

Preslikava tekstur na enostavne 3D objekte



PETER ŽNUDERL

→ Na računalniku, telefonu, tablici in drugod se vsakodnevno srečujemo s 3D modeli, npr. pri računalniških slikah, igricah, programih. Vsi ti modeli so sestavljeni iz osnovnih geometrijskih likov – najpogosteje trikotnikov. Vendar bi sami po sebi bili zelo dolgočasni, če ne bi imeli teksture (informacije o barvi, pa tudi senc, obliki površine) in osvetlitve. V tem članku si bomo pogledali nekaj načinov, kako na 3D objekte dodajamo teksture.

Teksture so 2D objekti – slike, 3D modeli pa v 3D prostoru definirani liki; tako nastane problem predstavitve 2D slik na 3D objektih. Obstaja več načinov preslikave 2D tekstur na objekte. V tem članku jih bomo omenili, posvetili pa se bomo enostavnejšim preslikavam na valje in krogle. Že za to pa bo potrebno nekaj znanja matematike. Računali bomo v radianih in uporabljali kotne funkcije ter sistem enačb z več neznankami.

Kako preslikavamo teksture?

Poznamo več načinov preslikave. Preslikava naprej in preslikava nazaj sta najbolj enostavni preslikavi uporabni za enostavne ploskve, npr. za kvadre, valje in krogle.

Pri preslikavi naprej je postopek sledeč: vsak piksel teksture preslikamo na objekt in objekt preslikamo na zaslon. Prvi korak imenujemo parametrizacija, drugega pa projekcija. Nato sledi še t. i. antialiasing, da slika nima žagastih robov ali lukenj v teksturi. Pri preslikavi nazaj računamo v obratni smeri. Za vsak piksel na zaslonu nas zanima, kateri del 3D objekta prikazuje in kateri del teksture leži na tistem delu objekta.



SLIKA 1.

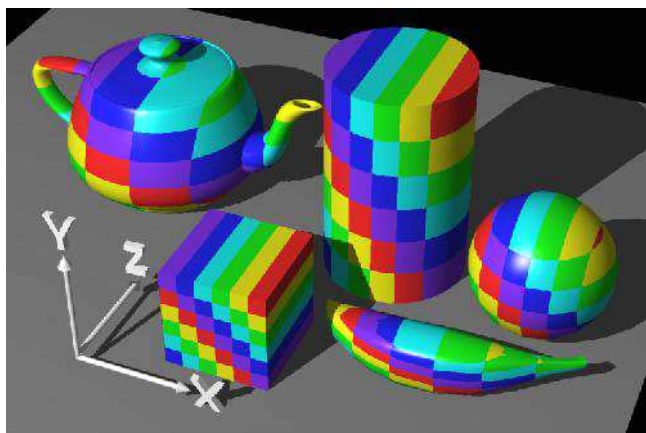
3D objekt (desno spodaj), teksture (levo spodaj) ter kompozicija istega objekta s teksturo in osvetlitvijo (na sredini)

Parametrizacija

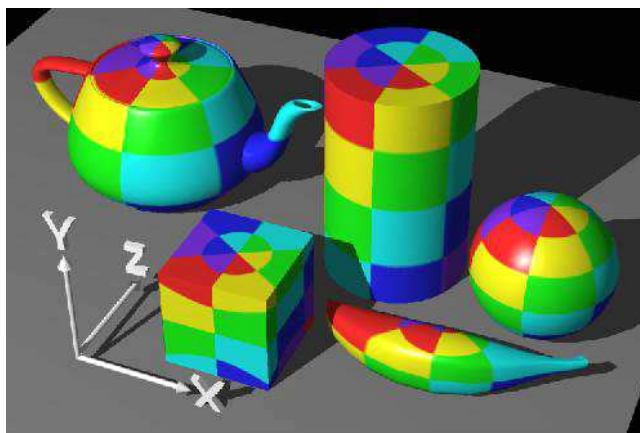
Posvetili se bomo prvemu koraku preslikave naprej, to je parametrizaciji.

Parametrizacija je podana z enačbami. Poznamo dimenzije teksture ter dimenzije objekta in podamo enačbo, po kateri lahko katero koli točko teksture preslikamo na pravilni del objekta. Enostavneje povedano, podali bomo enačbo, kako obleči teksturo na objekt.

Preslikava s pomočjo ravnine. Parametrizacijo lahko zelo poenostavimo, če pri njej ne upoštevamo koordinate z oziroma globine. Tako imajo vsi elementi z enakima koordinatama x in y tudi enako barvo, ne glede na to, ali se nahajo spredaj ali zadaj ali kje vmes. To pomeni, da povsod na stranskih površinah, razen povsem spredaj in povsem zadaj, dobimo črtast vzorec (glej sliko 2). Takšna preslikava je ravninska, saj si lahko predstavljamo, da slikamo teksturo tako, kot da bi jo obsijali iz ene ravnine.


SLIKA 2.

Ploskovna preslikava teksture na različne objekte


SLIKA 4.

Objekti po preslikavi s pomočjo krogle

Preslikava s pomočjo valja. Drugi način je parametrizacija s pomočjo valja. Namesto ploskve tu teksturo oblečemo na valj in nato prežarčimo objekt z valjem. Predstavljajmo si, da vsak del valja oddaja svetlobo, proti objektu znotraj valja. Strani objekta tako dobijo pravilnejšo teksturo, vrh pa je še vedno precej spremenjen (glej sliko 3).

Preslikava s pomočjo krogle. Pri preslikavi s pomočjo krogle lahko posebej določimo teksturo vsakega dela objekta (pri preslikavi z valjem sta zgornja in

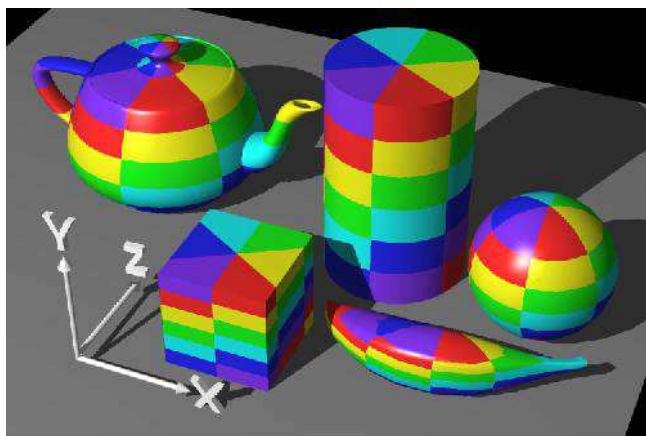
spodnja ploskve preprosto iste barve kot zgornji oziroma spodnji del piksla na strani). Prihaja pa do popačitev na straneh pri oglatih površinah (glej sliko 4).

Preslikava na valj

Valj je precej preprosto določiti, saj gre pravzaprav le za zviti pravokotnik. Tako je koordinato v teksture (višina) potrebno le pomnožiti z razmerjem višine teksture ter višine valja in rezultat je y koordinata valja. Iz razmerja med širino teksture in velikostjo kota dela valja, na katerega želimo nanesti teksturo, pa lahko izračunamo prostorske x in z koordinate.

Koordinatni sistem teksture izberemo tako, da je višina teksture enaka 1 in širina teksture prav tako 1. V tem primeru preprosto preračunamo y koordinato po formuli $y = v \cdot h$, pri čemer je h v koordinata točke P , ki jo želimo preslikati. Koordinato x preračunamo po formuli $x = r \cdot \sin(2\pi \cdot u)$, z pa po formuli $z = r \cdot \cos(2\pi \cdot u)$.

v = višina teksture
 u = širina teksture
 x = širina valja
 y = višina valja
 z = globina valja
 r = polmer valja


SLIKA 3.

Objekti po preslikavi s pomočjo valja

→ **Primer.** Preslikave točke P iz teksture v točko P' na valju.

Podatki:

višina valja $h = 2 \cdot v$

polmer valja $r = 1$

$P(0,2,0,6)$

▪ $P'y = v \cdot h$

$P'y = 0,6 \cdot 2 = 1,2$

$P'x = r \cdot \sin(2\pi \cdot u)$

$P'x = 1 \cdot \sin(2\pi \cdot u) = 0,95$

$P'z = r \cdot \cos(2\pi \cdot u)$

$P'z = 1 \cdot \cos(2\pi \cdot u) = 0,31$

Rezultat:

$P'(0,95, 1,2, 0,31)$

Preslikava na kroglo

Objekt je podan s sferičnima koordinatama Φ in Θ (navpični in horizontalni kot):

▪ $\Theta = f(u, v),$

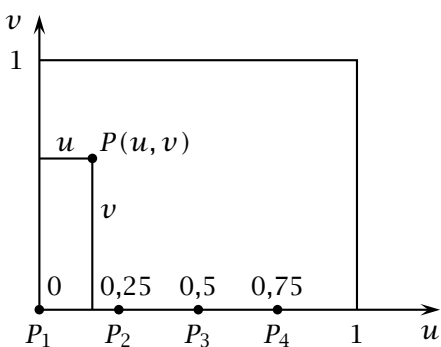
$\Phi = g(u, v).$

Če sta f in g funkciji enega parametra, lahko zapišemo enačbi kot:

▪ $\Theta = au + b,$

$\Phi = cv + d.$

Imamo dve enačbi s štirimi neznankami in štiri različne točke.



SLIKA 5.

Tekstura v 2D koordinatnem sistemu

Vedeti moramo kam bomo vpeli štiri točke teksture na objekt. Lahko so štiri oglišča pravokotne teksture, lahko pa so to poljubne točke znotraj. Če vemo, kam želimo postaviti te štiri točke, lahko z vstavljanjem Θ in Φ ter u in v dobimo enačbi, s katerimi lahko izračunamo pozicijo katerekoli točke na krogli.

Za preračunavanje pozicije točk iz sferičnih koordinat Φ in Θ v koordinate x, y, z , to storimo z naslednjimi enačbami:

▪ $x = r \sin \Theta \sin \Phi,$

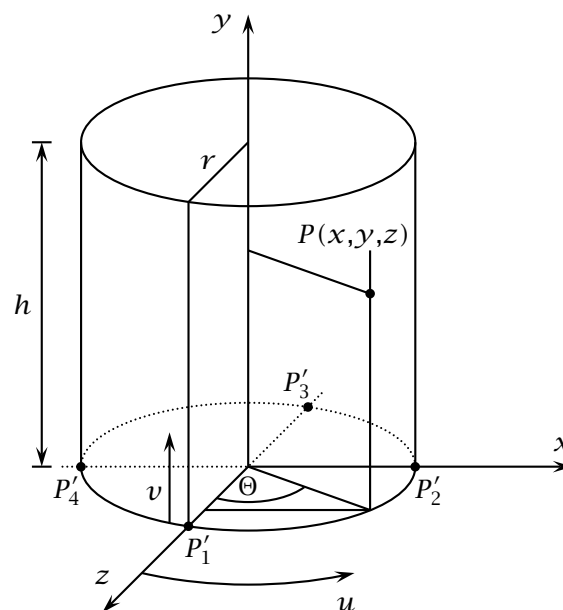
$y = r \cos \Phi,$

$z = r \cos \Theta \sin \Phi.$

Primer. Dani sta enotska tekstura (slika 7) in del krogle, na katero jo želimo preslikati (slika 8).

V zgoraj navedeni enačbi za izračunavanje formul za pridobivanje sferičnih koordinat vstavimo podatke:

1. Za točki A in A' ($u = 0, v = 0$) ($\Theta = 0, \Phi = \pi/2$).
2. Za točki B in B' ($u = 1, v = 0$) ($\Theta = \pi/2, \Phi = \pi/2$).
3. Za točki C in C' ($u = 0, v = 1$) ($\Theta = 0, \Phi = \pi/4$).
4. Za točki D in D' ($u = 1, v = 1$) ($\Theta = \pi/2, \Phi = \pi/4$).



SLIKA 6.

Valj v 3D koordinatnem sistemu

Izračunamo a , b , c in d ter jih vstavimo v splošni formuli. Dobili smo formuli za izračun sferičnih koordinat za ta primer.

1. Vstavimo podatke točk A in A' :

- $\Theta = au + b$
- $0 = a \cdot 0 + b$
- $b = 0$
- $\Phi = cv + d$
- $\pi/2 = c \cdot 0 + d$
- $d = \pi/2$

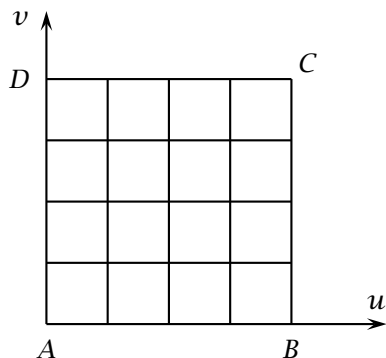
2. Vstavimo podatke točk B in B' :

- $\Theta = au + b$
- $\pi/2 = a \cdot 1 + 0$ (Iz prejšnjega računa vemo, da je $b = 0$.)
- $a = \pi/2$
- $\Phi = cv + d$
- $\pi/2 = c \cdot 0 + \pi/2$ (Iz prejšnjega računa vemo, da je $d = \pi/2$.)
- $\pi/2 = \pi/2$ (c smo množili z 0, zato ga bomo morali pridobiti iz drugih računov.)

3. Vstavimo podatke točk C in C' :

- $\Theta = au + b$ (Ni več potrebno računati, saj že poznamo vse spremenljivke iz te enačbe.)
- $\Phi = cv + d$
- $\pi/4 = c \cdot 1 + \pi/2$ (Iz prejšnjega računa vemo, da je $d = \pi/2$.)
- $c = -\pi/4$

4. Za točko D nam ni potrebno računati, saj smo že iz prvih treh enačb pridobili vse potrebne podatke.



SLIKA 7.

Enotska tekstura

Sedaj lahko za poljubno točko P izračunamo položaj na krogli tako, da vstavimo koordinate iz teksture v spodnji formuli:

- $\Theta = (\pi/2)u,$
- $\Phi = (-\pi/4)v + \pi/2.$

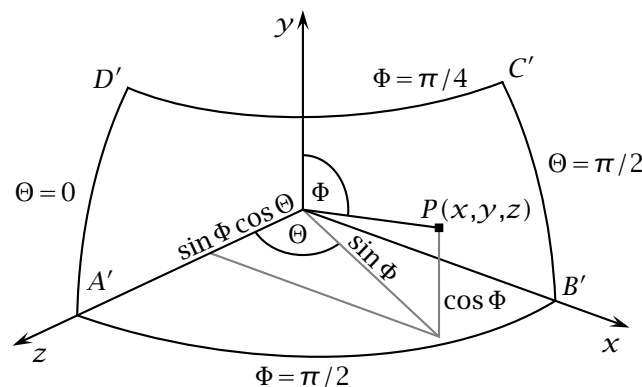
Po formulah za preračunanje x , y in z koordinat iz Φ in Θ lahko te iste koordinate preračunamo še za xyz koordinatni sistem.

Primer. Naj bo v našem primeru $r = 3$ in računamo položaj točke P' , pri čemer se točka P teksture nahaja na $P(0,75,0,5)$.

- $x = r \sin \Theta \sin \Phi$
- $y = r \cos \Phi$
- $z = r \cos \Theta \sin \Phi$
- $\Theta = (\pi/2)u = \pi/2 \cdot 0,75 = 3\pi/8$
- $\Phi = (-\pi/4)v + \pi/2 = (-\pi/4) \cdot 0,5 + \pi/2 = 3\pi/8$

- $P'x = r \cdot \sin \Theta \cdot \sin \Phi$
- $P'x = 3 \cdot \sin(3\pi/8) \cdot \sin(3\pi/8)$
- $P'x = 3 \cdot 0,92 \cdot 0,92$
- $P'x = 2,54$

- $P'y = r \cdot \cos \Phi$
- $P'y = 3 \cdot \cos(3\pi/8)$
- $P'y = 3 \cdot 0,38$
- $P'y = 1,14$



SLIKA 8.

Del krogle, na katero slikamo teksturo.



→

- $P'z = r \cdot \cos\Theta \cdot \sin\Phi$
- $P'z = 3 \cdot \sin(3\pi/8) \cdot \cos(3\pi/8)$
- $P'z = 3 \cdot \sin(3\pi/8) \cdot \cos(3\pi/8)$
- $P'z = 3 \cdot 0,92 \cdot 0,38$
- $P'z = 1,05$

Rezultat:
P'(2,54, 1,14, 1,05)

Zaključek

Preslikava na kvader, valj ali kroglo je prvi korak lepljenja tekstur na objekte v računalništvu. Namen tekstur je, da računalniško izdelanim objektom dodajo več podrobnosti; virtualne stvaritve tako po izgledu približajo naravnim. Brez tekstur bi si težko predstavljali videoigre, animirane filme, 3D kompozicije; predmeti bi namreč delovali togo in plastično, saj povsem gladkih, enobarvnih površin v realnem svetu ne najdemo. Računalniški svet bi tako bil mnogo manj privlačen in raznovrsten, kot je sedaj.

Literatura

- [1] <http://www.sharecg.com/v/52192/related/5/3D-Model/Fuel-Can>, dostopano: 16. 3. 2015.
- [2] <http://escience.anu.edu.au/lecture/cg/Texture/printNotes.en.html>, dostopano: 16. 3. 2015.
- [3] N. Guid, Skripta predmeta Računalniška animacija, 2014.
- [4] <http://escience.anu.edu.au/lecture/cg/Texture/printNotes.en.html>, dostopano: 16. 3. 2015.
- [5] http://en.wikipedia.org/wiki/Texture_mapping, dostopano: 16. 3. 2015.

www.dmfa-zaloznistvo.si

www.presek.si

Barvni sudoku

↓↓↓

→ V 8×8 kvadratkov moraš vpisati začetna naravna števila od 1 do 8 tako, da bo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu in v kvadratih iste barve (pravokotnikih 2×4) nastopalo vseh 8 števil.

	2				3		
1							
	3	8				4	
	5						
		4		1			
	7			8		6	4
			2				
4	6				5		2

REŠITEV BARVNI SUDOKU

2	1	5	3	8	7	9	4
7	8	4	9	2	5	1	3
4	9	2	8	3	1	7	5
3	5	7	1	9	4	8	2
8	3	1	7	4	2	5	9
5	4	9	2	1	8	3	7
9	2	8	5	7	3	4	1
1	7	3	4	5	9	2	8