

Matematični modeli ogrevanja in ohlajanja za nekatere primere iz prakse

UDK: 517.947.43 : 581.61; 669.046
ASM/SLA: U4S, F216

Božidar Brudar

Delo obravnava matematične modele ogrevanja in ohlajanja

- z vodnimi curki (trakovi)
- s sevanjem (kolobarji pločevine, žica)
- v koračni peči (gredice)

Izdelani so računalniški programi za vsak model. Rezultati služijo nadaljnjim raziskavam, ker opozarjajo na to, kar je pri posameznem problemu ogrevanja teoretično najbolj pomembno.

Preštudirali smo naslednje probleme:

- ohlajanje traku z vodnimi curki,
- ogrevanje in ohlajanje kolobarjev,
- ogrevanje in ohlajanje valja s sevanjem,
- ogrevanje gredic v koračni peči (sevanje).

Seznam uporabljenim simbolov:

- c_p specifična toplota
- l časovni korak v brezdimenzijski obliki
- h krajevni korak v brezdimenzijski obliki
- r_0 referenčni polmer
- r polmer kolobarja
- t_0 referenčni čas
- t_s čas ohlajanja s sevanjem
- t_t čas ohlajanja z vodnimi curki
- T temperatura
- T_0 začetna temperatura
- T_x zunanja temperatura (referenčna)
- T_k končna temperatura
- T_p temperatura na površini
- x koordinata v smeri dolžine
- x_0 referenčna dolžina
- β brezdimenzijski polmer
- ϵ emisijski koeficient
- ϑ brezdimenzijska temperatura
- λ toplotna prevodnost
- ξ brezdimenzijska dolžina
- ρ gostota materiala
- σ Stefanova konstanta
- τ brezdimenzijski čas

OHLAJANJE TRAKU Z VODNIMI CURKI

Ko v valjarni štelci izvaljajo trak na predpisano debelino, ga pošljejo skozi tuše, da se ohladi. Pri tem pade temperatura površine od začetne vrednosti 850°C na približno 550°C ob koncu tuširanja. Nato trak navijejo v kolobar, kjer se temperaturne razlike zelo hitro izenačijo. Navadno je temperatura navitega kolobarja višja od končne površinske temperature tik pred navijanjem, saj je trak v notranjosti vedno nekoliko toplejši od površine. Čim debelejši je trak, tem bolj se segreje po navijanju v kolobar. Pri 5-milimetrskem traku se po navijanju ogreje toliko, da je to že lahko škodljivo za nadaljnjo predelavo (globoki vlek). To se lahko zgodi tudi pri najmanjši hitrosti, s katero potuje trak skozi tuše.

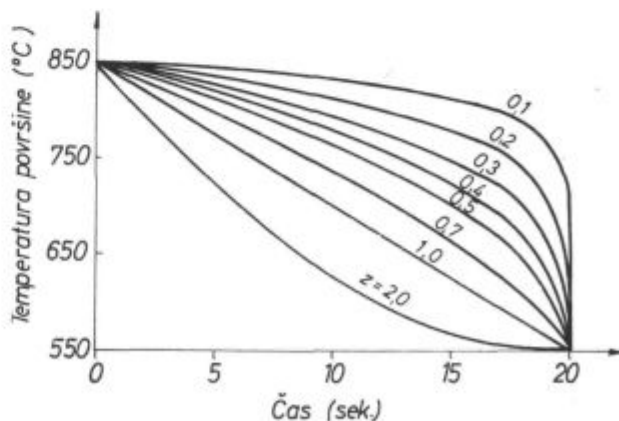
Zato smo izdelali matematični model, s katerim smo simulirali različne pogoje ohlajanja pod tuši.

Matematični model

Ohlajanje traku lahko obravnavamo enodimenzionalno. Ker poznamo zaenkrat le začetno in končno temperaturo, smo predpostavili, da temperatura površine pada v času zadrževanja pod tuši po paraboli z- stopnje.

Parameter z si lahko poljubno izberemo.

Ko trak navijemo v kolobar, spremenimo robne pogoje: toplotni tok na robu je takrat enak nič.



Slika 1

Temperatura površine pada po paraboli z -te stopnje od 850°C na 550°C v 20 sekundah.

Fig. 1

Surface temperature decreases by the parabola of z -th order from 850 to 550°C in 20 seconds

* To je povzetek elaborata, ki je bil izdelan s sofinanciranjem SBK naloga št. 312/74.

Prav toliko toplote namreč v neko plast priteče iz sosednjih plasti, kolikor je odteče. Na robu je temperaturni gradient enak nič.

Računalniški program predvideva tudi različne začetne pogoje: temperatura se lahko po preseku traku spreminja po paraboli sode stopnje.

Podoben problem srečamo tudi pri tuširanju debele pločevine v valjarni 2400. Zato smo v program vključili tudi možnost predhodnega ohlajanja s sevanjem, ker preteče nekaj časa od konca valjanja do začetka tuširanja. Nelinearni robni pogoj zaradi sevanja smo upoštevali podobno kot pri študiju ogrevanja blokov v globinskih pečeh.

Prevajanje toplote v traku opišemo z enačbo:

$$\lambda \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \rho \cdot c_p \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1)$$

Z uvedbo novih spremenljivk:

$$\xi = \frac{x}{x_z} \quad \vartheta = \frac{T}{T_z} \quad \tau = \frac{t}{t_o} \quad t_o = \frac{\rho \cdot c_p \cdot x_o^2}{\lambda}$$

prevedemo enačbo v brezdimenzijsko obliko:

$$\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial \xi^2} = \frac{\partial \vartheta}{\partial \tau} \quad (2)$$

Enačbo rešujemo numerično in jo lahko zapisano v obliki:

$$\frac{\vartheta_{i-1,j} - 2\vartheta_{i,j} + \vartheta_{i+1,j}}{h^2} = \frac{\vartheta_{i,j+1} - \vartheta_{i,j}}{1} \quad (3)$$

Tako lahko izračunamo temperaturo v i -točki po j -časovnem koraku po formuli:

$$\vartheta_{i,j+1} = \vartheta_{i,j} \left(1 - 2 \cdot \frac{1}{h^2}\right) + \frac{1}{h^2} \cdot (\vartheta_{i-1,j} + \vartheta_{i+1,j}) \quad (4)$$

Če hočemo, da izraz konvergira, mora biti izpolnjen pogoj:

$$1 - 2 \cdot \frac{1}{h^2} \geq 0$$

oziroma

$$\frac{1}{h^2} \leq \frac{1}{2} \quad (5)$$

Robni pogoji

a) Sevanje:

$$-\lambda \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_p = \varepsilon \sigma \cdot (T_p^4 - T_z^4) \quad (6)$$

Če vpeljemo $\vartheta_p = \frac{T_p}{T_z}$ in $x_o = \frac{\lambda}{\varepsilon \sigma \tau_z^3}$, lahko za-

pišemo pogoj (6) v brezdimenzijski obliki:

$$\left(\frac{\partial \vartheta}{\partial \xi}\right)_p = \vartheta_p^4 - 1, \quad (7)$$

oziroma

$$\frac{1}{2h} \cdot (-3\vartheta_p + 4\vartheta_{p-1} - \vartheta_{p-2}) = \vartheta_p^4 - 1 \quad (8)$$

Pri tem je treba upoštevati, da računamo z absolutnimi temperaturami. Enačbo (8) rešujemo z iteracijo. To delamo toliko časa, kolikor časa predvidevamo ohlajanje s sevanjem na zraku (t_s).

b) Tuširanje:

Predpostavljamo, da se temperatura površine v času tuširanja (t_t) niža po paraboli z- reda od neke začetne vrednosti T_o do končne vrednosti T_k . To zapišemo v obliki:

$$T_p = \frac{T_o - T_k}{t_k^2} \cdot (t_k - t)^2 + T_k \quad (9)$$

Za vsak nov časovni korak izračunamo pripadajoče vrednosti robne temperature.

c) Izenačevanje:

Predpostavljamo, da se po navijanju trakov v kolobar temperaturne razlike le še izenačijo:

$$-\lambda \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_p = 0, \quad (10)$$

oziroma:

$$\vartheta_{p,j} = \frac{1}{3} \cdot (4\vartheta_{p-1,j} - \vartheta_{p-2,j}) \quad (11)$$

Izdelali smo računalniški program, ki omogoča vse te kombinacije.

Rezultati

Študirali smo ohlajanje 5-milimetrskega traku ($\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$, $\lambda = 20 \text{ kcal/mhst}$, $c_p = 0,170 \text{ kcal/kg st}$).

Izhajali smo iz predpostavke, da se temperatura površine v 20 sekundah zniža od začetnih 850 na 550° C. Če lahko opišemo to spreminjanje s premico (slika 2) $z = 1$, ugotovimo, da se dvigne temperatura kolobarja po izenačitvi na 557° C. Pri tem pa začetna porazdelitev temperature po preseku prav nič ne vpliva na končno temperaturo. Če namreč predpostavimo da je 850° C v začetku le na površini traku, v sredini pa celo 900° C ali 1000° C, se začetne razlike izredno hitro izenačijo in dobimo v vsakem primeru na koncu le 557° C. Ta predpostavka je čisto formalna, saj pri 5-milimetrskem traku česa drugega tudi ne pričakujemo.

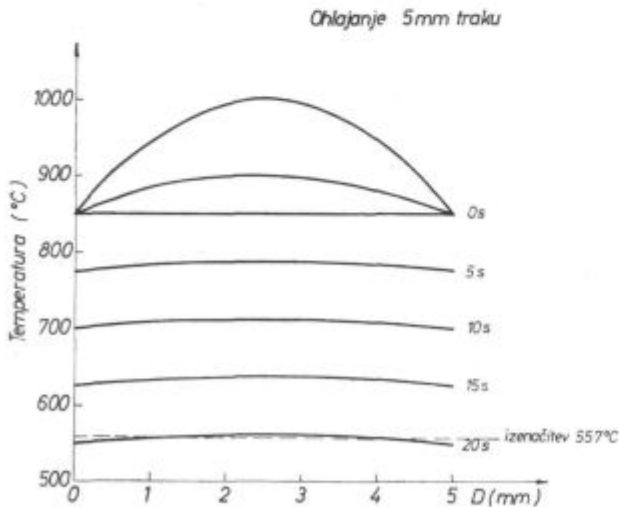
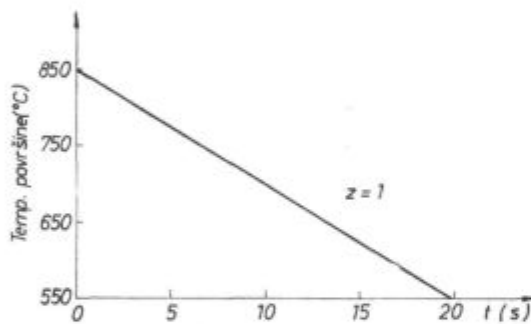
Praksa pa kaže, da se po navijanju 5-milimetrski trak segreje na 600° C in še čez, čeprav je bila morda temperatura površine tik pred navijanjem 550° C. Iz tega sledi, da v praksi odvisnost temperature površine od časa zadrževanja pod tuši ni linearna.

Predpostavimo, da je $z = 2!$ (slika 3). Če bi se temperatura površine spreminjala po taki funkciji, se praktično kolobar ne bi ogrel nad 550° C.

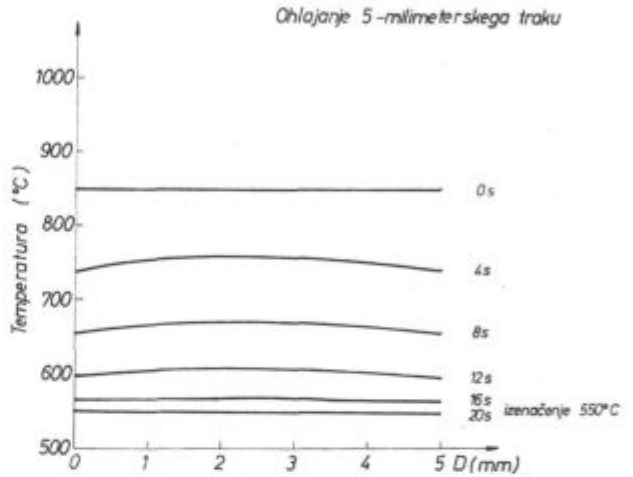
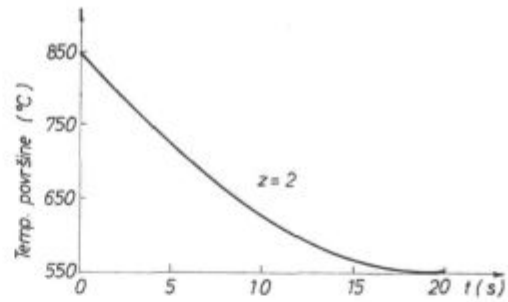
Očitno je, da torej v praksi temperatura površine v začetku ohlajanja pod tuši pada počasneje, nato pa vedno hitreje. Kajti le v tem primeru imamo opravka z izenačevalnim segrevanjem v kolobarju. Zato smo predpostavili tudi možnosti $z = 0,5; 0,4; 0,3$ (slike 4, 5, 6).

Zanimiva je primerjava končnih temperatur po izenačevanju pri 5-milimetrskem traku za različne vrednosti z (tabela I). Izračunali smo pa tudi temperature po izenačitvi pri trakovih različnih debelin, ki se 20 sekund ohlajajo pod tuši, pri čemer je $z = 0,5$ (tabela II).

Tabela I		Tabela II	
z	T izenač. (°C)	Debelina (mm)	T izenač. (°C)
2,0	550	5	590
1,0	557	6	598
0,9	560	7	606
0,8	564	8	613
0,7	570	9	621
0,6	578	10	629
0,5	590		
0,4	608		
0,3	635		
0,2	676		
0,1	742		



Slika 2
Potek temperature na površini in v preseku pri ohlajanju ($z = 1$)
Fig. 2
Temperature distribution on the surface and on the cross-section during cooling ($z = 1$)



Slika 3
Potek temperature na površini in v preseku pri ohlajanju ($z = 2$)
Fig. 3
Temperature distribution on the surface and on the cross-section during cooling ($z = 2$)

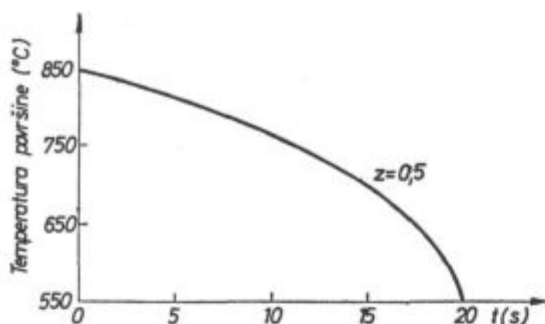
Obe primerjavi sta prikazani na sliki 7.

Pri prehodu vročega traku skozi tuše se bolj intenzivno hladi površina na koncu kot na začetku ohlajanja. S kolikšno vrednostjo parametra z imamo opraviti, bi najlažje ugotovili, če bi merili temperaturo površine vzdolž tušev. Posredno pa bi lahko določili z tudi iz podatkov, ki jih beležijo na sami progi. Poznati bi morali začetno in končno temperaturo površine, debelino traku, temperaturo, ki se izenači v kolobarju in hitrost, s katero potuje trak skozi tuše.

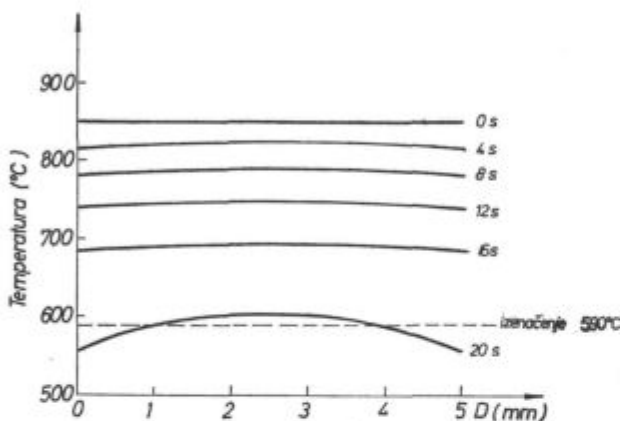
Debela pločevina

Isti program lahko uspešno uporabljamo pri študiju ohlajanja debele pločevine. Tudi v valjarni 2400 se pogosto plošče po tuširanju ponovno ogrejejo. Če bi poznali več eksperimentalnih podatkov, bi lahko tudi ta problem natančneje opisali. Meriti bi morali temperaturo po ponovnem ogrevanju po končanem tuširanju.

Za primer smo si izbrali 15 milimetrov debelo ploščo z začetno temperaturo 850°C, ki se 5 sekund ohlaja na zraku s sevanjem ($\epsilon = 0,99$), nato pa 1 minuto pod tušem na temperaturo površine 650°C, pri čemer predpostavljamo $z = 0,5$ (slika 8



Ohlajanje 5 milimeterskega traku



Slika 4

Potek temperature na površini in v preseku pri ohlajanju ($z = 0,5$)

Fig. 4

Temperature distribution on the surface and on the cross-section during cooling ($z = 0,5$)

in 9). Plošča se po končanem izenačevanju spet ogreje na 692°C , če predpostavimo takšne robne pogoje kot pri traku.

Matematični model je jasno pokazal, da v praksi padanje temperature površine s časom ni linearno.

Naredili smo naslednji poskus: pri navijanju smo zavili v sredino kolobarja tudi termočlen, s katerim smo potem merili temperaturo pri ohlajanju navitega kolobarja na zraku. Z ekstrapolacijo smo določili temperaturo v sredini tik po navijanju in prišli do zaključka, da gre pri 6-milimetrskem traku za ohlajanje površine po krivulji $z \approx 0,1 - 0,2$.

OGREVANJE IN OHLAJANJE KOLOBARJEV PLOČEVINE S SEVANJEM

V žarilnici naše hladne valjarne ogrevajo kolobarje pločevine in žice v talnih (globinskih) in zvonastih pečeh. Tako na primer kolobarje pločevine ($r_1 = 550\text{ mm}$, $r_2 = 250\text{ mm}$) naložijo drug na dru-

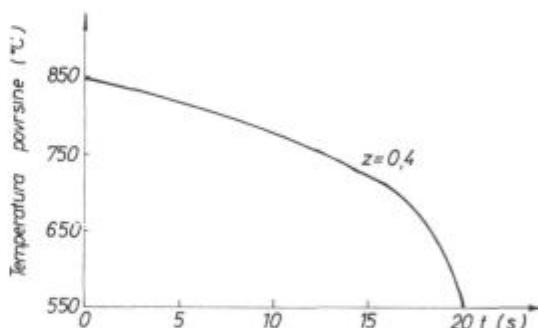
gega, pokrijejo z zaščitnim zvonom in čez povezovalno električno peč, s katero vse skupaj ogrejejo na približno 720°C . Ko se material pregreje, odstranijo zvonasto peč in pokrijejo žarilni zvon s hladilnim zvonom. S pomočjo posebnega ventilatorja skušajo vložek čim hitreje ohladiti (slika 10).

Ogrevanje v zvonastih pečeh traja od 12 do 16 ur, ohlajanje pa približno 24 do 30 ur. Ves čas pa teče skozi žarilni zvon mešanica zaščitnih plinov.

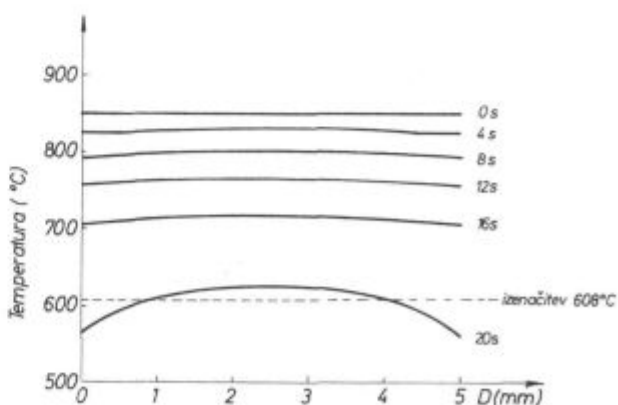
Očitno je, da traja ogrevanje razmeroma zelo dolgo, ohlajanje je pa tudi zelo dolgotrajno.

S primerno rekonstrukcijo talnih in zvonastih peči bi lahko občutno pospešili proces ogrevanja in ohlajanja. V sredino bi montirali dodaten grelec, da bi pospešili ogrevanje in omogočili, da bi pri ohlajanju v sredini imeli hlajeno jedro (slika 11).

Izračunajmo, kolikšen bi bil učinek take rekonstrukcije, če bi predpostavili, da gre za izmenjavo toplote s sevanjem. (Tak primer bi imeli, če bi žarili v vakuumu).



Ohlajanje 5 milimeterskega traku

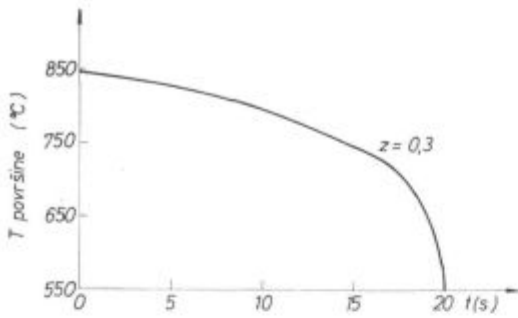


Slika 5

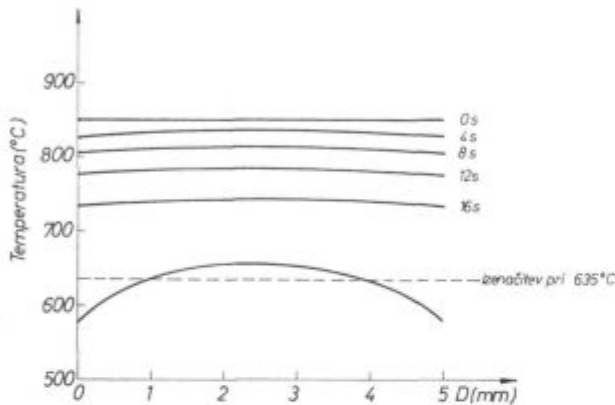
Potek temperature na površini in v preseku pri ohlajanju ($z = 0,4$)

Fig. 5

Temperature distribution on the surface and on the cross-section during cooling ($z = 0,4$)



Ohlajanje 5 milimeterskega traku

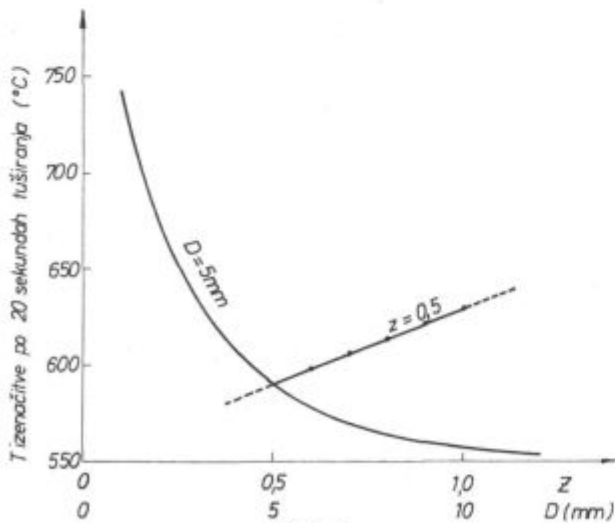


Slika 6

Potek temperature na površini in v preseku pri ohlajanju ($z = 0,3$)

Fig. 6

Temperature distribution on the surface and on the cross-section during cooling ($z = 0,3$)

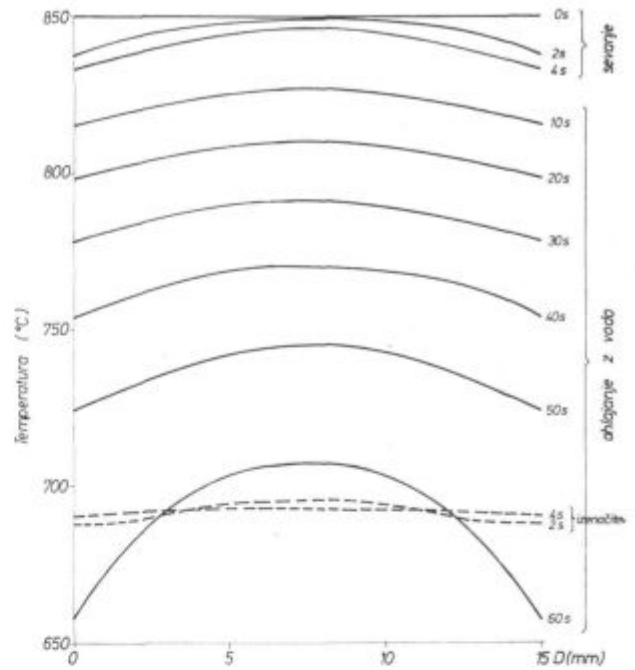


Slika 7

Odvisnost temperature po izenačitvi od debeline in parametra z .

Fig. 7

Relationship between the temperature, the thickness and the z parameter after equalization



Ohlajanje 15 milimeterskega traku:

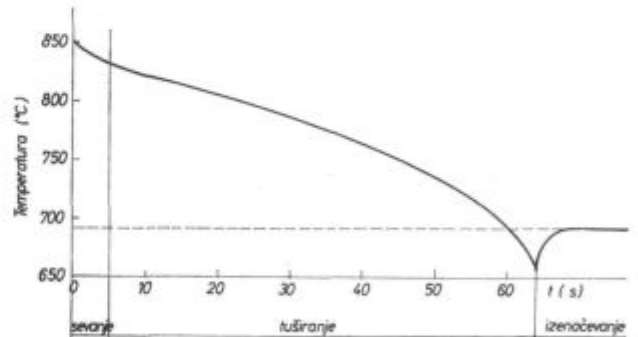
sevanje 5 sekund
tuširanje na 650°C $z=0,5$
1minuta
izenačevanje - 4 sekunde

Slika 8

Primer ohlajanja debele pločevine.

Fig. 8

Example of cooling a thick sheet



Slika 9

Potek temperature na površini pri ohlajanju 15 mm debele pločevine.

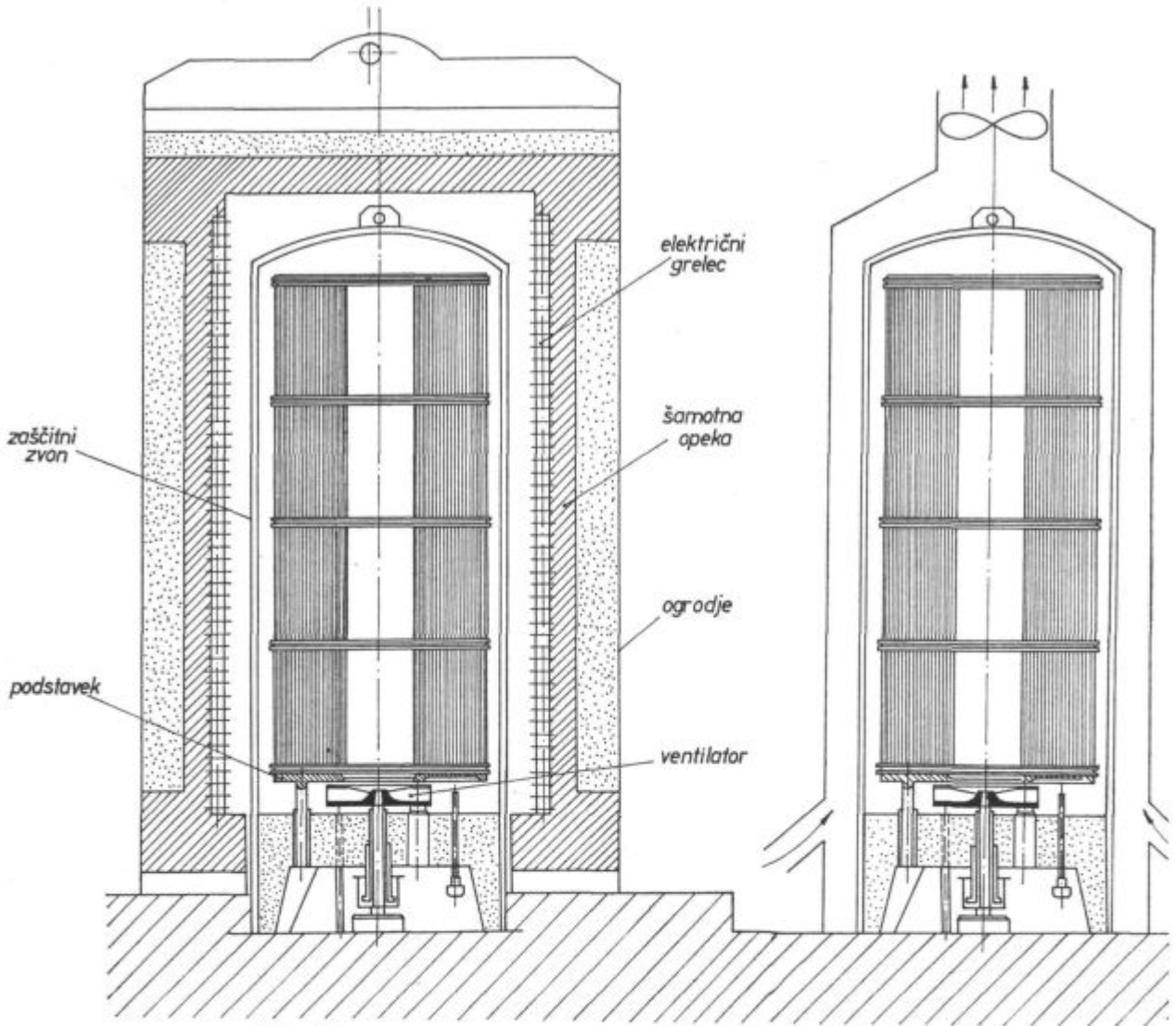
Fig. 9

The surface temperature during cooling a 15 mm sheet

Pri tem smo predpostavili, da gre za homogeno črno telo. S pomočjo programa smo lahko študirali, kako se porazdeljuje temperatura v kolobarju, če ga ogrevamo ali hladimo z notranje ali zunanje strani ali z obeh hkrati.

Matematični model

Izhajamo iz enačbe za prevajanje toplote, ki jo zapišemo v cilindričnih koordinatah:



Slika 10

Žarjenje in ohlajanje kolobarjev v zvonastih pečeh.

Fig. 10

Heating and cooling coils in a bell furnace

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{\rho \cdot c_p}{\lambda} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \quad (12)$$

Robni pogoj:

$$-\lambda \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)_p = \epsilon \cdot \sigma \cdot (T_p^4 - T_r^4) \quad (13)$$

Vpeljemo nove spremenljivke:

$$\vartheta = \frac{T_o}{T} \quad \beta = \frac{r}{r_o} \quad \tau = \frac{t}{t_o}$$

pri čemer je $r_o = \frac{\lambda}{\epsilon \cdot \sigma \cdot T_o^3}$ $t_o = \frac{\lambda \cdot \rho \cdot C_p}{\epsilon^2 \cdot \sigma^2 \cdot T_o^6}$

$$A_p = \frac{\epsilon \cdot \sigma \cdot r_o \cdot T_r^4}{\lambda \cdot T_o}$$

in zapišemo enačbo v poenostavljeni obliki:

$$\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial \beta^2} + \frac{1}{\beta} \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial \beta} = \frac{\partial \vartheta}{\partial \tau} \quad (14)$$

Robni pogoj pa zapišemo takole:

$$-\left(\frac{\partial \vartheta}{\partial \beta}\right)_p = \vartheta_p^4 - A_p \quad (15)$$

Ker gre za ogrevanje kolobarjev, je ugodno vpeljati novo spremenljivko:

$$R = \ln \beta \quad \beta = e^R$$

Enačba (14) dobi enostavnejšo obliko:

$$\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial R^2} = e^{2R} \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial \tau} \quad (16)$$

Robni pogoj (15) pa zapišemo takole:

$$-\left(\frac{\partial \vartheta}{\partial R}\right)_p \cdot e^{-Rp} = \vartheta_p^4 - A_p \quad (17)$$

Enačbo (16) rešujemo numerično:

$$\frac{\vartheta_{i+1,j} - 2\vartheta_{i,j} + \vartheta_{i-1,j}}{h^2} = e^{2R_i} \cdot \frac{\vartheta_{i,j+1} - \vartheta_{i,j}}{1}$$

$$\vartheta_{i,j+1} = \vartheta_{i,j} \cdot (1 - 2 \cdot \frac{1}{h^2} \cdot e^{-2Ri}) + \frac{1}{h^2} e^{-2Ri} \cdot (\vartheta_{i+1,j} + \vartheta_{i-1,j}) \quad (18)$$

Ce gre na robu za izmenjavo toplote s sevanjem, rešujemo enačbo (17) z iteracijo:

$$\frac{1}{2h} \cdot (-3 \vartheta_p + 4 \vartheta_{p-1} - \vartheta_{p-2}) \cdot e^{-Rp} = \vartheta_p^4 - A_p \quad (19)$$

Ce je na robu toplotni tok enak nič, izračunamo robne temperature po formuli:

$$\vartheta_p = \frac{1}{3} \cdot (4 \cdot \vartheta_{p-1} - \vartheta_{p-2}) \quad (20)$$

Krajnji korak h in časovni korak l moramo izbrati tako, da je izpolnjen pogoj:

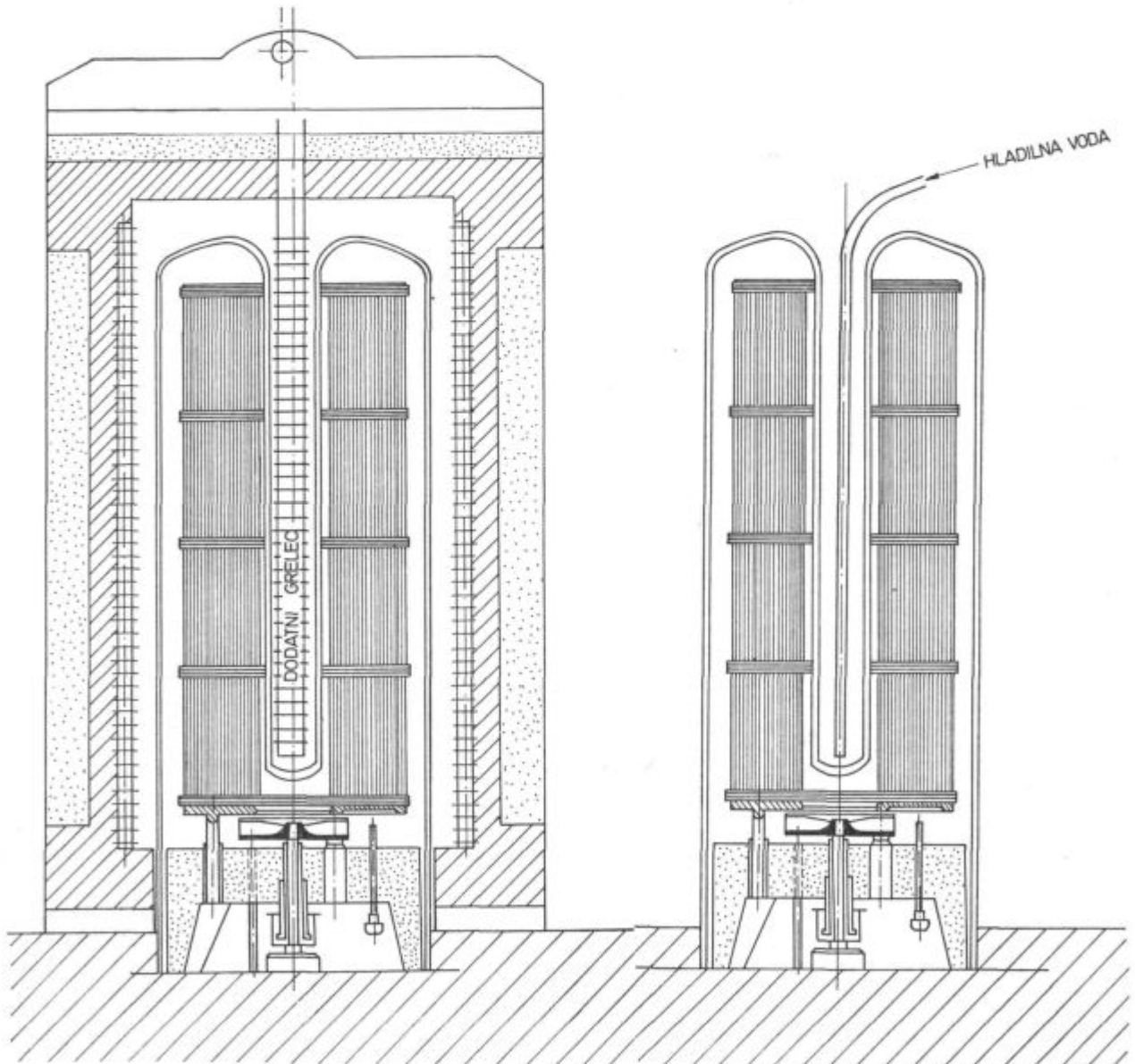
$$\left(\frac{1}{h^2} \cdot e^{-2Ri}\right)_{\text{maksimalno}} \leq \frac{1}{2} \quad (21)$$

Pri tem je treba upoštevati minimalni polmer, oziroma

$$\beta_{\min} = \frac{r_2}{r_0}$$

Ta pogoj sledi iz indeksnega kriterija za stabilnost podobno kot v enačbi (5).

Izdelali smo računalniški program za študij ogrevanja in ohlajevanja s sevanjem. Pri tem gre



Slika 11

Predlagana rekonstrukcija zvonaste peči in žarilnega zvona.

Fig. 11

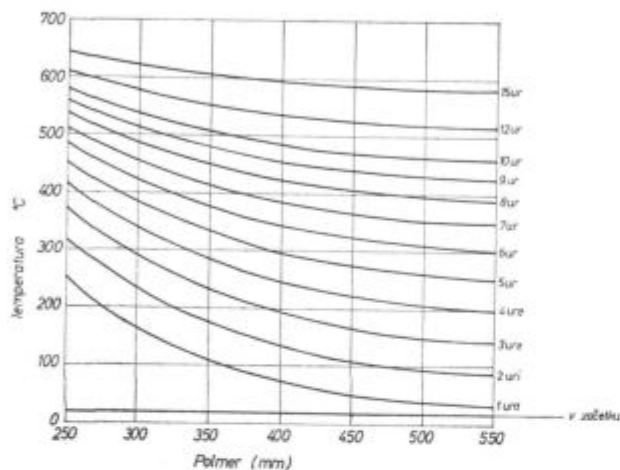
Proposed reconstruction of the bell furnace and the annealing bell

lahko za enostransko ali dvostransko ogrevanje ali ohlajanje. Kolobar smo obravnavali kot kompakten blok.

Namen te obdelave je bil prikazati, kako bi se spremenil proces ogrevanja v vakuumu v primeru, če bi znotraj kolobarjev montirali dodatni grelec, oziroma če bi pri ohlajanju imeli znotraj hlajeno mrzlo steno.

Na slikah 12 in 13 so prikazani primeri ogrevanja in ohlajanja z ene ali dveh strani.

Zelo lepo se vidi, da bi dodatni grelec močno skrajšal ogrevanje. To bi se še posebno poznalo

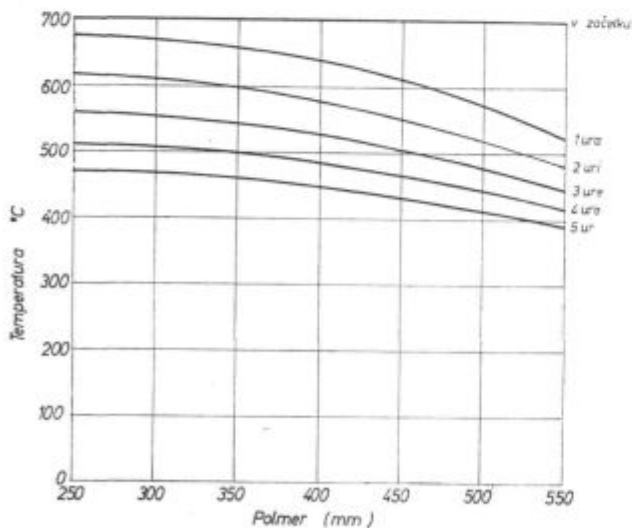


Slika 12 a

Ogrevanje kolobarja samo z notranje strani. Začetna temperatura kolobarja 20° C. Temperatura vroče okolice 700° C.

Fig. 12 a

Heating of the coil only from the internal side. Initial coil temperature 20° C. Surrounding temperature 700° C.

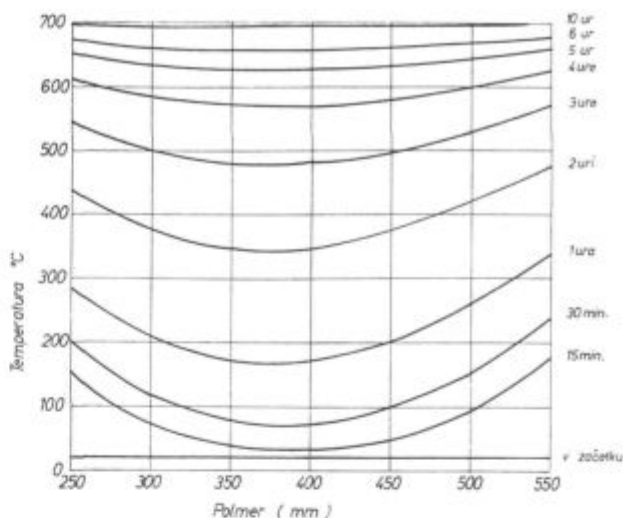


Slika 12 b

Ohlajanje kolobarja z zunanje strani. Začetna temperatura kolobarja 700° C. Temperatura hladne okolice 20° C.

Fig. 12 b

Cooling of coil from the external side. Initial coil temperature 700° C. Surrounding temperature 20° C.

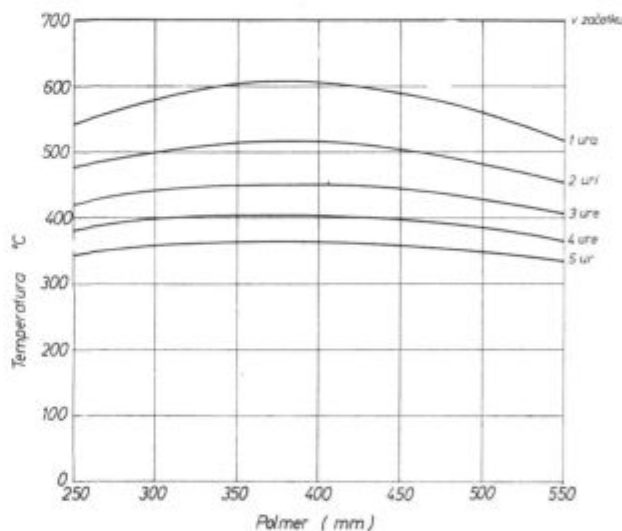


Slika 13 a

Ogrevanje kolobarja z zunanje in notranje strani. Začetna temperatura kolobarja 20° C. Temperatura vroče okolice 700° C.

Fig. 13 a

Heating of the coil from the external and internal side. Initial coil temperature 20° C. Surrounding temperature 700° C.



Slika 13 b

Ohlajanje kolobarja z notranje in zunanje strani. Začetna temperatura kolobarja 700° C. Temperatura vroče okolice 20° C.

Fig. 13 b

Cooling of the coil from internal and external side. Initial coil temperature 700° C. Surrounding temperature 20° C.

pri večjih kolobarjih takih dimenzij, kot jih bodo uporabljali v novi hladni valjarni. Podobne ugotovitve veljajo tudi za ohlajanje.

V praksi je treba sicer računati, da imamo opravka tudi s konvekcijo. Delno smo tudi to že upoštevali, ko smo predpostavili, da je $\epsilon = 1$.

OGREVANJE IN OHLAJANJE VALJA S SEVANJEM

V patentirnici žice se pojavlja problem pri ohlajanju žice v svincu. Žica prinese v kopel razmeroma veliko količino toplote. Namen te naloge pa je računsko določiti, koliko toplote odda žica pri prehodu iz peči v svinec. V tistem delu gre namreč za ohlajanje s sevanjem.

Iz dosedanje prakse je znano¹, da je ohlajanje s sevanjem zelo intenzivno, če je temperatura površine dovolj visoka. Žica se sicer na prehodnem delu ne zadržuje dolgo, vendar pa to bistveno vpliva na količino toplote, ki pride v svinčevo kopel.

Matematični model

Izhajamo iz enačbe (14):

$$\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial \beta^2} + \frac{1}{\beta} \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial \beta} = \frac{\partial \vartheta}{\partial \tau} \quad (22)$$

pri čemer pomenijo

$$\begin{aligned} \vartheta &= \frac{T}{T_0} & r_0 &= \frac{\lambda}{\varepsilon \cdot \sigma \cdot T_0^3} \\ \beta &= \frac{r}{r_0} & t_0 &= \frac{\lambda \cdot \rho \cdot C_p}{\varepsilon^2 \cdot \sigma^2 \cdot T_0^6} \\ \tau &= \frac{t}{t_0} & A_p &= \frac{T_0 \cdot \lambda}{\varepsilon \cdot \sigma \cdot r_0 \cdot T_0^4} \end{aligned}$$

Če si izberemo krajevni interval h in časovni interval l , lahko zapišemo enačbo za i -točko ($i > 1$) po j -časovnem koraku v diferenčni obliki takole:

$$\begin{aligned} \frac{\vartheta_{i-1,j} - 2\vartheta_{i,j} + \vartheta_{i+1,j}}{h^2} + \frac{1}{(i-1) \cdot h} \cdot \frac{\vartheta_{i+1,j} - \vartheta_{i-1,j}}{2h} &= \frac{\vartheta_{i,j+1} - \vartheta_{i,j}}{l} \quad (23) \end{aligned}$$

Za središče valja ($i = 1$) velja³:

$$\frac{4 \cdot (\vartheta_{2,j} - \vartheta_{1,j})}{h^2} = \frac{\vartheta_{1,j+1} - \vartheta_{1,j}}{l} \quad (24)$$

Temperaturo po j -koraku v vsaki točki, razen v središču, izračunamo po formuli:

$$\begin{aligned} \vartheta_{i,j+1} &= \vartheta_{i,j} + \frac{1}{h^2} \cdot \left[\vartheta_{i+1,j} \cdot \left(1 + \frac{1}{2(i-1)} \right) - \right. \\ &\left. - 2\vartheta_{i,j} + \vartheta_{i-1,j} \cdot \left(1 - \frac{1}{2(i-1)} \right) \right] \quad (25) \end{aligned}$$

V središču pa velja:

$$\vartheta_{1,j+1} = \vartheta_{1,j} + \frac{4 \cdot l}{h^2} (\vartheta_{2,j} - \vartheta_{1,j}) \quad (26)$$

Konvergenca je zagotovljena, če si izberemo h in l tako, da je izpolnjen pogoj:

$$\frac{1}{h^2} \leq \frac{1}{4} \quad (27)$$

Zadostni pogoj za konvergenco zahteva sicer za običajne enodimenzionalne probleme², da mora biti

$$\frac{1}{h^2} \leq \frac{1}{2}$$

Razmere v središču valja pa opisuje enačba (26).

Če namreč označimo točno rešitev parcialne diferencialne enačbe z $U_{i,j}$ in definiramo razliko

$$e_{i,j} = U_{i,j} - \vartheta_{i,j},$$

se izkaže³, da je

$$|e_{1,j+1}| = (1 - 4 \cdot \frac{1}{h^2}) \cdot |e_{1,j}| + 4 \cdot \frac{1}{h^2} \cdot |e_{2,j}| + \text{konst.}$$

Sledi, da mora biti

$$\frac{1}{h^2} \leq \frac{1}{4}$$

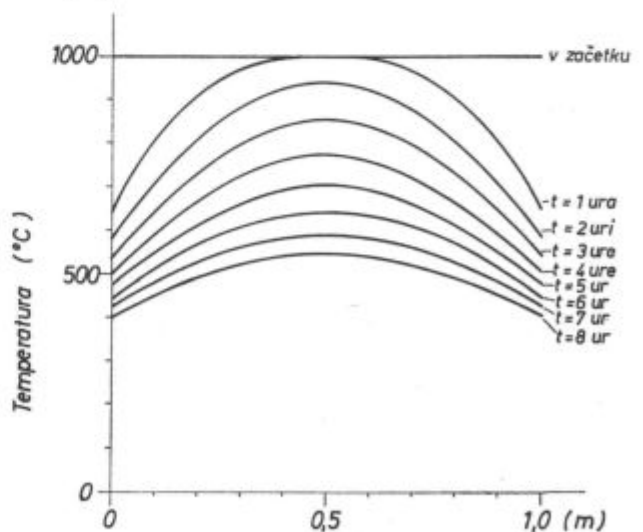
Ko gre za sevanje, zapišemo robni pogoj v diferenčni obliki takole:

$$\frac{1}{2h} \cdot (3\vartheta_p - 4\vartheta_{p-1} + \vartheta_{p-2}) = A_p - \vartheta_p^4 \quad (28)$$

Primer

Obdelali smo dva primera: ohlajanje 6 mm debele žice z začetno temperaturo 1000°C in 1 meter debelega valja s temperaturo 1000°C na zraku s temperaturo 20°C.

V primeru 6-milimetrske žice smo razdelili polmer na 10 delov, pri 1 meter debelem valju pa smo razdelili polmer na 20 delov. Računalnik nam je izpisal temperaturno porazdelitev vsakih 5 minut ohlajanja (valj), oziroma vsako sekundo (žica) ohlajanja na zraku.

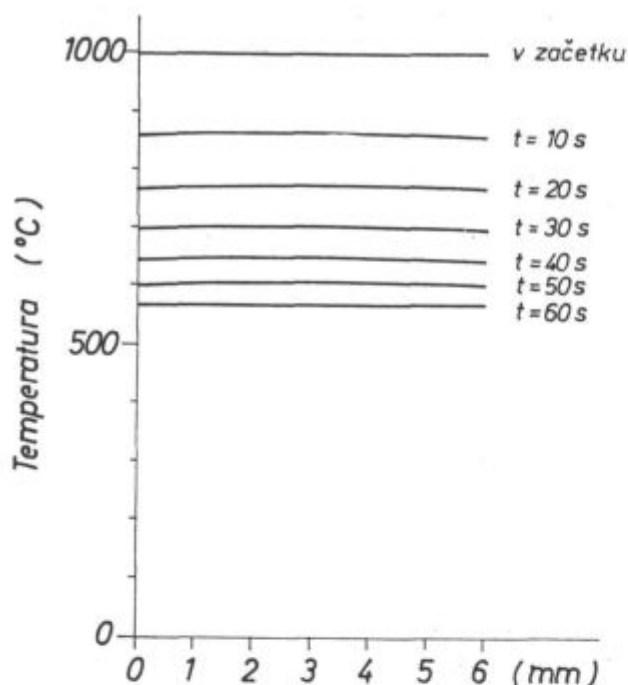


Slika 14

Ohlajanje valja ($\varnothing 1$ m) na zraku s temperaturo 20°C.

Fig. 14

Cooling of cylinder ($\varnothing 1$ m) in air with temperature 20°C.



Slika 15

Ohlajanje žice ($\varnothing 6\text{ mm}$) na zraku s temperaturo 20°C .

Fig. 15

Cooling of wire ($\varnothing 6\text{ mm}$) in air with temperature 20°C .

Na slikah 14 in 15 so narisane temperaturne porazdelitve po preseku pri ohlajanju žice in valja.

Ohlajanje žice smo v grobem tudi eksperimentalno preverili v našem laboratoriju: rezultati se zelo lepo ujemajo. Nerodno je le to, ker se ohlajanje tako zelo hitro konča. S kolegi na Ravnah smo se domenili, da bodo skušali tudi eksperimentalno preveriti ohlajanje 1 meter debelega valja.

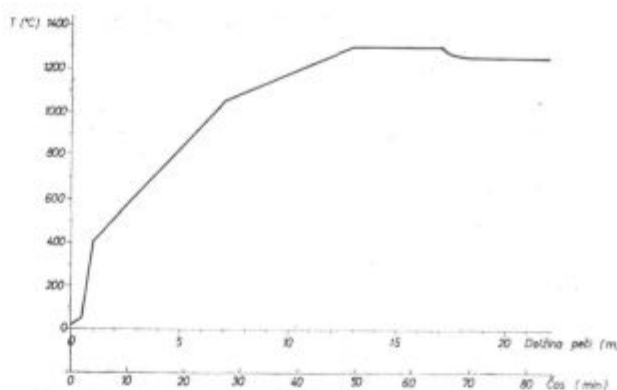
Očitno je, da bi se pri 6 mm debeli žici pri sedanji hitrosti znižala temperatura od začetnih 1000°C na 900°C , če bi bila temperatura okolice (pokrova) 20°C . To bi pa bistveno prispevalo k hitrejšemu ohlajanju v svincu.

OGREVANJE GREDEC V KORAČNI PEČI

S podobnim modelom, kot smo ga uporabili za opisovanje ogrevanja brame B 8 s sevanjem, smo simulirali tudi ogrevanje gredic v koračni peči.

Gredice potujejo z določeno hitrostjo skozi posamezne cone peči, kjer se ogrejejo na temperaturo 1250°C . Od temperaturnega profila peči in od hitrosti je odvisno, če se gredice dovolj pregrejejo.

Izdelali smo računski model, po katerem računamo temperaturo v preseku gredice v odvisnosti od temperaturnega profila peči in hitrosti pomika. Pri tem smo upoštevali, da gre za ogrevanje s sevanjem s treh strani, spodnji rob je toplotno izoliran. Na sliki 16 je prikazan temperaturni profil



Slika 16

Temperaturni profil koračne peči.

Fig. 16

Temperature profile of the rocker-bar heating furnace

peči dolžine 21 metrov, ki jo prepotujejo gredice kv. 135 mm v 80 minutah. Na sliki 17 so narisane izoterme v preseku gredice po določenih časih ogrevanja.

Na sliki 18 je narisana časovna odvisnost temperaturnega gradienta na sredini zgornjega roba preseka. Iz tega se lepo vidi, da je zelo važno, da je temperatura v prvem delu zadosti visoka, v končni izenačevalni coni pa je treba pokriti le izgube v peči. Matematični model, ki smo ga uporabili pri študiju ogrevanja gredic v koračni peči je natančneje opisan že v prvem delu te naloge¹.

Edina razlika je v tem, da se tu robni pogoji s časom spreminjajo. Rezultat predhodnega koraka je začetni pogoj za novi korak. Sicer pa poteka obdelava prav tako kot ogrevanje brame B 8, le da predpostavljamo, da je ena stranica kvadrata toplotno izolirana.

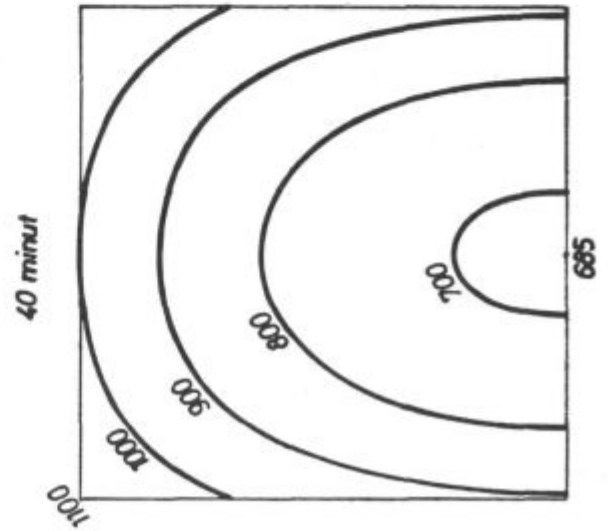
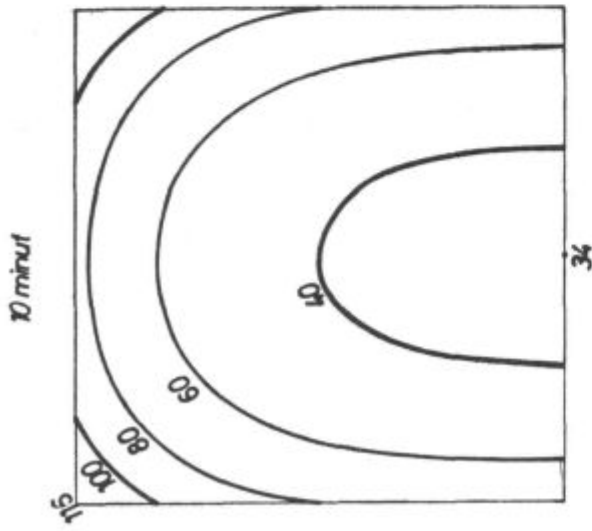
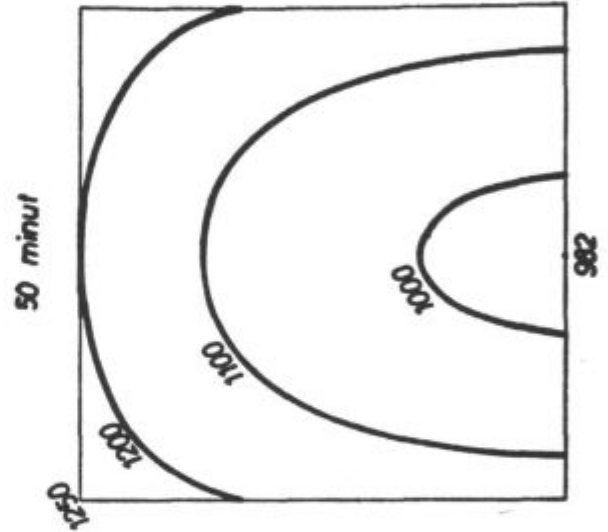
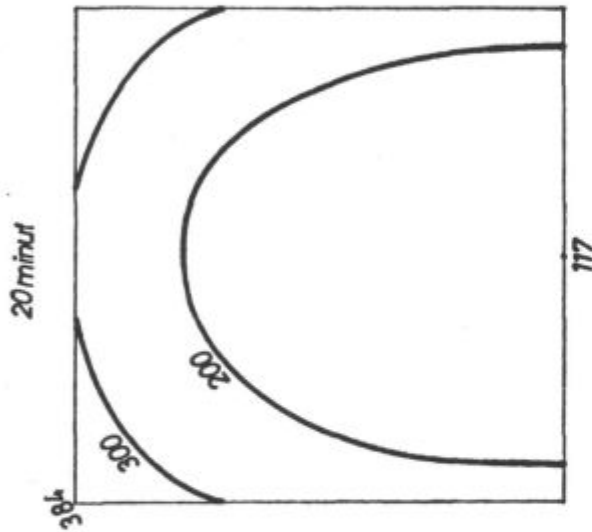
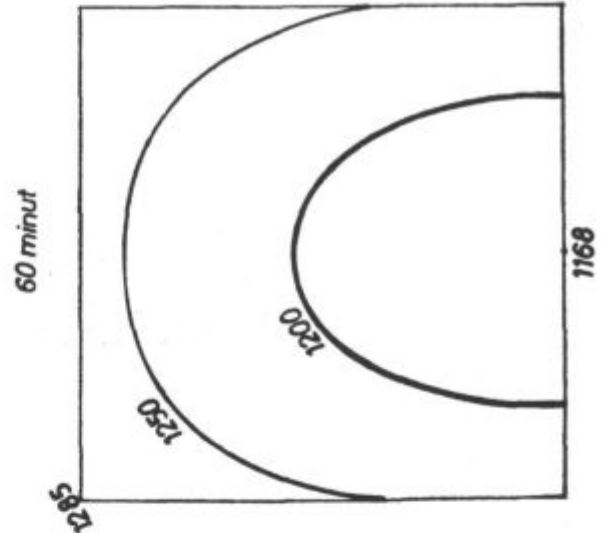
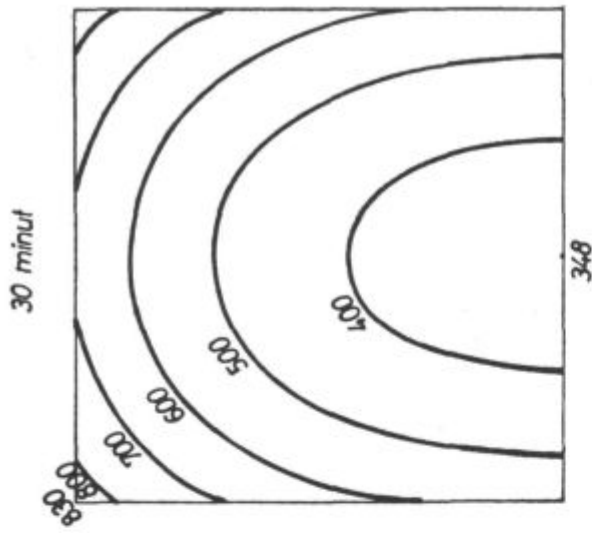
ZAKLJUČEK

Iz opisanih primerov je razvidno, kako je mogoče matematično opisati prevajanje toplote za primere iz neposredne prakse. Za vsak primer, ki je opisan v tem elaboratu, smo izdelali računalniški program, ki je na voljo v raziskovalnem oddelku železarne Jesenice.

Na podlagi rezultatov modela ohlajanja trakov v valjarni štekeli bomo rekonstruirali hladilno linijo, kjer bomo v bodoče ohlajali trakove z laminarnimi curki.

Program za ohlajanje valja s sevanjem bo služil za računanje temperaturne porazdelitve pri ohlajanju debelih valjev in žice. S primerno modifikacijo programa bo mogoče upoštevati tudi temperaturno odvisnost specifične toplote in toplotne prevodnosti. Uporabljali ga bomo lahko pri študiju ohlajanja (segrevanja) v različnih fazah valjanja žice, služil bi pa tudi za orientacijsko ocenjevanje hitrosti ohlajanja valjev večjih dimenzij, kakršne kujejo v Ravnah.

S poskusno rekonstrukcijo žarilnega zvona bi po opisanem modelu lahko znatno povečali pro-

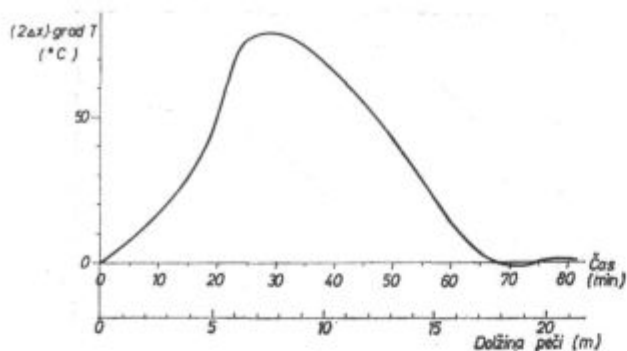


Slika 17

Temperaturna porazdelitev v preseku gredice v različnih časih ogrevanja.

Fig. 17

Temperature distribution in the bar cross section after various times of heating



Slika 18
 Temperaturni gradient na površini.
 Fig. 18
 Temperature gradient on the surface.

duktivnost žarilnice. Dodatni grelec v sredini bi sicer trošil dodatno moč, ki pa bi se v celoti koristno porabila. Ohlajanje kolobarjev z vodo bi bilo prav gotovo mnogo bolj učinkovito.

Literatura

1. B. Brudar: Ogrevanje blokov v globinskih pečeh, magistrsko delo, FNT 1973
2. H. Köhne: Digitale und analoge Lösungsmethoden der Wärmeleitungsgleichung, Forschungsberichte des Landes Nordrhein — Westfalen. Nr. 2120, Westdeutscher Verlag, Köln und Opladen.
3. G. D. Smith: Numerical Solution of Partial Differential Equations Oxford University Press, 1971.
4. T. Kolenko, F. Pavlin: Ogrevanje vložka v potisni peči, Rudarsko metalurški zbornik, št. 3, leto 1973, stran 235—247.

ZUSAMMENFASSUNG

Mathematische Modelle der Erwärmung und Abkühlung in einer und zwei Dimensionen für einige Beispiele aus der Praxis sind beschrieben:

- Abkühlen des Stahlbandes durch Wasserstrahl
- Erwärmen und Abkühlen der Stahlbänder durch Strahlen
- Erwärmen der Knüppel im Hubbalkenofen.

Für jeden Fall ist ein Rechnerprogramm ausgearbeitet, so dass es möglich ist, verschiedene Bedingungen zu simulieren.

Die Ergebnisse der mathematischen Bearbeitung dienen als Ausgangspunkt, bei den vorgesehenen Verbesserungen der Bandabkühlung und für die Kontrolle der Erwärmungsvorschriften der Knüppel im Hubbalkenofen.

SUMMARY

Mathematical models for one and two dimensional heating and cooling for some practical cases are described:

- cooling of strips by water jets
- heating and cooling of sheet coils by radiation
- heating and cooling of cylinder by radiation
- heating of billets in a rocker-bar heating furnace

For each case a computer program is made so that various conditions can be simulated.

Results of mathematical treatment are the starting-point for expected improvements (cooling of strips) and for checking the correctness of instructions for heating (billets in the rocker-bar heating furnace).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для некоторых примеров из практики дано описание математических моделей нагревания и охлаждения. Рассмотрено следующее:

- охлаждение полос в струе воды,
- нагревание и охлаждение рулонов жести излучением,
- нагревание и охлаждение валков излучением,
- нагревание заготовок в печи с качающимися балками.

При помощи счетчика для каждого примера приготовлена расчетная программа, таким образом есть возможно произвести симуляцию различных условий.

Результаты математических обработок служат как исходной пункт для предвиденных улучшений (охлаждение полос) и для проверки правильности инструкций для нагревания (заготовки в печи с качающимися балками).