

Amela Sambolić Beganović in Jerneja Bone, Zavod Republike Slovenije za šolstvo

POUČEVANJE ZA UČENJE UČENJA MATEMATIKE

IZ TEORIJE ZA PRAKSO

POVZETEK

V pričujočem prispevku smo se posvetili izdelavi in predstavitvi modela načrtovanja tematskega sklopa, v katerem načrtno spodbujamo razvoj kompetence učenje učenja. Pri načrtovanju tematskega sklopa predvidimo uporabo različnih strategij učenja v vseh fazah pouka in učenja (preverjanje predznanja, uvajanje novih vsebin, utrjevanje, ponavljanje, sprotno in končno preverjanje, ocenjevanje). Model je zasnovan na predpostavki, da dijaki učne strategije poznajo in smo jim tokrat omogočili praktične izkušnje, vadbo in evalvacijo učnih strategij. Poudariti smo želeli to, da samo poznavanje strategij – brez izkušnje, preizkusa, prenosa – ni zagotovilo za razvoj kompetence učenje učenja pri dijakih.

Vodilna zamisel oz. ključni element modela so aktivnosti, ki jih učitelj pripravi z namenom, da se v dijakih rodi želja po tem, da bi se učili, da morajo nekaj znati.

V modelu smo podrobneje predstavili, kdaj aktivnosti uporabimo, kakšna so priporočila glede izvedbe, možnosti razširitve aktivnosti, vključevanje kompetence učenje učenja in njeno spremljanje, posebno pozornost pa namenjamo dosežkom dijakov. Pozabili nismo niti na evalvacijo, ki je nepogrešljiv del modela.

Ključne besede: matematika, učenje učenja, tematski sklop, učne strategije, učitelji

ABSTRACT

This paper focuses on making and presenting a model of planning a thematic unit in which we systematically promote the inclusion of the development of the learning to learn competence. When planning this thematic unit, we foresee the use of various learning strategies in all stages of lessons and learning (testing prior knowledge, introducing new contents, consolidation, revision, formative and summative assessment, marking). This model has been designed based on the hypothesis that secondary school students are familiar with the learning strategies; this time they were enabled to gain practical experience, and to practise and evaluate learning strategies. This paper wishes to emphasise that the mere knowledge of the strategies without experience, testing and transfer does not ensure the development of the learning to learn competence in secondary school students.

The main idea or key element of the model is activities which the teacher prepares in order to trigger a desire in the secondary school students to learn, to know things.

This model elaborates when to use said activities, what the recommendations are regarding implementation, the possibilities for expanding the activities, the incorporation of the learning to learn competence and its assessment; special attention is placed on the secondary school students' attainment. Evaluation has not been forgotten, for it is undoubtedly a vital part of the model.

Keywords: Mathematics, learning to learn, thematic unit, learning strategies, teachers

UVOD

Namen prispevka je ponuditi model načrtovanja tematskega sklopa, v katerem se odraža celostna slika razvoja medpredmetne kompetence učenje učenja pri matematiki, in možne poti vključevanja le-te v pouk matematike. Z

modelom, prikazanim v nadaljevanju, želimo uzavestiti dejstvo, da je specifična predmeta tista, ki narekuje globlje odvisnosti med smiselno in poglobljeno povezavo z različnimi področji razvoja kompetence učenje učenja (metakognitivno, motivacijsko in kognitivno področje). Kompetenca

učenje učenja je zelo pomembna pri učenju matematike. Učitelj matematike mora svojim dijakom pomagati, da postanejo uspešnejši, s tem, da jih poleg vsebine učnega predmeta – matematike uči tudi, kako naj se le-to učijo. Opažamo, da imajo dijaki pogosto malo znanja o tem, kateri so najustreznejši načini učenja, da imajo težave z obvladovanjem vsebine. Pogosto velja tudi, da dijaki, ki pri učenju niso uspešni, tudi ne razumejo, zakaj so neuspešni in kaj naj naredijo, da bi bili uspešni. Samo nasvet »uči se več« ne bo rešil njihovih težav kot tudi ne, če dijakom pokažemo nekatere strategije učenja, a jih oni ne ponotranjijo. Znanje brez izkušenj ali obratno ni zadostno za razvoj in transfer.

»Učenje učenja« je sposobnost učiti se in vztrajati pri učenju, organizirati lastno učenje, vključno z učinkovitim upravljanjem s časom in informacijami, individualno in v skupinah. Ta kompetenca vključuje zavest o lastnem učnem procesu in potrebah, prepoznavanje priložnosti, ki so na voljo, in sposobnost premagovanja ovir za uspešno učenje. Pomeni pridobivanje, obdelavo in sprejemanje novega znanja in spretnosti ter iskanje in uporabo nasvetov. Z učenjem učenja učenci in dijaki nadgrajujejo svoje predhodne izkušnje z učenjem in življenjske izkušnje v različnih okoliščinah: doma, v službi, pri izobraževanju in usposabljanju. Motivacija in zaupanje vase sta za kompetenco posameznika odločilni (Ključne kompetence za vseživljenjsko učenje, Evropski Referenčni Okvir, 2006).

Evropski okvir ključnih kompetenc se je zato izkazal kot koristno izhodišče za avtorje učnih načrtov in katalogov znanj za matematiko, ki so kompetenco učenje učenja (in tudi druge kompetence) vključili v omenjene dokumente. Z zapisom kompetence učenje učenja v učne načrte in kataloge znanj avtorji spodbujajo in opozarjajo učitelje, da je razvijanje kompetence učenje učenja del vsakega predmeta in dolžnost vseh učiteljev ne glede na predmet poučevanja. Naloga vseh izobraževalcev je ozaveščanje vseživljenjskega učenja z namenom, da učenje učenja postane vsakdanjik vsakega posameznika (Bone, Sambolič Beganović, 2012).

Pričujoči prispevek je nadaljevanje vsebine prispevka Uči me učiti se matematiko, v katerem smo se posvetili učitelju in (njegovemu) poučevanju matematike, pri čemer je bil poudarek na učiteljevem smiselnem vključevanju izbrane (bralne) učne strategije v poučevanje matematike.

V prispevku, ki je pred vami, želimo prikazati možen prehod od poučevanja matematike z uporabo različnih (bralnih) strategij k učenju matematike z različnimi (bralnimi) strategijami.

Upamo, da vas bo vsebina prispevka prepričala, kako pomembno in potrebno je upoštevati tudi (vse) vidike in okvire kompetence učenje učenja pri načrtovanju, poučevanju in učenju matematike.

KOMPETENCA UČENJE UČENJA V UČNEM NAČRTU ZA MATEMATIKO

Iz Učnega načrta za matematiko v gimnaziji izpostavljam nekaj ključnih glagolov (slika 1), ki opozarjajo na metakognitivni nadzor.¹ Priporočamo, da so učitelji matematike na te glagole ob branju Učnega načrta za matematiko v gimnaziji pozorni in da jih ti spomnijo na kompetenco učenje učenja. Naj bodo ti glagoli za učitelja signal, da načrtuje v svoji učni pripravi na pouk matematike poleg vsebine tudi razvoj kompetence učenje učenja.



Slika 1: Procesi mišljenja in učenja

Glagoli (načrtujejo, spremljajo, usmerjajo, evalvirajo, nadzirajo, reflektirajo, sodelujejo, razvijajo), prikazane na sliki 1, so v Učnem načrtu za matematiko za gimnazijo, tako med splošnimi cilji predmeta, kot tudi med predlaganimi dejavnostmi za razvoj kompetence učenje učenja.

Avtorji gimnazijskega učnega načrta za matematiko posebno pozornost namenjajo tudi procesnim znanjem, ki so tesno povezana z matematičnim znanjem in so bolj splošna, vendar prenosljiva tudi na druga področja. Zapišejo, da so to znanja, ki omogočajo uporabo specifičnih (npr. matematičnih) znanj. Za ilustracijo navajamo primer, povezan z učenjem učenja: dijak/dijakinja kritično reflektira lastno znanje (učenje učenja).²

Zapis kompetence učenje učenja v Učnem načrtu za matematiko za gimnazije učitelje matematike obvezuje, da jo smiselno vključujejo v svoje poučevanje (v čim večjem

¹ Metakognitivni nadzor vključuje procese učenja in mišljenja tako, da se doseže učni cilj (dr. Simona Tancig, Razvoj metakognicije – naučiti se učiti).

² Učni načrt za matematiko za gimnazijo 2008: 39.

obsegu) v vseh fazah pouka: preverjanje predznanja, uvajanje novih vsebin, utrjevanje, ponavljanje, preverjanje in ocenjevanje. Za dijake je zelo pomembno, da poleg znanja o različnih (bralnih) učnih strategijah dobijo priložnost za praktične izkušnje in vadbo v uporabi le-teh pri pouku matematike.

Zavedati se moramo, da je posredovanje učne vsebine dijakom brez navodil, kako naj se jo učijo, podobno, kot da bi jim dali najnovejši pametni telefon brez navodil, kako naj ga uporabljajo. Učinkovito poučevanje matematike vključuje tudi pomoč dijakom, kako naj se naučijo učiti. Učitelj je tisti, ki naj zagotovi učno okolje in priložnosti, da učenci razvijejo strategije za uspešno učenje in prevzemanje odgovornosti za lastno učenje. Zato se v nadaljevanju posvečamo različnim strategijam učenja matematike in modelu načrtovanja vključevanja kompetence učenje učenja, v katerem je dijak v »središču pozornosti« in prevzema odgovornost za izbor in uporabo strategije za učenje in doseganje učnega cilja.

Z RAZLIČNIMI STRATEGIJAMI UČENJA DO RAZUMEVANJA MATEMATIKE

Med tremi področji, iz katerih sestoji kompetenca učenje učenja (metakognitivno, motivacijsko in kognitivno področje), se v prispevku osredotočamo na ožji del kognitivnega področja, ki ga bomo imenovali učenje iz pisnih virov.³ Opažamo, da glavnina učiteljevega poučevanja in dijakovega učenja pri pouku matematike temelji na delu s pisnimi viri.

Izdelava zapiskov iz pisnih virov dijaka na primer spodbudi v aktivacijo miselnih zvez in procesov. Pregled dijakovih zapiskov učitelju omogoči uvid v to, ali dijak vsebino razume, si jo pravilno razlaga, predstavlja in ali ob njej tvori smiselne povezave.

Vsa tri področja, iz katerih sestoji kompetenca učenje učenja, se prepletajo in povezujejo, zato smo se v nekaterih delih dotaknili tudi preostalih dveh področij. Več o vseh treh področjih kompetence učenje učenja lahko preberete v prispevku Uči me učiti se matematiko.

PREDSTAVITEV NEKATERIH BRALNIH UČNIH STRATEGIJ (BUS)

Natančnejši opisi BUS so zapisani v prenovljeni izdaji knjige S. Pečjak in A. Gradišar *Bralne učne strategije* (ZRSŠ, 2012).

V preglednici 1 predstavljamo le nekatere BUS in le nekaj idej za njihovo uporabo pri učenju matematike. Pregleden opis predstavljenih BUS z vidika uporabe učitelja pri poučevanju matematike je opisan v prispevku Uči me učiti se matematiko. Priporočamo, da učitelj uporablja različne BUS. Za nekatere BUS, ki so predstavljene v preglednici 1 menimo, da so v smiselnem obsegu prenosljive (tudi) na druge predmete in jih dijak lahko uporabi tudi za učenje vsebin drugih predmetov.

MODEL NAČRTOVANJA TEMATSKEGA SKLOPA Z VKLJUČEVANJEM MEDPREDMETNE KOMPETENCE UČENJE UČENJA

Podan je predlog modela načrtovanja tematskega sklopa iz matematike, kjer je prikazano sistematično razvijanje kompetence učenje učenja prek zapisa (učne) priprave, ki je nepogrešljiva komponenta pri dolgoročnem vključevanju kompetence učenje učenja v proces poučevanja in učenja. V nadaljevanju opišemo možni pristop pri načrtovanju tematskega sklopa s predlogi vključitve in razvoja kompetence učenje učenja. Predstavljeni model je zasnovan ob predpostavki, da dijaki poznajo različne BUS in da je učitelj te strategije uporabljal pri različnih vsebinah.

Priporočamo, da učitelj v pripravi na tematski sklop načrtuje in predvidi tiste BUS, za katere meni, da jih bodo dijaki smiselno izbrali za učenje posamezne teme oz. vsebine pri matematiki. Pri načrtovanju tematskega sklopa naj učitelj predvidi uporabo različnih BUS v vseh fazah pouka in učenja (preverjanje predznanja, uvajanje novih vsebin, utrjevanje, ponavljanje, sprotno in končno preverjanje, ocenjevanje).

Model smo zasnovali v treh korakih, v katerih predvidevamo samostojno ali vodeno učenje dijakov ob različnih aktivnostih.⁴ Cilj modela je prikazati, kako je mogoče osmisлити premik od učiteljevega poučevanja z uporabo BUS k samostojnemu ali vodenemu učenju dijakov z uporabo BUS. Dijaki tako dobijo priložnost za praktične izkušnje in vadbo BUS.

Koraki modela

1. Dogajanje pred učenjem dijaka

Pomembna cilja pred učenjem sta aktiviranje predznanja (ponovitev »stare snovi«) in seznanitev dijakov z novo vsebino, ki se jo bodo naučili. Učitelj pripravi takšne aktivnosti, ob katerih dijak uvidi osebni pomen, spozna nove

³ Za avtorici prispevka so pisni viri med drugim učiteljeva tabelna slika, učbeniki, zbirke nalog, delovni listi, e-gradiva, e-viri.

⁴ Za avtorici je aktivnost v predstavljenem modelu naloga ali dejavnost, ki jo učitelj izbere za delo z dijaki. Aktivnost po SSKJ je sodelovanje, razgibanost učencev pri pouku.

Preglednica 1: Predstavitev nekaterih možnih bralnih učnih strategij

Bralna učna strategija	Opis možne uporabe pri učenju matematike								
Primerjalna tabela (matrika⁵)	<p>Primerna je za pregledno ponovitev učne snovi (za domačo nalogo) ali preverjanje znanja, kjer preverjamo povezovanje in razumevanje matematičnih vsebin. V tabeli uporabimo različne reprezentacije matematičnih pojmov (slikovne, simbolne, shematske ...).</p> <p>Posebno pozornost namenjamo izboru kriterijev za primerjavo.</p> <p>Dijaki z dopolnjevanjem primerjalne tabele samoevalvirajo znanje. Učitelj ob dijakovi izdelani ali dopolnjeni primerjalni tabeli zazna morebitne vrzeli v znanju ter se z dijakom dogovori, kako tabelo dopolniti.</p>								
Hierarhična pojmovna mreža in miselni vzorec	<p>Primerni sta za samostojno preverjanje predznanja, pregledno ponovitev znanja, za povezovanje že znanih vsebin s predhodnim znanjem in izkušnjami, tudi kot domača naloga. Dijaki za izdelavo hierarhične pojmovne mreže ali miselnega vzorca iz množice podatkov ali različnih pisnih virov izluščijo bistvene podatke in ključne besede.</p> <p>Učiteljev vpogled v izdelek dijaka je priložnost, da preveri, ali dijak matematično vsebino razume in ali ob njej vzpostavlja smiselne povezave.</p>								
Zaporedja dogodkov	<p>Dijaki samostojno zapišejo zaporedje dogodkov. Pri tem uporabijo različne reprezentacije matematičnih pojmov (skice, grafi ...).</p> <p>Dijake navajamo k utemeljevanju posameznih zaporednih korakov v izogib mehanicističnemu in nepremišljenemu ustvarjanju »receptov«.</p>								
VŽN	<p>Primerna je za delo z vsem razredom. Strategijo VŽN lahko dijaki izvajajo samostojno iz pisnih virov, strukturiranih in nestrukturiranih besedil. Z dopolnjevanjem razpredelnice, ki je značilna za VŽN, ugotavljajo, »kaj vedo«, »česa še ne vedo« in na koncu »kaj so se naučili«.</p> <p>Na primer:</p> <p>Levi stolpec Kaj že vem dopolnijo na začetku neke nove vsebine. Med samostojnim delom z viri dopolnijo srednji stolpec z naštevanjem pojmov ali vsebin, o katerih želijo izvedeti več. Tretji, desni, stolpec pa dopolnijo po branju ali učenju.</p> <table border="1" data-bbox="400 1171 1441 1272"> <thead> <tr> <th>Kaj že vem</th> <th>Kaj želim (moram⁶) izvedeti (pred branjem in mednjim)</th> <th>Kaj smo se naučili (po branju)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>...</td> <td>...</td> <td>...</td> </tr> </tbody> </table>	Kaj že vem	Kaj želim (moram ⁶) izvedeti (pred branjem in mednjim)	Kaj smo se naučili (po branju)		
Kaj že vem	Kaj želim (moram ⁶) izvedeti (pred branjem in mednjim)	Kaj smo se naučili (po branju)							
...							
Paukova strategija	<p>Uporabo Paukove strategije priporočamo pri pisnih virih, ki vsebujejo veliko podrobnosti, oziroma po branju daljših/kompleksnejših besedil.</p> <p>Dijaki oblikujejo razpredelnico z dvema stolpcema, značilno za Paukovo strategijo. V desni stolpec napišejo ključne besede, v levem pa razložijo ključne besede. Na primer:</p> <table border="1" data-bbox="400 1451 1441 1814"> <thead> <tr> <th>Razlaga (besedilo, slika, skica ...)</th> <th>Ključne besede</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>...</td> <td>Definicijsko območje funkcije</td> </tr> <tr> <td>...</td> <td>Zaloga vrednosti funkcije</td> </tr> <tr> <td> <p>Ničla funkcije f je v matematiki tisto število x, pri katerem je vrednost funkcije f enaka 0. Torej ničlo funkcije poiščemo tako, da rešimo enačbo:</p> $f(x) = 0$ <p>Na grafu ničli ustreza presečišče z abscisno osjo.</p> <p>http://sl.wikipedia.org/wiki/Ni%C4%8Dla_funkcije</p> </td> <td>Ničla funkcije</td> </tr> </tbody> </table>	Razlaga (besedilo, slika, skica ...)	Ključne besede	...	Definicijsko območje funkcije	...	Zaloga vrednosti funkcije	<p>Ničla funkcije f je v matematiki tisto število x, pri katerem je vrednost funkcije f enaka 0. Torej ničlo funkcije poiščemo tako, da rešimo enačbo:</p> $f(x) = 0$ <p>Na grafu ničli ustreza presečišče z abscisno osjo.</p> <p>http://sl.wikipedia.org/wiki/Ni%C4%8Dla_funkcije</p>	Ničla funkcije
Razlaga (besedilo, slika, skica ...)	Ključne besede								
...	Definicijsko območje funkcije								
...	Zaloga vrednosti funkcije								
<p>Ničla funkcije f je v matematiki tisto število x, pri katerem je vrednost funkcije f enaka 0. Torej ničlo funkcije poiščemo tako, da rešimo enačbo:</p> $f(x) = 0$ <p>Na grafu ničli ustreza presečišče z abscisno osjo.</p> <p>http://sl.wikipedia.org/wiki/Ni%C4%8Dla_funkcije</p>	Ničla funkcije								

⁵ V prenovljeni izdaji knjige S. Pečjak in A. Gradišar Bralne učne strategije (ZRSŠ, 2012) avtorice poimenujejo strategijo učenja kot primerjalno matriko. Beseda matrika v matematiki pomeni nekaj drugega, zato avtorici prispevka uvajava namesto besede matrika besedo tabela.

⁶ Avtorici meniva, da nekateri dijaki še niso dovolj zreli, da bi se **želeli** nekaj naučiti, zato učitelji pogosto povemo, kaj se **morajo** naučiti.

PV3P

Strategija PV3P je kompleksna, primerna za delo z zahtevnejšim ali daljšim besedilom. Lahko jo poenostavimo in razvijamo po korakih.

Pomen črk PV3P:

1. **P**releti delovno gradivo (besedilo, slike, slike ...).
2. **V**prašaj se (zastavi si smiselna vprašanja, ki se ti porodijo po prvem preletu gradiva).
3. **N**ato temeljito **P**reberi gradivo s ciljem iskanja odgovorov na vprašanja, ki si jih zastaviš.
4. **P**onovno **P**releti gradivo, če si morda kaj spregledal ali zato, da še enkrat preveriš, ali si vse dobro razumel.
5. **P**oročaj oz. oblikuj odgovore na vprašanja, ki si jih zastaviš.

»Matematično različico« strategije PV3P lahko pri matematiki uporabljamo pri reševanju t. i. besedilnih oz. konstruktivskih nalog pri ravninski geometriji.

Besedilno nalogo na primer **P**reberemo, se **V**prašamo – izberemo strategijo reševanja naloge, izpišemo **P**odatke, zapišemo **P**otek reševanja naloge – nalogo rešimo in **P**reverimo veljavnost, smiselnost rešitve.

vsebine tako, da začuti, zakaj je vsebina zanj pomembna in čemu jo mora znati. V tem koraku si dijak odgovori na vprašanje, kako se bo lotil učenja oziroma katere znane strategije bo izbral.

Izpostavimo le nekatere pomembne naloge učitelja v prvem koraku modela:

- a) čim bolj avtentično predstavi cilje in vsebine pouka,
- b) dijake spodbuja k razmišljanju o osebni pomenu/ odnosu doseganja predstavljenih ciljev,
- c) predstavi in prikaže uporabo različnih učnih strategij,
- d) vodi pogovor o odločanju za izbrano strategijo ...

Velik poudarek naj bo na pogovoru z dijaki o tem, ali znajo povedati, kdaj vedo, da »snov« znajo.

2. Dogajanje med učenjem dijaka

Dijaki so med učenjem osredotočeni na usvajanje vsebine (učenje) in spremljanje svojega procesa učenja. Spremljajo, ali napredujejo in ali znajo odgovoriti sebi in drugim (učitelju in sošolcem), kako vedo, da so napredovali (da znajo več in bolje). Ko odgovarjajo na tovrstna vprašanja, izkazujejo tudi čustveni odnos do vsebine in načina dela. V dogajanju med učenjem iščejo konstruktivne rešitve, da bodo znali in razumeli, česar še ne znajo in razumejo. V tem koraku se srečujejo tudi s strahom in odporom do učenja in pri tem se učijo, kako se s temi negativnimi občutki spoprijeti in jih preseči.

Ključna vloga učitelja v drugem koraku modela je, da dijaka usmerja, ga spodbuja k preverjanju samega sebe in mu po potrebi daje povratno informacijo. Učitelj dijaku predstavi različne (nove) učne strategije, strategije samoinštruiranja, ter ozavešča in opominja tudi na strategije samooviranja in kako jih premagati.

3. Dogajanje po učenju dijaka

Dogajanje po učenju dijaka je usmerjeno na dijakovo samoevalvacijo:

- a) dosežkov, ki jih dijak z usvojenim znanjem doseže/ uresniči, in
- b) strategij učenja, uporabljenih med procesom učenjem.

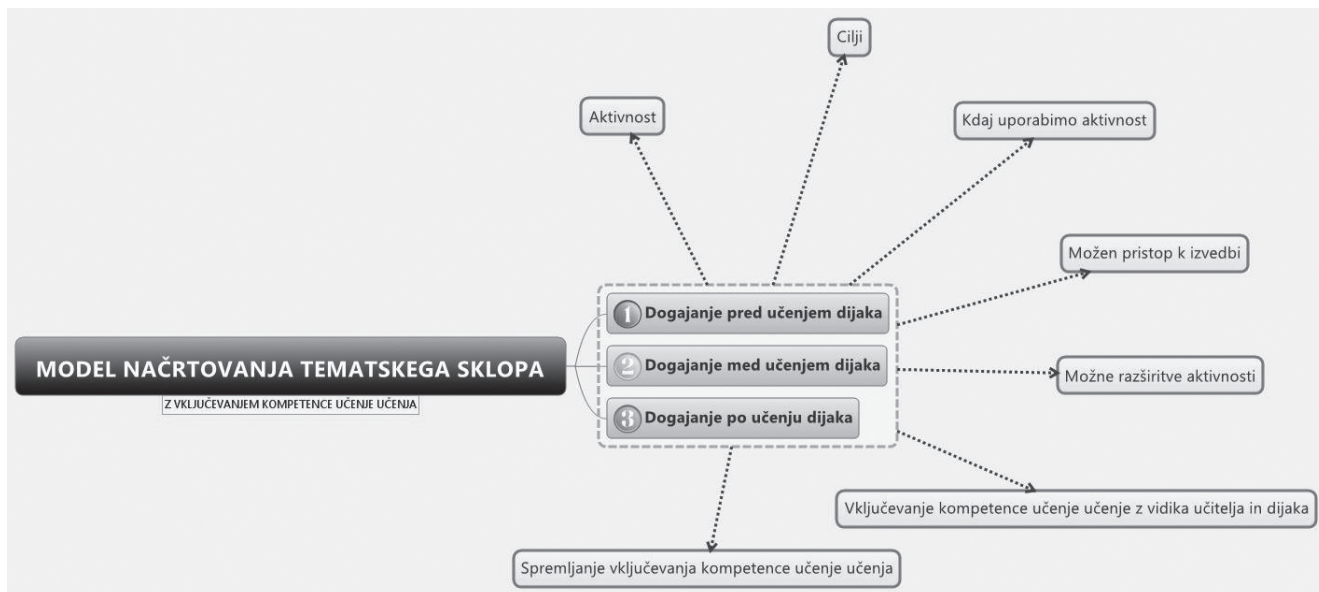
Dijak naj dobi priložnost za razmislek, da si odgovori na vprašanja, katere strategije učenja bo po učenju obdržal in katere bo dopolnil ali spremenil.

Učitelj v tem koraku modela pripravi orodja za samoevalvacijo (npr. vprašalnike, opomnike za postavljanje vprašanj ...). Pogovor z dijaki je priložnost, da jim učitelj posreduje kakovostne (celovite) povratne informacije, ki bodo lahko pripomogle k napredku.

1. OPIS KORAKOV MODELA

Vsak korak modela (slika 2) začnemo z neko aktivnostjo, s katero uresničujemo zapisane matematične cilje in cilje učenje učenja. V nadaljevanju modela opišemo, kdaj aktivnost lahko uporabimo in kakšen je možen pristop k njeni izvedbi. Navedene so možne razširitve aktivnosti, vključevanje kompetence učenje učenja z vidika učitelja in dijaka, spremljanje kompetence učenje učenja ter opis pričakovanih dosežkov pri ugotovljenem in predpostavljene (pred)znanju dijakov.

Zaradi lažje predstavitve korakov modela načrtovanja smo izbrali le nekaj ciljev in vsebin tematskega sklopa z naslovom Eksponentna funkcija iz Učnega načrta za matematiko za gimnazijo.



Slika 2: Shematski prikaz modela načrtovanja tematskega sklopa

2. DOGAJANJE PRED UČENJEM DIJAKA

Začnemo z avtentičnim problemom (aktivnost), ki je namenjen vzpostavitvi motivacijskega vzdušja in vzbujanje pozornosti.⁷ Dijaki ga samostojno preučijo in rešijo problem kot uvodno domačo nalogo. Na primer:

Primer 1: Avtentični problem za vzpostavitev motivacijskega vzdušja



V spletni trgovini prodajajo športne copate, katerih cena je 250 €. Privarčevanih imam 100 €. Ceno športnih copat vsak mesec znižajo za 5 %. Čez koliko mesecev si bom lahko kupil športne copate?

Prirjeno po: E-učbeniki prihajajo
http://eucbeniki.sio.si/admin/documents/learning_unit/1173/Uporaba%20eksponentne%20funkcije_2_1344500975/c48d-65766c6a69.png

2.1 Cilji, ki jih želimo uresničiti z aktivnostjo

Matematika	Učenje učenja
Avtentični problem pri dijakih:	
<ul style="list-style-type: none"> preverja uporabo odstotnega računa, sistematičnega zapisovanja rezultatov, vzbudi začetno radovednost, sproži prenos (usvojene)ga znanja za reševanje/pri reševanju podobnih primerov iz vsakdanjega življenja ali pri drugih predmetih. 	<ul style="list-style-type: none"> razvija kritični odnos do informacij oz. podatkov, spodbudi kritično razmišljanje o dobljenih rešitvah, aktivira zavest o lastnem učnem procesu in potrebah. Na primer izberejo BUS, denimo VŽN, s pomočjo katere ugotavljajo, »kaj vedo«, »česa še ne vedo«.

2.2 Kdaj lahko uporabimo aktivnost

Aktivnosti načrtujemo in osmišljamo za dogajanje pred učenjem dijaka. Tovrstne aktivnosti uporabimo za vzpostavitev motivacijskega vzdušja (motivacija) ali kot kognitivni konflikt za pripravo na obravnavanje novih vsebin. Zato jih lahko:

- dijaki samostojno preučijo in rešijo kot uvodno domačo nalogo;
- pri sami učni uri v fazi uvajanja novih vsebin rešimo skupaj.

⁷ Avtentični problem seveda ni edini način za vzbujanje pozornosti, lahko začnemo s provokativnim vprašanjem ali aktivnostjo, ki povzroči kognitivni konflikt.

2.3 Možen pristop pri izvedbi

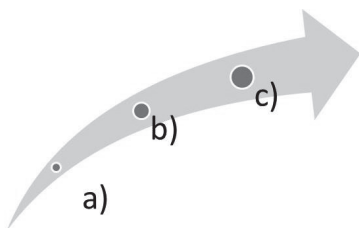
Predstavljeni avtentični problem (aktivnost) je smiselno dijakom ponuditi pred dejansko izvedbo ure v živo z učiteljem, torej kot uvodno domačo nalogo, ki jo dijaki rešijo pred uvajanjem novih vsebin. Učitelj pri tem predvideva, da o eksponentni funkciji dijaki še ne vedo skoraj nič, in pričakuje, da se bodo naloge lotili in (po)iskali možne rešitve. Po pregledu poti reševanja in možnih dobljenih rešitev se pogovori z dijaki o morebitnih različnih načinih reševanja. Njegov cilj je vsekakor, da skozi pogovor preveri predznanje dijakov in razumevanje za zdaj še neznane vsebine.

2.4 Možne razširitve aktivnosti

Uvodni avtentični problem je pri dijakih vzbudil začetno radovednost. Učitelj razmišlja o možnih razširitvah uvodne aktivnosti. V razširitev aktivnosti povabi dijake, da s svojimi primeri in idejami dopolnijo izhodiščni avtentični problem.

Razširitev aktivnosti vodimo stopenjsko glede na posamezne zmožnosti in matematične preddispozicije posameznih dijakov. Zagotovo je eden izmed poglavitnih ciljev pri razširitvi aktivnosti ta, da dijaki razvijajo osebni pomen. Dijaki lahko po rešenem uvodnem avtentičnem problemu aktivnost nadgradijo z eno izmed spodaj opisanih možnosti, ki se taksonomsko stopnjujejo (slika 3):

- poiščejo druge realne podatke (na primer na spletu) in sestavijo svojo analogno nalogo za kakšno drugo obuvano, oblačilo oziroma predmet, ki si ga želijo kupiti (telefon, prenosnik, skuter, board ...),
- spomnijo se podobnega⁸ primera, ki so ga že srečali pri matematiki ali pri drugih predmetih, in ga zapišejo kot nalogo,
- sestavijo svojo nalogo, ki je nadgradnja izhodiščne aktivnosti in vključuje enako ali podobno matematično vsebino.



Slika 3: Od enostavnih h kompleksnejšim aktivnostim

Če bo dijak uvodni avtentični problem zares razumel, lahko pričakujemo, da mu bo uspelo uresničiti vsaj eno izmed treh zgoraj naštetih možnih poti razširitve avtentičnega

problema. Tako preverimo, ali je dijak razumel bistvo avtentičnega problema in ali je zmožen znanje uporabiti v novih situacijah.

2.5 Vključevanje kompetence učenje učenja z vidika učitelja in dijaka

Udejstvovanja učitelja in dijakov se med razpravo in pogovorom prepletajo. Učitelj z usmerjevalnimi vprašanji (priloga 2), če je to potrebno, spodbuja in usmerja dijake v razpravo in k utemeljevanju rešitev in poti reševanja avtentičnega problema iz uvodne aktivnosti. Nekateri dijaki usmerjevalnih vprašanj ne potrebujejo, drugi se počutijo bolj varno.

Dijake spodbudimo k preverjanju in zapisovanju, kaj že znajo (vedo) o avtentičnem problemu in kaj bi želeli še izvedeti. Tako jim nakažemo primernost izbire BUS, ki jo imenujemo VŽN. V primeru, da dijaki ocenijo in se strinjajo, da je VŽN primerna BUS pri reševanju in razširitvi avtentičnega problema, v preglednici VŽN izpolnijo prva dva stolpca:

- Kaj že vem?⁹
- Česa še ne znam oz. kaj se moram še naučiti, kaj želim znati?¹⁰

Zadnji stolpec *Kaj sem se naučil?* bodo dijaki izpolnili v aktivnostih po učenju oz. takrat, ko se bodo nekaj naučili.

2.6 Spremljanje vključevanja kompetence učenje učenja

Ob dijakovih rešitvah avtentičnega problema in predlaganih možnih razširitvah učitelj spremlja doseganje ciljev, povezanih s poznavanjem matematične vsebine (v našem avtentičnem problemu uporaba odstotnega računa), in hkrati razvoj kompetence učenje učenja. Skozi rešitve in poti reševanja avtentičnega problema lahko spremlja metakognitivni nadzor dijaka, ki se kaže skozi načrtovanje, nadzorovanje, usmerjanje in evalvacijo lastnih aktivnosti dijaka v povezavi z reševanjem avtentičnega problema, ter zazna odgovornost za lastno znanje dijaka.

Tako učitelj dobi povratno informacijo, ali dijaki:

- izkazujejo pripravljenost in zainteresiranost na novo vsebino,
- že pred novo učno vsebino uzavestijo, kaj znajo, česa ne znajo in kaj bi se morali/želeli še naučiti.

⁸ Za avtorici so podobni primeri tisti, pri katerih dijak prepozna, da je matematična vsebina enaka (v našem primeru eksponentna funkcija).

⁹ Dijaki v stolpec preglednice VŽN vpišejo, katera matematična znanja in vsebine poznajo in jih bodo uporabili pri reševanju avtentičnega problema.

¹⁰ Dijaki v stolpec preglednice VŽN vpišejo tista matematična znanja in vsebine, ki so jih prepoznali kot tista, ki jih potrebujejo, da uspešno rešijo zastavljeni avtentični problem in vse druge podobne probleme.

Cilji, ki smo si jih zastavili v dogajanju pred učenjem, so doseženi takrat, ko dijaki znajo ubesediti, česa ne znajo, in so pripravljeni od učitelja »zahtevati«, da jim pomaga naučiti se, česar še ne znajo.

2.7 Dosežki dijakov pri ugotovljenem in predpostavljenem predznanju

Učitelj ob predstavitvi različnih načinov reševanja avtentičnega problema spremlja, kako so se dijaki lotili uvodnega avtentičnega problema, in ugotovi morebitne pomanjkljivosti v predznanju. Možne razširitve aktivnosti, ki so jih zapisali dijaki sami, so tudi priložnost, da učitelj preveri, ali razumejo bistvo avtentičnega problema. Aktivnost z uvodnim avtentičnim problemom in možne razširitve problema so priložnost, da se učni cilji, ki si jih zastavi učitelj, zedinijo z osebnimi cilji, ki si jih zastavi dijak v povezavi z matematično vsebino. Dijaki se pogosto »ne strinjajo« z učiteljem, da je treba znati eksponentno funkcijo, in ne »čutijo potrebe«, da bi jo znali. Skrbno načrtovane aktivnosti pred učenjem so priložnost, da dijakova zunanja motivacija (»strinjati se z učiteljem ... «) preide k notranji motivaciji (»čutiti potrebo ... «). Le notranje motiviran dijak se bo v nadaljevanju lažje in učinkoviteje učil o eksponentni funkciji.

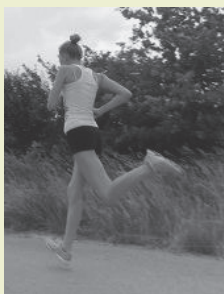
3. DOGAJANJA MED UČENJEM DIJAKA

Smiselno je nadaljevati z aktivnostjo, s katero želimo:

1. (v prvi fazi) ugotoviti predhodne predstave dijakov v zvezi s pojmi funkcija, eksponent in eksponentna funkcija,
2. (v drugi fazi) dijakom ponuditi nov, vendar čim bolj življenjski problem, ki ga bodo rešili z na novo pridobljenim znanjem o eksponentni funkciji.

Primer 2: Eksponent in eksponentna funkcija

Tekaški treningi



Ana in Darko se pripravljata na tekaško tekmovanje. Ana se je odločila v prvem tednu preteči 10 kilometrov, potem pa vsak nadaljnji teden kilometer več. Darko se je odločil preteči najprej le pet kilometrov, potem pa razdaljo povečevati za 20 % na teden.

1. Podatke o pretečenih razdaljah Ane in Darka v prvih petih tednih uredi v preglednici.
2. Podatke iz zgornje preglednice grafično predstavi.
3. Primerjaj dobljena grafa. V čem se razlikujeta?

Funkcijo, ki opisuje Anine treninge, že poznamo. Kakšna pa bo funkcija, ki opisuje Darkove?

Vir naloge: Gimnazijski priročnik, Posodobitve pouka v gimnazijski praksi, avtorica naloge Jasna Kos, stran 124.

3.1 Cilji, ki jih želimo uresničiti z aktivnostjo

Matematika	Učenje učenja
<p>Dijaki:</p> <ul style="list-style-type: none"> • ponovijo pojma funkcija in eksponent ter ju smiselno združijo, • osmislijo pojem eksponentna funkcija, • prepoznajo in razlikujejo eksponentno odvisnost od drugih vrst odvisnosti, • poiščejo model za dano aktivnost, izpeljejo linearni in eksponentni model, • primerjajo ugotovitve, dobljene z uporabo modela z resničnimi podatki. 	<p>Dijaki:</p> <ul style="list-style-type: none"> • načrtujejo lastni proces učenja, se spremljajo in usmerjajo v procesu učenja, • se nadzirajo pri delu, • reflektirajo lastno znanje, • razvijajo odgovornost za lastno znanje, • uporabljajo primerne izbrane učne strategije (npr. primerjalno tabelo) za primerjavo različnih funkcij.

3.2 Kdaj lahko uporabimo aktivnost

Smiselno je, da izbrano aktivnost uporabimo med procesom učenja dijakov in pri ponavljanju oz. utrjevanju učnih vsebin.

3.3 Možen pristop pri izvedbi

K izvedbi aktivnosti lahko pristopimo tako:

Prvo fazo opisane aktivnosti izvedemo tako, da oblikujemo skupine s po največ štirimi dijaki. Vsaka skupina izdelava (grafične) zapise, ki bodo učitelju ob pogledu na izdelan zapis razkrili miselne procese in povezave (predhodne predstave o dijakovih matematičnih pojmi) skupine oz. dijakov v skupini, ki se jim porajajo ob izbranih pojmi. Delo v majhnih skupinah povzroči, da vedno nekdo od dijakov prevzame vlogo učitelja oziroma se dijaki izmenjujejo v vlogi učitelja in tako prevzamejo odgovornost za načrtovanje in skrb za »izdelek«, ki mora nastati kot produkt cele skupine. Nastane lahko več različnih grafičnih zapisov. Na primer, eden se lahko nanaša na besedo funkcija, drugi na eksponent, tretji na eksponentno funkcijo. Skupina je tista, ki prevzame odgovornost za načrtovanje in

organiziranje pripomočkov in strategij. Pri tem samostojno izbere grafično obliko zapisa (Venov diagram, miselni vzorec, ključne besede ...).

Zapisi, ki nastanejo, učitelju sporočajo dijakove predstave o pojmih ter hkrati smiselno rabo in umestitev strategij (učenja) pri dijakih. Morebitne napačne predstave, ki jih učitelj zazna pri dijakih, so priložnost, da jih pouči z namenom, da bodo v nadaljevanju nemoteno sledili poučevanju novih vsebin pri nadaljnjih načrtovanih aktivnostih.

V drugi fazi dijaki rešujejo nalogo v parih. Ko eden izmed dijakov glasno razmišlja in pripoveduje, pravzaprav opisuje svoj miselni proces, njegov sošolec v paru ga posluša in sprašuje ter mu tako pomaga razjasniti nejasnosti, ki se mu porajajo. Reševanje naloge v paru ali skupini dijake prisili k medsebojnemu pojasnjevanju in razlaganju oz. medsebojnem poučevanju in učenju.

Pri obeh fazah aktivnosti je učitelj tisti, ki usmerja in spodbuja dijake k čim bolj samostojnemu delu.

3.4 Možne razširitve aktivnosti

Dijake spodbujamo, da sami poiščejo primere in sestavijo nalogo v povezavi z različnimi odvisnostmi, ki nastopajo oz. jih srečujejo v vsakdanjem življenju. Vključujejo naj eksponentno funkcijo, ki jo poznajo z različnih področij: fizika, kemija, biologija, ekonomija ... Tudi pri dejavnostih med učenjem naj si učitelji prizadevajo, da dijaki med svojim učenjem uvidijo osebni pomen usvojenega znanja.

Primere nalog z različnimi eksponentnimi funkcijami lahko nato dijaki primerjajo med seboj, iščejo podobnosti in razlike, pri čemer uporabijo strategije učenja, ki so jim blizu in ki jih poznajo.

Primerjavo različnih funkcij (linearne, kvadratne, potenčne, eksponentne ...), iskanje podobnosti in razlik, kjer je pomembno iskanje primernih kriterijev primerjanja, izvedemo z uporabo primerjalne tabele. Učitelj si lahko pomaga pri razširitvah aktivnosti med učenjem tudi s primeri, ki so že objavljeni v priročniku Posodobitve pouka v gimnazijski praksi.

3.5 Vključevanje kompetence učenje učenja z vidika učitelja in dijaka

Učitelj načrtuje dogajanja med učenjem tako, da:

- dijake usmerja z že pripravljenimi vprašanji, ki jih pripravi v obliki opomnika (priloga 2), oz.
- dijaka spodbuja, da si sam pripravi opomnik.

Vprašanja lahko predstavi dijakom po delih, v vsaki učni uri nekaj, ko med samo razlago glasno razmišlja, sproti zastavlja vprašanja, na njih odgovarja, jih komentira ... Tako razkrije svoje miselne procese, dijaki lahko sledijo demonstraciji in pri uzaveščajo, da so vprašanja in odgovori pomembni in potrebni pri načrtovanju njihovega procesa učenja.

Učitelj lahko obenem predstavi in pokaže uporabo različnih strategij učenja (miselni vzorec, zaporedje dogodkov, primerjalna tabela ...), medtem ko izdelujejo tabelne slike, kajti njegov način dela bodo dijaki posnemali in jih bo (prej ali slej) privedel do izbire in (smiselne) uporabe različnih strategij pri učenju.¹¹

3.6 Spremljanje kompetence učenje učenja

Med procesom učenja se dijaku lahko zgodi, da obtiči, da ne pozna naslednjega koraka pri reševanju zastavljene problema in zato obupa. Takrat mu je v veliko pomoč učitelj, ki mu pokaže, kako si lahko sam pomaga s samopoučevanjem s samonavodili in samospraševanjem. Strategiji samopoučevanja s samonavodili in samospraševanjem je je poglobljeno predstavljeni v prispevku S. Pečjak Razvoj metakognitivnih sposobnosti pri učenju in vloga učitelja. Učitelj pri glasnem razmišljanju dijakom pokaže, kako pomembna in ključna so »prava vprašanja na pravem mestu«. Nabor vprašanj (priloga 3) za samospraševanje lahko pripravi učitelj in so dijaku na voljo kot samopomoč. Učitelj naj spodbuja dijake, da nabor vprašanj dopolnjujejo ali ga celo sami pripravijo. Na začetku je smiselno, da učitelj uporablja le eno ali dve vprašanji in kasneje nabor teh vprašanj širi, dopolnjuje tudi s pomočjo dijakov.

3.7 Dosežki dijakov pri ugotovljenem in predpostavljene predznanju

Pri spopadanju dijakov z različnimi¹² aktivnostmi jih spodbujamo k aktivnemu učenju in doseganju višjih miselnih procesov. Ves čas z različnimi aktivnostmi preverjamo, ali so dijaki zmožni pridobljeno znanje uporabiti v novem matematičnem oz. realnem kontekstu in si pri tem odgovoriti na vprašanje: *Kako lahko uporabim to, kar znam, da rešim novo/drugačno nalogo?*

¹¹ Strategijo glasnega razmišljanja uporablja učitelj, ki modelira posamezno strategijo, dr. Sonja Pečjak, Razvoj metakognitivnih sposobnosti pri učenju in vloga učitelja, VIZ, stran 12.

¹² Za avtorici so raznovrstne aktivnosti tiste, pri katerih so posamezne naloge različnih tipov, taksonomsko razpršene in je njihovo reševanje mogoče/zaželeno tudi z uporabo računalnikov.

Pri avtentičnem problemu, ki ga je učitelj zastavil dijakom že pred učenjem, smo predvideli, da bodo dijaki izbrali strategijo VŽN, s pomočjo katere bodo zapisali, kaj vedo (V) in česa ne vedo (Ž) v povezavi z obravnavano vsebino (v našem primeru eksponentno funkcijo).

Spomnimo, da ima strategija VŽN »tri stolpce«, ki jih lahko dijaki dopolnjujejo pred učenjem, med učenjem in po njem. Dijaki so v prvem koraku modela vključevanja kompetence učenje učenja (pred učenjem) ugotovili, kaj vedo in česa ne vedo. Na koncu drugega koraka lahko dokončajo tretji stolpec *Kaj so se naučili novega* (N). Ugotovijo, da znajo rešiti rutinske in kompleksne avtentične, življenjske ali samo matematične probleme, da poznajo pojme, dejstva in postopke.

Tako reflektirajo proces in se zavedo, da se ne učijo samo za dosežek (oceno), ampak za znanje (ki bo trajno).

4. DOGAJANJA PO UČENJU DIJAKA

Končamo lahko z naslednjo aktivnostjo:

Primer 3

Skodelica kave



Merimo temperaturo kave iz šolskega avtomata. Čez koliko časa se kava iz šolskega avtomata ohladi na sobno temperaturo?

Uporabi preglednico meritev in opazuj vrednosti spremenljivk.

Vir naloge: *Gimnazijski priročnik, Posodobitve pouka v gimnazijski praksi*, avtorica naloge Katja Novak, stran 130.

4.1 Cilji, ki jih razvijamo z aktivnostjo:

Matematika	Učenje učenja
Dijaki: <ul style="list-style-type: none"> • zapišejo in modelirajo¹³ primere iz vsakdanjega življenja z eksponentno funkcijo, • ugotavljajo veljavnost modela, • kritično interpretirajo rezultate. 	Dijaki: <ul style="list-style-type: none"> • sodelujejo v pogovorih, kako razumejo problem, • uporabljajo primerne učne strategije (za primerjavo različnih funkcij), • načrtujejo lastni proces učenja, se spremljajo in usmerjajo v procesu učenja ter evalvirajo lastni učni proces.

4.2 Kdaj lahko uporabimo aktivnost

Predstavljena aktivnost je primerna za končno preverjanje ali ocenjevanje znanja.

4.3 Možni pristop pri izvedbi

Dijaki lahko v okviru končnega preverjanja ali pa ocenjevanja znanja individualno rešujejo zgoraj navedeno aktivnost, ki je v celoti objavljena v priročniku *Posodobitve pouka v gimnazijski praksi, Matematika*. Ker je aktivnost zelo obširna, jo dijaki lahko rešijo doma, v šoli pa predstavijo njene rešitve. Tako jim bomo omogočili, da dobijo praktične izkušnje za vadbo in uporabo strategij učenja. Prepričali se bodo, da znajo in zmorejo modelirati primere iz vsakdanjega življenja ter pri tem načrtovati in nadzorovati lastni proces učenja z uporabo primernih strategij, kar je tudi cilj našega prizadevanja.

4.4 Možne razširitve aktivnosti

Veliko je primerov v vsakdanjem življenju, kjer nastopa eksponentna funkcija, in želimo si, da to vidijo in opazijo tudi naši dijaki. Zato jih motiviramo, da jih sami poiščejo. Lahko jih usmerimo v iskanje eksponentne funkcije pri drugih predmetih. Na primer:

- fizika: dušeno nihanje, polnjenje in praznjenje kondenzatorja, radioaktivni razpad,
- biologija: rast populacije, delitev celic in njihova rast in
- poljubni primeri (šahovska polja in zrna riža).

Dijaki nato sami oblikujejo nalogo, ki vključuje meritve ali pridobitev potrebnih in ustreznih podatkov iz različnih virov, in jo nato modelirajo.

¹³ Matematično modeliranje je odkrivanje in preizkušanje matematične predstavitve ali modela za realen objekt ali proces (Samo Repolusk, *Posodobitve pouka v gimnazijski praksi, Matematika*, stran 81).

4.5 Vključevanje kompetence učenje učenja z vidika učitelja in dijaka

V tem delu se bomo osredotočili le na časovno načrtovanje iz vidika obeh udeležениh, učitelja in dijaka.

Z vidika učitelja je pomemben časovni okvir, ki ga postavi dijakom, zato da jim pomaga pri časovnem načrtovanju priprave in predstavitve naloge, oziroma postavi datume preverjanja ali ocenjevanja znanja (ustnega oziroma pisnega).

Z vidika dijaka načrtovanje vključuje tudi odločanje o tem, katero strategijo bo uporabil, koliko časa bo namenil nalogi ali pripravi na preverjanje in ocenjevanje znanja, kakšnemu zaporedju bo sledil, čemu bo namenil več pozornosti.

4.6 Spremljanje kompetence učenje učenja

S predstavljeno aktivnostjo tako učitelji kot dijaki preverjamo, ali so se dijaki uspešno učili (samoevalvacija v sklopu učenje učenja) ter koliko znajo in razumejo matematično vsebino (eksponentno funkcijo). Dijaki se ob reševanju nalog samoočenjujejo in preverjajo objektivnost te ocene. Pri končnem preverjanju znanja lahko učitelj zastavlja nekatera vprašanja dijakom (priloga 4) kot pomoč pri učinkovitejši povratni informaciji dijakom.

Ob zaključku spremljanja dijake opomnimo, da ponovno odgovorijo na vprašanja, zastavljena v opomniku, in tako uzaveščamo proces učenja.

4.7 Dosežki dijakov pri ugotovljenem in predpostavljenem predznanju

Dijaki pokažejo znanje o modeliranju eksponentne funkcije, pri čemer lahko aktivno uporabijo enega od programov za delo s funkcijami in s tem razvijajo tudi digitalno zmožnost.

V procesu učenje učenja reflektirajo lastno znanje, v primerih predstavitev nalog iz modeliranja v razredu sodelujejo v pogovorih o ocenjevanju znanja.

UČITELJEVA EVALVACIJA PO KONČANI OBRAVNAVI TEMATSKEGA SKLOPA

Po končani obravnavi tematskega sklopa sledi evalvacija. Priporočamo, da si učitelj zapiše, ali so bile strategije učenja smiselno uporabljene, katere strategije so dijaki dobro sprejeli, kaj bi bilo treba izboljšati in morda, česa v naslednji izvedbi ne smemo več ponoviti, ker se ni izkazalo za najboljše. Če se je neka strategija izkazala za slabo, je treba premisliti, kaj je temu vzrok. Morda je na to vplivala skupina dijakov taka ali pa smo jo kot učitelji nesmiselno vpeljali.

Smiselno je tudi, da učitelj zapiše tipične napake, nevraltične točke, ki jih dijaki ponavljajo iz leta v leto pri obravnavanem tematskem sklopu. Sistematično zapisovanje tipičnih napak med obravnavo ali po obravnavi učnega sklopa in opozarjanje dijakov nanje pripomore k boljšemu učenju dijakov. Dijaki so pozornejši na napake, ki so jih delali njihovi sošolci v istem razredu.

Pri evalvaciji ne pozabimo pri dijakih preveriti naslednje:

- ali so usvojili katero od novih strategij učenja,
- ali so smiselno uporabljali strategije učenja,
- pri čem so imeli težave,
- kaj se je izkazalo za dobro.

Predlagamo, da zaradi kasnejše evalvacije tako učitelji kot dijaki samostojno izpolnjujejo matriko evalvacije strategij, ki je predstavljena v članku S. Pečjak Razvoj metakognitivnih sposobnosti pri učenju in vloga učitelja. V spodnjo preglednico smo vnesli le nekatere strategije, prirejene za matematiko, z namenom, da prikažemo vsebino matrike/tabele

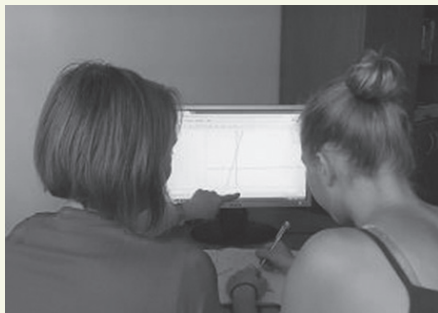
Učna strategija	Kako jo uporabljati	Kdaj jo uporabljati	Zakaj jo uporabljati	Pri katerih vsebinah matematike smo jo uporabili
Aktiviranje predznanja	Postanek in razmislek o tem, kar vem. Vprašati se, česa ne vem.	Pred reševanjem naloge. Ob srečanju z neznano nalogo.	Olajša razumevanje in zapomnitev novih informacij.	
Grafični prikazi/organizatorji	Ugotavljam bistvene informacije/podatke. Iščem odnose/povezave med bistvenimi informacijami/podatki. Prikazujem in povezujem bistvo s podrobnostmi. Povezujem podporne ideje med seboj.	Ko je veliko med seboj povezanih informacij, dejstev.	Pomaga ugotavljati bistvene informacije. Organizira bistvene informacije v kategorije. Zmanjšujejo spominsko obremenitev.	

in morebiten način izpolnjevanja. Dodali smo stolpec *Pri katerih vsebinah matematike smo jo uporabili?* z namenom, da uzaveščamo, kje smo določeno učno strategijo uporabili pri predmetu matematika.

POGLED NAPREJ

Nina ima pri matematiki velike težave. Ure in ure sedi pred zvezki, rešuje že večkrat rešene naloge iz matematike, tedensko se srečuje z inštruktorjem, pa kljub vsemu ni uspešna.

Njena učiteljica matematike je postala pozorna na njene težave in jo nekega dne vprašala, kako se uči matematiko, kako si skuša zapomniti to, kar se uči, o čem premišljuje, kako se loteva učenja matematike.



Nina se je učiteljici matematike zaupala in ta se je odločila, da ji bo pomagala in jo naučila, kako se učiti matematiko.

Pokazala ji je nekaj učinkovitih načinov in vadili sta skupaj. Med skupnimi učnimi urami si je Nina presenetljivo zapomnila veliko več kot običajno in obe, učiteljica in Nina, sta bili zadovoljni in prepričani, da jima je uspelo.

Čez nekaj časa je učiteljica presenečeno ugotovila, da ima Nina še vedno (zopet) težave pri matematiki, in na vprašanje, kako se uči, je ugotovila, da ni spremenila svojih vzorcev učenja, ni prevzela učiteljičinega učinkovitega načina, čeprav ga je obvladala, ko sta se učili skupaj.

Zakaj se Nina še vedno ne zna učiti matematike, čeprav ji je učiteljica pokazala pot?

S prispevkom o razvoju in vključevanju kompetence učenje učenja smo poskušali dati odgovor na zgornje vprašanje in upamo, da nam je v tem tudi uspelo.

Vključevanje kompetence učenje učenja je proces, kateremu bodo učitelji matematike v prihodnosti zagotovo namenili in posvetili več pozornosti kot doslej. Ena izmed rešitev, ki jo ponujamo, je ta, da se vključevanje kompetence učenje načrtuje in postopno razvija skozi vse šolsko leto in po vsej vertikalni. Področjem razvoja kompetence učenje učenja (metakognitivni, motivacijski in kognitivni) se pri pouku lahko različno posvečamo glede na zmožnosti, znanja in potrebe pouka.

Čeprav smo model vključevanja kompetence učenje učenja predstavili na primeru matematike v gimnaziji, smo prepričani, da je prenosljiv tudi na druge predmete in druge programe (na program osnovne šole in programe srednjega strokovnega in poklicnega izobraževanja).

Izzivov za nadaljnje delo nam ne bo zmanjkalo. V prihodnosti se želimo posvetiti vključitvi kompetence učenje učenja v letne priprave po vsej vertikalni (od osnovne šole prek srednjih poklicnih in strokovnih šol do gimnazije in še naprej v življenje) predmeta matematika. Razmišljamo tudi o medpredmetni in nadpredmetni povezanosti z drugimi predmeti kakor tudi o timih učiteljev na šolah (kot projektni tim), ki bi skrbeli na ravni šole za stalno prizadevanje za razvoj kompetence učenje učenja.

VIRI IN LITERATURA

Bizjak, C. Interno gradivo v projektu Učenje učenja.

Bone, J. in Sambolić - Beganović, A. (2012). Uči me učiti se matematiko. V: Vzgoja in izobraževanje, letnik 43, št. 6., str. 52–61.

Ključne kompetence za vseživljenjsko učenje, Evropski Referenčni Okvir, december 2006.

Kmetič, S. (2015). Metode reševanja besedilnih in problemskih nalog. V: Matematika v šoli, letnik XXI, št. 1/2., str. 5–13.

Kmetič, S. Gradivo za izvedbo študijskih srečanj za učitelje matematike osnovnih šol.

Kmetič, S. Gradivo Vrste vprašanj.

Mršnik, S. in Novak, L. Učinkovito vključevanje učencev v svet branja s formativnim spremljanjem, interno gradivo.

Pečjak, S. (2012). Razvoj metakognitivnih sposobnosti pri učenju in vloga učitelja. V: Vzgoja in izobraževanje, letnik 43, št. 6., str. 10–17.

Pečjak, S. in Gradišar, A. (2012). Bralne učne strategije. Ljubljana: Zavod Republike Slovenije za šolstvo.

Tancig, S. (2004). Razvoj metakognicije – Naučiti se učiti. Nekaj v pomoč učiteljem : vodnik za poučevanje skupine učencev z učnimi težavami, ki počasneje usvajajo znanja. Ljubljana: Svetovalni center za otroke, mladostnike in starše.

Žakelj, A. et al. (2008). Učni načrt. Matematika (Elektronski vir): gimnazija : splošna, klasična in strokovna gimnazija. Ljubljana: Ministrstvo za šolstvo in šport, Zavod Republike Slovenije za šolstvo.

Žakelj, A. et al. (2010). Matematika. Posodobitve pouka v gimnazijski praksi. Ljubljana: Zavod Republike Slovenije za šolstvo.

PRILOGA 1

Model načrtovanja tematskega sklopa Eksponentna funkcija z vključevanjem kompetence učenje učenja


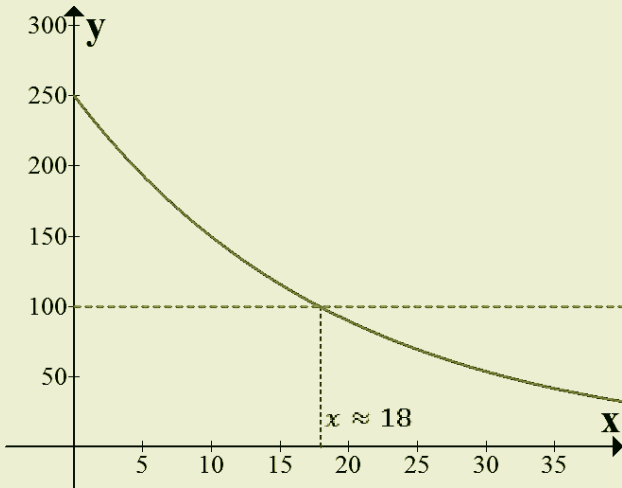
PRIPRAVA NA SKLOP

EKSPONENTNA FUNKCIJA Z VKLJUČEVANJEM KOMPETENCE UU

Jerneja Bone in Amela Sambolić Beganović, Zavod Republike Slovenije za šolstvo

Sklop	Eksponentna funkcija z vključevanjem kompetence učenje učenja
Časovna umestitev sklopa	(Npr.: tematski sklop začnemo obravnavati _____, zaključili ga bomo_____)

PRED UČENJEM DIJAKA

Aktivnost učitelja	Aktivnost dijaka
<p>Za vzbujanje začetne radovednosti začnemo s »provokativnim« vprašanjem o nekem avtentičnem problemu.</p> <p>V trgovini prodajajo športne copate, njihova cena je 250 €. Privarčevanih imam 100 €. Ceno športnih copat vsak mesec znižajo za 5 %. Čez koliko mescev si bom lahko kupil športne copate?</p>  <p>Prيرهjeno po: e-učbeniki prihajajo</p>  <p>http://eucbeniki.sio.si/admin/documents/learning_unit/1173/Uporaba%20eksponentne%20funkcije_2_1344500975/c48d65766c6a69.png</p>	<p>Analogija:</p> <ul style="list-style-type: none"> - z matematiko - življenjem
<p>Učitelj z vprašanji/dregljaji uči/vodi dijaka, kako se bo znašel v novih okoliščinah.</p> <p>Spodbuja in usmerja.</p>	<p>VŽN</p> <p>Kaj že vem o tem? Česa ne znam/kaj se moram naučiti? Kako se bom to naučil?</p>
<p>Zakaj je dobro, da poznaš npr. eksponente funkcije?</p> <p>Cilji:</p> <ul style="list-style-type: none"> - osebni - iz UN 	<p>Zakaj je dobro, da poznam npr. eksponente funkcije?</p> <p>Cilji:</p> <ul style="list-style-type: none"> - »osebni«

<p>Eksponentna funkcija</p> <p>Cilji Dijaki/dijakinje:</p> <ul style="list-style-type: none"> • razlikujejo, prepoznajo eksponentno odvisnost od drugih vrst odvisnosti, • poznajo in uporabljajo lastnosti eksponentne funkcije, • narišejo graf eksponentne funkcije, • uporabijo vzporedne premike in raztege grafa eksponentne funkcije, • primerjajo potenčno in eksponentno rast, • prepoznajo in rešijo eksponentne enačbe, • zapišejo in modelirajo primere iz vsakdanjega življenja z eksponentno funkcijo. <p>Vsebine</p> <ul style="list-style-type: none"> • Definicija, lastnosti in graf eksponentne funkcije • Eksponentne enačbe • <i>Grafično reševanje eksponentne neenačbe</i> • Eksponentna rast • Modeliranje realističnih pojavov z eksponentno funkcijo <p>Didaktična priporočila Eksponentno rast ilustriramo s primeri iz vsakdanjega življenja (biologija, kemija, fizika, finance). Dijaki/dijakinje analitično reševanje eksponentnih enačb povezujejo z grafičnim. Dijaki/dijakinje obravnavajo primere iz vsakdanjega življenja, ki se jih da smiselno modelirati z eksponentno funkcijo. <i>Z uporabo IKT lahko raziščemo lastnosti eksponentne funkcije. Priporočamo medpredmetno povezavo z biologijo (npr. rast populacije). Priporočamo obravnavo vsebin v 2. letniku, eksponentno rast tudi v 4. letniku.</i></p>	<p>Povezovati znanja na različnih področjih, razumeti zapise v različnih prispevkih: fizika: dušeno nihanje, radioaktivni razpad, polnjenje in praznjenje kondenzatorja, biologija: rast populacije, delitev celice in rast poljudni: šahovska polja in zrna riža...</p>
<p>Ponovijo osnovne matematične pojme v povezavi z eksponentom in s funkcijo:</p> <ul style="list-style-type: none"> – postopnost – sistematičnost – konkretizacija <p>Preverjamo predznanje dijaka; ugotavljamo napačne predstave, »šume«...</p>	<p>Skupini izdelata dva »zapisa«. Ena skupina vihari na besedo eksponent, druga na besedo funkcija. Nastaneta dva »zapisa«. »Zapisa« povežemo z besedo eksponentna funkcija.</p>

MED UČENJEM DIJAKA

Aktivnost učitelja	Aktivnost dijaka
<p>Vprašalnik (oblika analogna, digitalna?)</p>	<p>Kako se bom lotil učenja? Kaj se je dobro obneslo pri drugih sorodnih vsebinah (npr. kvadratni funkciji)? Katere pripomočke sem uporabljal (računalnik, računalno, programi, GO)? Katere GO bom uporabil, ali katerega ne maram, kako bo z zapiski v zvezek? – Kaj bi obdržal? – Kaj bi dodal? – Kaj spremenil?</p>
<p>Učitelj uporabi GO že pri razlagi – da dijaki vidijo smiselno in urejeno uporabo le teh.</p> <ul style="list-style-type: none"> – miselni vzorec – zaporedje dogodkov – primerjalna tabela – ... <p>Učitelj uporabo GO tudi sproti komentira. Z dijaki se o tem pogovarja. Npr:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Na kakšen način bi najbolj razumljivo predstavili razlike med kvadratno in eksponentno funkcijo? Zakaj? Utemeljite. – Kateri prikaz bi lahko uporabili? – itd. 	<p>Ustvarim si opomnik (za izsek iz sklopa ali celi sklop)</p> <p>Za učenje bom potreboval:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Osebe: sam, sošolca, manjša skupina – Postopke: branje, izpisovanje, reševanje, delo s pripomočki* – Viri: knjige, učbeniki, delovni listi, e-gradiva

Primer:

Učitelj zapiše nekaj primerov eksponentne funkcije.

Kako bi jih razvrstili? (kriterij: glede na osnovo)

Raziščimo (npr. z uporabo pripomočkov*) razliko med $f(x) = 2x$ in $f(x) = 2^{-x}$?

Kaj je skupnega, kaj različnega?

Kaj se bomo naučili?

– Lastnosti → Učitelj npr. uporabi GO: primerjalno tabelo.

– Načrtovanje grafov eksponentnih funkcij → Učitelj uporabi Zaporedje dogodkov

Ali poznam postopek (zaporedje dogodkov)? Vem, kaj pomeni...

Narišem sam, preverim z IKT - samokontrola, hkratno razvijanje digitalne zmožnosti



x	$g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$	$m(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$	$n(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^x$
-3	8	27	125
-2	4	9	25
-1	2	3	5
0	1	1	1
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{5}$
2	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{25}$
3	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{27}$	$\frac{1}{125}$

Vprašanja, ki jih zastavlja učitelj - lahko si jih zastavi tudi dijak sam (samoinštruiranje):

Na začetku aktivnosti/naloge:

Kaj se moraš vprašati?

Kateri pripomoček boš uporabil?

Ali lahko napoveš rezultat?

Kako boš to zapisal?

Katere podatke imaš? Kaj želiš izvedeti?

....

Za tiste, ki so obtičali.

Opiši problem s svojimi besedami.

Kaj si že naredil do sedaj?

Ali kaj veš, kar ti bo pomagalo rešiti problem?

Ste primerjali svoje delo v skupini?

Pozitivne intervencije med delom

Kaj misliš s tem?

Zakaj si se odločil, da boš to napravil tako?

Ali lahko razložiš, kako si razmišljal?

Misliš, da to velja tudi za druga števila?

Kako bom vedel, da znam?

kako vem, kaj znam?

Ali sem znal, kar sem mislil, da znam?

Katere kriterije za samooceno bom uporabil?

Kriteriji:

– število rešenih nalog med poukom:

- samostojno

- s pomočjo sošolca

- s pomočjo učitelja

– sprotno delanje domačih nalog in samopreverjanje pravilnosti rešenih nalog pri domači nalogi

– reševanje dodatnih nalog

Zastavljanje vprašanj/nalog:

Z dobrimi vprašanji/nalogami spodbujamo učence k višjim miselnim procesom.

Od učenja za dosežek →	Do učenja za znanje
Od reprodukcije Od poznavanja dejstev Od procedure →	Do produktivnega znanja Do uporabe dejstev in procedur v novih matematičnih in realnih situacijah
Od rutinskih nalog Od kompleksnih nalog →	Do problemskega znanja

Kako lahko uporabim to kar znam, da rešim novo/drugačno nalogo?

Če sem v novi situaciji, delam po VŽN.

Kaj sem se naučil novega?

PO UČENJU DIJAKA

Aktivnost učitelja



Aktivnost dijaka

Svoje znanje bom posredoval drugim:

_____ (npr. datum ustnega/pisnega preverjanja/ocenjevanja, predstavitev seminarske naloge, naloge iz modeliranja...)

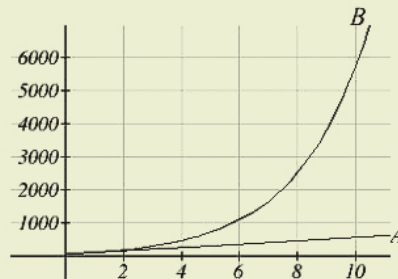
Primer:

Company *A* has 100 stores, and expands by opening 50 new stores a year
 Company *B* has 100 stores, and expands by increasing the number of stores by 50% of their total each year.

Looking at a few years of growth for these companies:

Year	Stores, company <i>A</i>		Stores, company <i>B</i>
0	100	Starting with 100 each	100
1	$100 + 50 = 150$	They both grow by 50 stores in the first year.	$100 + 50\% \text{ of } 100$ $100 + 0.50(100) = 150$
2	$150 + 50 = 200$	Store <i>A</i> grows by 50, Store <i>B</i> grows by 75	$150 + 50\% \text{ of } 150$ $150 + 0.50(150) = 225$
3	$200 + 50 = 250$	Store <i>A</i> grows by 50, Store <i>B</i> grows by 112.5	$225 + 50\% \text{ of } 225$ $225 + 0.50(225) = 337.5$

years	Company <i>A</i>	Company <i>B</i>
2	200	225
4	300	506
6	400	1139
8	500	2563
10	600	5767



Povezovanje znanj z drugimi predmeti

(npr. fizika: polnjenje in praznjenje kondenzatorja)

Vprašanja, ki jih zastavi učitelj ali si jih zastavi dijak sam:

Po koncu aktivnosti/naloge.

- Kako si prišel do odgovora?
- Razloži svoje pravilo/postopek.
- Kaj si se naučil danes?
- Kaj je bistveno?
- Kje lahko to uporabimo?
- Kaj bi drugič napravil drugače?
- Kaj, če bi pričel tako?
- Kako si preveril svoj rezultat?

Kako naprej?

Je bila uporaba tega programa/IKT, pripomočka dobra?
 Mi ta program ustreza? Če ne, kaj bom naredil?

Kdo mi bo pomagal, če ne znam? Kaj bom naredil?

Sem dosegel svoj zastavljeni cilj?

Katere od uporabljenih strategij, so se pokazale za učinkovite? Zakaj?
 Kaj bom naslednjič spremenil?
 Kje bom uporabil novo znanje?

UČITELJ – ZAPIŠE/ZAZNA/OPAŽI

Nevralgične točke sklopa:	Tipične NAPAKE dijakov pri tem sklopu:

PRILOGA 2: Opomnik in vprašanja za samooceno

Opomnik: Kako se boš lotil učenja/reševanja naloge?**Za učenje bom potreboval:**

- Osebe: zmoget bom sam, učil se bom s sošolcem, učili se bomo v manjši skupini
- Postopke: branje, izpisovanje, reševanje, delo s pripomočki
 - Kaj se mi je dobro obneslo pri drugih sorodnih vsebinah (npr. pri kvadratni funkciji)? Kaj bom obdržal, bom kaj novega dodal, bom kaj spremenil?
 - Katere pripomočke bom uporabljal (računalnik, računalno, programi, strategije učenja: grafični organizatorji in bralno učne strategije ter drugo)? Kako bo z zapiski v zvezek? Ali poznam strategije (zaporedje dogodkov)? Vem, kaj pomenijo, kdaj se jih uporabi ...
- Viri: knjige, učbeniki, delovni listi, e-gradiva

Samoocena

Kaj znam?

Ali sem znal, kar sem mislil, da znam?

Kako vem, da znam?

Katere kriterije za samooceno bom uporabil?

- število rešenih nalog med poukom:
 - samostojno,
 - s pomočjo sošolca,
 - s pomočjo učitelja,
- sprotno delanje domačih nalog in samopreverjanje pravilnosti rešenih nalog pri domači nalogi,
- reševanje dodatnih nalog.

PRILOGA 3: Vprašanja kot intervencija učitelja

Vprašanja ob začetku aktivnosti/naloge:

- Kaj se moraš vprašati?
- Kateri pripomoček boš uporabil?
- Ali lahko napoveš/oceniš rezultat?
- Kako boš to zapisal?
- Katere podatke imaš? Kaj želiš izvedeti?
-

Vprašanja za tiste, ki so obtičali.

- S svojimi besedami opiši problem.
- Kaj si do zdaj že naredil?
- Ali kaj veš, kar ti bo pomagalo rešiti problem?
- Si reševal že podoben primer/nalogo?
- Ste primerjali svoje delo v skupini?

Pozitivne intervencije med delom

- Kaj misliš s tem?
- Zakaj si se odločil, da boš to napravil tako?*
- Ali lahko razložiš, kako si razmišljal?*
- Misliš, da to velja tudi za druga števila?*

(Vprašanja: S. Kmetič)

PRILOGA 4: Vprašanja po koncu aktivnosti

- Kako si prišel do odgovora/-ov?
- Razloži svoje pravilo/postopek/strategijo.
- Kaj si se naučil danes?
- Kaj je pri tej nalogi bistveno?
- Kje lahko uporabimo to znanje, ali je prenosljivo na druga področja?
- Kaj bi naslednjič napravil drugače?
- Kaj predvidevaš, da bi se spremenilo, če bi začel tako?
- Si preveril rezultat? Kako način?

(Vprašanja: S. Kmetič)