

Oznaka poročila: ARRS\_ZV\_RPROJ\_ZP\_2008/207

## ZAKLJUČNO POROČILO O REZULTATIH RAZISKOVALNEGA PROJEKTA

### A. PODATKI O RAZISKOVALNEM PROJEKTU

#### 1. Osnovni podatki o raziskovalnem projektu

<b>Šifra projekta</b>	Z1-9570
<b>Naslov projekta</b>	Pozitivnost v nekomutativni realni algebraični geometriji
<b>Vodja projekta</b>	22353 Igor Klep
<b>Tip projekta</b>	Zt Podoktorski projekt - temeljni
<b>Obseg raziskovalnih ur</b>	3.400
<b>Cenovni razred</b>	B
<b>Trajanje projekta</b>	01.2007 - 12.2008
<b>Nosilna raziskovalna organizacija</b>	101 Inštitut za matematiko, fiziko in mehaniko
<b>Raziskovalne organizacije - soizvajalke</b>	
<b>Družbeno-ekonomski cilj</b>	11 Neusmerjene raziskave (temeljne)

#### 2. Sofinancerji<sup>1</sup>

1.	Naziv	
	Naslov	
2.	Naziv	
	Naslov	
3.	Naziv	
	Naslov	

### B. REZULTATI IN DOSEŽKI RAZISKOVALNEGA PROJEKTA

#### 3. Poročilo o realizaciji programa raziskovalnega projekta<sup>2</sup>

Objavljenih, sprejetih v objavo ali poslanih v objavo je bilo več člankov. Spodaj se bom omejil na glavne dosežke, ki so nastali kot plod projekta.

Glede na predstavljene teme projekta

(1) Nov pristop k pozitivnosti v prostih algebrah s pomočjo sledi matrik in von Neumannovih algeber;

(2) Poglobljeni študij realnega spektra nekomutativnega kolobarja, ki ga je vpeljal T. Craven;

(3) Nadaljevanje študija pristopa, ki ga predlagajo Helton, Putinar in McCullough - predvsem v povezavi s točko (1)

je bil projekt uspešen v vseh smereh.

Pod (1) smo ugotovili, da ima (nekoliko poenostavljeno) element proste algebre pozitivno sled v vseh upodobitvah v  $II_1$  faktorjih natanko tedaj, ko je vsota hermitskih kvadratov in komutatorjev (*tracial Positivstellensatz*). Pri tem pojavljanje komutatorjev ni presenetljivo, saj je sled komutatorja vselej 0. Vsote hermitskih kvadratov pa so v vseh upodobitvah pozitivno semidefinitni operatorji. Tako smo torej uspeli dokazati globalno različico preprostega dejstva iz matrik: matrika ima pozitivno sled natanko tedaj, ko je vsota matrike s sledjo 0 (tj., komutatorja) in pozitivno semidefinitne matrike.

Takoj po utemeljitvi teorije je bila odkrita in uporabljena povezava z globokimi problemi iz operatorske algebre (Connesova domneva o vložitvah  $II_1$  faktorjev v ultraprodukte hiperkončnih  $II_1$  faktorjev) in statistične kvantne mehanike (domneva Bessis-Moussa-Villani). Osnovni deli, ki smo jih na tem področju objavili, sta

[KS1] *Connes' embedding conjecture and sums of hermitian squares*, Adv. Math., 2008, vol. 217, pp. 1816-1837. (skupaj z M. Schweighoferjem)

[KS2] *Sums of hermitian squares and the BMV conjecture*, J. Stat. Phys., 2008, vol. 133, pp. 739-760. (skupaj z M. Schweighoferjem)

Kratek povzetek nekaterih dognanj je bil predstavljen tudi v

[KS3] *Sums of hermitian squares, Connes' embedding problem and the BMV Conjecture*, Oberwolfach Reports, 2007, vol. 4, no. 1, pp. 779-782.

V [KS1] smo povsem analitičen problem prevedli na algebraično vprašanje o nekomutativnih polinomih, ki nam omogoča algoritmičen, računski pristop k Connesovi domnevi. Tudi v [KS2] je pomembno vlogo igral računski pristop, zato sem se v drugi polovici projekta odločil pripraviti programsko opremo, ki bo širši množici znanstvenikov omogočila simbolično in numerično delo z nekomutativnimi polinomi in njihovo pozitivnostjo. Tako sem skupaj s K. Cafuto (moj študent, ki je decembra 2007 zagovarjal magisterij, nadaljuje pa delo s ciljem doktorata) in J. Povhom (tudi ARRS podoktorand) pripravil

[CKP] NCSOSTools

<http://ncsostools.fis.unm.si/>

(skupaj s K. Cafuto, J. Povhom)

NCSOSTools je odprtokodni program za MATLAB, ki omogoča

- simbolično računanje z nekomutativnimi polinomi;
- konstruiranje in reševanje SOS (sum of squares - vsote kvadratov) problemov za nekomutativne polinome.

Program spremlja tudi obsežna dokumentacija in članek, ki sta dosegljiva na zgoraj navedeni spletni strani. Hkrati je nastal tudi članek

[KP] [Semidefinite programming and sums of hermitian squares of noncommutative polynomials](#), sprejeto v objavo v Journal of Pure and Applied Algebra (skupaj z J. Povhom),

ki služi kot teoretska in algoritmična osnova za delovanje NCSOSTools. Hkrati pojasni povezavo med semidefinitnim programiranjem in SOS.

Nazadnje bi glede točke (1) omenil še

[BK] *Noncommutative Polynomials, Lie Skew-Ideals and Tracial Nullstellensätze* (skupaj z M. Brešarjem),

kjer sva (med drugim) dokazala, da je vsak nekomutativen polinom, ki ima sled 0 v vseh evaluacijah v  $d \times d$  matrikah, enak polinomski identiteti  $d \times d$  matrik modulo vsota komutatorjev (*tracial Nullstellensatz*). Ta rezultat posplošuje brezdimenzijski analog v članku [KS1]. Članek je dejansko širši in nakaže povezavo do neasociativne algebre, natančneje Liejevih idealov v asociativnih algebrah.

Ker smo o (2) obsežneje poročali že v lanskem poročilu, tukaj le na kratko povzemimo, da je bil dosežen napredek pri razumevanju stopničastega kolobarja, ki je naravno prirejen urejenemu kolobarju z involucijo. Pod blagimi pogoji je le-ta komutativen in celo polgrupna algebra. S tem smo bistveno poglobili razumevanje teorije valuacij kolobarjev z involucijo. Članek, kjer sem dokazal Artin-Langov izrek za nekomutativne kolobarje in vpeljal ustrezno različico realnega spektra preko vložitev v urejene obsege, je pa trenutno v končni fazi priprave.

Cilji točke (3) so tudi bili doseženi. V članku

[KU] The Procesi-Schacher conjecture and Hilbert's 17th problem for algebras with involution, sprejeto v objavo v Journal of Algebra (skupaj s T. Ungerjem)

sva rešila več kot 30 let staro domnevo Procesi in Schacherja iz Annals of Mathematics. Pri tem sva teorijo pozitivnih involucij in pozitivnih elementov centralno enostavnih algeber z involucijo (ki jo je vpeljal A. Weil, študij pa sta nato nadaljevala npr. Procesi in Schacher) povezala s pozitivnimi nekomutativnimi polinomi. Kot vzorec omenimo, da sva dokazala, da je vsak nekomutativen polinom, ki je pozitivno semidefiniten na  $d \times d$  matrikah, vsota komutatorjev z utezmi in imenovalci. Pri tem so imenovalci centralni polinomi  $d \times d$  matrik, utezi pa so globalno pozitivni elementi in so predstavljeni kot sled vsot kvadratov, a niso same vsote kvadratov (obstoj takšnih elementov je bilo vprašanje/domneva, ki sta jo zastavila Procesi in Schacher). Ta *dimenzijski Positivstellensatz* lahko razumemo kot ne-brezdimenzijsko varianto Heltonovega SOS izreka (Annals of Mathematics, 2002), ki je začel sistematičen študij pozitivnosti za nekomutativne polinome.

Glede točke (3) je potrebno omeniti tudi začetek nekomutativne geometrije polinomov (ali tudi proste (realne) algebraične geometrije - free semialgebraic geometry v terminologiji B. Sturmfelsa). Osnovne množice, ki jih lahko priredimo nekomutativnim polinomom (opravka imamo s vprašanji pozitivnosti!) so semialgebraične množice, tj., domene pozitivnosti. Poseben primer le-teh so nekomutativne krogle, katerih avtomorfizme klasificiramo v

[HKMS] Noncommutative ball maps, sprejeto v objavo v Journal of Functional Analysis (skupaj z B. Heltonom, N. Slinglandom, S. McCulloughom).

Pri tem se izkaže, da so te strukture v nekomutativnem zelo rigidne in je teh avtomorfizmov neprimerno manj kot v komutativnem (glej npr. klasično kompleksno analizo v  $\mathbb{C}^n$  in njihov študij preslikav iz krogel v krogle različnih dimenzij). Nekoliko manj poseben primer nekomutativnih semialgebraičnih množic so množice, ki so domene pozitivnosti (nekomutativnih) linearnih šopov (linear pencils), t.i. rešitve nekomutativnih linearnih matričnih neenakosti. Tudi tukaj nam je uspelo klasificirati avtomorfizme v

[HKM] LMI maps (skupaj z B. Heltonom, S. McCulloughom).

Pri tem za razliko od [HKMS] ti rezultati niso več elementarni, temveč uporabijo Arveson-Paulsenovo teorijo operatorskih prostorov in sistemov.

Za konec povejmo še, da je v pripravi članek o matrično pozitivnih polinomih v komutirajočih spremeljivkah (skupaj z M. Schweighoferjem); o rezultatih sem že poročal na MTNS 2008 v Virginiji.

#### 4. Ocena stopnje realizacije zastavljenih raziskovalnih ciljev<sup>3</sup>

Glede na opis prejšnje točke lahko trdimo, da je bil v vseh treh zastavljenih delih projekta dosežen zavidljiv napredek. Modulo zaključek članka o nekomutativnem Artin-Langovem izreku, ki je v fazi končevanja, so vsi cilji točke (2) doseženi.

Točki (1) in (3) sta se izkazali za zelo obsežni in sta porodili že več objav, citatov, predavanj in nastopov (tudi) v tujini. Kratkoročni cilji navedeni v projektu so bili doseženi, v več smereh celo preseženi. Ker pa je teorija na tem področju že zelo obširna in se hitro dalje razvija, ni mogoče trditi, da je delo s tem končano.

Rezultate sem objavljaval v uglednih mednarodnih matematičnih revijah in jih predstavil na vrsti mednarodnih konferenc in vabljenih predavanjih po tujih univerzah. Veliko rezultatov sem dosegel v sodelovanju s kolegi iz tujine, s čimer smo skrbeli za pretok matematičnega znanja med Slovenijo in svetom.

**5. Utemeljitev morebitnih sprememb programa raziskovalnega projekta<sup>4</sup>**

Ni sprememb.
--------------

**6. Najpomembnejši znanstveni rezultati projektne skupine<sup>5</sup>**

Znanstveni rezultat			
1.	Naslov	SLO	Connes' embedding conjecture and sums of hermitian squares (skupaj z M. Schweighoferjem)
		ANG	Connes' embedding conjecture and sums of hermitian squares (with M. Schweighofer)
	Opis	SLO	V članku dokažemo, da je Connesova vložitvena domneva o von Neumannovih algebrah ekvivalentna obstoju določenih algebraičnih certifikatov za naslednji pozitivnostni pogoj za polinome v nekomutirajočih spremenljivkah: sled je nenegativna v vseh končno-razsežnih *-upodobitvah. V teh certifikatih nastopajo hermitski kvadrati, komutatorji in njihove vsote.
		ANG	We show that Connes' embedding conjecture on von Neumann algebras is equivalent to the existence of certain algebraic certificates for a polynomial in noncommuting variables to satisfy the following nonnegativity condition: The trace is nonnegative whenever self-adjoint contraction matrices of the same size are substituted for the variables. These algebraic certificates involve sums of hermitian squares and commutators. We prove that they always exist for a similar nonnegativity condition where elements of separable II <sub>1</sub> -factors are considered instead of matrices.
	Objavljeno v	Adv. Math., 2008, vol. 217, pp. 1816-1837.	
	Tipologija	1.01 Izvirni znanstveni članek	
	COBISS.SI-ID	14569561	
2.	Naslov	SLO	Sums of hermitian squares and the BMV conjecture (skupaj z M. Schweighoferjem)
		ANG	Sums of hermitian squares and the BMV conjecture (with M. Schweighofer)
	Opis	SLO	Fizika Lieb in Seiringer iz Princetona sta pred kratkim Bessis-Moussa-Villanijevo domnevo iz kvantne fizike reformurirala takole: vsota vseh besed v dveh pozitivno semidefinitnih matrikah, kjer je število vsake od črk konstantno v vseh sumandih, ima vselej nenegativno sled. V članku pokažemo, da trditev drži za vse vsote besed dolžine manj kot 14. V dokazu utemeljimo povezavo med vsotami hermitskih kvadratov nekomutativnih polinomov in semidefinitnim programiranjem.
		ANG	Recently Lieb and Seiringer showed that the Bessis-Moussa-Villani conjecture from quantum physics can be restated in the following purely algebraic way: The sum of all words in two positive semidefinite matrices where the number of each of the two letters is fixed is always a matrix with nonnegative trace. We show that this statement holds if the words are of length at most 13. In our proof, we establish a connection to sums of hermitian squares of polynomials in noncommuting variables and to semidefinite programming.
	Objavljeno v	J. Stat. Phys., 2008, vol. 133, pp. 739-760.	
	Tipologija	1.01 Izvirni znanstveni članek	
	COBISS.SI-ID	14975321	
3.	Naslov	SLO	Noncommutative ball maps (skupaj z B. Heltonom, N. Slinglendom, S. McCulloughom)
		ANG	Noncommutative ball maps (with B. Helton, N. Slinglend, S. McCullough)
	Opis	SLO	V članku karakteriziramo nekomutativne analitične funkcije, ki slikajo brezdimenzijske matrične krogle na brezdimenzijske matrične krogle. Modulo normalizacijo z unitarnimi matrikami, so takšne funkcije direktne vsote identične preslikave in funkcije, ki slika omenjene krogle v krogle.
		In this paper, we analyze problems involving matrix variables for which we use a noncommutative algebra setting. We use a class of functions (NC analytic functions) defined by power series in noncommuting variables and	

## Zaključno poročilo o rezultatih raziskovalnega projekta

		ANG	evaluate these functions on sets of matrices of all dimensions; we call such situations dimension-free. In this paper we characterize NC analytic maps that send dimension-free matrix balls to dimension-free matrix balls and carry the boundary to the boundary. Up to normalization, such a map is the direct sum of the identity with an NC analytic map of the ball into the ball.
	Objavljeno v	Journal of Functional Analysis (sprejeto v objavo)	
	Tipologija	1.01 Izvirni znanstveni članek	
	COBISS.SI-ID	0	
4.	Naslov	SLO	The Procesi-Schacher conjecture and Hilbert's 17th problem for algebras with involution (skupaj s T. Ungerjem)
		ANG	The Procesi-Schacher conjecture and Hilbert's 17th problem for algebras with involution (with T. Unger)
	Opis	SLO	Leta 1976 sta v Annals of Mathematics Procesi in Schacher razvila Artin-Schreierjevo teorijo za centralno enostavne algebre z involucijo in domnevala, da je v takšni algebri vsak totalno pozitiven element vsota hermitskih kvadratov. V prispevku podamo več protiprimerov to domneve in hkrati dokažemo Positivstellensatz za nekomutativne polinome, ki so pozitivno semidefinitni na dxd matrikah.
		ANG	In 1976 Procesi and Schacher developed an Artin-Schreier type theory for central simple algebras with involution and conjectured that in such an algebra a totally positive element is always a sum of hermitian squares. In this paper elementary counterexamples to this conjecture are constructed and cases are studied where the conjecture does hold. Also, a Positivstellensatz is established for noncommutative polynomials, positive semidefinite on all tuples of matrices of a fixed size.
	Objavljeno v	Journal of Algebra (sprejeto v objavo)	
	Tipologija	1.01 Izvirni znanstveni članek	
COBISS.SI-ID	0		
5.	Naslov	SLO	Semidefinite programming and sums of hermitian squares of noncommutative polynomials (skupaj z J. Povhom)
		ANG	Semidefinite programming and sums of hermitian squares of noncommutative polynomials (with J. Povh)
	Opis	SLO	V članku predstavimo algoritem za iskanje vsot hermitskih kvadratov nekomutativnih polinomov. Algoritem je osnovan na metodi Newtonovih odrezkov, ki so ustrezna nekomutativna različica Newtonovega politopa, in semidefinitnem programiranju.
		ANG	An algorithm for nding sums of hermitian squares decompositions for polynomials in noncommuting variables is presented. The algorithm is based on the "Newton chip method", a noncommutative analog of the classical Newton polytope method, and semidefinite programming.
	Objavljeno v	Journal of Pure and Applied Algebra (sprejeto v objavo)	
	Tipologija	1.01 Izvirni znanstveni članek	
COBISS.SI-ID	0		

### 7. Najpomembnejši družbeno-ekonomsko relevantni rezultati projektne skupine<sup>6</sup>

	Družbeno-ekonomsko relevantni rezultat		
1.	Naslov	SLO	Organizator mednarodnega srečanja The Fifth Linear Algebra Workshop v Kranjski gori (maj 2008)
		ANG	Organizer of the international conference The Fifth Linear Algebra Workshop in Kranjska Gora (May 2008)
	Opis	SLO	Vsaka tri leta prof. Omladič organizira veliko konferenco na področju linearne algebre. Sam sem organiziral posebna sekcijo z imenom Real Algebra and its interactions with Functional Analysis, kjer je sodelovalo okrog 25 mednarodno uveljavljenih znanstvenikov iz celega sveta, glej npr. <a href="http://www.law05.si/index.php?stran=special_RAFA">http://www.law05.si/index.php?stran=special_RAFA</a>

Zaključno poročilo o rezultatih raziskovalnega projekta

		ANG	Prof. Omladič regularly organizes a big linear algebra conference. In 2008 I organized special section on Real Algebra and its interactions with Functional Analysis, where around 25 international experts have participated, see e.g. <a href="http://www.law05.si/index.php?stran=special_RAFA">http://www.law05.si/index.php?stran=special_RAFA</a>	
	Šifra		B.01 Organizator znanstvenega srečanja	
	Objavljeno v		<a href="http://www.law05.si/index.php?stran=organizers">http://www.law05.si/index.php?stran=organizers</a>	
	Tipologija		1.25 Drugi članki ali sestavki	
	COBISS.SI-ID		0	
2.	Naslov	SLO	Pozitivnost v nekomutativni realni algebraični geometriji (Z1-9570-0101-06)	
		ANG	Positivity in noncommutative real algebraic geometry (Z1-9570-0101-06)	
	Opis	SLO	Vodja tega podoktorskega projekta (januar 2007-december 2008). Cilj projekta je bil študij pogojev pozitivnosti v nekomutativni realni algebraični geometriji.	
		ANG	Head of this postdoctoral research project (January 2007-December 2008). The goal of the project was to study notions of positivity in noncommutative real algebraic geometry.	
		Šifra		D.01 Vodenje/koordiniranje (mednarodnih in domačih) projektov
		Objavljeno v		<a href="http://www.arrs.gov.si/sl/progproj/rproj/rezultati/06/inc/seznam-projekti-06.pdf">http://www.arrs.gov.si/sl/progproj/rproj/rezultati/06/inc/seznam-projekti-06.pdf</a>
		Tipologija		1.25 Drugi članki ali sestavki
		COBISS.SI-ID		0
3.	Naslov	SLO	Pozitivni nekomutirajoči polinomi	
		ANG	Positive noncommutative polynomials	
	Opis	SLO	Vodja bilateralnega projekta sodelovanja RS s Francijo 2009-2010 v okviru programa Proteus (PI na francoski strani je M. Schweighofer).	
		ANG	Head of the bilateral cooperation project between Slovenia and France 2009-2010 within the Proteus program (the PI on the French side is M. Schweighofer).	
		Šifra		D.01 Vodenje/koordiniranje (mednarodnih in domačih) projektov
		Objavljeno v		<a href="http://www.arrs.gov.si/sl/medn/dvostr/drzave/Francija/rezultati/08/rezult-franc-PROTEUS-08.asp">http://www.arrs.gov.si/sl/medn/dvostr/drzave/Francija/rezultati/08/rezult-franc-PROTEUS-08.asp</a>
		Tipologija		1.25 Drugi članki ali sestavki
	COBISS.SI-ID		0	
4.	Naslov	SLO	izvleček nekaterih nastopov na mednarodnih konferencah	
		ANG	a shortened collection of invited talks at international conferences	
	Opis	SLO	Sums of hermitian squares, Connes' embedding problem and the BMV Conjecture, Reelle Algebraische Geometrie-Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach, Nemčija (marec 2007); A Stellensatz for nowhere negative semidefinite polynomials, Workshop on Real Algebra, Model Theory and Quadratic Forms in Paris, Francija (november 2005); A Nirgendsnegativsemidefinitheitsstellensatz, RAAG Annual meeting in Passau, Nemčija (september 2005); *-ordered groups, 6th Annual Colloquiumfest: Positivity, the Multi-Dimensional Moment Problem and Noncommutative Real Geometry, Saskatoon, Kanada (april 2005)	
		ANG	Sums of hermitian squares, Connes' embedding problem and the BMV Conjecture, Reelle Algebraische Geometrie-Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach, Germany (March 2007); A Stellensatz for nowhere negative semidefinite polynomials, Workshop on Real Algebra, Model Theory and Quadratic Forms in Paris, France (November 2005); A Nirgendsnegativsemidefinitheitsstellensatz, RAAG Annual meeting in Passau, Germany (September 2005); *-ordered groups, 6th Annual Colloquiumfest: Positivity, the Multi-Dimensional Moment Problem and Noncommutative Real Geometry, Saskatoon, Canada (April 2005)	
		Šifra		B.03 Referat na mednarodni znanstveni konferenci
		Objavljeno v		Oberwolfach Reports, 2007, vol. 4, no. 1, pp. 779-782.
			1.06 Objavljeni znanstveni prispevek na konferenci (vabljeni)	

	Tipologija	predavanja)		
	COBISS.SI-ID	14443353		
5.	Naslov	SLO	B.04 in B.05: vabljeni predavanja in gostovanja	
		ANG	B.04 in B.05: invited talks and visiting positions	
	Opis	SLO	B.04 (izvleček) Positive polynomials and the BMV conjecture, University of California at San Diego, ZDA (december 2007); From positive polynomials to operator algebras, University of California at San Diego, ZDA (november 2007); Ordered division rings with involution, University of Saskatchewan, Saskatoon, Kanada (julij 2006); Positivity and sums of hermitian squares, University of Saskatchewan, Saskatoon, Kanada (junij 2006) B.05 gostujoči profesor: UCSD San Diego, ZDA, september 2007-januar 2009; Université de Rennes 1, Francija, maj 2008; Universität Konstanz, Nemčija, julij-avgust 2007	
		ANG	B.04 (summary) Positivity and sums of hermitian squares, University of Saskatchewan, Saskatoon, Canada (June 2006); Positive Matrizenpolynome, Universität Regensburg, Germany (February 2006); Angeordnete Schiefkörper, Universität Konstanz, Germany (April 2005); B.05 visiting professor: UCSD San Diego, USA, September 2007-January 2009; Université de Rennes 1, France, May 2008; Universität Konstanz, Germany, July-August 2007, September 2006; University of Saskatchewan, Saskatoon, Canada, June 2006-August 2006	
	Šifra	B.04	Vabljeni predavanja	
	Objavljeno v	cobiss		
Tipologija	1.25	Drugi članki ali sestavki		
	COBISS.SI-ID	14895449		

## 8. Pomen raziskovalnih rezultatov projektne skupine<sup>7</sup>

### 8.1. Pomen za razvoj znanosti<sup>8</sup>

SLO

Doseženi rezultati so in bodo pomembni za razvoj matematične znanosti. Ker sem se ukvarjali s problemi, ki so bili zastavljeni v okviru širše matematične skupnosti, pričakujem, da bodo vzbudili pozornost tudi drugje. Rezultati so še posebnega pomena za razvoj algebre in njene uporabe v operatorskih aljabrah. Veliko od prej naštetih rezultatov je v znanstveni srenji že vzbudilo zanimanje, pričakujemo, da bo tako tudi v prihodnje. Uspešno sem začel (deloma tudi že nadaljeval) in poglobil znanstveno sodelovanje v mednarodnem prostoru. Rezultate sem in bom objavljal v kvalitetnih znanstvenih revijah, predstavljal na mednarodnih konferencah in vabljenih predavanjih po tujih univerzah.

ANG

These results are important for the development of the mathematical sciences. Since I have studied problems that were raised in the international mathematical community, I expect that they will attract a considerable amount of attention. The results are important for the development of algebra and its application to operator algebras. Many of the results have already attracted a considerable amount of attention. I expect that the same will be the case for our future results. I successfully started (in some cases already continued) with scientific collaboration with many mathematicians around the world. I have published results in refereed scientific journals, presented them at international scientific meetings and at invited lectures at established foreign universities.

### 8.2. Pomen za razvoj Slovenije<sup>9</sup>

SLO

Trajnostni družbeno-ekonomski in kulturni razvoj

Izpeljane raziskave so oziroma bodo okrepile in razvile znanstveni potencial v Sloveniji ter utrdile status Slovenije kot države, ki znatno prispeva k napredku algebre in njene povezave z operatorskimi aljabrami. Enako pomembne so oziroma bodo tudi za vzgojo novih generacij raziskovalcev, s tem pa posredno še za vlogo, položaj in končno popularizacijo matematike in znanosti v Sloveniji.

Prepoznavnost zaradi vpetosti vsebine v mednarodne raziskovalne programe in projekte

Rezultati projekta že odmevajo po tujini, kar se odraža npr. s številnimi predavanji na mednarodnih konferencah in tujih univerzah. Hkrati sem vpet tudi v bilateralno sodelovanje s Francijo preko programa PROTEUS.

ANG

Sustainable socio-economic and cultural development

Research described above has or will develop and strengthen scientific potential in Slovenia, and consolidate the status of Slovenia as a country which contributes significantly to the progress of algebra and its links with operator algebras. Equally important will be the education of new generations of researchers, thus, indirectly, contributing to popularization of mathematics and science in general in Slovenia.

international recognition and connections to international and foreign research programs and projects

The results of the project have already been noticed in the international mathematical community, as reflected for example by numerous lectures at international conferences and foreign universities. At the same time I am the PI of a bilateral cooperation with France via the PROTEUS program.

**9. Samo za aplikativne projekte!**

**Označite, katerega od navedenih ciljev ste si zastavili pri aplikativnem projektu, katere konkretne rezultate ste dosegli in v kakšni meri so doseženi rezultati uporabljeni**

Cilj		
<b>F.01</b>	<b>Pridobitev novih praktičnih znanj, informacij in veščin</b>	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
<b>F.02</b>	<b>Pridobitev novih znanstvenih spoznanj</b>	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
<b>F.03</b>	<b>Večja usposobljenost raziskovalno-razvojnega osebja</b>	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
<b>F.04</b>	<b>Dvig tehnološke ravni</b>	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
<b>F.05</b>	<b>Sposobnost za začetek novega tehnološkega razvoja</b>	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>



<b>F.06</b>	<b>Razvoj novega izdelka</b>	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
<b>F.07</b>	<b>Izboljšanje obstoječega izdelka</b>	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
<b>F.08</b>	<b>Razvoj in izdelava prototipa</b>	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
<b>F.09</b>	<b>Razvoj novega tehnološkega procesa oz. tehnologije</b>	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
<b>F.10</b>	<b>Izboljšanje obstoječega tehnološkega procesa oz. tehnologije</b>	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
<b>F.11</b>	<b>Razvoj nove storitve</b>	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
<b>F.12</b>	<b>Izboljšanje obstoječe storitve</b>	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
<b>F.13</b>	<b>Razvoj novih proizvodnih metod in instrumentov oz. proizvodnih procesov</b>	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
<b>F.14</b>	<b>Izboljšanje obstoječih proizvodnih metod in instrumentov oz. proizvodnih procesov</b>	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
<b>F.15</b>	<b>Razvoj novega informacijskega sistema/podatkovnih baz</b>	

	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
<b>F.16</b>	<b>Izboljšanje obstoječega informacijskega sistema/podatkovnih baz</b>	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
<b>F.17</b>	<b>Prenos obstoječih tehnologij, znanj, metod in postopkov v prakso</b>	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
<b>F.18</b>	<b>Posredovanje novih znanj neposrednim uporabnikom (seminarji, forumi, konference)</b>	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
<b>F.19</b>	<b>Znanje, ki vodi k ustanovitvi novega podjetja ("spin off")</b>	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
<b>F.20</b>	<b>Ustanovitev novega podjetja ("spin off")</b>	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
<b>F.21</b>	<b>Razvoj novih zdravstvenih/diagnostičnih metod/postopkov</b>	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
<b>F.22</b>	<b>Izboljšanje obstoječih zdravstvenih/diagnostičnih metod/postopkov</b>	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
<b>F.23</b>	<b>Razvoj novih sistemskih, normativnih, programskih in metodoloških rešitev</b>	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
<b>F.24</b>	<b>Izboljšanje obstoječih sistemskih, normativnih, programskih in metodoloških rešitev</b>	

	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
<b>F.25</b>	<b>Razvoj novih organizacijskih in upravljavskih rešitev</b>	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
<b>F.26</b>	<b>Izboljšanje obstoječih organizacijskih in upravljavskih rešitev</b>	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
<b>F.27</b>	<b>Prispevek k ohranjanju/varovanje naravne in kulturne dediščine</b>	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
<b>F.28</b>	<b>Priprava/organizacija razstave</b>	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
<b>F.29</b>	<b>Prispevek k razvoju nacionalne kulturne identitete</b>	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
<b>F.30</b>	<b>Strokovna ocena stanja</b>	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
<b>F.31</b>	<b>Razvoj standardov</b>	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
<b>F.32</b>	<b>Mednarodni patent</b>	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
<b>F.33</b>	<b>Patent v Sloveniji</b>	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE

Zaključno poročilo o rezultatih raziskovalnega projekta

	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
<b>F.34</b>	<b>Svetovalna dejavnost</b>	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
<b>F.35</b>	<b>Drugo</b>	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>

**Komentar**

**10. Samo za aplikativne projekte!**

**Označite potencialne vplive oziroma učinke vaših rezultatov na navedena področja**

	Vpliv	Ni vpliva	Majhen vpliv	Srednji vpliv	Velik vpliv	
<b>G.01</b>	<b>Razvoj visoko-šolskega izobraževanja</b>					
G.01.01.	Razvoj dodiplomskega izobraževanja	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.01.02.	Razvoj podiplomskega izobraževanja	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.01.03.	Drugo: <input type="text"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
<b>G.02</b>	<b>Gospodarski razvoj</b>					
G.02.01	Razširitev ponudbe novih izdelkov/storitev na trgu	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.02.02.	Širitev obstoječih trgov	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.02.03.	Znižanje stroškov proizvodnje	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.02.04.	Zmanjšanje porabe materialov in energije	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.02.05.	Razširitev področja dejavnosti	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.02.06.	Večja konkurenčna sposobnost	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.02.07.	Večji delež izvoza	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.02.08.	Povečanje dobička	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.02.09.	Nova delovna mesta	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.02.10.	Dvig izobrazbene strukture zaposlenih	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.02.11.	Nov investicijski zagon	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.02.12.	Drugo: <input type="text"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
<b>G.03</b>	<b>Tehnološki razvoj</b>					
	Tehnološka razširitev/posodobitev					

Zaključno poročilo o rezultatih raziskovalnega projekta

G.03.01.	dejavnosti	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.03.02.	Tehnološko prestrukturiranje dejavnosti	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.03.03.	Uvajanje novih tehnologij	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.03.04.	Drugo:	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
<b>G.04</b>	<b>Družbeni razvoj</b>					
G.04.01	Dvig kvalitete življenja	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.04.02.	Izboljšanje vodenja in upravljanja	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.04.03.	Izboljšanje delovanja administracije in javne uprave	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.04.04.	Razvoj socialnih dejavnosti	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.04.05.	Razvoj civilne družbe	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.04.06.	Drugo:	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
<b>G.05.</b>	<b>Ohranjanje in razvoj nacionalne naravne in kulturne dediščine in identitete</b>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
<b>G.06.</b>	<b>Varovanje okolja in trajnostni razvoj</b>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
<b>G.07</b>	<b>Razvoj družbene infrastrukture</b>					
G.07.01.	Informacijsko-komunikacijska infrastruktura	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.07.02.	Prometna infrastruktura	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.07.03.	Energetska infrastruktura	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.07.04.	Drugo:	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
<b>G.08.</b>	<b>Varovanje zdravja in razvoj zdravstvenega varstva</b>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
<b>G.09.</b>	<b>Drugo:</b>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	

**Komentar**

--

**11. Pomen raziskovanja za sofinancerje, navedene v 2. točki<sup>10</sup>**

1.	<b>Sofinancer</b>	
	<b>Vrednost sofinanciranja za celotno obdobje trajanja projekta je znašala:</b>	<b>EUR</b>
	<b>Odstotek od utemeljenih stroškov projekta:</b>	<b>%</b>
	<b>Najpomembnejši rezultati raziskovanja za sofinancerja</b>	<b>Šifra</b>
	1.	
2.		
3.		

	4.		
	5.		
	<b>Komentar</b>		
	<b>Ocena</b>		
2.	<b>Sofinancer</b>		
	<b>Vrednost sofinanciranja za celotno obdobje trajanja projekta je znašala:</b>		<b>EUR</b>
	<b>Odstotek od utemeljenih stroškov projekta:</b>		<b>%</b>
	<b>Najpomembnejši rezultati raziskovanja za sofinancerja</b>		<b>Šifra</b>
	1.		
	2.		
	3.		
	4.		
	5.		
	<b>Komentar</b>		
	<b>Ocena</b>		
3.	<b>Sofinancer</b>		
	<b>Vrednost sofinanciranja za celotno obdobje trajanja projekta je znašala:</b>		<b>EUR</b>
	<b>Odstotek od utemeljenih stroškov projekta:</b>		<b>%</b>
	<b>Najpomembnejši rezultati raziskovanja za sofinancerja</b>		<b>Šifra</b>
	1.		
	2.		
	3.		
	4.		
	5.		
	<b>Komentar</b>		
	<b>Ocena</b>		

### C. IZJAVE

Podpisani izjavljam/o, da:

- so vsi podatki, ki jih navajamo v poročilu, resnični in točni
- se strinjamo z obdelavo podatkov v skladu z zakonodajo o varstvu osebnih podatkov za potrebe ocenjevanja, za objavo 6., 7. in 8. točke na spletni strani <http://sicris.izum.si/> ter

## Zaključno poročilo o rezultatih raziskovalnega projekta

obdelavo teh podatkov za evidence ARRS

- so vsi podatki v obrazcu v elektronski obliki identični podatkom v obrazcu v pisni obliki

### Podpisi:

Igor Klep	in/ali	
podpis vodje raziskovalnega projekta		zastopnik oz. pooblaščen oseba RO

Kraj in datum:

Ljubljana

14.4.2009

### Oznaka poročila: ARRS\_ZV\_RPROJ\_ZP\_2008/207

<sup>1</sup> Samo za aplikativne projekte. [Nazaj](#)

<sup>2</sup> Napišite kratko vsebinsko poročilo, kjer boste predstavili raziskovalno hipotezo in opis raziskovanja. Navedite ključne ugotovitve, znanstvena spoznanja ter rezultate in učinke raziskovalnega projekta. Največ 18.000 znakov vključno s presledki (približno tri strani, velikosti pisave 11). [Nazaj](#)

<sup>3</sup> Realizacija raziskovalne hipoteze. Največ 3.000 znakov vključno s presledki (približno pol strani, velikosti pisave 11). [Nazaj](#)

<sup>4</sup> Samo v primeru bistvenih odstopanj in sprememb od predvidenega programa raziskovalnega projekta, kot je bil zapisan v predlogu raziskovalnega projekta. Največ 3.000 znakov vključno s presledki (približno pol strani, velikosti pisave 11). [Nazaj](#)

<sup>5</sup> Navedite največ pet najpomembnejših znanstvenih rezultatov projektne skupine, ki so nastali v času trajanja projekta v okviru raziskovalnega projekta, ki je predmet poročanja. Za vsak rezultat navedite naslov v slovenskem in angleškem jeziku (največ 150 znakov vključno s presledki), rezultat opišite (največ 600 znakov vključno s presledki) v slovenskem in angleškem jeziku, navedite, kje je objavljen (največ 500 znakov vključno s presledki), izberite ustrezno šifro tipa objave po Tipologiji dokumentov/del za vodenje bibliografij v sistemu COBISS ter napišite ustrezno COBISS.SI-ID številko bibliografske enote. Navedeni rezultati bodo objavljeni na spletni strani <http://sicris.izum.si/>.

**PRIMER** (v slovenskem jeziku):

**Naslov:** Regulacija delovanja beta-2 integrinskih receptorjev s katepsinom X;

**Opis:** Cisteinske proteaze imajo pomembno vlogo pri nastanku in napredovanju raka. Zadnje študije kažejo njihovo povezanost s procesi celičnega signaliziranja in imunskega odziva. V tem znanstvenem članku smo prvi dokazali... (največ 600 znakov vključno s presledki)

**Objavljeno v:** OBERMAJER, N., PREMZL, A., ZAVAŠNIK-BERGANT, T., TURK, B., KOS, J.. Carboxypeptidase cathepsin X mediates  $\beta 2$  - integrin dependent adhesion of differentiated U-937 cells. Exp. Cell Res., 2006, 312, 2515-2527, JCR IF (2005): 4.148

**Tipologija:** 1.01 - Izvirni znanstveni članek

**COBISS.SI-ID:** 1920113 [Nazaj](#)

<sup>6</sup> Navedite največ pet najpomembnejših družbeno-ekonomsko relevantnih rezultatov projektne skupine, ki so nastali v času trajanja projekta v okviru raziskovalnega projekta, ki je predmet poročanja. Za vsak rezultat navedite naslov (največ 150 znakov vključno s presledki), rezultat opišite (največ 600 znakov vključno s presledki), izberite ustrezen rezultat, ki je v Šifrantu raziskovalnih rezultatov in učinkov (Glej: <http://www.arrs.gov.si/sl/gradivo/sifranti/sif-razisk-rezult.asp>), navedite, kje je rezultat objavljen (največ 500 znakov vključno s presledki), izberite ustrezno šifro tipa objave po Tipologiji dokumentov/del za vodenje bibliografij v sistemu COBISS ter napišite ustrezno COBISS.SI-ID številko bibliografske enote. Navedeni rezultati bodo objavljeni na spletni strani <http://sicris.izum.si/>. [Nazaj](#)

<sup>7</sup> Pomen raziskovalnih rezultatov za razvoj znanosti in za razvoj Slovenije bo objavljen na spletni strani: <http://sicris.izum.si/> za posamezen projekt, ki je predmet poročanja. [Nazaj](#)

<sup>8</sup> Največ 4.000 znakov vključno s presledki [Nazaj](#)

<sup>9</sup> Največ 4.000 znakov vključno s presledki [Nazaj](#)

<sup>10</sup> Rubrike izpolnite/prepišite skladno z obrazcem "Izjava sofinancerja" (<http://www.arrs.gov.si/sl/progproj/rproj/gradivo/>), ki ga mora izpolniti sofinancer. Podpisan obrazec "Izjava sofinancerja" pridobi in hrani nosilna raziskovalna organizacija – izvajalka projekta. [Nazaj](#)

Obrazec: ARRS-ZV-RPROJ-ZP/2008 v1.00