

PARAMETRIČNO MINLP OPTIMIRANJE SOVPREŽNEGA STROPNEGA SISTEMA Z I-NOSILCI

PARAMETRIC MINLP OPTIMIZATION OF A COMPOSITE I BEAM FLOOR SYSTEM

doc. dr. Tomaž Žula, univ. dipl. inž. grad.

tomaz.zula@um.si

prof. dr. Stojan Kravanja, univ. dipl. inž. grad.

stojan.kravanja@um.si

Univerza v Mariboru, Fakulteta za gradbeništvo,
prometno inženirstvo in arhitekturo,
Smetanova ulica 17, 2000 Maribor

Znanstveni članek

UDK: 519.853:627.072.2

Povzetek | Prispevek obravnava primerjalno študijo optimalnega sovprežnega stropnega sistema, ki temelji na izvedenem parametričnem mešano celoštevilskem nelinearnem programiranju, MINLP. Sovprežni stropni sistem sestavljajo jekleni I-nosilci in armiranobetonska plošča. Nosilci so lahko varjeni I-profilii, vroče valjani IPE-profilii ali vroče valjani HEA-profilii. Razviti so optimizacijski modeli, ki vsebujejo podrobno namensko funkcijo lastnih izdelavnih stroškov konstrukcije, podvrženih pogojem statike konstrukcij in dimenzioniranja. Pogojne enačbe dimenzioniranja so določene v skladu z Evrokodom 4. Za reševanje nekonveksnega, nelinearnega in kombiniranega diskretno-zveznega optimizacijskega problema sovprežnega stropnega sistema smo uporabili modificirani algoritem zunanje aproksimacije s sprostitvijo enačb, OA/ER. Minimalni lastni izdelavni stroški konstrukcije, optimalna trdnost betona in konstrukcijskega jekla ter dimenzije prečnega prereza stropnega sistema so bili za različne razpone in materiale doseženi z vsako posamezno MINLP-optimizacijo. Iz izračunanih optimalnih rezultatov smo izrisali primerjalne diagrame, ki omogočajo inženirju izbrati optimalno konstrukcijo sovprežnega stropnega sistema.

Ključne besede: sovprežne konstrukcije, stroškovno optimiranje, optimiranje konstrukcije, parametrično optimiranje, mešano celoštevilsko nelinearno programiranje, MINLP

Summary | This paper deals with a comparative study of an optimal design in terms of composite floor structures based on the performed multi-parametric mixed-integer non-linear programming, MINLP. The composite floor system is designed to be made of the steel I sections and concrete slab. Steel sections are proposed to be designed of welded I cross-sections, hot-rolled IPE cross-sections or hot-rolled HEA cross-sections. Optimization models were developed, in which an accurate cost objective function is subjected to structural analysis and dimensioning (in)equality constraints. Dimensioning constraints were determined according to Eurocode 4. The Modified Outer-Approximation/Equality-Relaxation algorithm, OA/ER, was applied to solve the non-convex, non-linear and combined discrete-continuous optimization problem of the composite structure. The minimal self-manufacturing costs of the structure, steel and concrete grades and standard sizes were for different spans and loads obtained through individual MINLP optimizations. All results were analysed and compared. Comparison diagrams were determined, which allow the engineer to select the optimal design of the composite floor system.

Key words: composite structures, cost optimization, structural optimization, parametric optimization, mixed-integer non-linear programming, MINLP

1 • UVOD

V prispevku predstavljamo študijo parametričnega optimiranja sovprežnih stropnih sistemov, sestavljenih iz armiranobetonske plošče in jeklenih I-nosilcev. Za določitev optimalne stropne konstrukcije (optimalne dimenzije in trdnosti materialov) je bila za različne parametre, kot so različni razponi, odpornosti in prerezi, izvedena serija optimizacij s pomočjo mešanega celoštevilskega nelinearnega programiranja (MINLP). Ker sovprežno konstrukcijo sestavljata dva osnovna materiala, armirani beton in jeklo, smo namesto mase optimirali izdelavne stroške sovprežne konstrukcije.

Optimizacija sovprežnih konstrukcij je postala priljubljeno področje med raziskovalci predvsem zaradi vedno večje uporabe v inženirski praksi. V preteklosti se je kar nekaj avtorjev ukvarjalo z optimizacijo različnih sovprežnih stropnih sistemov, pri čemer so uporabljali različne optimizacijske metode in algoritme. Na primer Klanšek in Kravanja ((Klanšek, 2006a), (Klanšek, 2006b)) sta za raziskavo konkurenčnosti različnih sovprežnih stropnih sistemov uporabila metodo nelinearnega programiranja (NLP). V nadaljevanju so naštetih raziskovalci za optimalni dizajn sovprežnih konstrukcij uporabili različne algoritme: Poitras idr. roj delcev (particle swarm optimization) (Poitras, 2011), Omarkar idr. algoritem kolonije čebel (artificial bee colony) (Omarkar, 2011), Kaveh in Massoudi sta uporabila algoritem kolonije mravelj (ant colony system) (Kaveh, 2012), Kravanja idr. metodo mešanega celoštevilskega nelinearnega programiranja (Kravanja, 2017).

Parametrično optimizacijo le poredko zasledimo v literaturi. Na tem področju sta Seno-

uci in Al-Ansari (Senouci, 2009) predstavila parametrično študijo sovprežnih nosilcev z uporabo genetskega algoritma. Parametrična študija je bila izvedena za tri obtežbe (spremenljiva obtežba: 6 kN/m², 7 kN/m², 13,0 kN/m² in 16,3 kN/m²) in za štiri razpone sovprežnega nosilca (4 m, 6 m, 8 m in 10 m). Za jeklene nosilce sta uporabila širokopasovne ameriške profile. Kaveh in Ahangaran (Kaveh, 2012) sta izvajala parametrično študijo sovprežnih stropov z uporabo algoritma družbenega harmonijskega iskanja (social harmony search). Optimalni dizajn stropnega sistema sta iskala pri treh različnih spremenljivih obtežbah (2 kN/m², 3 kN/m² in 4 kN/m²), štirih razponih (5 m, 6 m, 7 m in 8 m) in z različnimi standardnimi I- in IPE-profilii.

V pričujoči parametrični študiji smo v optimizacijo vključili 5 različnih razponov stropnega sistema (5 m, 10 m, 15 m, 20 m, 25 m), pri čemer je konstrukcija bila obremenjena z lastno težo in koristno obtežbo 4 kN/m². Optimalna konstrukcija sovprežnega stropnega sistema je bila dobljena pri naslednjih možnih materialnih/dimenzijskih alternativah: pri različnih konstrukcijskih jeklih, različnih trdnosti betona, različnih prerezih jeklenih nosilcev (varjeni I-profilii, standardni jekleni IPE-profilii in standardni HEA-profilii), različnih armaturnih mrežah betonske plošče, različnih zaokroženih/diskretnih debelinah armiranobetonske plošče, različnih odpornostih sovprežnega prereza (plastična in elastična odpornost), različnih legah nevtralnih osi in pri različnih legah težiščnih osi idealiziranega (popolnoma jeklenega) sovprežnega prereza.

V študiji smo izvedli stroškovno optimiranje sovprežnega stropnega sistema, kjer

je stroškovna namenska funkcija podvržena pogojnim (ne)enačbam, poznanim iz analize in dimenzioniranja sovprežnih konstrukcij. Pogoji dimenzioniranja so definirani v skladu z Evrokodi 0, 1, 2, 3 in 4 ((SIST, 2004a), (SIST, 2004b), (SIST, 2005a), (SIST, 2005b) in (SIST, 2005c)), po katerih je konstrukcija preverjena z določili mejnih stanj nosilnosti (MSN) in mejnih stanj uporabnosti (MSU). Za optimiranje smo uporabili metodo mešanega celoštevilskega nelinearnega programiranja (MINLP). Z MINLP se sočasno izvaja diskretno optimiranje standardnih dimenzij (standardnih jeklenih prerezov nosilcev in armaturnih mrež), diskretno optimiranje materiala (trdnostnega razreda betona in jekla), diskretno optimiranje zaokroženih dimenzij (debeline armiranobetonske plošče) in optimiranje zveznih parametrov (stroškov, mase).

Diskretno/zvezni MINLP optimizacijski problem sovprežnega stropnega sistema je obsežen, nekonveksen in nelinearen. Zato smo optimizacijo izvedli s pomočjo modificiranega algoritma zunanje aproksimacije s sprostivjo enačb (The Modified OA/ER), ((Kravanja Z., 1994), (Kravanja S., 1998a), (Kravanja S., 1998b)). Za možne kombinacije med prej opisanimi različnimi parametri smo izvedli številne posamezne MINLP-optimizacije. Dobljene optimalne rezultate smo primerjali in analizirali. Končni rezultat predstavljajo izrisani primerjalni diagrami, s pomočjo katerih lahko za izbrani razpon določimo optimalno konstrukcijo sovprežnega sistema.

pri čemer je funkcija $f(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ namenska funkcija z in $g_k(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ je množica pogojnih enačb in neenačb. Vse funkcije morajo biti zvezne in zvezno odvedljive. Vsaj ena funkcija mora biti nelinearna (v konstrukcijah je večina funkcij nelinearnih). Vektor \mathbf{x} je vektor zveznih spremenljivk, definiran na definicijskem območju X in \mathbf{y} je vektor diskretnih binarnih 0-1 spremenljivk, ki lahko zavzamejo vrednost 0 ali 1.

2 • SPLOŠNA MODELNA FORMULACIJA MINLP

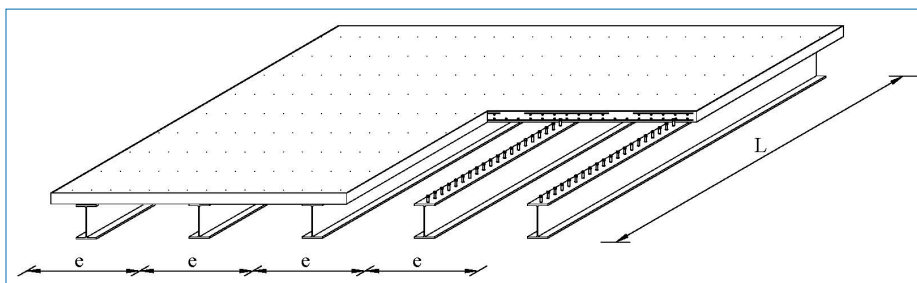
Nelinearni, nekonveksni in kombinirani diskretno-zvezni optimizacijski problem, kakršen je problem optimizacije sovprežnega stropnega sistema, računamo s pomočjo mešanega celoštevilskega nelinearnega programiranja (MINLP). Splošno MINLP modelno formulacijo lahko zapišemo v obliki:

$$\begin{aligned} \min z &= f(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \\ \text{pri pogojih } g_k(\mathbf{x}, \mathbf{y}) &\leq 0 \quad k \in K \\ \mathbf{x} \in X &= \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n : \mathbf{x}^{\text{LO}} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}^{\text{UP}}\} \\ \mathbf{y} \in Y &= \{0, 1\}^m \end{aligned}$$

3 • MINLP-SUPERSTRUKTURA SOVPREŽNEGA STROPNEGA SISTEMA

Sovprežno konstrukcijo obravnavamo kot prostoležeči sovprežni nosilni sistem, glej sliko 1. Obravnavani sovprežni stropni sistem je sestavljen iz množice enakih sovprežnih nosilcev z medsebojnimi vodoravnimi razmaki e . Vsak sovprežni nosilec je nadalje sestavljen

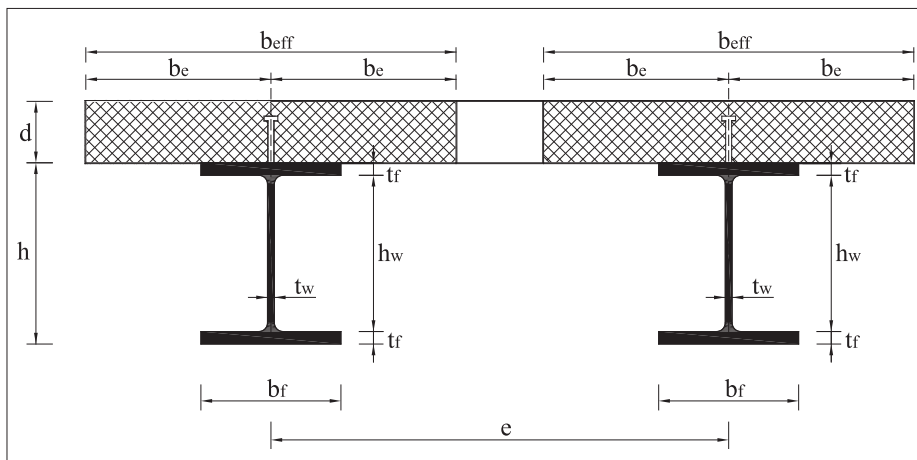
polj. Pri izračunu sodelujoče širine sovprežnega nosilca sta upoštevana enaka razpona notranjih polj plošče. Za jeklene I-nosilce smo uporabili varjene I-profile, standardne vročevaljane IPE-profile in standardne vročevaljane HEA-profile. Plastična in elastična odpornost



Slika 1 • Sovprežni stropni sistem.

iz sodelujoče širine armiranobetonske plošče b_{eff} in enega jeklenega, dvojno simetričnega I-profila. Armiranobetonska plošča je upoštevana kot armiranobetonski nosilec preko več

sovprežnega prereza je odvisna od lege nevtralne osi, ki lahko leži v armiranobetonski plošči, v zgornji pasnici I-profila in v stojini jeklenega I-profila. V ta namen smo razvili



Slika 2 • Prečni prerez sovprežnega stropnega sistema z I-nosilci.

4 • MINLP OPTIMIZACIJSKI MODEL SOVPREŽNEGA STROPNEGA SISTEMA

Glede na prej opisano MINLP modelno formulacijo in MINLP-superstrukturo smo razvili več različnih MINLP optimizacijskih modelov COMBOPT (COMposite Beam OPTimization). S temi modeli lahko dobimo različne optimalne rešitve sovprežnega sistema kot kombinacijo med naslednjimi parametri:

- 3 različni I-profilni sovprežnega stropnega sistema:
 - o varjeni jekleni I-profil

- o standardni jekleni IPE-profil
- o standardni jekleni HEA-profil
- 2 različni odpornosti sovprežnega prereza:
 - o plastična odpornost
 - o elastična odpornost
- 3 različne lege nevtralnih osi:
 - o v betonski plošči
 - o v zgornji pasnici jeklenega I-profila
 - o v stojini jeklenega I-profila

različne optimizacijske modele, ki vključujejo vse kombinacije med omenjenimi različnimi parametri.

Čepi z glavo, ki so privarjeni na zgornjo pasnico I-nosilca, povezujejo armiranobetonsko ploščo in jekleni I-nosilec, glej sliko 2. Med betoniranjem so nosilci podprti z vmesnimi podporami tako, da se po strditvi betona lasna in spremenljiva obtežba v celoti prenese na sovprežni prerez.

Za izvedbo MINLP-optimizacije je treba generirati superstrukturo (superkonstrukcijo) stropnega sovprežnega sistema, znotraj katere se različne definirane konstrukcijske alternative potegujejo za najboljši optimalni rezultat. Superstrukturo sovprežnega stropnega sistema predstavlja množica različnih materialnih in dimenzijskih alternativ, dobljenih s kombinacijo:

- $i, i \in I$, alternativ trdnostnih razredov jekel,
- $j, j \in J$, alternativ trdnostnih razredov betona,
- $k, k \in K$, alternativ diskretnih jeklenih I-profilov:
 - o $k_{tf}, k_{tf} \in K_{tf}$, alternativ standardnih debelin pasnice varjenega I-profila,
 - o $k_{tw}, k_{tw} \in K_{tw}$, alternativ standardnih debelin stojine varjenega I-profila,
 - o $k_{IPE}, k_{IPE} \in K_{IPE}$, alternativ standardnih vročevaljanih IPE-profilov,
 - o $k_{HEA}, k_{HEA} \in K_{HEA}$, alternativ standardnih vročevaljanih HEA-profilov,
- $m, m \in M$, alternativ jeklenih mrež za armirani beton,
- $n, n \in N$, diskretnih alternativ za zaokrožene debeline armiranobetonske plošče, zaokroženih na en centimeter.

Namen parametrične optimizacije je znotraj definirane superstrukture najti optimalno konstrukcijo z ozirom na izračunane najmanjše izdelavne stroške stropnega sistema, pri čemer še dobimo standardne materiale, diskretne dimenzije profilov in armaturnih mrež ter zaokrožene dimenzije armiranobetonske plošče.

- 2 različni legi težiščnih osi idealiziranega (popolnoma jeklenega) sovprežnega prereza:

- o v betonski plošči
- o v jeklenem I-profilu.

Optimizacijske modele sovprežnega stropnega sistema smo zapisali v višjem algebrskem modelnem jeziku GAMS (General Algebraic Modeling System) (Brooke, 1988). Vsak model vsebuje stroškovno namensko funkcijo, pogoje (ne)enačbe, celoštevilске in mešane celoštevilске pogoje (ne)enačbe, vhodne podatke (konstante) in zvezne ter diskretne spremenljivke.

4.1 Stroškovna namenska funkcija

Namenska funkcija lastnih izdelavnih stroškov sovprežnega sistema z varjenimi in standardnimi I-profilii predstavlja obsežni sistem stroškovnih postavk, zapisanih v obliki nelinearnih funkcij, ki so jih razvili Klanšek in Kravanja ((Klanšek, 2006a), (Klanšek, 2006b)) ter Žula idr. ((Žula, 2016), (Žula, 2017)). Namenska funkcija obsega stroške materiala, energije in dela, potrebne za izdelavo obravnavanega sovprežnega stropnega sistema, glej enačbo (1):

$$\begin{aligned} \min: Cost = & \{C_{M,s} + C_{M,c} + C_{M,r} + C_{M,sc} + C_{M,e} + C_{M,ac,fp,tc} + C_{M,f} \\ & + C_{M,c,ng} + C_{M,c,oxy} + C_{P,c,gm} + C_{P,w} + C_{P,sw} \\ & + C_{P,v} + C_{L,c,oxy-ng} + C_{L,g} + C_{L,p,at} + C_{L,w} + C_{L,sw} \\ & + C_{L,spp} + C_{L,f} + C_{L,r} + C_{L,c} + C_{L,v} + C_{L,cc}\} / (e \cdot L) \end{aligned} \quad (1)$$

Cost (€/m²) označuje lastne izdelavne stroške na enoto uporabne površine sovprežnega stropnega sistema (€/m²), kjer so C_{M,...},

C_{P,...} in C_{L,...} posamezne stroškovne postavke materiala, električne energije in dela, izračunane v €, glej preglednico 1; L (m) je razpon sovprežnega stropnega sistema in e (m) je medsebojna razdalja dveh sosednjih I-nosilcev. Stroške materiala predstavljajo posamezni materialni stroški za konstrukcijsko jeklo C_{M,sr}, beton C_{M,cr}, rebrasto mrežno armaturo C_{M,rr}, čepi z glavo C_{M,sc}, elektrode C_{M,er}, antikorozijsko zaščito, protipožarno zaščito in končni premaz C_{M,ac,fp,tc}, prefabricirane

opažne plošče C_{M,fp}, naravni plin C_{M,c,ng} in kisik C_{M,c,oxy}. Stroški električne energije vključujejo proces brušenja robov pločevin C_{P,gm},

proces obločnega varjenja pločevin C_{P,ww}, proces obločnega varjenja čepov z glavo C_{P,sw} in proces vibriranja betona C_{P,v}. Stroški dela zajemajo plinsko rezanje jeklenih pločevin s tehnologijo kisik–naravni plin C_{L,c,oxy-ng}, brušenje robov pločevin C_{L,gr}, priprava, sestavljanje in pritrjevanje elementov za varjenje C_{L,p,a,b}, ročno obločno varjenje C_{L,SMAW}, polavtomatsko obločno varjenje čepov z glavo C_{L,sw}, peskanje pločevine in nanos antikorozijskega, protipožarnega ter končnega premaza C_{L,spp}, montaža, niveliranje, demontaža in čiščenje opažnega sistema C_{L,fr}, rezanje, postavitve in vezanje mrežne armature C_{L,rr}, betoniranje plošče C_{L,cr}, konsolidacijo betona C_{L,v} in nego betona C_{L,cc}. Podrobno je stroškovna namenska funkcija predstavljena v člankih Klanška in Kravanja ((Klanšek, 2006a), (Klanšek, 2006b)), Kravanja idr. (Kravanja, 2017) in Žule idr. ((Žula, 2016), (Žula, 2017), (Žula, 2018)).

$c_{M,s}$	Cena konstrukcijskega jekla S 235 za 8 mm debelo jekleno pločevino:	$c_S = 1,25 \text{ €/kg}$
	$c_{M,s} = c_S \cdot (a_1 \cdot f_y^2 + a_2 \cdot t^2 + a_3 \cdot f_y \cdot t + a_4 \cdot f_y + a_5 \cdot t + a_6)$ (€/kg); $a_1 = -3,7313 \times 10^{-4}$; $a_2 = -1,7170 \times 10^{-2}$; $a_3 = -4,9858 \times 10^{-4}$ $a_4 = 2,8962 \times 10^{-2}$ $a_5 = 1,2934 \times 10^{-1}$ $a_6 = 4,4147 \times 10^{-1}$ f_y (kN/cm ²)*; t (cm) debelina pločevine	
$c_{M,s}$	Cena konstrukcijskega jekla S 235 za standardni IPE 80 prerez:	$c_S = 1,25 \text{ €/kg}$
	$c_{M,s} = c_S \cdot (a_1 \cdot f_y^2 + a_2 \cdot h^2 + a_3 \cdot f_y \cdot h + a_4 \cdot f_y + a_5 \cdot h + a_6)$ (€/kg); $a_1 = 1,8783 \times 10^{-4}$; $a_2 = 3,0707 \times 10^{-4}$; $a_3 = 1,6530 \times 10^{-5}$ $a_4 = -3,3288 \times 10^{-3}$ $a_5 = -1,3915 \times 10^{-2}$ $a_6 = 1,0630 \times 10^0$ f_y (kN/cm ²)*; h (cm) višina profila	
$c_{M,s}$	Cena konstrukcijskega jekla S 235 za standardni HEA 100 prerez:	$c_S = 1,25 \text{ €/kg}$
	$c_{M,s} = c_S \cdot (a_1 \cdot f_y^2 + a_2 \cdot h^2 + a_3 \cdot f_y \cdot h + a_4 \cdot f_y + a_5 \cdot h + a_6)$ (€/kg); $a_1 = 2,1982 \times 10^{-4}$; $a_2 = 6,2266 \times 10^{-5}$; $a_3 = 4,1031 \times 10^{-5}$ $a_4 = -5,3682 \times 10^{-3}$ $a_5 = 4,9888 \times 10^{-4}$ $a_6 = 9,8361 \times 10^{-1}$ f_y (kN/cm ²)*; h (cm) višina profila	
$c_{M,c}$	Cena betona C 20/25:	$c_C = 85,00 \text{ €/m}^3$
	$c_{M,c} = c_C \cdot (k_1 \cdot f_{ck}^2 + k_2 \cdot f_{ck} + k_3)$ (€/kg); $k_1 = -3,2220 \times 10^{-2}$; $k_2 = 4,0571 \times 10^{-1}$; $k_3 = 1,8829 \times 10^{-1}$ f_{ck} (kN/cm ²)**	
$C_{M,f}$	Materialni strošek prefabriciranih opažnih plošč:	
	$C_{M,f} = c_{M,f} \cdot 1/n_{uc} \cdot A_{cs}$ $c_{M,f}$ cena prefabriciranih opažnih plošč; $c_{M,f} = 30,00 \text{ €/m}^2$ n_{uc} število ciklov uporabe opažnih plošč, od 10 do 100; $n_{uc} = 30$ A_{cs} površina opaža na sovprežni nosilec; $A_{cs} = e \cdot L \text{ (m}^2\text{)}$	
$c_{M,r}$	Cena armaturnega jekla B 500	0,70 €/kg

$c_{M,sc}$	Cena čepa z glavo	0,50 €
$c_{M,e}$	Cena elektrod	1,70 €/kg
$c_{M,ac}$	Cena antikorozijskega zaščitnega premaza	0,85 €/m ²
$c_{M,fp}$	Cena protipožarnega zaščitnega premaza R 30	9,00 €/m ²
$c_{M,tc}$	Cena končnega zaščitnega premaza	0,65 €/m ²
$c_{M,ng}$	Cena naravnega plina	0,50 €/m ³
$c_{M,oxy}$	Cena kisika	1,60 €/m ³
c_P	Cena električne energije	0,10 €/kWh
c_L	Stroškovna urna postavka delavca	20,00 €/h

*napetost tečenja jekla, **tlačna trdnost betona

Preglednica 1 • Stroškovni parametri materiala, energije in dela v optimizacijskih modelih.

4.2 Pogoje (ne)enačbe

V preglednici 2 so prikazane pogoje (ne)enačbe dimenzioniranja sovprežnega stropnega sistema. Enačbe so definirane skladno s standardom Eurocode 4. Razdeljene so v dve skupini: pogoje (ne)enačbe mejnega stanja nosilnosti (MSN), glej enačbe (2)-(31), in pogoje (ne)enačbe mejnega stanja uporabnosti (MSU), enačbe (32)-(42).

Pogoje (ne)enačbe (2)-(13) obravnavajo plastično upogibno odpornost sovprežnega prereza, kjer $M_{Ed,cb}$ predstavlja projektni upogibni moment, $M_{pl,Rd,cb}$ označuje projektno plastično upogibno odpornost sovprežnega prereza in $q_{Ed,cb}$ projektno zvezno obtežbo. Pogoj $M_{pl,Rd,cb}$ je izračunan glede na lego plastične nevtralne osi x_p (v armiranobetonski plošči, v zgornji pasnici jeklenega profila, v stojini jeklenega profila), glej sliko 3. Ostali členi v enačbah so: delni faktor za stalno obtežbo γ_g , delni faktor za spremenljivo obtežbo γ_q , karakteristični vrednosti stalne obtežbe g in spremenljive obtežbe q , prečni presek jeklenega profila A_a , višina jeklenega profila h , širina pasnice b_f , debelina pasnice t_f , debelina stojine t_w , napetost tečenja f_{yv} , karakteristična tlačna trdnost betona f_{ck} , delni varnostni faktor za jeklo γ_{ar} , delni varnostni faktor za beton γ_{cr} , sodelujoča širina betonske pasnice na vsaki strani stojine b_e (velja $b_e \leq L/8$ oziroma $e/2$) in debelina armiranobetonske plošče d .

V primeru, ko računamo elastično upogibno odpornost sovprežnega prereza $M_{El,Rd,cb}$, se v modelu aktivirajo pogoje (ne)enačbe (14)-(20). Členi v enačbah so: n je razmerje elastičnih modulov, σ_a je največja natezna napetost v jeklenem prerezu, x_e je razdalja med elastično nevtralno osjo in zgornjim robom betonske plošče, glej sliko 4.

Pogoje (ne)enačbe (21)-(23) opisujejo odpornost sovprežnega prereza na strig. Vertikalno prečno silo prenaša stojina jeklenega nosilca, kjer je upoštevana nevarnost lokalnega izbočenja zaradi striga. $V_{Ed,cb}$ predstavlja projektno strižno silo, $V_{b,Rd,cb}$ je projektna strižna odpornost z upoštevanjem lokalnega izbočenja stojine, χ_w je zmanjševalni koeficient strižnega izbočenja in γ_{M1} je delni faktor odpornosti jeklenega prereza.

Strižno odpornost čepov z glavo računamo s pomočjo (ne)enačb (24)-(26), kjer je V_l vzdolžna strižna sila, n_{sc} je število čepov z glavo, P_{rd} je projektna strižna nosilnost čepa z glavo, α je koeficient, odvisen od vitkosti čepa z glavo, d_{sc} je premer čepa z glavo, E_{cm} je sekantni modul elastičnosti betona, f_u natezna trdnost jekla in γ_v je delni faktor za projektno strižno nosilnost čepa z glavo.

V računskem modelu kontrole vzdolžnega striga v betonski pasnici nismo upoštevali, ker nima bistvenega vpliva na končne rezultate.

Upogibno odpornost armiranobetonske plošče obravnavajo pogoje (ne)enačbe (27)-(32), kjer $M_{Ed,cs}$ in $M_{ult,cs}$ označujeta projektni upogibni moment in upogibno odpornost prereza armiranobetonske plošče. ρ_c je prostorninska teža betona, b_{cu} je enotska širina betonske plošče (1m), c je debelina krovnega sloja betona, x_c je oddaljenost nevtralne osi od zgornjega roba betonske plošče, f_{sk} je karakteristična vrednost napetosti tečenja armaturnega jekla, γ_s je delni varnostni faktor za armaturno jeklo in A_s je potrebni presek armature.

(Ne)enačbe (33)-(43) definirajo pogoje mejnega stanja uporabnosti. Navpični upogibki sovprežnega nosilca so preverjeni z enačbami (33)-(38), kjer je δ_2 upogibek sovprežnega

nosilca zaradi karakteristične spremenljive obtežbe q , δ_{max} je upogibek sovprežnega nosilca zaradi celotne obtežbe ($g+q$), δ_{cr} je upogibek sovprežnega nosilca zaradi lezenja betona in δ_{sh} je upogibek sovprežnega nosilca zaradi krčenja betona. M_{sh} je upogibni moment zaradi krčenja betona, E_a je elastični modul konstrukcijskega jekla, I_t je idealiziran vztrajnostni moment transformiranega sovprežnega prereza (sovprežni presek je transformiran/spremenjen v enakovreden jekleni presek), I_{cr} je idealiziran vztrajnostni moment zaradi krčenja betona in I_{sh} je idealiziran vztrajnostni moment transformiranega sovprežnega prereza zaradi lezenja betona.

Da nismo presegli mejnega stanja uporabnosti konstrukcije zaradi nihanj, smo zagotovili, da so lastne frekvence sovprežnega stropnega sistema, na katerih ljudje pogosto hodijo nad 3 Hz.

Navpični upogibek armiranobetonske plošče določajo pogoje (ne)enačbe (39)-(43), kjer je δ upogibek armiranobetonske plošče zaradi celotne obtežbe, δ_l je upogibek armiranobetonske plošče zaradi celotne obtežbe pri upoštevanju nerazpokanega prereza in δ_{ll} je upogibek armiranobetonske plošče zaradi celotne obtežbe pri upoštevanju razpokanega prereza. ζ je koeficient porazdelitve, σ_{sr} je napetost v natezni armaturi razpokanega prereza pri obtežnih pogojih nastanka prvih razpok, σ_s je napetost v natezni armaturi pri razpokanem prerezu, k je koeficient, ki je odvisen od števila polj kontinuirane armiranobetonske plošče, $E_{c,eff}$ je učinkoviti modul elastičnosti betona, E_{cm} je sekantni modul elastičnosti betona, I_u je vztrajnostni moment nerazpokane betonske plošče (širine 1 m), I_e je vztrajnostni moment razpokane betonske plošče (širine 1 m).

Mejno stanje nosilnosti (MSN):

- Plastična odpornost na upogibni moment sovprežnega nosilca: $M_{Ed,cb} \leq M_{Pl,Rd,cb}$ (2)

$$M_{Ed,cb} = q_{Ed,cb} \cdot L^2 / 8 \quad \text{where} \quad q_{Ed,cb} = (\gamma_g \cdot g + \gamma_q \cdot q \cdot e) \quad (3),(4)$$

- plastična nevtralna os leži v betonski pasnici, slika 3a: $x_p \leq d$

$$(A_a \cdot f_y \cdot \gamma_c) / (0,85 \cdot f_{ck} \cdot \gamma_a) \leq 2 \cdot b_e \cdot d \quad (5)$$

$$M_{Pl,Rd,cb} = [h / 2 + d - (A_a \cdot f_y \cdot \gamma_c) / (4 \cdot b_e \cdot 0,85 \cdot f_{ck} \cdot \gamma_a)] \cdot A_a \cdot f_y / \gamma_a \quad (6)$$

$$x_p = (A_a \cdot f_y \cdot \gamma_c) / (2 \cdot 0,85 \cdot f_{ck} \cdot \gamma_a \cdot b_e \cdot \gamma_a) \quad (7)$$

- plastična nevtralna os leži v zgornji pasnici I nosilca, slika 3b: $d < x_p \leq (d+t_f)$

$$2 \cdot b_e \cdot d < (A_a \cdot f_y \cdot \gamma_c) / (0,85 \cdot f_{ck} \cdot \gamma_a) \leq 2 \cdot b_e \cdot d + 2 \cdot (f_y \cdot \gamma_c) / (0,85 \cdot f_{ck} \cdot \gamma_a) \cdot b_f \cdot t_f \quad (8)$$

$$M_{Pl,Rd,cb} = [A_a \cdot (h / 2 + d / 2) - b_f \cdot x_p \cdot (x_p - d)] \cdot f_y / \gamma_a \quad (9)$$

$$x_p = d + t_f + A_a / (2 \cdot t_w) - (0,85 \cdot f_{ck} \cdot \gamma_a \cdot b_e \cdot d) / (t_w \cdot f_y \cdot \gamma_c) - t_f \cdot b_f / t_w \quad (10)$$

- plastična nevtralna os leži v stojini I-nosilca, slika 3c: $x_p > (d+t_f)$

$$(f_y \cdot \gamma_c) / (0,85 \cdot f_{ck} \cdot \gamma_a) \cdot (A_a - 2 \cdot t_f \cdot t_w) > 2 \cdot b_e \cdot d \quad (11)$$

$$M_{Pl,Rd,cb} = [A_a \cdot (h / 2 + d / 2) - t_f \cdot b_f \cdot (d + t_f) - t_w \cdot (x_p - t_f - d) \cdot (x_p - t_f)] \cdot f_y / \gamma_a \quad (12)$$

$$x_p = d + t_f + A_a / (2 \cdot b_f) - (0,85 \cdot f_{ck} \cdot \gamma_a \cdot b_e \cdot d) / (b_f \cdot f_y \cdot \gamma_c) \quad (13)$$

- Elastična odpornost proti upogibnemu momentu sovprežnega nosilca: $M_{Ed,cb} \leq M_{El,Rd,cb}$ (14)

- elastična nevtralna os leži v betonski pasnici, slika 3d: $x_e \leq d$ (15)

$$M_{El,Rd,cb} = \sigma_d / 2 \cdot [(I + d + h - x_e - t_f) / (d + h - x_e)] \cdot t_f \cdot b_f \cdot \{d + h - x_e - [(3 \cdot d + 3 \cdot h - 3 \cdot x_e - 2 \cdot t_f) / (2 \cdot d + 2 \cdot h - 2 \cdot x_e - t_f)] \cdot t_f / 3\} + \sigma_d / 2 \cdot [(2 \cdot d + h - 2 \cdot x_e) / (d + h - x_e)] \cdot (h - 2 \cdot t_f) \cdot t_w \cdot \{d + h - x_e - t_f - [(3 \cdot d + h + t_f - 3 \cdot x_e) / (2 \cdot d + h - 2 \cdot x_e)] \cdot (h - 2 \cdot t_f) / 3\} + \sigma_d / 2 \cdot [(2 \cdot d + t_f - 2 \cdot x_e) / (d + h - x_e)] \cdot t_f \cdot b_f \cdot \{d + t_f - x_e - [(3 \cdot d + t_f - 3 \cdot x_e) / (2 \cdot d + t_f - 2 \cdot x_e)] \cdot t_f / 3\} + \sigma_d / (2 \cdot n) \cdot [x_e / (d + h - x_e)] \cdot x_e \cdot b_{eff} \cdot 2 / 3 \cdot x_e \quad (16)$$

- elastična nevtralna os leži v zgornji pasnici I-nosilca, slika 3e: $d < x_e \leq (d+t_f)$ (17)

$$M_{El,Rd,cb} = \sigma_d / 2 \cdot [I + (d + h - x_e - t_f) / (d + h - x_e)] \cdot t_f \cdot b_f \cdot \{d + h - x_e - [(3 \cdot d + 3 \cdot h - 3 \cdot x_e - 2 \cdot t_f) / (2 \cdot d + 2 \cdot h - 2 \cdot x_e - t_f)] \cdot t_f / 3\} + \sigma_d / 2 \cdot [(2 \cdot d + h - 2 \cdot x_e) / (d + h - x_e)] \cdot (h - 2 \cdot t_f) \cdot t_w \cdot \{d + h - x_e - t_f - [(3 \cdot d + h + t_f - 3 \cdot x_e) / (2 \cdot d + h - 2 \cdot x_e)] \cdot (h - 2 \cdot t_f) / 3\} + \sigma_d / 2 \cdot [(d + t_f - x_e) / (d + h - x_e)] \cdot (d + t_f - x_e) \cdot b_f \cdot 2 / 3 \cdot (d + t_f - x_e) + \sigma_d / 2 \cdot [(x_e - d) / (d + h - x_e)] \cdot (x_e - d) \cdot b_f \cdot 2 / 3 \cdot (x_e - d) + \sigma_d / (2 \cdot n) \cdot [(2 \cdot x_e - d) / (d + h - x_e)] \cdot d \cdot b_{eff} \cdot \{x_e - [(3 \cdot x_e - 2 \cdot d) / (2 \cdot x_e - d)] \cdot d / 3\} \quad (18)$$

- elastična nevtralna os leži v stojini I-nosilca, slika 3f: $x_e > (d+t_f)$ (19)

$$M_{El,Rd,cb} = \sigma_d / 2 \cdot [I + (d + h - x_e - t_f) / (d + h - x_e)] \cdot t_f \cdot b_f \cdot \{d + h - x_e - [(3 \cdot d + 3 \cdot h - 3 \cdot x_e - 2 \cdot t_f) / (2 \cdot d + 2 \cdot h - 2 \cdot x_e - t_f)] \cdot t_f / 3\} + \sigma_d / 2 \cdot [(d + h - x_e - t_f) / (d + h - x_e)] \cdot (d + h - x_e - t_f) \cdot t_w \cdot 2 / 3 \cdot (d + h - x_e - t_f) + \sigma_d / 2 \cdot [(x_e - d - t_f) / (d + h - x_e)] \cdot (x_e - d - t_f) \cdot t_w \cdot 2 / 3 \cdot (x_e - d - t_f) + \sigma_d / 2 \cdot [(2 \cdot x_e - 2 \cdot d - t_f) / (d + h - x_e)] \cdot t_f \cdot b_f \cdot \{x_e - d - [(3 \cdot x_e - 3 \cdot d - 2 \cdot t_f) / (2 \cdot x_e - 2 \cdot d - t_f)] \cdot t_f / 3\} + \sigma_d / (2 \cdot n) \cdot [(2 \cdot x_e - d) / (d + h - x_e)] \cdot d \cdot b_{eff} \cdot \{x_e - [(3 \cdot x_e - 2 \cdot d) / (2 \cdot x_e - d)] \cdot d / 3\} \quad (20)$$

- Strižna odpornost sovprežnega nosilca: $V_{Ed,cb} \leq V_{b,Rd,cb}$ (21)

$$V_{Ed,cb} = q_{Ed,cb} \cdot L / 2 \quad (22)$$

$$V_{b,Rd,cb} = (\chi_w \cdot f_y \cdot (h - 2 \cdot t_f) \cdot t_w) / (3^{1/2} \cdot \gamma_{MI}) \quad (23)$$

- Strižna odpornost čepov z glavo: $V_l \leq 1/2 \cdot n_{sc} \cdot P_{Rd}$ (24)

$$V_l = \min \{ A_a \cdot f_y / \gamma_a; 2 \cdot b_e \cdot 0,85 \cdot f_{ck} / \gamma_c \} \quad (25)$$

$$P_{Rd} = \min \{ 0,29 \cdot \alpha \cdot d_{sc}^2 \cdot (f_{ck} \cdot E_{cm})^{1/2} / \gamma_v; 0,8 \cdot f_u \cdot \pi \cdot d_{sc}^2 / (4 \cdot \gamma_v) \} \quad (26)$$

- Odpornost armiranobetonske plošče proti upogibnemu momentu: $M_{Ed,cs} \leq M_{ult,cs}$ (27)

$$M_{Ed,cs,pl} = q_{Ed,cs} \cdot e^2 / 16 \quad (28)$$

$$M_{Ed,cs,el} = q_{Ed,cs} \cdot e^2 / 11,67 \quad (29)$$

$$q_{Ed,cs} = (\gamma_g \cdot \rho_c \cdot b_{cu} \cdot d + \gamma_q \cdot q \cdot b_{cu}) \quad (30)$$

$$M_{ult,cs} = 0,48 \cdot 0,85 \cdot f_{ck} \cdot b_{cu} \cdot x_c^2 / \gamma_c + A_s \cdot (d - x_c) \cdot f_{sk} / \gamma_s \quad (31)$$

$$A_s = 0,85 \cdot f_{ck} \cdot b_{cu} \cdot 0,8 \cdot x_c \cdot \gamma_s / (\gamma_c \cdot f_{sk}) \quad (32)$$

Mejno stanje uporabnosti (MSU):

- Kontrola navpičnega upogibka sovprežnega stropnega sistema: $\delta_2 \leq L / 300, \quad \delta_{max} \leq L / 250$ (33),(34)

$$\delta_2 = 5 \cdot q \cdot e \cdot L^4 / (384 \cdot E_a \cdot I_i) \quad (35)$$

$$\delta_{cr} = 5 \cdot g \cdot L^4 / (384 \cdot E_a \cdot I_{cr}) \quad (36)$$

$$\delta_{sh} = M_{sh} \cdot L^2 / (8 \cdot E_a \cdot I_{sh}) \quad (37)$$

$$\delta_{max} = \delta_2 + \delta_{cr} + \delta_{sh} \quad (38)$$

- Kontrola navpičnega upogibka betonske plošče med I-nosilci: $\delta \leq L / 250$ (39)

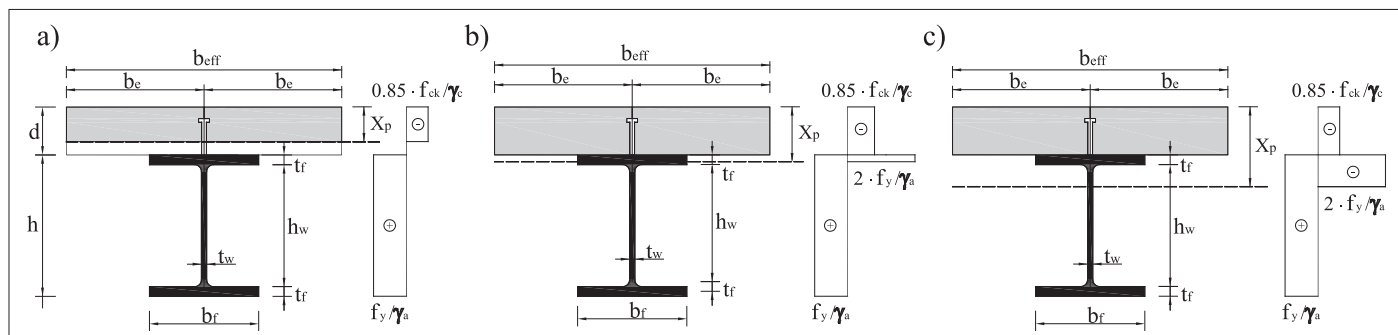
$$\delta = \zeta \cdot \delta_{II} + (1 - \zeta) \cdot \delta_I \quad (40)$$

$$\zeta = 1 - 0,5 \cdot (\sigma_{sr} / \sigma_s) \quad (41)$$

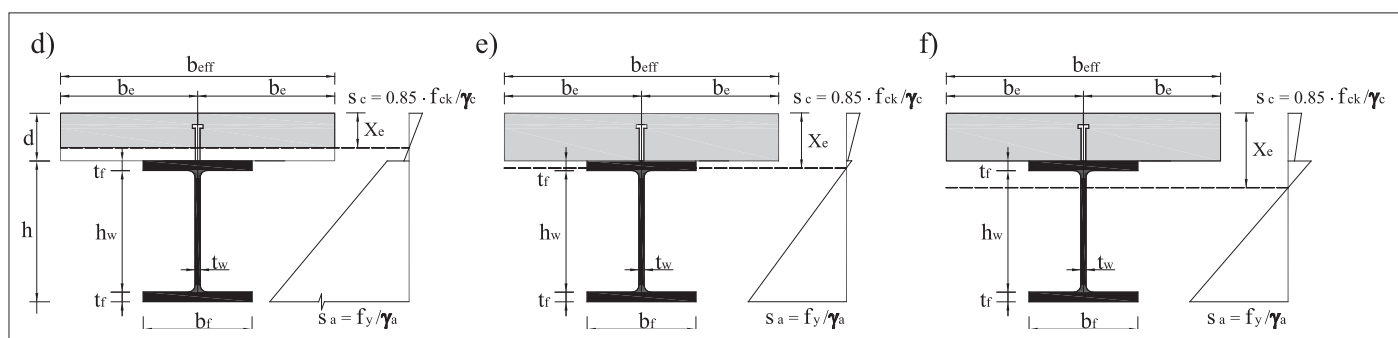
$$\delta_{II} = k \cdot [\rho_c \cdot b_{cu} \cdot d \cdot e^4 / (E_{c,eff} \cdot I_c) + q \cdot b_{cu} \cdot e^4 / (E_{cm} \cdot I_c)] \quad (42)$$

$$\delta_I = k \cdot [\rho_c \cdot b_{cu} \cdot d \cdot e^4 / (E_{c,eff} \cdot I_u) + q \cdot b_{cu} \cdot e^4 / (E_{cm} \cdot I_u)] \quad (43)$$

Preglednica 2 • Pogojne (ne)enačbe (MSN) in (MSU).



Slika 3 • Lege plastičnih nevtralnih osi.



Slika 4 • Lege elastičnih nevtralnih osi.

Z logičnima pogojnima enačbama (44) in (45) računamo diskretne vrednosti materialov

d^{mat} (trdnosti betona in jekla), z enačbama (46) in (47) standardne dimenzije d^{st} (debe-

line pločevin in prerez armaturne mreže) ter z enačbama (48) in (49) zaokrožene dimenzije

d^{rd} (zaokroženo debelino betonske plošče). Posamezne diskretne vrednosti so definirane kot skalarni produkt med vektorjem diskretnih številskih vrednosti alternativ in vektorjem pridruženih binarnih spremenljivk.

$$d^{mat} = \sum_{i \in I} q_i y_i^{mat} \quad (44)$$

$$\sum_{i \in I} y_i^{mat} = 1 \quad (45)$$

$$d^{st} = \sum_{k \in K} q_k y_k^{st} \quad (46)$$

$$\sum_{k \in K} y_k^{st} = 1 \quad (47)$$

$$d^{rd} = \sum_{m \in M} q_m y_m^{rd} \quad (48)$$

$$\sum_{m \in M} y_m^{rd} = 1 \quad (49)$$

5 • PARAMETRIČNO MINLP-OPTIMIRANJE

Za prikaz vpliva stroškov na optimalno sovpredno konstrukcijo smo izvedli parametrično MINLP-optimizacijo za vse možne kombinacije med različnimi superstrukturnimi alternativami, kot so: 5 razponov (5 m, 10 m, 15 m, 20 m in 25 m), 3 različna konstrukcijska jekla (S 235, S 275, S 355), 7 različnih trdnostnih razredov betona (C20/25, C25/30, C30/37, C35/45, C40/50, C45/55, C50/60), 9 različnih jeklenih standardnih debelin pločevin za pasnico (od 8 do 40 mm), 9 različnih jeklenih standardnih debelin pločevin za stojino (od 8 do 40 mm), 18 različnih standardnih IPE-profilov (od IPE 80 do IPE 600), 24 različnih standardnih HEA-profilov (od HEA 100 do HEA 1000), 25 različnih standardnih armaturnih mrež za armiranobetonsko ploščo (od R188 do 5xR524) in 27 možnosti zaokroženih dimenzij debeline armiranobetonske plošče na okrogli centimeter (od 4 do 30 cm). Obtežba na konstrukcijo je lastna teža konstrukcije in koristna obtežba 4 kN/m². Naloga vsake MINLP-optimizacije je bila najti minimalne lastne izdelavne stroške sovpredne konstrukcije, optimalno trdnost jekla in betona, optimalni jekleni I-profil (ali standardne de-

beline pločevin v primeru varjenega profila), standardno armaturno mrežo, zaokroženo debelino betonske plošče in medsebojni razmak med jeklenimi I-profilii.

Za sovpredni stropni sistem je bilo optimiranje izvedeno s programskim paketom MIPSYN ((Kravanja S., 2003), (Kravanja Z., 2010)), ki je bil izpeljan iz programa PROSYN (Kravanja Z., 1994). Reševanje MINLP-problema sovprednega stropnega sistema je bilo izvedeno z dvofaznim optimiranjem in z modificiranim OA/ER-algoritmom zunanje aproksimacije s sprostitvijo enačb. Za reševanje NLP-podproblemov je bil uporabljen program GAMS/CONOPT2 (Drudd, 1994) (splošna metoda reduciranih gradientov), za reševanje glavnih MILP-problemov pa GAMS/Cplex 7.0 (Cplex, 2016) (metoda vejanja in omejevanja).

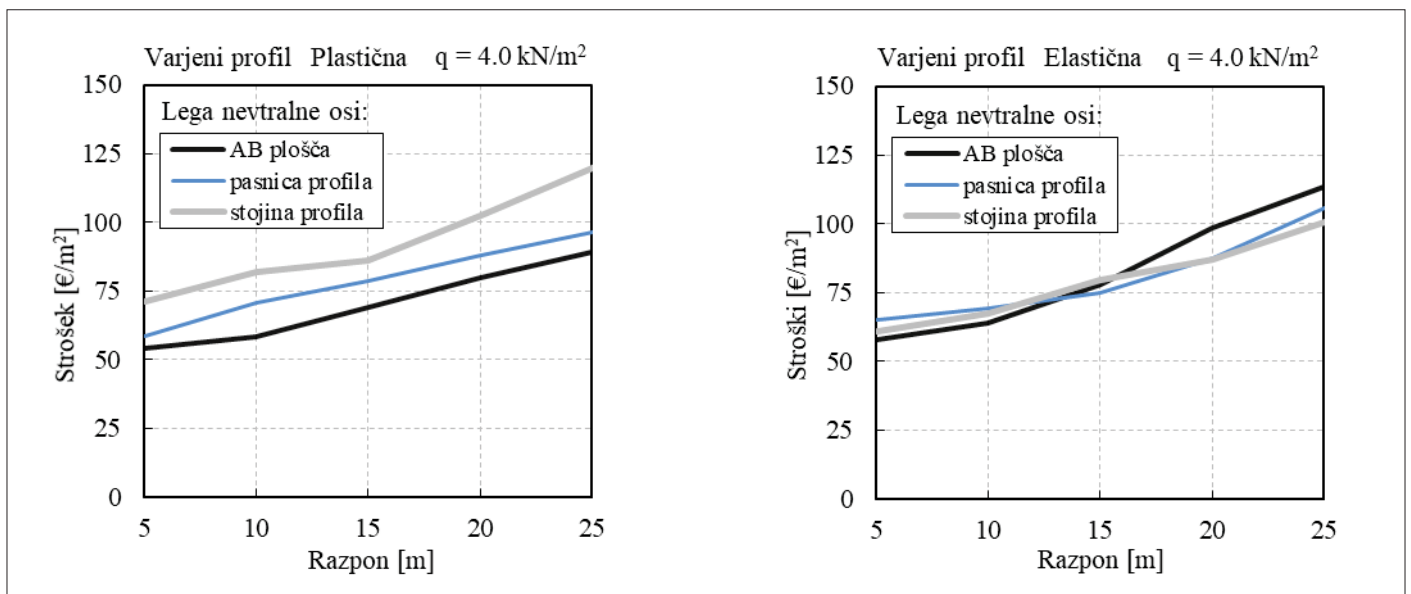
5.1 Primerjalni diagrami za optimalno konstrukcijo sovprednega stropnega sistema z I-nosilci

Dobljene optimalne rezultate vseh mogočih konstrukcijskih alternativ smo medsebojno primerjali in izrisali diagrame.

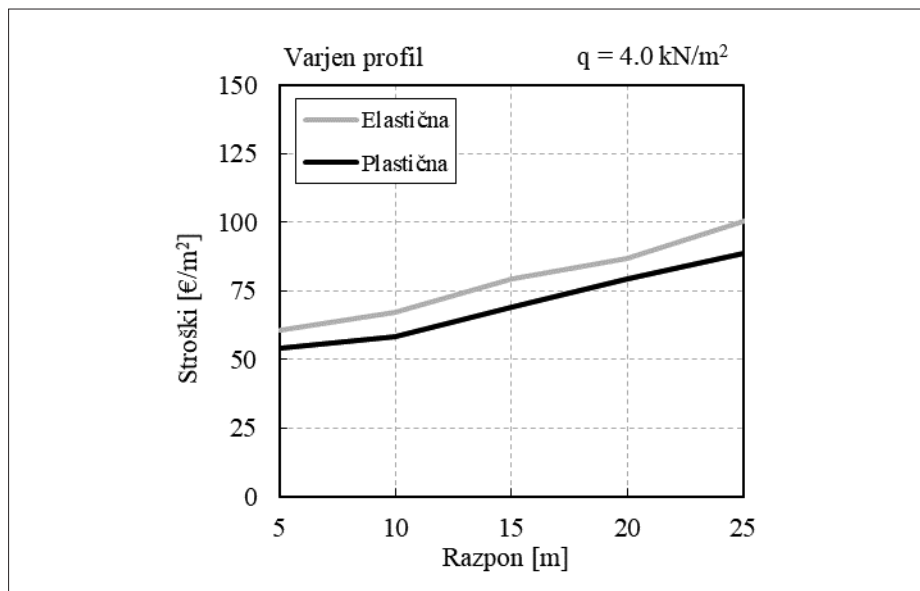
Vpliv plastične in elastične odpornosti sovprednega prečnega prereza z varjenimi jeklenimi I-nosilci na optimalne stroške

Slika 5 prikazuje diagrama izračunanih optimalnih lastnih izdelavnih stroškov sovprednega stropnega sistema z varjenimi I-nosilci pri plastični in elastični odpornosti za razpone od 5 m do 25 m. Posebej so prikazani stroški za tri različne lege nevtralnih osi: v armiranobetonski plošči, v zgornji pasnici jeklenega I-nosilca in v stojini jeklenega I-nosilca. Merodajna kriterija, po katerih je bila izračunana optimalna sovpredna konstrukcija, sta navpičen upogibek sovprednega nosilca in navpičen upogibek armiranobetonske plošče.

Plastična odpornost: pri primerjavi sovprednih stropnih sistemov z različnimi legami (plastičnih) nevtralnih osi je bilo ugotovljeno, da je konstrukcija z nevtralno osjo v armiranobetonski plošči najcenejša pri vseh razponih. Kadar lega nevtralne osi leži v zgornji pasnici varjenega profila, so lastni izdelavni stroški konstrukcije v povprečju višji za 10% v primerjavi s stroški, kadar lega nevtralne osi leži v armiranobetonski plošči. Lastni izdelavni stroški konstrukcije so pri legi nevtralne osi v stojini jeklenega nosilca višji za približno 30%



Slika 5 • Diagrama lastnih izdelavnih stroškov sovprednega stropnega sistema z varjenimi jeklenimi I-profilii pri plastični in elastični odpornosti za različne lege nevtralnih osi.



Slika 6 • Diagram lastnih izdelavnih stroškov sovprežnega stropnega sistema z varjenimi jeklenimi I-profilii pri plastični in elastični odpornosti prereza.

v primerjavi s stroški, kadar lega nevtralne osi leži v armiranobetonski plošči.

Elastična odpornost: pri primerjavi sovprežnih stropnih sistemov z različnimi legami (elastičnih) nevtralnih osi je bilo ugotovljeno, da je konstrukcija z nevtralno osjo v stojini jeklenega profila večinoma najcenejša. Razlike med stroški pri treh različnih legah elastičnih nevtralnih osi so zelo majhne.

Primerjava med plastično in elastično odpornostjo: primerjali smo stroškovno najugodnejše plastične in elastične prereze sovprežne konstrukcije. Izrisani diagram na sliki

6 nam prikazuje optimalne lastne izdelavne stroške za elastično in plastično odpornost sovprežnega prereza stropne konstrukcije. Lastni izdelavni stroški sovprežnega sistema z varjenimi jeklenimi I-nosilci so pri elastični odpornosti prečnega prereza v povprečju za 15 % višji od stroškov s plastično odpornostjo pri vseh razponih.

Vpliv plastične in elastične odpornosti sovprežnega prečnega prereza s standardnimi jeklenimi IPE-profilii na optimalne stroške

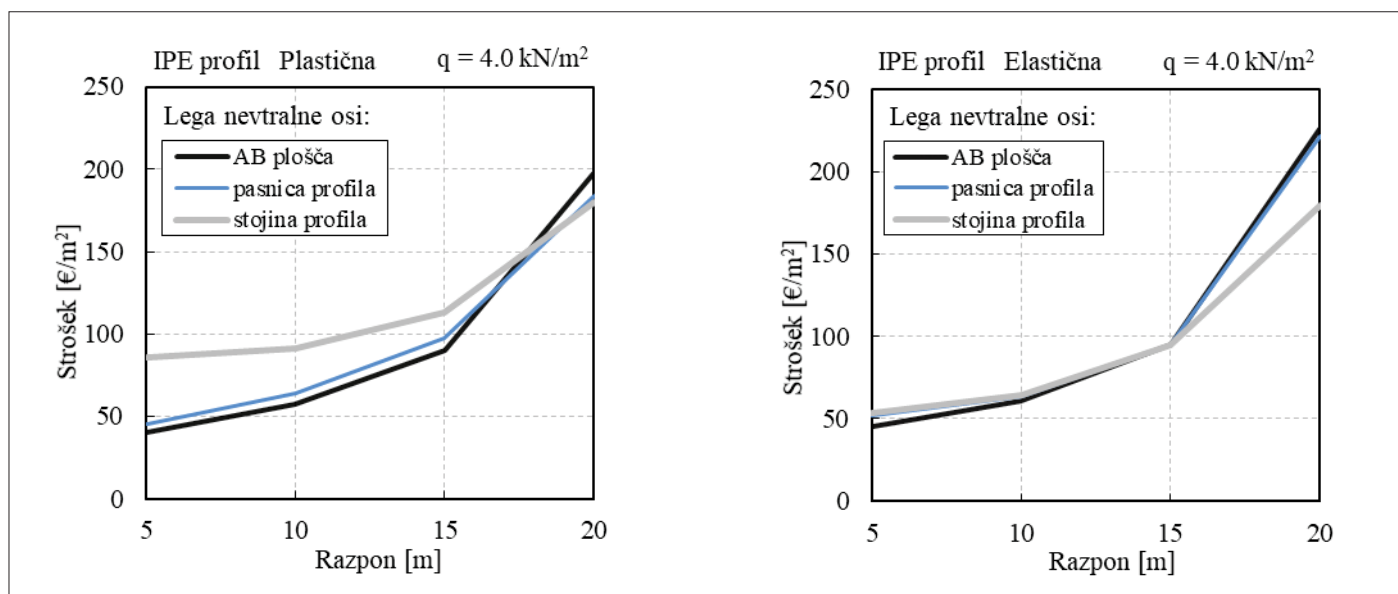
Slika 7 prikazuje diagrama izračunanih optimalnih lastnih izdelavnih stroškov sovpre-

žnega stropnega sistema z jeklenimi IPE-profilii pri plastični in elastični odpornosti za razpone od 5 m do 20 m. Posebej so prikazani stroški za tri različne lege nevtralnih osi: v armiranobetonski plošči, v zgornji pasnici jeklenega I-profila in v stojini jeklenega I-profila. Merodajna kriterija, po katerih je bila izračunana optimalna sovprežna konstrukcija, sta navpičen upogibek sovprežnega nosilca in navpičen upogibek armiranobetonske plošče. Za razpone, večje od 20 m, izračunani optimalni rezultati dajejo konstrukcijo, kjer se jekleni IPE-profilii medsebojno dotikajo ali pa se celo prekrivajo. Zato je takšna sovprežna konstrukcija nerealna.

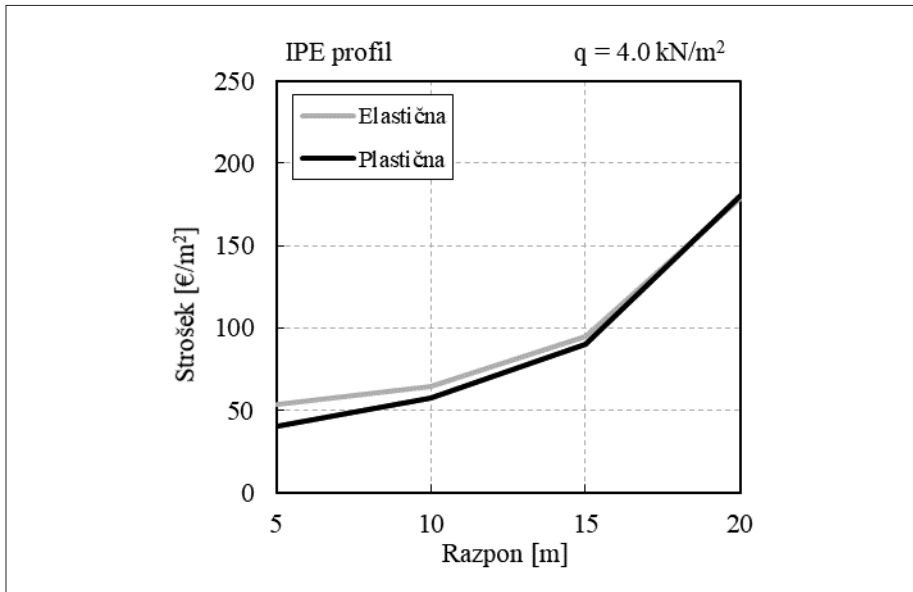
Plastična odpornost: v primeru plastične odpornosti so sovprežni sistemi z razponi do 15 m najcenejši, kadar je lega nevtralne osi v armiranobetonski plošči. Kadar lega nevtralne osi leži v zgornji pasnici ali v stojini IPE-profila, so lastni izdelavni stroški v povprečju višji od 10 % do 45 %. Pri razponu 20 m pa so najnižji stroški, kadar je lega nevtralne osi v zgornji pasnici profila in v stojini IPE-profila.

Elastična odpornost: v primeru elastične odpornosti so razlike med stroški konstrukcije za tri lege nevtralnih osi za razpone do 15 m zelo majhne. Pri razponu 20 m je bilo ugotovljeno, da je konstrukcija z lego nevtralne osi v stojini jeklenega profila najcenejša. Pri 20-metrskem razponu se stroški dvignejo za 10 % do 15 %, če lega nevtralne osi leži v armiranobetonski plošči ali zgornji pasnici jeklenega profila.

Primerjava med plastično in elastično odpornostjo: primerjali smo najcenejše prereze



Slika 7 • Diagrama lastnih izdelavnih stroškov sovprežnega stropnega sistema z jeklenimi IPE-profilii pri plastični in elastični odpornosti za različne lege nevtralnih osi.



Slika 8 • Diagram lastnih izdelavnih stroškov sovprežnega stropnega sistema z jeklenimi IPE-profilom pri plastični in elastični odpornosti prereza.

sovprežne stropne konstrukcije, določene s plastično in elastično analizo sovprežnega prereza, glej sliko 8. Lastni izdelavni stroški sovprežnega sistema, sestavljenega iz jeklenih IPE-profilov, so pri elastični odpornosti prečnega prereza za 5 % do 30 % višji od stroškov konstrukcije s plastično odpornostjo za razpone do 15 m. Pri razponu 20 m so razlike zanemarljive.

Vpliv plastične in elastične odpornosti sovprežnega prečnega prereza s standardnimi jeklenimi HEA-profilom na optimalne stroške

Slika 9 prikazuje diagrama izračunanih optimalnih lastnih izdelavnih stroškov sovprežnega stropnega sistema z jeklenimi HEA-profilom pri plastični in elastični odpornosti za različne lege nevtralnih osi.

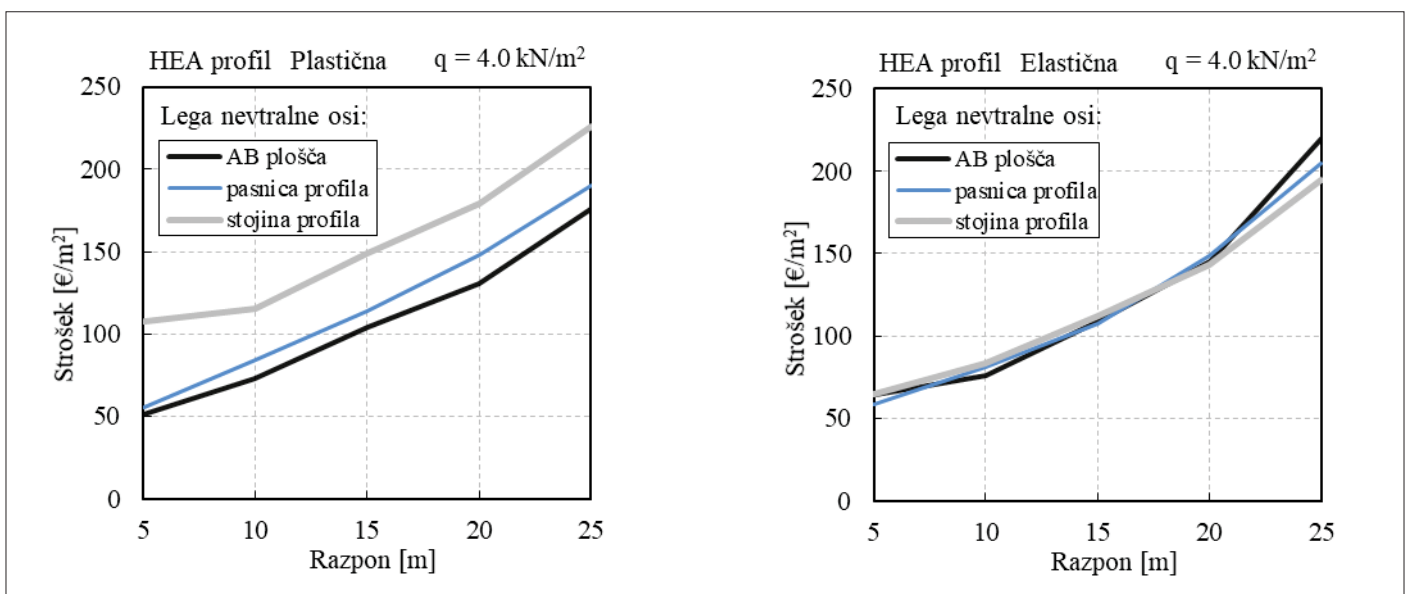
prežnega stropnega sistema z jeklenimi HEA-profilom pri plastični in elastični odpornosti za razpone od 5 m do 25 m. Posebej so prikazani stroški za tri različne lege nevtralnih osi: v armiranobetonski plošči, v zgornji pasnici jeklenega I-profila in v stojini jeklenega I-profila. Merodajna kriterija, po katerih je bila izračunana optimalna sovprežna konstrukcija, sta navpičen upogibek sovprežnega nosilca in navpičen upogibek armiranobetonske plošče. Za razpone, večje od 25 m, so dobljeni optimalni rezultati nerealni. Izračunani optimalni rezultati predstavljajo sovprežno konstrukcijo, kjer se

jekleni HEA-profilom medsebojno dotikajo ali celo prekrivajo.

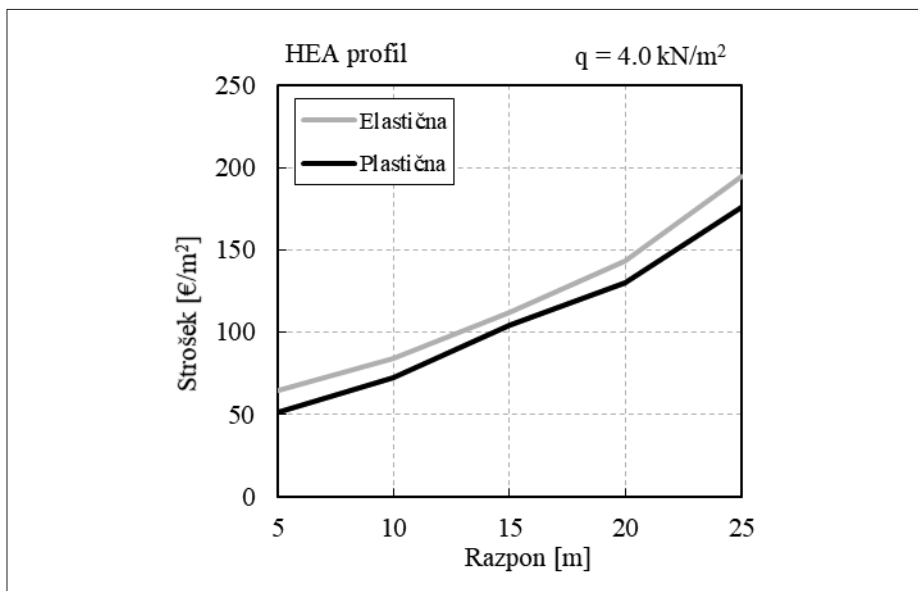
Plastična odpornost: pri primerjavi sovprežnih stropnih sistemov z različnimi legami nevtralnih osi je bilo ugotovljeno, da je konstrukcija z nevtralno osjo v armiranobetonski plošči najcenejša pri vseh razponih. Ko lega nevtralne osi leži v zgornji pasnici HEA-profila, so lastni izdelavni stroški v povprečju višji za 10 % v primerjavi s stroški, ko lega nevtralne osi leži v armiranobetonski plošči. Lastni izdelavni stroški konstrukcije z lego nevtralne osi v stojini jeklenega profila so višji v povprečju za okoli 60 %.

Elastična odpornost: v primeru elastične odpornosti so razlike med stroški konstrukcije za tri lege nevtralnih osi za razpone do 20 m zelo majhne. Pri razponu 20 m je bilo ugotovljeno, da je konstrukcija z lego elastične nevtralne osi v stojini jeklenega profila najcenejša. Pri razponu 25 m se stroški dvignejo za 5 %, če lega nevtralne osi leži v zgornji pasnici jeklenega profila, in za 15 %, če lega nevtralne osi leži v armiranobetonski plošči.

Primerjava med plastično in elastično odpornostjo: slika 10 prikazuje diagram, na katerem so prikazani optimalni lastni izdelavni stroški sovprežnega sistema s plastično in elastično odpornostjo. Lastni izdelavni stroški sovprežnega sistema z jeklenimi HEA-profilom so pri elastični odpornosti prečnega prereza v povprečju višji za 20 % od stroškov pri plastični odpornosti.



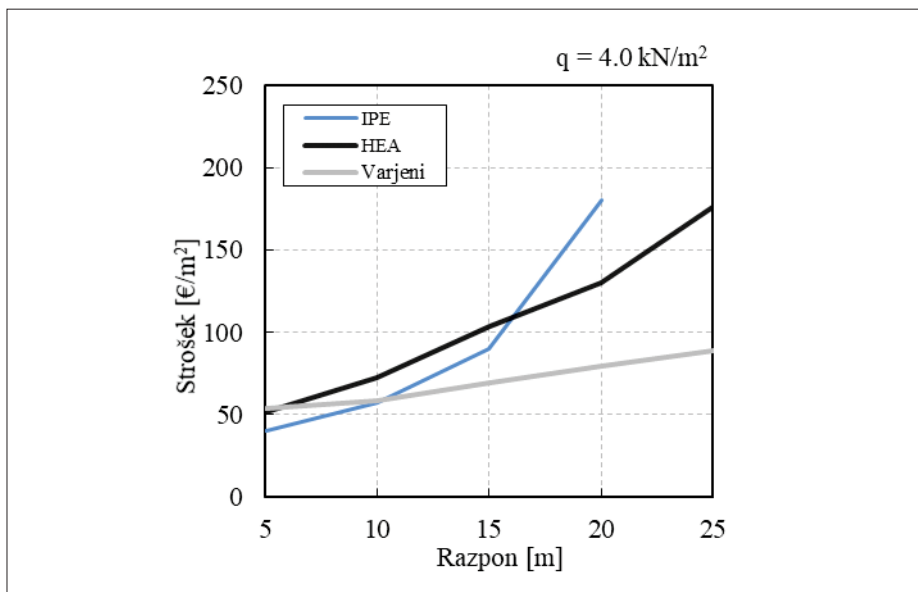
Slika 9 • Diagrama lastnih izdelavnih stroškov sovprežnega stropnega sistema z jeklenimi HEA-profilom pri plastični in elastični odpornosti za različne lege nevtralnih osi.



Slika 10 • Diagram lastnih izdelavnih stroškov sovprežnega stropnega sistema z jeklenimi HEA-profilii pri plastični in elastični odpornosti prereza.

Konkurenčnost razponov sovprežnih stropnih sistemov, sestavljenih iz varjenih jeklenih I-profilov, standardnih IPE-profilov in HEA-profilov

Slika 11 prikazuje diagram, na katerem so predstavljeni optimalni lastni izdelavni stroški sovprežnega stropnega sistema, izdelanega iz varjenih jeklenih I-profilov, vročevaljanih jekle-



Slika 11 • Diagram konkurenčnosti sovprežnega stropnega sistema, sestavljenega iz jeklenih varjenih I-profilov ali jeklenih IPE-profilov ali jeklenih HEA-profilov.

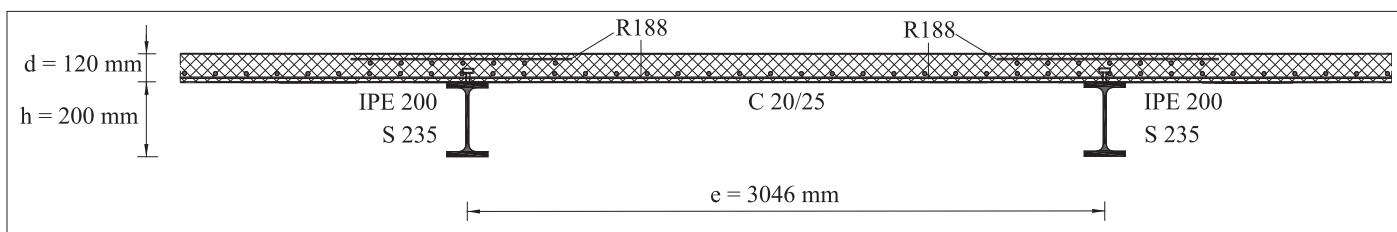
nih IPE-profilov ter HEA-profilov. Za primerjavo so bili upoštevani samo najnižji optimalni stroški, ki so bili izračunani pri plastični odpornosti in pri legi nevtralne osi v armiranobetonski plošči. Ugotovili smo, da je ob upoštevanih predpostavkah (nosilec je med gradnjo povsem podprt) sovprežni stropni sistem z jeklenimi IPE-profilii najoptimalnejši do razponov 10 m, medtem ko je za vse razpone, večje od 10 m, najoptimalnejša sovprežna konstrukcija z varjenimi jeklenimi I-nosilci. Konstrukcijska zasnova s HEA-profilii je ob predpostavki, da je nosilec med gradnjo povsem podprt, nekonkurenčna pri vseh razponih.

5.2 Primer

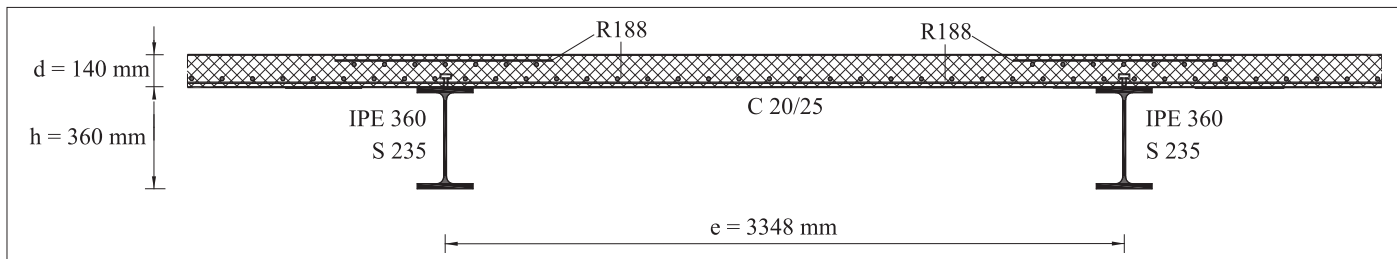
Določiti je treba optimalno konstrukcijo sovprežnega stropnega sistema za razpone 5 m, 10 m, 15 m, 20 m in 25 m, obremenjene s koristno obtežbo 4 kN/m^2 .

Iz diagrama konkurenčnosti sovprežnih sistemov, glej sliko 11, je razvidno, da je najcenejši stropni sistem z IPE-profilii do razpona 10 m, medtem ko je pa za razpone 15 m, 20 m in 25 m najcenejši stropni sistem z varjenimi I-nosilci. Najdražji je stropni sistem s HEA-profilii, pri vseh razponih.

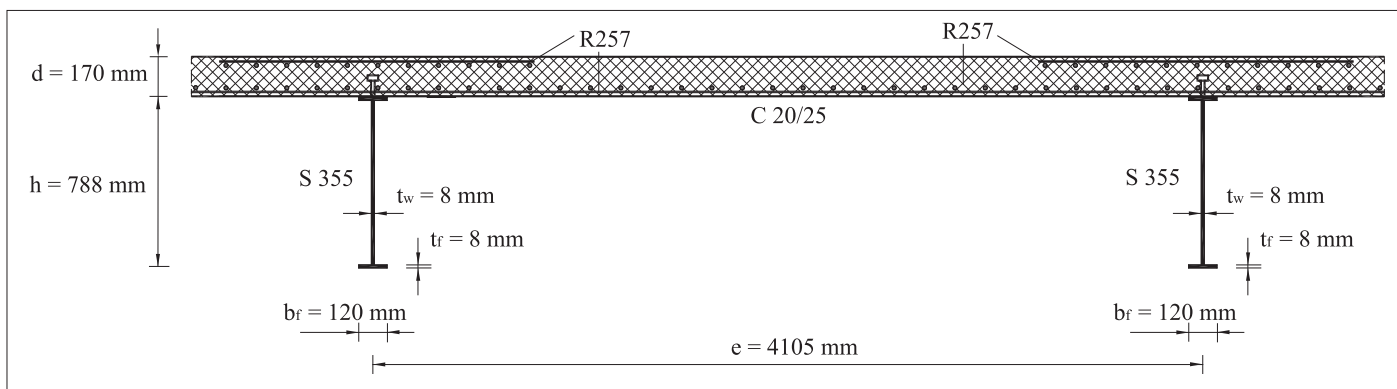
Na slikah 12-16 so prikazane optimalne konstrukcije sovprežnega stropnega sistema (notranja polja) za razpone od 5 m do 25 m. Na slikah so še prikazani: optimalni trdnostni razredi betona in konstrukcijskega jekla, dimenzije (profil) jeklenih I-nosilcev, medsebojna razdalja med jeklenimi I-nosilci, debelina armiranobetonske plošče in potrebna armatura. Natančnejši pregled izračunanih optimalnih stroškov za ta primer pokaže, da je najcenejši stropni sistem razpona 5 m sestavljen iz IPE-nosilcev ($40,06 \text{ €/m}^2$), slika 12, sistem razpona 10 m je sestavljen iz IPE-nosilcev ($57,20 \text{ €/m}^2$), slika 13, sistem razpona 15 m je sestavljen iz varjenih I-nosilcev ($69,21 \text{ €/m}^2$), slika 14, sistem razpona 20 m je sestavljen iz varjenih I-nosilcev ($79,55 \text{ €/m}^2$), slika 15, in sistem razpona 25 m je sestavljen iz varjenih I-nosilcev ($88,86 \text{ €/m}^2$), slika 16.



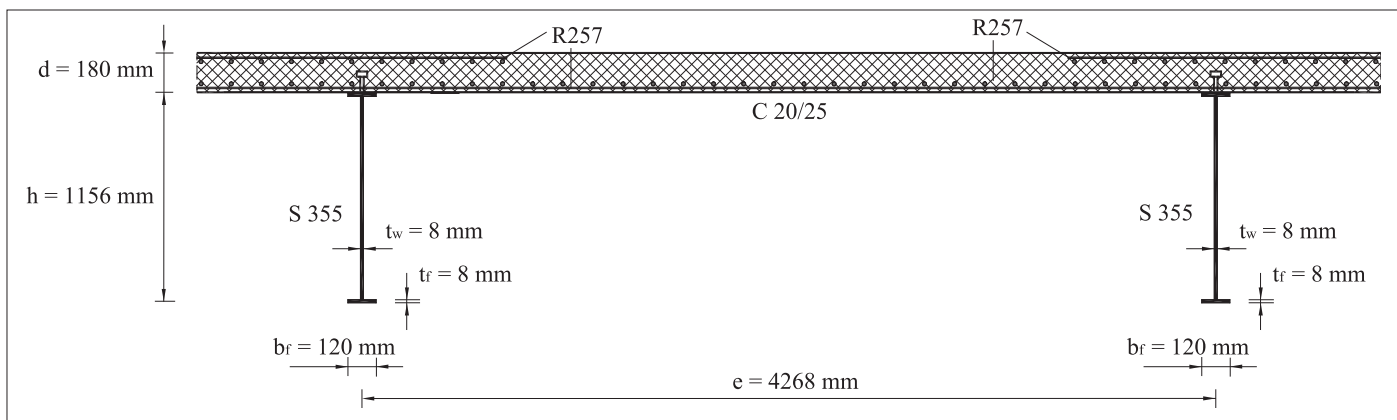
Slika 12 • Optimalni prerez sovprežnega stropnega sistema za razpon 5 m, sestavljen iz IPE-nosilcev.



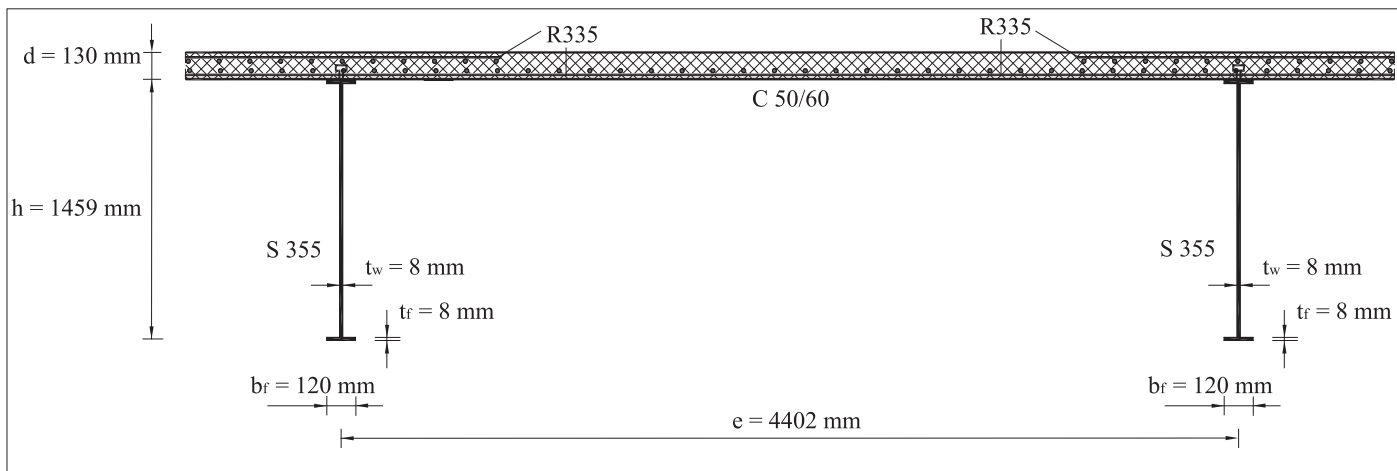
Slika 13 • Optimalni prerez sovprežnega stropnega sistema za razpon 10 m, sestavljen iz IPE-nosilcev.



Slika 14 • Optimalni prerez sovprežnega stropnega sistema za razpon 15 m, sestavljen iz varjenih I-nosilcev.



Slika 15 • Optimalni prerez sovprežnega stropnega sistema za razpon 20 m, sestavljen iz varjenih I-nosilcev.



Slika 16 • Optimalni prerez sovprežnega stropnega sistema za razpon 25 m, sestavljen iz varjenih I-nosilcev.

6 • SKLEP

V članku smo predstavili konkurenčnost sovprežnih stropnih sistemov, sestavljenih iz jeklenih I-nosilcev in armiranobetonske plošče. Za določitev optimalne sovprežne konstrukcije je bila izvedena parametrična optimizacija s pomočjo mešanega celoštevilskega nelinearnega programiranja, MINLP. Parametrična MINLP-optimizacija je bila izvedena za različne konstrukcijske alternative, dobljene z vsemi mogočimi kombinacijami med naslednjimi različnimi parametri: različni razponi (od 5 m do 25 m), različni trdnostni razredi jekla, različne trdnosti betona, različni prerezi jeklenih nosilcev (varjeni I-nosilci, standardni IPE-profil in HEA-profil), različne odpornosti sovprežnega prereza

(plastična ali elastična odpornost), različne lege nevtralnih osi, različne lege težiščnih osi idealiziranega (popolnoma jeklenega) sovprežnega prereza, različne armaturne mreže in različne diskretne debeline armiranobetonske plošče. Konstrukcija je bila obremenjena z lastno težo in koristno obtežbo 4 kN/m^2 .

V študiji sovprežnih stropnih sistemov smo dokazali, da so sovprežni nosilci, dimenzionirani z elastično upogibno odpornostjo, v povprečju za 15 % do 20 % dražji od sovprežnih nosilcev s plastično upogibno odpornostjo. Ugotovili smo, da je sovprežni stropni sistem z jeklenimi IPE-profil najoptimalnejši sistem za raz-

pone do 10 m, medtem ko je sovprežni sistem z varjenimi I-nosilci najugodnejši sistem za vse razpone, večje od 10 m. Sovprežni stropni sistem s HEA-profilom je nekonkurenčen.

V pričujoči študiji smo obravnavali samo sovprežni stropni sistem, sestavljen iz monolitne armiranobetonske plošče in jeklenih I-nosilcev. Zagotovo so lahko optimalnejši tudi drugačni sistemi, kot so sistemi s prefabriciranimi armiranobetonskimi ploščami, s sovprežnimi ploščami ali s paličnimi jeklenimi I-nosilci. Tudi posebna analiza uporabe različnih sistemov podpiranja (kontinuirano podprti, delno podprti ali nepodprti) v času gradnje bi zagotovo bila za sovprežne stropne sisteme, pri različnih razponih in obtežbah, zanimiva in bi podala še bolj podrobno stroškovno sliko.

7 • LITERATURA

- Brooke A., Kendrick D. and Meeraus A., GAMS - A User's Guide, Scientific Press, Redwood City, CA, 1988.
- CPLEX User Notes, ILOG inc, 2016.
- Drudd, A.S., CONOPT – A Large-Scale GRG Code, *ORSA Journal on Computing*, 6(2), 207-216, 1994.
- Kaveh, A., Massoudi, M.S., Cost optimization of a composite floor system using ant colony system, *Iranian Journal of Science and Technology-Transactions of Civil Engineering*, 36(C2), 139-148, 2012.
- Kaveh, A., Ahangaran, M., Discrete cost optimization of composite floor system using social harmony search model, *Applied Soft Computing*, 12, 372-381, 2012.
- Klanšek, U., Kravanja, S., Cost estimation, optimization and competitiveness of different composite floor systems—Part 1: Self-manufacturing cost estimation of composite and steel structures, *Journal of Constructional Steel Research*, 62(5), 434-448, 2006a.
- Klanšek, U., Kravanja, S., Cost estimation, optimization and competitiveness of different composite floor systems—Part 2: Optimization based competitiveness between the composite I beams, channel-section and hollow-section trusses, *Journal of Constructional Steel Research*, 62(5), 449-462, 2006b.
- Kravanja, S., Kravanja, Z., Bedenik, B.S., The MINLP optimization approach to structural synthesis. Part I: A general view on simultaneous topology and parameter optimization, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 43(2), 263-292, 1998a.
- Kravanja, S., Kravanja, Z., Bedenik, B.S., The MINLP optimization approach to structural synthesis. Part II: Simultaneous topology, parameter and standard dimension optimization by the use of the Linked two-phase MINLP strategy, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 43(2), 293-328, 1998b.
- Kravanja, S., Soršak, A., Kravanja, Z., Efficient multilevel MINLP strategies for solving large combinatorial problems in engineering, *Optimization and Engineering*, 4(1), 97-151, 2003.
- Kravanja, S., Žula, T., Klanšek, U., Multi-parametric MINLP optimization study of a composite I beam floor system, *Engineering Structures*, 130, 316-335, 2017.
- Kravanja, Z., Grossmann, I.E., New Developments and Capabilities in PROSYN - An Automated Topology and Parameter Process Synthesizer, *Computers & Chemical Engineering*, 18(11-12), 1097-1114, 1994.
- Kravanja, Z., Challenges in sustainable integrated process synthesis and the capabilities of an MINLP process synthesizer MipSyn, *Computers & Chemical Engineering*, 34(11), 1831-1848, 2010.
- Omkar, S.N., Senthilnath, J., Khandelwal, R., Naik, G.N., Gopalakrishnan, S., Artificial Bee Colony (ABC) for multi-objective design optimization of composite structures, *Applied Soft Computing*, 11, 489-499, 2011.

Poitras, G., Lefrançois, G., Cormier, G., Optimization of steel floor systems using particle swarm optimization, *Journal of Constructional Steel Research*, 67(8), 1225-1231, 2011.

Senouci A.B., Al-Ansari M.S., Cost optimization of composite beams using genetic algorithms, *Advances in Engineering Software*, 40, 1112-1118, 2009.

SIST, SIST EN 1990:2004, Evrokod 0, Osnove projektiranja, Slovenski inštitut za standardizacijo, Ljubljana, 2004a.

SIST, SIST EN 1991-1-1:2004, Evrokod 1, Vplivi na konstrukcije-Del 1-1, Splošni vplivi - Gostote, lastna teža, koristne obtežbe stavb, Slovenski inštitut za standardizacijo, Ljubljana, 2004b.

SIST, SIST EN 1992-1-1:2005, Evrokod 2, Projektiranje betonskih konstrukcij-Del 1-1, Splošna pravila in pravila za stavbe, Slovenski inštitut za standardizacijo, Ljubljana, 2005a.

SIST, SIST EN 1993-1-1:2005, Evrokod 3, Projektiranje jeklenih konstrukcij-Del 1-1, Splošna pravila in pravila za stavbe, Slovenski inštitut za standardizacijo, Ljubljana, 2005b.

SIST, SIST EN 1994-1-1:2005, Evrokod 4, Projektiranje jeklenih konstrukcij-Del 1-1, Splošna pravila in pravila za stavbe, Slovenski inštitut za standardizacijo, Ljubljana, 2005c.

Žula, T., Kravanja, S., Klanšek, U., MINLP optimization of a composite I beam floor system, *Steel and Composite Structures*, 22(5), 1163-1192, 2016.

Žula, T., Kravanja, S., MINLP optimiranje sovprežnega stropnega sistema z I-nosilci, *Gradbeni vestnik*, 66, 194-203, 2017.

Žula, T., Kravanja, S., MINLP optimiranje sovprežnega stropnega sistema z elastično odpornostjo nosilca, *Gradbeni vestnik*, 67, 210-218, 2018.