

# Opoldanska senca vodoravne palice na navpično ravnino



MARIJAN PROSEN

→ Večinoma pišemo o navpični palici, ki jo osvetljuje Sonce in meče senco na vodoravno ravnino (ravna tla). Ta pojav znamo tudi uporabiti. Pri znani dolžini palice in izmerjeni dolžini njene sence lahko v posebnih pogojih ugotovimo geografsko širino (in tudi dolžino) kraja.

Tokrat pa bomo spregovorili nekaj besed o vodoravni, od Sonca osvetljeni palici. Vzemimo navpično ravnino (ravno steno) v smeri vzhod-zahod. Vanjo zapičimo vodoravno palico z dolžino  $d$  tako, da vrh palice gleda proti jugu.

Izračunajmo dolžino  $s$  opoldanske sence, ki jo od Sonca osvetljena palica meče na navpično ravnino v kraju z geografsko širino  $\varphi \geq 0$  določenega dne v letu, ko je  $\delta$  deklinacija Sonca (slika) znana. Za deklinacijo Sonca velja omejitev:  $-23,5^\circ \leq \delta \leq 23,5^\circ$ , kar pomeni, da deklinacija Sonca leži med omenjenima vrednostma.

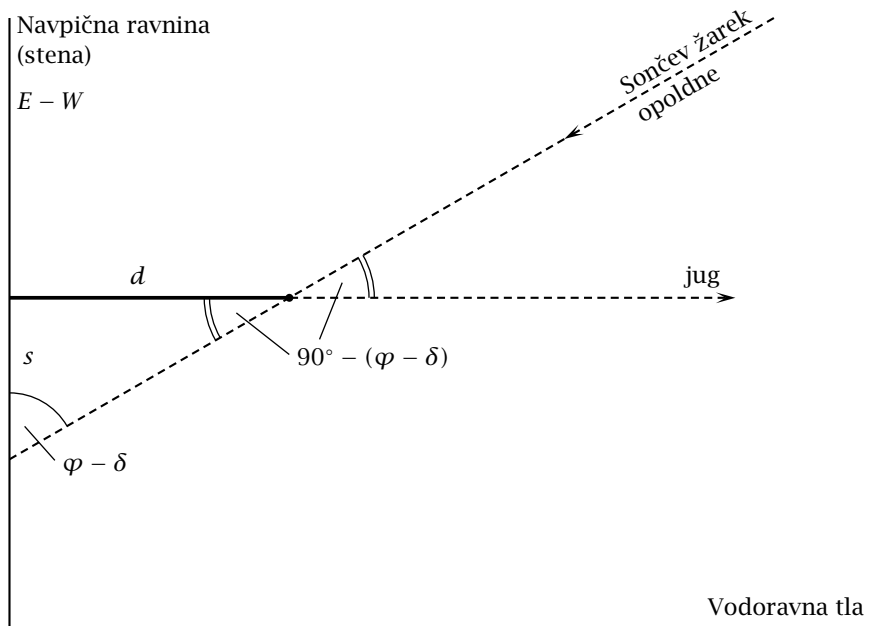
Sonce je opoldne na jugu, senca palice pa je usmer-

jena od podnožišča palice navpično navzdol. Pri nas je opoldne Sonce vedno nad obzorjem, zato ima samo taka senca pomen. Če je Sonce pod obzorjem, do sence ne more priti. V našem primeru je dolžina sence palice pozitivna, torej  $s > 0$ . V primeru, da je  $s = 0$ , je senca palice točka – sence ni (Sonce je na idealnem obzorju in njegov višinski kot je nič; žarki Sonca padajo pravokotno na steno in palica se projicira v točko). Da je vrednost sence negativna (za  $s < 0$ ), pa sploh ne more priti, saj Sonca ni nad obzorjem, ampak je pod njim.

Iz slike 1 izpeljemo splošni izraz za dolžino opoldanske sence  $s$  na navpični ravnini:

▪  $s = d / \operatorname{tg}(\varphi - \delta); \quad s \geq 0.$

Dolžina sence ima torej vedno pozitivno vrednost (je večja od nič in »gleda« dol) ali pa je nič (je ni), je točka; odvisna je od kraja  $\varphi$  in časa v letu, kar pove deklinacija  $\delta$  Sonca, ki se med letom spreminja. Seveda obravnavamo le senco, ko je Sonce na nebu in



SLIKA 1.

Dolžina opoldanske sence  $s$ , ki jo od Sonca osvetljena vodoravna palica  $d$  meče na navpično ravnino vzhod-zahod. Opoldanski višinski kot Sonca je  $90^\circ - (\varphi - \delta)$ , kot med smerjo Sončevega žarka opoldne in navpično ravnino pa je  $\varphi - \delta$ . Poleti je  $\delta > 0$ , pozimi je  $\delta < 0$ , ob enakonočjih pa je  $\delta = 0$ .

osvetljuje palico. Pri nas so poleti sence daljše kot pozimi.

Analizirajmo dobljeno enačbo za dolžino sence in pogledjmo nekaj zanimivih zgledov.

- Ob enakonočju ( $\delta = 0$ ) sledi  $s = d / \operatorname{tg} \varphi$ . Dolžina sence je pri znani dolžini palice odvisna le od kraja  $\varphi$ . Za  $\varphi = 0$  (ekvator) je senca nedoločena, saj se Sonce za kraje na ekvatorju ta dan giblje od vzhoda do zahoda natanko po nebesnem ekvatorju na nebu in je opoldne v nadglavišču. Za  $\varphi = 45^\circ$  (približno v naših krajih) je  $s = d$ . Za  $\varphi = 90^\circ$  je formalno  $s = 0$  in sence ni. (Sonce se navidezno giblje po nebesnem obzorjniku, ki sovpade z nebesnim ekvatorjem; palica se projicira v točko).
- Za kraje na Zemljinem ekvatorju ( $\varphi = 0$ ) je  $s = d / \operatorname{tg}(-\delta) = -d / \operatorname{tg} \delta$ . Dolžina sence je odvisna le od  $\delta$ . Če je  $\delta = 0$ , je senca nedoločena, kar že vemo. Če je  $\delta > 0$ , ne pride do sence, za  $\delta < 0$  pa do sence pride (od jesenskega do spomladanskega enakonočja, torej vso jesen in zimo).
- Na severnem Zemljinem polu ( $\varphi = 90^\circ$ ) nebesne smeri sicer izgubijo pomen, vendar formalno velja  $s = d / \operatorname{tg}(90^\circ - \delta) = d \operatorname{tg} \delta$ . Dolžina sence je odvisna od  $\delta$ . Za  $\delta = 0$ , je  $s = 0$  in idealno ravna vodoravna palica se projicira v točko, sence ni. Za  $\delta > 0$  pa senca nastopi (od spomladi do jeseni), ko pa je  $\delta < 0$ , ne more priti do sence, saj je Sonce pod obzorjem. Kljub temu, da smeri neba tu niso opredeljene, je zanimivo, da izpeljano formulo za dolžino sence lahko dobro pojasnjujemo. V situacijo se moramo pač vživeti.

Na splošno se dolžina sence  $s = d / \operatorname{tg}(\varphi - \delta)$  pri konstantnem  $\varphi$  v času enega leta spreminja od  $d / \operatorname{tg}(\varphi - 23,5^\circ)$  do  $d / \operatorname{tg}(\varphi + 23,5^\circ)$ . Če npr. vzamemo  $d = 1$  m in  $\varphi = 45^\circ$ , se dolžina sence spreminja od 2,54 m (poletni Sončev obrat) do 0,39 m (zimski obrat).

Za konec pa še tri zelo zanimive raziskovalne naloge

- Narišite graf  $s = 1 / \operatorname{tg}(45^\circ - \delta)$ , ki prikazuje, kako se med letom spreminja dolžina sence metrske vodoravne palice v kraju z geografsko širino  $\varphi = 45^\circ$ , torej približno tako kot pri nas. Narišite graf za dve zaporedni leti, tj. od prvega spomladanskega enakonočja mimo drugega do tretjega spomladanskega enakonočja. Sestavite tabelo: čas (datum) |  $s$  oziroma tabelo  $\delta$  |  $s$  in nato narišete graf.

- Narišite graf  $s = -1 / \operatorname{tg} \delta$ , ki prikazuje spreminjanje dolžine sence metrske vodoravne palice v krajih na ekvatorju, za dve zaporedni leti, tj. od prvega spomladanskega enakonočja mimo drugega do tretjega spomladanskega enakonočja. Upoštevajte le  $s > 0$ . Sestavite tabelo: čas (datum) |  $s$  oziroma tabelo  $\delta$  |  $s$  in nato narišete graf.
- Narišite graf  $s = \operatorname{tg} \delta$ , ki prikazuje spreminjanje dolžine sence metrske vodoravne palice na severnem Zemljinem polu, za dve zaporedni leti, tj. od prvega spomladanskega enakonočja mimo drugega do tretjega spomladanskega enakonočja. Upoštevajte samo  $s > 0$ . Sestavite tabelo: čas (datum) |  $s$  oziroma tabelo  $\delta$  |  $s$  in nato narišete graf.

Pri risanju vseh grafov velja omejitev:  $-23,5^\circ \leq \delta \leq 23,5^\circ$ . Zato jih rišemo od točke do točke. Pomagamo si z astronomskimi efemeridami Naše nebo, ki jih vsako leto izdaja Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije (tu dobimo podatke za deklinacijo Sonca), in s kalkulatorjem.

V vseh treh primerih dobimo zanimive krivulje, ki jih znamo tudi dobro pojasniti. Prva je zvezna, ostali dve pa sta pretrgani. Seveda opazovanje te sence lahko uporabimo tudi pri določevanju geografske širine. A to je že druga zgodba.

## Rešitev

Predvsem je potrebno natančno narisati vse tri grafe in jih smiselno pokomentirati.

- V času enega leta se dolžina sence spreminja približno od 0,4 m (minimum) do 2,5 m (maksimum). Senca je vidna vse leto. Krivulja, ki prikazuje potek dolžine sence med letom, je zvezna, tj. nepretrgana.
- V času enega leta se dolžina sence spreminja od nedoločene vrednosti ob enakonočjih do 2,3 m (minimum) ob zimskem Sončevem obratu. Senco lahko opazujemo le v jesenskem in zimskem času, spomladi in poleti pa je ni, saj se Sonce giblje po nebu za steno.
- V času enega leta se dolžina sence spreminja od 0 m do 0,4 m, in to spomladi in poleti; jeseni in pozimi pa sence sploh ni, saj se Sonce giblje pod obzorjem.

× × ×