PROGRAMM

des

k. k. Staats-Gymnasiums

in

Marburg.

Veröffentlicht von der Direktion am Schlusse des Studienjahres

1883.

DRUCK VON E. JANSCHITZ IN MARBURG

INHALT:

Studien über die Strahlenbrechung im Prisma.

(Mit einer Tafel.)

In einer früheren Abhandlung (Programm des k. k. Staats-Gymn. in Marburg 1879) verfolgte ich behufs Bestimmung der Bildorte und Wellenform nach analytischer Methode den Gang der an ebenen Flächen in ein zweites Mittel gebrochenen Lichtstrahlen. Anhangsweise untersuchte ich auch den Strahlengang durch Platten mit planparallelen Wänden. Da hiebei die Strahlen auf ihrem ganzen Wege aus der ursprünglichen Einfallsebene nicht heraustreten, so reichten einige wenige Sätze der Geometrie der Ebene zur Untersuchung hin. In vorliegender Abhandlung stelle ich mir die Verfolgung der Strahlen beim Durchgange durch einen von zwei gegen einander geneigten ebenen Flächen eingeschlossenen Raum, mit anderen Worten die Verfolgung der durch ein Prisma gebrochenen Strahlen zur Aufgabe. Da nunmehr nur die in einem Hauptschnitte, d. h. die in einer zur Prismenkante senkrechten Ebene einfallenden Strahlen ihre Einfallsebene nicht verlassen, alle übrigen Strahlen aber nach der zweiten Brechung an der rückwärtigen Prismenfläche aus dieser Ebene heraustreten, so wird unsere Untersuchung einiger Sätze der Raumgeometrie nicht entbehren können.

Wir denken uns (Fig. 1.) zwischen den ebenen Flächen MNO und und MND ein von der Umgebung optisch verschiedenes Mittel eingeschlossen. Der leuchtende Punct S sendet allseitig Strahlen aus, von denen einer die Ebene MNO in A trifft, hier gegen B abgelenkt wird, in B wieder das erste Mittel betritt, in welchem er gegen S' sich fortbewegt. Wir wählen das von S aus auf die erste brechende Fläche MNO gefällte Perpendikel SOZ zur Z Axe eines rechtwinkeligen Coordinatensystems, die erste brechende Fläche MNO selbst zur XY Ebene, den Normalschnitt des Prisma's SOX endlich zur XZ Ebene, so dass die Prismenkante MN zur Y Axe parallel wird. Die positiven Richtungen der Axen sind durch die Linien OX, OY, OZ in der Figur characterisiert. Mit F und F' seien die brechenden Flächen MNO und MND bezeichnet; die Gleichungen dieser Ebenen sind

$$F \ldots\ldots z = 0 \qquad 1)$$

$$F' \ldots\ldots z = (a-x)\,\mathrm{tg}\,\vartheta, \qquad 2)$$

wenn a der Abstand CO der Prismenkante von der Y Axe, ϑ der brechende Winkel OCD des Prisma's ist.

Bezeichnen wir ferner die Strecken SO mit c, OA mit r und den Winkel, welchen die Einfallsebene SOA mit der XZ Ebene einschliesst, mit ω, so finden wir zur Bestimmung des einfallenden Strahles SA die Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} y &= x\,\mathrm{tg}\,\omega \\ z &= \frac{c}{r\cos\omega}\,x - c. \end{aligned}\right\} \qquad 3)$$

Zur analytischen Bestimmung der Geraden AB, in welcher der Strahl in dem zweiten Mittel sich bewegt, haben wir die bekannten Brechungsgesetze, nach welchen Einfalls- und Brechungsebene zusammenfallen und

$$\sin \alpha = n \sin \beta \qquad 4)$$

ist, wenn α den Einfalls- und β den Brechungswinkel des betrachteten Strahles bezeichnen. Die Gleichungen von AB sind demgemäss

$$\left.\begin{aligned} y &= x.\ \mathrm{tg}\ \omega \\ z &= x.\ \frac{\mathrm{cotg}\ \beta}{\cos \omega} - r\,\mathrm{cotg}\,\beta. \end{aligned}\right\}$$

Da aber

$$\mathrm{cotg}\ \beta = \frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}{\sin \alpha} = \frac{1}{r} \sqrt{n^2c^2 + (n^2-1)r^2} = \frac{k}{r},$$

wenn wir zur Abkürzung

$$k = \sqrt{n^2c^2 + (n^2-1)\ r^2} \qquad 5)$$

setzen, so können wir die Gleichungen der AB auch schreiben

$$\left.\begin{aligned} y &= x\ \mathrm{tg}\ \omega \\ z &= \frac{k}{r.\cos \omega}\ x - k. \end{aligned}\right\} \qquad 6)$$

Die Gleichungen der Geraden BS' endlich können in der Form

$$\left.\begin{aligned} y - \eta' &= \frac{\cos \mu}{\cos \lambda}\ (x - \xi') \\ z - \zeta' &= \frac{\cos \nu}{\cos \lambda}\ (x - \xi') \end{aligned}\right\} \qquad 7)$$

angeschrieben werden, wobei ξ', η', ζ' die Coordinaten des Punktes B; $\cos \lambda$, $\cos \mu$, $\cos \nu$ die Richtungsconstanten der BS' bedeuten.

Zur Bestimmung von ξ', η', ζ' verbinden wir die Gleichungen 2) und 6) und erhalten

$$\left.\begin{aligned} \xi' &= \frac{k \cos \vartheta + a \sin \vartheta}{k \cos \vartheta + r \cos \omega \sin \vartheta}\ r \cos \omega \\ \eta' &= \frac{k \cos \vartheta + a \sin \vartheta}{k \cos \vartheta + r \cos \omega \sin \vartheta}\ r \sin \omega \\ \zeta' &= \frac{a - r \cos \omega}{k \cos \vartheta + r \cos \omega \sin \vartheta}\ k \sin \vartheta \end{aligned}\right\} \qquad 8)$$

Behufs Ermittelung der Richtungsconstanten haben wir zunächst zu bedenken, das die Einfallsebene ABE' mit der Brechungsebene S'BE' zusammenfallen muss, und um diese analytisch ausdrücken zu können, müssen wir erst die Gleichung der Ebene ABE' kennen. Sie habe die Form

$$L\,x + M\,y + N\,z = 1.$$

Die unbekannten Grössen L, M, N finden wir aus der Bedingung, dass die Ebene ABE' auf F' senkrecht stehen müsse, demzufolge mit Rücksicht auf Gleichung 2)

$$L \sin \vartheta + N \cos \vartheta = 0, \qquad a)$$

sowie aus der weiteren Bedingung, dass die fragliche Ebene die Gerade AB in sich enthalten müsse, in Folge dessen mit Rücksicht auf die Gleichungen 6)

$$\left.\begin{aligned} L + M\ \mathrm{tg}\ \omega + N\ \frac{k}{r \cos \omega} &= 0 \\ - k\ N &= 1. \end{aligned}\right\} \qquad b)$$

Die Gleichungen a) und b) liefern

$$\left.\begin{aligned} L &= \frac{1}{k} \cot g\, \vartheta, \\ M &= \frac{k \sin \vartheta - r \cos \omega \cos \vartheta}{k\, r \sin \omega \sin \vartheta}, \\ N &= -\frac{1}{k}. \end{aligned}\right\} \qquad c)$$

Ferner müssen wir Einfalls- und Brechungswinkel β' und α' an der zweiten brechenden Fläche kennen. Es ist aber

$$\cos \beta' = \cos f.\, \cos \varphi + \cos g.\, \cos \psi + \cos h.\, \cos \chi,$$

wenn unter f, g, h die Winkel verstanden werden, welche AB mit den Axen X, Y, Z einschliessen, unter φ, ψ, χ die Winkel, welche das im Puncte B an die zweite brechende Fläche errichtete Einfallsloth mit eben denselben Axen bildet. Wir finden leicht

$$\left.\begin{aligned} &\cos f = \frac{r \cos \omega}{n\sqrt{r^2+c^2}}, \quad &&\cos g = \frac{r \sin \omega}{n\sqrt{r^2+c^2}}, \quad &&\cos h = \frac{k}{n\sqrt{r^2+c^2}}, \\ &\cos \varphi = \sin \vartheta, &&\cos \psi = o, &&\cos \chi = \cos \vartheta, \end{aligned}\right\} \quad d)$$

wonach

$$\cos \beta' = \frac{k \cos \vartheta + r \cos \omega \sin \vartheta}{n\sqrt{r^2+c^2}},$$

$$\sin \beta' = \frac{\sqrt{(k \sin \vartheta - r \cos \omega \cos \vartheta)^2 + r^2 \sin^2 \omega}}{n\sqrt{r^2+c^2}},$$

$$\sin \alpha' = \sqrt{\frac{(k \sin \vartheta - r \cos \omega \cos \vartheta)^2 + r^2 \sin^2 \omega}{r^2+c^2}}, \qquad 9)$$

$$\cos \alpha' = \sqrt{\frac{c^2 + r^2 \cos^2 \omega - (k \sin \vartheta - r \cos \omega \cos \vartheta)^2}{r^2+c^2}}. \qquad 10)$$

Zur schliesslichen Feststellung der Grössen $\cos \lambda$, $\cos \mu$, $\cos \nu$ haben wir die Gleichungen

$$\cos^2 \lambda + \cos^2 \mu + \cos^2 \nu = 1, \qquad e)$$

$$L \cos \lambda + M \cos \mu + N \cos \nu = o, \qquad f)$$

$$\cos \lambda \cos \varphi + \cos \mu \cos \psi + \cos \nu \cos \chi = \cos \alpha', \qquad g)$$

von denen die erste die bekannte Relation der drei Richtungsconstanten einer Geraden überhaupt, die zweite die Bedingung ausdrückt, dass BS′ in der Ebene ABE′ liegt, die dritte endlich den Winkel zwischen BS′ und dem Einfallsloth E′E′ bestimmt.

Mit Berücksichtigung der Gleichungen c) und d) verwandeln sich die Gleichungen f) und g) in

$$\cos \vartheta \cos \lambda + \frac{k \sin \vartheta - r \cos \omega \cos \vartheta}{r \sin \omega} \cos \mu - \sin \vartheta \cos \nu = o$$

$$\cos \nu = \frac{\cos \alpha'}{\cos \vartheta} - \frac{\sin \vartheta}{\cos \vartheta} \cos \lambda.$$

Hieraus finden wir zunächst

$$\cos\lambda = -\frac{k \sin\vartheta - r\cos\omega\cos\vartheta}{r\sin\omega}\cos\vartheta\cos\mu + \cos\alpha'\sin\vartheta,$$

$$\cos\nu = \frac{k \sin\vartheta - r\cos\omega\cos\vartheta}{r\sin\omega}\sin\vartheta\cos\mu + \cos\alpha'\cos\vartheta.$$

Substituieren wir diese Werthe in Gleichung e), so finden wir mit Rücksicht auf Gl. 9) oder Gl. 10)

$$\cos^2\mu = \frac{r^2\sin^2\omega}{r^2+c^2}.$$

Diese Gleichung lässt noch nicht erkennen, ob für $\cos\mu$ der daraus resultierende Werth mit dem positiven oder negativen Zeichen zu versehen ist; allein wegen der Allgemeinheit des Problems dürfen wir zur Ermittelung des Vorzeichens einen beliebigen speciellen Fall näher untersuchen. Dazu eignet sich die Annahme $\vartheta = 0$. Die brechenden Flächen sind einander parallel, der austretende Strahl ist parallel dem eintretenden, daher $\cos\mu = \frac{r\sin\omega}{\sqrt{r^2+c^2}}$, das Vorzeichen für $\cos\mu$ ist also das positive. Mit Rücksicht auf Gl. 10) finden wir nun leicht

$$\left.\begin{aligned}
\cos\lambda &= -\frac{1}{\sqrt{r^2+c^2}}\Big[(k\sin\vartheta - r\cos\omega\cos\vartheta)\cos\vartheta \\
&\qquad - \sin\vartheta.\sqrt{c^2+r^2\cos^2\omega-(k\sin\vartheta - r\cos\omega\cos\vartheta)^2}\Big] \\
\cos\mu &= \frac{r\sin\omega}{\sqrt{r^2+c^2}} \\
\cos\nu &= \frac{1}{\sqrt{r^2+c^2}}\Big[(k\sin\vartheta - r\cos\omega\cos\vartheta)\sin\vartheta \\
&\qquad + \cos\vartheta.\sqrt{c^2+r^2\cos^2\omega-(k\sin\vartheta - r\cos\omega\cos\vartheta)^2}\Big]
\end{aligned}\right\} \quad 11)$$

Die Gleichungen 7), 8) und 11) sind zur Discussion des Verlaufes eines durch ein Prisma dringenden Strahlenbüschels vollkommen geeignet. Zunächst liefern die Gleichungen 11) als Bedingung des Durchganges der Strahlen durch das Prisma die Relation

$$c^2+r^2\cos^2\omega > (k\sin\vartheta - r\cos\omega\cos\vartheta)^2.$$

Der Grenzwerth

$$c^2+r^2\cos^2\omega = (k\sin\vartheta - r\cos\omega\cos\vartheta)^2$$

tritt ein, wenn $\alpha' = 90^0$ wird (vgl. Gl. 10), characterisiert daher die Bedingung, unter welcher die in das Prisma tretenden Strahlen an der zweiten Fläche derart gebrochen werden, dass sie das Prisma nicht mehr verlassen, sondern in ihrem Fortschreiten die Fläche F' streifen. Diejenigen Strahlen, für welche $c^2+r^2\cos^2\omega < (k\sin\vartheta - r\cos\omega\cos\vartheta)^2$, können an der Fläche F' eine Brechung nicht mehr erleiden, sondern werden daselbst total reflectiert.

Selbstverständlich können die zwei letzten Bedingungen nur erfüllt werden, wenn $n > 1$ ist. Denn nehmen wir $n < 1$ an, so wird

$$k = \sqrt{n^2c^2-(1-n^2)r^2} \text{ und}$$

$$c^2+r^2\cos^2\omega - (k\sin\vartheta - r\cos\omega\cos\vartheta)^2$$

$$= c^2+r^2\cos^2\omega - [n^2c^2-(1-n^2)r^2]\sin^2\vartheta - r^2\cos^2\omega\cos^2\vartheta + 2kr\cos\omega\sin\vartheta\cos\vartheta$$

$$= c^2(1-n^2\sin^2\vartheta) + r^2\sin^2\vartheta(1-n^2+\cos^2\omega) + 2kr\cos\omega\sin\vartheta\cos\vartheta.$$

Der Ausdruck besteht aus drei Gliedern, die stets positiv bleiben. Eine Totalreflexion kann also in diesem Falle nie an der zweiten, sondern nur an der ersten brechenden Fläche stattfinden. Sie tritt dann ein, wenn

$$r > \frac{n\,c}{\sqrt{1-n^2}}.$$

Setzen wir n = 1, so finden wir, da alsdann k = c wird, mit Leichtigkeit

$$\cos\lambda = \frac{r\cos\omega}{\sqrt{r^2+c^2}},\quad \cos\mu = \frac{r\sin\omega}{\sqrt{r^2+c^2}},\quad \cos\nu = \frac{c}{\sqrt{r^2+c^2}},$$

d. h. der austretende Strahl ist mit dem eintretenden gleichgerichtet. Dass aber auch keine Verschiebung der Strahlen eintritt, ergeben die Gleichungen 6), 7) und 8) in Verbindung mit den obigen.

Die gleichen Werthe für λ, μ ν ergeben sich, wenn man $\vartheta = o$ setzt. Die Strahlen treten also in derselben Richtung aus, als sie eintreten, wenn die brechenden Flächen F und F′ parallel sind. Um welche Strecke aber die Strahlen verschoben werden, erkennt man aus den Gleichungen 8), wenn man bedenkt, dass a sin ϑ in jedem Falle die Strecke bezeichnet, welche der auf F senkrecht einfallende Strahl innerhalb des Prisma's durchschreitet. Erreicht nun a den Grenzwerth ∞, ϑ den Grenzwerth o, so bleibt das Product dennoch endlich, es wird nämlich gleich der Dicke der von parallelen ebenen Flächen begrenzten Platte.

Die Grenzcurve.

Wir setzen nun immer die Bedingung $n > 1$ voraus.

Sämmtliche Strahlen, welche der Gleichung

$$c^2 + r^2\cos^2\omega = (k\sin\vartheta - r\cos\omega\cos\vartheta)^2 \tag{12}$$

Genüge leisten, liegen in einer Kegelfläche mit der Spitze in S und die Gleichung selbst bestimmt die Directrix dieser Kegelfläche.

Behufs näherer Discussion dieser Directrix schreiben wir zuvörderst

$$r\cos\omega = \xi,\qquad r\sin\omega = \eta,$$

und ertheilen der Gleichung 12) die Form

$$k = \frac{\xi\cos\vartheta \pm \sqrt{c^2+\xi^2}}{\sin\vartheta}.$$

Bedenken wir aber, dass k = r cotg β und, insofern β nur im ersten Quadranten liegen kann, k nur positiver Werthe fähig ist, so erkennen wir, dass vor dem doppelt bezeichneten Gliede nur das positive Zeichen gelten kann, mithin

$$k = \frac{\xi\cos\vartheta + \sqrt{c^2+\xi^2}}{\sin\vartheta},$$

woraus weiter folgt

$$k\sin\vartheta - \xi\cos\vartheta = \sqrt{c^2+\xi^2}. \tag{13}$$

Diese Gleichung ergibt

$$\left.\begin{aligned} \sin\vartheta &= \frac{k\sqrt{c^2+\xi^2} \pm \xi\sqrt{n^2-1}\sqrt{c^2+\xi^2+\eta^2}}{k^2+\xi^2}, \\ \cos\vartheta &= \frac{-\xi\sqrt{c^2+\xi^2} \pm k\sqrt{n^2-1}\sqrt{c^2+\xi^2+\eta^2}}{k^2+\xi^2}. \end{aligned}\right\} \quad 14)$$

Für den Hauptschnitt wird $\eta = o$, ferner

$$k_0 = \sqrt{n^2c^2+(n^2-1)\xi_0^2}, \qquad k_0^2+\xi_0^2 = n^2(c^2+\xi_0^2),$$

wenn wir die dem Hauptschnitt entsprechenden Werthe von k und ξ mit k_0 und ξ_0 bezeichnen.

Setzen wir zur Abkürzung

$$n^2 - 1 = m^2 \quad 15)$$

so wird

$$\left.\begin{aligned} \sin\vartheta &= \frac{\sqrt{n^2c^2+m^2\xi_0^2} \pm m\xi_0}{n^2\sqrt{c^2+\xi_0^2}}, \\ \cos\vartheta &= \frac{-\xi_0 \pm m\sqrt{n^2c^2+m^2\xi_0^2}}{n^2\sqrt{c^2+\xi_0^2}}. \end{aligned}\right\} \quad 16)$$

Wir untersuchen zunächst, welche Werthe des brechenden Winkels ϑ überhaupt eine Auflösung liefern. Da ξ_0 hiebei alle Werthe von $-\infty$ bis $+\infty$ durchschreiten kann, so untersuchen wir, für welche Werthe von ϑ obige Grenzwerthe für ξ_0 einzusetzen sind. Schreiben wir

$$\sin\vartheta = \frac{1}{n^2}\left[\sqrt{\frac{n^2c^2}{c^2+\xi^2}+\frac{m^2}{1+\frac{c^2}{\xi^2}}} \pm m\sqrt{\frac{1}{1+\frac{c^2}{\xi^2}}}\right],$$

$$\cos\vartheta = \frac{1}{n^2}\left[-\sqrt{\frac{1}{1+\frac{c^2}{\xi^2}}} \pm m\sqrt{\frac{n^2c^2}{c^2+\xi^2}+\frac{m^2}{1+\frac{c^2}{\xi^2}}}\right],$$

so ersehen wir, dass für $\xi = +\infty$, $\sin\vartheta = \frac{m \pm m}{n^2}$, $\cos\vartheta = \frac{-1 \pm m^2}{n^2}$,

mithin entweder $\sin\vartheta = \frac{2\,m}{n^2} = \frac{2\sqrt{n^2-1}}{n^2}$, $\cos\vartheta = \frac{m^2-1}{n^2} = \frac{n^2-2}{n^2}$, a)

oder $\sin\vartheta = o$, $\cos\vartheta = \frac{-m^2-1}{n^2} = -1$. b)

Setzen wir aber $\xi = -\infty$, so wird $\sin\vartheta = \frac{m \mp m}{n^2}$ $\cos\vartheta = \frac{1 \pm m^2}{n^2}$,

mithin entweder $\sin\vartheta = o$, $\cos\vartheta = \frac{1+m^2}{n^2} = +1$, c)

oder $\sin\vartheta = \frac{2\,m}{n^2} = \frac{2\sqrt{n^2-1}}{n^2}$, $\cos\vartheta = \frac{1-m^2}{n^2} = \frac{2-n^2}{n^2}$. d)

Eine einfache Ueberlegung ergibt, dass die Auflösungen a) und c) von denen in b) und d) nur dadurch sich unterscheiden, dass im ersten Falle die brechende Kante (wie in unserer Figur) von S aus gesehen zur Rechten des Prismenkörpers, im letzten Falle aber zur Linken desselben liegt. Da wir nur den ersten Fall berücksichtigen, so benöthigen wir auch in den Gleichungen 14) und 16) vor den doppelt bezeichneten Gliedern nur das positive Zeichen.

Denken wir uns nun, die Fläche F sei fix, die Fläche F' aber um die Kante drehbar, und den Raum zwischen den beiden Flächen mit einem durchsichtigen Mittel ausgefüllt, welches das Licht stärker bricht, als es die Umgebung thut, im Puncte S aber, wie es die Figur zeigt, eine Lichtquelle, so wird, wenn der brechende Winkel zuerst sehr klein ($\lim. \vartheta = o$) ist, der äusserste das Prisma im Hauptschnitte durchdringende Strahl links von O in sehr weitem Abstande ($\lim. \xi_0 = -\infty$) auffallen. Dieser Abstand wird immer kleiner, wenn die Fläche F' um die Kante gedreht, mit andern Worten, wenn der brechende Winkel ϑ grösser wird. Für

$$\sin \vartheta = \frac{1}{n}, \ \cos \vartheta = \frac{m}{n} = \frac{1}{n}\sqrt{n^2 - 1} \qquad \text{e)}$$

(man setze in Gl. 16) $\xi_0 = o$) wird dieser Abstand gleich Null, d. h. unter diesem brechenden Winkel (dem bekannten Grenzwinkel der totalen Reflexion für das Medium vom Brechungsexponenten n) wird der Grenzstrahl senkrecht gegen die erste brechende Fläche auffallen. Nimmt ϑ weiter zu, so rückt der Auffallspunct des Grenzstrahls nach rechts, bis er bei dem Werthe

$$\sin \vartheta = \frac{2}{n^2}\sqrt{n^2 - 1}, \quad \cos \vartheta = \frac{n^2 - 2}{n^2} \qquad \text{f)}$$

im unendlich weiten sich verliert.

Man überzeugt sich leicht, dass der Werth von ϑ in f) gleich dem doppelten Werthe von ϑ in e) ist. Ersetzen wir zur Unterscheidung in Gleichung f) ϑ durch Θ, so ergibt sich

$$\sin 2\,\vartheta = 2 \sin \vartheta \cos \vartheta = \frac{2}{n}\sqrt{n^2 - 1} = \sin \Theta,$$

$$\cos 2\,\vartheta = \cos^2 \vartheta - \sin^2 \vartheta = \frac{n^2 - 2}{n^2} = \cos \Theta,$$

also $\Theta = 2\,\vartheta$.

Es bleibt nun die Frage zu erledigen, ob die das Prisma durchdringenden Strahlen zur Rechten oder Linken des Grenzstrahls auffallen, mit andern Worten, für welche Abscissenwerthe die Bedingung $c^2 + \xi_0^2 > (k_0 \sin \vartheta - \xi_0 \cos \vartheta)^2$ erfüllt wird. Es ist mithin zu untersuchen, ob für $\xi_0 + \triangle\,\xi_0$ oder für $\xi_0 - \triangle\,\xi_0$ der obigen Bedingung Genüge geschieht. Bequemer gelangen wir aber zum Ziele, wenn wir bedenken, dass für den Grenzstrahl $\sin \alpha'$, folglich auch $\sin \beta'$ ein Maximum, $\cos \beta'$ hingegen ein Minimum wird. Bezeichnen wir diesen Grenzwinkel im Hauptschnitt mit β'_0, so haben wir

$$\cos \beta'_0 = \frac{k_0 \cos \vartheta + \xi_0 \sin \vartheta}{n\sqrt{c^2 + \xi_0^2}}.$$

Setzen wir $\xi_0 \pm \triangle\,\xi_0$ für ξ_0 ein, bezeichnen den zugehörigen Winkel mit B'_0 und vernachlässigen die zweiten und höheren Potenzen von $\triangle\,\xi_0$, so finden wir

$$\cos B'_0 = \frac{k_0 \cos \vartheta \pm \dfrac{(n^2 - 1)\,\xi_0 \triangle \xi_0}{k} \cos \vartheta + \xi_0 \sin \vartheta \pm \triangle\,\xi \sin \vartheta}{n\left(\sqrt{c^2 + \xi_0^2} \pm \dfrac{\xi_0 \triangle \xi_0}{\sqrt{c^2 + \xi_0^2}}\right)}$$

$$= \frac{\left[(k_0 \cos\vartheta + \xi_0 \sin\vartheta) \pm \left(\frac{(n^2-1)\xi_0}{k_0}\cos\vartheta + \sin\vartheta\right)\Delta\xi_0\right]\left[\sqrt{c^2+\xi_0^2} \pm \frac{\xi_0 \Delta \xi_0}{\sqrt{c^2+\xi_0^2}}\right]}{n\,(c^2+\xi_0^2)}$$

$$= \cos\beta_0 \pm \frac{c^2\,(k_0 \sin\vartheta - \xi_0 \cos\vartheta)}{n\,k_0\,(c^2+\xi_0^2)^{3/2}}.\,\Delta\xi_0,$$

daher mit Rücksicht auf Gl. 13)

$$\cos B'_0 = \cos\beta'_0 \pm \frac{c^2 \Delta\xi_0}{n k_0 (c^2+\xi_0^2)}.$$

Da $\cos\beta'_0$ ein Minimum, also $\cos B'_0 > \cos\beta'_0$ sein muss, so kann im zweiten Gliede nur das positive Zeichen gelten. Hieraus ist zu entnehmen, dass nur diejenigen Strahlen das Prisma zu durchdringen im Stande sind, deren Auffallspuncte auf der Fläche F rechts vom Auffallspuncte des Grenzstrahls, also näher der brechenden Kante liegen.

Weiter folgt daraus, dass, wenn der brechende Winkel den in Gleichung f) bestimmten Werth überschreitet, überhaupt kein Strahl mehr das Prisma durchdringen kann. Die Gleichung f) zeigt auch, dass dieser grösste der Winkel, welche ein Durchdringen der Strahlen gestatten, ein spitzer, rechter oder stumpfer ist, je nachdem der Brechungsexponent n des Prisma's grösser, gleich oder kleiner als $\sqrt{2}$ ist. —

Wir wollen nun die Form der durch die Gleichung 12) bestimmten Curve, innerhalb welcher die Auffallspuncte aller Grenzstrahlen liegen, einer näheren Untersuchung unterziehen. Hiezu haben wir folgende Gleichungen

$$k = \frac{\xi \cos\vartheta + \sqrt{c^2+\xi^2}}{\sin\vartheta}, \qquad 17)$$

$$k \sin\vartheta - \xi \cos\vartheta = \sqrt{c^2 + \xi^2}, \qquad 18)$$

$$k \cos\vartheta + \xi \sin\vartheta = \frac{\xi + \cos\vartheta\sqrt{c^2+\xi^2}}{\sin\vartheta}. \qquad 19)$$

Mit Bezug auf Gleichungen 14) und 15) kann man statt der letzten Gleichung auch schreiben

$$k \cos\vartheta + \xi \sin\vartheta = m\sqrt{c^2+\xi^2+\eta^2}. \qquad 20)$$

Betrachten wir η als unabhängig Veränderliche und differenzieren die Gl. 17) in Beziehung auf diese Variabele, so erhalten wir

$$\frac{dk}{d\eta} = \frac{d\xi}{d\eta}\left(\cos\vartheta + \frac{\xi}{\sqrt{c^2+\xi^2}}\right) : \sin\vartheta.$$

Es ist aber $\qquad k = \sqrt{n^2 c^2 + m^2(\xi^2+\eta^2)},$

mithin

$$\frac{dk}{d\eta} = \frac{m^2}{k}\left(\xi \frac{d\xi}{d\eta} + \eta\right).$$

Durch Gleichstellung dieser beiden Ausdrücke für denselben Differentialquotienten findet man leicht

$$\frac{d\xi}{d\eta} = \frac{m^2 \eta \sqrt{c^2+\xi^2}}{k.\frac{\xi + \sqrt{c^2+\xi^2}.\cos\vartheta}{\sin\vartheta} - m^2\xi\sqrt{c^2+\xi^2}},$$

und mit Rücksicht auf Gleichungen 19) und 20)

$$\frac{d\xi}{d\eta} = \frac{m\eta\sqrt{c^2+\xi^2}}{k\sqrt{c^2+\xi^2+\eta^2} - m\xi\sqrt{c^2+\xi^2}}, \qquad 21)$$

$$\frac{dk}{d\eta} = \frac{m^2\eta\sqrt{c^2+\xi^2+\eta^2}}{k\sqrt{c^2+\xi^2+\eta^2} - m\xi\sqrt{c^2+\xi^2}}. \qquad 22)$$

Wir entnehmen aus der Gleichung 21), dass die Curve die X Axe rechtwinkelig durchschneidet, indem für $\eta = o$ der Differentialquotient verschwindet. Auch zeigt die Gleichung, dass der Differentialquotient für keinen andern Werth von η Null werden kann. Dass die Curve, wie auch selbstverständlich, symmetrisch gegen die X Axe liegt, ist nicht allein aus Gl. 21), sondern schon daraus ersichtlich, dass in Gl. 17) η nur in k und hier nur in zweiter Potenz enthalten ist. Da ferner in Gl. 21) der Nenner nur positiverWerthe fähig ist, indem stets $k > m\xi$, $\sqrt{c^2+\xi^2+\eta^2} \geqq \sqrt{c^2+\xi^2}$, der Zähler aber, und mithin der Differentialquotient gleichzeitig mit η positiv oder negativ wird, so ersieht man, dass die Curve von ihrem Scheitelpuncte aus auf beiden Seiten des Hauptschnittes der Prismenkante sich fortwährend nähert. Die Curve wird also wahrscheinlich einen gegen die X Axe symmetrisch gelegenen Bogen, ähnlich einem Hyperbel- oder Parabelbogen darstellen, dessen Oeffnung gegen die brechende Kante gerichtet ist.

Welcher Seite die Curve seine Concavität zuwendet, zeigt auch bekanntlich der zweite Differentialquotient von ξ in Beziehung auf η.

Setzen wir zur Abkürzung

$$\sqrt{c^2+\xi^2} = p, \quad \sqrt{c^2+\xi^2+\eta^2} = q,$$

so wird

$$\frac{d\xi}{d\eta} = \frac{m\eta p}{kq - m\xi p}, \quad \frac{dk}{d\eta} = \frac{m^2\eta q}{kq - m\xi p},$$

$$\frac{dp}{d\eta} = \frac{m\eta\xi}{kq - m\xi p}, \quad \frac{dq}{d\eta} = \frac{k\eta}{kq - m\xi p},$$

endlich, wie die Rechnung ergibt

$$\frac{d^2\xi}{d\eta^2} = \frac{m\,[p\,(kq - m\xi p)^2 - \eta^2\,(k^2 p + m^2\eta^2 p - mk\xi q)]}{(kq - m\xi p)^3}. \qquad 23)$$

Setzen wir hierin $\eta = o$, so kommt

$$\left(\frac{d^2\xi}{d\eta^2}\right)_{\eta=o} = \left(\frac{mp}{kq - m\xi p}\right)_{\eta=o} = \frac{m}{k_0 - m\xi_0}.$$

Aus der Bedeutung von k_0, ξ_0 und m geht hervor, dass dieser Differentialquotient für jeden Werth von ξ_0, für jeden Brechungsexponenten n, der grösser als 1 ist, und für jeden brauchbaren Werth des brechenden Winkels ϑ des Prisma's positiv bleiben, die Curve daher in ihrem Durchschnitte mit der X Axe ihre concave Seite der brechenden Kante zuwenden muss.

Wir kommen nach allen diesen Überlegungen zu folgendem Schlusse: Die krumme Linie, welche in der brechenden Fläche F die Auffallspuncte aller jener Strahlen in sich fasst, die nach dem Durchgange durch den Prismenkörper die zweite brechende Fläche F′ streifend fortschreiten, wendet (wenigstens in der Nähe des Hauptschnittes) ihre concave Seite der Kante des Prisma's zu. Die Strahlen, welche zwischen dieser Curve und der brechenden Kante auffallen, erfahren eine abermalige Brechung an der zweiten Fläche F' und verlassen alsdann das Prisma; die Strahlen hingegen, welche jenseits der Curve auffallen, werden an der zweiten Fläche F' total reflectiert.

Die Gleichung 23) eignet sich jedoch bekanntlich auch zur Erkennung und Bestimmung allfälliger Inflexionspuncte der Curve. Die Berechnung der Coordinaten jener Puncte der Curve, für welche $d^2 \xi : d \eta^2 = o$ wird, wäre jedoch umständlich; es ist aber von vornherein anzunehmen, dass die Curve entweder gar keinen oder auf jeder Seite der X Axe nur einen Inflexionspunct besitze. Für welche Fälle das eine, für welche das andere eintrifft, mögen folgende Überlegungen ergeben.

Diejenigen Curven, welche ihren Scheitelpunct auf der negativen Seite der X Axe haben, müssen unbedingt in ihrem weitern Verlaufe die Y Achse schneiden. Setzen wir nämlich in Gl. 23) $\xi = o$, so kommt als Ordinate des Durchschnittspunctes

$$\eta = \frac{c \sqrt{1 - n^2 \sin^2 \vartheta}}{m \sin \vartheta},$$

ein Ausdruck, der für jeden Werth von ϑ, dessen Sinus kleiner als $1 : n$ ist, einen brauchbaren reellen Werth für η liefert. Die Bedingung $\sin \vartheta < 1 : n$ fällt aber, wie wir wissen, mit der Bedingung zusammen, dass die Curve ihren Scheitelpunct auf der negativen Seite der Abscissenaxe besitzt.

Die oben stehende Formel zeigt auch, dass der Durchschnitt der Curve mit der Y Axe um so weiter vom Ursprung entfernt liegt, je kleiner ϑ ist. In jedem Falle aber werden, da, wie bereits bemerkt, der Differentialquotient $d \xi : d \eta$ stets positiv bleibt, die Abscissenwerthe im algebraischen Sinne mit den absoluten Ordinatenwerthen wachsen; es werden daher die Abscissen im positiven, die Ordinaten im absoluten Sinne endlich so gross, dass die Grösse c dagegen vernachlässigt werden kann. Setzen wir aber in den Gleichungen 17), 21) und 23) $c = o$, so erhalten wir

$$\left(\frac{d \xi}{d \eta}\right)_{\eta = \pm \infty, \xi = \infty} = \left(\frac{\xi}{\eta}\right)_{\eta = \pm \infty, \xi = +\infty} = \pm \frac{m \sin \frac{\vartheta}{2}}{\sqrt{1 - n^2 \sin^2 \frac{\vartheta}{2}}}$$

$$\left(\frac{d \eta}{d \xi}\right)_{\eta = \pm \infty, \xi = \infty} = \pm \frac{\sqrt{1 - n^2 \sin^2 \frac{\vartheta}{2}}}{m \sin \frac{\vartheta}{2}}$$

$$\left(\frac{d^2 \xi}{d \eta^2}\right)_{\eta = \pm \infty, \xi = \infty} = 0.$$

Diese Gleichungen lassen erkennen, dass die Curven Assymptoten besitzen, deren Neigung γ gegen die X Axe durch die Gleichung

$$\operatorname{tg} \gamma = \pm \frac{\sqrt{1 - n^2 \sin^2 \frac{\vartheta}{2}}}{m \sin \frac{\vartheta}{2}}$$

bestimmt wird. Auf den ersten Blick möchte es scheinen, dass der Werth von tg γ unter Umständen imaginär ausfallen könnte; es darf jedoch nicht vergessen werden, dass die brauchbaren Werthe von ϑ einen oberen Grenzwerth Θ besitzen, für welchen $n^2 \cos \Theta = n^2 - 2$ wird. Für diesen Werth wird

$$1 - n^2 \sin^2 \frac{\Theta}{2} = 1 - n^2 \frac{1 - \cos \Theta}{2} = \frac{2 - n^2 + n^2 - 2}{2} = o, \text{ oder}$$

$$n^2 \sin^2 \frac{\Theta}{2} = 1.$$

Für jeden kleinern Werth des brechenden Winkels wird dann

$$n^2 \sin^2 \frac{\vartheta}{2} < 1.$$

Die Neigung der Assymptoten gegen die Abscissenaxe wird um so kleiner, je grösser ϑ wird. Für $\vartheta = o$ ist nämlich $\gamma = 90^0$, für $\vartheta = \Theta$ hingegen $\gamma = o$.

Wir wollen ferner c gegen ξ und η nicht vollständig vernachlässigen, hingegen aber die Ausdrücke für p, q und k in Reihen nach steigenden Potenzen von c entwickeln und mit dem zweiten Gliede abbrechen, so dass wir nur die zweiten Potenzen von c in Rechnung ziehen, die höheren Potenzen hingegen als verschwindend gegen ξ und η vernachlässigen. Wir finden

$$p = (\xi^2 + c^2)^{\frac{1}{2}} = \xi + \frac{1}{2} \frac{c^2}{\xi} = \frac{2\xi + c^2}{2\xi},$$

$$q = (\xi^2 + \eta^2 + c^2)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\xi^2 + \eta^2} + \frac{1}{2} \frac{c^2}{\sqrt{\xi^2 + \eta^2}} = \frac{2(\xi^2 + \eta^2) + c^2}{2\sqrt{\xi^2 + \eta^2}},$$

$$k = [m^2(\xi^2 + \eta^2) + n^2 c^2]^{\frac{1}{2}} = m\sqrt{\xi^2 + \eta^2} + \frac{1}{2} \frac{n^2 c^2}{m\sqrt{\xi^2 + \eta^2}} = \frac{2m^2(\xi^2 + \eta^2) + n^2 c^2}{2m\sqrt{\xi^2 + \eta^2}}.$$

Wenn wir nun diese Werthe in Gl. 23) einsetzen und die höhern als zweiten Potenzen von c vernachlässigen, so ergibt eine einfache Rechnung

$$\frac{d^2 \xi}{d \eta^2} = \frac{c^2 (n^2 \xi^2 - m^2 \eta^2)}{4 m^2 \xi \eta^4}.$$

Diese Formel zeigt, dass für sehr grosse Werthe von ξ und η, also für sehr weit vom Hauptschnitte entfernte Curvenpuncte der zweite Differentialquotient von ξ in Beziehung auf η positiv ist, sobald $n^2 \xi^2 > m^2 \eta^2$, hingegen negativ, sobald $n^2 \xi^2 < m^2 \eta^2$. Da jedoch, wie wir gesehen haben, in der Nähe des Hauptschnittes dieser Differentialquotient stets positiv ist, so folgt, dass unter der letzten Bedingung die Curve zwei symmetrisch gegen die X Axe gelegene Inflexionspuncte besitzt.

Um die Bedingung näher kennen zu lernen, unter welcher die Curve mit Inflexionspuncten behaftet ist, gehen wir von der aus 17) entwickelten Gleichung

$$k^2 \sin^2 \vartheta = (p + \xi \cos \vartheta)^2$$

aus. Setzen wir in diese Gleichung die oben stehenden Ausdrücke für p und k ein und vernächlässigen wieder die höhern als zweiten Potenzen von c, so finden wir nach entsprechender Umformung

$$n^2 \xi^2 - m^2 \eta^2 = \frac{(2\xi^2 + c^2)\left(2 n^2 \sin^2 \frac{\vartheta}{2} - 1\right)}{2 \sin^2 \frac{\vartheta}{2}}$$

woraus wir entnehmen, dass unter der Voraussetzung

$$2 n^2 \sin^2 \frac{\vartheta}{2} < 1$$

die Curve Inflexionspuncte besitzen müsse, hingegen unter der Voraussetzung

$$2 n^2 \sin^2 \frac{\vartheta}{2} > 1$$

das Vorhandensein solcher Inflexionspuncte nicht anzunehmen ist.

Folgende Beispiele wollen das Gesagte erläutern und bestätigen.

Entwickelt man die Gleichung 17) und ordnet nach ξ, so gelangt man zu folgender Form der Gleichung

$$\begin{aligned}&[4(n^2-1) - n^4 \sin^2\vartheta]\, \xi^4 \sin^2\vartheta \\ &- 2\,[(n^4 \sin^2\vartheta - 3n^2 + 2)\, c^2 + (n^2-1)(n^2\sin^2\vartheta - 2)\,\eta^2]\, \xi^2 \sin^2\vartheta \\ &- [(n^2\sin^2\vartheta - 1)\, c^2 + (n^2-1)\sin^2\vartheta \,.\, \eta^2]^2 = 0.\end{aligned}$$

Hieraus wurden die in Fig. 2 dargestellten Curven unter der Annahme berechnet, dass der Brechungsexponent $n = \frac{3}{2}$ sei.

Der brechende Winkel, bei welchem für $n = \frac{3}{2}$ die zu berechnende Curve durch den Anfangspunct der Coordinaten geht, für welchen also die Bedingung

$$\sin\vartheta = \frac{1}{n} = \frac{2}{3}$$

erfüllt sein muss, ist

$$\vartheta = 41^0\ 48'\ 37''.$$

Erreicht der brechende Winkel den doppelten Werth

$$\Theta = 83^0\ 37'\ 14'',$$

so durchdringt kein Strahl mehr das Prisma.

Der Winkel, für welchen die Bedingung

$$\sin^2 \frac{\vartheta}{2} = \frac{1}{2n^2} = \frac{2}{9}$$

erfüllt ist, beträgt

$$\vartheta = 56^0\ 15'\ 3''.$$

Wenn also der brechende Winkel kleiner ist, als $56^0\ 15'\ 3''$, so wird die Curve Inflexionspuncte besitzen, im entgegengesetzten Falle nicht.

Es wurde berechnet

$$\text{für} \quad n = \frac{3}{2},\ \vartheta = 15^{\circ}.\ \left(\frac{d\,\xi}{d\,\eta}\right)_{\xi=\infty,\ \eta=\infty} = \frac{m \sin\frac{\vartheta}{2}}{\sqrt{1-n^2\sin^2\frac{\vartheta}{2}}} = 0{\cdot}1488.$$

η	ξ	$\frac{\Delta\,\xi}{\Delta\,\eta}$	$\frac{\Delta^2\,\xi}{\Delta\,\eta^2}$
in Einheiten von c			
I*) 0·0	−0·9188		
		0·020	
0·1	0·9168		+0·39
		0·059	
0·2	0·9109		0·38
		0·097	
0·3	0·9012		0·38
		0·135	
0·4	0·8877		0·35
		0·170	
0·5	0·8707		0·35
		0·205	
0·6	0·8502		0·31
		0·236	
0·7	0·8266		0·29
		0·265	
0·8	0·8001		0·26
		0·291	
0·9	0·7710		0·28
		0·314	
1·0	0·7396		0·19
		0·333	
1·1	0·7063		0·15
		0·348	
1.2	0·6715		0·12
		0·360	
1·3	0·6355		0·08
		0·368	
1·4	0·5987		0·06
		0·374	
1·5	0·5613		0·01
		0·375	
1·6	0·5238		0·00
		0·375	
1·7	0·4863		−0·02
		0·373	
1·8	0·4490		0·04
		0·369	
1·9	0·4121		0·05
		0·364	
2·0	0·3757		
II. 0	−0·9188		
		0·1792	
1	0·7396		+0·1847
		0·3639	
2	0·3757		−0·0402
		0·3287	
3	0·0520		0·0637
		0·2600	
4	+0·2080		0·0385
		0·2215	
5	0·4295		0·0224
		0·1991	
6	0·6286		0·0136
		0·1855	
7	0·8141		0·0088
		0·1767	
8	0·9908		0·0061
		0·1706	
9	1·1614		0·0042
		0·1664	
10	1·3278		

Ein Inflexionspunct erscheint also in der Nähe von $\eta = 1{\cdot}6$ c, $\xi = 0{\cdot}5238$ c.

*) Die Tabelle I diente zur Construction der Fig. 2 und zur Auffindung des Inflexionspunctes der Curve; die Tabelle II soll constatieren, dass $\frac{d\,\xi}{d\,\eta}$ im weitern Verlaufe der Curve dem Werthe

$$\left(\frac{d\,\xi}{d\,\eta}\right)_{\xi=\infty,\ \eta=\infty} = \frac{m \sin\frac{\vartheta}{2}}{\sqrt{1-n^2\sin\frac{\vartheta}{2}}},$$

und dass $\frac{d^2\xi}{d\eta^2}$ dem Werthe Null sich nähert.

$n = \frac{3}{2}$, $\vartheta = 30^0$.

$\left(\frac{d\xi}{d\eta}\right)_{\xi=\infty,\,\eta=\infty} = 0·3140.$

	η	ξ	$\frac{\Delta\xi}{\Delta\eta}$	$\frac{\Delta^2\xi}{\Delta\eta^2}$
	in Einheiten von c			
I.	0·0	−0·3225	0·028	
	0·1	0·3197	0·088	+0·60
	0·2	0·3109	0 143	0·55
	0·3	0·2966	0·196	0·53
	0·4	0·2770	0·245	0·49
	0·5	0·2525	0·289	0·44
	0·6	0·2236	0·326	0·37
	0·7	0·1910	0·357	0·31
	0·8	0·1553	0·383	0·26
	0·9	0·1170	0·402	0·19
	1·0	0·0768	0·415	0·13
	1·1	0·0358	0·425	0·10
	1·2	+0·0072	0·430	0 05
	1·3	0·0502	0·432	0·02
	1·4	0·0984	0·432	0·00
	1·5	0·1366	0·430	−0·02
	1·6	0·1796	0·428	0·02
	1·7	0·2224	0·423	0·05
	1·8	0·2647	0·419	0·04
	1·9	0·3066	0·415	0·04
	2·0	0·3481		
II	0	−0·3225	0·2457	
	1	0·0768	0·4249	+0·1792
	2	+0·3481	0·3906	−0·0343
	3	0·7887	0·3600	0·0306
	4	1·0987	0·3488	0·0162
	5	1·4425	0·3343	0·0095
	6	1·7768	0·3288	0·0055
	7	2·1056	0·3253	0·0035
	8	2·4309	0·3229	0·0024
	9	2·7538	0·3211	0·0018
	10	3·0749		

Inflexionspunct in der Nähe von $\eta = 1·4$, $\xi = 0·0934$.

$n = \frac{3}{2}$, $\vartheta = 45^0$.

$\left(\frac{d\xi}{d\eta}\right)_{\xi=\infty,\,\eta=\infty} = 0 5225.$

	η	ξ	$\frac{\Delta\xi}{\Delta\eta}$	$\frac{\Delta^2\xi}{\Delta\eta^2}$
	in Einh. v. c			
I	0·0	+0·0838	0·039	
	0·1	0·0877	0·118	+ 0·79
	0·2	0·0995	0·191	0·73
	0·3	0·1186	0·260	0·69
	0·4	0·1446	0·322	0·62
	0·5	0·1768	0·374	0·52
	0·6	0·2142	0·419	0·45
	0·7	0·2561	0·455	0·36
	0·8	0·3016	0·482	0·27
	0·9	0·3498	0·504	0·22
	1·0	0·4002	0·522	0·18
	1·1	0·4524	0·532	0·10
	1·2	0·5056	0·541	0·09
	1·3	0·5597	0·547	0·06
	1·4	0·6144	0·550	0·08
	1·5	0·6694	0·552	0·02
	1·6	0·7246	0·554	0·02
	1·7	0·7800	0·554	0·00
	1·8	0·8354	0·554	0·00
	1·9	0·8908	0·553	− 0·01
	2·0	0·9461		
II	0	+0·0838	0·3164	
	1	0·4002	0·5459	+0·2295
	2	0·9461	0·5477	0·0018
	3	1·4938	0·5383	−0·0094
	4	2·0321	0·5335	0·0048
	5	2·5656	0·5299	0·0036
	6	3·0955	0·5279	0·0020
	7	3·6234	0·5267	0·0012
	8	4·1501	0·5258	0·0009
	9	4·6759	0·5251	0 0007
	10	5·2010		

Inflexionspunct in der Nähe von $\eta = 1·8$, $\xi = 0·8354$.

$n = \frac{3}{2}$, $\vartheta = 60^0$.

$\left(\frac{d\xi}{d\eta}\right)_{\xi=\infty,\,\eta=\infty} = 0·8452$

	η	ξ	$\frac{\Delta\xi}{\Delta\eta}$	$\frac{\Delta^2\xi}{\Delta\eta^2}$
	in Einh. v. c			
I	0·0	+0·5299	0·055	
	0·1	0·5354	0·162	+ 1·07
	0·2	0·5516	0·263	1·01
	0·3	0.5779	0·357	0·94
	0·4	0·6136	0·438	0·81
	0·5	0·6574	0·510	0·72
	0·6	0·7084	0·570	0·60
	0·7	0·7654	0·619	0·49
	0·8	0·8273	0·659	0·40
	0·9	0·8932	0·691	0·32
	1·0	0·9623	0·718	0·27
	1·1	1·0341	0·739	0·21
	1·2	1·1080	0·756	0 17
	1·3	1·1836	0·770	0·14
	1·4	1·2602	0·781	0·11
	1·5	1·3387	0 790	0·09
	1·6	1·4177	0·797	0·07
	1·7	1·4974	0·803	0·06
	1·8	1·5777	0·809	0·06
	1·9	1·6586	0·813	0·04
	2·0	1·7399		
II	0	+0·5299	0·4824	
	1	0·9623	0·7776	+0.3452
	2	1·7399	0·8266	0.0490
	3	2·5665	0·8363	0.0097
	4	3·4028	0 8405	0.0042
	5	4·2433	0·8420	0.0015
	6	5·0853	0·8431	0.0006
	7	5·9284	0·8436	0.0005
	8	6·7720	0·8439	0.0003
	9	7·6159	0·8442	0.0003
	10	8·4601		

$n = \frac{3}{2}$ $\vartheta = 75^0$.

$\left(\frac{d\xi}{d\eta}\right)_{\xi=\infty,\,\eta=\infty} = 1·6696.$

	η	ξ	$\frac{\Delta\xi}{\Delta\eta}$	$\frac{\Delta^2\xi}{\Delta\eta^2}$
	in Einh. von c			
I	0·0	+1·4386	0·094	
	0·1	1·4480	0·280	+1·86
	0·2	1·4760	0·456	1·76
	0·3	1·5216	0·617	1·61
	0·4	1·5833	0·761	1·44
	0·5	1·6594	0·888	1·27
	0·6	1·7482	0·997	1·09
	0·7	1·8479	1·089	0.92
	0·8	1·9568	1·167	0·78
	0·9	2 0735	1·233	0·66
	1·0	2·1968	1·288	0·55
	1·1	2·3256	1·335	0·47
	1·2	2·4591	1·374	0·39
	1·3	2·5965	1·407	0·33
	1·4	3·7372	1·436	0·29
	1·5	2·8808	1·460	0·24
	1·6	3·0268	1·480	0·20
	1·7	3·1748	1·499	0·19
	1·8	3·3247	1·516	0·17
	1·9	3 4763	1·529	0·13
	2·0	3·6292		
II	0	+1·4386	0·7582	
	1	2·1968	1·4324	+0·6742
	2	3·6292	1·5769	0·1445
	3	5·2061	1·6215	0·0446
	4	6·8276	1·6402	0·0187
	5	8·4678	1·6499	0·0097
	6	10·1177	1·6555	0·0056
	7	11·7732	1·6590	0·0040
	8	13·4322	1·6613	0·0023
	9	15·0935	1·6630	0·0017
	10	16·7565		

Die Figur und die Tabelle ergeben auf den ersten Blick, dass die Curven eine desto stärkere Krümmung haben, je grösser der brechende Winkel ϑ ist. Aber auch die analytische Ableitung lehrt dies. Der Krümmungsradius im Hauptschnitte, d. h. für $\eta = 0$ ist

$$\varrho = \frac{\sqrt{\left[1 + \left(\frac{d\xi}{d\eta}\right)^2\right]^3}}{\frac{d^2\xi}{d\eta^2}} = \frac{1}{\frac{d^2\xi}{d\eta^2}}, \text{ da } \frac{d\xi}{d\eta} = 0.$$

Daher mit Rücksicht auf Gl. 23)

$$\varrho = \frac{k_0 - m\,\xi_0}{m} = \sqrt{\frac{n^2}{m^2}\,c^2 + \xi_0{}^2} - \xi_0.$$

Für $\xi = -\infty$ wird $\varrho = \infty$. Der Krümmungsradius nimmt ab, wenn ξ (im algebraischen Sinne) wächst.*) Es wird für $\xi = 0$, $\varrho = \frac{n}{m}\,c$ und für $\xi = +\infty$, $\varrho = 0$.

Das bisher gesagte berechtigt zu der Annahme, dass die Curven wenigstens in der Nähe des Scheitelpunctes mit Hyperbeln nahe zusammenfallen werden, deren Assymptoten mit den Assymptoten unserer Curven gleichgerichtet sind und deren Parameter den Krümmungsradien gleichkommen, welche unsere Curven im Hauptschnitte zeigen. Bezeichnen wir mit ξ_0 die Abscisse des Scheitelpunctes unserer optischen Curve und also auch der entsprechenden Hyperbel, so lautet die Gleichung der Hyperbel

$$\eta^2 = 2\left(\sqrt{\frac{n^2}{m^2}c^2 + \xi_0{}^2} - \xi_0\right)(\xi - \xi_0) + \frac{1 - n^2\sin^2\frac{\vartheta}{2}}{m^2\sin^2\frac{\vartheta}{2}}(\xi - \xi_0)^2. \quad 24)$$

Hat man einmal ξ_0 aus Gl. 17) entwickelt, so ist die Berechnung weiterer Curvenpuncte aus der letzten Gleichung viel einfacher und kürzer als aus Gl. 17).

Um zu erkunden, wie weit die beiden Curven, die durch die Gleichungen 17) und 24) bestimmt werden, übereinstimmen, wurden nach Gl. 24) die Puncte derjenigen Hyperbeln berechnet, welche $n = \frac{3}{2}$, $\vartheta = 15^0$ und $\vartheta = 60^0$ entsprechen. Die Resultate der Rechnung sind in nachstehender Tabelle niedergelegt und zur Vergleichung die auf Seite 15 u. 16 bereits angeführten Abscissenwerthe der Puncte der nach der genauen Formel berechneten optischen Curve danebengestellt.

---

*) Wenn es hiezu überhaupt noch eines Beweises bedarf, (offenbar nur für positive ξ), so ist er in wenigen Zügen folgendermassen erbracht. Unter der Voraussetzung $b > c$ ist zu beweisen $\sqrt{a+b} - \sqrt{b} < \sqrt{a+c} - \sqrt{c}$. Setzen wir $b = c + d$, so ist

$$\sqrt{a+c+d} = \sqrt{a+c} + \frac{1}{2}\frac{d}{\sqrt{a+c}} + \ldots,\ \sqrt{c+d} = \sqrt{c} + \frac{1}{2}\frac{d}{\sqrt{c}} + \ldots,$$

$$\sqrt{a+c+d} - \sqrt{c+d} = \sqrt{a+c} - \sqrt{c} - \frac{d}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{c}} - \frac{1}{\sqrt{a+c}}\right) - \ldots, \text{ daher}$$

$$\sqrt{a+b} - \sqrt{b} < \sqrt{a+c} - \sqrt{c}.$$

$n = \frac{3}{2}$, $\vartheta = 15_0$

η	ξ Optische Curve	ξ Hyperbel	Differenz	$\triangle$
	in Einheiten von c			
0·0	—0·9188	—0·9188	0·0000	
0·1	0·9168	0·9168	0·0000	0·000
0·2	0·9109	0·9114	0·0005	0·005
0·3	0·9012	0·9032	0·0020	0·015
0·4	0·8877	0·8931	0·0054	0·034
0·5	0·8707	0·8818	0·0111	0·057
0·6	0·8502	0·8695	0·0193	0·082
0·7	0·8266	0·8567	0·0301	0·108
0·8	0·8001	0·8434	0·0433	0·132
0·9	0·7710	0·8298	0·0588	0·155
1·0	0·7396	0·8160	0·0764	0·176
1·1	0·7063	0·8020	0·0957	0·193
1·2	0·6715	0·7879	0·1164	0·207
1·3	0·6355	0·7736	0·1381	0·217
1·4	0·5987	0·7593	0·1606	0·225
1·5	0·5613	0·7449	0·1836	0·230
1·6	0·5238	0·7305	0·2067	0·231
1·7	0·4863	0·7160	0·2297	0·230
1·8	0·4490	0·7014	0·2524	0·227
1·9	0·4121	0·6868	0·2747	0·223
2·0	0·3757	0·6722	0·2965	0·218
3·0	0·0520	0·5252	0·4732	0·1767
4·0	+0·2080	0·3773	0·5853	0·1121
5·0	0·4295	0·2290	0·6585	0·0732
6·0	0·6268	0·0805	0·7073	0·0488
7·0	0·8141	+0·0689	0·7452	0·0379
8·0	0·9908	0·2167	0·7741	0·0281
9·0	1·1614	0·3653	0·7961	0·0220
10·0	1·3278	0·5140	0·8138	0·0177

$n = \frac{3}{2}$, $\vartheta = 60^0$

η	ξ Optische Curve	ξ Hyperbel	Differenz	$\triangle$
	in Einheiten von c			
0·0	+0·5299	+0·5299	0·0000	
0·1	0·5354	0·5354	0·0000	0·000
0·2	0·5516	0·5515	0·0001	0·001
0·3	0·5779	0·5775	0·0004	0·003
0·4	0·6136	0·6124	0·0012	0·008
0·5	0·6574	0·6549	0·0025	0·013
0·6	0·7084	0·7039	0·0045	0·020
0·7	0·7654	0·7584	0·0070	0·025
0·8	0·8273	0·8173	0·0100	0·030
0·9	0·8932	0·8798	0·0134	0·034
1·0	0·9623	0·9454	0·0169	0·035
1·1	1·0341	1·0135	0·0206	0·037
1·2	1·1080	1·0837	0·0243	0·037
1·3	1·1836	1·1556	0·0280	0·037
1·4	1·2606	1·2290	0·0316	0·036
1·5	1·3387	1·3036	0·0351	0·035
1·6	1·4177	1·3792	0·0385	0·034
1·7	1·4974	1·4558	0·0416	0·031
1·8	1·5777	1·5331	0·0446	0·030
1·9	1·6586	1·6111	0·0475	0·029
2·0	1·7399	1·6897	0·0502	0·027
3·0	2·5665	2·4960	0·0705	0·0208
4·0	3·4028	3·3210	0·0818	0·0113
5·0	4·2433	4·1538	0·0895	0·0077
6·0	5·0853	4·9907	0·0946	0·0051
7·0	5·9284	5·8300	0·0984	0·0038
8·0	6·7719	6·6707	0·1012	0·0028
9·0	7·6159	7·5124	0·1035	0·0023
10·0	8·4601	8·3547	0·1054	0·0019

Wie vorauszusehen war, schliesst sich die Hyperbel der optischen Curve dann besser an, wenn die letztere keinen Inflexionspunct besitzt. Die Differenz der Abscissenwerthe überschreitet den Werth 0·01 c bei $\eta = 0{\cdot}5$ c, wenn $\vartheta = 15^0$, hingegen bei $\eta = 0{\cdot}8$ c, wenn $\vartheta = 60^0$ ist; sie überschreitet den Werth 0·1 c bei $\eta = 1{\cdot}2$ c, wenn $\vartheta = 15^0$, aber erst bei $\eta = 8$ c, wenn $\vartheta = 60^0$ ist.

Die mit $\triangle$ überschriebene Columne, welche die Differenzen der Unterschiede zwischen den Abscissenwerthen der Puncte der optischen Curve und der Hyperbelpuncte enthält, zeigt, dass das Wachstum dieser Unterschiede nur anfänglich zunimmt, um dann wieder abzunehmen, so dass der Unterschied der Abscissenwerthe nach und nach einem Grenzwerthe sich nähert, entsprechend unserer Voraussetzung, wonach beide Curven parallele Assymptoten besitzen. —

Wir wollen noch untersuchen, inwiefern der Brechungsexponent n die Form und Lage der Grenzcurve beeinflusst. Bekanntlich ist

$$k_0 = \sqrt{n^2 c^2 + (n^2 - 1)\,\xi_0^{\,2}} = \frac{\xi_0 \cos\vartheta + \sqrt{c^2 + \xi_0^{\,2}}}{\sin\vartheta}.$$

Differenzieren wir k_0 in Beziehung auf n, so erhalten wir

$$\frac{d\,k_0}{d\,n} = \frac{1}{k_0}\left[n\,(c^2 + \xi_0^{\,2}) + (n^2 - 1)\,\xi_0 \frac{d\,\xi_0}{d\,n}\right].$$

k_0 wird ein Minimum oder Maximum, wenn $\frac{d\,k_0}{d\,n} = 0$ ist. Dies hätte zur Folge

$$\frac{d\,\xi_0}{d\,n} = -\frac{n\,(c^2 + \xi_0{}^2)}{(n^2 - 1)\,\xi_0} \text{ oder } k_0 = \infty.$$

Andrerseits ist auch

$$\frac{d\,k_0}{d\,n} = \frac{1}{\sin\vartheta}\left[\cos\vartheta + \frac{\xi_0}{\sqrt{c^2 + \xi_0{}^2}}\right]\frac{d\,\xi_0}{d\,n}.$$

Dieser Ausdruck wird Null, entweder wenn

$$\cos\vartheta + \frac{\xi_0}{\sqrt{c^2 + \xi_0{}^2}} = 0, \text{ oder wenn } \frac{d\,\xi_0}{d\,n} = 0$$

wird. Letzteres gilt für keinen endlichen Werth von ξ_0 und n. Ersteres gilt nur für

$$\xi_0 = -c\,\operatorname{cotg}\vartheta,$$

was nothwendig $n = 1$ zur Folge hat. Dann wird aber gleichzeitig $\frac{d\,\xi_0}{d\,n} = \infty$. Es wird also k_0 weder ein Minimum, noch ein Maximum besitzen, welches einem zwischen $n = 1$ und $n = \infty$ liegenden Werthe der Brechungsexponenten entspräche; vielmehr werden $k_0 = c$, $n = 1$ die untere, $k_0 = \infty$, $n = \infty$ die obere Grenze bilden, k_0 und n aber gleichzeitig ab- und zunehmen.

Es ist aber leicht einzusehen, dass ξ_0 im algebraischen Sinne grösser wird, wenn k_0 im absoluten Sinne wächst. Nehmen wir an, ξ_0 verwandle sich in $\xi_0 \pm \triangle\,\xi_0$, wenn k_0 um $\triangle\,k_0$ zunimmt. Es wird dann

$$\triangle\,ko = \pm\frac{\triangle\,\xi_0}{\sin\vartheta}\left(\cos\vartheta + \frac{\xi_0}{\sqrt{c^2 + \xi_0{}^2}}\right),$$

und mit Rücksicht auf Gl. 19) und 20)

$$\triangle\,k_0 = \pm\,m\,\triangle\,\xi_0,$$

was übrigens leicht auch aus Gleichung 21) und 22) abgeleitet wird. Da nun $\triangle\,k_0$ und m positiv sind, so muss auch $\triangle\,\xi_0$ positiv sein, was zu beweisen war.

Dies lehrt uns, dass der Scheitelpunct der optischen Curve von $-c\,\operatorname{cotg}\vartheta$ gegen die brechende Kante wandert, wenn der Brechungsexponent zunimmt.

Es ist zwar schon von vorneherein kaum anzunehmen, dass zwei Grenzcurven, die denselben Werthen c und ϑ, aber den verschiedenen Werthen n und n′ zukommen, sich schneiden sollten; doch ist auch leicht nachzuweisen, dass ein solcher Durchschnitt nicht stattfindet. Denn sonst wäre der Gleichung 18) zufolge, wenn ξ, η die Coordinaten des Schnittpunctes bezeichnen, gleichzeitig

$$\sqrt{n^2\,c^2 + (n^2 - 1)\,(\xi^2 + \eta^2)} = \sqrt{c^2 + \xi^2} + \xi\cos\vartheta$$

$$\text{und } \sqrt{n'^2\,c^2 + (n'^2 - 1)\,(\xi^2 + \eta^2)} = \sqrt{c^2 + \eta^2} + \xi\cos\vartheta,$$

$$\text{daher } n^2\,c^2 + (n^2 - 1)\,(\xi^2 + \eta^2) = n'^2\,c^2 + (n'^2 - 1)\,(\xi^2 + \eta^2),$$

$$\text{oder } (n^2 - n'^2)\,(c^2 + \xi + \eta^2) = 0,$$

was nur möglich, wenn $n = n'$ ist.

Daraus folgt, dass bei einem und demselben Prisma, auf welches von S aus weisses Licht fällt, die violette Grenzcurve der brechenden Kante näher gelegen sein wird, als die rothe, da die violetten Strahlen einen grösseren Brechungsexponenten besitzen.

Die Assymptoten der Curven, für welche wir

$$\mathrm{tg}\,\gamma = \pm \frac{\sqrt{1 - n^2 \sin^2 \frac{\vartheta}{2}}}{m \sin \frac{\vartheta}{2}}$$

gefunden haben, sind desto weniger gegen die X Axe geneigt, je grösser n ist, was besagt, dass der Abstand zwischen der Grenzcurve für rothes und derjenigen für violettes Licht um so grösser wird, je weiter wir von den Scheitelpuncten aus die Curven verfolgen.

Zur Vergleichung diene folgende kleine Tabelle, in welcher $\vartheta = 60^0$, $n_r = 1·330935$, $n_v = 1·344177$ (Brechungsexponenten des Wassers für die B und H Linie nach Frauenhofer) angenommen wurden.

η	ξ für n_r	ξ für n_v	Δ
0·0	0·2699	0·2893	0·0194
0·1	0·2739	0·2933	0·0194
0·2	0·2855	0·3053	0·0198
0·3	0·3045	0·3248	0·0203
0·4	0·3303	0·3513	0·0210
0·5	0·3621	0·3840	0·0219
0·6	0·3992	0·4220	0·0228
0·7	0·4407	0·4647	0·0240
0·8	0·4859	0·5111	0·0252
0·9	0·5342	0·5606	0·0264
1·0	0·5848	0·6125	0·0277 etc.

Zum Schlusse seien noch einige Worte darüber gestattet, wie man die bisherigen Resultate unserer Überlegungen versuchsweise bestätigt finden könne. Zweckmässig nehmen wir hiebei als den Punct S, den wir stets als leuchtenden Punct bezeichnet haben, das Auge des Beobachters an und verfolgen den Gang der Strahlen in umgekehrter Richtung. Bei gewisser Stellung des Prismas gegen das Auge wird nun die roth geränderte Grenzcurve in das Auge fallen. Zur Erklärung diene die Figur 3. Der von M herkommende Grenzstrahl streift von A bis D die Prismenfläche AC, wird von D nach E und sodann nach O gebrochen, wo wir uns das Auge des Beobachters denken. Ein Nachbarstrahl, der von E′ her in's Auge gelangt, hat jedoch seinen Ursprung nicht in der Nähe von M, sondern rührt von einem Puncte N′ her, vorausgesetzt, dass die dritte Prismenfläche AB ebenfalls lichtbrechend ist. Der betrachtete Strahl pflanzt sich nämlich von N′ nach F′ fort, wird daselbst nach D′ gebrochen, hier total reflectiert, gelangt in E′ an die Prismenfläche BC und beschliesst seinen Weg in der Geraden E′O. Hat man also ein Glasprisma, dessen drei Flächen durchwegs lichtbrechend sind, so erkennt man bei entsprechender Stellung des Prismas gegen das Auge leicht die Grenzcurve, indem an dieser Stelle die durch zweimalige Brechung erzeugten Bilder der Gegenstände M... M′... in aufrechter Stellung, und die durch einmalige Brechung und einmalige totale oder auch theilweise Reflexion entstandenen Bilder der Gegenstände N″.. N.. N′.. in umgekehrter Stellung gesehen, sich begegnen. Die Bilder aller jener

Gegenstände, deren Strahlen eine zweimalige Brechung erfahren, liegen zwischen der roth-gelb geränderten der Prismenkante ihre concave Seite zukehrenden Grenzcurve und der brechenden Kante und sind mit viel breiteren und intensiveren farbigen Rändern geziert als die diesseits und jenseits der Grenzcurve befindlichen Bilder jener Gegenstände, deren Strahlen nur eine einmalige Brechung und nachherige Reflexion erfahren.

Die Grenzcurve tritt aber weit schärfer und deutlicher hervor, wenn die dritte Fläche AB des Prismas entweder matt geschliffen oder — noch besser — geschwärzt ist, indem dann die durch totale oder theilweise Reflexion erzeugten Bilder nicht mehr störend einwirken.

Begreiflicherweise kann bei fixer Stellung des Prismas und des Auges stets nur ein je nach der Länge der Prismenkante und Breite der Prismenfläche mehr oder weniger beschränkter Theil der Grenzcurve wahrgenommen werden. Um nach und nach alle Partien der Grenzcurve beobachten zu können, braucht man nur bei fester Stellung des Prismas das Auge parallel zur brechenden Kante nach einer oder der andern Seite zu bewegen, oder noch besser bei unbeweglicher Stellung des Auges das Prisma um eine zur brechenden Kante senkrechten Axe zu drehen. Ist der brechende Winkel des Glasprismas klein, liegt er etwa zwischen 15 und 30 Graden, so ist es unschwer, diejenige Stelle der Grenzcurve zu erkennen, wo dieselbe eine entgegengesetzt gerichtete Krümmung annimmt. Bei einem Kantenwinkel von 60 Graden ist ein solcher Wendepunct nicht mehr wahrzunehmen; allerdings aber wird die Krümmung der Grenzcurve, welche im Hauptschnitt ziemlich bedeutend ist, bald so unbedeutend, dass die Curve von einer geraden Linie nicht zu unterscheiden ist. Die Curve hat also völlig die Eigenschaften eines Hyperbelastes, von welchem sie sich, wie wir wissen, nur sehr wenig unterscheidet.

Um endlich die Änderung der Form und Lage der Grenzcurve bei Änderung des brechenden Winkels zu beobachten, dient am besten ein mit Wasser oder andern Flüssigkeiten zu füllendes prismatisches Gefäss, dessen Seitenwände von Glas sind und um eine am Boden befindliche horizontale Axe (Prismenkante) gedreht werden können. Man bemerkt leicht, dass bei zunehmendem brechenden Winkel der Scheitelpunct der Curve gegen die Kante des Prismas rückt und dass gleichzeitig die Krümmung im Hauptschnitte zunimmt.

Dass die Curve roth gerändert erscheint, wurde schon wiederholt bemerkt. Die Erklärung ergiebt sich aus unsern letzten Betrachtungen über die Änderung der Lage und Form der Grenzcurve bei Zu- oder Abnahme des Brechungsexponenten von selbst.

Die Bildcurve.

Der Divergenzpunct zweier Nachbarstrahlen bestimmt das Bild des leuchtenden Punctes für ein von den Strahlen getroffenes Auge. Die einhüllende Fläche aller Strahlen, welche von S austretend an den Flächen

F und F' gebrochen wurden, dürfen wir daher füglich Bildfläche bezeichnen. Wir beschränken uns auf die Untersuchung der im Hauptschnitte gebrochenen Strahlen und erhalten als Gesammtheit aller Bildorte die einhüllende Curve jener Strahlen, ihre Bildcurve.

Um dieselbe analytisch zu bestimmen, haben wir zunächst die Gleichungen 7) eines aus dem Prisma nach zweimaliger Brechung austretenden Strahles. Hierin sind ξ', η', ζ', λ, μ, ν als Functionen von ξ und η, den Coordinaten des Auffallspunctes unseres Lichtstrahls auf der Fläche F anzusehen. Da wir im Hauptschnitte bleiben, so ist die erste der Gleichungen 7) entbehrlich und wir haben als Gleichung eines aus dem Prisma im Hauptschnitte (in der X Z Ebene) austretenden Strahles

$$(z - \zeta') \cos\lambda = (x - \xi') \cos\nu. \tag{25}$$

Hierin sind ξ', ζ', λ, ν nur mehr Functionen von ξ. Vergrössern wir ξ um $d\xi$ und subtrahieren die ursprüngliche Gleichung von der abgeleiteten, oder, was dasselbe ist, differenzieren wir die letzte Gleichung in Beziehung auf ξ, so kommt

$$(z - \zeta')\frac{d\cos\lambda}{d\xi} - \cos\lambda\frac{d\zeta'}{d\xi} = (x - \xi')\frac{d\cos\nu}{d\xi} - \cos\nu\frac{d\xi'}{d\xi},$$

oder mit Rücksicht auf Gl. 25)

$$\left.\begin{aligned}(x - \xi')\left[\cos\nu\frac{d\cos\lambda}{d\xi} - \cos\lambda\frac{d\cos\nu}{d\xi}\right] &= \left[\cos\lambda\frac{d\zeta'}{d\xi} - \cos\nu\frac{d\xi'}{d\xi}\right]\cos\lambda,\\ (z - \zeta')\left[\cos\nu\frac{d\cos\lambda}{d\xi} - \cos\lambda\frac{d\cos\nu}{d\xi}\right] &= \left[\cos\lambda\frac{d\zeta'}{d\xi} - \cos\nu\frac{d\xi'}{d\xi}\right]\cos\nu.\end{aligned}\right\} \tag{26}$$

Nun wollen wir für einige häufig wiederkehrende Ausdrücke kürzere Bezeichnungen einführen. Wir setzen

$$\left.\begin{aligned}\sqrt{c^2+\xi^2} &= L,\\ k\sin\vartheta - \xi\cos\vartheta &= M,\\ k\cos\vartheta + \xi\sin\vartheta &= N,\\ \sqrt{c^2+\xi^2-(k\sin\vartheta-\xi\cos\vartheta)^2} &= \sqrt{L^2-M^2} = K.\end{aligned}\right\} \tag{27}$$

Den Gleichungen 8) zufolge ist dann

$$\left.\begin{aligned}\xi' &= (k\cos\vartheta + a\sin\vartheta)\frac{\xi}{N},\\ \zeta' &= (a - \xi)\frac{k\sin\vartheta}{N}.\end{aligned}\right\} \tag{28}$$

Ebenso folgt aus den Gleichungen 11)

$$\left.\begin{aligned}\cos\lambda &= -\frac{1}{L}(M\cos\vartheta - K\sin\vartheta),\\ \cos\nu &= \frac{1}{L}(M\sin\vartheta + K\cos\vartheta).\end{aligned}\right\} \tag{29}$$

Aus der Bedeutung von k, L, M und N geht hervor, dass

$$\left.\begin{aligned}\frac{dk}{d\xi} &= \frac{m^2\xi}{k},\\ \frac{dL}{d\xi} &= \frac{\xi}{L},\\ \frac{dM}{d\xi} &= \frac{n^2\xi\sin\vartheta - N}{k} = \frac{m^2\xi\sin\vartheta - k\cos\vartheta}{k},\\ \frac{dN}{d\xi} &= \frac{n^2\xi\cos\vartheta + M}{k} = \frac{m^2\xi\cos\vartheta + k\sin\vartheta}{k}.\end{aligned}\right\} \tag{30}$$

Unter Benützung dieser Gleichungen finden wir dann leicht

$$\left.\begin{aligned}\frac{d\xi'}{d\xi} &= \frac{n^2c^2(k\cos\vartheta + a\sin\vartheta) + m^2\xi^2 N}{k N^2}\cos\vartheta,\\ \frac{d\zeta'}{d\xi} &= -\frac{n^2c^2(k\cos\vartheta + a\sin\vartheta) + m^2\xi^2 N}{k N^2}\sin\vartheta,\end{aligned}\right\} \quad 31)$$

$$\cos\lambda\frac{d\zeta'}{d\xi} - \cos\nu\frac{d\xi'}{d\xi} = -\frac{K}{k L N^2}[n^2c^2(k\cos\vartheta + a\sin\vartheta) + m^2\xi^2 N]. \quad 32)$$

$$\frac{d\cos\lambda}{d\xi} = -\frac{1}{L}\left[\frac{dM}{d\xi}\cos\vartheta - \frac{dK}{d\xi}\sin\vartheta\right] + \frac{1}{L^2}(M\cos\vartheta - K\sin\vartheta)\frac{dL}{d\xi},$$

$$\frac{d\cos\nu}{d\xi} = \frac{1}{L}\left[\frac{dM}{d\xi}\sin\vartheta + \frac{dK}{d\xi}\cos\vartheta\right] - \frac{1}{L^2}(M\sin\vartheta + K\cos\vartheta)\frac{dL}{d\xi}.$$

$$\cos\nu\frac{d\cos\lambda}{d\xi} - \cos\lambda\frac{d\cos\nu}{d\xi} = \frac{1}{L^2}\left[M\frac{dK}{d\xi} - K\frac{dM}{d\xi}\right].$$

Es ist aber $\quad \frac{dK}{d\xi} = \frac{1}{K}\left[L\frac{dL}{d\xi} - M\frac{dM}{d\xi}\right],$

daher

$$\begin{aligned}M\frac{dK}{d\xi} - K\frac{dM}{d\xi} &= \frac{1}{K}\left[ML\frac{dL}{d\xi} - (M^2 + K^2)\frac{dM}{d\xi}\right]\\ &= \frac{1}{K}\left[M\xi - L^2\frac{n^2\xi\sin\vartheta - N}{k}\right]\\ &= \frac{c^2 N}{k K}.\end{aligned}$$

Hieraus folgt $\quad \cos\nu\frac{d\cos\lambda}{d\xi} - \cos\lambda\frac{d\cos\nu}{d\xi} = \frac{c^2 N}{k K L^2}. \quad 33)$

Substituieren wir nun die Ausdrücke aus 32) und 33) in die Gleichungen 26), so erhalten wir folgende Gleichungen, welche zur Bestimmung der Bildcurve vollkommen geeignet sind:

$$\left.\begin{aligned}x - \xi' &= \frac{K^2}{c^2 N^3}(M\cos\vartheta - K\sin\vartheta)[n^2c^2(k\cos\vartheta + a\sin\vartheta) + m^2\xi^2 N]\\ z - \zeta' &= -\frac{K^2}{c^2 N^3}(M\sin\vartheta + K\cos\vartheta)[n^2c^2(k\cos\vartheta + a\sin\vartheta) + m^2\xi^2 N]\end{aligned}\right\} \quad 34)$$

Um die Gleichung der Bildcurve selbst hieraus abzuleiten, müssten wir ξ eliminieren. Da dies nicht wol möglich ist, so werden wir aus den vorliegenden Gleichungen direct die Form der Curve und die Lage der Curvenpuncte für einzelne Fälle zu ermitteln suchen.

Für $n = 1$, wird $m = o$, $k = c$, $K = N = c\cos\vartheta + \xi\sin\vartheta$,

$$\xi' = \frac{c\cos\vartheta + a\sin\vartheta}{c\cos\vartheta + \xi\sin\vartheta}.\ \xi, \quad \zeta' = \frac{a - \xi}{c\cos\vartheta + \xi\sin\vartheta}.\ c\sin\vartheta,$$

$M\cos\vartheta - K\sin\vartheta = -\xi$, $\quad M\sin\vartheta + K\cos\vartheta = c$,

daher $x = o$, $z = -c$; der leuchtende Punct wird in seiner wirklichen Lage gesehen. In der That entspricht dieser Fall der ungehinderten Ausbreitung des Lichtes.

Wird $\vartheta = o$ gesetzt, so werden die beiden brechenden Flächen F und F′ parallel. a wird unendlich gross, jedoch erreicht $a\sin\vartheta$ einen endlichen Werth b, welcher die Dicke der Platte oder den Abstand der parallelen Flächen F und F′ anzeigt. Ferner wird $M = -\xi$, $N = k$, $K = c$,

$\xi' = \frac{(k+b)\,\xi}{k}$, $\zeta' = b$, daher $x = \frac{m^2\,b\,\xi^3}{k^3}$, $z = b - c - \frac{n^2\,b\,c^3}{k^3}$. Die Bildcurve degeneriert in die Evolute einer Ellipse oder einer Hyperbel, je nachdem n grösser oder kleiner ist, als 1. (Vgl. meine eingangs citierte Programmabhandlung, Seite 21 und 22.)

Wir wollen uns nun die Beantwortung der folgenden zwei Fragen zur Aufgabe machen: 1. Welche Änderung der Lage erfahren die von bestimmten Strahlen erzeugten Bildpuncte, wenn der brechende Winkel ϑ sich ändert? 2. Welche Form besitzt die Curve bei gegebenem brechenden Winkel ϑ und bei gegebenem Brechungsexponenten n?

Um die erste Frage zu beantworten, denken wir uns die Fläche F als fest, die Fläche F' aber um eine auf den Hauptschnitt senkrechte Axe, die durch den Punct D (Fig. 1) hindurchgeht, drehbar. Hierbei wird also a als eine veränderliche Grösse, b aber als constant anzusehen sein. Wir werden daher zweckmässig aus den Gleichungen 34) die Grösse a entfernen und dieselbe durch b ersetzen. Hiezu haben wir die Gleichung

$$a \sin \vartheta = b \cos \vartheta.$$

Drehen wir die Fläche F' von der zur Fläche F parallelen Lage aus im Sinne des Zeigers einer Uhr, so wächst allgemach der brechende Winkel ϑ, während a von einem unendlich grossen, positiven Werthe an abnimmt.

Die Änderung von ϑ hat die nachstehenden Gleichungen zur Folge

$$\frac{dM}{d\vartheta} = k \cos \vartheta + \xi \sin \vartheta = N,$$

$$\frac{dN}{d\vartheta} = -k \sin \vartheta + \xi \cos \vartheta = -M,$$

$$\frac{dK}{d\vartheta} = -\frac{MN}{K},$$

$$\frac{d\xi'}{d\vartheta} = \frac{k+b}{N^2}(M \cos \vartheta - N \sin \vartheta)\,\xi,$$

$$\frac{d\zeta'}{d\vartheta} = \frac{k}{N^2}[b\,(M \cos \vartheta - N \sin \vartheta) - \xi\,(M \sin \vartheta + N \cos \vartheta)].$$

Es ist aber $M \cos \vartheta - N \sin \vartheta = -\xi$,

$$M \sin \vartheta + N \cos \vartheta = k,$$

daher

$$\frac{d\xi'}{d\vartheta} = -\frac{(k+b)\,\xi^2}{N^2},$$

$$\frac{d\zeta'}{d\vartheta} = -\frac{(k+b)\,k\,\xi}{N^2}.$$

$\frac{d\xi'}{d\vartheta}$ ist für alle Werthe von ξ negativ, dagegen Null für $\xi = o$. Der Auffallspunct der Strahlen auf F' rückt während der Drehung dieser Fläche von der brechenden Kante zurück, und zwar umsomehr, je weiter die Strahlen vom senkrecht auf F auffallenden Strahl abstehen.

$\frac{d\zeta'}{d\vartheta}$ jedoch ist positiv für negative, negativ für positive ξ, Null für $\xi = o$. Die Auffallspuncte der Strahlen auf F' erfahren eine Hebung, wenn sie sich links von der Z Axe, eine Senkung, wenn sie sich rechts hievon befinden. Dies ist selbstverständlich.

Zur Abkürzung schreiben wir

$$\left.\begin{aligned} \frac{K^2}{c^2 N^3} &= A, \\ M\cos\vartheta - K\sin\vartheta &= B, \\ M\sin\vartheta + K\cos\vartheta &= B', \\ n^2c^2(k+b)\cos\vartheta + m^2\xi^2 N &= C. \end{aligned}\right\} \quad 35)$$

Wir finden leicht

$$\frac{dA}{d\vartheta} = \frac{M}{c^2N^4}[K^2 - 2m^2L^2],$$

$$\frac{dB}{d\vartheta} = B'.\frac{N-K}{K},$$

$$\frac{dB'}{d\vartheta} = -B.\frac{N-K}{K},$$

$$\frac{dC}{d\vartheta} = -[n^2c^2(k+b)\sin\vartheta + m^2\xi^2 M].$$

Schliesslich ist

$$\left.\begin{aligned} \frac{dx}{d\vartheta} &= \frac{d\xi'}{d\vartheta} + AB\frac{dC}{d\vartheta} + AC.\frac{dB}{d\vartheta} + BC.\frac{dA}{d\vartheta}, \\ \frac{dz}{d\vartheta} &= \frac{d\zeta'}{d\vartheta} - AB'\frac{dC}{d\vartheta} - AC\frac{dB'}{d\vartheta} - B'C\frac{dA}{d\vartheta}. \end{aligned}\right\} \quad 36)$$

Wir wollen nun untersuchen, welche Bewegungen die von bestimmten Strahlen erzeugten Bidpuncte ausführen, wenn die Fläche F′ aus der zur Fläche F parallelen Lage ein klein wenig gedreht wird. Es ist also in obigen Formeln $\vartheta = o$ einzusetzen. Wir erhalten $M = -\xi$, $N = k$, $K = c$, $\xi' = (k+b)\xi : k$, $\zeta' = b$, $A = 1 : k^3$, $B = -\xi$, $B' = c$, $C = k^3 + n^2c^2b$. Die Änderungen nach ϑ bestimmen sich dann folgendermassen

$$\frac{d\xi'}{d\vartheta} = -\frac{(k+b)\xi^2}{k^2}, \quad \frac{d\zeta'}{d\vartheta} = -\frac{(k+b)\xi}{k},$$

$$\frac{dA}{d\vartheta} = -\frac{\xi}{c^2k^4}[c^2 - 2m^2(c^2+\xi^2)].\frac{dB}{d\vartheta} = k - c, \quad \frac{dB'}{d\vartheta} = -\frac{\xi}{c}(k-c), \quad \frac{dC}{d\vartheta} = m^2\xi^3.$$

Für $\xi = o$ ist $k = nc$, $A = 1 : n^3c^3$, $B = o$, $B' = c$, $C = n^2c^2(nc+b)$,

ferner $\quad \frac{d\xi'}{d\vartheta} = o, \ \frac{d\zeta'}{d\vartheta} = o, \ \frac{dA}{d\vartheta} = o, \ \frac{dB}{d\vartheta} = (n-1)c, \ \frac{dB'}{d\vartheta} = o, \ \frac{dC}{d\vartheta} = o,$

schliesslich $\quad \frac{dx}{d\vartheta} = \frac{n-1}{n}(nc+b), \ \frac{dz}{d\vartheta} = o.$

Der Differentialquotient $dx : d\vartheta$ ist positiv, wenn $n > 1$, negativ, wenn $n < 1$. Solange noch $\vartheta = o$ ist, wird für $\xi = o$, $x = o$, $z = -b : n$. Es sind dies die Coördinaten des Bildpunctes S′, welchen bei paralleler Lage der Flächen F und F′ der senkrecht auffallende Strahl mit seinen unmittelbaren Nachbarstrahlen liefert. Dieser Punct S′ rückt bei kleiner Drehung der Fläche F′ in einer auf SO senkrechten Richtung nach derjenigen Seite, auf welcher die brechende Kante liegt, sobald $n > 1$ ist, nach der entgegengesetzten Seite, sobald $n < 1$ ist.

Nehmen wir ferner an, dass ξ zwar nicht geradezu gleich Null sei, aber einen sehr kleinen positiven oder negativen Werth besitze. Die höheren

als ersten Potenzen von ξ mögen demzufolge als sehr klein gegen b und c vernachlässigt werden. Dann wird $M = -\xi$, $N = n\,c$, $K = c$, $A = 1 : n^3 c^3$, $B = -\xi$, $B' = c$, $C = n^2 c^2 (n\,c + b)$, $\frac{d\xi'}{d\vartheta} = o$, $\frac{d\zeta'}{d\vartheta} = -\frac{n\,c + b}{n\,c}\xi$,
$\frac{dA}{d\vartheta} = -\frac{3 - 2n^2}{n^4 c^4}\xi$, $\frac{dB}{d\vartheta} = (n-1)\,c$, $\frac{dB'}{d\vartheta} = (n-1)\,\xi$, $\frac{dC}{d\vartheta} = o$.

Hieraus finden wir

$$\frac{dx}{d\vartheta} = \frac{n-1}{n}(n\,c + b), \text{ wie früher, dagegen}$$

$$\frac{dz}{d\vartheta} = -\frac{3\,m^2}{n^2 c}(n\,c + b)\,\xi.$$

Wir schliessen, dass die Bilder, welche die dem perpendikulären Strahle beiderseits zunächst liegenden Strahlen liefern, bei kleiner Drehung der Ebene F′ aus der zur Fläche F parallelen Lage entweder eine Hebung oder eine Senkung erfahren und zwar wird,

wenn $n > 1$ und ξ positiv, $\frac{dz}{d\vartheta}$ negativ, daher Senkung,
„ $n > 1$ „ ξ negativ, „ positiv, „ Hebung,
„ $n < 1$ „ ξ positiv, „ positiv, „ Hebung,
„ $n < 1$ „ ξ negativ, „ negativ, „ Senkung. —

Wenn n grösser als 1 ist, so giebt es keine Grenzwerthe der Abcisse ξ des Auffallspunctes der Strahlen auf F, vielmehr kann ξ sowol in's positive, wie in's negative Unendliche zunehmen. Setzen wir aber $\xi = \pm\infty$, so wird für $\vartheta = o$ zuvörderst $x = \pm b : m$, $z = b - c$. Der von diesen Strahlen erzeugte Bildpunct liegt daher nicht im Unendlichen; die Curve nähert sich den durch die oben angegebenen Coordinaten bestimmten Grenzen.

Ferner wird unter dieser Annahme $k = \infty$, $M = \mp\infty$, $N = \infty$, $K = c$, $\xi = \pm\infty$, $\zeta' = b$, $A = 1 : \infty^3$, $B = \mp\infty$, $B' = c$, $C = \infty^3$, $\frac{d\xi'}{d\vartheta} = -\infty$,
$\frac{d\zeta'}{d\vartheta} = \mp\infty$, $\frac{dA}{d\vartheta} = \pm\frac{1}{\infty}$, $\frac{dB}{d\vartheta} = \infty$, $\frac{dB'}{d\vartheta} = \pm\infty^2$, $\frac{dC}{d\vartheta} = \pm\infty^3$ und schliesslich nach Gl. 36)

$$\frac{dx}{d\vartheta} = -\infty - \infty + \infty - \infty^3,$$

$$\frac{dz}{d\vartheta} = \mp\infty \mp \frac{\infty^3}{\infty^3} \mp \infty^2 \mp \infty^2.$$

Da hiebei die höhern Potenzen von ∞ ausschlaggebend sind, so ersehen wir, dass die Bildpuncte, welche Strahlen liefern, die in sehr grosser Entfernung von O auf die Fläche F fallen, bei einer sehr kleinen Drehung der Fläche F′ aus der zu F parallelen Lage eine sehr bedeutende Verrückung nach derjenigen Seite erfahren, nach welcher sich der Winkel, den die Flächen F und F′ einschliessen, öffnet. Die durch links von O gelegenen Strahlen erzeugten Bildpuncte erleiden gleichzeitig eine Hebung, die rechts gelegenen eine Senkung.

Wenn jedoch $n < 1$ ist, so werden unter der Annahme $\vartheta = o$ durch

$\xi = \pm \frac{nc}{m'}$, wobei $m' = \sqrt{1-n^2}$, die Grenzstrahlen charakterisiert, für welche $k = o$ wird. Dann ist $x = \pm \infty$, $z = -\infty$. In diesem Falle dehnt sich also die Curve (wie jederzeit die Evolute einer Hyperbel) nach beiden Seiten in's Unendliche aus.

Ferner wird alsdann $M = \mp \frac{nc}{m'}$ $N = o$, $K = c$, $\xi' = \pm \infty$, $\zeta' = b$,

$$A = \infty^3,\ B = \mp \frac{n\,c}{m'},\ B' = c,\ C = n^2c^2b,\ \frac{d\xi'}{d\vartheta} = -\infty^2,\ \frac{d\zeta'}{d\vartheta} = \mp \infty,$$

$$\frac{dA}{d\vartheta} = \mp \infty^4,\ \frac{dB}{d\vartheta} = -c,\ \frac{dB'}{d\vartheta} = \mp \frac{nc}{m'},\ \frac{dC}{d\vartheta} = \mp \frac{n^3c^3}{m'}\ \text{und schliesslich}$$

$$\frac{dx}{d\vartheta} = -\infty^2 + \infty^3 - \infty^3 + \infty^4,$$

$$\frac{dz}{d\vartheta} = \mp \infty \pm \infty^3 \pm \infty^3 \pm \infty^4.$$

Die Bildpuncte erfahren bei kleiner Drehung von F′ eine unendlich grosse Verschiebung gegen die brechende Kante; die durch links von O liegende Strahlen erzeugten Bildpuncte erleiden zugleich eine Senkung, die durch rechts gelegene Strahlen erzeugten Bilder eine Hebung.

Vergleichen wir diese Ergebnisse, wobei ξ für $n > 1$ unendlich gross, für $n < 1$ aber im Maximum angenommen wurde, mit den oben bei der Annahme von sehr kleinen positiven oder negativen ξ besprochenen Änderungen von x und z nach ϑ, so sind wir wol zu der Annahme berechtigt, dass $dz : d\vartheta$ überhaupt negativ bleibt, wenn $n > 1$ und ξ positiv, oder wenn $n < 1$ und ξ negativ ist, dass hingegen $dz : d\vartheta$ positiv bleibt, wenn $n > 1$ und ξ negativ, oder wenn $n < 1$ und ξ positiv ist. Wir schliessen hieraus, dass die Bildpuncte, welche alle jene Strahlen liefern, deren Auffallspuncte auf F zwischen dem Fusspuncte O des perpendikulären Strahles und dem Durchschnitte A des Hauptschnittes mit der brechenden Kante liegen, eine Senkung erfahren, wenn $n > 1$, hingegen eine Hebung, wenn $n < 1$ ist; von den links von O auffallenden Strahlen gilt das Gegentheil. Vergleichen wir aber die Ergebnisse in Beziehung auf $dx : d\vartheta$, so gelangen wir zum Resultate, dass erstens ein zwischen O und A auffallender Strahl*) einen Bildpunct erzeugen werde, welcher bei der oft erwähnten kleinen Drehung der Fläche F′ eine Verrückung senkrecht gegen F nach abwärts erleidet, sobald $n > 1$, dagegen senkrecht nach aufwärts, sobald $n < 1$ ist, — und zweitens, dass der Bildpunct, welchen ein links von O liegender Strahl erzeugt, eine Verrückung senkrecht gegen F nach aufwärts erfährt, wenn $n > 1$, senkrecht nach abwärts, wenn $n < 1$ ist. —

Das bisher Besprochene gilt natürlich nicht mehr, sobald ϑ von irgend einem endlichen Werthe an eine kleine Änderung, ein kleines Wachsthum erleidet.

*) Es möge hier und im Folgenden gestattet sein, dass von Bildpuncten die Rede ist, welche ein einzelner Strahl giebt, indem darunter natürlich derjenige Punct verstanden ist, in welchem der betreffende Strahl seine nächst gelegenen Nachbarstrahlen schneidet.

Wenn ϑ von Null verschieden ist, so ist zunächst von früher bekannt, dass im Falle, als $n > 1$ ist, nur diejenigen Strahlen aus dem Prisma wieder austreten, für welche die Grösse K einen von Null verschiedenen, stets positiven Werth besitzt. Der Grenzstrahl (im Hauptschnitte), welcher nach der zweiten Brechung die Prismenfläche streift, liefert nach 34) ein Bild, dessen Ort durch $K = o$, $x = \xi'$ $z = \zeta'$ bestimmt ist. Der Punct, in welchem der Grenzstrahl die Fläche F′ erreicht, ist zugleich der Bildpunct derselben und der Ausgangspunct der Bildcurve. Ändert sich der Winkel ϑ und wird er grösser, indem die Fläche F′ gedreht wird, so wandert dieser Endpunct der optischen Curve auf der Fläche F′ gegen die brechende Kante und nimmt daher gleichzeitig an der Drehung Theil. Das andere Ende der Bildcurve wird durch das Bild bestimmt, welches der an der Prismenkante gebrochene Strahl erzeugt. Die Lage dieses Endpunctes der optischen Curve, gleichwie die Lage der übrigen Bildpuncte hängt nicht allein von ϑ, sondern auch von den Grössen c und a, beziehungsweise b ab.

Wenn $n < 1$ ist, so erleidet die Menge der das Prisma durchdringenden Strahlen noch eine weitere Beschränkung, sobald ϑ einen endlichen Werth hat. Als der eine Grenzstrahl erweist sich alsdann derjenige, welcher nach der Brechung auf F in einer zur zweiten brechenden Fläche F′ parallelen Richtung in den Prismenkörper eindringt. Der Austrittspunct dieser Strahlen muss in der Unendlichkeit angenommen, also $\zeta' = \infty$ gesetzt werden. Dies kann nur eintreten, wenn $N = k \cos\vartheta + \xi \sin\vartheta = o$ wird. Als weitere Folge ergiebt sich

$$\xi = -\frac{nc\cos\vartheta}{\sqrt{1-n^2\cos^2\vartheta}}.$$

Für $\vartheta = o$ wird ξ, d. i. die Abscisse des Auffallspunctes unseres Grenzstrahles gleich $-nc:m'$ (wie bekannt) für $\vartheta = 90^0$ gleich Null; ist $\vartheta < 90^0$, so wird ξ negativ, ist dagegen $\vartheta > 90^0$, so wird ξ positiv. Dies ergiebt auch eine einfache Überlegung.

Das Bild, das dieser Grenzstrahl entwirft, liegt offenbar in der Unendlichkeit. Aus den Gleichungen 34) ist nämlich klar, dass x sowol wie z unendlich gross werden, wenn der Werth von N sich der Null nähert Während jedoch unbedingt $z = -\infty$ wird, richtet sich das Vorzeichen des in's Unendliche wachsenden Werthes von x nach dem Vorzeichen, welches das Product ABC annimmt, im Falle als N gegen Null convergiert.

Als zweiter der brechenden Kante näher liegender Grenzstrahl tritt natürlich derjenige auf, welcher nach der ersten Brechung die Fläche F streift, wenn nicht durch die Lage der brechenden Kante schon ein stärker geneigter Strahl, der die brechende Kante trifft, als äusserster bestimmt wird. Verfolgen wir nun den Weg, welchen das Bild bei Drehung der Fläche F′ durchschreitet, das dieser rechts von O liegende Grenzstrahl erzeugt, dessen Auffallspunct auf F durch die Gleichung $\xi = nc:m'$ bestimmt ist. Dass das Bild anfänglich, d. h. wenn ϑ von Null an zunimmt, aus einer unendlich grossen Entfernung ($x = -\infty$, $z = -\infty$) sich rasch der brechenden Fläche F und der Prismenkante nähert, ist von früher bekannt. Substituieren wir nun $\xi = nc:m'$, so finden wir

$$L = \frac{c}{m'},\ N = \frac{n}{m'} c \sin\vartheta,\ M = -\frac{n}{m'} c \cos\vartheta,\ K = \frac{c}{m'}\sqrt{1 - n^2 \cos^2\vartheta}.$$

Setzen wir zur Abkürzung

$$n \cos\vartheta = \cos\varphi, \qquad \text{a)}$$

was immer möglich ist, da $n < 1$. Dann wird

$$\sqrt{1 - n^2\cos^2\vartheta} = \sin\varphi, \text{ mithin } K = \frac{c}{m'} \sin\varphi.$$

Ferner wird $\xi' = \frac{b \cos\vartheta}{\sin\vartheta},\ \zeta' = o,\ \frac{d\xi'}{d\vartheta} = -\frac{b}{\sin^2\vartheta},\ \frac{d\zeta'}{d\vartheta} = o,\ A = \frac{m' \sin^2\varphi}{n^3 c^3 \sin^3\vartheta},$

$$B = -\frac{c}{m'} . \cos(\varphi - \vartheta),\ B' = \frac{c}{m'} . \sin(\varphi - \vartheta),\ C = n^2 c^2 \left(b \cos\vartheta - \frac{n}{m'} c \sin\vartheta\right),$$

$$\frac{dA}{d\vartheta} = -\frac{m' \cos\vartheta}{n^3 c^3 \sin^4\vartheta} . (\sin^2\varphi + 2 m'^2),$$

$$\frac{dB}{d\vartheta} = -\frac{c}{m'} . \frac{\sin^2(\varphi - \vartheta)}{\sin\varphi . \cos\vartheta},\ \frac{dB'}{d\vartheta} = -\frac{c}{m'} . \frac{\sin(\varphi - \vartheta) . \cos(\varphi - \vartheta)}{\sin\varphi . \cos\vartheta},$$

$$\frac{dC}{d\vartheta} = -n^2 c^2 \left(b \sin\vartheta + \frac{n}{m'} c \cos\vartheta\right).$$

Hierbei ist zu bedenken, dass φ grösser ist als ϑ, so lange dieser letztere Winkel 90^0 noch nicht erreicht hat, dass ferner $\varphi = 90^0$ wird, wenn $\vartheta = 90^0$ beträgt, dass endlich φ kleiner als ϑ ist, wenn ϑ den Werth von 90^0 überschritten hat. Weiter folgt, dass der Unterschied von φ und ϑ den Werth von 90^0 nicht erreichen kann, dass daher B immer negativ, B' aber für $\vartheta < 90^0$ positiv, für $\vartheta = 90^0$ Null, für $\vartheta > 90^0$ negativ sein muss. A und C sind stets positiv. Letzteres erklärt sich daraus, dass für $b \cos\vartheta = \frac{n}{m'} c \sin\vartheta$ der Grenzstrahl auf die Prismenkante auffällt, dass mithin die Bedingung $b \cos\vartheta = \frac{n}{m'} c \sin\vartheta$ oder $\operatorname{tg}\vartheta = \frac{m' b}{n c}$ den grössten Kantenwinkel des Prismas angiebt, unter welchem der Grenzstrahl die Fläche F noch erreicht. Es ist aber immer möglich, dass dieses Maximum von ϑ einen rechten Winkel übersteige, nur ist dabei zu bedenken, dass dann b in sich negativ wird, während $b = \pm \infty$ zu setzen ist, wenn der oben angegebene Grenzwerth von ϑ 90^0 erreicht. Eine einfache Überlegung der geometrischen Verhältnisse ergiebt mit Rücksicht auf die Bedeutung von b dasselbe Resultat.

Setzen wir nun voraus, dass ϑ zwischen 0^0 und 90^0 liege, so finden wir, dass sowohl $AB' \frac{dC}{d\vartheta}$ als $AC \frac{dB'}{d\vartheta}$ und $B'C \frac{dA}{d\vartheta}$ negativ bleiben, und dass somit

$$\frac{dz}{d\vartheta} = -\left(AB' \frac{dC}{d\vartheta} + AC \frac{dB'}{d\vartheta} + B'C \frac{dA}{d\vartheta}\right)$$

nur positiv sein kann. Wenn wir daher die Fläche F' um den Punct B aus der zur Fläche F parallelen bis zu der ihr senkrechten Lage drehen, so wird das Bild, welches unser Grenzstrahl liefert, solange eine Hebung erfahren, bis es verschwindet, d. h. bis der Grenzstrahl die brechende Prismenkante erreicht.

Um weiter zu bestimmen, welches Vorzeichen $\frac{dx}{d\vartheta}$ annimmt, wenn ϑ

von 0^0 bis 90^0 wächst, so untersuchen wir nur den Grenzfall $b \cos \vartheta = \frac{n}{m'} c \sin \vartheta$, wobei $C = o$ wird. Wir finden

$$b \sin \vartheta + \frac{n}{m'} c \cos \vartheta = \frac{n}{m'} \frac{c}{\cos \vartheta}, \ AB \frac{dC}{d\vartheta} = \frac{c \sin^2 \varphi . \cos (\varphi - \vartheta)}{m' \sin^3 \vartheta . \cos \vartheta},$$

$$\frac{d\xi'}{d\vartheta} = - \frac{c \cos \varphi}{m' \sin \vartheta . \cos^2 \vartheta}, \text{ mithin}$$

$$\frac{dx}{d\vartheta} = \frac{c}{m' \sin^3 \vartheta . \cos \vartheta} . \ [\sin^2 \varphi . \cos (\varphi - \vartheta) - n \sin^2 \vartheta].$$

Setzen wir zur Abkürzung

$$\sin^2 \varphi . \cos (\varphi - \vartheta) - n \sin^2 \vartheta = X,$$

so können wir auch schreiben

$$\frac{dx}{d\vartheta} = \frac{c . X}{m' \sin^3 \vartheta . \cos \vartheta}.$$

Wenn b die Werthe von 0 bis ∞ durchschreitet, so wächst ϑ von 0^0 bis 90^0. Für $b = o$ ist $\vartheta = o$, $\sin \vartheta = o$, $\cos \vartheta = 1$, $\cos \varphi = n$, $\sin \varphi = m'$, mithin $X = (1 - n^2) n$, $dx : d\vartheta$ unendlich gross, aber positiv. Für $b = \infty$ ist $\vartheta = \varphi = 90^0$, $X = 1 - n$, $dx : d\vartheta$ unendlich gross und abermals positv. Welchen zwischen 0^0 und 90^0 liegenden Werth übrigens ϑ auch haben mag, stets wird X und daher auch $dx : d\vartheta$ einen positiven Werth behalten. Suchen wir nämlich das Maximum oder Minimum, bis zu welchem X zu- oder abnehmen kann, wenn ϑ zwischen 0^0 und 90^0 variirt, so müssen wir X in Beziehung auf ϑ differenzieren und das Differentiale gleich Null setzen. Führen wir dieses aus, so gelangen wir zur quadratischen Gleichung

$$\sin^2 \varphi - 4 n \sin \vartheta . \sin \varphi = - 3 n^2 \sin^2 \vartheta.$$

Diese Gleichung liefert die beiden Wurzeln

$$\sin \varphi = 3 n \sin \vartheta \text{ und } \sin \varphi = n \sin \vartheta.$$

Verbinden wir letztere Gleichung mit $\cos \varphi = n \cos \vartheta$, so sehen wir, dass beide Gleichungen nur für $n = 1$ gleichzeitig bestehen können. Als einzige brauchbare Wurzel bleibt daher $\sin \varphi = 3 n \sin \vartheta$. In Verbindung mit $\cos \varphi = n \cos \vartheta$ liefert dieselbe die Bedingung

$$\sin^2 \vartheta = \frac{1 - n^2}{8n^2}, \ X = \frac{(27 n^2 + 5)(1 - n^2)}{32 n}.$$

Es ist aber leicht einzusehen, dass dieser Werth von X, welcher, wie man sieht, ebenfalls positiv ist, nicht einem Minimum, sondern einem Maximum entspricht. Denn setzen wir $n < \frac{1}{3}$, so kann obige Bedingung überhaupt nicht erfüllt werden, indem alsdann $1 - n^2 < 8 n^2$ ist. Unter gleicher Voraussetzung ist $(1 - n^2) n$ kleiner als $1 - n$, indem $(1 + n) n < \frac{4}{9} < 1$ und $(1 - n)(1 + n) n < 1 - n$ wird. Wenn man nun bedenkt, dass $(1 - n^2) n$ und $1 - n$ die Werthe von X darstellen, welche den Winkeln $\vartheta = o$, beziehungsweise $\vartheta = 90^0$ entsprechen, so ersieht man, dass X stetig wächst, wenn ϑ von 0^0 bis 90^0 zunimmt.

Ist $n = \frac{1}{3}$, so wird obige Bedingung für $\vartheta = 90^0$ erfüllt, wobei $X = \frac{2}{3}$ wird. Dagegen ist für $\vartheta = o$, $X = \frac{8}{27}$. Es findet daher noch immer ein stetiges Zunehmen von X statt, wenn ϑ von 0^0 bis 90^0 wächst.

Ist endlich $n > \frac{1}{3}$, so besteht immer ein zwischen 0° und 90° liegender Winkel ϑ, für welchen obige Bedingung erfüllt ist und für welchen X sein Maximum erreicht. Denn es ist zuvörderst $(1 - n^2)\, n < \frac{(27n^2 + 5)(1 - n^2)}{32\, n}$, weil $(32 - 27)\, n^2 = 5\, n^2 < 5$ ist. Ebenso ist $1 - n < \frac{(27\, n^2 + 5)\,(1 - n^2)}{32\, n}$ oder $(1 + n)\,(27\, n^2 + 5) > 32\, n$, indem die Ungleichheit dieser Ausdrücke um so mehr zunimmt, je grösser n wird, während für $n = \frac{1}{3}$ die Ausdrücke einander gleich werden.

So erreicht z. B. für $n = \frac{1}{3}$, X ein Maximum, wenn $\vartheta = 23°17'1{\cdot}5''$ wird. Man findet nämlich

für $\vartheta = 0°$	$X = 0{\cdot}370370$
$= 20°$	$= 0{\cdot}441630$
$= 23°$	$= 0{\cdot}442700$
$= 23°17'1{\cdot}5''$	$= 0{\cdot}442709$ (Max.)
$= 23°30'$	$= 0{\cdot}442703$
$= 25°$	$= 0{\cdot}442435$
$= 90°$	$= 0{\cdot}333333$.

Die bisherigen Betrachtungen haben gezeigt, dass die Bewegung des von unserm Grenzstrahl erzeugten Bildes unmittelbar vor seinem Verschwinden — nach rechts, nämlich gegen die Prismenkante gerichtet ist. Dessgleichen wissen wir, dass die anfängliche Bewegung des gedachten Bildpunctes eine rechtsläufige ist. Wir sind daher wol berechtigt annehmen zu dürfen, dass der Bildpunct vom Anfange seiner Bewegung an bis zu seinem Verschwinden, also von dem Momente an, wo F′ aus seiner zur Fläche F parallelen Lage verschoben wird bis zu demjenigen, in welchem der Grenzstrahl bereits die brechende Kante trifft, nach rechts, gegen die brechende Kante rückt, so wie er gleichzeitig eine Hebung gegen die Fläche F erfährt. Im Momente seines Verschwindens aber fällt der Bildpunct mit dem Auffallspuncte des Grenzstrahls zusammen. Denn für $\xi = n\, c : m'$ und $tg\, \vartheta = m'b : nc$ (für welche Werthe bekanntlich $C = o$ wird) erhalten wir $x = nc : m'$, $z = o$.

Dies alles gilt, so lange $\vartheta < 90°$. Wenn aber der brechende Winkel des Prismas mehr als 90° beträgt, oder wenn ϑ, welchen wir uns noch immer als einen spitzen Winkel vorstellen wollen, sich in $180° - \vartheta$ verwandelt, so verwandelt sich auch φ in $180° - \varphi$. A, B, C behalten ihre Werthe und Zeichen, b und B′ aber wechseln ihre Vorzeichen, ohne ihre absoluten Werthe zu ändern; auch ξ' und ζ' bleiben ganz unverändert, so dass x gar nicht, z aber nur dem Vorzeichen nach sich ändert. Hieraus folgt, dass die Curve, welche das von dem Grenzstrahle erzeugte Bild des leuchtenden Punctes S beschreibt, wenn die Fläche F′ um einen im Abstande b unterhalb O gelegenen Punct aus derjenigen Lage, in welcher sie die Verlängerung der Fläche F bildet ($\vartheta = 180°$) bis zu jener Lage gedreht wird, in welcher sie mit F einen stumpfen Winkel bildet und in welcher der Grenzstrahl die brechende Kante trifft, derjenigen Curve symmetrisch gleich ist, welche von dem gedachten Bildpuncte erzeugt wird, wenn die Fläche F um einen im Abstande b oberhalb O gelegenen Punct aus der zur Fläche F parallelen Lage bis zu jener gedreht wird, in welcher F′ mit F einen spitzen Winkel einschliesst, welcher dem oben bezeichneten stumpfen Winkel zu 180° ergänzt, und in welcher der Grenzstrahl die Kante trifft. Die Symmetrielinie aber ist der Durchschnitt des Hauptschnittes mit der brechenden Fläche F. —

Es wurde bereits erwähnt, dass die Bildcurve in die Evolute einer Ellipse oder Hyperbel degeneriert, wenn $\vartheta = o$ wird oder wenn das durchsichtige Mittel zwischen zwei parallelen ebenen Flächen eingeschlossen ist. Sowohl die Evolute der Ellipse als jene der Hyperbel ist derart geformt, dass sie in der Hauptaxe des Kegelschnittes Spitzen oder Rückkehrpuncte bildet, doch mit dem Unterschiede, dass die Spitze der Ellipsenevolute von dem Mittelpuncte des Kegelschnittes abgewendet, jene der Hyperbelevolute aber dem Mittelpuncte zugewendet ist. Mit andern Worten, die Äste der Ellipsenevolute kehren der Nebenaxe des Kegelschnitts ihre convexe, jene der Hyperbelevolute ihre concave Seite zu. Auf unsere optische Curve angewendet heisst dies: die Äste der Bildcurve wenden ihre convexe Seite gegen die brechende Fläche, wenn $n > 1$, hingegen ihre concave Seite, wenn $n < 1$ ist. Nun ist wol nicht anzunehmen, dass diese Spitze sofort verschwinden werde, wenn die zweite brechende Fläche F′ um einen gewissen, wenn auch kleinen Winkel gedreht wird.

Wir wollen zunächst untersuchen, auf welche Weise wir das Vorhandensein oder das Nichtvorhandensein einer solchen Spitze aus den Gleichungen 34), welche zur Bestimmung der Bildcurvenpuncte dienen, sowie aus den hieraus abgeleiteten Differentialgleichungen

$$\frac{dx}{d\xi} = \frac{d\xi'}{d\xi} + BC\frac{dA}{d\xi} + AC\frac{dB}{d\xi} + AB\frac{dC}{d\xi}$$

$$\frac{dz}{d\xi} = \frac{d\zeta'}{d\xi} - B'C\frac{dA}{d\xi} - AC\frac{dB'}{d\xi} - AB'\frac{dC}{d\xi}$$

zu ermitteln im Stande sind. Wir können uns aber das Entstehen einer Spitze nicht anders vorstellen, als indem wir annehmen, dass die Bildcurvenpuncte, welche die auf einander folgenden und in gleichen Abständen $\Delta\xi$ auf die Fläche F fallenden Strahlen erzeugen, in immer kleiner werdenden Abständen von einander zu liegen kommen, bis sie sich unmittelbar berühren, worauf der gegenseitige Abstand der Bildpuncte wieder zunimmt, wobei jedoch die Bildpuncte sich von der brechenden Fläche F oder von der Kante entfernen, wenn sie sich ihr früher genähert hatten, sowie umgekehrt.

Es treten die aus dem Prisma dringenden Strahlen offenbar in divergierenden Richtungen derart aus, dass ihre Richtungsconstanten gegen die Coordinatenaxen eine stetige Änderung in gleichem Sinne erfahren. Verlängern wir die Strahlen nach rückwärts, so ergeben die Durchschnitte je zweier Nachbarstrahlen bekanntlich die Puncte der Bildcurve. Der Verlauf der letztern ist daher derart bestimmt, dass von drei Tangenten, welche wir an die Bildcurve in drei auf einander folgenden Puncten legen und welche also mit den Richtungen dreier auf einander folgenden Strahlen übereinstimmen, niemals die mittlere unter den dreien den grössten oder kleinsten Winkel mit der Fläche F einschliessen wird. Mit andern Worten, es werden entgegengesetzte Drehungen erforderlich sein, wenn man aus der Richtung, welche die von dem mittlern Puncte aus gelegte Tangente anzeigt, einmal in die Richtung der vom ersten, ein anderes mal in die Richtung der vom dritten Puncte aus an die Curve gezogenen Tangente gelangen will. Hieraus folgt aber, dass die Möglichkeit des Entstehens eines oder mehrerer Rückkehrpuncte zwar nicht ausgeschlossen ist, dass dieselben aber nur solche sein können, welche man Rückkehrpuncte der ersten Art nennt.

Auch ist nun klar, dass die Bedingung $dx : d\xi = 0$ und gleichzeitig $dz : d\xi = 0$ für alle jene Curvenpuncte erfüllt sein muss, in denen derartige Spitzen oder Rückkehrpuncte auftreten.

Es wird nun vor allem nothwendig sein, einige Differentialquotienten in Beziehung auf die Veränderliche ξ zu berechnen. Bekanntlich ist (vgl. Gl. 31)

$$\frac{d\xi'}{d\xi} = \frac{C\cos\vartheta}{kN^2}, \quad \frac{d\zeta'}{d\xi} = -\frac{C\sin\vartheta}{kN^2}.$$

Aus der Bedeutung der Grössen K, A, B, B′, C ergiebt sich ferner

$$\frac{dK}{d\xi} = \frac{1}{K}\cdot\left(\xi - M\frac{dM}{d\xi}\right),$$

$$\frac{dA}{d\xi} = \frac{K}{c^2N^4}\cdot\left(2N\frac{dK}{d\xi} - 3K\frac{dN}{d\xi}\right),$$

$$\frac{dB}{d\xi} = \frac{B'}{K}\cdot\frac{dM}{d\xi} - \frac{\xi}{K}\sin\vartheta,$$

$$\frac{dB'}{d\xi} = -\frac{B}{K}\cdot\frac{dM}{d\xi} + \frac{\xi}{K}\cos\vartheta,$$

$$\frac{dC}{d\xi} = 3\,m^2\,\xi\,N,$$

während die Differentialquotienten $\frac{dM}{d\xi}$ und $\frac{dN}{d\xi}$ schon aus den Gleichungen 30) bekannt sind.

Nehmen wir nun an, es sei

$$\frac{dx}{d\xi} = C\left(\frac{\cos\vartheta}{kN^2} + A\frac{dB}{d\xi} + B\frac{dA}{d\xi}\right) + AB\frac{dC}{d\xi} = 0,$$

so finden wir hieraus

$$C = -AB\frac{dC}{d\xi} : \left(\frac{\cos\vartheta}{kN^2} + A\frac{dB}{d\xi} + B\frac{dA}{d\xi}\right).$$

Substituieren wir diesen Ausdruck in $\frac{dz}{d\xi}$, so kommt

$$\frac{dz}{d\xi} = -C\left(\frac{\sin\vartheta}{kN^2} + A\frac{dB'}{d\xi} + B'\frac{dA}{d\xi}\right) - AB'\frac{dC}{d\xi}$$

$$= \frac{A\frac{dC}{d\xi}}{\frac{\cos\vartheta}{kN^2} + A\frac{dB}{d\xi} + B\frac{dA}{d\xi}}\cdot\left(\frac{B\sin\vartheta}{kN^2} + AB\frac{dB'}{d\xi} + BB'\frac{dA}{d\xi}\right.$$

$$\left. - \frac{B'\cos\vartheta}{kN^2} - AB'\frac{dB}{d\xi} - BB'\frac{dA}{d\xi}\right)$$

$$=\frac{A\frac{dC}{d\xi}}{\frac{\cos\vartheta}{kN^2}+A\frac{dB}{d\xi}+B\frac{dA}{d\xi}}\cdot\left[\frac{B\sin\vartheta-B'\cos\vartheta}{k\,N^2}+A\left(B\frac{dB'}{d\xi}-B'\frac{dB}{d\xi}\right)\right].$$

Nun ist aber, wie eine einfache Rechnung ergiebt

$$\frac{B\sin\vartheta-B'\cos\vartheta}{k\,N^2}=-\frac{K}{kN^2},\quad A\left(B\frac{dB'}{d\xi}-B'\frac{dB}{d\xi}\right)=\frac{K}{kN^2},$$

daher

$$\frac{d\,z}{d\,\xi}=0.$$

Es verschwinden also die beiden Differentialquotienten gleichzeitig.

Eine Ausnahme hievon bildet jedoch die Bedingung $B=0$. In diesem Falle wird bekanntlich $\lambda=90°$ (vgl. Gl. 29) und der diesbezügliche Strahl tritt aus dem Prisma senkrecht zur ersten brechenden Fläche F aus. Da nun die Bildcurve die einhüllende Curve aller austretenden Strahlen ist, so muss die Tangente, die man in jenem Bildpuncte an die Curve legt, welcher von dem besprochenen Strahle erzeugt wird, dieselbe Richtung haben. Mathematisch wird aber die Richtung der Tangente durch $\frac{dz}{dx}=\frac{dz}{d\xi}:\frac{dx}{d\xi}$ bestimmt, welcher Ausdruck der trigonometrischen Tangente jenes Winkels entspricht, welcher zwischen der geometrischen Tangente und der X Axe liegt. In unserm Falle beträgt dieser Winkel $90°$ und es wird $dz:dx=\infty$. Dies kann nur eintreten, wenn $dz:d\xi=0$ ist, während $dz:d\xi$ einen endlichen von Null verschiedenen Werth behält. Dasselbe ergiebt übrigens auch die Rechnung. Man findet für $B=0$ oder für $M\cos\vartheta=K\sin\vartheta$,

$\frac{\cos\vartheta}{k\,N^2}=-A\frac{dB}{d\xi}$, daher $\frac{d\,x}{d\,\xi}=0$, während $\frac{d\,z}{d\,\xi}$ im Allgemeinen einen von Null verschiedenen Werth annimmt. Es ist wol kaum nöthig hinzuzufügen, dass für $B'=0$, wobei $\nu=90°$ wird, umgekehrt $\frac{d\,z}{d\xi}=0$ ist, dagegen $\frac{d\,x}{d\xi}$ einen von Null verschiedenen Werth besitzt.

Setzen wir nun

$$\frac{d\,x}{d\,\xi}=\frac{C\cos\vartheta}{kN^2}+AC\frac{dB}{d\xi}+BC\frac{dA}{d\xi}+AB\frac{dC}{d\,\xi}=0,$$

$$\frac{d\,z}{d\,\xi}=-\frac{C\sin\vartheta}{kN^2}-AC\frac{dB'}{d\xi}-B'C\frac{dA}{d\xi}-AB'\frac{dC}{d\,\xi}=0,$$

multiplicieren die erste Gleichung mit $\sin\vartheta$, die zweite mit $\cos\vartheta$ und addieren sie sodann, so kommt

$$AC\left(\frac{dB}{d\xi}\sin\vartheta-\frac{dB'}{d\xi}\cos\vartheta\right)+C\frac{dA}{d\xi}(B\sin\vartheta-B'\cos\vartheta)$$
$$+A\frac{dC}{d\xi}(B\sin\vartheta-B'\cos\vartheta)=0.$$

Es ist aber

$$B\cos\vartheta+B'\sin\vartheta=M,\quad B\sin\vartheta-B'\cos\vartheta=-K,$$

$$\frac{dB}{d\xi}\sin\vartheta-\frac{dB'}{d\xi}\cos\vartheta=\frac{B\cos\vartheta+B'\sin\vartheta}{K}\cdot\frac{dM}{d\xi}-\frac{\xi}{K}$$

$$=\frac{M}{K}\cdot\frac{dM}{d\xi}-\frac{\xi}{K}=-\frac{dK}{d\xi}.$$

Obige Bedingungsgleichung für die Bildung einer Spitze geht daher über in

$$-\frac{CK^2}{c^2N^3}\cdot\frac{dK}{d\xi}-CK.\left(\frac{2K}{c^2N^3}\cdot\frac{dK}{d\xi}-\frac{3K^2}{c^2N^4}\cdot\frac{dN}{d\xi}\right)-\frac{K^3}{c^2N^3}\cdot 3\,m^2\,\xi\,N=0.$$

Dividieren wir ferner diese Gleichung durch $-\,3\,\frac{K^2}{c^2N^3}$, so erhalten wir

$$C\left(\frac{dK}{d\xi}-\frac{K}{N}\,\frac{dN}{d\xi}\right)+m^2\,\xi\,KN=0,$$

oder

$$C\left[\frac{1}{K}\left(\xi-M\,\frac{dM}{d\xi}\right)-\frac{K}{N}\,\frac{dN}{d\xi}\right]+m^2\,\xi\,KN=0,$$

und endlich

$$C\left[\left(\xi-M\,\frac{dM}{d\xi}\right)N-K^2\,\frac{dN}{d\xi}\right]+m^2\,\xi\,K^2N^2=0.$$

Substituieren wir hierin aus den Gleichungen 27) und 30) die Ausdrücke für M, N, K, $dM:d\xi$ und $dN:d\xi$, so erhalten wir nach einigen leicht auszuführenden Rechnungen und Reductionen

$$C=-\frac{k\,\xi\,K^2N^2}{c^2M},$$

als Bedingungsgleichung zur Bildung einer Spitze.

Nehmen wir nun an, die Fläche F′ werde aus der zur Fläche F parallelen Lage ein wenig und zwar um den sehr kleinen Winkel $\triangle\vartheta$ herausgedreht. Dann können wir $\sin\vartheta=\triangle\vartheta$, $\cos\vartheta=1$ setzen und die höhern als ersten Potenzen von $\triangle\vartheta$ vernachlässigen. Wir finden mit Leichtigkeit

$$K^2=c^2+2\,k\,\xi\,\triangle\vartheta,$$

$$N^2=k^2+2\,k\,\xi\,\triangle\vartheta,$$

$$K^2N^2=c^2\,k^2+2\,k\,\xi\,(c^2+k^2)\,\triangle\vartheta,$$

$$M=\xi+k\,\triangle\vartheta,$$

$$-\frac{K^2N^2}{M}=\frac{c^2\,k^2\,\xi+k\,[n^2c^4+(3\,n^2+1)\,c^2\,\xi^2+2\,m^2\,\xi^4]\,\triangle\vartheta}{\xi^2},$$

endlich $C=k^3+\frac{k^2}{c^2\xi}\cdot[n^2c^4+(3\,n^2+1)\,c^2\,\xi^2+2\,m^2\,\xi^4]\,\triangle\vartheta.$

Andererseits ist der Bedeutung der Grösse C zufolge

$$C=k^3+n^2\,c^2\,b+m^2\,\xi^3\,\triangle\vartheta.$$

Setzen wir diese beiden Ausdrücke für dieselbe Grösse C einander gleich, so erhalten wir schliesslich als Bedingungsgleichung für die Spitzenbildung

$$n^2\,c^4\,b\,\xi=(n^4\,c^6+4\,n^4\,c^4\,\xi^2+5\,m^2\,n^2\,\xi^4+2\,m^4\,\xi^6)\,\triangle\vartheta.$$

Da $\triangle\vartheta$ eine sehr kleine Grösse ist, so muss auch ξ sehr klein und — wie man sieht — positiv sein. Entsprechend der Lagerung der von den einzelnen Strahlen herrührenden Bildpuncte (wovon früher die Rede war) wird daher die Spitze, welche in der Geraden SO liegt, so lange $\vartheta=0$ ist, bei kleiner Drehung der Fläche F′ nach der rechten Seite, d. h. nach derjenigen Seite rücken, auf welcher die brechende Kante liegt, im Falle als $n>1$ ist, — dagegen nach der linken Seite, sobald $n<1$ ist.

Es ist jedoch zu bedenken, dass ausser dieser einen Spitze noch eine zweite Spitze entstehen kann. Wird nämlich $n>1$ und ξ sehr gross angenommen, so kann es wol vorkommen, dass die höhern Potenzen von ξ

so bedeutende Werthe repräsentieren, dass ihre Producte mit der wenn auch kleinen Grösse $\Delta\vartheta$ doch gross genug sind, um der obigen Gleichung Genüge zu leisten. Auf der rechten Seite von SO wird sich daher zunächst in der Nähe des rechts gelegenen Endpunctes der bei paralleler Lage der beiden brechenden Flächen auftretenden Bildcurve (welcher Endpunct — wie bekannt — durch seine Coordinaten $x = \frac{m^2 b \xi^3}{k^3}$, $z = b - c - \frac{n^2 b c^3}{k^3}$ bestimmt wird) eine zweite Spitze bilden. Aus der Form der oben stehenden Bedingungsgleichung ist dann leicht ersichtlich, dass diese beiden Spitzen einander näher rücken, wenn $\Delta\vartheta$ — also der brechende Winkel zunimmt, indem die eine Wurzel der Gleichung, nämlich derjenige kleine Werth von ξ, dessen höhere Potenzen ohne bedeutenden Einfluss sind, gleichzeitig mit $\Delta\vartheta$ wächst, hingegen die andere Wurzel, jener grosse Werth von ξ, dessen höhere Potenzen ausschlaggebend sind, sich verringern müsse, wenn $\Delta\vartheta$ zunimmt. Wir können daher den ziemlich sichern Schluss ziehen, dass bei fortgesetzter Drehung der Fläche F' die beiden Spitzen sich einander nähern, bis sie sich in einen Punct vereinigen. Bei noch weiterer Drehung wird die Bildcurve jeglicher Spitze entbehren.

Von der Ortsbestimmung der Spitze in einzelnen Fällen, sowie von der Verfolgung des Weges, welchen die Spitzen durchschreiten, wenn die Fläche F' gedreht wird, und namentlich von der Feststellung der Grösse des brechenden Winkels, unter welchem die beiden Spitzen sich vereinigen, müssen wir absehen, da die Bedingungsgleichung der Spitzenbildung äusserst complicierter Natur ist.

Wenn n kleiner als 1 ist, so werden die zwei letzten Glieder in der Klammer negativ. Über das Vorhandensein einer zweiten Spitze kann daher nicht leicht ein endgiltiger Schluss gezogen werden, zumal hierbei zu berücksichtigen ist, dass ξ entsprechend dem Grenzwinkel der totalen Reflexion ein Maximum besitzt. Die früheren Überlegungen und Ergebnisse über die Bewegungen der von bestimmten Strahlen erzeugten Bildpuncte bei Drehung der Fläche F' erlauben aber kaum die Annahme der Bildung einer zweiten Spitze. —

Um nun unsere Ausführungen durch specielle Beispiele zu erläutern, dienen die nachfolgenden Tabellen, sowie die entsprechenden Figuren 4, 5 und 6 der Tafel. Die Berechnung der Coordinaten der Curvenpuncte erfolgte natürlich aus den Gleichungen 34).

In der Tabelle I sind die berechneten Coordinatenwerthe der Bildcurvenpuncte in Einheiten der Grösse c niedergelegt, wobei $b = c$, $n = \frac{3}{2}$, der brechende Winkel ϑ aber successive $0^0, 1^0, 2^0, .. 5^0$ gesetzt wurde. Aus der diesen Resultaten entsprechenden Figur 4 ist ersichtlich, wie die beiden Spitzen der Curven einander sich nähern, wenn ϑ zunimmt; bei $\vartheta = 5^0$ sind die Spitzen verschwunden.

Die Tabelle II enthält ebenso die Coordinatenwerthe der Bildcurvenpuncte für $n = \frac{3}{2}$, während der brechende Winkel successive von 10 zu 10 Graden grösser genommen wurde.

Verbindet man in Fig. 4 und 5 die den gleichen Werthen von ξ entsprechenden Puncte der einzelnen Curven durch krumme Linien, so erhält man die Wege, welche die einzelnen Bildpuncte durchschreiten, wenn der brechende Winkel des Prismas von Null an zunimmt, indem die Fläche F' um D gedreht wird. Man bemerkt leicht, dass alle diesbezüglichen Überlegungen von vorhin durch die Resultate der Rechnung bestätigt werden.

Die in der Tabelle III enthaltenen Resultate dienen endlich zur Construction einer Anzahl Strahlen, welche ein Prisma durchschreiten, dessen Brechungsexponent $n = \frac{3}{2}$, dessen brechender Winkel $\vartheta = 30^0$ beträgt und wenn der Abstand c des leuchtenden Punctes S von der ersten brechenden Fläche F gleich ist dem Abstande a des Fusspunctes des perpendikulären Strahles von der brechenden Kante. Die Fig. 6 versinnlicht unter den genannten Bedingungen den Gang der Strahlen.

Tabelle I. (Vgl. Fig. 4.)

$$n = \frac{3}{2},\ b = c = 1.$$

$\vartheta = 0^0$.			$\vartheta = 1^0$.		
ξ = −1·0,	x = −0·19090,	z = −0·34362	ξ = −1·0,	x = −0·23549,	z = −0·25575
−0·8,	−0·12015,	−0·42241	−0·8,	−0·14074,	−0·34639
−0·6,	−0·06086,	−0·50715	−0·6,	−0·06547,	−0·45459
−0·4,	−0·02086,	−0·58672	−0·4,	−0·01407,	−0·55417
−0·2,	−0·00287,	−0·64505	−0·2,	+0·00983,	−0·62939
0·0,	0·00000,	−0·66667	0·0,	+0·01454,	−0·66597
+0·2,	+0·00287,	−0·64505	+0·2,	+0·01585,	−0·65914
+0·4,	+0·02086,	−0·58672	+0·4,	+0·02845,	−0·61722
+0·6,	+0·06086,	−0·50715	+0·6,	+0·05801,	−0·55686
+0·8,	+0·12015,	−0·42241	+0·8,	+0·10034,	−0·49470
+1·0,	+0·19090,	−0·34362	+1·0,	+0·14628,	−0·44198
+1·2,	+0·26502,	−0·27606	+1·2,	+0·18639,	−0·40409
+1·4,	+0·33663,	−0·22082	+1·4,	+0·21342,	−0·38230
+1·6,	+0·40241,	−0·17684	+1·6,	+0·22252,	−0·37579
+1·8,	+0·46102,	−0·14229	+1·8,	+0·21069,	−0·38302
+2·0,	+0·51226,	−0·11526	+2·0,	+0·17602,	−0·40237
+∞,	+0·89443,	0·00000	+3·0,	−0·38117,	−0·64273

Die einzige Spitze erscheint in der Curve bei $\xi = 0$, in $x = 0$, $z = -\frac{2}{3}$.

Die eine Spitze der Curve bilden die Strahlen, welche sehr nahe dem perpendikulären Strahle liegen und das Bild des leuchtenden Punctes S nahe in $x = 0{\cdot}01454$, $z = -0{\cdot}66597$ entwerfen; die zweite Spitze erscheint bei ungefähr $\xi = +1{\cdot}6$, nahe in $x = +0{\cdot}22252$, $z = -0{\cdot}37579$.

$\vartheta = 2^0$.

ξ = — 1·0,	x = — 0·29772,	z = — 0·13269
— 0·8,	— 0·16999,	— 0·26646
— 0·6,	— 0·07194,	— 0·39915
— 0·4,	— 0·00814,	— 0·51949
— 0·2,	+ 0.02221,	— 0·61214
0·0,	+ 0·02906,	— 0·66387
+ 0·2,	+ 0·02910,	— 0·67170
+ 0·4,	+ 0·03678,	— 0·64574
+ 0·6,	+ 0·05673,	— 0·60391
+ 0·8,	+ 0·08356,	— 0·56340
+ 1·0,	+ 0·10683,	— 0·53579
+ 1·2,	+ 0·11594,	— 0·52669
+ 1·4,	+ 0·10236,	— 0·53769
+ 1·6,	+ 0·05987,	— 0·56838
+ 1·8,	— 0·01607,	— 0·61767
+ 2·0,	— 0·12891,	— 0·68439

Die beiden Spitzen erscheinen ungefähr bei ξ = 0·2, in x = 0·02910, z = — 0·67170 und bei ξ = 1·2 in x = 0·11594, z = — 0·52669.

$\vartheta = 3^0$.

ξ = — 1·0,	x = — 0·36104,	z = — 0·01983
— 0·8,	— 0·20068,	— 0·18250
— 0·6,	— 0·08049,	— 0·34064
— 0·4,	— 0·00306,	— 0·48278
— 0·2,	+ 0·03423,	— 0·59325
0·0,	+ 0·04355,	— 0·66037
+ 0·2,	+ 0·04256,	— 0·68275
+ 0·4,	+ 0·04571,	— 0·67254
+ 0·6,	+ 0·05693,	— 0·64835
+ 0·8,	+ 0·06954,	— 0·62867
+ 1·0,	+ 0·07210,	— 0·62523
+ 1·2,	+ 0·05680,	— 0·64043
+ 1·4,	+ 0·00231,	— 0·68702
+ 1·6,	— 0·08772,	— 0·75438
+ 1·8,	— 0·22155,	— 0·84551
+ 2·0,	— 0·40562,	— 0·95989

Die beiden Spitzen erscheinen ungefähr bei ξ = 0·2, in x = 0·04256, z = — 0·68275 und bei ξ = 1·0 in x = 0·07210, z = — 0·62523.

$\vartheta = 4^0$.

ξ = — 1·0,	x = — 0·43215,	z = + 0·09810
— 0·8	— 0·23575,	— 0·09432
— 0·6,	— 0·09130,	— 0·27893
— 0·4,	+ 0·00081,	— 0·44344
— 0·2,	+ 0·04587,	— 0·57268
0·0,	+ 0·05799,	— 0·65546
+ 0·2,	+ 0·05629,	— 0·69233
+ 0·4,	+ 0·05540,	— 0·69710
+ 0·6,	+ 0·05848,	— 0·69031
+ 0·8,	+ 0·05807,	— 0·69062
+ 1·0,	+ 0·04168,	— 0·71044
+ 1·2,	— 0·00333,	— 0·75616
+ 1·4,	— 0·08771,	— 0·83032
+ 1·6,	— 0·22012,	— 0·93360
+ 1·8,	— 0·40772,	— 1·06609
+ 2·0,	— 0·65676,	— 1·22789

Die beiden Spitzen erscheinen ungefähr bei ξ = 0·4 in x = 0·05540, z = — 0·69710 und bei ξ = 0·6 in x = 0·05848, z = — 0·69031.

$\vartheta = 5^0$.

ξ = — 1·0,	x = — 0·51160,	z = + 0·22117
— 0·8,	— 0·27563,	— 0·00179
— 0·6,	— 0·10460,	— 0·21388
— 0·4,	+ 0·00373,	— 0·40187
— 0·2,	+ 0·05709,	— 0·55038
0·0,	+ 0·07235,	— 0·64913
+ 0·2,	+ 0·07017,	— 0·70045
+ 0·4,	+ 0·06559,	— 0·72005
+ 0·6,	+ 0·06127,	— 0·72987
+ 0·8,	+ 0·04892,	— 0·74941
+ 1·0,	+ 0·01522,	— 0·79159
+ 1·2,	— 0·05337,	— 0·86332
+ 1·4,	— 0·16858,	— 0·96770
+ 1·6,	— 0·34012,	— 1·10605
+ 1·8,	— 0·57633,	— 1·27916
+ 2·0,	— 0·88468,	— 1·48780

Die Curve verläuft ohne Bildung einer Spitze.

Fig. 1.

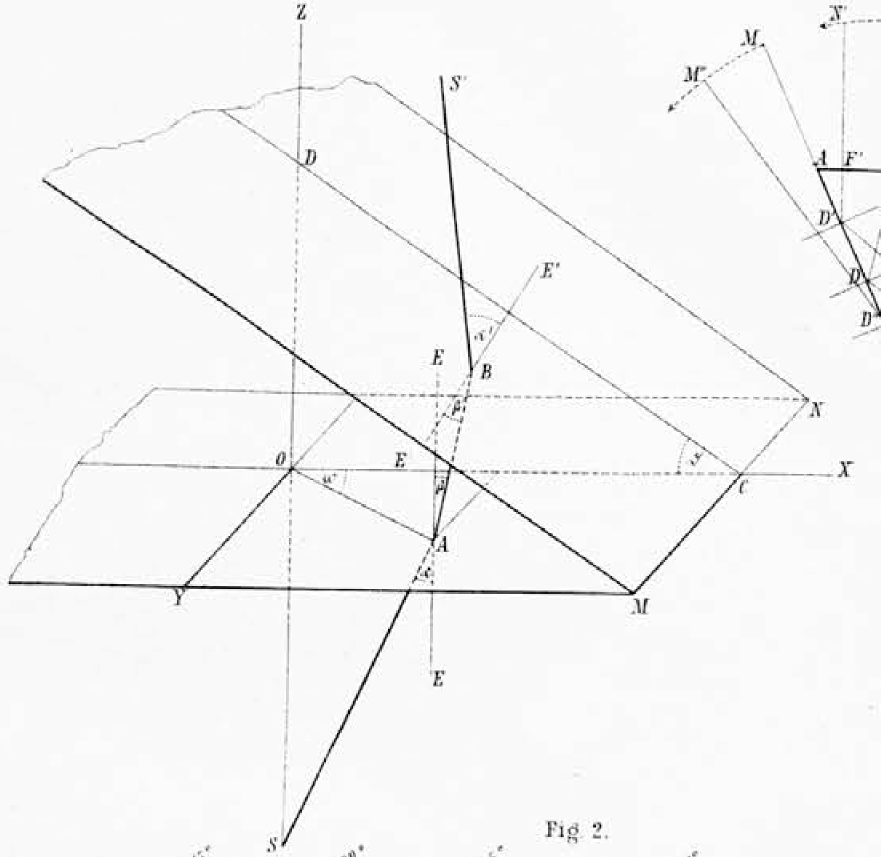


Fig. 3.

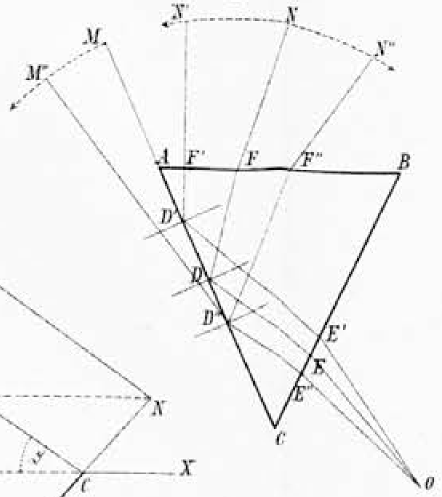


Fig. 2.

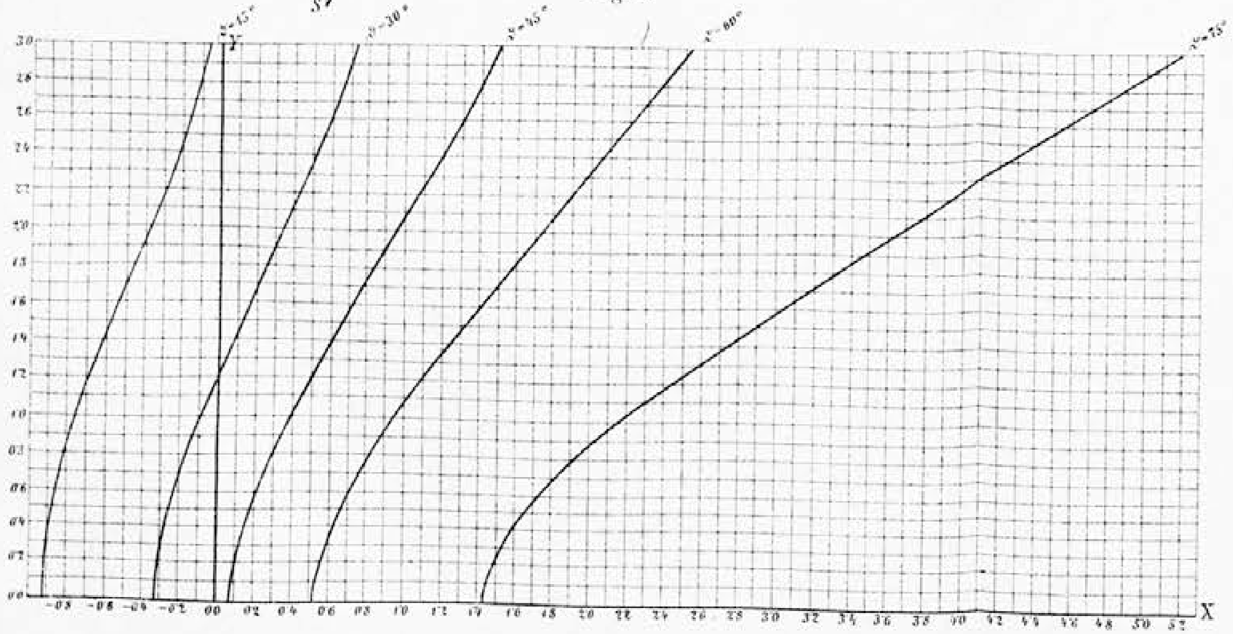


Fig. 4.

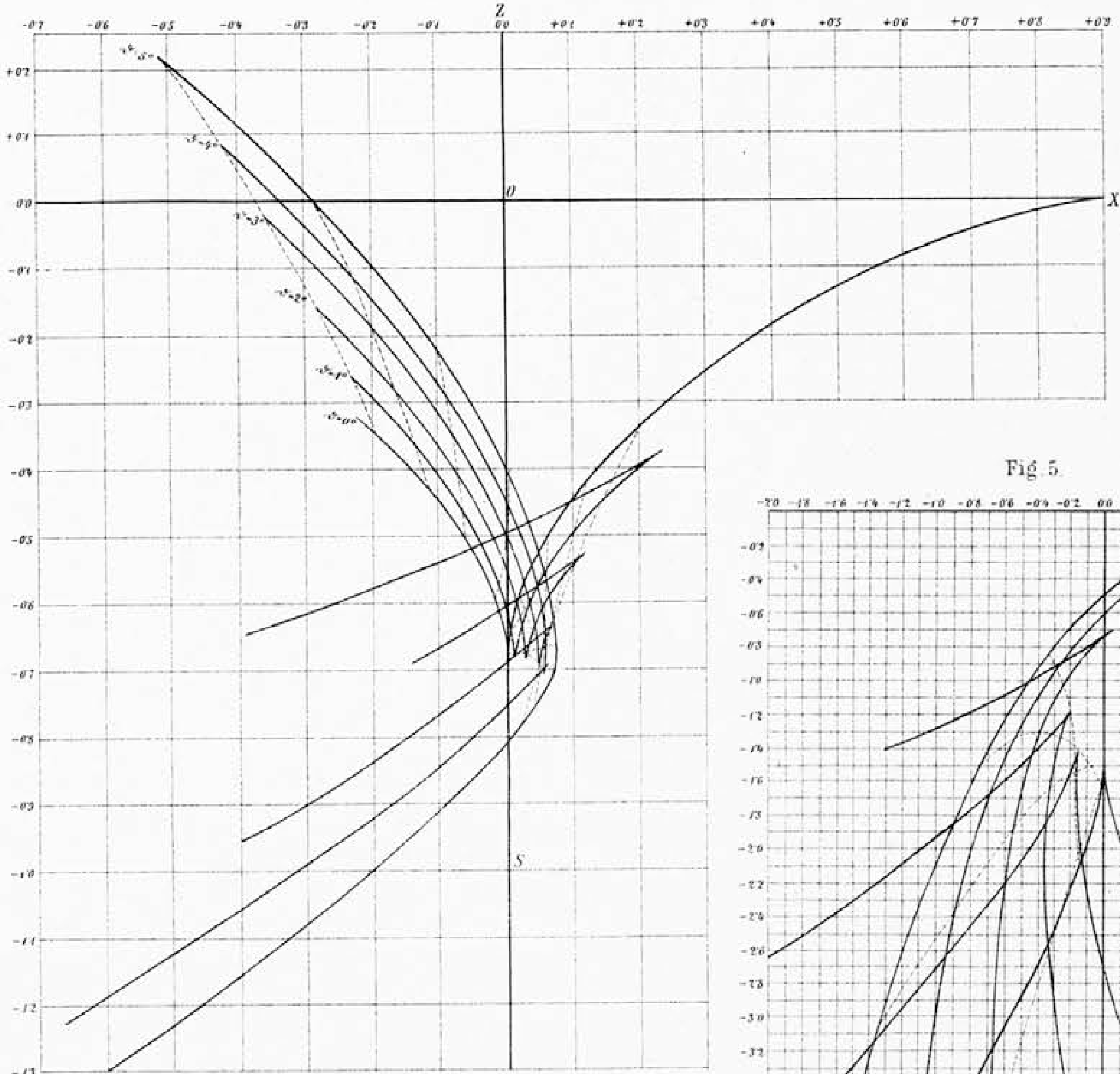


Fig. 5.

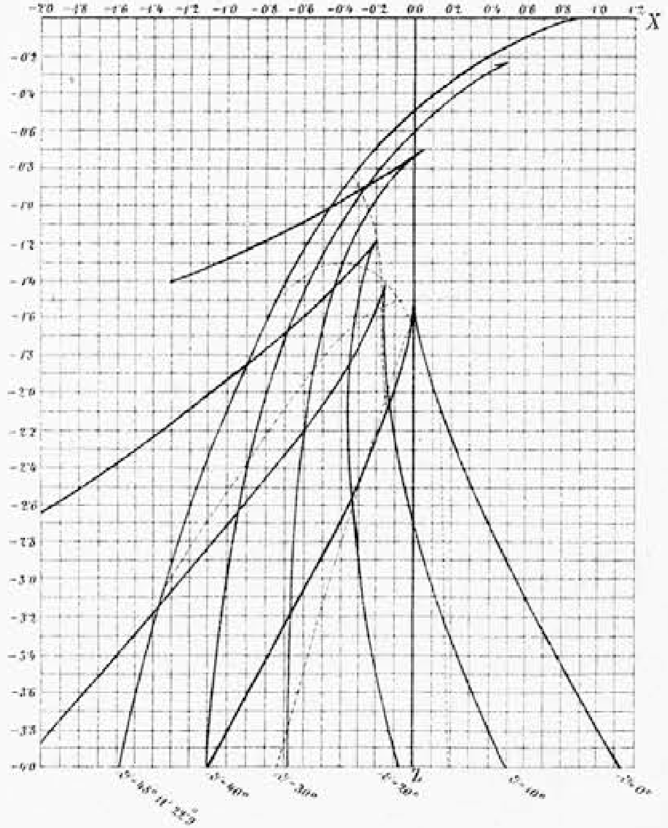
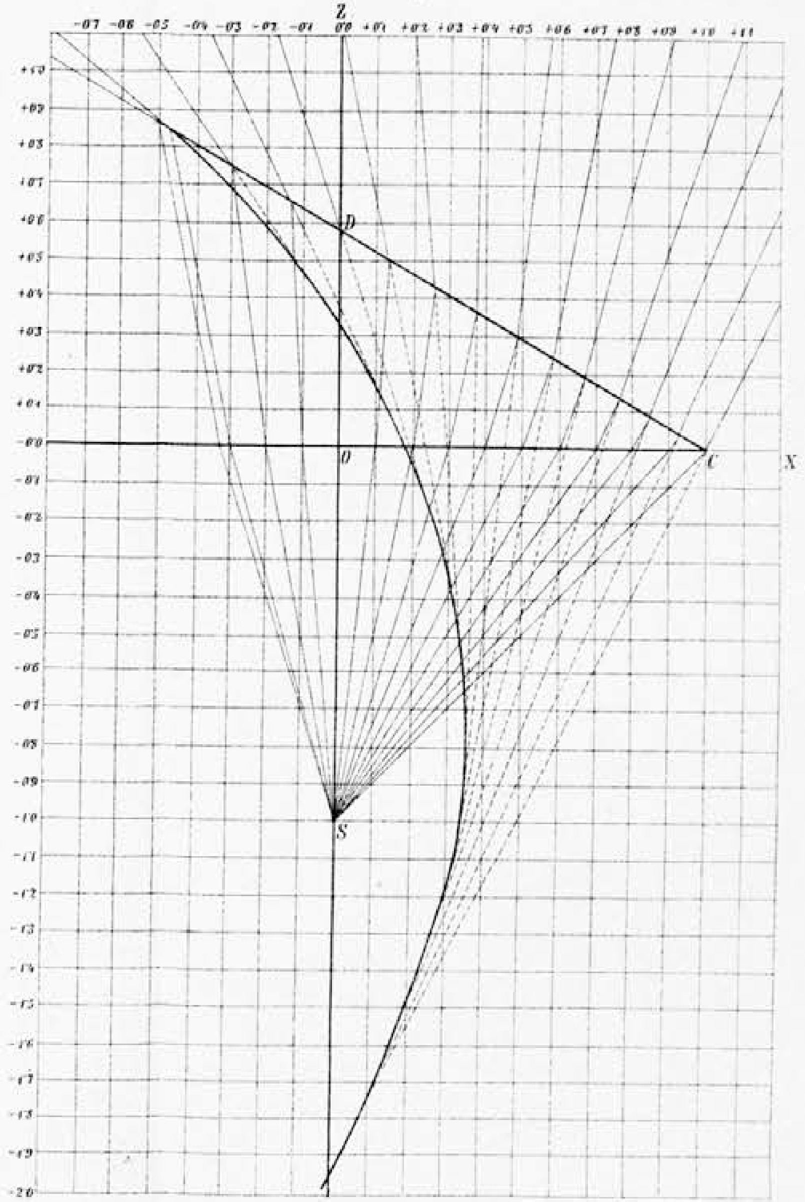


Fig. 6.



R. v. Waldheim, art. Anst. Wien

Tabelle II. (Vgl. Fig. 5.)

$$n = \frac{2}{3},\ b = c = 1.$$

$\vartheta = 0^0$.

ξ	x	z
$\xi = -$ 0·89443,	x = + ∞,	z = − ∞
− 0·8,	+ 10·7331,	− 16·7705
− 0·6,	+ 0·99291,	− 3·67745
− 0·4,	+ 0·16771,	− 2·09631
− 0·2,	+ 0·01620,	− 1.61997
0·0,	0·00000,	− 1·50000
+ 0·2,	− 0·01620,	− 1·61997
+ 0·4,	− 0·16771,	− 2·09631
+ 0·6,	− 0·99291,	− 3·67745
+ 0·8,	− 10·7331,	− 16·7705
+ 0·89443,	− ∞,	− ∞

Die Spitze erscheint bei $\xi = 0$ in $x = 0,\ z = \frac{3}{2}$.

$\vartheta = 10^0$.

ξ	x	z
$\xi = -$ 0·87040,	x = + ∞,	z = − ∞.
− 0·8,	+ 78·8023,	− 140·169
− 0·6,	+ 2·35384,	− 8·37789
− 0·4,	+ 0·17584,	− 3·19298
− 0·2,	− 0·12534,	− 1·95568
0·0,	− 0·14871,	− 1·53883
+ 0·2,	− 0·13521,	− 1·43092
+ 0·4,	− 0·17602,	− 1·53045
+ 0·6,	− 0·45542,	− 1·97997
+ 0·8,	− 2·73568,	− 4·50221
+ 0·89443,	− 99·4500,	− 85·0115

Die Spitze erscheint ungefähr bei $\xi = +0·2$ in $x = -0·13521,\ z = -1·43092$.

$\vartheta = 20^0$.

ξ	x	z
$\xi = -$ 0·80372,	x = + ∞,	z = − ∞
− 0·6,	+ 6·96336,	− 27·5804
− 0·4,	+ 0·18240,	− 5·65533
− 0·2,	− 0·32710,	− 2·55976
0·0,	− 0·31872,	− 1·66500
+ 0·2,	− 0·25087,	− 1·33433
+ 0·4,	− 0·19901,	− 1·21045
+ 0·6,	− 0·20783,	− 1·21814
+ 0·8,	− 0·68388,	− 1·65850
+ 0·89443,	− 9·59939,	− 7·48061

Die Spitze erscheint ungefähr bei $\xi = +0·4$ in $x = -0·19901,\ z = -12·1045$.

$\vartheta = 30^0$.

ξ	x	z
$\xi = -$ 0·70711,	x = + ∞,	z = − ∞
− 0.6,	+ 39·2286,	− 226·058
− 0·4,	− 0·00072,	− 12·7312
− 0·2,	− 0·68532,	− 3·73499
0·0,	− 0·54142,	− 1·81308
+ 0·2,	− 0·37688,	− 1·30599
+ 0·4,	− 0·23349,	− 1·01958
+ 0·6,	− 0·08214,	− 0·82563
+ 0·8,	− 0·05071,	− 0·70590
+ 0·89443,	− 1·31102,	− 1·40195

Die Spitze erscheint ungefähr bei $\xi = +0·8$ in $x = +0·05071,\ z = -0·70590$.

$\vartheta = 40^0$.

ξ	x	z
$\xi = -$ 0·59400,	x = + ∞,	z = − ∞
− 0·4,	− 2·60305,	− 45·6223
− 0·2,	− 1·51595,	− 6·39110
0·0,	− 0·87820,	− 2·36520
+ 0·2,	− 0·52749,	− 1·33805
+ 0·4,	− 0·27662,	− 0·90320
+ 0·6,	− 0·01180,	− 0·60334
+ 0·8,	+ 0·37228,	− 0·31556
+ 0·85,	+ 0·49300,	− 0·24896
+ 0·89443,	+ 0·43865,	− 0·26358

Die Spitze erscheint ungefähr bei $\xi = +0·85$ in $x = +0·49300,\ z = -0·24896$.

$\vartheta = 48^0 11' 22·9''$.

ξ	x	z
$\xi = -$ 0·49614,	x = + ∞,	z = − ∞
− 0·2,	− 3·44896,	− 12·0068
0·0,	− 1·33673,	− 3·01968
+ 0·2,	− 0·68240,	− 1·41142
+ 0·4,	− 0·31582,	− 0·84257
+ 0·6,	+ 0·02798,	− 0·48836
+ 0·8,	+ 0·51601,	− 0·16029
+ 0·89443,	+ 0·89443,	0·00000

Die Curve verläuft ohne Bildung einer Spitze.

Tabelle III. (Vgl. Fig. 6.)

$$n = \frac{3}{2},\ a = c = 1,\ \vartheta = 30^0.$$

ξ	ξ'	ζ'	x	z
$\xi = -$ 0·3225,	$\xi' = -$ 0·5040,	$\zeta' = +$ 0·8684,	x = − 0·5040,	z = + 0·8684
− 0·3,	− 0·4651,	+ 0·8459,	− 0·3979,	+ 0·7896
− 0·2,	− 0·2989,	0·7500,	− 0·0596,	+ 0·4203
− 0·1,	− 0·1439,	0·6604,	+ 0·1416,	+ 0·0895
0·0,	0·0000,	0·5773,	0·2575,	− 0·1884
+ 0·1,	+ 0·1333,	0·5004,	0·3197,	− 0·4189
0·2,	0·2566,	0·4292,	0·3479,	− 0·6127
0·3,	0·3709,	0·3632,	0·3541,	− 0·7816
0·4,	0·4771,	0·3019,	0·3447,	− 0·9358
0·5,	0·5764,	0·2446,	0·3225,	− 1·0845
0·6,	0·6696,	0·1907,	0·2878,	− 1·2349
0·7,	0·7578,	0·1398,	0·2399,	− 1·3928
0·8,	0·8418,	0·0913,	0·1768,	− 1·5629
0·9,	0·9228,	0·0448,	0·0964,	− 1·7489
1·0,	1·0000,	0·0000,	− 0·0038,	− 1·9542

Heinrich von Jettmar.

Jahresbericht.

I. Personalstand, Fächer- und Stundenvertheilung.

A. Lehrer.

1. Johann Gutscher, Director, Mitglied des Gemeinde- und Stadtschulrathes, Obmann des Marburger Spar- und Vorschussconsortiums und des Localausschusses des I. allgemeinen Beamten-Vereines, lehrte Latein in der VIII. Classe. 5 Stunden.
2. Johann Majciger (in der VIII. Rangclasse), Professor, Ordinarius der IV. Classe, lehrte Latein in der IV., Slovenisch für Slovenen in der II., III., V. und VIII. Classe, für Deutsche im II. Curse. 17 Stunden.
3. Franz Žager, Dr. der Theologie, Religions-Professor, lehrte Religion im Untergymnasium. 12 Stunden.
4. Albert von Berger, Professor, Ordinarius der VII. Classe, lehrte Latein in der III. A und VII. und Griechisch in der V. Classe. 16 Stunden.
5. Heinrich Ritter von Jettmar, Professor, Ordinarius der VIII. Classe, lehrte Mathematik in der III. A & B, VI.—VIII. und Physik in der VIII. Classe. 17 Stunden.
6. Josef Pajek, Dr. der Theologie, Professor, lehrte Religion in der V.—VIII. und Slovenisch für Slovenen in der I., IV. und VII. Classe, für Deutsche im III. Curse. 17 Stunden.
7. Franz Lang, Professor, Ordinarius der V. Classe, lehrte Deutsch in der V. und Geschichte und Geographie in der I. B, II., III. A, V. und VII. Classe und Stenographie in 2 Abtheilungen. 23 Stunden.
8. Johann Lipp, Professor, Ordinarius der II. Classe, lehrte Latein und Deutsch in der II. und Griechisch in der VII. und im I. Semester auch in der IV. Classe. Im I. Semester 19, im II. 15 Stunden.
9. Franz Horák, Professor, lehrte Deutsch in der IV. und Geschichte und Geographie in der I. A, III. B, IV., VI. und VIII. und steierm. Geschichte und Statistik in der IV. Classe. 21 Stunden.
10. Gustav Heigl, Dr. der Philosophie, Professor, Ordinarius der I. A Classe, lehrte Latein und Deutsch in der I. A und philosophische Propädeutik in der VII. und VIII. Classe. 15 Stunden.
11. Valentin Ambrusch, Professor, lehrte Mathematik in der I. A, Physik in der IV. und im II. Semester in der III. A und Naturgeschichte in der I. A & B, II., V., VI. und im I. Semester in der III. A und B Classe. Im I. Semester 20, im II. 18 Stunden.
12. Engelbert Neubauer, Professor, Ordinarius der I. B Classe, lehrte Latein in der I. B und VI. und Deutsch in der I. B Classe. 17 Stunden.
13. Rudolf Casper, Gymnasiallehrer, Ordinarius der VI. Classe, lehrte Latein in der V. und Griechisch in der VI. und VIII. Classe. 16 Stunden.
14. Josef Pravdič, geprüfter supplierender Gymnasiallehrer, lehrte Latein, Griechisch und Deutsch in der III. B und Slovenisch für Slovenen in der VI. Classe, für Deutsche im I. Curse. 18 Stunden.
15. Jacob Hirschler, geprüfter supplierender Gymnasiallehrer, lehrte Mathematik in der I. B, II., IV. und V., Physik in der VII. und im II. Semester in der III. B Classe und Schönschreiben. Im I. Semester 18, im II. 20 Stunden.

16. Josef Mayr, geprüfter supplierender Gymnasiallehrer, Ordinarius der III. A Classe, lehrte Griechisch in der III. A und Deutsch in der III. A und VI.—VIII. Classe. 17 Stunden.
17. Engelbert Potočnik, lehrte im I. Semester als Probecandidat Latein in der VI. Classe, 6 Stunden, verblieb im II. Semester in freiwilliger Dienstleistung an der Lehranstalt und lehrte selbständig Griechisch in der IV. Classe. 4 Stunden.
18. Josef Pichler, Probecandidat für classische Philologie und slovenische Sprache, lehrte im II. Semester Deutsch in der I. A und Slovenisch für Slovenen in der IV. Classe. 5 Stunden.
19. Rudolf Markl, Nebenlehrer, Turnlehrer an der k. k. Lehrerbildungsanstalt und an den beiden Mittelschulen, Turnwart des Turnvereines, lehrte Turnen in 3 Abtheilungen. 6 Stunden.
20. Josef Jonasch, Nebenlehrer, Professor an der k. k. Staatsrealschule, lehrte Zeichnen in der 2. und 3. Abtheilung. 4 Stunden.
21. Gustav Knobloch, Nebenlehrer, Professor an der k. k. Staatsrealschule, lehrte Zeichnen in der 1. Abtheilung. 3 Stunden.
22. August Němeček, Nebenlehrer, Professor an der k. k. Staatsrealschule, lehrte die französische Sprache. 2 Stunden.
23. Josef Schmidinger, Nebenlehrer, pens. Oberlehrer, lehrte Gesang in 3 Abtheilungen. 5 Stunden.

B. Gymnasialdiener:

Ferdinand Staudinger.

II. Schüler.

I. A Classe (32).

Bedentschitsch Josef.
von Berger Carl.
Cvirn Franz.
Daradin Ernst.
Diemat Alois.
Fekonja Anton.
Ferlinz Franz.
Holler Johann.
Karnitschnig Alfons.
Klobasa Ferdinand.
Križan Ferdinand.
Lebar Mathias.
Majciger Johann.
Markovič Johann.
Omuletz Josef.
Petz Ludwig.
Pipenbacher Josef.
Pleschiutschnik Franz.
Roth Oskar.
Schopper Eduard.
Schöppel Hugo.
Schrimpf Friedrich.
Schwarz Otto.
Sernec Johann.
Stadler Josef.
Supan Victor.
Šket Michael.
Terstenjak Ernst.
Vedlin Anton.
Vrabel Andreas.
Widmar Benjamin.
Wressounig Anton.

I. B Classe (30).

Bračko Johann.
Čerič Karl.
Egger Max.
Fritsch Otto.
Galler Edmund.
Jäger Theodor.
Kaas Georg.
Kaiser Franz.
Kellner Ignaz.
Klautschek Otto.
Kovačič Alois.
Kurbos Mathias.
Lewarth Franz.
Loh Franz.
Mallitsch Heinrich.
Miklautz Alexius.
Murmayr Robert.
Nerath Friedrich.
Osenjak Mathias.
Petelinschek Johann.
Pölzl Johann.
Schally Rudolf.
Schrambek Julius.
Spitzy Johann.
Steyer Rudolf.
Terstenjak Johann.
Vennigerholz Johann.
Wallner Victor.
Wottawa Alois.
Žmavc Johann.

II. Classe (48).

Baumann Rupert.
Edler von Bogdan Alexander.
Brilli Edler von Sannthal Victor.
Čižek Alois.
Eberl Franz.
Ekart Vincenz.
Friedl Franz.
Gaber Carl.
Gertscher Albert.

Gradiš Ferdinand.
Hladky Ernest.
Hyp Alois.
Jersche Anton.
Klinger Ernest.
Koscharoch Anton.
Kozar Jacob.
Kristan Georg.
Krottmaier Victor.
Kukovič Johann.
Lamprecht Josef.
Macher Carl.
Majcen Paul.
Malenšek Friedrich.
Matzl Adolf.
Meznarič Mathias.
Moser Carl.
Orosel Oskar.
Pachner Paul.
Papež Alois.
Pislak Martin.
Podgoršek Anton.
Probst Mathias.
Radaj Cyrill.
Rausch Franz.
Satter August.
Schleicher Alfred.
Sernec Franz.
Sernec Josef.
Sorko Hugo.
Spitzy Carl.
Strakl Anton.
Straschill Johann.
Stupan Alois.
Tertinek Matthäus.
Vodošek Josef.
Wagner Anton.
Welschegg Stefan.
Weltzebach Josef.

III. A Classe (29).

Exel Carl.
Fassler Otto.
Hallecker Franz.
Ipavic Carl.
Jodl Johann.
Kardinar Josef.
Koltscharsch Friedrich.
Konečnik Maximilian.
König Theobald.
Lackner Theodor.
Lunzer Rudolf.
Matjašič Jacob.
Medvešek Johann.
Mühmler Hugo.
Podvinski Anton.
Rošker Martin.
Schalaudek Friedrich.
Schöppel Friedrich.
Sparovitz Gustav.
Stebih Josef.
Strniša Anton.
Thurn Eugen.
Tominšek Franz.
Tomscheg Arthur.
Trafela Ludwig.
Vodošek Johann.
Weixl Josef.
Zernko Caspar.
Žolger Johann.

III. B Classe (31).

Birnbacher Rudolf.
Breznik Ferdinand.
Černec Jacob.
Drevenšek Franz.
Gebell Eduard.
Geyer Robert.
Granner Anton.
Has Jacob.
Hölzl Josef.
Korošak Johann.
Landvogt Alois.
Leppej Johann.
Lukeschitsch Adolf.
Meschko Franz.
Nowak Max.
Pajk Wilhelm.
Petritz Georg.
Petternel Max.
Podlesnik Michael.
Pogrujc Alois.
Prehauser Moriz.
Scheikl Gustav.
Serajnik Wolfgang.
Stolz Maximilian.
Šeligo Augustin.
Vavpotič Josef.
Vivat Eduard.
Wagner Mathias.
Weinberger Josef.
Zimšek Josef.
Živko Johann.

IV. Classe (46).

Adelsberger Josef.
Arledter Carl.
Bärnreiter Ferdinand.
Cilenšek Alois.
Čeh Eduard.
Diwisch Johann.
Folger Carl.
Golob Friedrich.
Hufschmid Albert.
Hüpfl Ludwig.
Jonasch Josef.
Kicker Heinrich.
Kokoschinegg Gustav.
Kokoschinegg Johann.
Korenini Alexander.
Korošak Bartholomäus.
Kunej Josef.
Kunerth Anton.
Lah Martin.
Loppitsch Josef.
Lunzer Justus.
Menhart Jacob.
Ozmec Josef.
Patzal Franz.
Pfrimer Julius.
Pintarič Anton.
Prossinagg Carl.
Radaj Constantin.
Rajšp Josef.
Rašl Franz.
Richter Max.
Sattler Franz.
Sieberer Friedrich.
Sirak Alois.
Sket Gregor.
Slekovec Alois.
Steferl Alois.
Strakl Matthäus.
Stramič Matthäus.
Šebat Anton.
Vavpotič Mathias.
Veršič Philipp.
Vrbnjak Matthäus.
Wabitsch Carl.
Wressnig Max.
Žmavc Jacob.

V. Classe (26).

Grubbauer Heinrich.
Hauptmann Franz.
Hieber Heinrich.
Hietzl Ludwig.
Ipavic Paul.
Janežič Franz.
Kittner Ignaz.
Klemenčič Franz.
Kotnik Josef.
Krivec Vincenz.
Kunerth Josef.
Misleta Franz.

Nedeljko Vincenz.
Pfannl Alfred.
Pipuš Jacob.
Reiser Ernest.
Sertschitsch Franz.
Sigl Rudolf.
Steinbrenner Carl.
Valenko Franz.
Veternik Anton.
Vidic Otto.
Weixler Victor.
Wessely Carl.
Zemljarič Franz.
Žmavec Josef.

VI. Classe (22).

Birgmayer Gottfried.
Faleskini Dominik.
Konradi Johann.
Lackmaier Ludwig.
Leutschacher Benedict.
Lorber Heinrich.
Malek Franz.
Medved Anton.
Medved Martin.
Meixner Victor.
Moravec Franz.
Murko Michael.
Ogrizek Franz.
Pototschnik Gustav.
Retschnigg Heinrich.
Rotner Johann.
Schöppel Alfred.
Šuta Alois.
Tschmelitsch Alois.
Urban Alois.
Vozlič Leopold.
Vrеže Johann.

VII. Classe (21).

Arzenšek Alois.
Atteneder Josef.
Barle Josef.
Čeh Ferdinand.
Duchatsch Conrad.
Glaser Johann.
Grossmann Carl.
Hirzer Wilhelm.
Hohl Adolf.
Karnitschnig Moriz.
Kittag Heinrich.
Krajnc Franz.
Lupša Mathias.
Mallitsch Othmar.
Marinič Jacob.
Pečovnik Hermann.
Pivec Stefan.
Sajnkovič Franz.
Schalaudek Josef.
Serpp Alois.
Sonns Richard.

VIII. Classe (11).

Čižek Josef.
Frank Friedrich.
Heric Martin.
Hubl Victor.
Kontschan Adolf.
Kraigher Camillo.
Pečnik Josef.
Požegar August.
Rogina Anton.
Rogozinski Ludwig.
Simonič Franz.

Privatisten.

Sladović Ferd. (I. A Cl.)
Hold Gottfried. (II. Cl.)

Die Vorzugsclasse erhielten: M. Šket der I. A; J. Schrambek der I. B; A. Strakl und G. Kristan der II.; J. Žolger der III. A; J. Žmavc, M. Vrbnjak, M. Strakl, J. Ozmec und J. Lunzer der IV.; J. Kotnik und J. Pipuš der V.; A. Medved und M. Murko der VI.; J. Pečnik und F. Frank der VIII. Classe.

III. Lehrplan.

A. Obligate Lehrgegenstände.

Classe.	Stundenzahl.	Religionslehre.	Lateinische Sprache.	Griechische Sprache.	Deutsche Sprache.	Slovenische Sprache.	Geschichte und Geographie.	Mathematik.	Naturwissenschaften.
I. A & B.	24	2 Stunden. Katholische Religionslehre	8 Stunden. Die regelmässige und das Nothwendigste aus der unregelmässigen Formenlehre, Vocabellernen, Übersetzungsübungen aus dem Übungsbuche, im II. Semester alle 14 Tage eine oder zwei schriftliche Arbeiten.	—	3 Stunden. Formenlehre, der einfache Satz, orthographische Übungen, Lesen, Erklären, Wiedererzählen, Memorieren und Vortragen ausgewählter Lesestücke, alle 14 Tage eine schriftliche Arbeit.	3 Stunden. Formenlehre, der einfache Satz, Lesen, Erklären, Wiedererzählen, Memorieren und Vortragen ausgewählter Lesestücke, monatlich eine schriftliche Arbeit.	3 Stunden. Die nothwendigen Vorbegriffe der mathematischen Geographie, allgemeine Begriffe der physikalischen und politischen Geographie, specielle Geographie der 5 Welttheile, Kartenskizzen.	3 Stunden. Die 4 Rechnungsarten mit ganzen unbenannten und benannten, ein- und mehrnamigen Zahlen, mit Decimal- und gewöhnlichen Brüchen. Linien, Winkel, Dreiecke, ihre Arten und Constructionen.	2 Stunden. Säuge- und wirbellose Thiere.
II.	25	2 Stunden. Katholische Liturgik.	8 Stunden. Ergänzung der regelmässigen Formenlehre, die unregelmässige Formenlehre und das Nothwendigste aus der Satzlehre, eingeübt an entsprechenden Stücken des Übungsbuches, Vocabellernen, alle 14 Tage eine schriftliche Arbeit.	—	3 Stunden. Ergänzung der Formenlehre, Wiederholung des einfachen Satzes, der zusammengesetzte Satz, Lesen, Erklären, Wiedererzählen, Memorieren und Vortragen ausgewählter Lesestücke, alle 14 Tage eine schriftliche Arbeit.	3 Stunden. Fortsetzung der Formenlehre, die Partikeln, Lesen, Erklären, Wiedererzählen, Memorieren und Vortragen ausgewählter Lesestücke, monatlich eine schriftliche Arbeit.	4 Stunden. Geschichte und Geographie des Alterthums, allgemeine Geographie von Europa, specielle von Südeuropa, Frankreich, Grossbritannien, Asien und Afrika, Kartenskizzen.	3 Stunden. Verhältnisse und Proportionen, Zweisatz, Regeldetri, einfache Interessenrechnung, wälsche Praktik, Mass-, Münz- und Gewichtskunde. Vielecke, Umfang und Inhalt geradliniger Figuren, Verwandlung und Theilung derselben, Ähnlichkeitslehre.	2 Stunden. I. Semester: Vögel, Reptilien, Amphibien und Fische. II. Semester: Botanik.
III. A & B.	26	2 Stunden. Geschichte der göttlichen Offenbarung des alten Bundes.	6 Stunden. Wiederholung aus der Formenlehre, die Congruenz- und Casuslehre, eingeübt an ausgewählten Stücken des Übungsbuches, die Bücher I, V & X des Lesebuches in der A, II, III & V in der B Classe, alle 14 Tage eine schriftliche Arbeit. Privatlectüre: Die Bücher II & XII des Lesebuches in der A und I in der B Classe.	5 Stunden. Die Formenlehre bis zu den Verben auf $\mu\iota$, eingeübt an entsprechenden Stücken des Übungsbuches, Vocabellernen, im II. Semester alle 14 Tage eine schriftliche Arbeit.	3 Stunden. Beendigung der Satzlehre, Wiederholung von Abschnitten derselben und der Formenlehre, Lesen, Erklären, Wiedererzählen, Memorieren und Vortragen ausgewählter Lesestücke, monatlich eine oder zwei schriftliche Arbeiten.	2 Stunden. Wiederholung entsprechender Partien der Formenlehre, die Wortbildungslehre, Lesen, Erklären, Wiedererzählen, Memorieren und Vortragen ausgewählter Lesestücke, monatlich eine schriftliche Arbeit.	3 Stunden. Geschichte des Mittelalters mit Hervorhebung der österr.-ungarischen Geschichte, Geographie Deutschlands, der Schweiz, Belgiens, der Niederlande, Nord- und Osteuropas, Amerikas und Australiens, Kartenskizzen.	3 Stunden. Die vier Rechnungsarten mit ein- und mehrgliedrigen besonderen und algebraischen Ausdrücken, Potenzen und Wurzeln. Die Lehre vom Kreise, der Ellipse, Parabel und Hyperbel.	2 Stunden. I. Semester: Mineralogie. II. Semester. Allgemeine Eigenschaften der Körper, Wärmelehre und Chemie.
IV.	27	2 Stunden. I. Semester: Geschichte der göttlichen Offenbarung des neuen Bundes. II. Semester: Kirchengeschichte.	6 Stunden. Wiederholung von Partien der Formen- und Casuslehre, die Tempus- und Moduslehre, eingeübt an entsprechenden Stücken des Übungsbuches, Elemente der Prosodie und Metrik, Cæs. bell. Gall. I, III, IV, 1-10, eine kleine Auswahl aus Ovid, alle 14 Tage eine schriftliche Arbeit. Privatlectüre: Cæs. bell. Gall. II.	4 Stunden. Wiederholung des Nomens und der Verben auf ω, die Verben auf $\mu\iota$ und der übrigen Classen, eingeübt an ausgewählten Sätzen des Übungsbuches, ausgewählte Lesestücke, Vocabellernen, monatlich 1 od. 2 schriftl. Arbeiten.	3 Stunden. Ergänzende Wiederholung der Grammatik, die Lehre von den Geschäftsaufsätzen, Grundzüge der Prosodie und Metrik, Lesen, Erklären, Wiedererzählen, Memorieren und Vortragen ausgewählter Lesestücke, monatlich eine oder zwei schriftliche Arbeiten.	2 Stunden. Fortsetzung und Beendigung der Syntax, Lesen, Erklären, Wiedererzählen, Memorieren und Vortragen ausgewählter Lesestücke, monatlich eine schriftliche Arbeit.	4 Stunden. Übersicht der Geschichte der neueren und neuesten Zeit mit besonderer Berücksichtigung der Geschichte Oesterreich-Ungarns, österr.-ungarische Vaterlandskunde, Kartenskizzen.	3 Stunden. Zusammengesetzte Verhältnisse und Proportionen, Interessen-, Termin-, Gesellschafts-, Ketten- und Zinseszinsrechnung, Gleichungen des ersten Grades. Lage der Linien und Ebenen im Raume, Berechnung der Oberfläche und des Inhaltes der Körper.	3 Stunden. Mechanik, Magnetismus, Elektricität, Akustik und Optik.

Classe.	Stundenzahl.	Religionslehre.	Lateinische Sprache.	Griechische Sprache.	Deutsche Sprache.
V.	27	2 Stunden. Einleitung in die katholische Religionslehre.	6 Stunden. Livius I, 1—22. Ovid. Trist. I, 1; ex Ponto IV, 4. Heroid. 1; Metamorph. I, 89—162. II, 1—366. VI, 146—312. VIII, 611—724. XII, 1—145. Wiederholung ausgewählter Abschnittte der Grammatik, wöchentlich 1 Stunde grammat.-stilistische Übungen, alle 14 Tage eine schriftliche Arbeit.	5 Stunden. Xenophon: Die Abschnitte V & VIII der Kyropädie; Homer A, B, 1—120. Wöchentlich 1 Grammatikstunde (Wiederholung von Partien der Formenlehre, Erklärung und Einübung der dialektischen Formenlehre und der Syntax bis zur Lehre von den Präpositionen inclus.), monatlich eine schrifliche Arbeit. Privatlectüre: Xen. Kyrop. VI, Anab. III; Hom. Γ und Z.	2 Stunden. Metrik, Grundformen der Dichtkunst, Formen der epischen und lyrischen Poesie in Verbindung mit einschlägiger Lectüre, Vorträge memorierter poetischer Stücke, monatlich eine schriftliche Arbeit.
VI.	26	2 Stunden. Katholische Glaubenslehre.	6 Stunden. Sallust. bell. Jugurth., Cic. orat. Catil. I. & III., Verg. Aen. II & III, 1—401. Wiederholung ausgewählter Abschnitte der Grammatik, wöchentlich 1 Stunde grammat.-stilistische Übungen, alle 14 Tage eine schriftliche Arbeit. Privatlectüre: Sall. Catil. 1—20, Cic. orat. Cat. II. & IV. und pro Archia poeta; Verg. Aen. I & IV, 1—304.	5 Stunden. Homer Π und T; Herod. VI, 1—73. Wöchentlich 1 Grammatikstunde (Wiederholung von Partien der Formenlehre, die Genus-, Tempus- und Moduslehre), monatlich eine schriftliche Arbeit. Privatlectüre: Homer M und Υ; Herod. V, 1—50. VII, 1—15.	3 Stunden. Die Formen der dramatischen Poesie, die Lehre vom Stile und Literaturgeschichte bis Klopstock (exclus.) im Anschlusse an das Lesebuch, Vorträge memorierter poetischer Stücke, monatlich eine schriftliche Arbeit. Privatlectüre: Göthe's Iphigenie auf Tauris.
VII.	27	2 Stunden. Katholische Sittenlehre.	5 Stunden. Cic. orat. pro lege Manilia et pro Ligario. Vergil. Eklog. VI. & IX., Georg. I, Aen. VI. Wiederholung ausgewählter Abschnitte der Grammatik, wöchentlich 1 Stunde grammat.-stilistische Übungen, alle 14 Tage eine schriftliche Arbeit. Privatlectüre: Cic. orat. pro Marcello; Verg. Aen. III & V.	4 Stunden. Demosth. II. & III. olynthische und die Friedensrede. Hom. ϱ, σ, τ & υ, 1—225. Alle 14 Tage 1 Grammatikstunde (Wiederholung ausgewählter Abschnitte der Grammatik und Beendigung der Syntax), monatlich eine schriftliche Arbeit. Privatlectüre: Homer Z, ι, $\varkappa$.	3 Stunden. Literaturgeschichte von Klopstock bis Schiller (inclus.) im Anschlusse an das Lesebuch, Schillers Abhandlung über naive und sentimentalische Dichtung, Vorträge memorierter poetischer Stücke, monatlich eine schriftliche Arbeiten.
VIII.	27	2 Stunden. Geschichte der christlichen Kirche.	5 Stunden. Tacit. Germania und Annal. I, 1. 16—30. 55—72. Horaz: Auswahl aus den Oden, Epoden, Satiren und Episteln. Wiederholung der Tempus- und Moduslehre, wöchentlich 1 Stunde grammat.-stilistische Übungen, alle 14 Tage 1 oder 2 schriftliche Arbeiten. Privatlectüre: Liv. II, 1—33: Vergil. Aen. VI, 1—97.	5 Stunden. Sophokl. Elektra; Plat. Apologie und Kriton; Hom. τ, υ, φ. Wöchentlich 1 Grammatikstunde (Wiederholung ausgewählter Abschnitte der Grammatik), monatlich eine schriftliche Arbeit.	3 Stunden. Literaturgeschichte von Schillers Tode an im Anschlusse an das Lesebuch, Lessing's Laokoon und Göthe's Götz von Berlichingen, freie Vorträge, monatlich eine schriftliche Arbeit.

Slovenische Sprache.	Geschichte und Geographie	Mathematik.	Naturwissenschaften.	Philosoph. Propädeutik.
2 Stunden. Metrik, Formen der lyrischen Poesie mit entsprechenden Lesestücken, Vorträge memorierter poetischer Stücke, Wiederholung der Grammatik, monatlich eine schriftliche Arbeit.	4 Stunden. Geschichte und Geographie des Alterthums, Erweiterung der geographischen Kenntnisse.	4 Stunden. Einleitung, die Grundoperationen mit ganzen Zahlen, Theilbarkeit der Zahlen, gemeine, Decimal- und Kettenbrüche, Verhältnisse und Proportionen. Longimetrie und Planimetrie.	2 Stunden. I. Semester: Mineralogie in Verbindung mit Geognosie. II. Semester: Botanik.	—
2 Stunden. Elemente der epischen und dramatischen Poesie in Verbindung mit entsprechender Lectüre, Vorträge memorierter poetischer Stücke, monatlich eine schriftliche Arbeit.	3 Stunden. Geschichte des Mittelalters mit Hervorhebung der österr.-ungarischen Geschichte, Erweiterung der geographischen Kenntnisse.	3 Stunden. Potenzen, Wurzeln, Logarithmen, Gebrauch der Logarithmentafeln, Gleichungen des ersten Grades mit einer und mehreren Unbekannten. Stereometrie, Goniometrie und ebene Trigonometrie.	2 Stunden. Somatologie des Menschen und systematische Besprechung des gesammten Thierreiches.	—
2 Stunden. Literaturgeschichte von Trubar an und altslovenische Literaturgeschichte bis Cyrill und Method, Lesen und Erklären ausgewählter Lesestücke, Vorträge memorierter poetischer Stücke, monatlich eine schriftliche Arbeit,	3 Stunden. Geschichte der Neuzeit bis 1815 mit Hervorhebung der österr.-ungarischen Geschichte, Erweiterung der geographischen Kenntnisse.	3 Stunden. Unbestimmte, quadratische, Exponential- und einige höhere Gleichungen. Progressionen nebst ihrer Anwendung auf die Zinseszinsrechnung, Combinationslehre und binomischer Lehrsatz. Anwendung der Trigonometrie, der Algebra auf die Geometrie und analytische Geometrie der Ebene.	3 Stunden. Einleitung und allgemeine Eigenschaften der Körper, Mechanik fester, flüssiger und luftförmiger Körper, Chemie.	2 Stunden. Formale Logik,
2 Stunden. Altslovenische Formenlehre mit Lese- und Übersetzungsübungen, übersichtliche Zusammenfassung der slovenischen Literatur, freie Vorträge, monatlich eine schriftliche Arbeit.	3 Stunden. Geschichte der Neuzeit von 1815 bis zur Gegenwart und Geschichte, Geographie und Statistik Österreich-Ungarns.	2 Stunden. Wiederholung des gesammten mathematischen Lehrstoffes und Übung im Lösen mathematischer Probleme.	3 Stunden. Magnetismus, Elektricität, Wellenlehre, Akustik und Optik.	2 Stunden. Empirische Psychologie.

B. Freie Lehrgegenstände.

1. **Slovenische Sprache** für Schüler deutscher Muttersprache in 3 Cursen zu je 2 Stunden.
   I. Curs: Laut- und Formenlehre, Vocabellernen, Übersetzen und Sprechübungen.
   II. Curs: Beendigung der Formenlehre, Vocabellernen, Satzlehre, Übersetzen und Sprechübungen.
   III. Curs: Wiederholung der Grammatik, Übersetzen, Sprechübungen und schriftliche Arbeiten.
2. **Steiermärkische Geschichte, Geographie und Statistik**, 2 Stunden. Dieser Unterricht wurde vom 13. November 1882 an ertheilt.
3. **Stenographie.** Untere Abtheilung, 2 Stunden: Lehre von der Wortbildung und Wortkürzung und Einübung derselben.
   Obere Abtheilung: Wiederholung der Lehre von der Wortbildung und Wortkürzung, die Lehre von der Satzkürzung, schnellschriftliche Übungen, Übertragung gedruckter und eigener Stenogramme.
4. **Zeichnen.** I. Abtheilung, 3 Stunden: Die geometrische Formenlehre und das geometrische Ornament.
   II. Abtheilung, 2 Stunden: Fortsetzung des geometrischen Ornamentes, das Flachornament, Zeichnen von Ornamenten in Farbe, die Perspective und elementare Schattengebung.
   III. Abtheilung, 2 Stunden: Kopfstudien, Zeichnen nach dem Runden in verschiedenen Manieren, Stillehre.
5. **Gesang.** I. Abtheilung (Anfänger) 2, II. (Sopran und Alt), III. (Tenor und Bass) und Gesammtchor je 1 Stunde: Das Ton- und Notensystem, Bildung der Tonleiter, Kenntnis der Intervalle und Vortragszeichen, Einübung vierstimmiger Gesänge und Messen im einzelnen, im Gesammtchore und für Männerstimmen.
6. **Turnen** in 3 Abtheilungen zu je 2 Stunden: Ordnungs-, Frei- und Geräthübungen.
7. **Französische Sprache**, 2 Stunden: Regeln über die Aussprache, Formenlehre der Nennwörter, die Hilfs- und regelmässigen Zeitwörter in ihrer geschichtlichen Entwicklung auf Grundlage der lateinischen Conjugationen, schriftliche Übungen.

C. Lehr-, Hilfs- und Übungsbücher.

Religionslehre: Dr. F. Fischer's Lehrbücher der kath. Religion (I.), der Liturgik (II.), der Geschichte der göttlichen Offenbarung des alten und neuen Bundes (III. IV.) und der Kirchengeschichte (IV.); Dr. A. Wappler's Lehrbücher der kath. Religion für die oberen Klassen der Gymnasien (V.—VII.); Dr. B. Kaltner's Lehrbuch der Kirchengeschichte (VIII.).

Lateinische Sprache: C. Schmidt's lat. Schulgrammatik (I.—VI.); Dr. F. Schultz'ens kleine lat. Sprachlehre (VII. VIII.) und Aufgabensammlung zur Einübung der lat. Syntax (III.—V.); Dr. J. Hauler's lat. Übungsbuch (I. II.); Dr. E. Hoffmann's Historia antiqua (III.); Caesar's bell. Gallicum (IV.); Ovid (IV. V.); Livius (V.); Sallust's bell. Jugurthin. (VI.); Cicero und Vergil (VI. VII.); Tacitus und Horaz (VIII.); C. Süpfle's Aufgaben zu lat. Stilübungen, 2. Th. (VI.—VIII.).

Griechische Sprache: Dr. G. Curtius' griech. Schulgrammatik (III.—VIII.); Dr. C. Schenkl's griech. Elementarbuch (III.—V.), Chrestomathie aus Xenophon (V.) und Übungsbuch zum Übersetzen (VI.—VIII.); Homer (V.—VIII.); Herodot (VI.); Demosthenes (VII.); Platon und Sophokles (VIII.).

Deutsche Sprache: Dr. F. Willomitzer's deutsche Grammatik für österr. Mittelschulen (I.); A. Heinrich's Grammatik der deutschen Sprache (II.—IV.); A. Neumann's und O. Gehlen's deutsche Lesebücher (I.—IV.); Dr. A. Egger's Lehr- und Lesebücher für Obergymnasien, 1. & 2. Th. (V.—VIII.); Schiller's Abhandlung über naive und sentimentalische Dichtung (VII.), Göthe's Götz von Berlichingen und Lessing's Laokoon (VIII.), Textausgaben.

Slovenische Sprache. Für Slovenen: Janežič'ens Slovenska Slovnica (I.—VII.) und Cvetnik für Unter- (I. II.) und Obergymnasien (V.—VIII.); Bleiweis'ens (III. IV.) und Dr. F. Miklosich's (V.—VIII.) Lesebücher.

Für Deutsche: Dr. J. Sket's (I. II.) und Janežič'ens slovenische Sprach- und Übungsbücher (III.); Dr. A. Gindely's Lehrbuch der allgemeinen Geschichte für Obergymnasien, 1. Bd. (III. Curs).

Geschichte und Geographie: Dr. A. Gindely's Lehrbücher der allgemeinen Geschichte für Unter- (I.—IV.) und Obergymnasien (V.—VIII.); G. Herr's Lehrbücher der Erdbeschreibung (I.—III.); Dr. E. Hannak's Lehrbücher der österr. Vaterlandskunde (IV. VIII.); Atlanten von Stieler und Kozenn (I.—VIII.), Sydow (V.—VIII.), Putzger (II.—VIII.) und Steinhauser (IV. VIII.); Atlas antiquus von Kiepert (II. V.).

Mathematik: Dr. F. R. v. Močnik's Lehrbücher der Arithmetik und Geometrie für Unter- (I.—IV.), der Arithmetik und Algebra (V.—VIII.) und Geometrie für Obergymnasien (V.—VII.); Dr. Th. Wittstein's Lehrbuch der Elementar-Mathematik, I, 2. II, 1. & 2. III, 2 (VIII.); Dr. A. Gernerth's logarithmisch-trigonometrisches Handbuch (VI.—VIII.); E. Heis'ens Aufgabensammlung aus der allgemeinen Arithmetik und Algebra (V.—VIII.).

Naturlehre: Dr. J. Krist's Anfangsgründe der Naturlehre für die unteren Classen (III. IV.) und P. Münch's Lehrbuch der Physik (VII. VIII.).

Naturgeschichte: Dr. A. Pokorny's illustrierte Naturgeschichte (I.—III.); Dr. M. Wretschko's Vorschule der Botanik (V.); Dr. F. v. Hochstetter's und Dr. A. Bisching's Leitfaden der Mineralogie und Geologie (V.); Dr. O. Schmidt's Leitfaden der Zoologie (VI.).
Philosophische Propädeutik: Dr. G. A. Lindner's Lehrbücher der formalen Logik (VII.) und empirischen Psychologie (VIII.).
Französische Sprache: Dr. C. Plötz'ens Elementar-Grammatik der französischen Sprache.
Steiermärkische Geschichte: Dr. C. Hirsch's Heimatkunde des Herzogthums Steiermark.
Stenographie: R. Fischer's theoretisch-praktischer Lehrgang der Gabelsberger'schen Stenographie.

D. Themen.

a) Für die deutschen Aufsätze.

V. Classe.

1. a) „Principiis obsta; sero medicina paratur, * cum mala per longas invaluere moras" (mit besonderer Beziehung auf das Leben eines Gymnasialschülers) oder b) Was soll die Poesie in einem werkthätigen Leben? 2. Durch welche Verhältnisse wurde Europa in den Stand gesetzt schon im Alterthume die Blüte der Cultur zu entwickeln? 3. Über die Baukunst bei den orientalischen Völkern des Alterthums. 4. Über den historischen Wert der griechischen Sagen. 5. a) Beschreibung eines Gemäldes nach eigener Wahl oder b) Mein Lieblingsplätzchen in den Ferien. 6. Charakteristik Rudiger's von Pechlarn. (Nach dem Nibelungenliede.) 7. Das Nibelungenlied, ein Ehrendenkmal Österreichs. (Disposition.) 8. Disposition von Bürger's Ballade „Der wilde Jäger". 9. Welche Tugenden haben die alten Römer zur Weltherrschaft befähigt? (Disposition.) 10. Wozu sollen wir die Ferien benützen?

VI. Classe.

1. Die Vorboten des Winters. (Betrachtung.) 2. „Es soll der Sänger mit dem König gehen, * Sie beide wohnen auf der Menschheit Höhen!" (Schiller: Jungfr. v. Orl.) 3. Wie äussert sich die sittliche Macht reiner Weiblichkeit in Goethe's Iphigenie in subjectiver und objectiver Richtung? 4. Poesie und Prosa. (Charakteristik nach Grillparzer's Gedicht „Die Schwestern".) 5. Der Tod des Patroklos. (Nach Homer.) 6. a) Selbstgewähltes Thema oder b) Walther von Aquitanien. 7. „In Deiner Brust sind Deines Schicksals Sterne". (Schiller: Piccolomini). Chrie. 8. Die Gestalt der Nibelungensage bis zu Siegfried's Tod in der Edda. 9. Es sollen zu folgenden Themen die Dispositionen gegeben werden: a) Achilleus und Siegfried. (Vergleich.) b) Ferro nocentius aurum. (Ovid.) Chrie. 10. a) Der Meistersang oder b) Priamos' Tod. (Nach Vergil.)

VII. Classe.

1. Warum pflegt die Nachwelt gerechter und richtiger über grosse Männer zu urtheilen als die Zeitgenossen? 2. Es soll der Eingang der Ilias mit dem Eingang des Messias verglichen werden. 3. a) Wie schildert Demosthenes in der 2. olynthischen Rede die Machtstellung Macedoniens? oder b) Lessing als Kritiker. 4. Welcher von den beiden Hauptthelden der Ilias erregt unser Interesse in höherem Grade, Achilleus oder Hektor? 5. „Wir Menschen werden wunderbar geprüft, * Wir könnten's nicht ertragen, hätt' uns nicht * Den holden Leichtsinn die Natur verlieh'n". (Goethe: Tasso.) 6. a) Eine Überschwemmung (Nach Bürger's Lied vom braven Mann) oder b) Der Hainbund. 7. Wie unterscheidet sich nach Schiller die naive Poesie von der sentimentalischen? 8. Die Exposition des Trauerspiels „Egmont" von Goethe. 9. „Etwas fürchten und hoffen und sorgen * Muss der Mensch für den kommenden Morgen, * Dass er die Schwere des Daseins ertrage * Und das ermüdende Gleichmass der Tage, * Und mit erfrischendem Windesweben * Kräuselnd bewege das stockende Leben". (Schiller: Braut v. Messina.) 10. Auf welche Weise erweckt Schiller in seinem Drama „Maria Stuart" unser Mitleid für die Heldin?

VIII. Classe.

1. Nicht die Gewalt der Arme, sondern die Kraft des Gemüthes ist es, welche die Siege erkämpft. (Fichte.) 2. Das Wesen der romantischen Poesie. (Nach Tieck's „Aufzug der Romanze".) 3. Die Vorfabel zur Elektra des Sophokles und die Exposition des Dramas. 4. Homo sum, nihil humani a me alienum puto. (Terenz.) Rede. 5. Das öffentliche und häusliche Leben der Germanen. (Nach Tacitus.) 6. Der historische Hintergrund im Götz von Berlichingen. 7. *Πόλεμος πατήρ, βασιλεὺς καὶ κύριος πάντων.* (Heraclit.) 8. Goethe's Götz nach der Lehre der 3 Einheiten betrachtet. 9. Der Einfluss der Wissenschaften auf die Sitten. 10. Goethe's Fischer und Heine's Loreley. (Vergleich.)

Freie Vorträge. 1. Die Innenwärme der Erde. 2. Das moderne Schriftstellerthum. 3. Moses Mendelsohn. 4. Die Elektricität im Dienste der Menschheit. 5. Über Sternschnuppen, Feuerkugeln und Meteorite. 6. Charakteristik des Juden Shylok in Shakespeare's „Kaufmann von Venedig." 7. Das classische Alterthum und die Romantik des XIX. Jahrhunderts. 8. Der Norden und seine Pracht. 9. Über die Entwicklung der Staaten und ihrer Einrichtungen. 10. Parzival. 11. Charakter der Athener.

b) Für die slovenischen Aufsätze.

V. Classe.

1. Pravljice o povodnjem možu. 2. Spominek, ki si ga je postavil Valentin Vodnik v znani pesmi: „Moj spomin". 3. Vseh vernih duš dan, kakor živi v narodovi veri in domišljiji. 4. „Kdo je mar?" Načrt in namen tega Koseskijevega pesmotvora. 5. Božič v narodovih mislih in narodovem življenju. 6. Dva stara prijatelja, ali kaj si star klobuk in stara suknja za strašilo vrabljem v proso obešena iz svojega življenja veselega in žalostnega pripovedujeta. Humoreska. 7. Ali imajo v vašem domačem kraju o „Veliki noči" kake posebne navade, pripovedke, pesmi, pregovore? 8. Moji vzori. (Po Vilharjevi pesmi „Molitev".) 9. Zvon v kršansko-cerkvenem in državljanskem življenju. 10. Poljedelstvo temelj omiki in nravnosti človeški.

VI. Classe.

1. Falso queritur de natura sua genus humanum, quod imbecilla atque aevi brevis forte potius quam virtute regatur. (Sall. Jug. I. 1.) 2. Zakaj se naj ravno dijak posebno rad i marljivo zgodovine uči? 3. a) Zakaj je bilo pregnanstvo ali zatiranje pri Grkih in Rimljanih tako strašna kazen? ali b) Vile. (Po narodnih pesnih in pravljicah.) 4. O potrebi in koristi potovanja, zlasti za dijaka. 5. Bitva ob rěki Muthul. (Po Sall. Jug. XLVIII, 3. sqq.) 6. Hvaležnost nove dobrote rodi, nehvaležnost še drugim stare krati. 7. Ahil se odpove jezi in se pripravlja na boj. (Po XIX. sp. Ilijade.) 8. Velika noč v domačem kraju, s posebnim ozirom na stare, v predkrščanske čase segajoče šege in navade. 9. Vzroki in nasledki križanskih vojsk. 10. a) Ženitva in gosti pri Slovencih ali b) Špartanski kralji, njih dolžnosti in pravice. (Po Herodotu, VI. knj., LVI.—LX.)

VII. Classe.

1. Na gomili mladega pisatelja. 2. Naj se oceni književno delovanje Truberjevo z ozirom na malo ugodne razmere njegove dobe. 3. „Tomaž, se dela bojiš? Glej, kaj dobiš!" (Geslo Chrönovo.) 4. Čemù je kritika, in kakova naj torej bode? 5. Kaj so narodne pesni, in ktera so posebna svojstva slovenske narodne pesni z ozirom na vsebino in obliko? 6. Razmišljevanje o Prešernovem sonetu: „Kedar previdi učenost zdravnika", prvikrat objavljenem v „Illyrisches Blatt", l. 1836. 7. Kako upliva gorovje na svoje prebivalce in celo okolico? 8. Pravo ime in domovina onega jezika, kojega sta pisala sv. Cyrill in Methodij. 8. V obliki poučnega govora med domačimi vaščani se naj pokaže, kako različne vednosti razumno kmetovanje pospešujejo. 10. S čim so Habsburžani v 600letnej dobi svojega vladanja našim pokrajinam največ koristili?

VIII. Classe.

1. Pomen vode v gmotnem in nravnem oziru za človeka. 2. Primerite staroslovensko jorovo sklanjo novoslovenski; morebiti so vam ktere posebnosti narečja v vašem domačem kraju gledé te sklanje znane. 3. Lastavica. Kaj pripoveduje ljudstvo v vašem domačem kraju o ti ljubeznivi znavivki vesele vigredi? 4. Vsak je sreče svoje kovač. Kaj sledi iz te resnice za nas? 5. Na meji starega in novega leta. Kaj misli, veruje, poje, pripoveduje ljudstvo v vašem domačem kraju o tem prazničnem času? 6. Prešeren pravi: „Brez truda večno se ne da živeti". Kaj nas uči ta izrek? 7. Učinki solnčne svitlobe na rastline, živali in človeka. 8. Vednost je zaklad, delo pa ključ do njega. Kaj sledi iz te resnice? 9. Quintus Horatius Flaccus. Njegovo življenje in pesniška veljava. 10. Homer in Virgil. Njuna podobnost in različnost.

Govori. 1. Blagor dobrotniku človečanstva! Njegova blaga dela mu zagotavljajo večen spomin hvaležnih potomcev. 2. O priliki šeststoletnice spojenja avstrijskih dežel. 3. Pogled na razvitek slovenskega slovstva od leta 1843 do leta 1882. 4. Življenje v starem Rimu. 5. O prvih naselitvah Slovencev po naših deželah. 6. Častimo in slavimo zaslužne svoje prédede in očete!

IV. Vermehrung der Lehrmittel.

A. Bibliothek.

(Unter der Obhut des Directors.)

a) Geschenke.

1. Lehrerbibliothek.

1. Des k. k. Ministeriums für Cultus und Unterricht: a) Germania. Vierteljahresschrift für deutsche Alterthumskunde, Neue Reihe. XV. 4. XVI, 1 & 2. b) Oesterr. Botanische Zeitschrift. J. 1882, Nr. 8—12. J. 1883, Nr. 1—6. c) Wörterbuch der littauischen Sprache von

F. Kurschat. 2. Th. d) Oesterr. Geschichte für das Volk. VII. VIII. X. 2. Der k. k. Central-Commission für Kunst- und historische Denkmale: Mittheilungen derselben. VIII, 3. 4. IX, 1. 3. Der kais. Akademie der Wissenschaften in Wien: a) Anzeiger derselben für beide Classen. J. 1882, Nr. 14—28. J. 1883, Nr. 1—13. b) Almanach derselben für 1882. c) Archiv für österr. Geschichte. LXIII. LXIV. d) Sitzungsberichte: α) Philos.-histor. Classe. XCIX. C. Cl. β) Mathem.-naturw. Classe, 1. Abthlg. LXXXIV, 3—5. LXXXV. 2. Abthlg. LXXXIV, 3—5. LXXXV. 3. Abthlg. LXXXIV, 3—5. LXXXV. LXXXVI, 1 & 2. e) Register zu den Bd. LXXXI—LXXXV dieser Classe. 4. Des k. k. steierm. Landesschulrathes: Steierm. Geschichtsblätter, herausgegeben von Dr. J. v. Zahn. III. 5. Des fb. Lavanter Consistoriums: Personalstand des Bisthumes Lavant im J. 1883. 6. Des steierm. Landesausschusses: Festrede zur Feier des 100. Geburtstages weil. Sr. kais. Hoheit Erzherzogs Johann von Oesterreich, gehalten in der Festversammlung am 20. Jänner 1882 von Dr. H. v. Zwiedinek-Südenhorst. 7. Des historischen Vereines für Steiermark: a) Mittheilungen desselben. 30. Hft. b) Beiträge zur Kunde steierm. Geschichtsquellen. J. 1882. 8. Des Vereines Innerösterr. Mittelschule in Graz: Bericht über seine Thätigkeit in den J. 1881 & 1882. 9. Des Herrn Med. Dr. J. Burghardt in Wien: Opérations géodésiques et astronomiques pour la mesure d'un arc de parallèle moyen executées en Piemont et en Savoie par une commission composée d'officiers de l'état major géneral et d'astronomes Piemontais et Autrichiens en 1821, 1822, 1823. 1. Bd. 10. Des Herrn J. Leon, Buchdruckereibesitzers in Marburg: a) F. M. Klinger's sämmtliche Werke. b) Die Entstehung der Schrift, die verschiedenen Schriftsysteme und das Schriftthum der nicht alphabetisch schreibenden Völker von H. Wuttke. Mit 34 Tafeln Abbildungen. c) Die Schriftzeichen des gesammten Erdkreises. 1 Tafel. 3 Exempl. 11. Des Herrn Prof. J. Lipp: a) Sophokles' Antigone von G. Wolff. b) Demosthenes' ausgewählte Reden von C. Rehdantz. 2 Hfte. 12. Des Directors J. Gutscher: a) Metrik der Griechen und Römer von W. Christ. 2. Aufl. b) Die albanischen und slavischen Schriften von Dr. L. Geitler. Mit 25 phototypischen Tafeln. c) Natur und Offenbarung. J. 1882. 13. Der Verlagsbuchhandlung A. Hölder in Wien: a) Aufgaben zur Einübung der lat. Syntax von Dr. J. Hauler. 1. Th.: Casuslehre. 4. Aufl. 2. Th.: Moduslehre. 3. Aufl. b) Griech. Schulgrammatik und Übungsbuch dazu von Dr. V. Hintner. c) Deutsches Lesebuch für die I. Classe österr. Mittelschulen von Dr. A. Egger. 4. Aufl.; für die IV. Cl. 2. Aufl. d) Deutsches Lesebuch für die I. Cl. der österr. Mittelschulen von L. Lampel. e) Lehrbuch der Geschichte des Alterthums für Oberclassen der Mittelschulen von Dr. E. Hannak. 2. Aufl. f) V. v. Haardt's geogr. Atlas der österr.-ungar. Monarchie für Mittel- & Fachschulen. 3. Ausg. g) Eisenbahnkarte von Oesterreich-Ungarn. 14. Der Verlagsbuchhandlung A. Pichlers Witwe und Sohn in Wien: Lehrbücher der Geschichte des Alterthums und des Mittelalters für die unteren Classen der Mittelschulen von R. Schindl. 15. Der Verlagsbuchhandlung Bermann und Altmann in Wien: a) P. Ovidii Nasonis carmina selecta mit erläuternden Anmerkungen von O. Gehlen und C. Schmidt. 3. Aufl. b) Lat. Übungsbuch für die II. Gymn.-Cl. von Dr. J. Hauler. 8. Aufl. 16. Der Verlagsbuchhandlung Schworella & Heick in Wien: a) Lat. Grammatik für Schulen von Dr. A. Goldbacher. b) Lat. Übungsbuch dazu von J. Nahrhaft. 2 Exemplare. 17. Der Verlagsbuchhandlung Leuschner und Lubensky in Graz: Leitfaden für den mineralogischen Unterricht von Dr. F. Standfest. 18. Der Verlagsbuchhandlung F. Tempsky in Prag: a) Die katholische Apologetik für gebildete Christen von A. Frind. 3. Aufl. b) Sophoclis Aiax ed. F. Schubert. c) Lehrbuch der Geographie für Mittelschulen von A. Steinhauser, bearbeitet von C. Rieger. 1. Th. 2. Aufl. d) Leitfaden der Botanik für die oberen Classen der Mittelschulen von Dr. A. Pokorny und F. Rosický. 2. Aufl. 19. Der Verlagsbuchhandlung H. Dominicus in Prag: Tropen und Figuren nebst einer kurzgefassten deutschen Metrik von Dr. C. Tumlirz. 2. Aufl. 20. Der Verlagsbuchhandlung F. A. Herbig in Berlin: a) Elementar-Grammatik der französischen Sprache (14. Aufl.) und b) Schulgrammatik derselben Sprache (28. Aufl.) von Dr. C. Plötz. 21. Der Verlagsbuchhandlung O. Meissner in Hamburg: G. Gurcke's deutsche Schulgrammatik. 17. Aufl. Ausgabe A, neu bearbeitet von H. Gloede. b) Übungsbuch dazu. 29. Aufl. 22. Der Verlagsbuchhandlung J. Perthes in Gotha: Stieler's Schulatlas. 61. Aufl. 23. Der Verlagsbuchhandlung P. Neff in Stuttgart: Das alte Rom von Ch. Ziegler. 18 Tafeln in Farbendruck und 5 Holzschnitte.

2. Schülerbibliothek.

1. Des k. k. steierm. Landesschulrathes: Vindobona. Gedenkblatt, herausgegeben vom Wiener Journalisten- und Schriftsteller-Verein Concordia 1880. 2. Des Herrn P. Graselli, Bürgermeisters von Laibach und Obmannes der Matica Slovenska durch Herrn Prof. Dr. J. Pajek: a) Die Jahrgänge 1872—1881 der Letopisi der Matica in je 1 bis 3 Exemplaren, zusammen 18 Bde. b) Narodni koledar in letopis za leto 1867. c) Zgodovina avstrijsko-ogerske monarhije. Spisal J. Krsnik. 3 Expl. d) Štirje letni časi, po E. A. Rossmæsslerji predelal J. Tušek. 4 Expl. e) Rudninoslovje ali mineralogija za niše gimnazije in realke. Po S. Fölleckerji spisal F. Erjavec. f) Schödler: Knjiga prirode. I., III. & IV. snopič. g) Nauk o telovadbi. 2. del. 2 Expl. h) Oko in vid. Spisal J. Žnidaršič. 2 Expl. i) Slovanstvo. 1. del. Spisali J. Majciger, M. Pleteršnik in B. Raić. 2 Expl. j) Telegrafija. Zgodovina njena in današnji njen stan. Spisal dr. S. Šubic. 2 Expl. k) Vodnikove pesni. Uredil F. Levstik. l) Raznim delom pesniškim in igrokaznim Jovana Vesela-Koseskiga dodatek. m) Kopitarjeva

spomenica. Uredil J. Marn. 2 Expl. n) Vpliv vpijančljivih pijač na posamni človeški organizem in na človeško družtvo v obče. Spisal Dr. M. Samec. 2 Expl. o) Potovanje okolo svetá v 80 dneh. Francoski spisal J. Verne, prevèl D. Hostnik. 2 Expl. 3. Des Fräuleins E. Hofrichter: Die Jahrgänge 1881 & 1882 und die Nr. 1—5 des J. 1883 des „Tourist". 4. Der Verlagsbuchhandlung C. Rauch in Wien: Habsburški rod. Spisal J. Tomšič. 5. Der Verlagsbuchhandlung F. Tempsky in Prag: a) Deutsche Lesebücher für die unteren Classen der Gymnasien von Dr. M. Pfannerer. 1.—4. Bd. b) Geschichte des österr. Kaiserstaates von W. W. Tomek. 3. Aufl. 6. Des Octavaners V. Hubi: a) Luise von J. H. Voss. b) Göthe's Westöstlicher Divan mit Anmerkungen von G. v. Loeper. 7. Des Tertianers M. Nowak: a) Eloha oder das Schaf der Armen von G. Nieritz. b) Das Buch der Welt. J. 1860. 8. Des Tertianers M. Petternel: Deutsches Lesebuch für die IV. Classe der Gymnasien von Mozart.

b) *Ankauf.*

1. Lehrerbibliothek.

1. Verordnungsblatt für den Dienstbereich des k. k. Ministeriums für C. u. U. J. 1883. 2. Pädagogische Classiker. Auswahl der besten pädagogischen Schriftsteller aller Zeiten und Völker, mit kritischen Erläuterungen versehen. Herausgegeben unter der Redaction von Dr. G. A. Lindner. 9 Bde. 3. Dr. K. A. Schmid: Encyklopädie des gesammten Erziehungs- und Unterrichtswesens. 107. Hft. 4. Dr. A. Baginsky: Handbuch der Schulhygiene. 5. M. H. E. Meier und G. F. Schömann: Der attische Process. Neu bearbeitet von J. H. Lipsius. 1.—4. Hft. 6. Dr. F. Schultz: Kleine lat. Sprachlehre. 18. Aufl. 7. O. Schade: Altdeutsches Wörterbuch. 9. Hft. 8. J. und W. Grimm: Deutsches Wörterbuch. VI, 10. VIII, 3. 9. W. Cosack: Materialien zu G. E. Lessing's Hamburgischer Dramaturgie. Ausführlicher Commentar nebst Einleitung, Anhang und Register. 10. A. Nagele: Festalbum anlässlich des 600jährigen Jubiläums der Belehnung der Habsburger mit Oesterreich. 11. Dr. J. B. Weiss: Lehrbuch der Weltgeschichte. VII, 2. 12. Dr. F. Krones: Handbuch der Geschichte Oesterreichs. V. 13. Dr. F. S. Krauss: Sagen und Märchen der Südslaven. 1. Bd. 14. J. A. Janisch: Topographisch-statistisches Lexikon von Steiermark. 39.—42. Hft. 15. J. E. Dassenbacher: Schematismus der österr. Mittelschulen. J. 1882/3. 16. J. Langl: Bilder zur Geschichte. 2. Supplementliefg. 17. Dr. H. Kiepert: Die Planiglobien. 18. Prochaska: Eisenbahnkarte von Oesterreich-Ungarn. J. 1883. 19. Meyer's Conversations-Lexikon. 19. Bd. 20. Zarncke: Literarisches Centralblatt für Deutschland. J. 1883. 21. a) Zeitschrift für die österr. Gymnasien. b) Supplement dazu „Wiener Studien". J. 1883. 22. Neue Jahrbücher für Philologie und Pädagogik. J. 1883. 23. Bibliotheca philologica classica. J. 1883. 24. V. Jagić: Archiv für slavische Philologie. VI, 3. 4. VII, 1. 25. v. Sybel: Historische Zeitschrift. Neue Folge. XII, 2. 3. 26. Mittheilungen der k. k. geogr. Gesellschaft in Wien. J. 1883. 27. A. E. Seibert: Zeitschrift für Schulgeographie. III, 6. IV, 1—5. 28. G. Wiedemann: Annalen der Physik und Chemie. J. 1883. 29. Verhandlungen der k. k. zoolog.-botan. Gesellschaft in Wien. J. 1882.

2. Schülerbibliothek.

1. J. Mosen: Sämmtliche Werke. 2. E. Höfer: Erzählende Schriften. 3. Das schönste Märchenbuch. Eine Auswahl aus Deutschlands Märchenschatz. 4. B. Grimm: Märchen für die Jugend erzählt. 2. Aufl. 5. G. Hoffmann: Die schönsten Märchen für die Jugend. 6. Dr. C. Oppel: Das alte Wunderland der Pyramiden. 7. W. Hess: Der Golf von Neapel, seine classischen Denkmale und Denkwürdigkeiten in Bildern aus dem Alterthum. 2. Aufl. 8. H. v. Wedell: Pompeji und die Pompejaner. 9. A. W. Grube: Charakterbilder aus der Geschichte und Sage. 20. Aufl. 10. G. Ritter Amon von Treuenfest: Geschichte des k. k. Infanterie-Regimentes Nr. 47. 11. Unsere Helden. Lebensbilder für Heer und Volk. 6. & 7. Heft, enthaltend: Die Vertheidiger Wiens in den Türkenkriegen 1529 & 1683 und C. Fürst Schwarzenberg. 12. Dr. K. Pallmann: a) Gefährliche Thiere. b) Gefährliche Jagden. Schilderungen interessanter Jagdscenen. 13. R. Hoffmann: Der weisse Häuptling. Eine Sage von Nord-Mexiko, nach Capitän Mayne-Reid 14. Fr. Hoffmann: a) Der Waldläufer. Erzählungen aus dem Westen Amerikas von G. Ferry. b) Fünf Wochen im Luftballon. Eine Reise durch Afrika von J. Verne. 15. Dr. K. Burmann: a) Quer durch Afrika, G. Rohlfs und Verney Cameron's Reisen. b) Stanley's Reisen durch den dunklen Welttheil. 16. Baron C. C. von der Decken's Reisen in Ost-Afrika in den J. 1859 bis 1865. Herausgegeben von der Fürstin A. v. Pless, bearbeitet von O. Kersten. 17. Dr. O. Finsch: Reise nach West-Sibirien im J. 1876, unternommen mit Dr. A. E. Brehm und C. Grafen Waldburg-Zeil-Trauchburg. 18. Hölder's geogr. Jugend- und Volksbibliothek. 13. & 14. Bd., enthaltend: Norwegen und die Reise der Corvette Erzherzog Friedrich in den J. 1874—1876. 19. Das neue Buch der Welt. Ein Familienblatt für Jung und Alt. J. 1879. 20. Westermann's illustrierte deutsche Monatshefte. Nr. 311—321. 21. J. Stenger: Stenographisches Unterhaltungsblatt. J. 1883. 22. E. Weber: Deutsche Jugendblätter. J. 1883. 23. Dr. J. Sket: Kres. Leposloven in znanstven list. J. 1883. 24. Ljubljanski Zvon. J. 1883. 25. Vrtec. J. 1883.

B. Physikalisches Cabinet und chemisches Laboratorium.

(Unter der Obhut des Herrn Prof. H. R. v. Jettmar.)

1. Sphärometer. 2. Eine Sammlung von Schwerpunktmodellen. 3. Elfenbeinkugel mit Marmorplatte und Gradbogen. 4. Zerlegbares Modell des Babinet'schen Hahnes. 5. Buff-scher Apparat zum Nachweise des aerodynamischen Druckes. 6. Ein Convexspiegel. 7. Rhomboeder von Doppelspath. 8. Zwei Hughes'sche Mikrophone.

C. Naturaliencabinet.

(Unter der Obhut des Herrn Prof. V. Ambrusch.)

a) Geschenke.

1. Des Herrn Reichsraths- und Landtagsabgeordneten B. Ritters von Carneri: a) Kopfskelette von Homo sapiens, Sus scrofa und Mustela putorius. b) Madrepora prolifera. c) Spongia officinalis. d) Mineralien, Gesteine und Versteinerungen, 450 Stücke. 2. Des Herrn Hafnermeisters R. Wolf in Marburg: Fringilla chloris. 3. Des Herrn Wiesthaler, Realitätenbesitzers und Gastwirthes in Tresternitz: Lanius maior. 4. Des Herrn Theologen B. Štabuc: Zwei Steinbeile aus der Luttenberger Gegend. 5. Des Herrn Prof. V. Ambrusch: a) Salamandra atra. 2 Expl. b) Gelege von Coturnix dactylison. c) Verschiedene Insecten und Spinnen. 150 Expl. 6. Des Herrn Suppl. J. Mayr: Scolopax gallinula. 7. Des Tertianers C. Ipavic: Gallinula parva. 8. Des Tertianers A. Lukeschitsch: Eine junge Katze mit 2 Nasen. 9. Des Tertianers G. Sparovitz: a) Ein schönes Stück Eisenblüte. b) Ein geschliffener Achat. c) Ein schönes Exemplar kristallisierten Alauns. 10. Des Secundaners F. Friedl: Gemshorn mit Stirnzapfen. 11. Des Secundaners A. Koscharoch: Maia squinado. 12. Des Secundaners P. Pachner: Gallinula chloropus. 13. Des Secundaners F. Rausch: Tychodroma muraria. 14. Des ausgetretenen Primaners C. Dolenc: Strix flammea. 15. Des Primaners H. Mallitsch: a) Canis vulpes iuv. b) Kopfskelett von Sus scrofa. c) Ein eigenthümlich geformtes Hühnerei.

b) Ankauf.

1. Accipenser hudo, ausgestopft. 2. Torpedo galvani, ausgestopft. 3. Kiemenapparat des Rhombus. 4. Mytilus edulis, Ansatz an einem Stamme. 5. Arca noë sammt Thier. 6. Cicada orni. 7. Kiefer der Sepia officinalis. 8. Scyllium canicula. 9. Lepas anatifera, Gruppe. 10. Gadus morrhua. 11. Petromyzon marinus. 12. Lithodomus lithophagus, Gruppe in Stein. 13. Ausgewachsene Mismuschel mit Balanus, Austern und Rohrwürmern. 14. Ein vom Teredo navalis durchbohrtes Holzstück. 15. Stechrochen. 16. Eledone moschata. 17. Platessa passera. 18. Trigla hirundo. 19. Anguilla vulgaris. 20. Dornhai, Embryo mit Dottersack. 21. Eiergruppe der Sepia officin., sogenannte Uva marina. 22. J. Seboth: Die Alpenpflanzen nach der Natur gemalt. 40.—42. Lieferung.

D. Lehrmittel für den Zeichenunterricht.

(Unter der Obhut des Herrn Prof. J. Jonasch.)

Ankauf.

Stork: Kunstgewerbliche Vorlageblätter. 14 Lieferungen.

E. Musicaliensammlung.

(Unter der Obhut des Herrn Gesanglehrers J. Schmidinger.)

a) Geschenke.

1. Der Verlagsbuchhandlung Wallishauser in Wien: Hymni sacri ad normam IV vocum redacti novisque canticis adaucti a J. F. Kloss. Edit. V. 2. Des Herrn Prof. Dr. J. Pajek: O priliki šestoletnice združenja Štajerske in Kranjske z Avstrijo. Besede Savo-Zoran-ove, za sopran, alt in glasovir vglasbil Dr. B. Ipavic.

b) Ankauf.

1. F. S. Liebscher: Oesterr. Liederkranz. Lieder und Chöre für Mittelschulen, Lehrerbildungsanstalten und Militär-Institute. 2. Drei Lieder für gemischten und 1 Lied für Männerchor, alle geschrieben, zusammen 144 Seiten.

F. Münzensammlung.

(Unter der Obhut des Directors.)

Geschenke.

1. Des Herrn Ferd. Weitzl, Unterofficiers des k. k. 87. Infant.-Regiments: 1 erzbisch. Salzburger Silbermünze. 2. Des Octavaners V. Hubl: 1 bairische und 3 chinesische Silbermünzen. 3. Des ausgetretenen Tertianers A. Franz: 1 türkische Banknote. 4. Des Tertianers C. Ipavic: 1 silberne Denkmünze der Kaiserin Maria Theresia. 5. Des Primaners J. Holler: 6 alte österr. Kupferscheidemünzen.

Für alle den verschiedenen Lehrmittelsammlungen des Gymnasiums gemachten Geschenke wird den hochherzigen Spendern hiemit der wärmste Dank ausgesprochen.

V. Unterstützung der Schüler.

A. Den einen Platz der Andreas Kautschitsch'schen Studentenstiftung, bestehend in der vom hochw. Herrn Canonicus, Dom- und Stadtpfarrer Christoph Kanduth gegebenen vollständigen Versorgung, genoss der Schüler J. Konradi der VI. Classe.

B. Die Zinsen der A. Kautschitsch'schen Stiftung im Betrage von 6 fl. wurden zur Anschaffung von Schreib- und Zeichenerfordernissen verwendet.

C. Die für 1883 fälligen Zinsen der Anton Hummer'schen Stiftung im Betrage von 5 fl. 25 kr. wurden dem aus Marburg gebürtigen Schüler E. Schopper des I. A Classe zuerkannt.

D. Aus der Ringauf'schen Stiftung wurden an dürftige Schüler Arzeneien im Betrage von 5 fl. 67 kr. verabfolgt.

E. In die Casse des Vereines zur Unterstützung dürftiger Schüler des Gymnasiums haben als Jahresbeiträge oder Gaben der Wohlthätigkeit für 1882/3 eingezahlt:

	fl.	kr.
Se. Gnaden Dr. Jacob Maximilian Stepischnegg, Fürstbischof von Lavant, Ehrenmitglied des Vereines	25	—
Der hochw. Herr Franz Sorčič, infulierter Dompropst	2	—
„ „ „ Georg Matiašič, „ Domdechant	5	—
„ „ „ Ignaz Orožen, Canonicus sen.	2	—
„ „ „ Franz Kosar, Domherr	2	—
„ „ „ Lorenz Herg, „	2	—
„ „ „ Franz Ogradi, „ und Director des Priesterhauses	2	—
„ „ „ Dr. Johann Žuža, Consistorialrath und fb. Hofcaplan	2	—
Herr Dr. Matthäus Kotzmuth, Advocat in Graz	5	—
„ Josef Pfeffer, k. k. Notar in Wisowitz in Mähren	10	—
„ Adolf Lang, k. k. Hofrath i. P. in Baden, Ehrenmitglied des Vereines	2	—
„ Gabriel Schmidbauer, Kleriker-Novize in St. Lambrecht	1	—
Der hochw. Herr Dr. Joh. Križanič, Subdirector des Priesterhauses und Theologie-Professor	2	—
Der hochw. Herr Dr. Anton Suhač, Dom- und Stadtpfarr-Vicar	2	—
„ „ „ „ Franz Feuš, „ „ „ -Caplan	2	—
Frau Maria Schmiderer, Realitätenbesitzerin	5	—
Herr Dr. Hans Schmiderer, Realitätenbesitzer etc. etc.	5	—
Der hochw. Herr Johann Skuhala, Theol.-Prof. u. Leiter des fb. Knabenseminars	2	—
„ „ „ Dr. Johann Mlakar, „ „ Subregens des fb. „	2	—
„ „ „ Dr. Michael Napotnik, Theologie-Professor	2	—
Herr Johann König, praktischer Arzt	3	—
Frau Cäcilia Bitterl Edle von Tessenberg, k. k. Hauptmannswitwe etc.	2	—
„ Francisca Delago, Realitätenbesitzerin	5	—
„ Aloisia Altmann, „	1	—
Herr Heinrich Pfannl, Eisenbahn-Inspector i. P.	5	—
„ Dr. Ferdinand Duchatsch, Advocat, Bürgermeister etc. etc.	5	—
„ Ludwig Bitterl Ritter von Tessenberg, k. k. Notar, Vice-Bürgermeister etc.	3	—
„ Dr. Heinrich Lorber, Advocat, Stadtrath, Realitätenbesitzer etc.	3	—
„ Franz Holzer, Realitätenbesitzer und Gemeinderath	2	—
„ Simon Wolf, Hausbesitzer, Gemeinderath und Bezirksvorsteher	2	—
„ Johann Girstmayr sen., Realitätenbesitzer, Gemeinderath etc.	5	—
„ Josef D. Bancalari, Apotheker, Hausbesitzer, Gemeinderath etc.	2	—
„ Dr. Josef Schmiderer, Reichsraths- & Landtagsabgeordneter etc. etc.	2	—
„ Josef Stark, Lederermeister, Realitätenbesitzer und Gemeinderath	2	—
„ Heinrich Schleicher, Hausbesitzer, Weingrosshändler und Gemeinderath	2	—
„ Friedrich Leyrer, Buchhändler und Hausbesitzer	2	—
„ Anton Fetz, Glashändler und Realitätenbesitzer	2	—
„ Gajetan Pachner, Fabriksbesitzer	8	—
„ Roman Pachner, Handelsmann	2	—
„ Dr. Bartholomäus Glančnik, Advokat und Realitätenbesitzer	5	—
„ Dr. Johann Sernec, „ „ „	2	—
„ Dr. Johann Orosel, „ „ „	3	—
„ Dr. Alexander Miklautz, „ „ „	3	—
„ Julius Feldbacher, „ „ „	2	—
„ Roman Sonns, Advocat	2	—
„ Dr. Franz Rupnik, resignierter Advocat und Realitätenbesitzer	2	—
„ Alfons Pavich von Pfauenthal, k. k. Hofrath in Zara	2	—
„ Franz Kankowsky, k. k. Bezirkscommissär	2	—
„ Dr. Friedrich Ritter von Leitner, k. k. Bezirkscommissär	2	—
„ Johann Wieser, k. k. Bezirksrichter	2	—
Fürtrag	167	—

	fl.	kr.
Übertrag	167	—
Herr Dr. Adalbert Gertscher, k. k. Bezirksrichter	2	—
„ Dr. Johann Pekolj, k. k. Gerichtsadjunct	2	—
„ Dr. Franz Voušek, „ „	2	—
„ Carl Tertnik, „ „	2	—
„ Dr. August Nemanič, k. k. „	2	—
„ Josef Birnbacher, k. k. Finanzrath	2	—
„ Leopold Ritter von Neupauer, k. k. Bezirksingenieur	2	—
„ Jacob Bancalari, k. k. Kreissecretär i. P.	2	—
„ Ferdinand Pachernig, k. k. Steuereinnehmer i. P.	2	—
„ Georg Hieber, Sparcasse-Secretär	2	—
„ Alois Frohm, Weingrosshändler und Realitätenbesitzer	5	—
„ Julius Pfrimer, Landtagsabgeordneter, Weingrosshändler etc.	2	—
Die Herren Max Morič & Heinrich Bancalari, Handelsgesellschafter	2	—
Herr Carl Böhm, Inhaber des Tabak-Hauptverlages	2	—
„ Johann Girstmayr iun., Realitätenbesitzer	5	—
Frau Antonie Reiser-Frühauf, Private	3	—
Herr Dr. Matthäus Reiser, k. k. Notar und Realitätenbesitzer	2	—
„ Dr. Othmar Reiser, Advocat und Realitätenbesitzer in Wien	5	—
Der hochw. Herr Anton Borsečnik, Chorvicar	2	—
„ „ „ Franz Heber, „	2	—
Herr Franz Oehm, Hôtel- und Realitätenbesitzer	2	—
„ Josef Noss, Apotheker und Hausbesitzer	2	—
„ Emerich Tappeiner, Glashändler und Realitätenbesitzer	1	—
„ Dr. Franz Radey, k. k. Notar, Landtagsabgeordneter etc.	2	—
„ Franz Perko, Realitätenbesitzer	1	—
„ Carl Scherbaum iun., Privat	2	—
„ Johann Grubitsch, Handelsmann und Realitätenbesitzer	2	—
„ Franz Kočevar, Weingrosshändler	2	—
Frl. Aloisia Stachel, Realitätenbesitzerin	3	—
Herr Barth. Ritter von Carneri, Reichsraths- und Landtagsabgeordneter etc. etc.	5	—
Löblicher Localausschuss des I. allgem. Beamten-Vereines in Marburg	5	—
Herr Josef Frank, k. k. Realschul-Director, Gemeinde- & Stadtschulrath etc.	2	—
„ Franz Horák, k. k. Gymnasial-Professor	2	—
„ Valentin Ambrusch, k. k. „	2	—
„ Johann Lipp, „ „	2	—
„ Dr. Gustav Heigl, „ „	2	—
„ Dr. Josef Pajek, „ „	2	—
„ Engelbert Neubauer, „ „	2	—
„ Albert von Berger, „ „	2	—
„ Heinr. Ritter von Jettmar, k. k. Gymnasial-Professor	2	—
„ Rudolf Casper, k. k. Gymnasial-Lehrer	5	—
„ Johann Gutscher, k. k. Gymnasial-Director	5	—
„ Jacob Hirschler, „ supplier. Gymnasial-Lehrer	2	—
„ Georg Kaas, Director der k. k. Lehrerbildungsanstalt	2	—
„ Vincenz Moser, k. k. Major i. P.	2	—
„ Carl Hribovšek, Spiritual des Diöcesan-Priesterhauses	2	—
Ergebniss einer Sammlung unter den Schülern des Gymnasiums*)	38	61
Summe	318	61

Rechnungsabschluss Nr. 26 ddto. 25. Juli 1883.

Die Einnahmen des Vereines in der Zeit vom 17. Juli 1882 bis einschliesslich 25 Juli 1883 bestehen:

1. Aus den Jahresbeiträgen der Vereinsmitglieder	259 fl.	— kr.
2. Aus den Spenden der Wohlthäter	59 „	61 „
3. Aus den Interessen des Stammcapitales	263 „	96 „
4. Aus dem Betrage, mit dem die im Mai 1883 gezogene steierm. Grund-Entlastungs-Obligation Nr. 164 zu 50 fl. C.M. eingelöst wurde	52 „	40 „
5. Aus dem Cassareste des Schuljahres 1881/2	203 „	68 „
Summe	838 fl.	65 kr.

*) Die Schüler der I. A Classe spendeten 4 fl. 60 kr., die der I. B 3 fl., die der II. 6 fl. 84 kr., die der III. A 3 fl. 12 kr., die der III. B 4 fl. 30 kr., die der IV. 7 fl. 2 kr., die der V. 3 fl. 60 kr., die der VI. 2 fl. 25 kr., die der VII. 2 fl. 65 kr. und die der VIII. 1 fl. 20 kr.

Die Ausgaben für Vereinszwecke in der Zeit vom 17. Juli 1882 bis einschliesslich 25. Juli 1883 betragen:

1. Für die Unterstützung würdiger und dürftiger Schüler	
a) durch Bestellung von Freitischen	471 fl. 73 kr.
b) durch Ankauf und Einband von Lehrbüchern und Atlanten, welche den Schülern geliehen oder geschenkt wurden, und durch Verabfolgung von Schreib- und Zeichenerfordernissen	56 „ 87 „
c) durch Verabfolgung von Kleidungsstücken und Bargeld*) . . .	20 „ 80 „
2. Für Regie-Auslagen (Entlohnung für Schreibgeschäfte und Dienstleistungen)	20 „ — „
3. Für den Ankauf von 2 Obligationen der 5% einheitlichen Staatsschuld (Papierrente) zu je 100 fl.	159 „ — „
Summe .	728 fl. 40 kr.

Es verbleibt also mit 25. Juli 1883 ein Cassarest von 110 fl. 25 kr.

F. Zu besonderem Danke sind viele Schüler des Gymnasiums den Herren Ärzten Marburgs für bereitwillige unentgeltliche Hilfeleistung in Krankheitsfällen verpflichtet.

G. Dem Unterstützungs-Vereine spendeten neue Lehrbücher der Herr Buchhändler F. Leyrer im Werthe von 13 fl. 8 kr., Frau Aloisia Ferlinc im Werte von 24 fl. 38 kr., die Verlagsbuchhandlung Bermann & Altmann in Wien im Betrage von 6 fl. 90 kr. und die Herder'sche Verlagsbuchhandlung zu Freiburg im Breisgau im Werte von 5 fl. 30 kr. Bereits gebrauchte Lehrbücher spendeten der vorjährige Abiturient Adolf Jurca (2 Bücher), der Quartaner G. Kokoschinegg (1 Buch), die Tertianer J. Hölzl (1 Buch), Max Nowak (1 Buch) und M. Podlesnik (3 Bücher), der Secundaner P. Pachner (4 Bücher) und der Privatist G. Hold (5 Bücher). Herr Kaufmann Johann Supan spendete einen Rock- und Hosenstoff, welcher einem braven Schüler der II. Classe gegeben wurde.

H. Freitische wurden mittellosen Schülern von edelherzigen Wohlthätern 219, vom Unterstützungs-Verein 52, zusammen 271 in der Woche gespendet.

Für alle den Schülern des Gymnasiums gespendeten Wohlthaten spricht der Berichterstatter im Namen der gütigst Bedachten hiemit den gebührenden innigsten Dank aus.

VI. Erlässe der vorgesetzten Behörden.

Erlass des k. k. Ministeriums für Cultus und Unterricht vom 14. Juli 1882 Z. 7759, durch welchen die Bestimmung des Organis.-Entwurfes, dass kein Schüler vor vollendetem 9. Lebensjahre in das Gymnasium aufgenommen werden dürfe, in allgemeine Erinnerung gebracht wird.

Erlass des k. k. Landesschulrathes vom 10. October 1882 Z. 6100, durch welchen die Schrift „Der deutsche Krieg von 1870 & 1871 von Ferd. Schmidt" ihrer Tendenz nach vom pädagogischen und patriotischen Standpuncte für Schülerbibliotheken als ungeeignet erklärt und ihre Entfernung aus denselben, falls sie Aufnahme gefunden hätte, sowie eine genaue Prüfung anderer Jugendschriften desselben Schriftstellers vor ihrer allfälligen Aufnahme angeordnet wird.

Erlass des k. k. Ministeriums f. C. u. U. vom 24. November 1882 Z. 20151, durch welchen angeordnet wird, dass in Hinkunft der Unterricht im Freihandzeichnen an Gymnasien und in der Stenographie überhaupt nur von geprüften Lehrern ertheilt werden dürfe und dass bezüglich der übrigen Freigegenstände nur ganz ausnahmsweise von dem Nachweise der gesetzlichen Lehrbefähigung dispensiert werden könne.

Erlass des k. k. Ministeriums f. C. u. U. vom 28. November 1882 Z. 20416, durch welchen angeordnet wird, dass im Untergymnasium die gleichartigen Gegenstände, insbesondere die Sprachfächer nach Möglichkeit in der Hand eines Lehrers vereinigt sein, dass die Schüler mit möglichster Vermeidung eines Wechsels ihrer Lehrer, namentlich jener der Sprachfächer in die nächst höheren Classen vorrücken und dass die Zahl und die Termine der schriftlichen Hausarbeiten bei Beginn jedes Semesters festgestellt und soweit als möglich gleichförmig auf die einzelnen Wochentage vertheilt werden sollen.

Erlass des k. k. Ministeriums für C. u. U. vom 26. März 1883 Z. 5485, durch welchen die Anwendung der vom k. k. Handelsministerium festgesetzten Abkürzungszeichen für die metrischen Mass- und Gewichtsgrössen beim Unterrichte vorgeschrieben wird.

Erlass des k. k. Landesschulrathes vom 16. Mai 1883 Z. 2530, durch welchen der Lehrplan und die Lehrbücher für das Schuljahr 1883/4 genehmigt werden.

Erlass des k. k. Landesschulrathes vom 6. Juli 1883 Z. 2926, durch welchen mitgetheilt wird, dass wehrpflichtige Lehrpersonen von der Einrückung im Mobilisierungsfalle in Zukunft nicht mehr befreit werden können.

---

*) Unverzinsliche Darlehen in kleineren Beträgen (eine andere Art der Unterstützung) wurden den Schülern in der Höhe von 175 fl. 4 kr. zum Theile gegen ratenweise Rückzahlung gewährt.

VII. Chronik.

Während der Ferien wohnten die in Marburg anwesenden Mitglieder des Lehrkörpers am 18. August 1882 dem zur Feier des Geburtsfestes Sr. k. und k. Apostolischen Majestät des Kaisers von Sr. fb. Gnaden celebrierten Hochamte bei.

Das Schuljahr 1882/3 wurde am 16. September 1882 mit dem vom hochw. Herrn I. Orožen, Canonicus sen. des fb. Lavanter Domcapitels und Mitgliede des k. k. steierm. Landesschulrathes, celebrierten hl. Geistamte eröffnet, nachdem vom 12. bis 15. September die Aufnahme der Schüler sttattgefunden hatte.

Der Zudrang von Schülern war wiederum so gross, dass von dem k. k. Landesschulrathe mit dem Erlasse vom 27. September 1882 Z. 5636 die Theilung der I. und III. Classe in je 2 Parallelcurse bewilligt und die Beibehaltung der Herren Supplenten J. Pravdič, J. Hirschler und J. Mayr bestätigt wurde. Die Theilung der I. und III. Classe wurde am 25. September 1882 vorgenommen.

Vom 13. bis 19. September 1882 wurden die Aufnahms-, am 16. & 17. die Wiederholungsprüfungen abgehalten und der regelmässige Unterricht in der I. Classe am 20., in in den übrigen Classen am 18. September begonnen.

Die Disciplinarordnung wurde den Schülern am 26., 28. & 30. September vorgelesen und erläutert.

Durch den Erlass des k. k. Landesschulrathes vom 31. August 1882 Z. 4505 wurde dem Herrn Prof. H. Ritter von Jettmar die zweite Quinquennalzulage zuerkannt.

Durch den Erlass des k. k. Landesschulrathes vom 18. September 1882 Z. 5582 wurde auf Grund des h. Minist.-Erlasses vom 3. September 1882 Z. 1473 der approbierte Lehramtscandidat Herr J. Pichler zur Ablegung des Probejahres am hiesigen Gymnasium zugelassen und den Herren Prof. Dr. J. Pajek und Dr. G. Heigl zur Einführung in das Lehramt zugewiesen.

Am 4. October begieng die Lehranstalt die gottesdienstliche Feier des Namensfestes Sr. k. und k. Apostolischen Majestät des Kaisers mit einem feierlichen Gottesdienste und ebenso am 19. November die des Namensfestes Ihrer Majestät der Kaiserin.

Am 10. Februar 1883 wurde das I. Semester geschlossen, am 14. das II. begonnen und an diesem Tage die Prüfung des Privatisten vorgenommen.

Am 17. und 18. März 1883 wurden die österlichen Exercitien in Verbindung mit dem Empfange der hl. Busssacramente abgehalten; ausserdem empfiengen die Schüler dieselben zu Anfang und zu Ende des Schuljahres.

Am 23. Juni 1883 fand die Prüfung aus der steierm. Geschichte und Statistik statt, welche der Herr Bürgermeister Dr. F. Duchatsch und der Herr Reichs- und Landtagsabgeordnete Dr. J. Schmiderer mit ihrer Gegenwart beehrten. An ihr betheiligten sich die Schüler J. Ozmec, M. Strakl und J. Žmavc der IV. Classe und gaben durch ihr vorzügliches Wissen Kunde von dem besonderen Eifer, den sie auf dieses Studium verwendet hatten. Die vorzüglichsten Leistungen waren die der Schüler M. Strakl und J. Žmavc, denen die beiden vom h. Landesausschusse gespendeten silbernen Preismedaillen zuerkannt wurden. Weil aber J. Ozmec fast ebenso vorzügliches Wissen bekundete, so spendete der Herr Bürgermeister auch ihm einen Preis, einen Ducaten in Fassung.

Am 28. Juni 1883 wohnten die dienstfreien Mitglieder des Lehrkörpers dem in der Domkirche für weiland Se. Majestät den Kaiser Ferdinand I. celebrierten Trauergottesdienste bei.

Am 2. Juli 1883 begieng die Lehranstalt über Anordnung des k. k. Landesschulrathes vom 7. December 1882 Z. 7680 und 10. Mai 1883 Z. 2746 die Feier des vor 600 Jahren erfolgten Anfalles des Herzogthums Steiermark an das Haus Habsburg. Nach einem feierlichen Gottesdienste in der Aloisiuskirche begaben sich der Lehrkörper und die Schüler, weil das Gymn.-Gebäude keine Räumlichkeit enthält, welche für eine Festfeier geeignet wäre oder auch nur die Hälfte seiner Schüler aufnehmen könnte, in den Rittersaal der Burg, welchen der philharmonische Verein der Lehranstalt freundlichst überlassen hatte. Dieser Saal war durch Blumen- und Gartengewächse würdig ausgeschmückt und mit den Büsten Ihrer Majestäten des Kaisers und der Kaiserin geziert. Die Feier daselbst wurde durch den von den Gesangschülern gesungenen Chor „Mein Vaterland, mein Oesterreich" von Gauby eingeleitet, worauf der Director die deutsche Festrede hielt, in der er das allmähliche Anwachsen der österr.-ungarischen Monarchie mit kurzer Hervorhebung der wichtigsten Regentenhandlungen der einzelnen Fürsten unserer Dynastie darlegte. Am Schlusse der Rede brachte er ein dreimaliges Hoch auf Sr. Majestät den Kaiser und das ganze Kaiserhaus aus, in das die Versammlung begeistert einstimmte. Nach Absingung der Volkshymne trug der Schüler A. Hohl der VII. Classe das Gedicht „Des Fürsten Tod" aus dem Habsburglied von L. A. Frankl vor. Nach dieser Declamation hielt Herr Prof. Dr. J. Pajek die slovenische Festrede, in welcher er Rudolf I. von Habsburg der Jugend als Muster der Gottesfurcht, Gerechtigkeit, Treue und Tapferkeit schilderte, worauf der Schüler A. Medved das selbstverfasste Gedicht „Cesar Karol VI. v Mariboru" vortrug. Den Schluss der Festfeier bildete der Chor „Moja Avstrija" von A. Nedved.

Nach dieser Festfeier begab sich der Director mit zwei Professoren zum Herrn k. k. Bezirkshauptmanne Victor Freiherrn von Hein um ihn zu ersuchen, die Gefühle unwandelbarer Treue und Ergebenheit des Lehrkörpers zur Kenntnis Sr. Majestät des Kaisers bringen zu wollen.

Am 9. Juli 1883 nahmen der Lehrkörper und die Schüler an dem Empfange Sr. Majestät des Kaisers theil und am 10. Juli hatte der Berichterstatter die Ehre mit den Herren Directoren der k. k. Staatsrealschule, der k. k. Lehrerbildungsanstalt und der Landes-Obst- und Weinbauschule von Sr. Majestät allergnädigst empfangen zu werden. Nach der Enthüllung des Tegetthoffdenkmales geruhten Sr. Majestät auch einige Localitäten des Gymnasium einer Besichtigung zu unterziehen. Möge diese allerhöchste Besichtigung dazu beitragen, dass der so dringend nothwendige Neubau des Gymnasiums endlich zu stande komme.

Vom 27. Juni bis 12. Juli 1883 wurden die Versetzungsprüfungen und vom 7. bis 12. Juli die Classification vorgenommen.

Der Gesundheitszustand der Lehrer und Schüler war ein günstiger. Durch eigenes Unwohlsein, durch Krankheit in der Familie (Diphtheritis) oder durch einen Todesfall in der Verwandtschaft wurden nur fünf Lehrer auf kürzere oder längere Zeit (2 bis 12 Tage), durch die Einberufung nach Cilli zur Ausübung des Geschwornenamtes drei Lehrer auf 8 bis 10 Tage dem Unterrichte entzogen.

Am 15. Juli 1883 wurde das hl. Dankamt vom hochw. Herrn Canonicus sen. L. Orožen celebriert, nach demselben der Preis der Schillerstiftung für die gelungensten poetischen Versuche in slovenischer Sprache dem Schüler A. Medved der VI. Classe überreicht, die Zeugnisse vertheilt und damit das Schuljahr geschlossen.

VIII. Statistik.

Lehrpersonale.

Kategorie.	Geistliche (Weltpriester).	Weltliche.
Director.	—	1
Professoren.	2	9
Wirkliche Lehrer.	—	1
Supplenten.	—	3
Volontär.	—	1
Probecandidat.	—	1
Nebenlehrer.	—	5
	2	21
	23	

Schüler

Classe.	bei Beginn des Schuljahres: Öffentliche.	Privatisten.	am Ende des I. Semesters: Öffentliche.	Privatisten.	Vom Schulgelde Befreite.	Schulgeld Zahlende.	Betrag des Schulgeldes. fl.	am Ende des II. Semesters: Öffentliche.	Privatisten.	Im ganzen.	Vom Schulgelde Befreite.	Schulgeld Zahlende.	Betrag des Schulgeldes. fl.	Stipendisten.	Betrag der Stipendien. fl.	kr.	Repetenten.
I. A	35	1	35	1	—	36	288	32	1	33	12	23	174	1	100	—	9
I. B	36	—	33	—	—	33	264	30	—	30	10	20	160	2	120	—	8
II.	49	—	49	—	23	26	204	48	1	49	21	28	212	3	350	—	4
III. A	35	—	34	—	19	15	108	29	—	29	16	16	124	3	400	—	5
III. B	34	—	34	—	14	20	156	31	—	31	13	20	156	1	250	—	7
IV.	49	—	48	—	21	27	200	46	—	46	23	26	179	7	927	50	10
V.	28	—	27	—	15	11[2]	84	26	—	26	11	15	112	5	600	—	—
VI.	23	—	23	—	14	9	68	22	—	22	10	12	88	8	750	—	1
VII.	23	—	23	—	5	18	144	21	—	21	6	15	116	5	800	94	3
VIII.	11	—	11	—	5	6	48	11	—	11	6	5	32	7	1050	—	2
	323	1	317	1	116	201	1564	296	2	298[1]	128	180	1353	42	5348	44	49
	324[1]		318		317[3]						308[3]						

Classe.	Religionsbekenntnis: Römischkatholische.	Evangelische A. B.	Evangelische H. B.	Nationalität: Deutsche.	Slovenen.	Magyaren.	Kroaten.	Lebensalter. Jahre: 10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	Summe.
I. A	33	—	—	16	16	—	1	1	4	8	12	3	3	1	1	—	—	—	—	33
I. B	30	—	—	20	10	—	—	2	5	10	1	6	4	2	—	—	—	—	—	30
II.	49	—	—	26	22	1	—	—	1	8	13	15	5	4	3	—	—	—	—	49
III. A	27	1	1	13	16	—	—	—	—	4	1	5	8	3	6	1	1	—	—	29
III. B	31	—	—	17	14	—	—	—	—	2	3	9	5	7	3	2	—	—	—	31
IV.	45	1	—	22	24	—	—	—	—	—	4	6	6	9	12	5	3	1	—	46
V.	26	—	—	12	14	—	—	—	—	—	—	1	1	8	7	6	3	—	—	26
VI.	22	—	—	12	10	—	—	—	—	—	—	—	1	2	9	3	3	1	3	22
VII.	20	—	1	9	12	—	—	—	—	—	—	—	—	1	5	6	4	4	1	21
VIII.	11	—	—	5	6	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2	2	2	4	1	11
	294	2	2	152	144	1	1	3	10	32	34	45	33	37	48	25	16	10	5	298
	298			298																

[1]) Von anderen Gymnasien kamen bei Beginn oder im Laufe des Schuljahres 36 Schüler an die Lehranstalt, 55 wurden aus der Volksschule aufgenommen, 30 traten während des Schuljahres aus.

[2]) Ein Schüler trat aus ohne das Schulgeld zu bezahlen, wurde aber classificiert. [3]) Im I. Semester hatten 9, im II. 15 Schüler nur das halbe Schulgeld zu bezahlen; 10 Schüler traten nach Bezahlung des Schulgeldes aus, 7 davon hatten das ganze, einer 6, einer 4 und einer 3 fl. erlegt.

Die Einnahmen des Gymnasiums betrugen an Aufnahmstaxen 184 fl. 80 kr., an Lehrmittelbeiträgen der Schüler 330 fl., an Taxen für Zeugnisduplicate 12 fl., zusammen 546 fl. 80 kr.

Classification
vom II. Semester des Schuljahres 1881/82 vor und nach den Wiederholungs- und Nachprüfungen und vom II. Semester des Schuljahres 1882/83.

Classe.	Vorzugsclasse. 1882	Vorzugsclasse. 1883	Erste Classe. 1882 vor den Wiederhlgs.- u. Nachprüfungen.	Erste Classe. 1882 nach den Wiederhlgs.- u. Nachprüfungen.	Erste Classe. 1883	Zweite Classe. 1882 vor den Wiederholungs- und Nachprüfungen.	Zweite Classe. 1882 nach den Wiederholungs- und Nachprüfungen.	Zweite Classe. 1883	Dritte Classe. 1882	Dritte Classe. 1883	Ungeprüft. 1882	Ungeprüft. 1883	Wiederholungsprüfung bewilligt. 1882	Wiederholungsprüfung bewilligt. 1883
I. A	4	1	19	25	22	6+8[1]	9	4+3[1]	2	2	1	—	8	3
I. B	—	1	15	17	19	11+5	14	3+4	11	3	—	—	5	4
II. A	2	2	19	25	33	4+6	5	5+6	1	2	1	—	6	6
II. B	1		18	28		—+11	1		3		—		11	
III. A	7	1	22	30	19	8+11	11	3+3	4	3	2[2]	—	11	3
III. B		—			20			4+4		3		—		4
IV.	4	5	20	23	32	8+5	10	1+8	4	—	—	—	5	8
V.	2	2	19	21	12	3+2	3	9+3	3	—	—	—	2	3
VI.	1	2	16	22	19	2+7	3	—+1	1	—	—	—	7	1
VII.	1	—	6	11	16	3+5	3	4+—	1	1	—	—	5	—
VIII.	4	2	12	15	9	4+4	5	—	—	—	1[2]	—	4	—
Privatisten.	—	—	—	—	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Summe.	26	16	166	217	203	49+64	64	33+32	20	14	5	—	64	32

Zahl der Schüler, welche bis zum Schlusse des Schuljahres am Unterrichte in den Freigegenständen theilgenommen haben.

Classe.	Slovenische Sprache für Deutsche.	Französische Sprache.	Steiermärkische Geschichte und Statistik.	Stenographie.	Schönschreiben.	Zeichnen.	Turnen.	Gesang.
I. A	2	—	—	—	13	9	17	16
I. B	2	—	—	—	15	7	15	11
II.	15	—	—	—	4	11	24	15
III. A	7	—	—	—	—	5	6	13
III. B	10	—	—	—	—	5	13	12
IV.	9	8	11	33	—	8	12	5
V.	2	3	—	23	—	1	1	5
VI.	7	2	—	4	—	2	5	7
VII.	5	1	—	—	—	—	4	5
VIII.	3	—	—	—	—	—	2	4
Summe.	62	14	11	60	32	48	89	93

Vaterland der Schüler, welche bis zum Schlusse des Schuljahres an der Lehranstalt waren.

Classe.	Steiermark. Marburg.	Steiermark. Steiermark überhaupt.	Oesterreich unter der Enns.	Oesterreich ob der Enns.	Kärnten.	Krain.	Küstenland.	Tirol.	Mähren.	Schlesien.	Bukowina.	Ungarn.	Kroatien.	Militärgrenze.	Deutschland.	Summe.
I. A	9	18	—	—	1	2	1	—	—	—	—	—	1	1	—	33
I. B	5	24	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	30
II.	12	33	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	3	—	—	49
III. A	3	20	1	—	1	1	—	—	—	1	—	1	—	—	1	29
III. B	3	21	2	1	2	—	—	—	—	1	—	1	—	—	—	31
IV.	8	30	2	—	—	1	1	1	1	—	1	1	—	—	—	46
V.	5	18	3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	26
VI.	3	16	—	—	1	—	—	—	—	—	—	1	1	—	—	22
VII.	5	14	—	—	—	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	21
VIII.	1	7	—	1	1	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	11
Summe.	54	201	8	2	6	8	2	1	1	2	1	4	6	1	1	298

[1]) Die Zahlen vor dem Additionszeichen geben die irreparablen zweiten Classen, die nach demselben die bewilligten Wiederholungsprüfungen an. Von den Schülern, welchen letztere bewilligt worden waren, unterzogen sich 5 denselben nicht, wurden deshalb dieser Bewilligung verlustig und denen mit zweiter Fortgangsclasse zugezählt. [2]) Diese Schüler legten die Nachprüfung theils gar nicht, theils nicht vollständig ab.

Maturitätsprüfung am Ende des Schuljahres 1882/83.

Themen für die schriftlichen Arbeiten.

1. Aus dem Deutschen: Was haben Maria Theresia und Josef II. zur Erstarkung Österreichs geleistet?
2. a) Übersetzung in's Latein: Der Redner muss ein rechtschaffener Mann sein. (Aus M. Seyffert's Übungsbuch für Secunda.)
   b) Übersetzung aus dem Latein: Tacitus' Histor. II, 79—81 bis patescit, iuravere.
3. Aus dem Griechischen: Platons Protagoras c. IX.
4. Aus dem Slovenischen: a) Steklo in njegova imenitnost za človeško omiko in vedo.
   b) Übersetzung ins Slovenische*): Das assyrische Reich. (Aus A. Gindely's Lehrbuch der allgemeinen Geschichte für Obergymnasien, 1. Bd, 4. Aufl., S. 48 f, die ersten 37 Zeilen.)
5. Aus der Mathematik: a) Zwei Körper A und B bewegen sich in verschiedener Entfernung kreisförmig um den Punkt O herum. Der Körper A geht von dem Punkte M aus und macht in 2 Secunden 3 Meter, eine Viertelstunde später geht von N aus, welcher Punkt mit M in demselben Halbmesser, nur 14 Meter näher gegen den Mittelpunkt O liegt, der zweite Körper B ab, der in 2 Secunden 5 Meter macht. Wenn nun die beiden Körper gleichzeitig in M und N wieder eintreffen, wie viel Zeit braucht der Körper A um einen Kreis zu beschreiben und wie weit stehen die Punkte M und N von O ab?
   b) Die obere Endfläche einer abgestumpften Pyramide sei zugleich die Grundfläche einer anderen vollständigen Pyramide, deren Spitze in der unteren Endfläche der ersteren liegt. In welchem Verhältnis muss die gemeinschaftliche Höhe beider Körper durch einen zu den Grundflächen parallelen Schnitt getheilt werden, damit die Schnittfläche der abgestumpften Pyramide sich zu derjenigen der vollständigen wie $m^2 : 1$ verhalte, wenn das Verhältnis der Grundflächen wie $p^2 : q^2$ gegeben ist? ($m = 2$, $p : q = 17 : 4$.)
   c) 2 concentrische Ellipsen, deren Hauptachsen in eine und dieselbe gerade Linie fallen, unterscheiden sich dadurch, dass die eine Ellipse eine doppelt so grosse Haupt-, dagegen eine halb so grosse Nebenachse habe als die andere. In welchen Punkten und unter welchen Winkeln schneiden sich die Curven, wenn $b^2 x^2 + a^2 y^2 = a^2 b^2$ die Gleichung der einen Ellipse ist? (Specielle Fälle $a = b$, $a : b = 5 : 3$.)

Die schriftlichen Prüfungen wurden vom 4. bis 9. Juni abgehalten, die mündlichen fanden am 21. und 23. Juli 1883 statt.

Zur Prüfung meldeten sich alle 11 Schüler der VIII. Classe. Ihr Alter ist in der Tabelle S. 59 angegeben. Die Gymnasialstudien dauerten bei 9 Schülern je 8, bei 2 je 9 Jahre.

Das Ergebnis der Prüfung war folgendes:

Für reif mit Auszeichnung wurde erklärt **)	1
Für reif wurden erklärt	8
Die Erlaubnis zu einer Wiederholungsprüfung aus 1 Gegenstande erhielten	2
Von den für reif erklärten Abiturienten wählten	
die theologischen Studien	5
die juridischen Studien	3
die medicinischen Studien	1

Bei der am 21. September 1882 abgehaltenen Maturitäts-Wiederholungsprüfung wurde ein Abiturient für reif erklärt, einer auf ein halbes Jahr reprobiert, einer erschien zur Prüfung nicht; der für reif erklärte wendete sich den Rechtsstudien zu.

*) Für 2 Schüler deutscher Muttersprache.

**) J. Pečnik.

IX. Aufnahme der Schüler
für das Schuljahr 1883/84.

Das Schuljahr 1883/84 beginnt am 16. September 1883.

Die Aufnahme der Schüler findet am 13., 14. und 15. September Vormittags von 9—12 Uhr statt.

Diejenigen Schüler, welche aus der Volksschule in die I. Classe aufgenommen werden wollen, haben sich einer Aufnahmsprüfung zu unterziehen, bei welcher gefordert wird: a) Jenes Mass des Wissens in der Religion, welches in den vier ersten Classen der Volksschule erworben werden kann. b) In der deutschen Sprache: Fertigkeit im Lesen und Schreiben der deutschen und lateinischen Schrift; Kenntnis der Elemente der Formenlehre; Fertigkeit im Zergliedern einfacher bekleideter Sätze; Bekanntschaft mit den Regeln der Rechtschreibung und der Lehre über die Unterscheidungszeichen und richtige Anwendung derselben beim Dictandoschreiben. c) Im Rechnen: Übung in den vier Grundrechnungsarten in ganzen Zahlen.

Einer Aufnahmsprüfung haben sich auch alle Schüler zu unterziehen, welche von Gymnasien kommen, die a) nicht die deutsche Unterrichtssprache haben, b) nicht dem k. k. Ministerium für Cultus und Unterricht in Wien unterstehen oder c) nicht das Öffentlichkeitsrecht geniessen. Schüler, welche von öffentlichen Gymnasien kommen, können einer Aufnahmsprüfung unterzogen werden.

Alle neu eintretenden Schüler haben sich mit ihren Tauf- oder Geburtsscheinen und den Abgangszeugnissen oder Schulnachrichten über das letzte Schuljahr auszuweisen und die Aufnahmstaxe von 2 fl. 10 kr., den Lehrmittelbeitrag von 1 fl. und das Tintengeld für das I. Semester im Betrage von 10 kr. zu entrichten. Die nicht neu eintretenden Schüler entrichten bloss den Lehrmittelbeitrag und das Tintengeld.

Das Schulgeld, von dem im I. Semester kein Schüler der I. Classe befreit werden kann, beträgt 8 fl. für jedes Semester.

Die Aufnahms-, Über- und Nachprüfungen werden vom 13.—16. September abgehalten und beginnen an jedem Tage um 2 Uhr.