

PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652

Letnik 15 (1987/1988)

Številka 3

Strani 146-153

Janez Strnad:

TEMPERATURA TELESA OB DOTIKU

Ključne besede: fizika, temperatura.

Elektronska verzija: <http://www.presek.si/15/884-Strnad.pdf>

© 1988 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

© 2010 DMFA - založništvo

Vse pravice pridržane. Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.

TEMPERATURA TELES OB DOTIKU

Preden pri fiziki v 7. razredu uvedemo temperaturo, omenimo občutek, da se zdijo ob dotiku nekatera telesa toplejša kot druga. "Temperaturo snovi včasih lahko ocenimo, ker jo zaznamo s kožo." Na drugi strani vemo, da imajo telesa enako temperaturo, če se dolgo dotikajo. "Kuhinjsko posodje v omari naj bi torej imelo enako temperaturo kot omara sama. Pa potipaj omaro in nato še krožnik pa lonec. Ali v vseh primerih zaznaš enako temperaturo?" (J. Ferbar in F. Plevnik, *Fizika za 7. razred*, DZS, Ljubljana 1974, str. 77, 78). Aluminijski lonec se zdi hladnejši kot stekleni krožnik in ta hladnejši kot lesena omara. Ali znamo to pojasniti? Vprašanje je dokaj zahtevno. V notranjosti človeškega telesa se na račun razgradnje hrane, predvsem sladkorjev in sorodnih snovi, sprošča **toplota**, ki prehaja s prevajanjem in s tokom krvi proti površju telesa. **Temperatura** v notranjosti telesa je višja kot na površju. Najnižja je na štrlečih predelih – nosu, ušesih, konicah prstov – okoli 36° C. Nekaj višja je na primer pod pazduho, običajno $37,6^{\circ}$ C. S površja kože prehaja toplota v okolico. Na nepokritih delih telesa je pri tem odločilno počasno gibanje okolnega zraka. Na vetru je temperatura kože nižja. Pri tem ima vlogo tudi pot, ki izhlapeva z vlažne kože.

Čutnice za temperaturo ležijo pod površjem kože v globini okoli 0,4 milimetra. Na njihovem mestu je temperatura nekoliko višja kot na površju kože. Navadno nas čutnice ne opozarjajo ne na mraz ne na vročino. Brž ko se dotaknemo telesa, pa vplivamo tudi na tok toplote v koži. To kaže, da so razmere zapletene. Do odgovora na vprašanje pridemo lahko le, če jih poenostavimo. To v fiziki pogosto naredimo in upamo, da vseeno dobimo smiselne odgovore.

Že v kratkem uvodu smo uporabljali fizikalni količini temperaturo in toploto, za podrobnejšo razlago pa bomo potrebovali še nekaj zakonov. Oglejmo si jih po vrsti.

Temperaturo naredimo bolj domačo s Feynmanovo primero. Po kopanju pridete mokri iz vode in se obrišete z brisačo. Pri tem preide voda s kože na brisačo. Denimo pa, da je brisačo zmočil naliv, ko ste bili v vodi. Če zdaj uporabite brisačo, prehaja voda z nje na kožo. Vpeljimo "mokrost" kot količino, ki pove, kako uporabna je brisača za brisanje. Če je mokrost kože večja kot mokrost brisače, prehaja voda s kože na brisačo. Če je mokrost brisače večja kot mokrost kože, pa prehaja voda z brisače na kožo. Mokrosti ustreza temperatura, vodi pa toplota.

Toplota je količina, ki meri, koliko energije si izmenjata telesi, ko si ne izmenjata dela. Če telo prejme toploto, se mu energija poveča, če jo odda, pa se mu zmanjša. Toploto merimo v enakih enotah kot energijo, v joulih, J.

V vsakdanjem življenju merimo temperaturo v stopinjah Celzija, °C. Pri navadnem zračnem tlaku priredimo tališču ledu temperaturo 0° C in vrelišču vode temperaturo 100° C. Toda v fiziki merimo temperaturo v kelvinih, K. Po dogovoru ima *trojno stanje vode*, v katerem so v ravnovesju led, voda in vodna para, temperaturo 273,16 K. Ker ustreza temu stanju 0,01° C, ustreza -273,15° C ravno 0 K. To je *absolutna ničla*, ki se ji lahko sicer poljubno približamo, a je ne moremo doseči. Po navedenem dogovoru je kelvin enako velik kot stopinja Celzija. Zaradi tega izrazimo temperaturno razliko v stopinjah Celzija in v kelvinih z enakim merskim številom. Če se omejimo na temperaturne razlike, lahko v sestavljenih enotah vedno uporabimo kelvin, čeprav navajamo temperaturo v stopinjah Celzija.

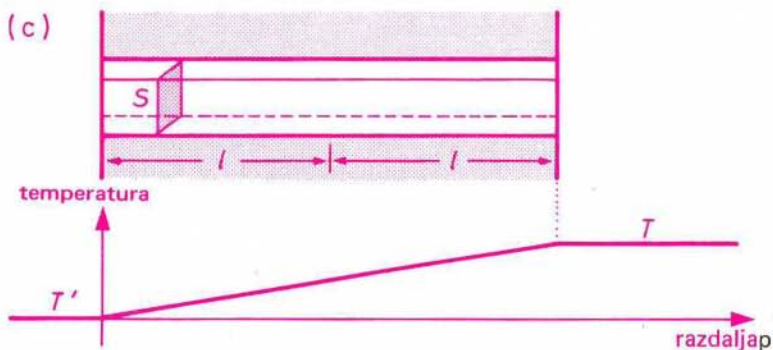
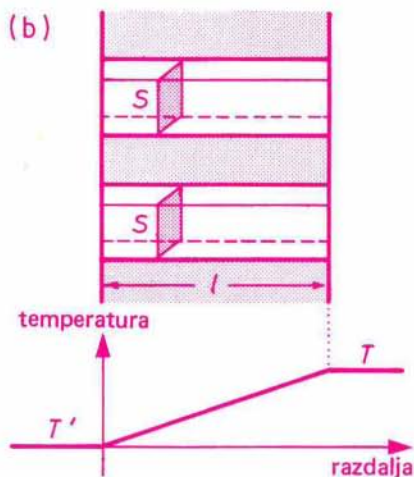
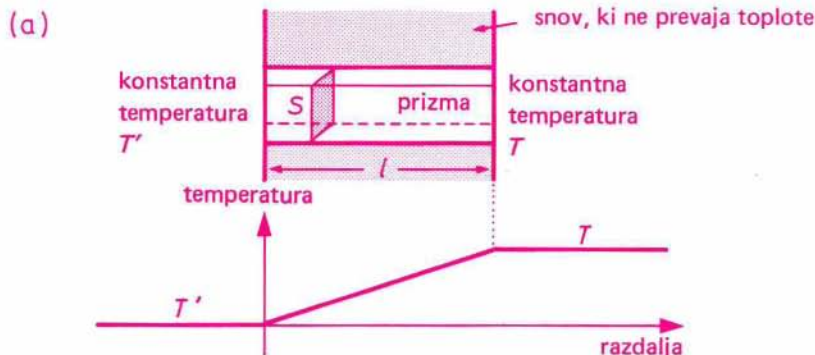
Za koliko stopinj se poviša temperatura telesa, če mu dovedemo toploto, in zniža, če od njega toploto odvedemo? Dovedena ali odvedena toplota je sorazmerna s spremembo temperature in z maso telesa:

$$Q = m c_p (T - T') \quad (1)$$

Sorazmernostni koeficient c_p , *specifična toplota*, meri lastnost snovi in pove, koliko joulov toplote je treba dovesti kilogramu snovi, da se segreje za 1 stopinjo. Enota zanjo je J/kgK. Indeks p opozarja, da se med poskusi tlak ne spreminja in bi ga v našem primeru sploh ne bilo treba posebej navajati. Če telo prejme toploto, se segreje in je končna temperatura T in začetna T' . Če telo toploto odda, se ohladi in je končna temperatura T' , a začetna T . Enačbo (1) spoznajo učenci v 7. razredu (str. 96 v navedenem učbeniku).

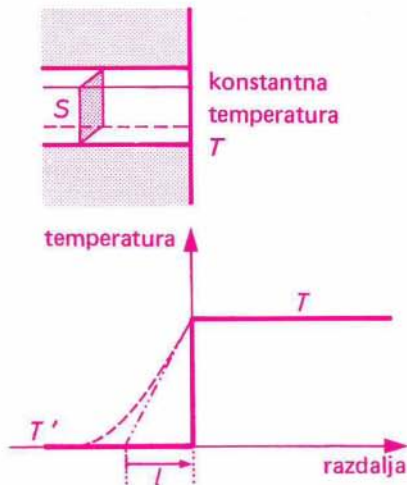
Potrebujemo pa še *zakon o prevajanju toplote*, ki ne pride na vrsto v osnovni šoli. Temperaturi teles, ki se dotikata, se izenačita. Telesu z višjo temperaturo se temperatura zniža in telesu z nižjo se zviša. Telo z višjo začetno temperaturo toploto odda, telo z nižjo pa jo prejme. Toplota teče s kraja z višjo temperaturo na kraj z nižjo. O *prevajanju toplote* govorimo, če prehaja toplota po mirujoči snovi in če ni sevanja. Zakon o toplotnem prevajanju zadeva toploto, ki se v določenem času prenese s prevajanjem s telesa z višjo temperaturo na telo z nižjo.

Pregledne okoliščine si zagotovimo z zahtevama, da se s časom nič ne spreminja in da teče toplota samo v eni smeri. Vzamemo dve veliki telesi, katerih temperaturi se s časom ne spreminjata. Mednju damo prizmo tako, da se osnovni ploskvi dotikata velikih teles (slika 1). Prizmo obdamo s snovjo, ki toploto zelo slabo prevaja, na primer s polistirenom. Počakamo, da se temperatura delov prizme ustali in se poslej s časom ne spreminja. Toplota, ki jo telo z višjo temperaturo T v času t odda in telo z nižjo temperaturo T' prejme, je



Slika 1. Prevajanje toplote v eni smeri v okoliščinah, ki se ne spreminjajo s časom. Med veliki telesi v višjo temperaturo T in nižjo temperaturo T' postavimo prizmo iz določene snovi z osnovno ploskvijo S in dolžino l . Temperatura v prizmi enakomerno narašča od T' do T (a). Pri enaki temperaturni razliki steče skozi dve enaki vzporedni prizmi v enakem času dvakrat tolikšna toplota kot skozi eno. Prizmi si lahko mislimo sestavljeni v eno z dvojnimi presekom; pretečena toplota je torej sorazmerna s presekom prizme (b). Pri enaki temperaturni razliki steče skozi dve zaporedni prizmi v enakem času samo polovica toplote, ki bi stekla skozi eno. Prizmi si lahko mislimo sestavljeni v eno z dvojno dolžino; pretečena toplota je torej obratno sorazmerna z dolžino prizme (c).

Slika 2. Razmere ob stiku prizme z začetno temperaturo T' in velikega telesa z višjo temperaturo T . Temperatura v vrhni plasti prizme je odvisna od kraja in od časa. Sklenjeno narisana črta se nanaša na začetni trenutek, črtkana krivulja pa na poznejši čas. S pikami in črtkami je narisana ravna črta, ki ustreza naši oceni.



sorazmerna s tem časom, z osnovno ploskvijo prizme S in s temperaturno razliko $T - T'$ in obratno sorazmerna z dolžino prizme l :

$$Q = \lambda t S (T - T') / l \quad (2)$$

Sorazmernostni koeficient λ , toplotna prevodnost, meri lastnost snovi in pove, kolikšna toplota preide v sekundi skozi prizmo z osnovno ploskvijo 1 m^2 in dolžino 1 m pri temperaturni razliki 1 stopinje. Toplotna prevodnost ima torej enoto $\text{Jm/sm}^2\text{K} = \text{W/Km}$, saj je $1 \text{ joule/sekundo} = 1 \text{ watt}$.

Enačba (1) in zakon o prevajanju toplote (2) omogočata, da poiščemo odgovor na postavljeno vprašanje. Pri tem ne gre čisto brez računanja. Pa še tako moramo marsikaj spregledati.

Mislimo si zdaj veliko telo s konstantno temperaturo T . Obenj v začetnem trenutku $t = 0$ pritismo osnovno ploskev S prizme z nižjo temperaturo T' (slika 2). Prizma ima gostoto ρ , specifično toploto c_p in toplotno prevodnost λ . Prizma prejme toploto od velikega telesa in se zaradi tega segreje. Toda v nasprotju z začetno zahtevo se zdaj okoliščine spreminjajo s časom. Ali si lahko vseeno pomagamo z zakonom (2) in enačbo (1)? Po zakonu bi oddalo veliko telo toploto $Q = \lambda t S (T - T') / l$, če bi bila na drugi strani plasti s konstantno debelino l temperatura T' . Po enačbi (1) pa bi se zaradi dovedene toplote $Q = mc_p (T - T')$ povečala temperatura plasti od T' na T , če bi imela vsa plast enako temperaturo. V našem primeru ni tako in je vse pomešano: toplota, ki se prevaja skozi plast, se porabi za to, da zviša temperaturo plasti.

Ne glede na ta pomislek izenačimo toploto, ki jo veliko telo odda, s toploto, ki jo prejme plast, ko se od temperature T' segreje do temperature T . Vendar si mislimo, da se debelina plasti l s časom spreminja. Zato izrazimo maso plasti z njeno prostornino $S l$ in gostoto takole: $m = \rho S l$. Tako dobimo:

$$\lambda t S (T - T') / l = \rho S l c_p (T - T')$$

Morda bo kdo predlagal, da je na desni strani boljše upoštevati povprečno temperaturo plasti $\frac{1}{2} (T + T')$ in namesto razlike $T - T'$ ustrezno razliko $\frac{1}{2} (T + T') - T' = \frac{1}{2} (T - T')$. A ker smo o tem negotovi, raje ne upoštevamo faktorja $\frac{1}{2}$ na desni in imamo naš rezultat samo za oceno.

Iz zapisane zveze sledi ocena za debelino plasti, do katere seže v času t temperaturna sprememba:

$$l = \sqrt{\lambda / \rho c_p} \sqrt{t}$$

V spominu na faktor $\frac{1}{2}$, o katerem smo govorili in ki spremlja gostoto ρ , je naša ocena za debelino plasti l nekoliko premajhna. Koefficient $\lambda / \rho c_p$ ima enoto $W / Km (kg/m^3)(J/kgK) = m^2/s$. Račun velja samo, če je dolžina prizme precej večja od ocenjene debeline plasti l .

Ni težko zapisati ustrezne ocene za čas, v katerem seže temperaturna sprememba do določene globine l :

$$t = l^2 / (\lambda / \rho c_p)$$

Nasprotno kot za l , a iz istega razloga, je naša ocena za čas t prevelika. Ocenimo čas, v katerem seže temperaturna sprememba do čutnic v globini 0,4 milimetra:

$$t = 16 \cdot 10^{-8} \text{ m}^2 / 1,5 \cdot 10^{-7} \text{ (m}^2/\text{s)} = 1 \text{ sekunda}$$

Za kožo vzamemo kar podatek, ki velja za vodo.

Ko smo ob veliko telo s konstantno temperaturo prislonili prizmo, v kateri se je temperatura s časom spreminjala, smo eno od teles obravnavali drugače kot drugo. Popravimo to in obravnavajmo obe telesi enako. Sestavimo enaki osnovni ploskvi dveh dolgih prizem. Prva z višjo temperaturo T toploto odda in se ji zniža temperatura, druga z nižjo temperaturo T' toploto prejme in se ji zviša temperatura. Prenesena toplota je odvisna od temperature T_0 na stiku prizem. $T - T_0$ je temperaturna razlika med temperaturo v globini l prve prizme in temperaturo ob stiku, $T_0 - T'$ pa temperaturna razlika med tempe-

raturu ob stiku in temperaturo v globini l' druge prizme. Vzamemo, da je toplota, ki jo prva prizma odda, enaka toploti, ki jo druga prejme. Zakon o prevajanju toplote (2) pove za ta primer:

$$\lambda t S (T - T_0) / l = \lambda' t S' (T_0 - T') / l'$$

V enačbo vstavimo ocenjeni debelini plasti:

$$\lambda (T - T_0) / \sqrt{\lambda / \rho c_p} = \lambda' (T_0 - T') / \sqrt{\lambda' / \rho' c_p'}$$

Konstante brez črtice zadevajo prvo prizmo z višjo temperaturo, konstante s črtico pa drugo z nižjo. Iz nastale enačbe $\sqrt{\lambda \rho c_p} (T - T_0) = \sqrt{\lambda' \rho' c_p'} (T_0 - T')$ izračunamo temperaturo ob stiku:

$$T_0 = (\sqrt{\lambda \rho c_p} / \lambda' \rho' c_p' T + T') / (\sqrt{\lambda \rho c_p} / \lambda' \rho' c_p' + 1)$$

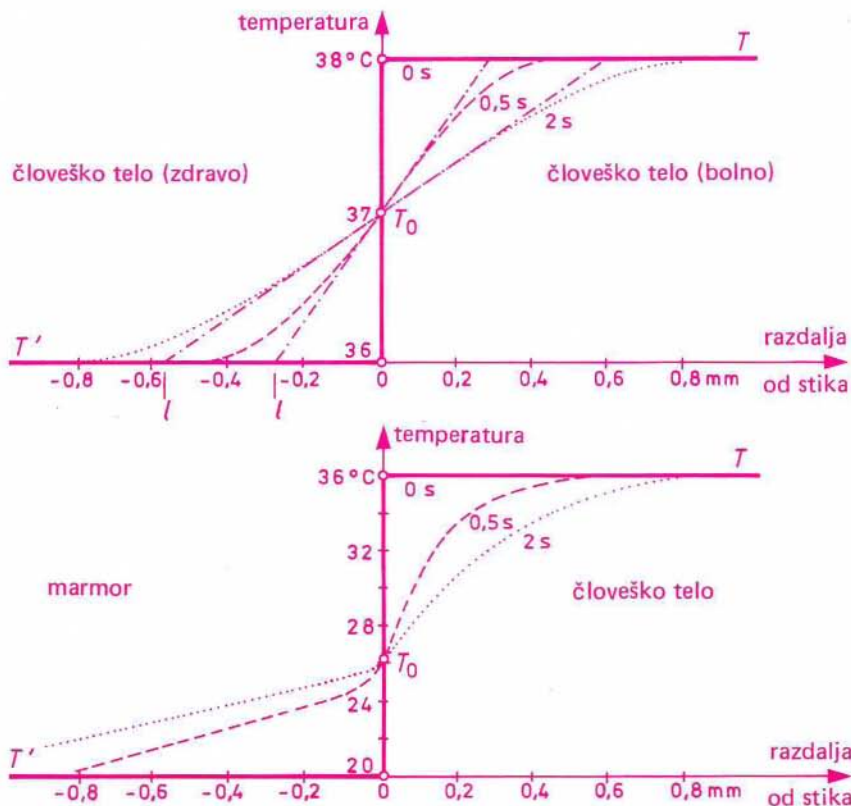
Ker smo globino, do katere seže temperaturna sprememba, samo ocenili, pričakujemo, da je tudi T_0 samo ocena za temperaturo ob stiku. Vendar ni tako: ne samo, da je rezultat pravi, tudi s časom se ne spreminja. Zares pa se temperaturi T in T' spreminjata s časom in z oddaljenostjo od stika (slika 3). Zaradi tega smo smeli govoriti nekoliko megleno. Navsezadnje vzamemo za podatka začetni temperaturi; vsaka od obeh je spočetka enaka po vsej prizmi. Enačba

Preglednica podatkov za specifično toplotu c_p , toplotno prevodnost λ , gostoto ρ , koeficient $\lambda / \rho c_p$ in koeficient $\sqrt{\lambda \rho c_p} / \lambda' \rho' c_p'$ glede na vodo ter temperaturo ob stiku s prstom, če je začetna temperatura prsta 36°C in telesa, ki se ga dotaknemo, 20°C .

snov	c_p kJ/kgK	λ W/Km	ρ kg/m ³	$\lambda / \rho c_p$ m ² /s	$\sqrt{\lambda \rho c_p} / \lambda' \rho' c_p'$	T_0
voda	4,2	0,63	$1,10^3$	$1,5 \cdot 10^{-7}$	1	28°C
zrak	1,0	0,026	1,2	$2,1 \cdot 10^{-5}$	0,0035	35,9
les	0,9	0,13	$0,5 \cdot 10^3$	$3,0 \cdot 10^{-7}$	0,15	34
steklo	0,8	0,65	$2,6 \cdot 10^3$	$3,0 \cdot 10^{-7}$	0,72	29
marmor	0,9	3,0	$2,7 \cdot 10^3$	$1,2 \cdot 10^{-6}$	1,7	26
aluminij	0,38	240	$2,7 \cdot 10^3$	$2,3 \cdot 10^{-3}$	3	24
srebro	0,24	420	$10,5 \cdot 10^3$	$1,7 \cdot 10^{-4}$	20	20,7

za temperaturo ob stiku obeh prizem velja, dokler sta prizmi dovolj dolgi v primerjavi z $\sqrt{\lambda/\rho c_p} \sqrt{t}$ in $\sqrt{\lambda'/\rho' c_p'} \sqrt{t}$. V fiziki večkrat dobimo zanesljiv rezultat po nezanesljivi poti.

Iz preglednice razberemo, da je temperatura ob stiku prsta z alumijskim loncem nižja kot ob stiku s steklenim krožnikom in ob tem nižja kot ob stiku z leseno omaro. Temperatura v globini 0,4 milimetra pod površjem prsta je



Slika 3. Razmere ob stiku zdravega človeškega telesa z nižjo temperaturo 36° C in bolnega človeškega telesa z višjo temperaturo 38° C (zgoraj) in ob stiku telesa iz marmorja s temperaturo 20° C in človeškega telesa s temperaturo 36° C (spodaj). Risbi kažeta krajevni potek temperature na začetku ($t = 0$, sklenjeno), po 0,5 sekunde (črtkano) in po 2 sekundah (pikčasto). Na zgornji risbi so s pikami in črtkami narisane ravne črte, ki ustrezajo ocenam z zapisanimi enačbami. Za silo je mogoče oceniti, kako se spreminja s časom temperatura 0,4 milimetra pod površjem na mestu čutnic. Risbi sta vzeti iz članka A.B. Bjalko, *Teplo tvojih ruk*, Kvant (1987) 3 (4), ki je dal zamisel za ta zapis.

sicer nekoliko višja od izračunane in je odvisna še od časa. Vendar lahko že z našim približnim sklepanjem pojasnimo začetno ugotovitev.

Upajmo, da se pri branju niste dolgočasili in da vas enačbe niso prestrašile. Spoznali ste, da bi bilo zelo zapleteno, če bi temperaturo teles poskušali določati z dotikom. Ne samo da bi jo morali dobiti z mučnim računanjem, kdaj pa kdaj bi se opekli zaradi prevelike vročine ali prevelikega mrazu. Kako to, da lahko nekateri ljudje hodijo po razžarjenem kamenju ali tlečem oglju in da lahko vzamemo v roko kapljo tekočega dušika, ne da bi si poškodovali kožo? O tem vprašanju, ki je povezano z našim razglabljanjem in zapisanimi enačbami, pa drugič.

Janez Strnad