

# Učenci s težavami pri izbirnem predmetu matematična delavnica

*Pupils with Difficulties in the Mathematical  
Workshop Elective Subject*

## Σ Povzetek

V prispevku je prikazana izkušnja z delom z učenci s posebnimi potrebami pri izbirnem predmetu matematična delavnica (s slabovidnim učencem, z učencema s primanjkljaji – motnja branja in pisanja, motnja pozornosti in koncentracije). Iz vsake matematične delavnice (MD) je izbrana tudi ena od nalog in zapis pomoči tem učencem pri reševanju naloge.

**Ključne besede:** matematična delavnica, učne težave, fraktal, lupa, trikotniška števila

**Tilka Jakob**  
OŠ Vitanje

## Σ Abstract

*The paper presents the experience of working with pupils with special needs in the Mathematical Workshop elective subject (with a visually impaired pupil and with two pupils with deficiencies – reading and writing disorder, attention deficit hyperactivity disorder). One assignment and written record of the help provided to these pupils in solving an assignment was selected from each Mathematical Workshop.*

**Key words:** mathematical workshop, learning difficulties, fractal, magnifying glass, triangular numbers

## α Uvod

Na OŠ Vitanje izvajamo izbirni predmet MD v 7., v 8. oz. 9. razredu že 10 let. Zaradi razbremenitve učencev večino programa izvajam v strnjeni obliki na Gorenju (v času od oktobra do decembra). Delo poteka v soglasju s starši, ti pokrijejo stroške bivanja v domu. Starši svoje otroke pripeljejo v center CŠOD na Gorenje v petek ob 15.30 uri, po njih pa pridejo v nedeljo ob 16.30 uri. V centru so nam na voljo praktično vsi prostori, tako da se učenci lahko v prostem času ukvarjajo tudi s športom. Predmet MD je namenjen učencem različnih matematičnih sposobnosti. Izberejo si ga tudi učenci s posebnimi potrebami. Vsebine in oblike dela prilagajam sposobnostim učencev, ki so vključeni v skupino, saj je to tudi splošno didaktično priporočilo, ki je zapisano v učnem načrtu za izbirni predmet matematična delavnica. Delo izvajam tako, da so učenci večinoma časa dejavni in da znanje pridobivajo iz lastnih izkušenj. V tem šolskem letu je v skupini MD 7 bil tudi (prvič) slabovidni učenec, v skupini MD 8 učenka z motnjami branja in pisanja, v skupini MD 9 pa učenec s primanjkljaji na posameznih področjih učenja – motnja pozornosti in koncentracije. Vsakokrat, ko sem se pripravljala na izvedbo MD v strnjeni obliki, sem imela v mislih te učence. Ti učenci potrebujejo drugačne metode, pripomočke, učne prijeme in poti za doseg standardov tega predmeta. Bila sem v skrbeh, ali bom uspela ustrezno pripraviti gradivo za te učence, še posebej za slabovidnega.

Ti trije učenci imajo pri rednem pouku matematike (poučuje jih druga učiteljica) prilagoditve, ki so predpisane z odločbo o usmeritvi (ZRSS). Slabovidni učenec ima še napotke s strani Zavoda za slepo in slabovid-

no mladino Ljubljana. Na timskem sestanku pred pričetkom šolskega leta pripravimo za te učence vzgojno-izobraževalne cilje za šolsko leto. Ob koncu vsakega redovalnega obdobja pa so učitelji seznanjeni z napredkom in doseženimi cilji učenca.

Slabovidni učenec (po odločbi, 2010) ima pri rednih urah matematike poleg uporabe digitalne lupe in računalnika, prilagoditve gradiva (velikost pisave 22–24), z dopolnitvami zapisa v šolski zvezek, uporabo pisal, ki puščajo debelejšo sled, uporabo šestila s flomastrom.

Učenka z motnjo branja in pisanja (po odločbi, 2013) je pri rednem pouku matematike deležna razlage navodil, razlaga se ji večkrat ponovi, pri reševanju nalog je vodena s pomočjo dodatnih vprašanj. Predstavi se ji več konkretnih primerov, pogovori o rešitvah, saj sama nelogičnih rešitev ne opazi. Težje si zapomni različne postopke, saj je njena pozornost kratkotrajna, zato tudi postopke večkrat ponovi. Težave, ki jih ima z obračanjem števil, ne vplivajo na njeno oceno.

Učencu z motnjo pozornosti in koncentracije (po odločbi, 2012) se pri urah matematike podajajo kratka in jasna navodila, pri reševanju besedilnih nalog dobi dodatna vprašanja, dodatne napotke. Snov se z njim večkrat ponovi in utrjuje na novih primerih. Dosega minimalne cilje. Kot pripomoček ima lahko žepno računalno.

Podobne prilagoditve sem učencem nudila pri izbirnem predmetu MD. Vsebin pa za te tri učence nisem posebej prilagajala. Pri delu pogosto uporabljam Navodila za izobraževalne programe s prilagojenim izvajanjem in dodatno strokovno pomočjo za devetletno osnovno šolo, ki mi pomagajo pri iskanju ustrezne pomoči učencem s posebnimi potrebami.

## β Matematična delavnica 7 – slaboviden učenec

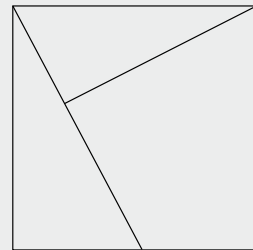
Prav tako me je skrbelo, ali bom v prostorih CŠOD ustrezno prilagodila prostor – tako z vidika varnosti kot z vidika spodbujanja k učenju in raziskovanju. Strah je bil odveč, učenec je dobil dobro osvetljen prostor, blizu table, usedel se je k sošolcu, v primeru, ko pa je potreboval večjo delovno površino, pa mu jo je sošolec odstopil, tako, da se je presedel drugam. Pouk slabovidnega učenca je zahteval posebne metode dela. Pripravila sem prilagojeno gradivo. Učencu sem nekaj delovnih listov pripravila v večji pisavi (22), nekaj sem jih povečala na kopirnem stroju. Pri nekaterih delovnih listih si je pomagal z (ročno) lupo. Gradivo pa, ki sem ga imela pripravljeno na power pointu, sem mu naložila na njegov računalnik, na katerem ima program za povečanje teksta. Kot pripomoček je uporabljal tudi kalkulator. Bil je edini učenec, ki je lahko uporabljal mobilni telefon, na njem ima ustrezno aplikacijo – povečan kalkulator. Delo s slabovidnim je temeljilo tudi na stalnem ustnem kontaktu med menoj in učencem. Saj sem le na ta način lahko sproti spremlja razumevanje učenca pri obravnavani snovi. Ne glede na ostanek

vida je bil slabovidni učenci sposoben reševati predpisane aritmetične naloge. Zaradi slabše orientacije na listu papirja je imel pri pisnem računanju večkrat težave pri podpisovanju števil, še posebno pri deljenju in pri različnih računskih postopkih. Potreboval je več časa. Določene težave so se kazale pri spoznavanju geometrijskih vsebin in pri reševanju nalog iz geometrije. Zaradi slabšega vida je imel težave pri orientaciji na ravnini in v prostoru, to se je odražalo tudi na ocenjevanju velikosti, razdalj, kotov. Težave so se pojavile pri nalogi, kjer je bilo potrebno na hitro skicirati podatke ali narediti skice. Razmišljanja o ploščinah in obsegih likov mu niso delala težav. Kljub težavam je ta učenec zelo rad izvajal naloge iz merjenja. Za svoje delo pa je potreboval nekaj več časa oziroma je naredil v istem času nekaj manj kot videči. Tudi z ostalimi učenci je bilo potrebno delo diferencirati in individualizirati. Saj so pri učencih, ki si izberejo ta predmet (precejšnje) individualne razlike v zmogljivostih, matematičnem predznanju, sposobnostih in interesih.

Več truda kot v računanje je moral učenec vložiti v geometrijske naloge, risanje oz. izrezovanje likov, pri tem se je uprl na pomoč sošolca.

### Sestavljanje

1. Na trši papir nariši kvadrat s stranico 8 cm.
2. Označi razpolovišča stranic in nariši daljico, kot kaže slika.
3. Razreži na tri dele.
4. Iz teh delov poskušaj sestaviti: *trikotnik, kvadrat, pravokotnik, paralelogram, trapez, petkotnik, šestkotnik*. Je možno še kaj drugega?
5. Opiši like, ki si jih sestavil. Kolikšna je ploščina nastalih likov?



[Slika 1] Kvadrat

V primeru sestavljanke mu je razpolovišča pomagal poiskati sošolec, nato je učenec sam pravilno vrisal črti. Nato pa mu je po zarisanih črtah kvadrat na like razrezal sošolec. Sestavljene like je dobro opisoval, prav tako mu raziskovanje ploščin ni delalo težav.



[Slika 2] Povečan tekst na računalniku



[Slika 3] Branje s pomočjo lupe

## γ Matematična delavnica 8 – primanjkljaji – motnje branja in pisanja

V skupini je bila učenka z motnjo branja in pisanja. Učenka je imela težave pri orientaciji v prostoru, pri organizaciji, slabše je razumela prebrano, bolj hitro je pozabljala. Težave so se kazale pri izražanju misli v pisni obliki,

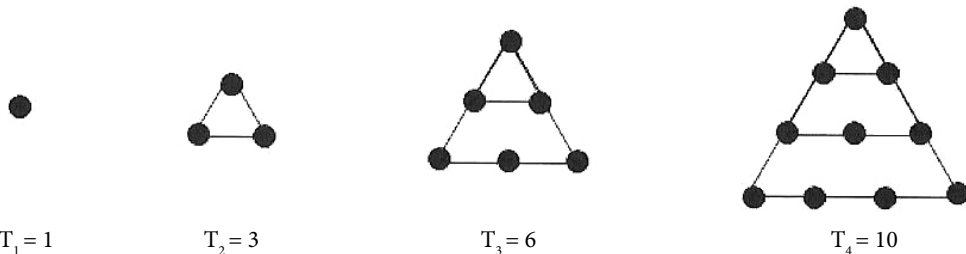
pri povezovanju glasov in simbolov. Težko je usklajevala več procesov hkrati, npr. hkratno poslušanje in pisanje. Zamenjuje podobne črke (d b ...) oz. zloge (do od ...). Težave ji dela tudi uporabljanje simbolov. Ker pisanje in branje ni avtomatizirano, pozornost usmeri v tehniko branja in pozabi na vsebino prebranega. Te učenke pri branju besedila na glas nisem izpostavljala. Na glas je prebrala samo kakšno kratko navodilo. Poudarek sem dajala na njeno razmišljanje, da je iskala določene odgovore, da je povezovala znanje, da se smiselno organizirala za delo. Vesela pa je bila sprotne povratne informacije o njeni uspešnosti, saj je s tem zmanjšala strah in napetosti pred delom s tekstom. Težave je imela na področju reševanja aritmetičnih problemov, zlasti računanja z velikimi števili, težave pri merjenju dolžin, težave z iskanjem strategij za reševanje matematičnega problema, težave je imela pri osvajanju strategij za igre – igre s kartami, spomin, sudoku ... Učenki sem pomagamo z učenjem po korakih, povezovanjem matematičnih problemov s primeri iz življenja. Še največ pa je učenka pridobila s sodelovalno obliko učenja – z vrstniškimi učenjem.

### Trikotniška števila – $T_n$

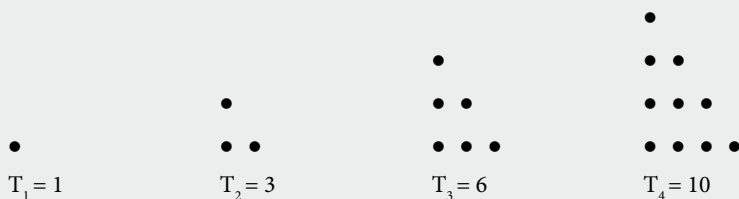
Trikotniško število je število, ki je predstavljeno v obliki točk mreže trikotnika, kjer na posamezni stranici leži ena točka več kot na stranici manjšega trikotnika (Slika 4).

Trikotniška števila pa si lahko predstavljamo tudi drugače. Te točke lahko preuredimo tako, da oblikujejo enakokrake, pravokotne trikotnike. V prvo vrsto položimo eno točko, v drugo dve, v tretjo tri itn.

Pri iskanje trikotniških števil je bila učenka uspešna, dokler si je pomagala s sliko. Nato sva po korakih izpolnili preglednico,



[Slika 4] Trikotniška števila



Zgornje slike prikazujejo prva štiri trikotniška števila so 1, 3, 6, 10.

- Z risanjem poišči peto in šesto trikotniško število.
- Koliko točk potrebuješ za sedmo trikotniško število?
- Sistematično zapisuj, koliko točk potrebuješ za posamezno število. Koliko točk potrebuješ za  $n$ -to število?

ime	$n = 1$	2	3	4	5	6	7	8	... $n$
$T_n$	1	3	6						

[Preglednica 1] Trikotniška števila

se večkrat vrnile nazaj na prvi korak (sliko). Skupino pa sem do splošne ugotovitve, vodila s pomočjo zlaganja dveh enakih trikot-

nikov (trikotniških števil) skupaj tako, da je nastal pravokotnik.



$1 + 1$  ali  $1 \cdot 2$

$3 + 3$  ali  $2 \cdot 3$

$6 + 6$  ali  $3 \cdot 4$

$10 + 10$  ali  $4 \cdot 5$

Videli smo, da oba trikotnika skupaj sestavljata pravokotnik. Najprej smo določili, koliko točk je v nastalem pravokotniku (npr.  $4 \cdot 5 = 20$ ). Nato pa koliko je vseh točk enega trikotnika (npr.  $4 \cdot 5 : 2 = 10$ ).

Učenci so ugotovili, da je vseh točk enega trikotnika, polovica točk, ki oblikujejo pravokotnik in tako smo prišli do formule:

$T_n = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$  oz.  $n$ -to trikotniško število dobimo tako, da število  $n$  pomnožimo z  $n + 1$  in dobljeni zmnožek delimo z dve. Formulo smo nato večkrat ponovili v enostavni obliki, ki so si jo zapomnili vsi učenci.

Učenka pa najbolj s pomočjo, da smo na glas ponovili skupaj nekaj primerov. Npr. če iščeš 7 trikotniško število, izračunaš produkt števila 7 in za eno večjega števila, to je 8, nato dobljeni produkt deliš z 2.

Formulo je nato uspešno uporabila pri nalogah o vsoti zaporednih naravnih števil.

$$1 = 1$$

$$1 + 2 = 3$$

$$1 + 2 + 3 = 6$$

...

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

Poišči vsoto vseh naravnih števil od 1 do 20. Ta vsota je dvajseto trikotniško število.  $T_{20} = ?$

Kolikšna je vsota prvih 100 naravnih števil?

## δ Matematična delavnica 9 – primanjkljaji na posameznem področju učenja – motnje pozornosti in koncentracije

Učenec je dobro obvladal postopke, ki so avtomatizirani (npr. pisno seštevanje, pisno deljenje), imel pa je težave zaradi nezmožnosti vizualizacije matematike. Ta učenec je potreboval veliko slikovnih ponazoril in usmeritev, da je lahko dejavni, ki so se odvijale uspešno, izvedel od začetka do konca. Učencu je zelo pomagala postopna pomoč, pomoč po korakih, kratki namigi, kot tudi povezovanje matematičnih problemov s primeri iz življenja. Ta učenec ni bil zmožen sam dolgo ohranjati pozornost in biti vztrajen. To je zmož ob podpori, ali s strani sošolcev ali pa z moje strani. Sedel je blizu table in mene. Pomagala sem mu tudi z jasnimi in kratkimi pravili, z ustaljenim redom obveznosti, z vključevanjem zanimivih dogodkov (gibalne dejavnosti, slikovno gradivo, menjavanje višine glasu ipd.), z razdelitvijo daljših nalog na posamezne dele, z rabo učnih in tehničnih pripomočkov in seveda z vključitvijo večjih odmorov. Učenci pri MD imajo zelo radi sodelovalne oblike dela, zlasti skupinsko. Veliko jih spodbujam k samostojnemu raziskovanju, seveda se na začetku lotimo lažjih nalog, da učenci ne potrebujejo dodatnih nasvetov. Ker pa so skupine zelo heterogene, učenci najdejo različne poti reševanja, kar takšno delo še posebej bogati.

### Trikotnik Sierpinskega (fraktal)



[Slika 5] Nastanek trikotnika Sierpinskega

Algoritem, ki ga izvajamo se glasi:

1. Dan je enakostranični trikotnik.
2. Razdelimo ga na štiri enake trikotnike in odvezemimo srednjega.
3. Postopek ponavljajmo na vseh trikotnikih, nastalih na ta način.

Učenec s posebnimi potrebami je po risanju trikotnikov Preglednico 2 izpolnil z napotki: preštej število trikotnikov, upoštevaj, da je produkt števila trikotnikov in ploščina enega trikotnika vedno 16 kvadratnih enot ... Učenec je prepoznal zaporedje potenc števila 4, zapisala pa sva jih skupaj. Tudi za  $n$ -ti trikotnik sva tabelo izpolnila skupaj ...

Ideje za nalogo o trikotniških številih sem dobila v prispevku (Harej, 2013) in delovnem zvezku (Felda, idr., 2005). Naloga o trikotniku Sierpinskega je povzeta iz prispevka (K. Kmetec, 2013).








## ε Zaključek

Kljub vsemu so bili ti učenci ves čas vključeni v dinamiko skupine, kjer so spoznavali različne strategije, pri katerih so v ospredju medsebojno učenje, komunikacija, pripravljenost za sodelovanje in pomoč. Učenje v skupini pa seveda vpliva na motivacijo, ki se poveča,

Naloga:

Nariši trikotnik po prejšnjem navodilu s to razliko, da tistega, ki ga odvzameš, pobarvaš z barvo (za vsak novi odvzem trikotnikov uporabi drugo barvo).

Ploščina prvega (črnega) trikotnika je 16 kvadratnih enot. Na podlagi tega izpolni spodnjo preglednico.

korak	trikotnik	število trikotnikov	ploščina trikotnika ( $e^2$ )	produkt št. trikotnikov x ploščina trikotnika
1.		$1 = 4^0$	$16 = 4^2$	16
2.		$4 = 4^1$	$4 = 4^1$	16
3.		$16 = 4^2$	$1 = 4^0$	16
4.		$64 = 4^3$	$1/4 = 4^{-1}$	16
5.		$256 = 4^4$	$1/16 = 4^{-2}$	16
6.		$1024 = 4^5$	$1/64 = 4^{-3}$	16
$n$ -ti		$4^{n-1}$	$4^{-n+3}$	$16 = 4^2$

[Preglednica 2] Izpolnjena preglednica – trikotnik Sierpinskega

poveča se tudi vztrajnost pri iskanju rešitev. Spontano prihaja do izzivov, iskanja različnih poti reševanja, povezovanja med učenci v skupini (nesebična pomoč drug drugemu). V treh dneh intenzivnega dela se uspešno stkejo tudi socialne vezi med vrstniki.

Potrebno je bilo več pripovedovanja, tudi ponovitev navodil, stikov s temi učenci, delo poteka po korakih. Posebno dobro se je pokazala izkušnja s slabovidnim učencem, ker je bil zelo vedoželjen in vztrajen. Učenci so dosegli zahtevane standarde znanja. Pomembno pa je tudi to, da so se v skupini dobro počutili. Ob zaključku, ob evalvaciji dela, so učenci povedali, da so se imeli lepo, da so spoznali veliko novega, da so bile naloge tudi težke, da je hitro minilo. Motivacijo, da takšno obliko dela (ki zahteva veliko energije) izvajam še na-

prej, pa sta mi dala ravno dva zgoraj omenjena učenca, ki sta rekla naslednje: »Ali bomo z MD drugo leto tudi šli na Gorenje?« in »Drugo leto spet izberem ta predmet!«.

K dobremu vzdušju in počutju učencev pripomore tudi dobra oskrba v domu (dobra hrana), kot popestritev prostega časa s športom.

Izkazalo se je, da so bili učenci s posebnimi potrebami pri taki obliki dela uspešni in zadovoljni. Ni jih omejeval čas šolske ure, delo je bilo lahko diferencirano tako, da je spodbudilo vsakega posameznika, s tem pa so izgubili tudi strah pred tem izbirnim predmetom. Zavedam se, da je takšna oblika dela prispevek k sodobnejši šoli. Iz takšnega večdnevnega druženja pa prihajamo bogatejši tako učitelji kot učenci.

## η Literatura

1. Felda, D., Arnuš, O., Jakob, M., Domajnko, V. (2005), *Matematična delavnica 7*, Ljubljana: Državna založba Slovenije.
2. Harej, V. (2013), Matematični tabor za nadarjene. V: *Matematika v šoli*, letnik XIX, št. 3/4, str. 4–18.
3. Kmetec, K. (2013), Primeri vzorcev. V: *Posodobitve pouka v osnovnošolski praksi*. Matematika. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo.
4. Košir, S., et al. (2008), *Otroci s primanjkljaji na posameznih področjih učenja: navodila za prilagojeno izvajanje programa osnovne šole z dodatno strokovno pomočjo*, Ljubljana: Zavod Republike Slovenije za šolstvo. Dostopno: [http://www.mizs.gov.si/fileadmin/mizs.gov.si/pageuploads/ministrstvo/Publikacije/Navodila\\_Primanjkljaji\\_podrocja\\_ucenja.pdf](http://www.mizs.gov.si/fileadmin/mizs.gov.si/pageuploads/ministrstvo/Publikacije/Navodila_Primanjkljaji_podrocja_ucenja.pdf) (10.12.2014).



5. *Navodila za izobraževalne programe s prilagojenim izvajanjem in dodatno strokovno pomočjo za devetletno osnovno šolo*, Ljubljana 2003. Dostopno: [http://www.zrss.si/doc/210911075800\\_\\_pp\\_prilagojeno\\_izvajanje\\_programa\\_os\\_maj.doc](http://www.zrss.si/doc/210911075800__pp_prilagojeno_izvajanje_programa_os_maj.doc) (3. 12. 2014).
6. Učni načrt izbirni predmet Matematična delavnica. Nacionalni kurikularni svet, Zavod RS za šolstvo, Ljubljana, 2004.