jo na obeh koncih zapri z zamaškom.



Cevko in merilo dolžine pritrdi na togo podlago tako, da bosta drug ob drugem in bo začetek merila okoli 1 dm oddaljen od začetka cevke.

#### Naloga

➡ **Premisli**, v kateri legi mehurčka boš začel merjenje časa s štoparico in kdaj boš štoparico ustavil, da boš izmeril dolžino poti med gibanjem mehurčka, ki si jo izbral. **Opiši**, kako si se odločil, in pojasni svojo odločitev. Pojasnilo opremi z ustrezno skico.

- **Izmeri** čase, ki so pri izbranim naklonu cevke potrebni, da opravi mehurček različno dolge poti. Rezultate meritev za vsaj štiri različno dolge poti zapiši v ustrezno tabelo.
- Za vsako od meritev **izračunaj** hitrost gibanja mehurčka in dopolni tabelo z rezultati izračunov.
- Kaj moraš storiti, da se bo mehurček gibal po cevki z večjo oz. z manjšo hitrostjo? **Ponovi zgornje meritve in izračune** pri še dveh različnih hitrostih mehurčka in jih zapiši v ustrezno tabelo.

➡ Za vsak nabor meritev in izračunov pri istem nagibu cevke **nariši** graf poti v odvisnosti od časa in graf hitrosti v odvisnosti od časa.

➡ **Premisli**, kolikšna je negotovost izmerjenih časov in poti ter kako to dvojice vpliva na negotovost izračunanih hitrosti. Zapiši ugotovitve, do katerih si prišel z eksperimentiranjem. **Navedi predloge** za nadaljnje eksperimentiranje na temo enakomernega gibanja.

Avtor: Milenko Stiplošek - Strokovni urednici: mag. Andreja Bačnik in Simona Slavič Kumer - ZRSŠ, 2017

*Operativni cilji, za katere je priporočeno, da jih učenci dose-gajo z izvajanjem poskusov:*

Učenci:

- samostojno izvedejo meritev dolžine ali časa, izra-čunajo povprečno vrednost in grobo ocenijo napako meritve,
- s poskusi usvojijo, da je hitrost količnik poti in časa,
- narišejo graf, ki prikazuje odvisnost poti od časa, z njega preberejo podatke, ga razložijo in razumejo, katero vrsto gibanja predstavlja,
- narišejo graf, ki prikazuje odvisnost hitrosti telesa od časa, z grafa preberejo podatke, graf razložijo in ra-zumejo, kakšno vrsto gibanja predstavlja graf,
- spoznajo, da so izmerjene vrednosti fizikalnih koli-čin nenatančne.

### Priporočila glede opreme in izvedbe

Cev, ki je na fotografiji in s katero je narejenih nekaj meritev, je prozorna cev za zalivanje s premerom 1 cm, kupljena v trgovini z opremo za vrt in dom. Cene takih cevi se gibljejo okoli enega evra za tekoči meter. Opa-žena slabost je neenakomeren presek, kar se odraža z upočasnjevanjem gibanja mehurčka na nekaterih delih. Temu se lahko izognemo s pazljivo izbiro pri nakupu cevi oziroma z izbiro delov cevi, ki jih bomo uporabili. Mogoče je tudi eksperimentiranje s stekleno cevko, kjer praviloma teh težav ni, je pa večja verjetnost za lom in za težave, ki jih lom lahko povzroča. Če bodo učenci merili poti in čase natančneje, kot je to mogoče z ročno štopa-rico in opazovanjem lege mehurčka ob merilu z očesom (npr. z analizo videoposnetkov), je smiselno biti pozoren na čim bolj konstanten presek cevke.

**Kako bodo učenci enoznačno opisali nagib cevke (in do-segli enak nagib pri več meritvah!), je prepuščeno njihovi iznajdljivosti, znanju in ustvarjalnosti.** Predlagam, da učitelj učence le opozori, da je to potrebno in pomembno, ter jim prepusti iskanje rešitev. Učenci nas večkrat pozitivno presenetijo, če jih ne »ukalupljamo« s svojimi predlogi.

### Negotovost meritev in izračunov

*Primer meritev in izračunov ter ocena naključne napake*

Pogoji: premer cevke je 1 cm, dolžina mehurčka v vodo-ravni legi je 2,7 cm, naklonski kot cevke med dviganjem mehurčka je  $9,1^\circ$  ( $\varphi = \arctg(8,9 \text{ cm} / 55,6 \text{ cm})$ ).

Način merjenja in zapisa rezultatov meritev in izračunov:

Opazovanje lege mehurčka je bilo izvedeno s prostim očesom, merjenje časa je bilo ročno s štoparico. Za vsako od štirih različno dolgih poti med gibanjem mehurčka je trikrat izmerjen čas, potreben za to pot, nato pa je izra-čunano povprečje teh časov in hitrost. Rezultati meritev in izračuni za isto dolžino poti so v isti vrstici spodnje tabele:

Meritve				Izračuni	
s [cm]	t <sub>1</sub> [s]	t <sub>2</sub> [s]	t <sub>3</sub> [s]	t <sub>povpr</sub> [s]	v [cm/s]
10,0	1,55	1,46	1,43	1,48 = 1,5	6,76 = 6,8
20,0	3,03	2,93	2,94	2,97 = 3,0	6,74 = 6,7
30,0	4,50	4,47	4,55	4,51 = 4,5	6,66 = 6,7
40,0	5,77	5,88	5,73	5,79 = 5,8	6,90 = 6,9

Vidimo, da je negotovost tako izmerjenih časov okoli 0,05 s. Prav tako smo lahko skeptični glede tega, ali smo ujeli lego mehurčka med gibanjem na začetku in koncu poti res na 1 mm natančno in prav v tisti legi pognali ozi-roma ustavili štoparico, čeprav se na merilu dolžine mi-limetri ločijo med seboj. Negotovost dolžine poti, na ka-teri smo merili čase, lahko zato ocenimo na 2 do 3 mm. Iz tega lahko sklepamo, da je smiselno zaokroževanje iz-računanih vrednosti na dve zanesljivi mesti, to je na eno celo in eno decimalno mesto.

Izmerili smo torej, da je hitrost gibanja mehurčka pri teh pogojih  $6,7 \text{ cm/s} \pm 0,1 \text{ cm/s}$ , kar pomeni okoli 1,5 % re-lativno napako.

**Bistveni zaključek, do katerega naj bi učenci prišli, je:** V okviru natančnosti meritev pri gibanju mehurčka lahko ugotovimo, da je pot premo sorazmerna s časom (graf je bolj ali manj strma premica) in da je hitrost konstantna (graf je premica, vzporedna z abscisno osjo).

*Razmislek o sistematični napaki meritve*

Razlog, zaradi katerega naj bi se mehurček gibal enako-merno, je, da hitrost mehurčka in sila upora nanj naraš-čata tako dolgo, dokler sila upora ne zmanjša rezultan-te zunanjih sil na mehurček na nič in se ta nato giblje premo enakomerno (podobno, kot to velja za padalca, ki prosto pada skozi zrak z dovolj velike višine). Če na ta način razmišljamo o mehurčku plina, ki se navpič-no dviga v posodi s kapljevino in je dovolj daleč od sten posode, da lahko njihov vpliv na gibanje zanemarimo, pa gibanje ni enakomerno. Mehurček se z dvigovanjem premika v področje z vedno manjšim tlakom. Zato se mu prostornina povečuje (poenostavimo si razmišljan-je s tem, da predpostavimo konstantno temperaturo v vsej kapljevini). S povečevanjem prostornine mehurčka se povečuje tudi sila vzgona, ki nanj deluje. Hitrost, pri kateri bi sila upora povzročila rezultanto sil nič, bo zato vedno večja in gibanje ni enakomerno, ampak se hitrost mehurčka med dviganjem povečuje.

Poglejmo, kako bi takšen teoretični model vplival na hitrost gibanja mehurčka v cevki. Predpostavimo, da je temperatura konstantna in da je vlažen zrak v mehurčku dovolj blizu modelu idealnega plina. V tem primeru lah-ko uporabimo enačbo za izotermno spremembo idealne-

ga plina in zapišemo, da približno velja  $\Delta V/V = -\Delta p/p$  (produkt  $\Delta p \Delta V$  smo ocenili kot zanemarljivo majhen v primerjavi s produktoma  $p \Delta V$  in  $V \Delta p$  ter ga izpustili iz enačbe). Če mehurček opravi 1 m dolgo pot navzgor po cevki, ki z vodoravnico oklepa kot  $45^\circ$ , se dvigne za 0,7 m v navpični smeri. Zato je tlak na koncu poti 0,07 bara manjši kot na začetku. Privzamemo lahko, da je tlak v kapljevini okoli 1 bar, tako da to pomeni 7 % zmanjšanje. Iz enačbe  $\Delta V/V = -\Delta p/p$  tako vidimo, da se je prostornina v tem primeru povečala za 7 % in za toliko tudi sila vzgona. Če predpostavimo, da je sila upora premo sorazmerna s kvadratom hitrosti (zaradi enostavnosti smo zanemarili povečanje preseka mehurčka), vidimo, da bi se hitrost morala povečati za 3,5 %, če želimo, da se sila upora poveča za enak delež, kot se je sila vzgona.

Pri gibanju mehurčka, ki smo ga opazovali med zgoraj prikazanimi meritvami, je bila višinska razlika pri najdaljši opravljeni poti 40 cm enaka  $40 \text{ cm} \times (8,9 / 55,6) = 6,4 \text{ cm}$ . To je manj kot 1/10 višinske razlike v zgoraj obravnavanem primeru. Torej je tudi relativna sprememba tlaka in volumna manjša od 0,7 % ter teoretično predvideno relativno povečanje hitrosti zaradi povečanja prostornine pod 0,035 %. Glede na 1,5 % naključno na-

pako meritve lahko takšno predvideno sistematično napako mirno zanemarimo.

Vidimo pa lahko tudi, da ta teoretični model za oceno sistematične napake pri merjenju hitrosti mehurčkov, katerih presek je med dviganjem primerljiv s presekom cevke, pravzaprav ni najprimernejši. Opazimo lahko, da se manjši mehurčki v cevki dvigajo hitreje od največjega, ki ga običajno opazujemo. Pri modelu, kjer na dviganje mehurčka stene ne vplivajo, velja, da se vzgon povečuje s tretjo potenco polmera, upor pa z drugo potenco polmera. Zato morajo imeti večji mehurčki večjo hitrost, pri katerih je rezultanta nič in se dvigajo hitreje od manjših. Ker je presek mehurčka, ki ga opazujemo, praviloma primerljiv s presekom cevke (tudi več kot 50 % preseka cevke), vpliv sten na gibanje mehurčka v kapljevini ni zanemarljiv. Ko se mehurček poveča, se s tem zmanjša prostor pod njim, po katerem se kapljevina pretaka iz prostora nad mehurčkom v prostor pod njim, medtem ko se mehurček dviga. Če je to pretakanje zaradi zožitve kanala pod mehurčkom upočasnjeno, se bo hitrost mehurčka s povečevanjem mehurčka zmanjševala. Ali do tega res pride in v katerih primerih, pa je lahko zanimiva tema za kakšno raziskovalno nalogo.

## Vabilo

Na letošnjem **33. slovenskem knjižnem sejmu**, ki bo od **22. do 26. novembra 2017** v Cankarjevem domu, bomo v veliki sprejemni dvorani razstavljali novosti in uspešnice knjižnega in revijalnega snovanja, ki so izšle v založbi Zavoda RS za šolstvo.

Vljudno vas vabimo tudi v debatno kavarno: **v sredo, 22. novembra ob 10. uri**

**Vključujoča šola ali kako doseči vsakogar**

pogovor ob izidu priročnika za učitelje, ki ga bo vodila dr. Zora Rutar Ilc;

**v četrtek, 23. novembra ob 9. uri**

**Glasba je naše življenje – 20 let revije Glasba v šoli in vrtcu**

pogovor bo vodil dr. Franc Križnar.

**Vabimo na obisk, pogovor in se veselimo druženja z vami!**

Založba Zavoda RS za šolstvo



Zavod  
Republike  
Slovenije  
za šolstvo

**Slovenski knjižni sejem**  
22.–26. 11. 2017  
cankarjev dom

Države v fokusu:  




Gospodarska zbornica Slovenije  
Zbornica knjižnih založnikov in knjižničarjev

# Energija II: Energijski zakon in primeri iz vsakdanjega življenja

dr. Mojca Čepič

Oddelek za fiziko in tehniko, Pedagoška fakulteta Univerze v Ljubljani

V prejšnjem prispevku smo na dolgo, široko in podrobno obdelali pojme, konceptualne in terminološke povezave energije reči ter dveh načinov spreminjanja energije reči s prenosom energije med njima z delom oziroma toploto. Namenoma sem v stavku uporabljala dvojino, saj oba procesa, ki prenašata energijo, to sta mehanska moč in toplotni tok, potekata med dvema rečema. Seveda pa to ni ovira za prenos energije med več telesi hkrati, a tedaj poteka prenos preko več različnih procesov, ki potekajo med opazovano rečjo in drugimi rečmi, vsak proces posebej pa poteka v paru. Ena reč lahko prejema ali opravlja delo oziroma prejema ali oddaja toploto od več različnih ali več različnim rečem hkrati, zaporedoma, neprestano ali kako drugače. Za vsako izmenjavo energij moramo vedno identificirati reči, med katerimi izmenjava poteka, in proces, ki to izmenjavo omogoča. Ko želimo uporabiti energijske razmisleke v vsakdanjem življenju, so obravnavane reči pogosto ljudje, katerih dejanja so načrtna ali nenačrtna, in stroji vseh vrst, ki se gibljejo ali premikajo na določene načine na »zahtevo« ljudi. V fiziki za analize različnih dogajanj zelo radi uporabljamo klade in točkasta telesa, čeprav imajo učenci z gibanjem lastnega telesa obilico osebnih izkušenj. Zato bi bilo škoda, če bi njihove izkušnje zanemarili in jih prisilili, da razmišljajo o predmetih, ki zanje niso prav nič uporabni in zanimivi. Lepota abstraktnega razmišljanja, tako ljuba teoretičnemu fiziku, je učencem običajno tuja. Učencev pa ne moremo obravnavati kot točkastih oziroma togih teles, ker so v nekem smislu podobni strojem z notranjim pogonom. Dele svojega telesa lahko načrtno ali nenačrtno premikajo na različne načine in spreminjajo eno obliko svoje energije v drugo, opravljajo oziroma prejema delo in toploto. Človeško telo s stališča fizike ni enostaven stroj. V gornjih stavkih sem večkrat uporabila besedi gibanje in premikanje. Načeloma sta besedi sinonima, saj lahko rečemo »roka se giblje« ali »roka se premika«. Za obravnavo v nadaljevanju pa opredelimo oba izraza natančneje: »premikanje« naj bo povezano s premikom težišča reči, »gibanje« pa naj opisuje reči bolj na splošno. Tako lahko izraz »gibanje« opozarja na vrtenje celotne reči ali le njenih delov, na premikanje posameznih delov reči in podobno, vključuje pa tudi premikanje v smislu spreminjanja lege reči.



Lotimo se obravnave štirih, z energijskega stališča na videz zelo preprostih primerov iz vsakdanjega življenja. Skupine primerov sem oblikovala tako, da se znotraj skupine spreminjajo procesi in reči, ki v proces vstopajo. Poskušala pa sem najti primere, kjer sta začetna in končna lega oziroma hitrost ene ali več reči enaki in se zato učencem zlahka vsili misel, da sta enaki tudi analiza procesov z energijskega stališča in energija teh reči. V nadaljevanju bom ljudi ali naprave, ki nekaj počno, imenovala akterji, dejanja, ki jih izvajajo, pa akcije. Akterji so sestavljeni iz mnogih delov, ki se lahko gibljejo na različne načine. Npr. ljudje lahko ločeno premikamo dele telesa, deli motorja v avtomobilu se gibljejo na različne načine itd. Poimenovanje »akter« povežimo s človekom, strojem itd. takrat, ko so deli med seboj dobro povezani. Npr. človek naj obsega tudi čevlje, pritrjene smuči, obleko, ne pa tudi nahrbtnika, ki ga je zelo enostavno sneti, ali nakupovalne vrečke v roki. Učitelj mora pri analizah vedno prav posebej poudariti, kaj vse obsega »akter«. Posledice akcij so z energetskega stališča lahko različne. Akterjem se lahko spremeni celotna energija, ki jo včasih na kratko imenujemo tudi energija, lahko pa se spremenijo le oblike energije, npr. kinetična se pretvori v potencialno. Oblike energije moramo vedno poimenovati eksplicitno.

V nadaljevanju želim pokazati, da je energijske procese mogoče strokovno korektno na enostaven način obravnavati že v osnovni šoli, kasneje pa še toliko lažje, tudi za precej kompleksne akterje iz vsakdanjega življenja. Pri obravnavi pa je treba upoštevati določene dogovore (akter, akcija) in biti natančen pri uporabi jezika (npr. notranja energija ni isto kot energija).

Začnimo s prvim primerom, s katerim imajo učenci običajno bogate izkušnje. Na sliki 1 vidimo dva načina, kako se je mogoče na kotalkah, drsalkah ali rolki začeti premikati. Udeleženci na sliki imenujmo Ema in Ana. Ema je višja in ima svetlo majico, Ana pa nekoliko nižja in ima rožnato majico.



(a)



(b)

### Primer 1: Dva načina začetka premikanja na rolerjih.

- (a) Ema potisne Ano, ki ima na nogah rolerje (slika 1(a)). Ana je na začetku mirovala, po potisku pa se premika oziroma pelje s hitrostjo  $v_{1a}$ .
- (b) Ana stoji na kotalkah in se začne premikati po odri-  
vu od stene (slika 1(b)). Nato naj se pelje z enako hitrostjo  $v_{1b} = v_{1a} = v$  kot v primeru (a).

Primerjajmo Anino kinetično energijo na začetku in koncu opazovanja v obeh primerih. Na začetku opazovanja je Ana mirovala in je bila njena kinetična energija enaka nič. Na koncu opazovanja se je v obeh primerih premikala z enako hitrostjo  $v$ , torej je bila njena kinetična energija različna od nič, ampak v obeh primerih enaka. Če poznamo Anino maso  $m_{\text{Ana}}$  in njeno hitrost  $v_{\text{Ana}}$ , lahko Anino kinetično energijo tudi izračunamo:

$$W_{\text{Ana,k}} = \frac{1}{2} m_{\text{Ana}} v_{\text{Ana}}^2$$

Čeprav v definiciji kinetične energije nastopa kvadrat hitrosti, učenci po nekaj računskega treninga običajno nimajo težav z izračunom kinetične energije.

Naslednje vprašanje pa navadno povzroča velike težave. *Ali sta Ana in Ema prejemale ali opravljali delo?* Po prejšnjem dogovoru Ano obravnavamo skupaj z rolerji. Učenci pri iskanju odgovora najpogosteje vztrajajo pri osebnih občutkih, povezanih z delom. Če se morajo za nek rezultat potruditi, potem so opravljali delo. Pri tem ne ločujejo, ali so dvigovali ali pospeševali sebe ali koga drugega. A z energijskega stališča tak razmislek ne zdrži.

Za ugotavljanje, ali je delo bilo opravljeno (oddano) ali prejeta, lahko uporabimo dva kriterija. Če se je akterju A energija povečala, potem moramo najti akterja B, ki deluje s silo na telo A in se mu je energija zmanjšala. In obratno. Pozor, uporabljena je zgolj beseda »energija«, ki vključuje vse oblike energije akterja, tudi notranjo. Drugi kriterij je pravzaprav enačba za izračun prenesene energije preko dela oziroma enačba (2) v [1]. Z be-

**Slika 1:** Obe sliki sta posneti v stroboskopskem načinu, zato rolerji na Aninih nogah niso najbolj vidni. (a) Ema potiska Ano. Z rdečo puščico je označena sila, s katero Ema potiska Ano, z vijoličasto pa premik prijemališča te sile. (b) Ana se od stene odrine sama. Z rumeno puščico je označena sila stene, ki deluje na Ano. Vijoličasti krožec nakazuje, da se prijemališče te sile ne premakne. Z zeleno puščico je označen premik Aninega težišča med odri-  
vom.

sedmi lahko kriterij, oblikovan po tej enačbi, izrazimo tako: a) Če obstaja sila med telesoma A in B in b) če se premika prijemališče te sile in c) če sila ni pravokotna na premik. Vsi trije pogoji morajo biti izpolnjeni, da se prenese energija med akterjema A in B z delom. Izraz (2) iz [1] pa pove, koliko energije se je preneslo, če seveda obstaja dovolj podatkov za izračun. Pogosto namreč ne poznamo krajevne odvisnosti sile in podobnega.

Naj ilustriram uporabo obeh kriterijev v obeh primerih.

V primeru 1(a) se je zmanjšala Emina (celotna) energija, nekaj  $J$  (notranje) energije je prenesla s potiskom na Ano. Vir te notranje energije je hrana, ki jo je pojedla Ema. Anina energija se je povečala, saj je prejela delo od Eme, in ima na koncu kinetično energijo, ki je na začetku ni imela. Če pogledamo na sliko 1(a), lahko iz stroboskopskega posnetka sklepamo, da se je prijemališče sile, s katero je Ema potiskala Ano, premikalo. Premik prijemališča sile ponazarja vijoličasta puščica na sliki 1(a). Sila, s katero je Ema potiskala Ano, je bila vzporedna s premikom, ki ga ponazarja rdeča puščica na sliki 1(a). Vse te okoliščine nedvoumno kažejo, da se je energija z Eme prenesla na Ano.

V primeru 1(b) pa se je Ema sama potrudila, da se je začela premikati. Z odzivom od stebra je povzročila silo, označeno z rumeno puščico na sliki 1(b), s katero je steber odriaval Emo. Drugi Newtonov zakon za razsežna telesa pravi, da vsota vseh sil povzroči pospešek težišča. Premik težišča v času delovanja sile je na sliki 1(b) označen z zeleno puščico. A drugi Newtonov zakon pospeška ne pogojuje s premikanjem prijemališča sile (na sliki 1(b) označeno z vijoličastim krogcem) ali s tem, da bi bil za pospeševanje nujen prenos energije med telesi oziroma delo. V primeru 1(b) sta akterja Ana in steber. Za Ano se zdi, da se ji je energija povečala, saj se premika. Za steber lahko z gotovostjo trdimo, da se mu energija ni zmanjšala: še vedno miruje, ohladil pa se

sam od sebe tudi ni. Iz tega lahko sklepamo, da prenosa energije med stebrom in Ano ni bilo, torej steber ni opravil dela. Dokler uporabljamo besedo »energija«, imamo vedno v mislih vse oblike energije akterja skupaj. Zakaj navidezno nasprotje? Ob odzivu se je zmanjšala Anina notranja energija (hrana) in povečala Anina kinetična energija. Vsota obeh energij pa je ostala enaka, če zanemarimo med dogajanjem oddano toploto. Tudi drugi kriterij pove isto. Steber se ni premaknil. Ana se je od stebra odpravila, torej se prijemališče sile ni premaknilo. Če ni bilo premika prijemališča, tudi steber Ani ni oddal dela. A steber seveda ni brez vloge v tej zgodbi. Sila stebra, dejanska reakcija na odziv Ane od stebra, je Ani šele omogočila pretvorbo lastne notranje energije v lastno kinetično. Od zraka se ne bi mogla odriniti, le na mestu bi lahko izvajala razgibalne vaje.

*Kaj velja, če primerjamo Anini celotni energiji v primerih 1(a) in 1(b)?* Anina celotna energija je v primeru 1(a), ko je prejela delo od Eme, večja kot v primeru 1(b), ko dela ni prejela.

Kljub poučevanju, pogovorom in razpravam učenci običajno odgovorijo, da je Anina energija v obeh primerih enaka. Na to sklepajo iz enakosti hitrosti in lege v navpični smeri v obeh primerih. Predstava, da energija, tudi poudarjena »celotna« energija, obsega le mehanske oblike energije, na katere lahko sklepajo že iz vizualnih opažanj, je izjemno močna in ukoreninjena. Pojem fizikalnega dela, napačno interpretiran preko posplošene izkušnje osebnega napora, pa to ukoreninjeno predstavo še dodatno podpira. Za pretvorbo notranje energije v mehansko energijo se je običajno treba fizično potruditi, pretvorbe med različnimi oblikami mehanske energije pa največkrat potekajo same od sebe, kot povedo izkušnje pri sankanju, smučanju, vožnji kolesa po klancu navzdol in še marsičem. Zato se sklep, da je Ana v primeru 1(b) opravila delo, ko je z odzivom samo sebe pospešila, in



(a)

(b)

**Slika 2:** (a) Slika simbolizira vožnjo z dvigalom. Z rdečima puščicama sta označeni sili podlage, ki med vožnjo opravljata delo. (b) Hoja po stopnicah. Med odzivom od stopnic se sile podlage nenehno spreminjajo, a njihovo prijemališče ostaja na mestu. Z rumenima puščicama sta označeni sili podlage oziroma stopnic, ki omogočata pretvarjanje Emine notranje energije v njeno potencialno.

ima zato na koncu večjo skupno energijo kot na začetku, vsiljuje, saj se je zato vendar morala »potruditi«.

Zelo podobno je v naslednjem primeru:

### Primer 2: Vzpon za tri nadstropja.

- (a) Ema se povzpne tri nadstropja z dvigalom.  
in  
(b) Ema se povzpne tri nadstropja peš po stopnicah.

Proces vzpona z označenimi silami v obeh primerih je simboliziran na sliki 2. Sile, ki so pomembne za obravnavo, so na obeh slikah označene.

Ema ima v začetni legi v obeh primerih, preden se začne vzpenjati bodisi z dvigalom bodisi po stopnicah, enako kinetično energijo (0 J), enako potencialno energijo (prav tako 0 J, če izberemo začetno lego kot izhodišče potencialne energije) in naj ima tudi enako notranjo energijo  $W_n$ . Kolikšna je notranja energija, izražena v J, ne vemo, a privzemimo, da je obakrat enaka.

Oglejmo si še energijo Eme v končni legi v obeh primerih. Kinetična energija je ponovno enaka nič. V obeh primerih se je potencialna energija povečala za:

$$\Delta W_{\text{Ema,p}} = m_{\text{Ema}} g \Delta h_{\text{Ema}}, \quad (1)$$

kjer je  $\Delta W_{\text{Ema,p}}$  sprememba Emine potencialne energije. V primeru 2(a) velja naslednja energijska povezava:

$$\Delta W_{\text{Ema,p}} = A_p. \quad (2)$$

Ema je od podlage dvigala med vzpenjanjem dvigala prejela delo  $A_p$ . Sila podlage na Emo, katere prijemališče se je premikalo skupaj z dvigalom, je omogočila prenos energije z dvigala na Emo oziroma delo. V primeru 2(b) pa je energijski razmislek drugačen:

$$\Delta W_{\text{Ema,p}} = -\Delta W_{\text{Ema,n}}. \quad (3)$$

Ema je z odtrganjem od stopnic povzročila silo podlage (stopnic), ki ji je omogočila premikanje navzgor, zato se ji je potencialna energija povečala za  $\Delta W_{\text{Ema,p}}$ . A ker se stopnice niso premikale, je mirovalo tudi prijemališče sile stopnic, kar pa je omogočilo pretvorbo dela Emine notranje energije  $\Delta W_{\text{Ema,n}}$  v Emino potencialno energijo. Še več, predznaki jasno kažejo: če se je povečala potencialna energija, se je zmanjšala notranja. Za hojo v hrib se je torej treba najesti, če ne želite shujšati ali omagati pred ciljem.

Na vprašanje o končni skupni energiji Eme pa učenci zelo pogosto ponovno padejo v past, upoštevajo zgolj »vidno« potencialno energijo in njeno povečanje pripišejo delu tistega akterja, ki se je »trudil«, dvigalu v primeru 2(a) in Emi sami v primeru 2(b). Tovrstni napačni sklepi, ki izhajajo iz pojmovanja skupne energije kot le »vidne« mehanske energije, so izjemno trdovratni. Opažam jih tudi po vseh učnih posegih pri nekaterih študentih.

Žal tudi abstraktno dobro razmišljajočim učencem, ki so večji v računu, ni lahko. Celó pri formalno zapisanih enačbah se je enostavno zмести.

### Primer 3: Obravnava energijskih sprememb pri speljevanju avtomobila na asfaltni cesti.

Avtomobil z maso  $m$  najprej miruje, nato pa na razdalji  $\Delta x$  pospeši s pospeškom  $a$ . Avto speljuje brez spodrsavanja. *Katere sile delujejo na avto?* Sili v navpični smeri, teža in podlaga, sta v ravnovesju in ju ni treba obravnavati v prenosu energije. Ko se kolesa brez spodrsavanja vrtijo ob podlagi, se ob podlago »lepijo« in del kolesa ob stiku s podlago se glede na podlago ne premika. Sila lepenja, ki se ob tem pojavi, je edina sila v smeri, vzporedni s premikom avtomobila, če zanemarimo upor zraka pri majhnih hitrostih avtomobila. Sila lepenja nasprotuje smeri, v kateri se glede na podlago poskuša premakniti del kolesa v stiku z njo, torej je sila lepenja usmerjena v smeri vožnje. Ker del kolesa, kjer je prijemališče sile lepenja, glede na podlago miruje, ni premika prijemališča in sila lepenja ne opravlja dela.

Zaradi rezultante sil lepenja vseh štirih koles avtomobila  $F_L$  se težišče avtomobila pospešuje. Zapišimo pospeševanje z enačbami. Ker je avto enakomerno pospeševal, sta končna hitrost  $v_k$  in morebitna začetna hitrost  $v_z$  težišča avtomobila povezani s pospeškom in premikom težišča avtomobila na spodnji način:

$$v_k^2 - v_z^2 = 2a \Delta x. \quad (4)$$

Pospešek, vzporeden cesti, določa rezultanta sil lepenja:

$$a = \frac{F_L}{m}, \quad (5)$$

kar vstavimo v enačbo (4):

$$v_k^2 - v_z^2 = \frac{2}{m} F_L \Delta x, \quad (6)$$

in nekoliko preuredimo:

$$\frac{m v_k^2}{2} - \frac{m v_z^2}{2} = F_L \Delta x. \quad (7)$$

Na levi takoj prepoznamo kinetično energijo avtomobila pred in po pospeševanju, na desni pa je, kaj drugega pa naj bi bilo, delo, ki bi ga radi pripisali sili lepenja. A delo lepenja ni mogoče, saj lepenje obstaja le takrat, kadar ena reč glede na drugo v stiku miruje. A ker miruje tudi ena od reči, cesta, mirujejo prijemališča sil lepenja med kolesi in cestiščem. Izraz na desni strani je produkt rezultante sil lepenja in premika težišča avtomobila. Še sedaj se živo spomnim prof. Bradača, kako je pred več kot 40 leti zapisal to enačbo na tablo in rekel: »No vidite, to tukaj je videti kot delo, a ni, ker pri lepenju ni bilo premika prijemališča sil.« – »Kaj tako neumnega,« sem si mislila tedaj. Izraz na desni ima enako obliko kot delo, ker v njem nastopata sila in premik, a z eno zlobno razliko. Premik prijemališča sile je enak nič, premik v enačbi pa se nanaša na premik težišča pospešenega telesa. Kaj ta izraz pravzaprav pomeni? Izraz  $F_L \Delta x$  podaja delež notranje energije avtomobila, ki se je sprostila pri izgorevanju bencina in se je pretvorila v kinetično ener-

gijo tega istega avtomobila med pospeševanjem. Tukaj pa učitelju lahko pomagajo izkušnje. Vsak otrok ve, da je treba za vožnjo avto napolniti na bencinski črpalki. A kljub temu je učencem zelo zelo težko ozavestiti dejstvo, da imajo enačbe enake oblike lahko različen pomen in da je natančen pomen vsake količine treba za vsak obravnavan primer dobro poznati.

Izrek o kinetični energiji, ki ima enako obliko kot (7), velja le za točkasta telesa, za sestavljena telesa pa ne. Pri točkastih telesih namreč ni dvoma. Premik težišča in prijemališče sile sta vedno enaka. Ker je delo fizikom tako ljubo, se za pretvarjanje notranje energije v mehansko energijo uporablja opis »delo notranjih sil«. Izraz opisuje navidezno rezanje stroja ali človeka na posamezne dele, ki si med seboj izmenjujejo energijo preko sil med njimi. Mnenja o tem, ali razpravljati o notranjih pretokih energije in opravljanju dela enega dela telesa na drugega, so deljena. Moje osebno mnenje je, da opisovanje pojavov, če podrobno ne poznamo delovanj motorjev, mišic itd., z besedami, katerih pomena ne poznamo dovolj dobro iz enakih razlogov, ni bolj produktivno kot »pogled od zunaj«, opisan prej. »Pogled od zunaj« se ne sprašuje o natančnih mehanizmih izmenjave in pretvarjanj različnih oblik energije, temveč iz okoliščin dogajanja ozavesti le spremembe in prenose energij, za katere lahko iz opazovanj in merjenj nedvoumno sklepamo, da obstajajo.

Zgornji razmislek uporabimo še za zadnji primer, ki še posebej dobro ponazori, kako zahtevna je analiza energijskih sprememb, če obravnavamo ljudi, živali ali stroje z gorivom.

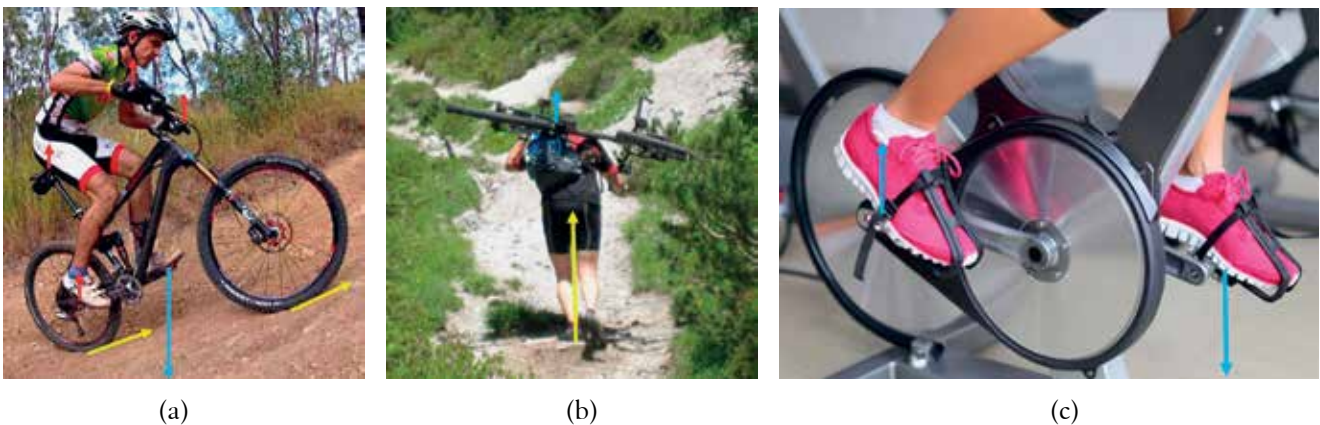
#### Primer 4: Gorsko in sobno kolo v akciji.

- Gorski kolesar se povzpne po cesti na hrib. Cesta ni prestrma, zato celotno pot prevozi.
- Kadar je pot za vožnjo bodisi prestrma bodisi preveč skalovita, morajo gorski kolesarji kolo nositi. Kolesar na hrbtu prenese kolo in pri tem premaga enako višino kot v primeru 4(a).
- Ko zapade sneg ali piha burja, najbolj prizadevni trenirajo na sobnem kolesu. Sobno kolo kolesar nastavi tako, da pritiska na pedale z enako silo kot v primeru 4(a). Tudi trenira tako dolgo, kot se je v primeru 4(a) vzpenjal po cesti.

Privzemimo, da je v vseh treh primerih kolesar oddal tudi enako  $J$  toplote v okolico.

*V katerih primerih je kolesar opravil delo? V katerih primerih je kolesar prejel delo? Kolikšno je to delo bilo? Za koliko se je spremenila skupna energija kolesarja in kolesa v vseh treh primerih?*

Katere podatke moramo poznati, če želimo vse tri primere podrobneje analizirati z energijskega stališča: maso kolesarja  $m_k$ , maso kolesa  $m_b$  (b kot bicikel) in višino vzpona  $\Delta h$ . Zanimarili bomo energijske pretvorbe zaradi trenja. S trenjem se bomo ukvarjali v prihodnjem prispevku. Na sliki 3 so sile, ki opravljajo delo na kolesarju, označene z rdečimi puščicami, medtem ko so sile, s katerimi kolesar deluje na druge akterje, narisane z modro. Sile z mirujočimi prijemališči, ki omogočajo pretvorbo ene oblike energije v drugo, so narisane z rumeno. Narisane so le sile, ki delujejo na kolesarja in so pomembne za obravnavo.



**Slika 3:** Modre puščice označujejo sile, s katerimi kolesar deluje na kolo. Rdeče puščice označujejo sile, ki opravljajo delo na kolesarju, in rumene puščice ponazarjajo sile, ki se jim prijemališče ne premika.

- Kolesar se vzpenja z vožnjo. Sila na pedale opravlja delo na kolesu, zato bi se kolesu povečevala kinetična energija. Lепенje omogoča pretvorbo kinetične v potencialno energijo kolesa. Sila kolesa na kolesarja opravlja delo na kolesarju in mu povečuje potencialno energijo.
- Nošnja kolesa navkreber. Sila, s katero kolesar nosi kolo, opravlja delo na kolesu in mu povečuje potencialno energijo. Sila podlage omogoča pretvorbo notranje energije kolesarja v njegovo potencialno.
- Poganjanje sobnega kolesa. Sila nog na pedale opravlja delo na kolesu in povečuje notranjo energijo sobnega kolesa.

Primerjajmo najprej energijo kolesarja na začetku in na koncu vzpona v primeru 4(b). Kolesarju se je potencialna energija povečala za:

$$\Delta W_{k,p} = m_k g \Delta h \quad \text{in kolesu} \quad \Delta W_{b,p} = m_b g \Delta h. \quad (8)$$

Podrobnejši pogled na sile pokaže, da je sila, s katero je kolesar nesel kolo (modra puščica na sliki 3(b)), obstajala, da se je prijemališče te sile premikalo, ter da je obstajala komponenta te dvižne sile v smeri premika navzgor. Izpolnjeni so bili vsi pogoji za opravljanje dela in kolo je prejelo delo od kolesarja  $A_k = \Delta W_{b,p}$ . Drugače je s kolesarjem. Kolesar se je med hojo odrival od tal, zato je sila podlage (rdeča puščica na sliki 3(b)) potiskala kolesarja po klancu navzgor, premika prijemališča sile podlage pa ni bilo. Ta sila je omogočila le pretvorbo notranje energije kolesarja v njegovo potencialno oziroma kinetično, ki se je nato preko dela prenašala na nošeno kolo kot pri hoji po stopnicah. Zaradi dela kolesarja na kolesu oziroma prenosa energije na kolo se je skupna energija kolesarja zmanjšala za opravljeno delo kolesarja na kolesu:

$$-\Delta W_{k,n} = \Delta W_{k,p} + A_k = \Delta W_{k,p} + \Delta W_{b,p}. \quad (9)$$

Besedo lahko namenimo še energijskemu toku oziroma mehanski moči med nošnjo kolesa. Kolesar je z določeno močjo pretvarjal svojo notranjo energijo v svojo mehansko potencialno energijo in hkrati opravljal delo na kolesu, ko se je energija prenašala med njim in kolesom. Zapisano z izrazi za moč:

$$-\frac{dW_{k,n}}{dt} = \frac{dW_{k,p}}{dt} + \frac{dA_k}{dt} = \tilde{P}_{k,p} + P_k, \quad (10)$$

kjer je s  $P_k$  označena mehanska moč, s katero kolesar prenaša energijo na kolo. To je v zgodbi edina prava mehanska moč, povezana s prenosom energije med rečmi preko sil oziroma z delom. Z oznako  $\tilde{P}_{k,p}$  pa je označeno pretvarjanje kolesarjeve notranje energije v kolesarjevo potencialno energijo, a še vedno energijo kolesarja. Prej smo to imenovali tudi delo notranjih sil. Ker ni prenosa energije med različnimi akterji, te komponente, strogo gledano, ne moremo imenovati mehanska moč, temveč kvečjemu »moč pretvarjanja« med oblikami energije.

Poglejmo si sedaj primer 4(a), ki ima na koncu enako stanje kot primer 4(b). Z energijskega stališča je položaj enak kot v (9). Procesi, ki so vodili do te situacije, pa so bili drugačni. Kolesar je namreč ob vzponu krepko pritiskal na pedale (slika 3), pedali so se premikali v smeri sile nog, torej je kolesar opravljal delo na kolesu. Kolo je

to delo prejelo, sila lepenja med kolesi in podlago pa je, brez premika prijemališča sile, omogočala pretvorbo kinetične energije kolesa v potencialno energijo kolesa. Ob tem procesu so se pojavile še sile sedeža, krmila in pedalov na kolesarja, ki so ga dvigovale. Silama sedeža in krmila kolesarja se prijemališče dviguje, hkrati pa se dviguje tudi prijemališče sile, s katero se pedal odziva na pritisk kolesarjeve noge, ker zaradi vzpona po obratu pedal konča nekoliko višje. Vse te sile imajo komponento sil v smeri premika prijemališča in omogočajo povratni prenos energije s kolesa nazaj na kolesarja oziroma kolo opravlja delo na kolesarju. Energijske prenose zapišemo tako:

$$\begin{aligned} -\Delta W_{k,n} &= A_{k \text{ na } b} = \Delta W_{k,p} + \Delta W_{b,p} \\ \Delta W_{b,p} &= A_{k \text{ na } b} - A_{b \text{ na } k} = A_{k \text{ na } b} - \Delta W_{k,p}. \end{aligned} \quad (11)$$

Povejmo še bolj pogovorno, kolesar je med vzponom na kolesu opravljal delo, kolo je del prejetega dela »vrnilo« kolesarju, energijsko stanje na koncu opazovanja pa je bilo enako. Dejansko v procesu ni bilo neposrednega pretvarjanja notranje energije v eno od mehanskih oblik, med akterji je bila prisotna mehanska moč s prenosom energij v različnih smereh in spremembe potencialne energije zaradi teh izmenjav:

$$-\frac{dW_{k,n}}{dt} = P_{k \text{ na } b}, \quad P_{b \text{ na } k} = \frac{dW_{k,p}}{dt}, \quad P_{k \text{ na } b} - P_{b \text{ na } k} = \frac{dW_{b,p}}{dt}. \quad (12)$$

Ostane še primer 4(c), ki pa je enostaven. Kolesar je opravljal delo na sobnem kolesu. Opravljeno delo je bilo enako kot v primeru 4(a). A ker se kolo ni dvigovalo, kolesarju energije ni delno vrnilo in se potencialna energija sobnega kolesa ni povečala. Opravljeno delo je povečalo le notranjo energijo sobnega kolesa. Če bi kolo bilo priključeno na generator, bi kolesar morda lahko med poganjanjem gledal na generator priključeno televizijo. A ne bomo uvajali dodatnih komplikacij.

Naj zaključim dolgo formalno izvajanje. Delo ter prenosi energije in energijske pretvorbe med različnimi oblikami energije radi postanejo zelo zapleteni, če so v igro vključene razsežne reči z notranjo zgradbo, ki te pretvorbe omogočajo. V pomoč pri obravnavi energije v vsakdanjem življenju je lahko le natančna definicija opazovanih reči oziroma akterjev ter sil s prijemališči. Prav tako je nujna natančna strokovna raba poimenovanj, natančna analiza energij, sodelujočih v dogajanju, kot dodatna kontrola pa še natančna analiza sil, ki omogočajo bodisi prenos energije med rečmi bodisi pretvarjanje med različnimi oblikami energije.

## Vir

[1] Čepič, M. (2017). *Energija in delo. Fizika v šoli* 22(1), str. 55–59.

# Primer utrjevanja snovi s pomočjo igre človek ne jezi se



mag. Tilka Jakob  
Osnovna šola Vitanje

---

## Povzetek

V prispevku je opisan primer uporabe igre človek ne jezi se pri utrjevanju znanja pri pouku fizike v 8. in 9. razredu. Primeri nalog so za 8. razred iz poglavij Uvod v fiziko in Svetloba, za 9. razred pa iz poglavij Pospešeno gibanje ter Delo in energija.

---

## Uvod

Igre so se kot del šolske dejavnosti pojavile že na začetku 20. stoletja. Učenje skozi igro spodbuja in motivira učence, ob njej se porajajo različna čustva. Igra je vzgojna dejavnost, pri kateri je učenec samostojen, svoboden, ustvarjalen in pri kateri raziskuje in išče nove možnosti, tekmuje s seboj, z drugimi, s časom in s cilji. Igra povečuje motivacijo učencev, izziva večjo pozornost in naredi učenje zanimivejše. Razlogi za to so čustvena obarvanost, medsebojno sodelovanje, možnosti za samoorganizacijo in dejavnosti, ki jih igra vsebuje. Igre so učinkovite tako pri pomnjenju in učenju dejstev kot tudi pri ponavljanju snovi. Pravila in igre pa lahko sestavljajo tudi učenci sami. Igre lahko spreminjamo in prilagajamo starosti ter potrebam učencev. Uporabimo jih pri učencih različnih starosti in z različnimi sposobnostmi. Igra omogoča tudi kakovostno drugačno razmerje med učenci.

Značilnost igre, ki jo vsi poznamo pod imenom »človek ne jezi se«, so pravila, s katerimi določimo potek igre. Pri tej igri obstaja interes za medsebojno sodelovanje in medsebojno merjenje, s tem pa tudi za lastno dokazovanje in uveljavljanje. V njej obstaja veliko naključnosti. Igra je za učence koristna, saj se ob njej naučijo potrpežljivosti pri čakanju na vrsto za met kocke in obvladovanja jeze, če jih kdo »vrže« iz igre oz. nazaj na začetek. Pri pouku fizike to igro največkrat uporabljam za ponavljanje in utrjevanje snovi ob zaključku učne enote. Lahko jo uporabimo kot uvodno motivacijo ali kot preverjanje predznanja učencev, možnosti je več. Liste z nalogami plastificiram (naloge so na obeh straneh), da jih lahko uporabljamo pri pouku dalj časa. Naloge pa učenci rešujejo v zvezke oz. v zvezke za aktivno učenje.

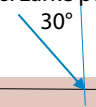
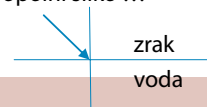

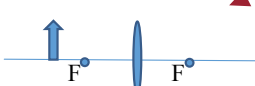

## Navodilo za potek igre

Po dva učenca dobita list z igro in eno kocko. Vsak učenec si vzame eno figuro. Na začetku igralca vržeta kocko enkrat, kdor vrže najvišje število, začne prvi. Vsak vrže kocko trikrat, dokler ne vrže šest pik ter lahko postavi figuro na začetno polje. Polje, na katerem začneta, ne šteje za igralno polje. Med igro se ne smeta razburjati, če ne vržeta zelenega števila pik na kocki. Figuro prestavita za ustrezno število mest v smeri puščice. Mesto, ki ga igralec doseže, zahteva, da igralec reši nalogo ali sledi navodilu. Na cilju ne moreta preskakovati figur ali polj, ampak morata vreči točno število pik (če potrebujeta tri pike in vržeta štiri, figure ne moreta prestaviti). Nalogo učenec reši v zvezek, soigralec pa nadzira njegovo delo. Nato vlogi zamenjata. Če učenec ni prepričan, ali je sošolec nalogo rešil pravilno, lahko za nasvet vpraša učitelja.

## Primer igre za učence 8. razreda




## a) Tema: Uvod v fiziko in Svetloba.

Igralca izmenično mečeta kocko. Igralec postavi figuro za ustrezno število mest v smeri puščice. Mesto, ki ga doseže, zahteva, da igralec reši nalogo ali sledi navodilu.

<b>START</b>	Napiši, kaj je daljnovidnost in kako jo lahko odpravimo.	Nariši žarke po odboju ... 	Dopolni sliko ... 
Svetlobni žarek se pri prehodu iz _____ v vodo lomi proti vpadni pravokotnici.		Hitrost svetlobe je največja v _____ in meri _____.	<b>1x NE MEČI KOCKE.</b>
	Napiši, kaj je kratkovidnost in kako jo lahko odpravimo.	<b>ZA 1 POLJE NAPREJ.</b>	Knjiga z 200 stranmi je debela 4 cm. Debelina ene platnice meri 3 mm. Izračunaj debelino lista v knjigi.
<b>ZA 3 POLJA NAZAJ.</b>	Kakšne vrste leč poznamo? Skiciraj ju.	<b>MEČI ŠE 1x.</b>	Matjažu se začne trening nogometa ob 16.45 in konča ob 18.15. Koliko časa traja njegov trening?
Naštej planete v našem Osončju!		Mojca je stehala 20 žebličkov. Masa vseh žebličkov je bila 8 g. Kolikšna je masa enega žeblička?	<b>CILJ</b>




## b) Tema: Uvod v fiziko in Svetloba.

Igralca izmenično mečeta kocko. Igralec postavi figuro za ustrezno število mest v smeri puščice. Mesto, ki ga doseže, zahteva, da igralec reši nalogo ali sledi navodilu.


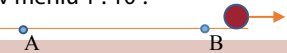
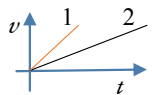
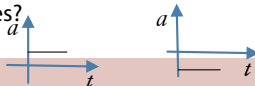

<b>START</b>	Pretvori enoto za čas: 6 ur v: min, s, dni	Koliko osnovnih enot pomenijo predpone? – mega, kilo, mikro	Pretvori enoto za dolžino: 0,05 km v: m, dm, cm
Odrasel človek naj bi prespal 1/3 dneva. Koliko ur na dan je to?		5,6 t = _____ kg 12,5 kg = _____ g 38 mg = _____ g	<b>ZA 1 POLJE NAPREJ.</b>
Med telesi izberi svetila. metla – zvezda – planet – luč – zvezek – roža – sveča – ogenj	Tine je naredil 20 korakov. Dolžina dvajsetih korakov meri 16 metrov. Koliko meri povprečna dolžina njegovega koraka?	<b>MEČI ŠE 1x.</b>	Nariši pot žarka pri odboju ... 
<b>ZA 4 POLJA NAZAJ.</b>	13 cm <sup>2</sup> = _____ dm <sup>2</sup> 1412 dm <sup>2</sup> = _____ m <sup>2</sup> 0,05 dm <sup>2</sup> = _____ cm <sup>2</sup>	<b>1x NE MEČI KOCKE.</b>	Na nebu je mavrica. Vpiši manjkajoče barve v barvnem spektru mavrice. rdeča, _____, _____, _____, modra, _____
12 jabolok tehta ¾ kg. Kolikšna je povprečna masa enega jabolka?		Svetlobni žarek se pri prehodu iz _____ v vodo lomi proti vpadni pravokotnici.	<b>CILJ</b>

## Primer igre za učence 9. razreda

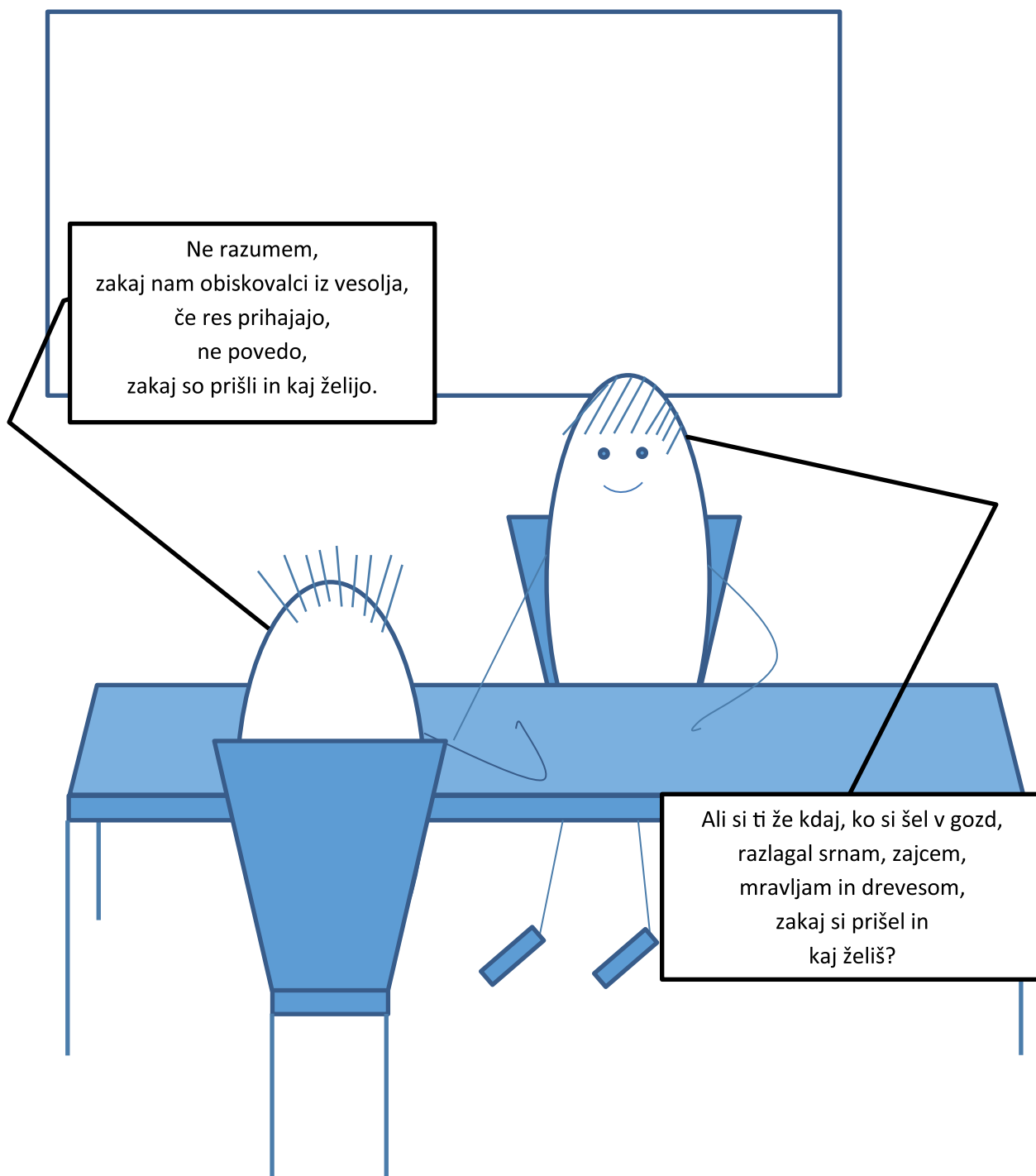
- a) **Tema: Pospešeno gibanje ter Delo in energija.** Igralca izmenično mečeta kocko. Igralec postavi figuro za ustrezno število mest v smeri puščice. Mesto, ki ga doseže, zahteva, da igralec reši nalogo ali sledi navodilu.

<b>START</b>	Kolesar odda vsako sekundo 400 J dela. S kolikšno močjo dela?	Žerjav dvigne 10 t težak tovor 15 m visoko. Za koliko se tovoru poveča $Wp$ ?	Izberi si preprost pojav in zapiši veljavnost zakona o ohranitvi energije.
Stroj dela z močjo 250 W. Koliko J dela odda v 50 sekundah?		Kateri oblike energije imajo podčrtana telesa? a) Jogurt v hladilniku. b) Rokometna žoga v letu. c) Plošček, ki drsi po ledu	MEČI ŠE 1x.
1 N je sila, ki da telesu z maso 1 kg pospešek _____.	Potencialna energija telesa na višini 200 m je 50 J. Kolikšna je masa telesa?	ZA 1 POLJE NAPREJ.	Naštej nekaj orodij, s katerimi si pomagamo pri delu. Na kakšen način orodja olajšajo delo?
ZA 4 POLJA NAZAJ.	Izrazi enoto za moč $W$ z osnovnimi fizikalnimi enotami kg, m, s.	1x NE MEČI KOCKE.	Kolesar poganja kolo s stalno silo 5 N, zato se po vodoravni cesti pelje enakomerno, in sicer s hitrostjo 36 km/h. Kolikšna je moč kolesarja?
Avto, ki tehta 1000 kg, pelje s hitrostjo 15 m/s. Izračunaj $W_i$ avta.		Zapiši energije ob posameznih legah – nitno nihalo! 	<b>CILJ</b>

- b) **Tema: Pospešeno gibanje ter Delo in energija.** Igralca izmenično mečeta kocko. Igralec postavi figuro za ustrezno število mest v smeri puščice. Mesto, ki ga doseže, zahteva, da igralec reši nalogo ali sledi navodilu.

<b>START</b>	Pretvori: 30 m/s = _____ km/h	Telo prosto pada. Kakšne vrste gibanja je prosti pad? Kolikšno pot opravi po 15 s?	Telesu se v 10 s hitrost poveča z vrednosti 20 m/s na vrednost 50 m/s. Kolikšen je pospešek telesa?												
Jelka je vozila avto s stalno hitrostjo 108 km/h. Kolikšno pot je prevozila v 10 minutah vožnje? Koliko časa je potrebovala za 27 km dolgo pot?		Avto se giblje s stalno hitrostjo 80 km/h. Izpolni preglednico in nariši graf $s(t)$ . <table border="1" data-bbox="805 1383 1109 1436"> <tr> <td>Čas (h)</td> <td>0,5</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>3,5</td> </tr> <tr> <td>Pot (km)</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	Čas (h)	0,5	1	2	3	3,5	Pot (km)						ZA 1 POLJE NAPREJ.
Čas (h)	0,5	1	2	3	3,5										
Pot (km)															
Pretvori: 120 cm/s = _____ m/s	Kroglica se kotili. Kako imenujemo razdaljo med točkama A in B? Kako dolga je ta razdalja, če je slika narisana v merilu 1 : 10 ? 	1x NE MEČI KOCKE.	Narisana sta grafa $v(t)$ za dve telesi. Kako se gibljeta? Katero telo ima večji pospešek? 												
ZA 3 POLJA NAZAJ.	Grafa kažeta odvisnost pospeška od časa za telesi. Kaj lahko poveš o hitrosti teles? 	Avtobus je v eni uri in pol prevozil 150 km dolgo pot. Izračunaj, s kolikšno povprečno hitrostjo je vozil.	MEČI ŠE 1x.												
Kombi pospeši v 15 s od hitrosti 10 m/s do hitrosti 144 km/h. Kolikšen je njegov pospešek? Izračunaj povprečno hitrost.		Z nebotičnika pade kos železa. Tik pred tlemi ima hitrost 40 m/s. Po kolikšnem času pade na tla? S katere višine pade kos železa?	<b>CILJ</b>												





# Učilnica na hodniku

**Majda Srna**

Osnovna šola Frana Saleškega Finžgarja Lesce

*Učilnica na hodniku* je zbirka petdesetih fotografij, ki so nastale v okviru krožka Naravoslovje in tehnika. Prikazujejo zanimivo igro svetlobe in senc, odseve v ogledalih in poglede skozi različne optične naprave. Fotografije dopolnjuje delovni list z vprašanji izbirnega tipa, ki so vsebinsko prilagojena predznanju otrok.

Učenci se vsebin iz naravoslovja in fizike učijo samostojno, predvsem pa zanimiveje in drugače kot pri klasičnem pouku. Če dobro preberejo vprašanje z delovnega lista in si ogledajo pripadajočo fotografijo, na njej najdejo tudi pravilni odgovor.

Septembra so v *Učilnici na hodniku* sodelovali vsi učenci od tretjega do devetega razreda. Kasneje, pri pouku, so jim učiteljice učno snov še podrobneje opisale s pomočjo računalniške predstavitve. Devetošolci, ki so v projektu sodelovali, so samostojno vodili ogleda za mlajše učence in tudi za občane.

Zaradi obsežnosti projekta je delo potekalo dve leti. Projekt je finančno podprl šolski sklad. Fotografije formata 20 x 30 cm so zanimive tudi z estetskega vidika, likovno dovršene in hudomušne.

Projekt bo naslednje leto znova zaživel v prostorih knjižnice Antona Tomaža Linhartarja v Radovljici. Učitelji bodo lahko v *Učilnico na hodniku* pripeljali svoje učence in izvedli učno uro naravoslovja s pomočjo fotografij, delovnih listov za učence in računalniške predstavitve.

Fotografsko društvo Radovljica bo decembra 2017 priredilo razstavo najlepših fotografij v razstavnem prostoru trgovine Špar Radovljica.



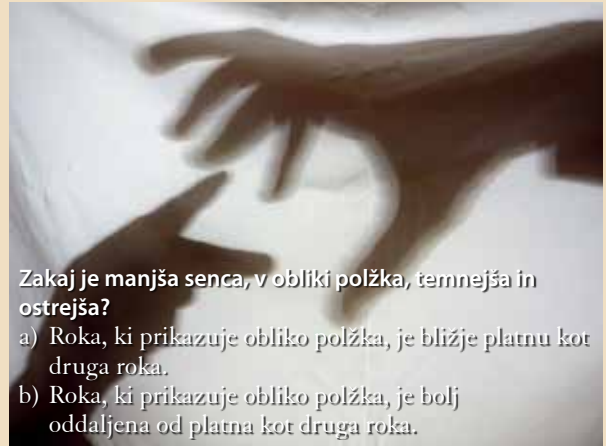
**Kakšne so sence na fotografiji?**

- a) Večbarvne.
- b) Enake barve kot oblačila deklic.
- c) Črne ali sive.



Fotografija prikazuje sliko bližnjega predmeta za zbiralno lečo. Slika je:

- a) obrnjena in povečana,
- b) pokončna in povečana,
- c) obrnjena in pomanjšana,
- č) pokončna in pomanjšana.



Zakaj je manjša senca, v obliki polžka, temnejša in ostrejša?

- a) Roka, ki prikazuje obliko polžka, je bližje platnu kot druga roka.
- b) Roka, ki prikazuje obliko polžka, je bolj oddaljena od platna kot druga roka.



Fotografija prikazuje sliko oddaljenega predmeta za zbiralno lečo.

Slika je:

- a) pokončna,
- b) obrnjena.



Kateri trditvi sta pravilni?

- a) Na fotografiji je prikazan kozarec, ki deluje kot zbiralna leča.
- b) Na fotografiji je jasno viden razklon svetlobe na mavrične barve.
- c) Na fotografiji se lepo vidi, kako voda svetlobo vpije.
- č) Na fotografiji se lepo vidi odboj svetlobe od površine kovanca.



Na fotografiji je prikazana slika predmeta za zbiralno lečo.

Slika je:

- a) obrnjena in povečana,
- b) pokončna in povečana,
- c) obrnjena in pomanjšana,
- č) pokončna in pomanjšana.



Fotografija je nastala pri fotografiranju skozi:

- a) kalejdoskop,
- b) teleskop,
- c) mikroskop.

# IZ ZALOŽBE ZAVODA RS ZA ŠOLSTVO



**Vključujoča šola**  
Priročnik za učitelje in druge strokovne delavce

## 1. zvezek

### Zakaj vključujoča šola

Zvezek postavlja okvir vključujoče šole, v katerem sta v središču pozornosti učenec in učitelj. Vključujoča šola je okolje, kjer se vsi počutijo sprejete in vključene, kjer lahko vsi razvijajo svoje potencialne in kjer se sliši glas vsakega učenca ter podpre vsakega učitelja.

## 2. zvezek

### Formativno spremljanje v podporo vsakemu učencu

Kaj mora vedeti učitelj, da bodo vsi učenci lahko uspešni? S katerimi pristopi se bomo najlažje približali vsakemu učencu? V zvezku so opisani primeri iz vsakdanje prakse, ki ponujajo odgovore, kako podpremo učenca tam, kjer potrebuje podporo.

## 3. zvezek

### Vodenje razreda za dobro klimo in vključenost

Učinkovito vodenje razreda pomembno vpliva na klimo in dobro vključenost. Kaj zajema dobro vodenje razreda za vključevanje, kako lahko učitelj vpliva na dobro klimo, kaj so »sestavine« dobre klime in kako lahko dela učitelj z današnjimi generacijami.

## 4. zvezek

### Socialno in čustveno opismenjevanje za dobro vključenost

Zvezek ponuja ideje za socialno učenje v različnih situacijah, socialne igre, ideje za čustveno opismenjevanje ter vprašanja za vsakdanjo refleksijo. Kako lahko razumemo otrokovo vedenje in vlogo čustev pri tem ter kako se ustrezno odzovemo?

## 5. zvezek

### Tudi učitelji smo učenci

Vsebine poudarjajo pomen sodelovanja med učitelji in učenja drug od drugega za večjo vključenost vseh učencev. Kaj pomeni biti vključujoči učitelj? Kaj raziskovati v svoji praksi? Kako z opazovanjem pouka, kolegialnim podpiranjem in vključujočim vodenjem postati učeča se skupnost?

## 6. zvezek

### Vključevanje v vrtcu

V zvezku je opisano, kako vrtec postane vključujoč, kakšna je vloga vzgojitelja pri tem in kako se v vrtcu zagotavlja visoka stopnja udeležnosti vsakega otroka. V besedilu so dodani konkretni zapisi vzgojiteljev, ki opisujejo primere iz vsakdanje prakse – kako so zagotavljali dobro počutje, soudeležnost in aktivno učenje otrok.

Priročnik obsega 6 zvezkov, zbranih v mapi

cena 15,00 €



#### Naročanje:

- po pošti (Zavod RS za šolstvo, Poljanska c. 28, 1000 Ljubljana)
- po faksu (01/3005-199)
- po elektronski pošti (zalozba@zrss.si)
- na spletni strani (<http://www.zrss.si>)



revije ZRSŠ



facebook ZRSŠ



twitter ZRSŠ

ISSN 1318-6388



9 771318 638001