

Ivan ZAGRADIŠNIK  
Bojan SLEMNİK

# ELEKTRIČNI ROTACIJSKI STROJI



Univerzitetna založba  
Univerze v Mariboru





Univerza v Mariboru

---

Fakulteta za elektrotehniko,  
računalništvo in informatiko

# ELEKTRIČNI ROTACIJSKI STROJI

Avtorja

**Ivan Zagradišnik**

**Bojan Slemnik**

Februar 2023

**Naslov** **Električni rotacijski stroji**  
*Title* *Rotating Electrical Machines*

**Avtorja** Ivan Zagradišnik  
*Authors* (Univerza v Mariboru, Fakulteta za elektrotehniko, računalništvo in informatiko)

Bojan Slemnik  
(Relief d.o.o.)

**Recenzija** Božidar Hribernik  
*Review* (Univerza v Mariboru, Fakulteta za elektrotehniko, računalništvo in informatiko)

Peter Jereb  
(Univerza v Ljubljani Fakulteta za elektrotehniko)

**Jezikovni pregled** Vlasta Praprotnik  
*Language edeting*

**Tehnična urednika** Ivan Zagradišnik  
*Technical editors* (Univerza v Mariboru, Fakulteta za elektrotehniko, računalništvo in informatiko)

Jan Perša  
(Univerza v Mariboru, Univerzitetna založba)

**Izdelava risb** Denis Dremelj, Viktor Goričan, Miralem Hadžiselimović, avtorja, 2001  
*Drawings*

**Oblikovanje ovitka** avtor ovitka: Matej Koren, 2001; Prilagoditev in predelava v elektronsko obliko po osnovni zasnovi  
*Cover designer* oblikovalca: Jan Perša, Robert Brezovnik, 2023

**Založnik** **Univerza v Mariboru, Univerzitetna založba**  
*Published by* Slomškov trg 15, 2000 Maribor, Slovenija  
<https://press.um.si>, [zalozba@um.si](mailto:zalozba@um.si)

**Izdajatelj** **Univerza v Mariboru, Fakulteta za elektrotehniko, računalništvo in informatiko**  
*Issued by* Koroška cesta 46, 2000 Maribor, Slovenija  
<https://feri.um.si>, [feri@um.si](mailto:feri@um.si)

**Izdaja** Prva izdaja  
*Edition*

**Izdano** Maribor, februar 2023  
*Published at*

**Vrsta publikacije** E-knjiga  
*Publication type*

**Prejšnje izdaje** Tiskane izdaje: 1. izd. 2001, 2. izd. 2002, 3. izd. 2003, 4.  
*Edition history* izd. 2005, 5. izd. 2009, 6. izd. 2012, ponatis 6. izd. 2022

**Dostopno na** <https://press.um.si/index.php/ump/catalog/book/758>  
*Available at*

CIP - Kataložni zapis o publikaciji  
Univerzitetna knjižnica Maribor

621.313.3(075.8) (0.034.2)

ZAGRADIŠNIK, Ivan  
Električni rotacijski stroji  
[Elektronski vir] / avtorja Ivan  
Zagradišnik, Bojan Slemnik ; [izdelava  
risb Denis Dremelj ... et al.]. - 1. izd.  
- E-knjiga. - Maribor : Univerza v  
Mariboru, Univerzitetna založba, 2023

Način dostopa (URL):  
[https://press.um.si/index.php/ump/catalog/  
book/758](https://press.um.si/index.php/ump/catalog/book/758)  
ISBN 978-961-286-705-8 (PDF)  
doi: 10.18690/um.feri.1.2023  
COBISS.SI-ID 141947651



© Univerza v Mariboru, Univerzitetna založba  
/ University of Maribor, University Press

**Besedilo / Text** © Zagradišnik, Slemnik, 2023

To delo je objavljeno pod licenco Creative Commons Priznanje avtorstva-Nekomercialno-Brez predelav 4.0 Mednarodna. / *This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivs 4.0 International License.*

Uporabnikom je dovoljeno reproduciranje brez predelave avtorskega dela, distribuiranje, dajanje v najem in priobčitev javnosti samega izvirnega avtorskega dela, in sicer pod pogojem, da navedejo avtorja in da ne gre za komercialno uporabo.

Vsa gradiva tretjih oseb v tej knjigi so objavljena pod licenco Creative Commons, razen če to ni navedeno drugače. Če želite ponovno uporabiti gradivo tretjih oseb, ki ni zajeto v licenci Creative Commons, boste morali pridobiti dovoljenje neposredno od imetnika avtorskih pravic.

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>

**ISBN** 978-961-286-705-8 (pdf) **DOI** <https://doi.org/10.18690/um.feri.1.2023>

**Cena** Brezplačni izvod **Odgovorna oseba založnika** prof. dr. Zdravko Kačič,  
*Price* *For publisher* rektor Univerze v Mariboru

**Citiranje** Zagradišnik, I., Slemnik, B. (2023). *Električni rotacijski stroji: učbenik*. Univerza v Mariboru, Univerzitetna  
*Attribution* založba. doi: 10.18690/um.feri.1.2023

# VSEBINA

	Stran	
<b>1</b>	<b>UVOD V ELEKTRIČNE ROTACIJSKE STROJE</b>	1
1.1	OSNOVNE OBLIKE MAGNETNEGA KROGA ROTACIJSKIH STROJEV	1
1.2	VZBUJANJE NAVITIJ	3
1.2.1	Magnetno polje koncentričnega navitja	3
1.2.2	Magnetno polje porazdeljenega navitja	4
1.2.3	Vrtilno magnetno polje	7
1.2.4	Prostorske harmonske komponente magnetnega polja	10
1.2.5	Harmonske komponente nasičenja	12
1.3	NAVITJA IZMENIČNIH STROJEV	13
1.3.1	Inducirana napetost v vodniku in tuljavi	13
1.3.2	Trifazno pasovno navitje	16
1.3.3	Faktor navitja	20
1.3.4	Primeri raznih vrst navitij	22
1.4	INDUCIRANE NAPETOSTI V NAVITJU	40
1.4.1	Inducirana napetost osnovne harmonske komponente	40
1.4.2	Inducirane napetosti višjih harmonskih komponent	41
1.5	TOKOVNA OBLOGA	42
1.5.1	Pojem tokovne obloge	42
1.5.2	Tokovna obloga in vzbujanje trifaznega stroja	44
1.5.3	Produkt gostote toka in tokovne obloge	45
1.6	REAKTANCE NAVITIJ	46
1.6.1	Navitja in njihove konstante	46
1.6.2	Glavni in razsipani fluks	48
1.6.3	Računanje z reaktancami	50
1.6.4	Magnetilne (glavne) reaktance večfaznih navitij	51
1.6.5	Razsipane reaktance	53
1.7	IZGUBE IN IZKORISTEK	63
1.7.1	Vrste izgub	63
1.7.2	Izkoristek	68
1.8	SEGREVANJE IN OHLAJEVANJE	69
1.8.1	Proizvodnja in prehod toplote	69
1.8.2	Segrevanje in ohlajevanje električnega stroja	70
1.8.3	Dovoljene temperature	73
1.9	DODATEK ZA FOURIERJEVO ANALIZO	74
1.10	LITERATURA ZA UVOD V ROTACIJSKE STROJE	76
<b>2</b>	<b>ASINHRONSKI STROJI</b>	77
2.1	UVOD	77

## II

	Stran	
2.1.1	Opis konstrukcijskih izvedb	77
2.1.2	Način delovanja stroja z drsnimi obroči pri mirujočem rotorju, priključenega na omrežje sinusne napetosti	78
2.1.3	Način delovanja stroja pri vrtečem kratkosklenjenem rotorskem navitju	81
2.1.4	Izračun sile in vrtilnega momenta pri kratkosklenjenem rotorskem navitju	83
2.2	ANALITIČNA OBRAVNAVA ASINHRONSKEGA STROJA	84
2.2.1	Splošne napetostne enačbe	84
2.2.2	Nadomestno vezje asinhronskega stroja	86
2.2.3	Približne razmere	87
2.3	OBRATOVANJE ASINHRONSKEGA STROJA S KRATKOSKLENJENIM ROTORSKIM NAVITJEM NA TOGEM OMREŽJU	88
2.3.1	Reaktanca razsipanja v idealnem kratkem stiku	88
2.3.2	Tirnica statorskega toka	89
2.3.3	Energijska bilanca asinhronskega stroja (motorja)	91
2.3.4	Izračun vrtilnega momenta (navora) stroja	92
2.3.5	Praktična grafična konstrukcija krožnega diagrama in njegove vrednosti	93
2.3.6	Konstrukcija krožnega diagrama iz podatkov meritev	95
2.3.7	Krivulja vrtilnega momenta	96
2.3.8	Krivulji moči in vrtilnega momenta	98
2.3.9	Klossova enačba in Klossov diagram vrtilnega momenta	99
2.4	ZAGON ASINHRONSKIH MOTORJEV	101
2.4.1	Zagon asinhronskega motorja z drsnimi obroči	101
2.4.2	Zagon asinhronskega motorja s kratkostično kletko	103
2.4.3	Težave pri zagonih asinhronskih motorjev	107
2.4.4	Izvedbe kratkostičnih kletk	109
2.4.5	Krivulje vrtilnih momentov asinhronskih motorjev različnih izvedb rotorskih navitij	112
2.4.6	Tok v kratkostični kletki in upornost kletke	113
2.4.7	Poševnost utorov pri kratkostičnih kletkah	115
2.5	MOŽNOSTI SPREMINJANJA ŠTEVILA VRTLJAJEV MOTORJA	116
2.5.1	Spreminjanje frekvence napajalne napetosti	116
2.5.2	Spreminjanje števila polov	118
2.5.3	Spreminjanje slipa	119
2.6	SPREMINJANJE VRTILNEGA MOMENTA MOTORJA	120
2.6.1	Spremenjeno nadomestno vezje	121
2.6.2	Spreminjanje vrtilnega momenta s komponentama statorskega toka	124
2.7	ZAVIRANJE ASINHRONSKIH STROJEV	126
2.7.1	Protitečno zaviranje	127
2.7.2	Generatorsko zaviranje	127
2.8	ASINHRONSKI GENERATOR	127

### III

	Stran	
2.8.1	Asinhronski generator na togem omrežju	127
2.8.2	Samovzbujalni asinhronski generator na lastnem omrežju	128
2.9	VRTILNI TRANSFORMATOR	130
2.10	ENOFAZNI ASINHRONSKI MOTORJI	131
2.10.1	Način delovanja motorja brez pomožne faze	131
2.10.2	Enofazni motor s trajno vključeno pomožno fazo	137
2.10.3	Uporaba trifaznega motorja kot enofazni motor	144
2.10.4	Enofazni motor z zasenčenimi poli	145
2.11	OZNAČEVANJE PRIKLJUČNIH SPONK ROTACIJSKIH STROJEV	150
2.11.1	Označevanje priključnih sponk asinhronskih strojev	150
2.12	SLIKE KONSTRUKCIJ	151
2.13	LITERATURA ZA ASINHRONSKE STROJE	156
<b>3</b>	<b>SINHRONSKI STROJI</b>	<b>157</b>
3.1	OPIS KONSTRUKCIJE IN NAČIN DELOVANJA	157
3.1.1	Opis konstrukcije	157
3.1.2	Način delovanja	158
3.2	OBRATOVANJE SINHRONSKEGA STROJA NA TOGEM OMREŽJU	161
3.2.1	Napetosti stroja	161
3.2.2	Sinhronizacija sinhronskega stroja na omrežje	161
3.2.3	Prevzem obremenitve stroja	162
3.3	ANALITIČNA OBRAVNAVA	167
3.3.1	Splošna napetostna enačba	167
3.3.2	Stroj s cilindričnim rotorjem	169
3.3.3	Stroj z izraženimi poli	171
3.3.4	Kratki stik	174
3.4	OBRATOVANJE NENASIČENEGA SINHRONSKEGA STROJA NA TOGEM OMREŽJU	175
3.4.1	Tok kotve	175
3.4.2	Vrtilni moment	176
3.4.3	Statična stabilnost in nihanje sinhronskega stroja	178
3.4.4	Tokovne karakteristike	182
3.4.5	Krivulje V	183
3.5	OBRATOVANJE NENASIČENEGA SINHRONSKEGA STROJA NA LASTNEM OMREŽJU	184
3.5.1	Tok kotve	185
3.5.2	Vrtilni moment	185
3.5.3	Tokovno napetostne karakteristike	188
3.5.4	Zavorno obratovanje	190
3.5.5	Spreminjanje vrtilnega momenta in vrtljajev sinhronskega motorja	191

	Stran	
3.6	PRIBLIŽNA OBRAVNAVA NASIČENEGA STROJA	194
3.6.1	Prosti tek	195
3.6.2	Kratki stik	195
3.6.3	Obremenitev	196
3.6.4	Notranja karakteristika in Potierova reaktanca	198
3.6.5	Določitev nazivnega vzbujalnega toka	199
3.7	KONSTRUKCIJA SINHRONSKIH STROJEV	200
3.7.1	Vplivi na obliko konstrukcije	200
3.8	VZBUJANJE SINHRONSKIH STROJEV	203
3.8.1	Vzbujalne sheme	203
3.8.2	Vzbujanje s trajnimi magneti	205
3.9	NESTACIONARNO OBRATOVANJE SINHRONSKEGA STROJA	210
3.9.1	Vrste nestacionarnih obratovanj	210
3.9.2	Trifazni udarni kratki stik	211
3.10	POSEBNI SINHRONSKI MOTORJI	218
3.10.1	Splošno	218
3.10.2	Sinhronski motor s trajnimi magneti v rotorju	218
3.10.3	Sinhronski motor s histereznim rotorjem	227
3.10.4	Sinhronski motorji s trajnimi magneti in z izraženimi poli na statorju	232
3.11	KORAČNI MOTORJI	235
3.11.1	Uvod	235
3.11.2	Delovanje	236
3.11.3	Oblika gradnje	237
3.11.4	Vrtilni moment, koračni kot in koračna frekvenca	240
3.12	LITERATURA ZA SINHRONSKE STROJE	250
4	<b>KOMUTATORSKI STROJI</b>	<b>251</b>
4.1	UVOD	251
4.1.1	Sestavni deli	251
4.1.2	Osnovni način delovanja	253
4.2	NAVITJA KOMUTATORSKIH STROJEV	257
4.2.1	Osnovni pojmi	257
4.2.2	Zankasto navitje	260
4.2.3	Valovito navitje	264
4.2.4	Splošna teorija navitij komutatorskih strojev	266
4.3	TEORIJA ENOSMERNIH STROJEV	268
4.3.1	Inducirana napetost	268
4.3.2	Vrtilni moment	270
4.3.3	Reakcija kotve	270
4.3.4	Komutacija	277



	Stran	
4.4	SKLOP ZA KOMUTACIJO	283
4.4.1	Sklop za klasično komutacijo	283
4.4.2	Sklop za elektronsko komutacijo	286
4.5	VRSTE ENOSMERNIH STROJEV	287
4.5.1	Vrste vzbujanja	287
4.5.2	Karakteristika prostega teka	288
4.5.3	Zunanja karakteristika po metodi "I" črte	289
4.5.4	Osnovne vrste enosmernih generatorjev	290
4.5.5	Motorji za enosmerni tok	295
4.5.6	Označevanje sponk navitij	298
4.5.7	Konstruiranje zunanjih karakteristik generatorjev	299
4.5.8	Konstruiranje karakteristik hitrosti vrtenja motorjev	301
4.5.9	Ocena lastnosti strojev z "I" črto	303
4.5.10	Zagon in spreminjanje hitrosti vrtenja enosmernih motorjev	304
4.5.11	Nestacionarno obratovanje enosmernih motorjev	306
4.5.12	Enačbe za tuje vzbujane enosmerne stroje v stacionarnem obratovanju	307
4.6	POSEBNI ENOSMERNI STROJI	307
4.6.1	Amplidin	307
4.7	IZMENIČNI KOMUTATORSKI STROJI	308
4.7.1	Inducirane napetosti enofaznega komutatorskega stroja	309
4.7.2	Izračun vrtilnega momenta	310
4.7.3	Komutacija enofaznega komutatorskega stroja	311
4.7.4	Enofazni komutatorski motor v serijski vezavi	312
4.7.5	Repulzijski motor	315
4.8	DODATEK ZA EKVIVALENTNO ZRAČNO REŽO	317
4.9	LITERATURA ZA KOMUTATORSKE STROJE	318
5	SEZNAM SPREMENLJIVK	319

## **Predgovor**

V Sloveniji imamo zelo malo strokovne literature s področja električnih strojev, kljub temu da obstaja močno razvita industrija različnih vrst električnih strojev, še posebej rotacijskih. V učbeniku so opisane osnove in načini delovanja različnih vrst električnih rotacijskih strojev; delo daje bralcu tudi celosten vpogled v problematiko delovanja rotacijskih strojev, podprto s številnimi referencami za posamezne vrste strojev. V posamezne dele učbenika sva vključila tudi praktične izkušnje s področja načrtovanja električnih strojev, predvsem navitij asinhronskih motorjev, ki so rezultat večletnega razvojnega dela v industriji in sodelovanja z industrijo. Zato upava, da učbenik ne bo v pomoč samo študentom elektrotehnike pri študiju rotacijskih strojev, ampak tudi razvijalcem teh vrst strojev pri obnavljanju in razširitvi osnovnih znanj o rotacijskih strojih.

Sam učbenik je razdeljen na štiri glavna poglavja, kot je razvidno iz Vsebine na začetnih straneh. V prvem poglavju – Uvod v električne rotacijske stroje – so vsebine naslednje: magnetni krogi oziroma njihova magnetna polja z različnimi vrstami višjih harmonskih komponent, navitja izmeničnih strojev in v njih inducirane napetosti, izračun glavnih in razsipanih reaktanc, opis različnih vrst izgub in izračun izkoristka ter opis segrevanja in ohlajevanja strojev. V drugem poglavju – Asinhronski stroji – so: opis konstrukcije in način delovanja, analitična obravnava, obratovanje asinhronskega stroja na togem omrežju, zagon, možnosti spreminjanja števila vrtljajev in vrtilnega momenta, zaviranje, asinhronski generator ter različne vrste enofaznih motorjev. V tretjem poglavju – Sinhronski stroji – so: opis konstrukcije in način delovanja, analitična obravnava, obratovanje nenasičenega stroja na togem in lastnem omrežju, obravnava nasičenega stroja, klasično vzbujanje in vzbujanje strojev s trajnimi magneti, nestacionarno obratovanje ter posebni sinhronski motorji, tj. motorji s trajnimi magneti, reluktančni, histerezni in koračni motorji. V četrtem poglavju – Komutatorski stroji – so: opis konstrukcije in način delovanja, različne vrste navitij enosmernih strojev, analitična obravnava, reakcija kotve, komutacija, različne vrste enosmernih strojev in njihove karakteristike, zagon, spreminjanje števila vrtljajev ter izmenični komutatorski stroji.

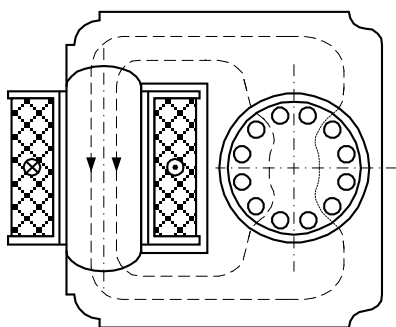
Na koncu tega predgovora se zahvaljujemo vsem sodelavcem, ki so kakorkoli sodelovali pri nastajanju tega učbenika.

# 1 UVOD V ELEKTRIČNE ROTACIJSKE STROJE

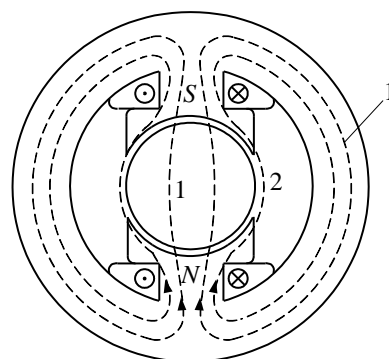
## 1.1 OSNOVNE OBLIKE MAGNETNEGA KROGA ROTACIJSKIH STROJEV

Rotacijski stroj ima mirujoči del ali stator in vrteči se del ali rotor, ki sta ločena z zračno režo. Zračna reža med obema deloma stroja omogoča gibanje stroja. Na enega od obeh glavnih delov stroja je nameščeno eno ali več navitij za vzbujanje magnetnega polja. Na drugem delu so običajno navitja, v katerih se inducira napetost. Mogoče pa je, da samo eno navitje prevzame obe vloge.

Na sliki 1.1a je prikazana v shematskem preseku najbolj enostavna izvedba stroja, ki je zelo podoben enofaznemu transformatorju. Na levem stebru je na statorju nameščeno vzbujujalo (primarno) navitje. Na desnem stebru imamo na rotorju nameščeno (sekundarno) navitje, vezano na kratko. Takšna konstrukcijska izvedba stroja predstavlja transformator v kratkem stiku. Kot bomo spoznali kasneje, se tak stroj, če bi obratoval kot motor, sploh ne bi sam zavrtel. Glede na obliko gradnje imenujemo tako izvedbo stroja tudi nesimetrično.



Sl. 1.1a Nesimetrični rotacijski stroj

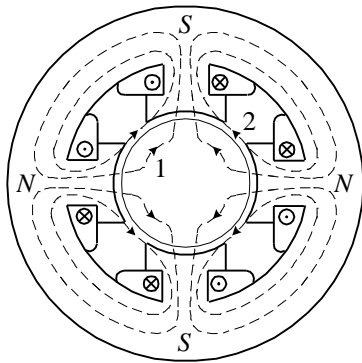


Sl. 1.1b Dvopolni stroj z izraženimi poli

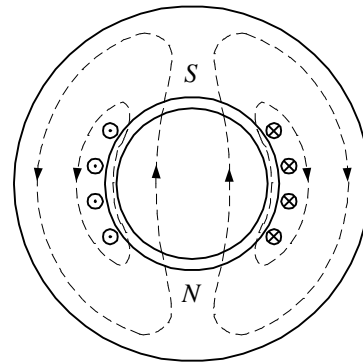
Na sliki 1.1b je prikazan rotacijsko simetrični stroj, ki ima prav tako nameščeno vzbujujalo navitje na izraženih polih statorja. Na rotorju je lahko nameščeno kratkostično navitje, kot v primeru nesimetričnega statorja na sliki 1.1a, ali pa normalno navitje. Izvodi od posameznih tuljav navitja v rotorju so v tem primeru vezani na med seboj izolirane lamele, ki drsijo po mirujočih ščetkah. Na tak način lahko na rotor pritismo ali odvezemamo napetost, odvisno od tega, ali dela stroj kot motor ali kot generator.

Na sliki 1.1b vidimo tudi pot silnic (1 – glavna pot, 2 – razsipana pot). Največji del silnic gre preko zračne reže v rotor. Pri gibanju rotorja jih sekajo vodniki navitja rotorja. Manjši del silnic se zapira od pola do pola mimo navitja rotorja. Prvi del

silnic predstavlja glavni fluks in drugi del razsipani fluks. Stroj na sliki 1.1b imenujemo tudi stroj z izraženimi poli, ker je vzbujačno navitje navito okoli vidnih – izraženih polov. Obe izvedbi stroja imata po en severni (N) in južni (S) pol. Na splošno govorimo o dvopolnem stroju ( $2p = 2$ ), za razliko od slike 1.2a, kjer vidimo štiripolni stroj z izraženimi poli na statorju.

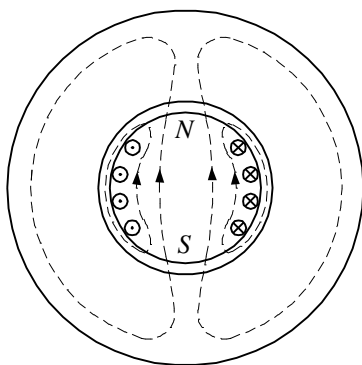


Sl. 1.2a Štiripolni stroj z izraženimi poli na statorju

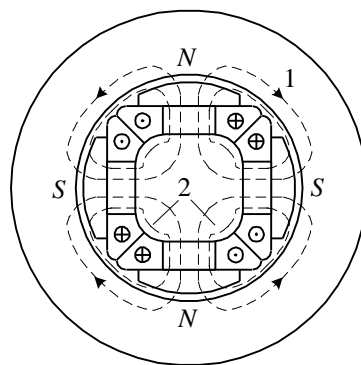


Sl. 1.2b Dvopolni stroj cilindrične izvedbe z vzbujačnim navitjem na statorju

Za stroj ni nujno, da ima izražene pole, temveč sta lahko tako stator kot rotor cilindrična z utori za namestitev navitij. Razen tega je lahko vzbujačno navitje nameščeno na statorju ali na rotorju. Tako je na sliki 1.2b nameščeno vzbujačno navitje na statorju in na sliki 1.3a na rotorju. Slika 1.3b pa prikazuje v shematskem preseku magnetni krog štiripolnega stroja z izraženimi poli in vzbujačnim navitjem na rotorju.



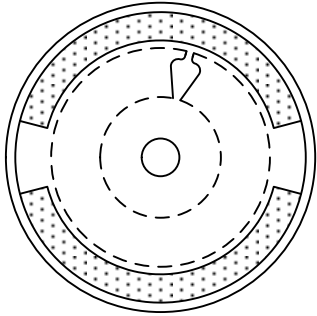
Sl. 1.3a Dvopolni stroj cilindrične izvedbe z vzbujačnim navitjem na rotorju



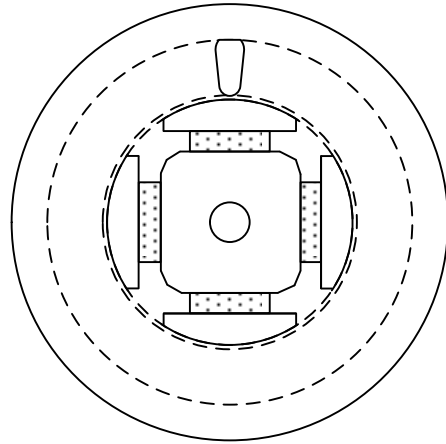
Sl. 1.3b Štiripolni stroj z izraženimi poli in vzbujačnim navitjem na rotorju

Na vzbujačno navitje je pritisnjena enosmerna ali izmenična napetost. Namesto vzbujačnega navitja, napajanega z enosmerno napetostjo, lahko uporabimo za vzbujanje tudi trajne magnete. Ti so lahko nameščeni tako na statorju, kot

prikazuje slika 1.4a, ali na rotorju, slika 1.4b. Trajni magneti so na obeh slikah prikazani pikčasto.



Sl. 1.4a Dvopolni stroj s trajnimi magneti na statorju



Sl. 1.4b Štiripolni stroj z izraženimi poli in trajnimi magneti na rotorju

## 1.2 VZBUJANJE NAVITIJ

### 1.2.1 Magnetno polje koncentričnega navitja

Koncentrično navitje poznamo že iz transformatorjev, saj je pri njih vzbujalna tuljava oziroma primarno navitje navito koncentrično okoli stebra oziroma jedra. Navitje ima geometrijsko obliko cilindra ali kolobarja. Vsi ovojji tuljave imajo isto simetralo, ki je istočasno tudi simetrala stebra transformatorja. Enako velja za vzbujalne tuljave rotacijskih strojev z izraženimi poli na slikah 1.1a, 1.1b, 1.2a in 1.3b. Če prerežemo stroj na sliki 1.1b in ga razvijemo v ravnino, dobimo sliko 1.5a. V primeru, da teče v vzbujalni tuljavi enosmerni tok  $I$ , ustvari tuljava magnetno vzbujanje  $\Theta = IN$ . Vzbujanje je po obodu stroja konstantno, menja se le predznak glede na spremembo toka v vzbujalni tuljavi za severni oziroma južni pol, kot kaže slika 1.5b. Ker imamo med statorjem in rotorjem spremenljivo zračno režo  $\delta_x$ , dobimo diferencial fluksa zračne reže za neko točko  $x$  po enačbi  $d\Phi = B_\delta l dx$  oziroma bo gostota magnetnega pretoka v točki  $x$  oboda:

$$B_\delta = \frac{d\Phi}{l dx}, \quad (1.1)$$

kjer je  $l$  vzdolžna (aksialna) dolžina stroja.

Diferencial fluksa pa je:

$$d\Phi = \frac{\Theta}{R_{mx}}, \quad (1.2)$$

kjer je  $R_{mx}$  magnetna upornost ali reluktanca poti silnic.

Pot silnic je prikazana na sliki 1.5a. Magnetno upornost sestavlja delež, ki pripada zračni reži in delež mehkega železa. Delež magnetne upornosti železa je običajno veliko manjši kot delež zračne reže, posebej še, če železo ni v nasičenju. Zato lahko magnetno upornost železa zanemarimo. Za magnetno upornost zračne reže v točki  $x$  velja enačba:  $R_{mx} = \delta_x / (\mu_0 l dx)$ . Če zanemarimo utore in zobe rotorja, vzamemo torej gladek rotor, moramo vzeti tudi nadomestno (ekvivalentno) zračno režo  $\delta_e$  (poglavje 4.8) pod polom, ki bo konstantna. Gostota magnetnega pretoka (indukcija) pod izraženim polom bo zato tudi konstantna in velja izraz:

$$B_{\delta e} = \frac{\Theta}{R_{mxe} l dx} = \frac{\mu_0 \Theta}{\delta_e}, \quad (1.3a)$$

kjer je magnetna upornost pod izraženim polom  $R_{mx} = \delta_x / (\mu_0 l dx)$ .

Med poli, tj. v simetrali med dvema sosednjima poloma, pade  $B$  na vrednost nič, ker menja  $B$  predznak in je v simetrali  $\delta \gg \delta_e$ . Potek magnetnega polja zračne reže prikazuje slika 1.5c. Kot bomo spoznali kasneje, imenujemo konstantno zračno režo  $\delta_e$  tudi ekvivalentna zračna reža.

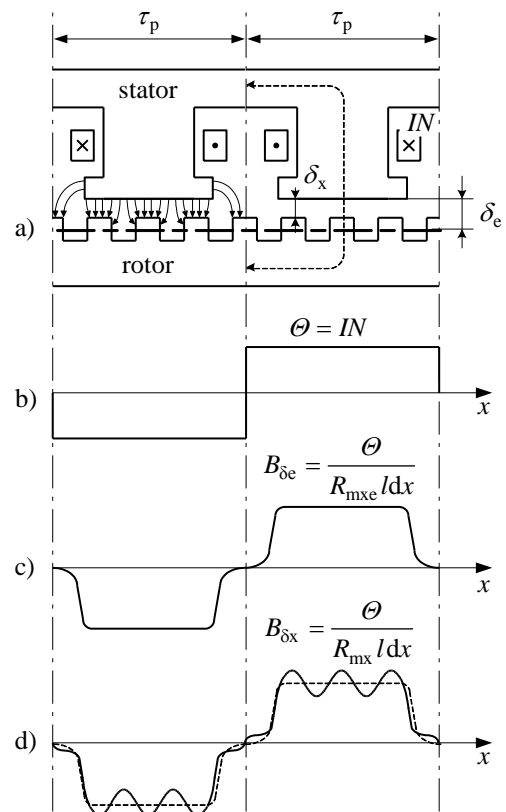
Dejanska zračna reža po obodu stroja  $\delta_x$  je pri odprtinah utorov večja in med odprtinami manjša. Sprememba zračne reže povzroči lokalna povečanja oziroma zmanjšanja magnetnega polja glede na trenutno velikost zračne reže oziroma magnetno upornost  $R_{mx}$  (sl. 1.5d) in velja:

$$B_{\delta x} = \frac{\Theta}{R_{mx} l dx}. \quad (1.3b)$$

Harmonske komponente polja zračne reže na sliki 1.5d imenujemo utorne harmonske komponente.

### 1.2.2 Magnetno polje porazdeljenega navitja

Na sliki 1.6a vidimo le eno vzbujalno tuljavo, nameščeno na statorju. Tuljava ima  $N_t$  ovojev, v katerih teče enosmerni tok  $I$ . Predpostavimo tudi, da sta odprtini utorov zanemarljivi. Po Amperovem zakonu bo:



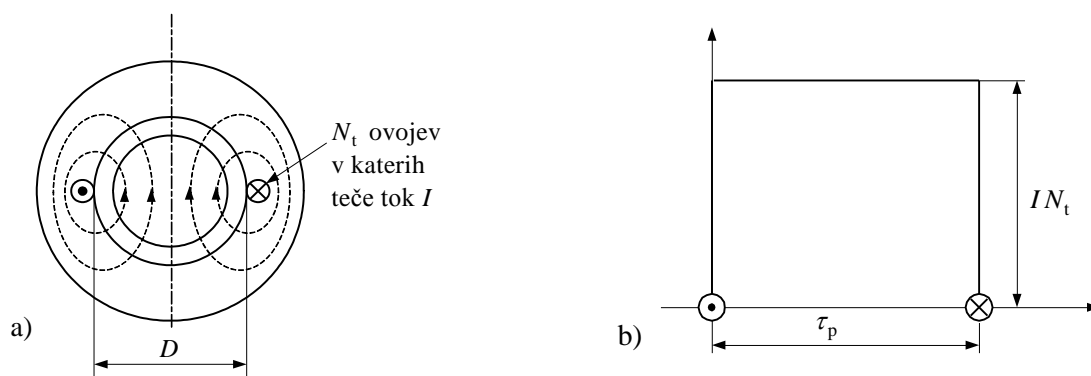
Sl. 1.5 Magnetno polje v zračni reži za primer izraženih polov na statorju

$$\oint_K \vec{H}_1 \cdot d\vec{l} = IN_t \quad (1.4)$$

za katerokoli silnico na sliki 1.6a. Torej bo magnetna napetost oziroma vzbujanje med obema stranema tuljave konstantno, tj. enako  $IN_t$ , kot kaže slika 1.6b. Tuljava leži tudi na premeru statorske izvrtine in je širina tuljave enaka loku enega pola oziroma polovemu loku  $\tau_t = \tau_p$ , če je:

$$\tau_p = \frac{D\pi}{2p} \quad (1.5)$$

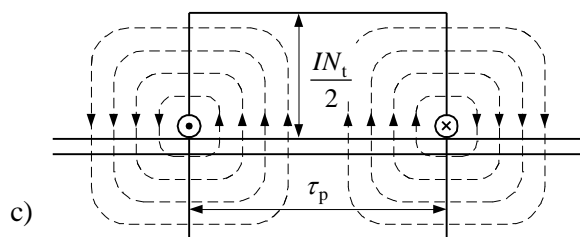
in je  $D$  premer statorske izvrtine ter  $2p$  število polov.



Sl. 1.6 a) Silnice (statorske) tuljave z  $N_t$  ovoji, b) vzbujanje tuljave z  $N_t$  ovoji

Tradicionalno je vzbujanje podano za posamezni pol, torej enako  $IN_t/2$ , kot kaže slika 1.6c, in ne za oba pola, kot kaže slika 1.6b.

Očitno je namreč, da mora biti gostota magnetnega pretoka enega pola (npr. N pola) enaka gostoti drugega pola (npr. S pola). Tudi gostota magnetnega pretoka, ki vstopa v rotor, mora biti enaka oni, ki izstopa iz rotorske površine. Iz harmonične analize je poznano, da lahko vsako periodično funkcijo zamenjamo z natančno ali približno trigonometrično vsoto. Zamenjava je najbolj natančna, če izberemo za koeficiente harmonične analize Fourierjeve koeficiente. Ker je naša funkcija na sliki 1.6c liha ali soda, odvisno od postavitve koordinatnega začetka, in simetrična, dobimo za rešitev same neparne sinusne ali kosinusne koeficiente vzbujanja.



Sl. 1.6c Magnetno polje in vzbujanje koncentrične tuljave

Na sliki 1.7a je s črko  $A$  označena amplituda vzbujanja posameznega pola prve tuljave. Torej je ustrezno vzbujanje enako:

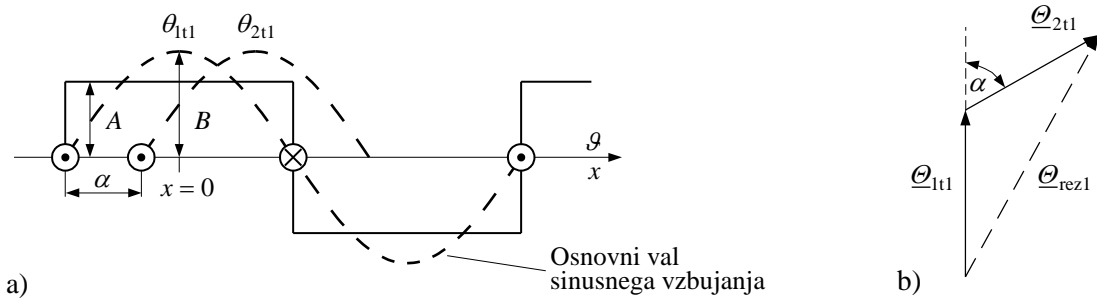
$$\Theta_t = \frac{I N_t}{2} \equiv A. \quad (1.6)$$

Osnovna harmonska komponenta amplitude  $B$  na sliki 1.7a ima velikost ( $\hat{\Theta}_{t1} = \hat{\Theta}_{1t1}$ ):

$$\hat{\Theta}_{t1} = \frac{4 I N_t}{\pi 2} \equiv B = \frac{4}{\pi} A. \quad (1.7)$$

Za prostorsko porazdelitev vzbujanja osnovne harmonske komponente odvisno od  $x$  ali kota  $\vartheta = (\pi / \tau_p)x$  velja, glede na amplitudo vzbujanja na sliki 1.7a, izraz:

$$\theta_1(x) = \hat{\Theta}_{t1} \cos\left(\frac{\pi}{\tau_p} x\right) = \hat{\Theta}_{t1} \cos \vartheta. \quad (1.8)$$



Sl. 1.7 a) Prostorska porazdelitev, b) rezultirajoče vzbujanje za dve tuljavi

V primeru, da imamo v prostoru, tj. po obodu, dve tuljavi premaknjeni za kot  $\alpha$ , bo skupna amplituda enaka geometrijski vsoti obeh amplitud. Za sinusne veličine lahko uporabimo kompleksni račun in seštejemo obe osnovni harmonski komponenti vzbujanja, kot je prikazano na sliki 1.7b, torej je:

$$\underline{\Theta}_{rez1} = \underline{\Theta}_{1t1} + \underline{\Theta}_{2t1}. \quad (1.9)$$

Na splošno velja, da je amplituda osnovne harmonske komponente vzbujanja prostorsko porazdeljenega navitja večpolnega stroja, napajanega z enosmernim tokom:

$$\hat{\Theta}_1 = \frac{4 N f_n}{\pi 2p} I, \quad (1.10)$$

če je  $N$  število ovojev vseh zaporedno (serijsko) vezanih tuljav za " $p$ " polovih parov ter s tem število ovojev tuljave  $N_t = N/p$ ;  $f_n$  pa je razmerje med geometrijsko in aritmetično vsoto vzbujanja (sl. 1.7b):

$$f_n = \frac{\sum_{\text{geom.}} \Theta}{\sum_{\text{arit.}} \Theta} = \frac{\Theta_{rez}}{\sum_{i=1}^n \Theta_i}. \quad (1.11)$$

Razmerje  $f_n$  imenujemo tudi faktor navitja in bo podrobneje razložen pozneje. Faktor navitja  $f_n \leq 1$  in je z njim upoštevana prostorska porazdelitev več tuljav, ki

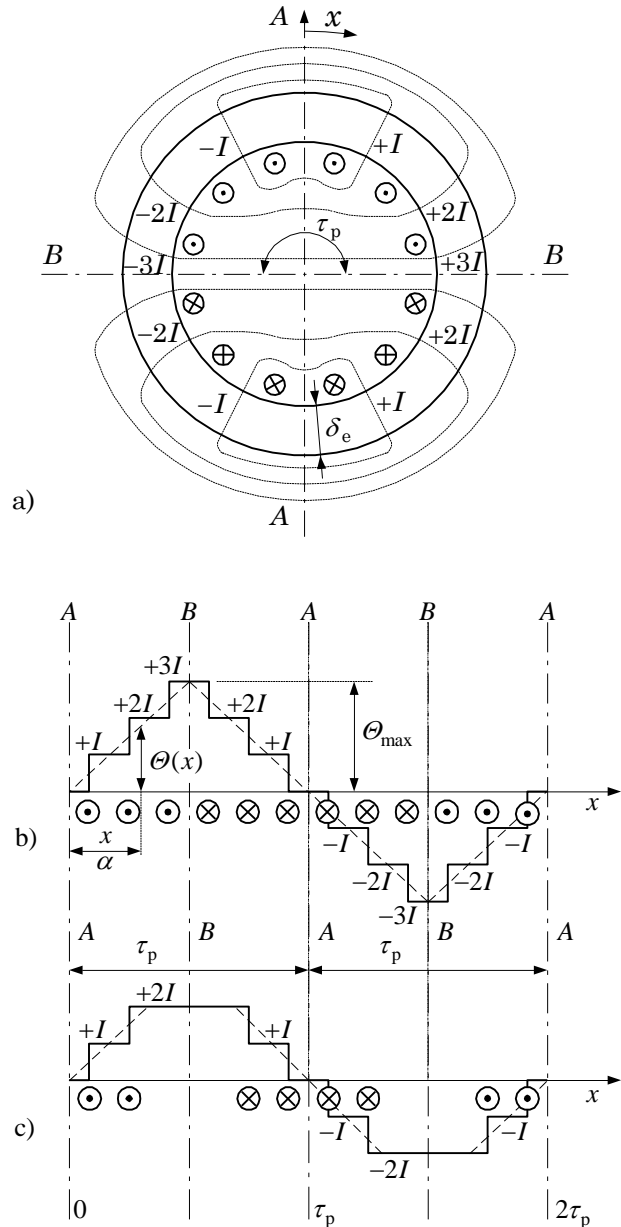


jih nadomestimo z eno tuljavo. Ta ima ekvivalentno število ovojev  $N_t = N f_n / p$ . Za eno samo tuljavo je  $f_n = 1$ , ker sta geometrijska in aritmetična vsota vzbujanja enaki.

V primeru, da imamo npr. v rotorju stroja šest vzbujalnih tuljav, kot kaže slika 1.8a, dobimo za razviti obod rotorja vzbujalno krivuljo na sliki 1.8b. Vzbujalna krivulja ima obliko stopnic, katerih velikost je sorazmerna toku  $I$ . V primeru, da bi imeli v rotorju neskončno utorov, torej tudi neskončno tuljav, bi namesto stopnic dobili premico (črtkana črta), za katero velja enačba premice:

$$\theta(x) = \theta_{\max} x / (\tau_p / 2) \text{ za } 0 \leq x \leq \tau_p / 2.$$

V gradnji (sinhronskih) strojev ni običajno, da bi namestili vzbujalno navitje po celotnem obodu rotorja na sliki 1.8a, ker se tedaj preveč poslabša faktor navitja po enačbi (1.11). Če imamo nameščene le štiri tuljave na  $2/3$  oboda, bo imela vzbujalna krivulja obliko po sliki 1.8c in pri neskončnem številu tuljav obliko trapeza (črtkana črta). Ta oblika se približa obliki idealne (sinusne) vzbujalne krivulje in dobimo močno zmanjšane višje harmonske komponente vzbujanja, ki samo motijo delovanje strojev.



Sl. 1.8 Vzbujanje porazdeljenega navitja

### 1.2.3 Vrtilno magnetno polje

V primeru, da napajamo vzbujalno navitje z izmeničnim tokom  $i = \sqrt{2} I \cos(\omega t)$ , bo tudi vzbujanje izmenično. Za osnovno harmonsko komponento vzbujanja velja:

$$\theta(x, t) = \hat{\theta}_1 \cos\left(\frac{\pi}{\tau_p} x\right) \cos(\omega t). \quad (1.12)$$

Amplituda vzbujanja za napajanje z izmeničnim tokom je po enačbi (1.10):

$$\hat{\Theta}_1 = \frac{4 N f_n}{\pi 2p} I \sqrt{2}. \quad (1.10a)$$

V zračni reži stroja je odvisnost med vzbujanjem in magnetnim poljem:

$$b(x,t) = \frac{\mu_0 \theta(x,t)}{\delta_e}. \quad (1.13)$$

Torej je magnetno polje sorazmerno vzbujanju, ker sta permeabilnost zraka  $\mu_0$  in zračna reža  $\delta_e$  konstanti. Za gostoto magnetnega pretoka velja:

$$b(x,t) = \hat{B}_1 \cos\left(\left(\frac{\pi}{\tau_p}\right)x\right) \cos(\omega t) = \hat{B}_1 \cos \mathcal{G} \cos(\omega t), \quad (1.14)$$

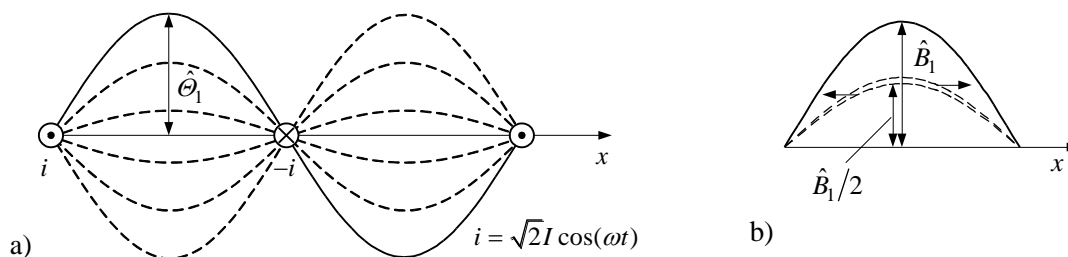
kjer je  $\hat{B}_1 = \mu_0 \hat{\Theta}_1 / \delta_e$  in kot  $\mathcal{G} = (\pi / \tau_p)x$ .

Magnetno polje po enačbi (1.14) imenujemo tudi pulzirajoče polje (sl. 1.9a). S pomočjo trigonometrijskih funkcij ga lahko razstavimo na dve vrtilni polji polovičnih amplitud (sl. 1.9b):

$$b(x,t) = \frac{\hat{B}_1}{2} \left( \cos\left(\left(\frac{\pi}{\tau_p}\right)x - \omega t\right) + \cos\left(\left(\frac{\pi}{\tau_p}\right)x + \omega t\right) \right). \quad (1.15)$$

$\xrightarrow{\text{pozitivno}} \qquad \qquad \qquad \xleftarrow{\text{negativno}}$

Magnetno polje, ki potuje v desno, imenujemo pozitivno vrtilno polje in magnetno polje, ki potuje v levo, negativno vrtilno polje.



Sl. 1.9 a) Pulzirajoče in b) vrtilno magnetno polje za enofazno izmenično vzbujanje

Hitrost gibanja amplitude magnetnega polja za pozitivni in negativni val ( $\cos(0) = 1$ ) dobimo iz pogoja za vrednost argumenta funkcije po enačbi (1.15):

$$\frac{\pi}{\tau_p} x \mp \omega t = 0 \rightarrow x = \pm \omega t \frac{\tau_p}{\pi}. \quad (1.16)$$

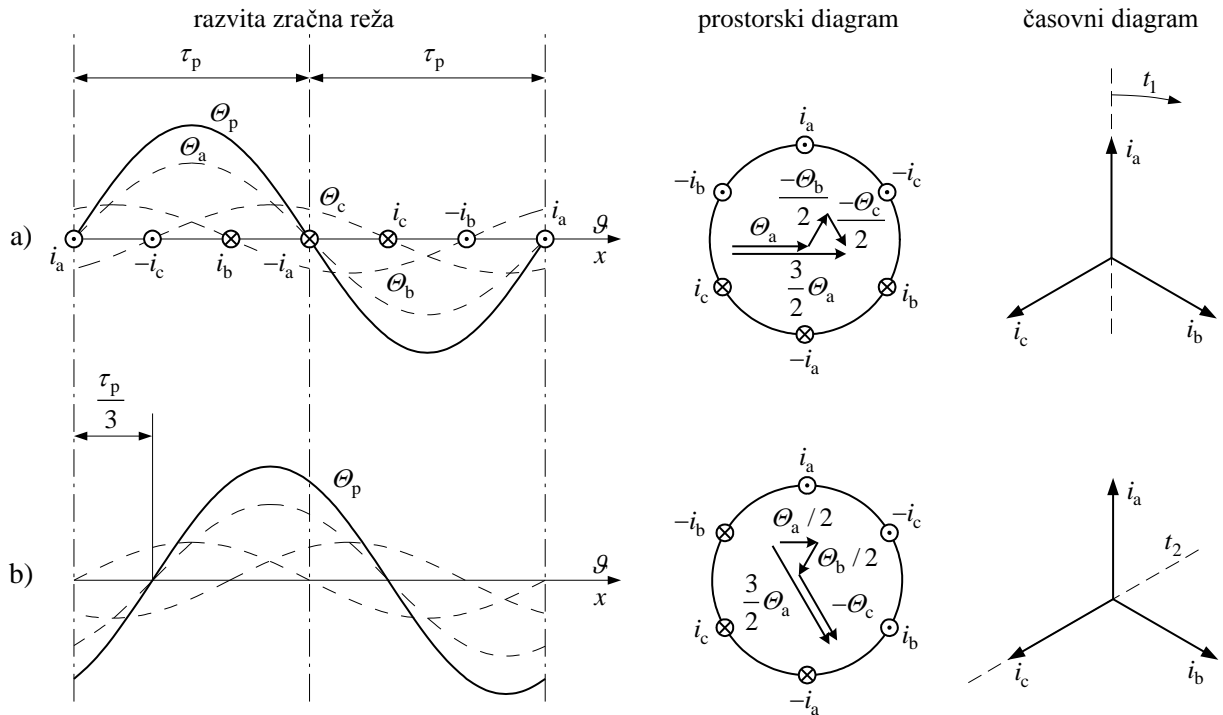
Z odvajanjem enačbe (1.16) po času dobimo hitrost:

$$v = \frac{dx}{dt} = \pm \omega \frac{\tau_p}{\pi} = \pm 2f \frac{D\pi}{2p} = D\pi n \quad (1.17)$$

in iz te enačbe število vrtljajev za pozitivno in negativno komponento vrtilnega magnetnega polja:

$$n = \pm \frac{f}{p}. \quad (1.18)$$

V primeru, da imamo tri enaka porazdeljena vzbujalna navitja, premaknjena v prostoru za  $\alpha_f = 120^\circ$  oziroma  $2\pi/3$  radianov in napajana s tremi izmeničnimi tokovi, časovno premaknjenimi za  $120^\circ$ , dobimo za dvopolni stroj sliko vzbujanja 1.10a za položaj časovnice  $\omega t = 0^\circ$  oziroma 1.10b za  $\omega t = 60^\circ$ .



Sl. 1.10 Slike vzbujanja in prostorski prikaz kazalcev dvopolnega stroja

Za stroj z  $2p$  polov dobimo vzbujanje, ki se po obodu ponavlja s periodo dvojnega polovega koraka  $2\tau_p$ . Zato velja, da je električni kot premika navitja posameznih faz  $\alpha_f$  v trifaznem sistemu vedno  $360^\circ/3 = 120^\circ$  in da je prostorski ali mehanski kot premika podan z enačbo:

$$\alpha_{mf} = \frac{\alpha_f}{p} = \frac{120^\circ}{p} \equiv \frac{2\pi/3}{p} \quad (1.19a)$$

ali obratno

$$\alpha_f = p \alpha_{mf}. \quad (1.19b)$$

Ker je po enačbi (1.13) magnetno polje zračne reže  $B \propto \Theta$ , velja za posamezne faze:

$$\text{faza "a"} \quad \frac{\hat{B}_1}{2} (\cos(\vartheta - \omega t) + \cos(\vartheta + \omega t)) = b_{ap} + b_{an}, \quad (1.20a)$$

$$\begin{aligned}
\text{faza "b"} \quad & \frac{\hat{B}_1}{2} \left( \cos \left( \left( \vartheta - \frac{2\pi}{3} \right) - \left( \omega t - \frac{2\pi}{3} \right) \right) + \cos \left( \left( \vartheta - \frac{2\pi}{3} \right) + \left( \omega t - \frac{2\pi}{3} \right) \right) \right) = \\
& = b_{bp} + b_{bn}, \tag{1.20b}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{faza "c"} \quad & \frac{\hat{B}_1}{2} \left( \cos \left( \left( \vartheta - \frac{4\pi}{3} \right) - \left( \omega t - \frac{4\pi}{3} \right) \right) + \cos \left( \left( \vartheta - \frac{4\pi}{3} \right) + \left( \omega t - \frac{4\pi}{3} \right) \right) \right) = \\
& = b_{cp} + b_{cn}. \tag{1.20c}
\end{aligned}$$

Vsota pozitivnih valov magnetnega polja vseh treh faz je:

$$b_p = b_{ap} + b_{bp} + b_{cp} = \frac{3}{2} \hat{B}_1 \cos(\vartheta - \omega t) = \frac{3}{2} \hat{B}_1 \cos \left( \frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t \right) \tag{1.21}$$

in vsota negativnih valov

$$b_n = b_{an} + b_{bn} + b_{cn} = 0. \tag{1.22}$$

Vidimo, da nam v simetričnem trifaznem sistemu odpade negativno vrtilno polje oziroma da je vsota enaka nič. Na splošno velja za simetrični večfazni sistem, da je pozitivno vrtilno polje enako:

$$b_p = \frac{m}{2} \hat{B}_1 \cos \left( \frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t \right). \tag{1.23}$$

Amplituda magnetnega polja večfaznega vzbujačnega sistema je  $m/2$  krat večja od amplitude pulzirajočega magnetnega polja posamezne faze. Zato je tudi amplituda vzbujanja, ki to magnetno polje ustvarja, z upoštevanjem enačbe (1.10a),  $m/2$  krat večja. Velja izraz za amplitudo vzbujanja:

$$\hat{\Theta}_1 = \frac{m}{2} \frac{4}{\pi} \frac{N f_n}{2p} I \sqrt{2}. \tag{1.10b}$$

#### 1.2.4 Prostorske harmonske komponente magnetnega polja

Enačbo za vzbujanje (1.8) lahko pišemo v razširjeni obliki za poljubno prostorsko harmonsko komponento reda:

$$\theta_v(x) = \frac{\hat{\Theta}_1}{\nu} \cos \left( \frac{\pi}{\tau_{pv}} x \right), \tag{1.24}$$

kjer je  $\nu = 1, 3, 5, 7, \dots$  red harmonske komponente. Prostorska harmonska komponenta reda  $\nu$  ima  $2\nu p$  polov. Torej je njen polov korak  $\tau_{pv} = \tau_p / \nu$  in amplituda posamezne višje harmonske komponente vzbujanja po enačbi (1.10a), ki jo pišemo v razširjeni obliki:

$$\hat{\Theta}_v = \frac{4 N f_{nv}}{\pi 2\nu p} I \sqrt{2}. \quad (1.25)$$

Iz enačbe (1.25) lahko ugotovimo, da je amplituda vzbujanja  $\nu$ -te harmonske komponente pri eni sami tuljavi  $\nu$ -krat manjša od osnovne harmonske komponente (sl. 1.11a), ker je  $f_{nv} = f_{n1} = 1$  (enačba 1.11). Za več prostorsko porazdeljenih tuljav je faktor navitja za ustrezno višjo harmonsko komponento običajno manjši od faktorja navitja za osnovno, ker se menja električni kot med kazalci amplitud posameznih tuljav za višje harmonske komponente po enačbi (1.19b). Velja zapis:

$$\alpha_v = \nu \alpha = \nu p \alpha_Q, \quad (1.26)$$

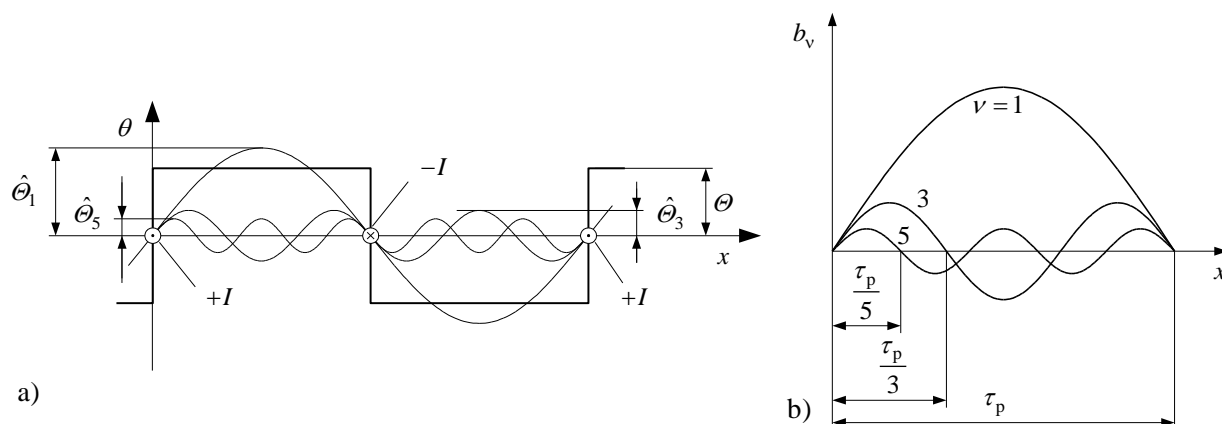
kjer je  $\alpha_Q$  mehanski kot med utori. Zato se menja geometrijska vsota po enačbi (1.9) in je faktor navitja za harmonske komponente višjega reda različen (običajno manjši) od faktorja navitja za osnovno komponento. Na splošno velja, da je amplituda  $\nu$ -te harmonske komponente v primerjavi z osnovno enaka razmerju:

$$\frac{\hat{\Theta}_v}{\hat{\Theta}_1} = \frac{f_{nv}}{f_{n1}} \frac{1}{\nu}. \quad (1.27)$$

Posamezne prostorske harmonske komponente vzbujanja ustvarijo, ustrezno svoji amplitudi, magnetno polje v zračni reži stroja:

$$\hat{B}_v = \frac{\mu_0 \hat{\Theta}_v}{\delta_e}. \quad (1.28)$$

Prostorske harmonske komponente magnetnega polja prikazuje slika 1.11b.



Sl. 1.11 Prostorske harmonske komponente: a) vzbujanja in b) magnetnega polja

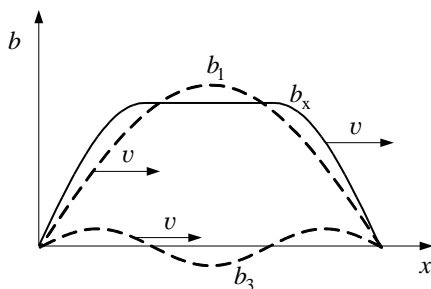
Hitrost vrtenja  $\nu$ -te harmonske komponente dobimo z razširitvijo enačbe (1.18):

$$n_v = \pm \frac{f}{\nu p} = \pm \frac{n_1}{\nu}. \quad (1.29)$$

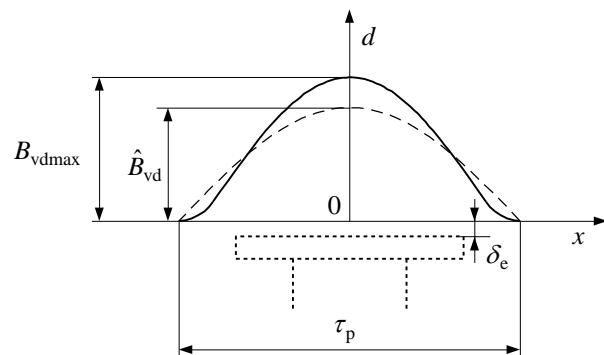
Treba je povedati, da tiste višje harmonske komponente, katerih red je deljiv s tri, v trifaznem simetričnem sistemu ne ustvarijo vrtilnega polja. Trditev se da dokazati na enostaven način. Vemo, da je krajevni premik osnovne harmonske komponente magnetnega polja posameznih faz trifaznega navitja  $120^\circ$  in npr. tretje harmonske komponente magnetnega polja po enačbi (1.26)  $3 \cdot 120^\circ = 360^\circ$ . Torej tretja harmonska komponenta med posameznimi fazami nima krajevnega premika. S tem ne izpolnjuje enega od obeh pogojev za nastanek vrtilnega polja. Govorimo o stoječem oziroma sofaznem magnetnem polju.

### 1.2.5 Harmonske komponente nasičenja

Višjih harmonskih komponent krajevne porazdelitve magnetnega polja ne povzročijo samo odstopanja vzbujanja od sinusa ali spremenljiva zračna reža, kot smo videli na sliki 1.5d, ampak tudi nasičenje železa magnetnega kroga. Do sedaj smo namreč predpostavili, da se celotno vzbujanje porabi v zračni reži, to pa ne velja v nasičenju. Tedaj se namreč del vzbujanja porabi kot padec magnetne napetosti v železu. Največji delež odpade običajno na zobe pri večpolnem stroju in na jarma na statorju in rotorju pri dvopolnem stroju. Zato bo na mestu največjega vzbujanja v zračni reži tudi nasičenje v zobeh največje. Del vzbujanja se torej porabi za zobe in je delež za zračno režo ustrezno manjši. Osnovna harmonska komponenta vzbujanja bo ustvaril magnetno polje v zračni reži, ki ne bo sinusno, ampak bo to potlačen sinus, kot ga prikazuje slika 1.12.



Sl. 1.12 Vpliv nasičenja v železu na obliko mag. polja v zračni reži



Sl. 1.13 Slika magnetnega polja izraženih polov pri neenakomerni zračni reži

Potlačeno krivuljo magnetnega polja zračne reže osnovne harmonske komponente vzbujanja je mogoče analizirati po Fourierju. Glavni delež predstavljata osnovna in tretja harmonska komponenta magnetnega polja, kot ju prikazuje črtkana črta na sliki 1.12. Pri vrtilnem polju rotira ta porazdelitev magnetnega polja z enako hitrostjo kot osnovna harmonska komponenta vzbujanja in pri tem ne menja oblike. Podobno sliko dobimo pri mehanski rotaciji izraženega pola, napajanega z enosmernim tokom (sl. 1.13), ki da rotirajoče magnetno polje (sinhronski stroj).

Za sliko 1.12 velja:

$$b(x,t) = \hat{B}_1 \cos\left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t\right) + \hat{B}_3 \cos\left(\frac{\pi}{\tau_p/3} x - 3\omega t\right). \quad (1.30)$$

Iz pogoja za enako hitrost vrtenja osnovne in tretje harmonske komponente (enačba 1.29) velja:

$$n_{v\mu} = n_1 = \frac{\mu}{v} n_1 = \frac{\mu f}{v p} = \frac{f_\mu}{p_v}. \quad (1.29a)$$

Pri trikrat večjem številu polov mora biti tudi frekvenca tretje harmonske komponente magnetnega polja trikrat višja. Torej bo tretja harmonska komponenta nasičenja inducirala napetost trikratne frekvence. Seveda pa nam Fourierjeva analiza ne da samo tretje harmonske komponente, ampak na splošno  $\mu$ -to harmonsko komponento ( $\mu = 1, 3, 5, \dots$ ). Torej nasičenje generira časovne višje harmonske komponente kot pri transformatorju.

## 1.3 NAVITJA IZMENIČNIH STROJEV

### 1.3.1 Inducirana napetost v vodniku in tuljavi

#### 1.3.1.1 Inducirana napetost v vodniku

Za velikost inducirane napetosti v vodniku (palici), ki se giblje v magnetnem polju, velja izraz:

$$e_p = (\vec{v} \times \vec{b}) \cdot \vec{l}. \quad (1.31)$$

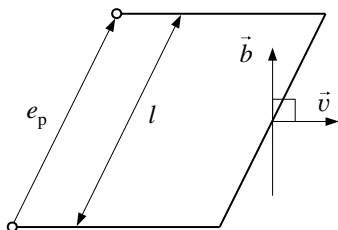
Smer električnega polja in s tem tudi predznak inducirane napetosti je določen s produktom  $\vec{v} \times \vec{b}$ . Običajno sta v električnih strojih vektorja  $\vec{v}$  in  $\vec{b}$  med seboj pravokotna (sl. 1.14). Zato se vektorski produkt spremeni v skalarni oziroma navadni produkt po enačbi:

$$e_p = \vec{v} \cdot \vec{b} \cdot \vec{l} = v b l. \quad (1.32)$$

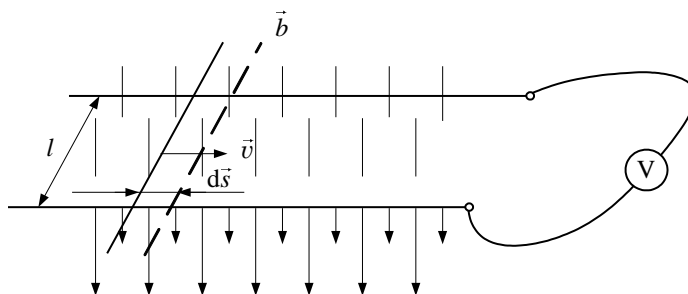
V električno zaprtem tokokrogu pride do spremembe fluksa, ker gibanje vodnika (sl. 1.15) povzroči spremembo fluksa zaradi spremembe preseka zanke. Ker je sprememba preseka zanke  $dA = l dx = -l ds$ , tj. s povečanjem  $ds$  se zmanjša presek zanke  $dA$  glede na sliko 1.15, bo:

$$e_p = \frac{v b l dt}{dt} = -\frac{b dA}{dt} = -\frac{d\phi}{dt}, \quad (1.33)$$

kjer je  $v dt = ds$  in  $l ds = -dA$ .



Sl. 1.14 Inducirana napetost v vodniku



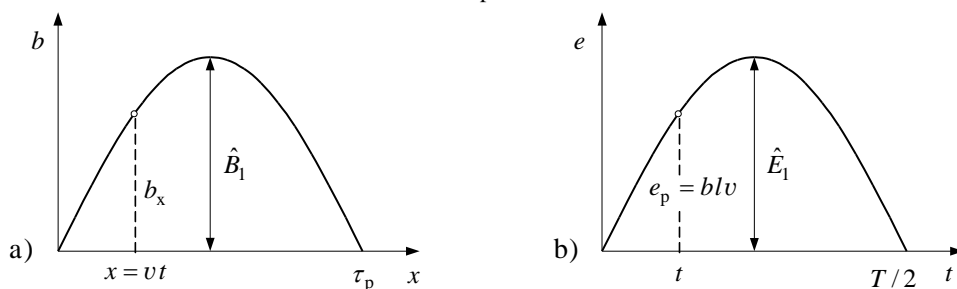
Sl. 1.15 Gibanje vodnika in sprememba fluksa

Negativni predznak spremembe fluksa  $d\phi$  nas navede na Lenzovo pravilo, da je magnetni fluks  $\phi$  za katero koli smer pozitiven. Pozitiven je tudi električni tok, ki vzbuja pozitiven fluks. Pozitivna je tudi inducirana napetost, ki v zaprtem tokokrogu povzroči pozitiven električni tok. Takšna pozitivna napetost se inducira, kadar se fluks zmanjšuje, kadar je  $d\phi$  negativen. Na splošno velja, da pri gibanju vodnika v magnetnem polju (običajno zaradi rotacije dela stroja) govorimo o gibalni napetosti in pri spremembi fluksa v mirujoči zanki o napetosti transformacije. V obeh primerih velja po dokazu enačbe (1.33) Faradayev zakon elektromagnetne indukcije.

Za osnovno komponento magnetnega polja zračne reže se bo v vodniku (palici), ki se giblje s konstantno hitrostjo, inducirala napetost po enačbi (1.32):

$$e_{px} = b_x lv. \quad (1.34)$$

Pri tem položaj vodnika na mestu  $x$  oboda odgovarja času  $t = x/v$ , če je v trenutku  $t = 0$  tudi  $x = 0$ . Prostorska porazdelitev magnetnega polja  $b = f(x)$  se preslika v časovno funkcijo napetosti vodnika  $e_p = f(t)$ .



Sl. 1.16 a) Prostorska porazdelitev osnovne komponente magnetnega polja zračne reže; b) časovna funkcija inducirane napetosti v vodniku

Periodi ponavljanja prostorske porazdelitve  $2\tau_p$  na sliki 1.16a ustreza časovno ponavljanje na sliki 1.16b s periodo:

$$T = \frac{2\tau_p}{v} = \frac{D\pi}{p} \frac{1}{D\pi n} = \frac{1}{pn} = \frac{1}{f}. \quad (1.35)$$



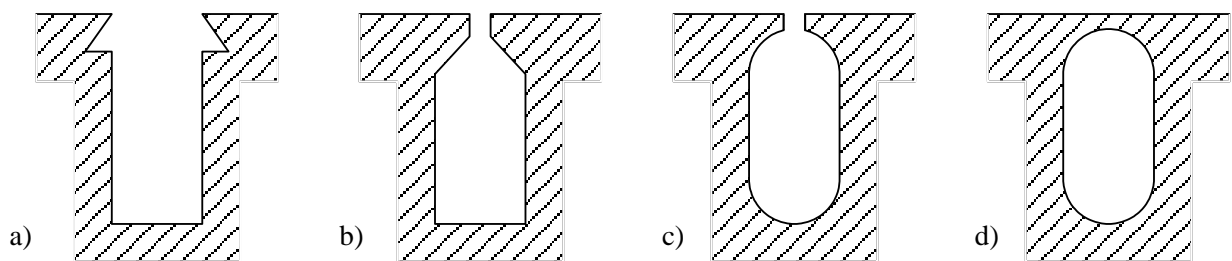
Za osnovno harmonsko komponento magnetnega polja bo maksimalna inducirana napetost sorazmerna  $\hat{B}_1$  in njena efektivna vrednost:

$$E_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{B}_1 l v. \quad (1.36)$$

### 1.3.1.2 Inducirana napetost v ovoju in tuljavi

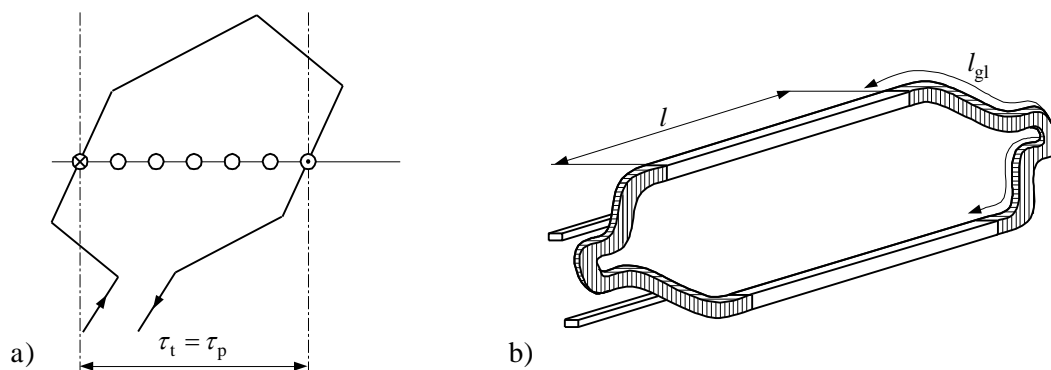
Pri strojih običajno ne nastopa samo eden ali nekaj vodnikov, ker bi bil stroj v takšnem primeru slabo izkoriščen. Zato se po obodu rotorja ali v izvrtino statorja razporedi večje število vodnikov. Ti vodniki so nameščeni v enakomerno porazdeljene utorje, ki so odprti, polzaprti ali popolnoma zaprti (sl. 1.17).

Vodniki v posameznih utorih so vezani med seboj, da se njihove inducirane napetosti seštevajo v skupno napetost. Pri porazdeljenem navitju, nameščenem v več utorov, ima vsaka tuljava enega ali več ovojev. Ovoj sestavljata dva vodnika.



Sl. 1.17 Standardne oblike utorov: a) odprti, b) polzaprti, c) polzaprti, d) zaprti

Da bi se napetosti v ovojih oziroma v tuljavi seštevale, morata ležati obe stranici tuljave pod različnima poloma. Običajno je torej širina (lok) tuljave  $\tau_t$  enaka loku enega pola, kot je kotirana na sliki 1.18a, ali krajša in le v izjemnih primerih daljša. Napetost se namreč inducira le v delu tuljave, ki leži v utorih, torej v magnetnem polju. Ostali del imenujemo glava navitja, ki je označena z " $l_{gl}$ " na sliki 1.18b. Glava navitja ne predstavlja aktivnega dela stroja in je poraba materiala manjša, če je glava krajša oziroma širina tuljave manjša.



Sl. 1.18 a) Ovoj tuljave in b) videz tuljave

Inducirana napetost ovoja bo enaka dvojni vrednosti napetosti palice ali vodnika po enačbi (1.36). V celotni tuljavi pa bo inducirana napetost  $2N_t$  krat večja in enaka:

$$E_t = \frac{2N_t}{\sqrt{2}} \hat{B}_1 l v = \frac{z_t}{\sqrt{2}} \hat{B}_1 l v, \quad (1.37)$$

kjer je  $N_t$  število ovojev in  $z_t$  število vseh vodnikov (palic) tuljave ( $z_t = 2N_t$ ).

### 1.3.2 Trifazno pasovno navitje

V trifaznem stroju je navitje enakomerno porazdeljeno po obodu. Vsaki fazi pripada namreč enak del oboda. Za dvopolni trifazni stroj je prikazana razdelitev oboda na sliki 1.19. Posamezni fazi pripada torej pas:

$$\alpha_p = \frac{360^\circ}{2m} = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ. \quad (1.38)$$

Govorimo o pasovnem navitju. V pasu  $60^\circ$  namestimo eno ali več tuljav, odvisno torej od števila utorov v pasu " $q$ ". Število utorov v pasu je običajno večje pri večjem stroju z manjšim številom polov. Za  $Q$  utorov na obodu stroja izračunamo  $q$  po enačbi:

$$q = \frac{Q}{2pm}. \quad (1.39)$$

Število  $q$  imenujemo tudi število utorov na pol in fazo. Vse tri faze pa imajo skupaj na pol:

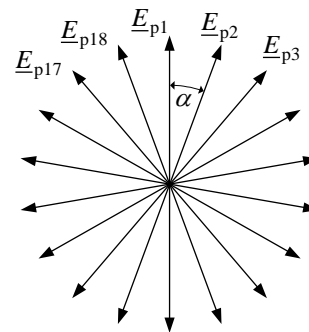
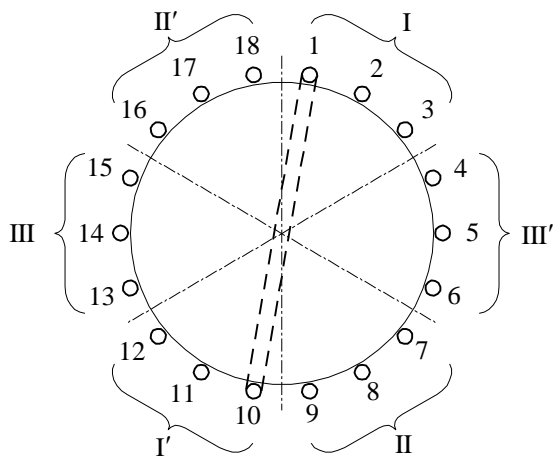
$$Q_p = \frac{Q}{2p} = mq \quad (1.40)$$

utorov. Število utorov na pol  $Q_p$  predstavlja tudi polov korak, merjen s številom utorov. Zato velja, da je polov lok  $\tau_p \equiv Q_p$ . Na sliki 1.18a je prikazana tuljava širine polovega loka. Na splošno označimo širino tuljave ( $\tau_t$ ) po IEC s črko  $Y$  in indeksom " $Q$ ". Običajno je širina tuljave  $Y_Q \leq Q_p$  in le redko je  $Y_Q > Q_p$ .

Kot smo že omenili, je velikost inducirane napetosti posameznega vodnika ali palice po enačbi (1.34) odvisna od položaja  $x$ . Enako velja za amplitudo oziroma efektivno vrednost inducirane napetosti po enačbi (1.36). Iz tega sledi, da bodo inducirane napetosti v posameznih utorih med seboj fazno premaknjene za električni kot:

$$\alpha = p \frac{360^\circ}{Q} = p\alpha_Q, \quad (1.41)$$

kjer je  $\alpha_Q$  mehanski kot med utori. Ta je samo v primeru dvopolnega motorja ( $p=1$ ) enak električnemu kotu. V našem primeru je kot med utori enak:  $\alpha = p360^\circ / Q = 1 \cdot 360^\circ / 18 = 20^\circ$ .



Sl. 1.19 Porazdelitev navitja po obodu

Sl. 1.20 Utorna zvezda kazalcev napetosti

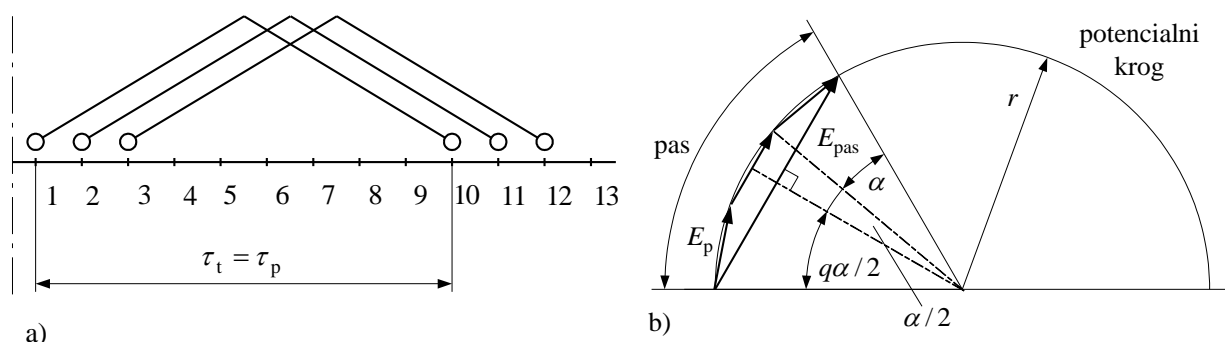
Amplitude induciranih napetosti tvorijo utorno zvezdo. Na sliki 1.20 je narisana utorna zvezda za 18 utorov dvopolnega stroja, to ustreza tudi porazdelitvi navitja na sliki 1.19. Pri večpolnem stroju se lahko kazalci utorne zvezde drugih dveh polov pokrivajo s kazalci prvih dveh polov itd. Do pokrivanja pride, če so utori ostalih polov v enakem položaju glede na magnetno polje kot utori prvih dveh polov. Ta pogoj enakosti položaja izrazimo z numerično zahtevo, da imata število utorov  $Q$  in polovih parov  $p$  skupni delitelj. Kolikšen je največji skupni delitelj " $t$ " med  $Q$  in  $p$ , toliko bo tudi kazalcev (vektorjev) induciranih napetosti enakih smeri. Npr., če bi imeli  $Q = 36$  utorov pri  $2p = 4$  oziroma  $p = 2$ , bo največji skupni delitelj med 36 in 2 enak  $t = 2$ . To pomeni, da imata po dva kazalca induciranih napetosti enako smer.

### 1.3.2.1 Pasovni faktor navitja

Na sliki 1.19 vidimo, da pripadajo v konkretnem primeru posamezni fazi trije utori v pasu ( $q = 3$ ). Za prvo fazo so to utori št. 1, 2 in 3. Ker ima tuljava dve stranici, pripadajo ti utori npr. levim stranicam treh tuljav in ležijo v pasu št. I. Desne stranice teh treh tuljav pa ležijo v utorih št. 10, 11, in 12, tj. v nasprotnem pasu št. I' oziroma na premeru oboda. Razporeditev tuljav prve faze v utore je vidna na sliki 1.21a. Pri seštevanju napetosti zaporedno vezanih vodnikov vseh treh tuljav vrstni red seštevanja ni pomemben. V prvi tuljavi (pri enem ovoju tuljave), ki je na sliki 1.19 prikazana črtkano, se torej seštejeta kazalca napetosti vodnika utora št. 1 prvega pasu in utora št. 10 nasprotnega pasu v napetost ovoja. Če ima tuljava  $N_t$  ovojev, se to  $N_t$  krat ponovi. Nato nadaljujemo seštevanje napetosti za utora št. 2 in 11, ki sta za kot  $\alpha$  (enačba 1.41) premaknjena glede na utora št. 1 in 10 in na koncu še napetosti utorov št. 3 in 12 in dobimo napetost prve faze. Bolj praktično je seštevanje v drugačnem vrstnem redu, in sicer tako, da seštejemo najprej napetosti vodnikov utorov št. 1 do 3 prvega pasu. Nato seštejemo na podoben način napetosti nasprotnega pasu. Napetost nasprotnega pasu iste faze

seštejemo nato z nasprotnim predznakom, tj. obrnemo za  $180^\circ$ , z napetostjo prvega pasu in dobimo napetost prve faze.

Sinusne napetosti posameznih utorov seštevamo kot fazorje glede na njihove fazne premike podobno kot sinusno vzbujanje (sl. 1.7b). Če bi sešteli vse kazalce utorne zvezde, bi dobili mnogokotnik napetosti. Ta bi imel obliko krožnice za neskončno število utorov. To krožnico imenujemo tudi potencialni krog. V kolikor seštejemo le kazalce enega pasu, dobimo del potencialnega kroga. Za naš konkretni primer imamo v pasu tri kazalce, ki se geometrijsko seštejejo v napetost pasu  $E_{pas}$  (sl. 1.21b).



Sl. 1.21 a) Razporeditev treh tuljav prve faze v utore, b) napetost pasu  $E_{pas}$

Glede na enačbo (1.11) in sliko 1.21b lahko napišemo izraz za faktor navitja, ki ga imenujemo pasovni faktor v naslednji obliki:

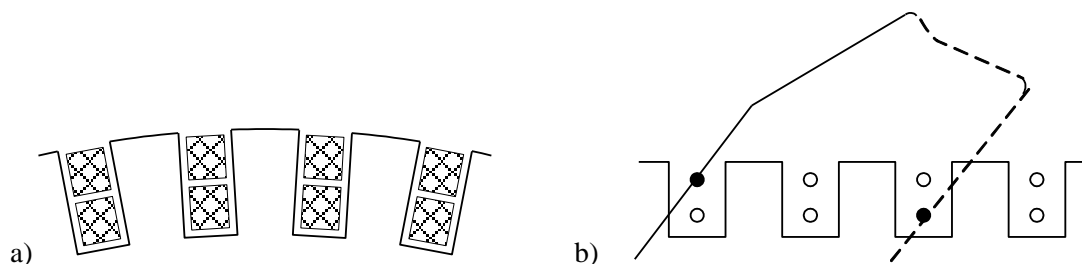
$$f_p = \frac{\sum_{geom.} E_p}{\sum_{arit.} E_p} = \frac{2r \sin\left(q \frac{\alpha}{2}\right)}{q 2r \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)} = \frac{\sin\left(q \frac{\alpha}{2}\right)}{q \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)} = \frac{\sin\left(\frac{\alpha_p}{2}\right)}{q \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}, \quad (1.42)$$

kjer je  $r$  polmer potencialnega kroga,  $\alpha$  električni kot med utori po enačbi (1.41),  $\alpha_p$  kot pasu faze po enačbi (1.38) (običajno  $60^\circ$ ) in  $q$  število utorov (tuljav) v pasu po enačbi (1.39). V enačbi (1.42) je polmer  $r$  le pomožna veličina. Takoj ugotovimo, da je za primer:  $q=1$  pasovni faktor enak  $f_p = 1$ . To je tudi logično, saj je pri enem kazalcu v pasu njegoja geometrijska vsota enaka aritmetični vsoti.

### 1.3.2.2 Tetivni faktor navitja

Na sliki 1.19 vidimo, da leži v posameznem utoru le ena stranica tuljave. Govorimo tudi o enoplastnem navitju. Pri tem je pomembno, da je pri pravkar omenjenem enoplastnem navitju tuljav dvakrat manj kot utorov. Mogoče pa je posamezno tuljavo razdeliti na dve polovici. Tedaj imamo v utorih dve plasti navitja. To je dvoplastno navitje. Takšno navitje prikazuje slika 1.22a in njegovo razporeditev v utore slika 1.22b. Iz slike 1.22b je tudi razvidno, da je ena (npr. leva) stranica tuljave nameščena na vrhu utora in druga (npr. desna) stranica na dnu utora.

Takšna razporeditev tuljav velja, če vlagamo posamezne tuljave zaporedoma v utor. Mogoča je tudi drugačna razporeditev v primeru, da vložimo najprej vse tuljave prve faze, nato druge faze in na koncu tretje faze. Tedaj bodo prve vložene tuljave samo na dnu utorov in zadnje vložene tuljave le na vrhu utorov. Pomembno je tudi, da je v primeru dvoplastnega navitja tuljav toliko kot utorov. Seveda je mogoče imeti tudi več ločenih navitij za različno število polov in s tem tudi večje število plasti v utorih.



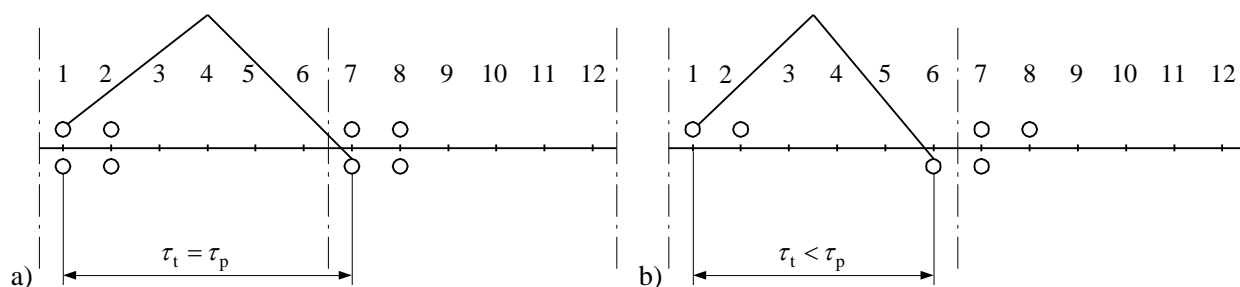
Sl. 1.22 a) Dvoplastno navitje, b) razporeditev tuljav v utor

Kot bomo spoznali v nadaljevanju, ima dvoplastno navitje določene prednosti pa tudi slabosti v primerjavi z enoplastnim navitjem. Slabost je predvsem ta, da dobimo več tuljav, ki so običajno vezane (stikane) zaporedno in s tem tudi več stikalnih mest. Prednosti je več in bodo razložene postopoma.

Za naslednji primer:  $Q = 12$ ,  $m = 3$ ,  $2p = 2$ , določimo podatke dvoplastnega premerskega navitja. Število tuljav v pasu je po enačbi (1.39)  $q = 12/6 = 2$  enako številu utorov na pol in fazo. Število utorov na pol je po enačbi (1.39)  $Q_p = mq = 6$ . Torej bo širina premerskih tuljav  $Y_Q = Q_p \equiv \tau_t = 6$  utorov. Bolj običajno je v praksi podan za navitje korak tuljav (navitja), ki je podan s številkami utorov, v katerih ležijo tuljave. Za naš primer je to 1-7 ( $7 = 1 + Y_Q$ ), kakor je narisano na sliki 1.23a. Prva bistvena prednost dvoplastnega navitja je možnost tetivljenja (skrajšanja) tuljav. Na sliki 1.23b je leva stranica tuljave vložena v prvi utor kot na sliki 1.23a, desna stranica pa ni v utoru št. 7, ampak v utoru št. 6. Torej je širina tuljav za utor krajša in je  $Y_Q = 5 < Q_p$ . Tetivljenje je mogoče le pri dvoplastnem navitju, ker je pri enoplastnem navitju utor 6 že 100 % zapolnjen s tuljavo druge faze.

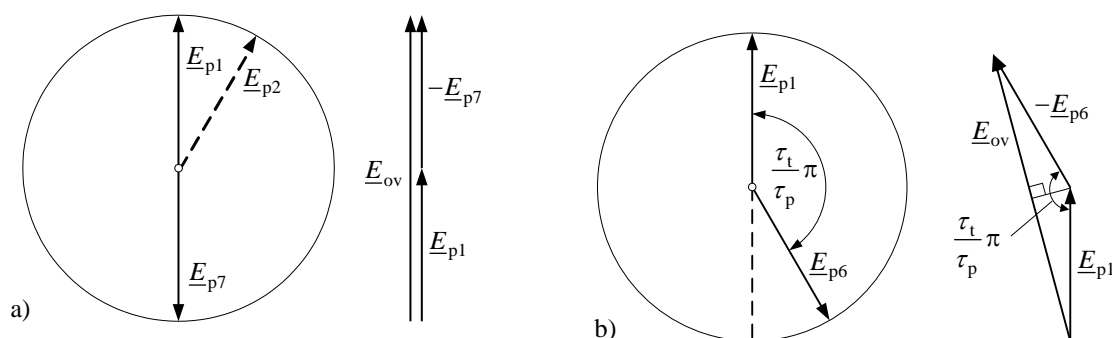
Za napetost ovoja prve tuljave premerskega navitja na sliki 1.23a velja ugotovitev, da jo sestavljata kazalca (fazorja) paličnih napetosti utora 1 in 7 kazalnega diagrama na sliki 1.24a. Omenili smo že, da se v ovoju napetost palice leve stranice  $E_{p1}$  aritmetično sešteje z napetostjo palice desne stranice  $E_{p7}$  in dobimo dvojno vsoto ( $\underline{E}_{ov} = \underline{E}_{p1} - \underline{E}_{p7}$ ).

Za tetivno navitje na sliki 1.23b pa seštejemo fazor napetosti palice  $E_{p1}$  s fazorjem napetosti  $E_{p6}$  na sliki 1.24b. Dobimo geometrijsko vsoto napetosti, ki je ustrezno manjša od aritmetične vsote.



Sl. 1.23 Prikaz tuljave prve faze za: a) premersko in b) tetivno navitje

Zmanjšanje napetosti ovoja, tuljave oziroma celotnega navitja upoštevamo s tetivnim faktorjem po enačbi, ki je analogna po obliki enačbi za pasovni faktor.



Sl. 1.24 Kazalci napetosti ovoja za: a) premersko in b) tetivno tuljavo

Glede na kazalce na sliki 1.24b je tetivni faktor:

$$f_t = \frac{\sum_{\text{geom.}} E_{ov}}{\sum_{\text{arit.}} E_{ov}} = \frac{2E_p \sin\left(\frac{1}{2} \frac{\tau_t}{\tau_p} \pi\right)}{2E_p} = \sin\left(\frac{\tau_t}{\tau_p} \frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(\frac{Y_Q}{Q_p} \frac{\pi}{2}\right). \quad (1.43)$$

Napetost palice  $E_p$  v enačbi (1.43) ni pomembna in je le pomožna veličina. S pomočjo enačbe (1.43) ugotovimo, da bo pri 100 % tetivljenju širina tuljave  $Y_Q = 0$  in tetivni faktor tudi 0. To bi pomenilo, da bi bila leva in desna stranica tuljave v istem utoru in zato napetost tuljave 0, to seveda ni smiselno. Običajno tetivimo navitje največ do vrednosti  $\tau_t = 2/3$  širine (enega) pola in za nekatere posebne primere do  $\tau_t = 1/2$  širine pola. Prednost tetivnega navitja so krajše glave navitja, slabost pa manjša inducirana napetost v navitju. Glede na pravkar povedano, tetivimo navitje odvisno od števila utorov  $q$ . Pri majhnem  $q$  (1 ali 2) tetivimo navitje za utor, pri večjem številu  $q$  pa tudi za dva ali več utorov.

### 1.3.3 Faktor navitja

Faktor navitja je enak produktu pasovnega (enačba 1.42) in tetivnega faktorja navitja (enačba 1.43):

$$f_n = f_p f_t. \quad (1.44)$$

V primeru enoplastnega navitja je seveda tetivni faktor  $f_t = 1$ , kljub temu pa velja enačba (1.44) tako za dvoplastno kot za enoplastno navitje. Enačba (1.44) velja le za osnovno harmonsko komponento induciranih napetosti v navitju. Vemo, da vsebuje magnetno polje običajno tudi višje harmonske komponente. Zato se v navitju inducirajo tudi napetosti višjih harmonskih komponent. Zaradi njih je treba enačbi (1.42) in (1.43) razširiti oziroma napisati bolj splošno. Enačba za pasovni faktor v razširjeni obliki se glasi:

$$f_{pv} = \frac{\sin\left(q \frac{\alpha_v}{2}\right)}{q \sin \frac{\alpha_v}{2}}. \quad (1.42a)$$

$\alpha_v$  je el. kot med utori za  $\nu$ -to harmonsko komponento in je po enačbi (1.41) enak:

$$\alpha_v = \frac{\nu p 360^\circ}{Q} = \nu \alpha. \quad (1.41a)$$

Podobno razširimo enačbo za tetivni faktor:

$$f_{tv} = \sin\left(\frac{\tau_t}{\tau_{pv}} \frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(\nu \frac{\tau_t}{\tau_p} \frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(\nu \frac{Y_Q}{Q_p} \frac{\pi}{2}\right), \quad (1.43a)$$

kjer je lok pola za  $\nu$ -to harmonsko komponento na sliki 1.11 enak:  $\tau_{pv} = \tau_p / \nu$ .

Sedaj je treba dodati še eno bistveno prednost tetivnega navitja. Enačba (1.43a) bo dala drugačno vrednost tetivnega faktorja za osnovno harmonsko komponento kot za npr. peto. Ob ustreznem skrajšanju tuljav, npr. za uter (sl. 1.23b), bo tetivni faktor za osnovno harmonsko komponento:

$f_{t1} = \sin\left(\frac{5}{6} \frac{\pi}{2}\right) = 0,966$  in za peto:  $f_{t5} = \sin\left(5 \frac{5}{6} \frac{\pi}{2}\right) = 0,259$ . To pomeni, da s tetivljenjem navitja deloma eliminiramo določene harmonske komponente inducirane napetosti. Splošni izraz za faktor navitja katerekoli harmonske komponente je:

$$f_{nv} = f_{pv} f_{tv} \quad (1.44a)$$

in je enak produktu pasovnega (enačba 1.42a) in tetivnega faktorja navitja (enačba 1.43a) za  $\nu$ -to harmonsko komponento.

Treba je še povedati, da v določenih posebnih primerih ni mogoče izračunati faktorjev navitja po enačbah (1.42a), (1.43a) in (1.44a), tj. v primeru nesimetričnih navitij, ko navitja posameznih faz med seboj niso enaka, ali za posebne vrste simetričnih navitij, ko navitja niso ne enoplastna in ne dvoplastna, ampak kombinirana. Nekaj takšnih navitij bomo spoznali pozneje. V takšnih posebnih

primerih je mogoče narisati fazorje napetosti posameznih utorov, in sicer za leve in desne stranice tuljav. Torej ne rišemo le fazorjev pasu št. I, kot na sliki 1.21, ampak hkrati tudi fazorje pasu I' po sliki 1.19. Tako upoštevamo istočasno pasovni in tetivni faktor navitja. Vedno pa je mogoča tudi analitična rešitev enačbe (1.11).

### 1.3.4 Primeri raznih vrst navitij

V naslednjih podpoglavjih bomo spoznali različne vrste enoplastnih in dvoplastnih navitij ter kriterije za izvedljivost navitij.

#### 1.3.4.1 Enoplastno zankasto navitje

Za risanje si izberimo določen primer:  $Q = 24$ ,  $2p = 4$ ,  $m = 3$ . Iz enačbe (1.39) izračunamo  $q = 2$  utora na pol in fazo, iz enačbe (1.40)  $Q_p = 6$ , kot med utori iz enačbe (1.41)  $\alpha = 30^\circ$  ter pasovni faktor oziroma faktor navitja iz enačbe (1.42)  $f_n = 0,966$ . Za enoplastno navitje je širina tuljave  $Y_Q = Q_p = 6$  utorov ali pa je podan korak:  $1-7$  s številko začetnega in končnega utora ( $1-7 = 1-(1+Y_Q)$ ).

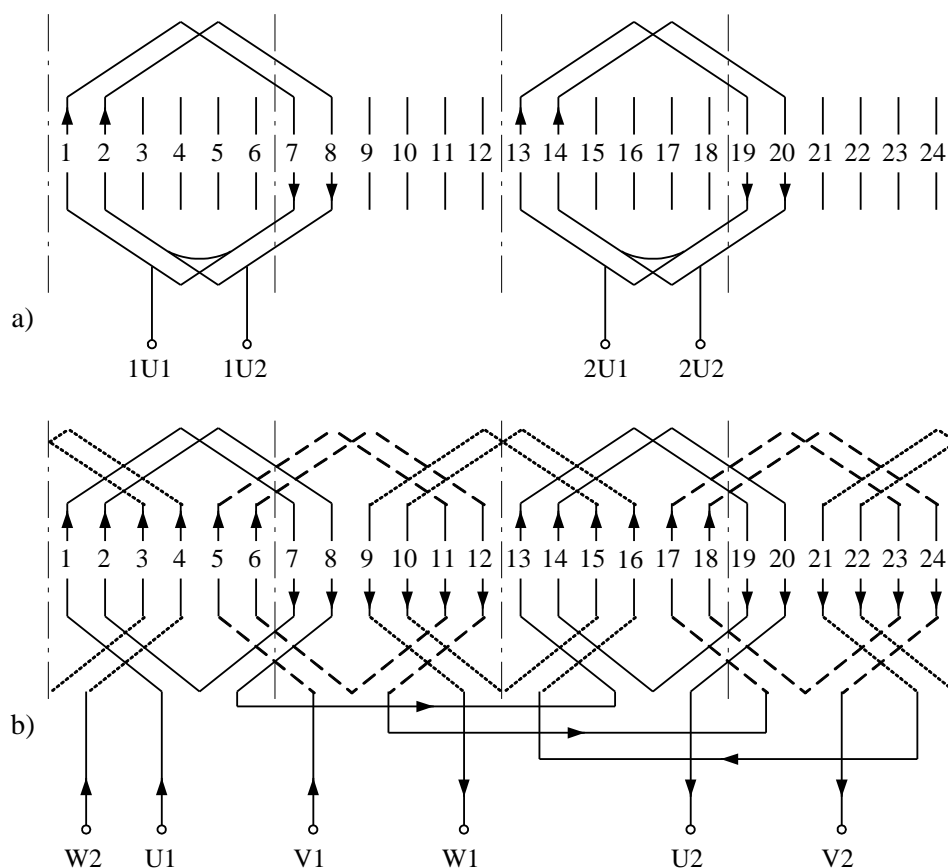
Sam princip risanja ni toliko pomemben. V našem primeru (sl. 1.25a) so prikazani utori s prekinjeno črto s številkami v sredini. Mogoče jih je risati tudi s polno črto in številkami ob strani. Na sliki 1.25a so zaradi preglednosti prikazane tuljave samo prve faze. Prvi dve tuljavi za prva dva pola sta vezani zaporedno in enako drugi dve tuljavi za druga dva pola. Začetka prvih dveh tuljav sta označena z 1U1 ter drugih dveh tuljav z 2U1, ustrezna konca pa z 1U2 oziroma 2U2. Začetki oziroma konci skupin tuljav so med seboj premaknjeni za električni kot  $360^\circ = 12 \cdot 30^\circ$ , tj. enako kot velja za premik polov enakega predznaka. Na sliki 1.25b so narisane vse tri faze. Če pogledamo prvo fazo na sliki 1.25b, ki je izvlečena s polno črto, vidimo dve bistveni razliki glede na sliko 1.25a. Prva je v načinu risanja tuljav. Na sliki 1.25b pod utori niso več narisane tuljave, ampak izvodi, saj npr. sedmi utor ni povezan s prvim utorom, ampak z drugim itd. Torej je prikazan prehod zadnjega ovoja prve tuljave v drugo tuljavo. Druga bistvena razlika je povezava (stik) med prvima dvema in drugima dvema tuljavama. To je zaporedna ali serijska vezava obeh polovih parov, saj sta povezana izvoda 1U2 in 2U1 ali z drugimi besedami: konec prvih dveh tuljav je povezan z začetkom drugih dveh tuljav. Mogoča je tudi vzporedna ali paralelna vezava obeh polovih parov. V tem primeru bi povezali izvode 1U1 in 2U1 za skupni začetek U1 ter 1U2 in 2U2 za skupni konec U2. Za neskrajšano enoplastno navitje velja, da je maksimalno mogoče število vzporednih (paralelnih) vej:

$$a = p. \quad (1.45)$$

Na sliki 1.25b je začetek druge faze v utoru št. 5, ki je glede na utor št. 1 premaknjen za  $4 \cdot 30^\circ = 120^\circ$  (električnih) in analogno začetek tretje faze v utoru št. 9 za



$8 \cdot 30^\circ = 240^\circ$ . Vidimo, da leži med začetkom prve in druge faze konec tretje faze v utoru št. 4. Fazni premiki torej ustrezajo pogoju za nastanek vrtilnega polja. Smer toka faze "a" se v utorih slika 1.25a štirikrat menja. To ustreza štiripolnemu stroju. Tudi pri upoštevanju vseh treh faz skupaj velja enaka trditev. Smeri tokov na sliki 1.25b ustrezajo položaju časovnice, ko je  $\omega t = 60^\circ$  (sl. 1.10b) in sta tokova faze a in b pozitivna in polovične amplitude, tok v fazi c pa je negativen in maksimalen.



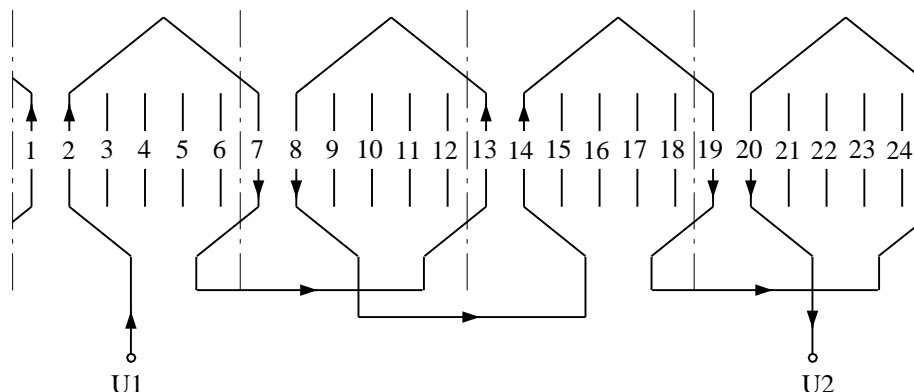
Sl. 1.25 a) Tuljave prve faze in b) enoplastno zankasto navitje s korakom 1–7

### 1.3.4.2 Skrajšano enoplastno navitje

V poglavju 1.3.3.1 smo povedali, da ni pomembno, v kakšnem vrstnem redu seštevamo kazalce (fazorje) napetosti posameznih utorov v pasu. To trditev lahko razširimo in trdimo, da ni pomembno, v kakšnem vrstnem redu seštevamo kazalce vseh utorov v vseh pasovih, ki pripadajo isti fazi. Pomembno je le, da pri seštevanju kazalcev napetosti upoštevamo smeri v posameznem pasu. Torej je mogoče narisati navitje za naše konkretne podatke nekoliko drugače. Na sliki 1.26 je narisano takšno navitje za prvo fazo s širino  $Y_Q = 5$  utorov ali s korakom 1–6. Širino tuljave izračunamo po enačbi:  $Y_Q = Q_p - q/2 = 6 - 2/2 = 5$ .

Na sliki 1.26 vidimo, da imamo dvakrat več izvodov, torej je več tudi stikalnih mest oziroma povezav. To je sicer slabost tega navitja, toda zato imajo tuljave krajše

glave, ker je krajši korak. Kljub temu da je navitje skrajšano, ne smemo računati tetivnega faktorja po enačbi (1.43) in je  $f_t = 1$ . Navitje je gledano "električno" še vedno premersko in je skrajšano le "mehansko".



Sl. 1.26 Skrajšano enoplastno navitje s korakom 1–6

Vse tuljave na sliki 1.26 so vezane zaporedno po načelu konec s koncem in začetek z začetkom. Mogoče pa je vezati tuljave tudi paralelno. V tem primeru ne velja enačba (1.45) za izračun maksimalnega števila paralelnih vej, ampak enačba:

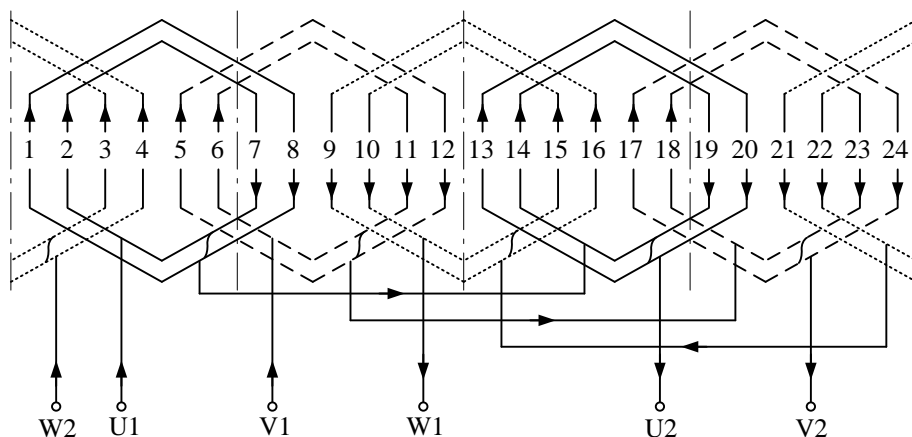
$$a = 2p. \quad (1.45a)$$

Treba je tudi poudariti, da je takšno skrajšanje z enakim korakom za vse tuljave mogoče le, če je število utorov na pol in fazo  $q$  parno število in zato deljivo s številom dve. V nadaljevanju bomo spoznali, da je mogoče le delno skrajšanje z različnimi koraki za primer, če je  $q$  neparno število in  $q \geq 3$ .

### 1.3.4.3 Koncentrično enoplastno navitje

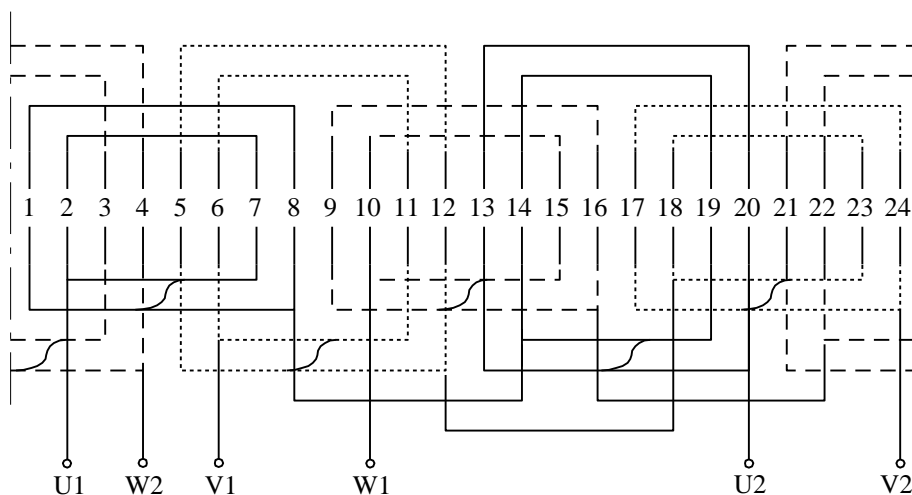
Z uvajanjem strojnega navijanja so se bolj uveljavila tudi tako imenovana koncentrična navitja, ki so bila sicer poznana že prej, vendar imajo tehnološke prednosti pri strojnem vlaganju. Mogoče so enoplastne ali dvoplastne izvedbe. Tudi za koncentrična navitja velja trditev o nepomembnosti zaporedja seštevanja kazalcev napetosti posamezne faze. Na splošno imamo v primeru koncentričnega navitja različne korake tuljav. Za dve tuljavi imamo torej dva različna koraka, tj. 1–6 in 1–8 ali zapisano krajše 1–6, 8 (sl. 1.27). Obe tuljavi imata sicer isto simetralo in dajeta videz koncentriranega vzbujalnega navitja, vendar je njuna širina različna. Torej moramo tudi v primeru koncentričnega enoplastnega navitja upoštevati pasovni faktor navitja.

Na sliki 1.27 lahko opazimo, da imata tuljavi prvih dveh polov prve faze v utorih 1–8 in 2–7 enake dolžine glav kot drugi dve tuljavi v utorih 13–20 in 14–19. Govorimo tudi o enoetažnem koncentričnem navitju. Praktično se takšno enoetažno navitje uporablja pri manjših strojih.



Sl. 1.27 Koncentrično enoplastno navitje s korakom 1–6, 8

Pri večjih strojih uporabljamo dvoetažno ali več etažno navitje, ker je pri večji masi navitje lažje razporediti v dve ali več etaž. Slika 1.28 prikazuje takšno dvoetažno navitje za vse tri faze z enakim korakom kot na sliki 1.27.



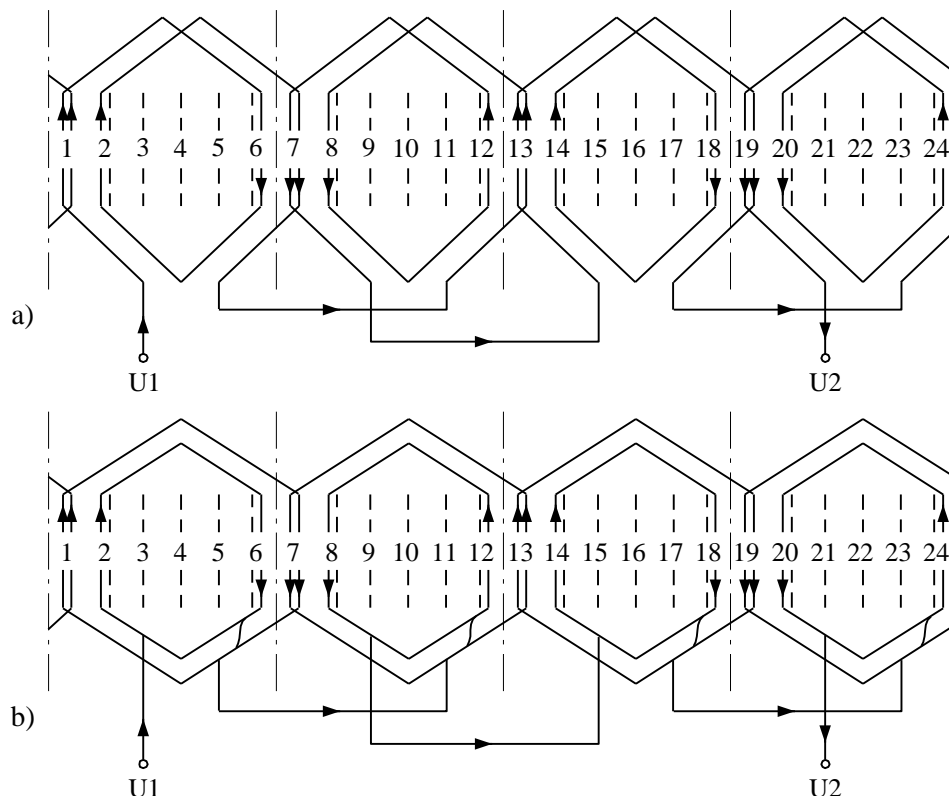
Sl. 1.28 Dvoetažno koncentrično navitje s korakom 1–6, 8

Na sliki 1.27 in 1.28 so ponovno narisane tuljave koncentričnega enoplastnega navitja posameznih polovih parov in ne izvodi, kot je to narisano na sliki 1.25b in 1.26 za enoplastno zankasto navitje.

#### 1.3.4.4 Dvoplastno zankasto navitje

Kot smo že omenili, so dvoplastna navitja običajno tetivna navitja. Zato izberemo v našem konkretnem primeru širino tuljav  $Y_Q = 5 < Q_p = 6$  in s tem skrajšamo tuljave za utor, kot vidimo na sliki 1.29, ki je zopet risana za prvo fazo. Tuljav je dvakrat več kot v primeru enoplastnega navitja, torej mora imeti posamezna tuljava približno polovično število ovojev. V utore lahko namestimo približno enako maso oziroma presek navitja, neodvisno od vrste navitja. Premik med posameznimi skupinami tuljav je v tem primeru  $180^\circ$  (el.) in ne  $360^\circ$  kot za enoplastno navitje.

Za tetivno navitje dobimo po enačbi (1.43) tetivni faktor  $f_t = 0,966$ . Celoten faktor navitja po enačbi (1.44) je sedaj  $f_n = 0,966 \cdot 0,966 = 0,933$ . Da sta pasovni in tetivni faktor navitja v našem primeru številčno enaka, je čisto naključje. Za dvoplastno navitje velja, da je mogoče izračunati maksimalno število paralelnih (vzporednih) vej po enačbi (1.45a), tj.  $a = 2p$ .



Sl. 1.29 Tetivno dvoplastno: a) zankasto navitje s korakom 1–6  
b) koncentrično navitje s korakom 1–5, 7

### 1.3.4.5 Izvedljivost navitij

V predhodnih primerih smo spoznali nekaj osnovnih izvedb trifaznih navitij. V tem poglavju bomo spoznali, kakšne so možnosti za izvedbo navitja pri podanem številu utorov glede na zahtevano število polov. V praksi imamo za določeno število polov standardna števila utorov. Npr. za  $2p = 4$  je to običajno 24 ali 36 utorov. Če želimo nek izdelani stroj previti na drugo število polov, lahko nastanejo težave. Osnova za izvedbo nekega navitja je podatek  $q$ , tj. število utorov na pol in fazo po enačbi (1.39). Podatek za  $q$  lahko napišemo v obliki:

$$q = C + \frac{s}{i},$$

kjer je "C" celo število, "s" števec in "i" imenovalec ulomka. Z izvedbo navitja ni težav, če je  $q$  enak le celemu številu. Mogoče je izvesti enoplastno ali dvoplastno navitje. Za primer, ko je  $q$  enak celemu številu in ulomku, ločimo tri primere. Za

prvi primer vzemimo, da je  $C \neq 0$  in  $i$  sodo število ter  $s = 1$ . Za  $i = 2$  je mogoče izvesti enoplastno ali dvoplastno navitje s številom polovih parov  $p = 2i = 4$  in dvoplastno navitje s  $p = i = 2$ . Za  $i = 4$  je mogoče izvesti le dvoplastno navitje. Za drugi primer, ko je  $C = 0$ ,  $s = 1$  in  $i = 2$ , je mogoče izvesti le dvoplastno navitje s  $p = 2i$ . Za tretji primer vzemimo, da je  $i$  liho število ter  $s = 1$  ali več. Če je  $i$  deljiv s številom faz ( $m = 3$ ), simetrično navitje ni izvedljivo. Je pa izvedljivo v primeru, če je  $i = 3$  nesimetrično navitje, tj. navitje, ki ni enako za vse tri faze.

V posebnih primerih je mogoče izpustiti tudi kakšen utor ali polovico utora in navitje postane izvedljivo in celo simetrično med fazami. Seveda se je treba takšnih rešitev izogibati, ker se zaradi nesimetrije ali deloma praznih utorov zmanjša izkoristek stroja. Tudi izdelava navitja je bolj komplicirana, posebej še, če je korak tuljav različen. Strojno vlaganje za takšna navitja sploh ni mogoče.

Za načrtovanje navitij z ulomljenim številom utorov na pol in fazo imamo več metod. Običajno se pri takšnih izvedbah navitij ne poslužujemo klasičnega risanja navitja ene ali vseh treh faz po izračunanih podatkih. Bolj pregledna in tudi lažja je metoda pisanja tabele utorov za navitja posameznih faz na osnovi narisane utorne zvezde kazalcev napetosti ali tabele faznih premikov utorov. Iz tabele faznih premikov utorov ali narisane zvezde kazalcev napetosti je namreč takoj razvidno, kateri kazalci spadajo v ( $60^\circ$ ) pas posamezne faze, kako jih vežemo med seboj v tuljave in kje so začetki navitja posamezne faze. Na splošno imamo opravka z ulomljenim številom utorov na pol in fazo pri manjših strojih z večjim številom polov, ker je pri manjših strojih tudi število utorov po obodu stroja manjše.

Za ulomljeno število utorov na pol in fazo bo prikazan primer z naslednjimi podatki:  $Q = 54$ ,  $2p = 8$ ,  $m = 3$ . Iz predhodno podanih enačb izračunamo:

$$q = 2 + \frac{1}{4}, Q_p = 6 + \frac{3}{4} \text{ in } \alpha = \frac{80^\circ}{3} = 26 \frac{2}{3}.$$

Običajno imamo 54 utorov za šestpolno navitje, kjer je  $q_6 = 3$ , torej celo število. Pri previjanju strojev je mogoče, da navijemo stroj za drugačno število polov, npr. za osem polov. Ker je v tem primeru kot med kazalci utorne zvezde ulomek, je bolj enostavno, če podamo navitje v tabeli utorov. Začetek prve faze je v 1. utoru, začetek tretje faze v 10. utoru in začetek druge faze v 19. utoru.

Glede na predhodne trditve je za imenovalca ( $i = 4$ ) mogoče izvesti dvoplastno navitje s širino tuljave  $Y_Q = 6 < Q_p$  utorov ali s korakom 1–7. Da je mogoče izvesti le dvoplastno navitje, lahko dokažemo tudi na drug način. Za največji skupni delitelj med številom utorov  $Q = 54$  in številom polovih parov  $p = 4$ , ki je enak  $t = 2$ , dobimo utorno zvezdo, ki ima 27 kazalcev oziroma  $2 \times 27$  kazalcev, torej po dva kazalca, ki se pokrivata. Na vsako fazo odpade  $27/3 = 9$  kazalcev. Ker mora biti pri

enoplastnem navitju število kazalcev sodo število, polovica kazalcev namreč ustreza začetkom in polovica koncem tuljav, je mogoče izvesti le dvoplastno navitje.

V tabeli 1.1 je napisana le polovica, tj. prvih 27 utorov, od 28. do 54. utora pa se vse še enkrat ponovi. Utor št. 28 se namreč pokriva s prvim in je njegov premik  $27 \cdot (80/3) = 720^\circ$ , kar je identično  $0^\circ$ .

Tabela 1.1 Razdelitev utorov za trifazno dvoplastno navitje

Faza	Št. utora	Kot utora ( $^\circ$ )	Faza	Št. utora	Kot utora ( $^\circ$ )	Faza	Št. utora	Kot utora ( $^\circ$ )
I	1	0	III	10	240	II	19	120
	2	$26\frac{2}{3}$		11	$266\frac{2}{3}$		20	$146\frac{2}{3}$
	3	$53\frac{1}{3}$		12	$293\frac{1}{3}$		21	$173\frac{1}{3}$
III'	4	80	II'	13	320	I'	22	200
	5	$106\frac{2}{3}$		14	$346\frac{2}{3}$		23	$226\frac{2}{3}$
II	6	$133\frac{1}{3}$	I	15	$13\frac{1}{3}$	III	24	$253\frac{1}{3}$
	7	160		16	40		25	280
I'	8	$186\frac{2}{3}$	III'	17	$66\frac{2}{3}$	II'	26	$306\frac{2}{3}$
	9	$213\frac{1}{3}$		18	$93\frac{1}{3}$		27	$333\frac{1}{3}$

Faktor navitja izračunamo po enačbi (1.11). Geometrijska vsota fazorjev napetosti iz tabele utorov je:

$$\underline{E}_{pg} = 0,5 \sum_i ((\cos((i-1)\alpha) + j\sin((i-1)\alpha)) - 0,5 \sum_{i_1=i+y} ((\cos((i_1-1)\alpha) + j\sin((i_1-1)\alpha)) - 0,5 \sum_k ((\cos((k-1)\alpha) + j\sin((k-1)\alpha)) + 0,5 \sum_{k_1=k+y} ((\cos((k_1-1)\alpha) + j\sin((k_1-1)\alpha))).$$

$0,5 \equiv 1/2$  utora ali 50 %, tj. ena plast.

Indeksi utorov so:

$$i = 1, 2, 3, 15 \text{ in } 16 \text{ ter } i_1 = 7, 8, 9, 21 \text{ in } 22 \text{ za fazo I in I'}$$

$$k = 8, 9, 22 \text{ in } 23 \text{ ter } k_1 = 14, 15, 28 \text{ in } 29 \text{ za fazo I' in I.}$$

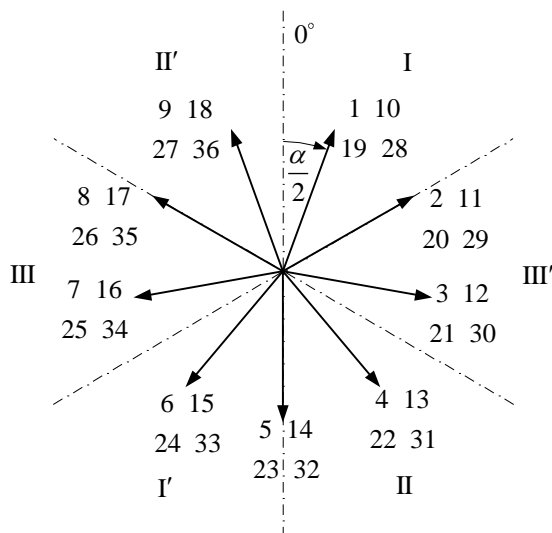
S temi podatki izračunana geometrijska vsota je:  $\underline{E}_{pg} = 0,5(16,22 + j4,86)$ , aritmetična vsota pa je:  $E_{pa} = 0,5 \cdot 18 = 9$  celih kazalcev in s tem kompleksni faktor navitja:

$$\underline{f}_n = \frac{\underline{E}_{pg}}{E_{pa}} = \frac{0,5(16,22 + j4,86)}{0,5 \cdot 18} = 0,901 + j0,27$$

oziroma absolutna vrednost faktorja navitja

$$f_n = |\underline{f}_n| = \sqrt{0,901^2 + 0,27^2} \approx 0,941.$$

Primer uporabe fazorjev oziroma kazalcev utorne zvezde je pojasnjen na naslednjem primeru:  $Q = 36$ ,  $2p = 8$ ,  $m = 3$ . Iz teh podatkov izračunamo število utorov:  $q = 36/(8 \cdot 3) = 1 + 1/2$  in  $Q_p = 4,5$ . Glede na število 2 v imenovalcu ulomka je mogoče izvesti tudi enoplastno navitje. Električni kot med utori  $\alpha = 40^\circ$ . Glede na največji skupni delitelj med številom utorov in številom polovih parov, ki je  $t = 4$ , velja, da se zvezda utornih kazalcev štirikrat ponovi (sl. 1.30).



Sl. 1.30 Utorna zvezda kazalcev napetosti za  $Q = 36$ ,  
 $2p = 8$ ,  $m = 3$

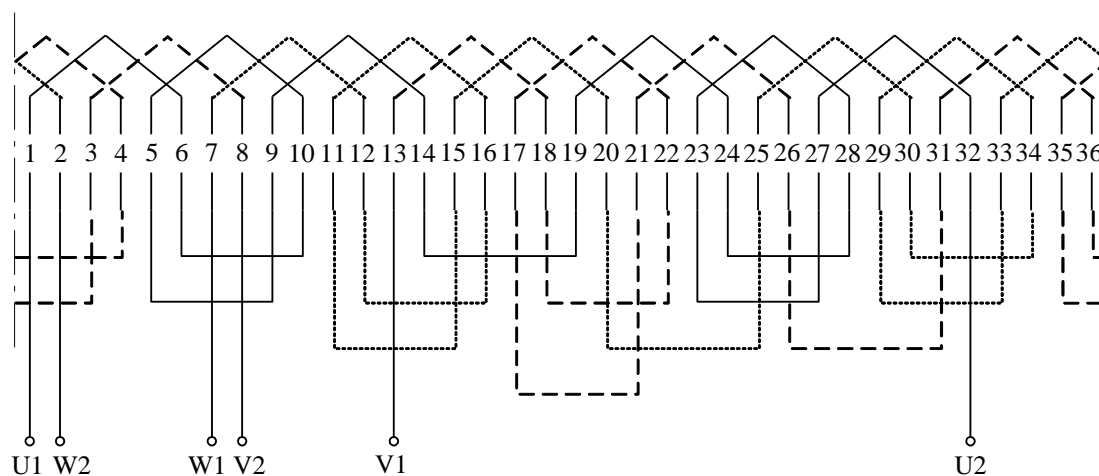
Sedaj moramo izbrati utore, ki glede na utorno zvezdo pripadajo prvi, drugi ali tretji fazi, glede na pas, v katerem ležijo posamezni utori. Za enoplastno navitje mora biti število kazalcev na fazo sodo število. Ta pogoj je izpolnjen tudi za naš primer, saj je  $36/3 = 12$  kazalcev ali 6 tuljav. Korak navitja je lahko različen, tj. 1–5 in 1–6 ali enak za vse tuljave, tj. 1–6. Enostavneje je za izdelavo, če vzamemo enoten korak, tj. 1–6. Navitje je pri tem koraku tetivno, toda širše kot je širina pola ( $Y_Q = 5 > Q_p = 4,5$ ). Glede na utorno zvezdo in 6 tuljav posamezne faze dobimo navijalno razpredelnico (tabela 1.2).

Utori v oklepajih ne ležijo v pasu iste faze, npr. št. 9 in 27 prve faze, ampak v pasu naslednje, tj. druge faze itd. Zato ima takšno navitje ustrezno manjši faktor navitja. Za lažjo predstavo je na sliki 1.31 narisana tudi shema navitja. Navitje je še vedno simetrično, toda posamezni poli imajo različno število tuljav.

Tabela 1.2 Navijalna razpredelnica

I. faza	II. faza	III. faza
1 – 6	13 – 18	7 – 12
10 – 5	22 – 17	16 – 11
(9) – 14	(21) – 26	(15) – 20
19 – 24	31 – 36	25 – 30
28 – 23	4 – 35	34 – 29
(27) – 32	(3) – 8	(33) – 2

Naš primer je mogoče rešiti tudi bolj enostavno s kombiniranim, tj. z ulomljenim koncentričnim navitjem, ki ga bomo spoznali v naslednjem poglavju. Včasih želimo imeti izrecno le enoplastna navitja, posebej še v primerih motorjev za več hitrosti vrtenja, ker potrebujemo tedaj manj vmesnih izolacij med posameznimi plastmi v utorih. Manj izolacij pomeni namreč več prostora za vodnike in s tem dobimo boljše karakteristike motorja pri enakem polnilnem faktorju navitja.



Sl. 1.31 Enoplastno navitje s korakom 1–6

Faktor navitja za navitje na sliki 1.31 izračunamo po enačbi (1.11). Geometrijska vsota fazorjev napetosti iz navijalne razpredelnice je:

$$\underline{E}_{pg} = \sum_i ((\cos((i-1)\alpha) + j\sin((i-1)\alpha)) - \sum_{i_1} ((\cos((i_1-1)\alpha) + j\sin((i_1-1)\alpha))),$$

kjer so indeksi utorov:

$$i = 1, 10 \text{ in } 9 \text{ ter } i_1 = 6, 5 \text{ in } 14 \text{ za fazo I in I' .}$$

S temi podatki izračunana geometrijska vsota je:  $\underline{E}_{pg} = 5,585 - j0,985$ , aritmetična vsota pa je:  $E_{pa} = 6$  kazalcev in s tem kompleksni faktor navitja:



$$\underline{f}_n = \frac{\underline{E}_{pg}}{E_{pa}} = \frac{5,585 - j0,985}{6} = 0,9308 - j0,1642$$

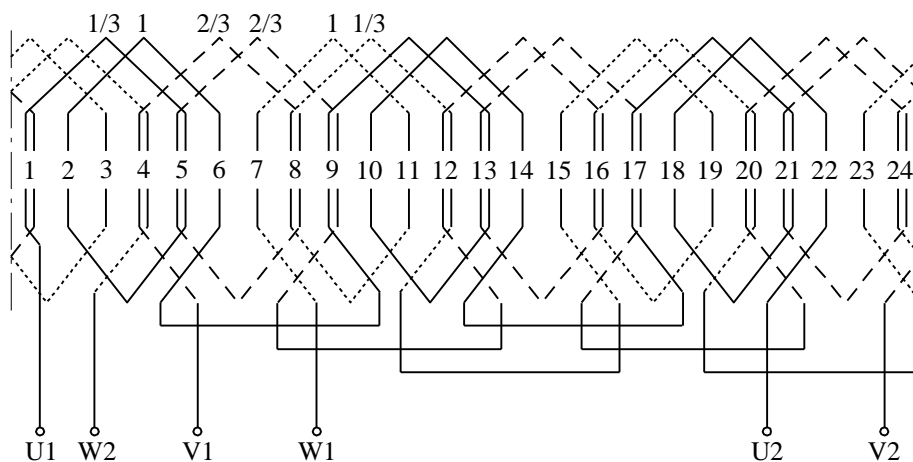
oziroma absolutna vrednost faktorja navitja

$$f_n = \left| \underline{f}_n \right| = \sqrt{0,9308^2 + 0,1642^2} \approx 0,945.$$

### 1.3.4.6 Nesimetrično navitje

V primeru, da je število utorov na pol in fazo po enačbi (1.39) celo število in ulomek in ima števec vrednost  $s=1$  in imenovalec  $i=3$ , je izvedljivo le nesimetrično navitje. Takšno nesimetrično navitje prikazuje slika 1.32. Podatki za navitje so naslednji:  $Q=24$ ,  $2p=6$ ,  $m=3$ . Iz predhodnih enačb izračunamo:

$$q = 1 + \frac{1}{3}, Q_p = 4, \text{ korak je } 1-5 \text{ in električni kot med utori } \alpha = 45^\circ.$$



Sl. 1.32 Nesimetrično zankasto navitje s premerskim korakom 1-5

Navitje na sliki 1.32 je deloma enoplastno in deloma dvoplastno. Prva in tretja faza sta enaki ( $q=1/3+1$ ) oziroma ( $q=1+1/3$ ), druga pa je različna ( $q=2/3+2/3$ ). Temu ustrezno so različni tudi faktorji navitja. Faktor navitja izračunamo po enačbi (1.11). Geometrijska vsota fazorjev napetosti za prvo ali tretjo fazo je glede na sliko 1.32 enaka:

$$\underline{E}_{pg} = \frac{1}{3} \sum_i ((\cos((i-1)\alpha) + j\sin((i-1)\alpha)) - \frac{1}{3} \sum_{i_1=i+y} ((\cos((i_1-1)\alpha) + j\sin((i_1-1)\alpha)) + \sum_k ((\cos((k-1)\alpha) + j\sin((k-1)\alpha)) - \sum_{k_1=k+y} ((\cos((k_1-1)\alpha) + j\sin((k_1-1)\alpha))).$$

1/3 utora ali 33,3 % zaseda prva tuljava. Indeksi teh utorov so:

$$i = 1, 9, 17 \text{ ter } i_1 = 5, 13, 21 \text{ za fazo I in I'.$$

3/3 utora ali 100 % zaseda druga tuljava. Indeksi teh utorov so:

$k = 2, 10, 18$  ter  $k_1 = 6, 14, 22$  za fazo I in I'.

Ker je navitje posameznih polov enako, lahko računamo geometrijsko vsoto le za en pol, tj. z indeksi utorov 1 in 5 ter 2 in 6. S temi podatki izračunana geometrijska vsota je:  $\underline{E}_{pg} = 2,0809 + j1,4142$ , aritmetična vsota pa je:  $E_{pa} = 2(1/3 + 1) = 8/3$  kazalcev in s tem kompleksni faktor navitja:

$$\underline{f}_n = \frac{\underline{E}_{pg}}{E_{pa}} = \frac{2,0809 + j1,4142}{8/3} = 0,7803 + j0,5303$$

oziroma absolutna vrednost faktorja navitja

$$f_n = \left| \underline{f}_n \right| = \sqrt{0,7803^2 + 0,5303^2} \approx 0,9435.$$

Geometrijska vsota fazorjev napetosti za drugo fazo je glede na sliko 1.32 za utore številka 4 in 5 ter utore 8 in 9, katerih tuljave zasedajo  $2/3$  utora, enaka:  $\underline{E}_{pg} = 2,2761 + j0,9328$ . Aritmetična vsota je enaka kot za prvo in tretjo fazo  $E_{pa} = 2(2/3 + 2/3) = 8/3$ . Kompleksni faktor navitja druge faze je:

$$\underline{f}_n = \frac{\underline{E}_{pg}}{E_{pa}} = \frac{2,2761 + j0,9328}{8/3} = 0,8535 + j0,3498$$

oziroma absolutni faktor navitja

$$f_n = \left| \underline{f}_n \right| = \sqrt{0,8535^2 + 0,3498^2} \approx 0,9225.$$

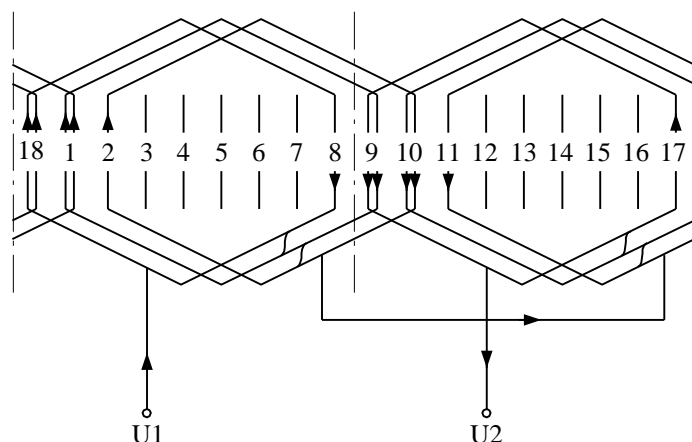
Faktor navitja druge faze je tako manjši od ostalih dveh. Tako se tudi v trifaznem motorju pojavi negativno vrtilno polje zaradi nesimetrije med fazami.

#### 1.3.4.7 Ulomljeno koncentrično navitje

To je koncentrično navitje, ki je deloma enoplastno in deloma dvoplastno. Ta vrsta navitja se je prav tako kot navadna koncentrična navitja uveljavila predvsem pri strojnem vlaganju navitja. Njihova prednost je v krajših glavah, medtem ko je faktor navitja le minimalno manjši kot za premersko navitje. Najlažje bomo spoznali omenjeno navitje na konkretnem primeru. Podatki za izvedbo navitja so naslednji:  $Q = 18$ ,  $2p = 2$ ,  $m = 3$ . Iz predhodno podanih enačb izračunamo:  $q = 3$ ,  $Q_p = 9$  in  $\alpha = 20^\circ$ . Širina tuljav za premersko navitje bi bila  $Y_Q = Q_p = 9$  ali korak podan s številkami utorov 1–10. Za podane podatke ni mogoče izvesti enoplastnega skrajšanega navitja, ker je  $q$  neparno celo število in ni deljivo z dva. Mogoče pa je izvesti standardno enoplastno navitje s premerskim korakom ali pa že omenjeno ulomljeno koncentrično navitje z dvema različnima korakoma.

Za lažje razumevanje ulomljenega koncentričnega navitja izhajamo iz normalnega dvoplastnega zankastega navitja, skrajšanega za utor (normalno dvoplastno

zankasto navitje bi bilo za primer  $q > 2$  skrajšano za dva utora). Takšno navitje s korakom 1–9 ( $Y_Q = 8$ ) prikazuje slika 1.33.



Sl. 1.33 Tetivno dvoplastno zankasto navitje s korakom 1–9

Zaradi tega, ker ni pomembno, kje je začetek prve faze, to postavimo v osemnajsti utor, ker bo tako pozneje lažje prikazati ulomljeno koncentrično navitje na sliki 1.34. Dvoplastno navitje na sliki 1.33 ima po enačbi (1.42) pasovni faktor navitja  $f_p = 0,96$  in po enačbi (1.43) tetivni faktor  $f_t = 0,9848$  oziroma po enačbi (1.44) faktor navitja za osnovno harmonsko komponento  $f_n = 0,945$ .

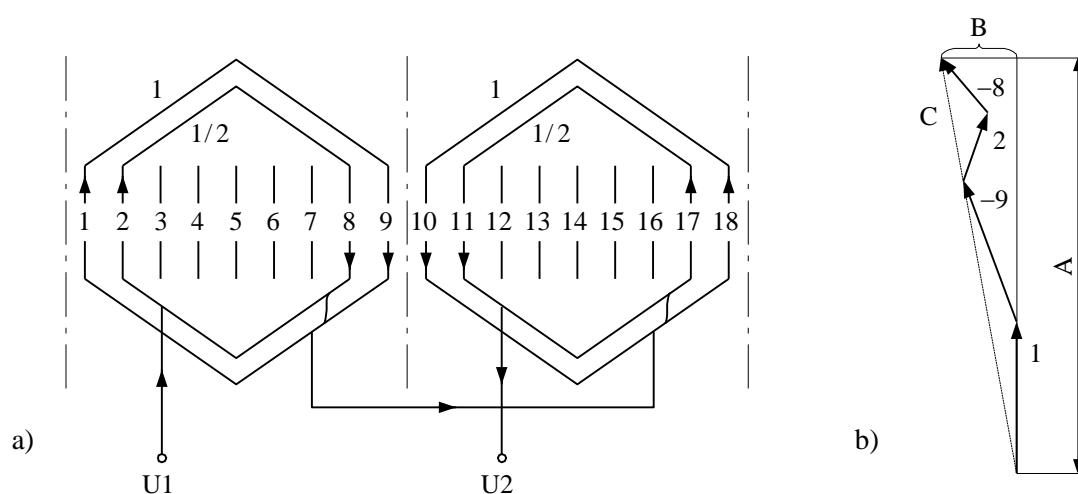
Iz slike 1.33 je razvidno, da leži v utorih št. 1, 9, 10 in 18 v obeh plasteh ista, tj. prva faza in v utorih št. 2, 8, 11 in 17 le polovica prve faze. Dejstvo je, da ni pomembno v kakšnem vrstnem redu povežemo utore (tuljave iste faze) med seboj. Pomembno je le, da ohranimo pravilno smer toka v levih in desnih polovicah tuljav za določeno število polov ( $2p = 2$ ). Tako lahko začne prva faza s polovično tuljavo tudi v drugem utoru (začetek) in konča v osmem utoru, nadaljuje s celo tuljavo v prvem utoru in konča s celo tuljavo v devetem utoru za polovico navitja prve faze. Glede na potrebno smer toka za dva pola je konec cele tuljave v devetem utoru vezan s koncem v osemnajstem utoru, začetek cele tuljave v desetem utoru nadaljuje s polovično tuljavo v sedemnajstem utoru in nato navitje konča s polovično tuljavo v enajstem utoru (konec). Ulomljeno koncentrično navitje na sliki 1.34a ima tako dva različna koraka 1–7 ( $Y_{Q1} = Q_p - q = 9 - 3 = 6$ ) in 1–9 ( $Y_{Q2} = Y_{Q1} + 2 = 8$ ). Povprečni korak je 1–8,33 in ga izračunamo po enačbi  $(0,5 \cdot 7 + 1 \cdot 9) / 1,5 = 8,33$ . Pri tem je število tuljav na pol in fazo enako:

$$\frac{q}{2} = 1 + \frac{1}{2}.$$

Na sliki 1.34a je torej zunanja tuljava s korakom 1–9 cela in notranja, manjša, s korakom 2–8, polovična. Sedaj nas zanima še izračun za faktor navitja. Tega ni

mogoče izračunati s pomočjo standardnih enačb (1.42) in (1.43), ker veljajo le za normalna enoplastna ali dvoplastna pasovna navitja.

Za izračun faktorja navitja zadošča, da seštejemo fazorje utornih napetosti prvih dveh tuljav, npr. prve faze, ki so narisani na sliki 1.34b. Fazor utora št. 1 s faznim položajem  $0^\circ$  seštejemo s fazorjem utora št. 9, ki zaostaja za prvim utorom za  $-8 \cdot 20^\circ = -160^\circ$  in v tuljavi oziroma v kompleksni ravnini prehiteva prvi utor za  $-160^\circ + 180^\circ = 20^\circ$ . Nato prištejemo polovični fazor drugega utora, ki zaostaja za prvim utorom za  $-20^\circ$  in na koncu še polovični fazor osmega utora. Ta zaostaja za prvim za  $-7 \cdot 20^\circ = -140^\circ$  in prehiteva v tuljavi kazalec prvega utora za  $-140^\circ + 180^\circ = 40^\circ$ .



Sl. 1.34 a) Ulomljeno koncentrično navitje s korakom 1–7, 9 in  
b) fazorji napetosti dveh tuljav prve faze

Za izračun geometrijske vsote fazorjev napetosti zaporedno vezanih tuljav naredimo kosinusno in sinusno projekcijo kazalcev in uporabimo še Pitagorov izrek. Velikost fazorja celega utora je enaka enoti ali 100 %, velikost polovičnega utora pa polovici enote ali 50 %. Kosinusna projekcija je:

$$A = 1 \cos 0^\circ + 1 \cos 20^\circ + 0,5 \cos(-20^\circ) + 0,5 \cos 40^\circ = 2,793$$

in sinusna projekcija

$$B = 1 \sin 0^\circ + 1 \sin 20^\circ + 0,5 \sin(-20^\circ) + 0,5 \sin 40^\circ = 0,492$$

ter s tem geometrijska vsota:  $C = \sqrt{A^2 + B^2} = 2,836$  enote. Aritmetična vsota je enaka:  $1 + 1 + 0,5 + 0,5 = 3$  enote. Faktor navitja za osnovno harmonsko komponento izračunamo po osnovni enačbi (1.11) kot razmerje obeh vsot:

$$f_n = \frac{2,836}{3} = 0,945.$$

Za normalno enoplastno navitje s premerskim korakom 1–10 bi dobili pasovni faktor in s tem faktor navitja po enačbi (1.42)  $f_n = 0,96$ . Zmanjšanje faktorja navitja je torej nepomembno, pri tem je korak tuljave krajši za več kot utor. Bistvena prednost takšnega navitja je torej skrajšanje glav. Tudi vsebina višjih harmonskih komponent magnetnega polja bo manjša kot za premersko navitje.

Pri opazovanju slike 1.34b vidimo, da je dovolj, če pri izračunu faktorja navitja vzamemo le fazor utora št. 1 in polovico fazorja utora št. 2, torej le fazorja polovice enega pasu. Na splošno velja za vsako skrajšano simetrično ulomljeno koncentrično navitje za  $q \geq 2$  naslednja enačba za faktor navitja:

$$f_n = \frac{1}{z} \sum_{i=1}^n z_i \cos\left((2i-1) \frac{\alpha}{2}\right), \quad (1.46)$$

kjer je  $n = q/2$ , če je  $q$  sodo število in  $n = (q+1)/2$ , če je  $q$  liho število ter  $z$  vsota vseh vodnikov v utorih:  $z = z_1 + z_2 + \dots + z_n$ . Števila vodnikov  $z_1$  do  $z_n$  sploh ni treba poznati, ampak le % polnitve posameznega utora glede na utor z največ vodniki. Število vodnikov v utorih je le pomožna veličina, kot npr. polmer potencialnega kroga v enačbi (1.42) ali velikost napetosti palice (vodnika) v enačbi (1.43).

V našem konkretnem primeru je  $z_1 = 1$  ali 100 % in  $z_2 = 0,5$  ali 50 %. Indeks  $i = 1$  oziroma  $n = 2$  ter  $\alpha = 20^\circ$ . S temi podatki izračunamo po enačbi (1.46):

$$f_n = \frac{1}{1,5} \left( 1 \cos \frac{20^\circ}{2} + 0,5 \cos \frac{3 \cdot 20^\circ}{2} \right) = \frac{1}{1,5} (\cos 10^\circ + 0,5 \cos 30^\circ) = 0,945.$$

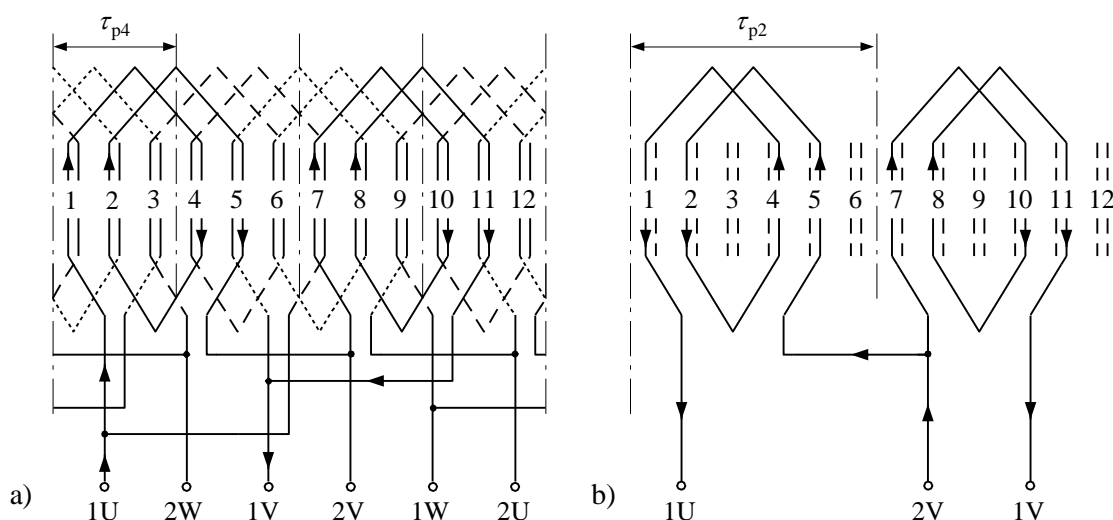
Vrednost se torej ujema z vrednostjo, dobljeno z enačbo (1.11) glede na sliko 1.34b. Enako vrednost smo dobili tudi za dvoplastno zankasto navitje, skrajšano za utor na sliki 1.33. Prednost navitja na sliki 1.34a je v krajših glavah zaradi koraka 1–8,33 namesto koraka 1–9 pri enakem faktorju navitja in možnost strojnega navijanja. Za normalno dvoplastno navitje na osemnajstih utorih vzamemo normalno korak 1–8 (skrajšanje 7/9), kar je malenkost manjši korak, kot ga ima ulomljeno koncentrično navitje, toda faktor navitja je v tem primeru le  $f_n = 0,902$ .

Omeniti je treba, da je mogoče izvesti tudi ulomljeno koncentrično navitje, ki ima premerski korak, in sicer s podatki za korak: 1–8, 10. V tem primeru bi imela večja zunanja (polovična) tuljava korak 1–10 in cela (notranja) tuljava korak 2–9 (ali 1–8). Faktor navitja je enak, korak pa krajši kot za čisto enoplastno navitje.

#### 1.3.4.8 Dahlander navitje

To je posebno (običajno dvoplastno) navitje, ki omogoča spremembo števila polov s spremembo smeri toka v polovici navitja v razmerju 2:1. Način, kako to dosežemo, bo najbolje razviden kar iz samega primera. Primer je naslednji:  $Q = 12$ ,  $2p = 4/2$

in  $m=3$  ter je vzet za manjše število utorov in ustrezno manjše število polov. Za dvakrat večje število utorov bi bilo tudi število polov lahko dvakrat večje. Za naš primer izračunamo najprej  $q_4=1$  in  $q_2=2$ . Seveda navitja ni mogoče izvesti za različno število utorov na pol in fazo, tj. z različnim številom tuljav. Pravilo je, da mora biti  $q$  enak večjemu številu, torej izbran za manjše število polov, tj. v našem primeru  $q=q_2=2$ . Tudi število utorov na pol oziroma polova delitev bo različna, in sicer  $Q_4=3$  in  $Q_2=6$ . Za izbor širine tuljav navitja velja pravilo, da izberemo širino (in korak) tuljav za večje število polov stroja, tj.  $Y_Q=Q_4=3$  (korak: 1–4). Korak je torej običajno enak premerskemu koraku za večje število polov ali pa je za kakšen utor večji, obvezno pa je manjši kot premerski korak za manjše število polov. Tuljave prve faze s smernimi kazalci toka štiripolnega stroja so narisane na sliki 1.35a, tuljave dvopolnega stroja na sliki 1.35b.



Sl. 1.35 Dvoplastno Dahlander navitje za: a) 4 pole, b) 2 pola v 12 utorih

Vidimo, da je začetek dvopolnega stroja, tj. navitja za manjše število polov, na sredini navitja. To je tako imenovani sredinski odcep. Če priključimo napetost na ta odcep, se smer toka v prvi polovici navitja obrne. Kazalci utorov št. 4, 5, 7 in 8 sedaj skupaj tvorijo en pol in kazalci utorov št. 10, 11, 1 in 2 drugi pol. Polov je torej dvakrat manj kot na sliki 1.35a, zato pa ima navitje dve vzporedni veji.

Zanima nas, kakšna bosta ustrezna faktorja navitja za oba primeri. Štiripolna vezava na sliki 1.35a ima sicer premersko širino tuljav, saj je  $Y_Q=Q_4=3$ , toda namesto ene imamo v skupini dve zaporedno vezani tuljavi. To pomeni, da sta ti dve tuljavi nameščeni v pasu  $120^\circ$  in ne v pasu  $60^\circ$ , kot je to običajno. Električni kot med utori je po enačbi (1.41):

$$\alpha_4 = 2 \frac{360^\circ}{12} = 60^\circ$$

in pasovni faktor osnovne harmonske komponente po enačbi (1.42)

$$f_{n4} = f_{p4} = \frac{\sin\left(q_2 \frac{\alpha_4}{2}\right)}{q_2 \sin\left(\frac{\alpha_4}{2}\right)} = \frac{\sin\left(2 \frac{60^\circ}{2}\right)}{2 \sin\left(\frac{60^\circ}{2}\right)} = 0,866.$$

To je relativno slab faktor navitja in je posledica dejstva, da je navitje za štiripolni stroj nameščeno v pasu  $120^\circ$ . Še slabši je faktor navitja za dvopolno vezavo. Za električni kot med utori:

$$\alpha_2 = \frac{360^\circ}{12} = 30^\circ \text{ izračunamo pasovni faktor } f_{p2} = \frac{\sin(30^\circ)}{2 \sin(15^\circ)} = 0,966.$$

Toda, ker je širina tuljav  $Y_Q = 3 < Q_2$ , imamo močno skrajšano navitje (za 50 %). Izračunamo še tetivni faktor po enačbi (1.42):

$$f_{t2} = \sin\left(\frac{3\pi}{6 \cdot 2}\right) = 0,707 \text{ in je faktor navitja le } f_{n2} = f_{p2} f_{t2} = 0,966 \cdot 0,707 = 0,683.$$

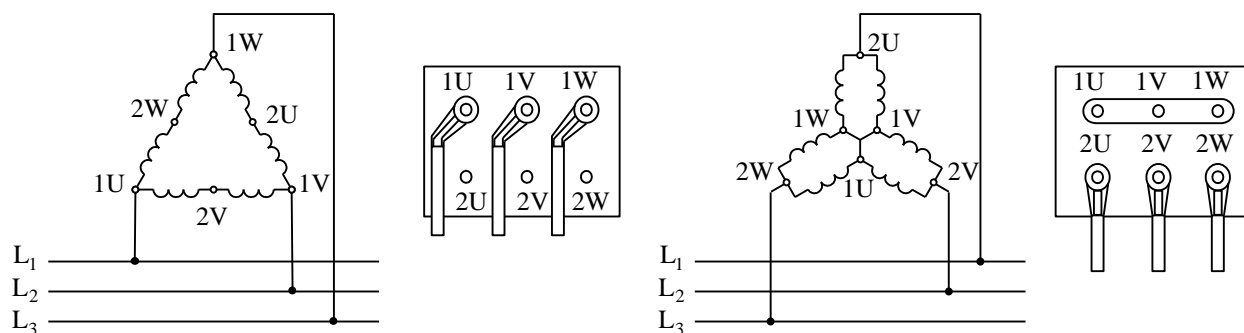
Sedaj si lahko razjasnimo tudi, kje bo začetek druge in tretje faze štiripolnega navitja. Velja pravilo, da morajo biti začetki navitja za večje število polov ( $2p = 4$ ) premaknjeni za  $240^\circ$  po obodu, da bodo srednji odcepi navitja za polovično število polov ( $2p = 2$ ) premaknjeni za  $120^\circ$ . Na to pravilo nas navede dejstvo, da je električni kot med utori za manjše število polov polovičen, torej je polovičen tudi premik  $240^\circ / 2 = 120^\circ$ , kar je pogoj za vrtilno polje. Premik  $240^\circ$  dobimo za tretjo fazo v petem utoru ( $(5-1)\alpha_4 = 4 \cdot 60^\circ = 240^\circ$ ) in za drugo fazo v devetem utoru ( $(9-1)\alpha_4 = 8 \cdot 60^\circ = 480^\circ = 2 \cdot 240^\circ \equiv 120^\circ$ ). To pomeni, da bi se motor pri enakem faznem zaporedju vrtel npr. v levo kot štiripolni in v desno kot dvopolni. Temu se izognemo, tako da zamenjamo oznake začetkov drugih dveh faz. Torej je začetek druge faze v petem utoru in tretje faze v devetem utoru. Da se smer vrtenja v eni vezavi menja glede na drugo vezavo brez zamenjave oznak, je posledica dejstva, da se spremeni smer toka v polovici navitja. Za stroje pa je postavljena zahteva, da je pri faznem zaporedju R, S in T od leve na desno na priključnih sponkah smer vrtenja stroja v smeri vrtenja urnih kazalcev. Torej mora biti smer vrtenja enaka, ne glede na katere sponke Dahlander navitja je priključena napetost enakega zaporedja faz.

Samo Dahlander navitje je za večje število polov vezano v zvezdo ali trikot kot vsako normalno trifazno navitje. Iz zahtev, ki se postavljajo za določen pogon, tj. če želimo približno konstanten vrtilni moment, pogojuje ta zahteva trikotno vezavo za večje število polov in vezavo dvojna zvezda za manjše število polov (D/YY). Pri omrežni

napetosti 400 V, bo v vezavi D na navitju tudi 400 V ali na vsaki polovici navitja 200 V. V vezavi YY bo na vsaki polovici navitja napetost  $(400/\sqrt{3}) = 231$  V. To je sicer nekaj več kot v vezavi D, toda zato je veliko slabši faktor navitja za vezavo YY in bo vrtilni moment tudi do 50 % manjši za višjo hitrost.

Druga kombinacija, kjer se zahteva štirikrat večji vrtilni moment pri dvakrat višjem številu vrtljajev (npr. pri pogonih vseh vrst ventilatorjev), pogojuje vezavo zvezda za večje število polov in vezavo dvojna zvezda za manjše število polov (Y/YY). Na sliki 1.36 je prikazana trikotna vezava in dvojna zvezda (D/YY), ki se pogosteje uporablja.

Stroj ima šest priključnih sponk kot vsak normalen trifazni stroj za vezavo D/Y. Priključne sponke so po IEC priporočilih označene s številkami 2 za višjo hitrost in z 1 za nižjo hitrost. Samo navitje je vezano v navadni trikot ali zvezdo in to je tudi osnovna vezava za večje število polov.



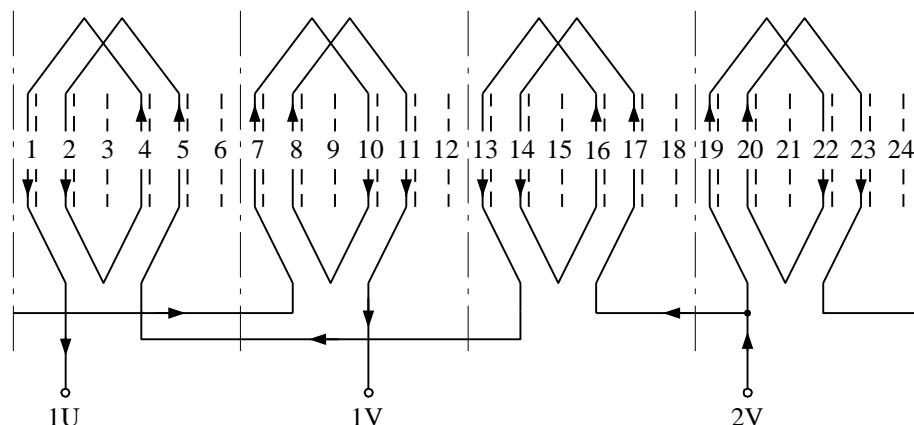
Sl. 1.36 Dahlander navitje v vezavi D/YY

V primeru, da imamo spremembo števila polov trifaznega Dahlander navitja za  $2p = 8/4$  ali več polov, pride pri vezavi skupin tuljav za obe polovici navitja do posebnosti. Za boljšo primerjavo s predhodnim primerom vzemimo, da je  $Q = 24$  in  $2p = 8/4$ . V tem primeru ostanejo glede na predhodni primer vsi podatki enaki. Poveča se le število skupin tuljav, ustrezno številu polov, tj. dvakrat. Slika 1.37 prikazuje navitje ene faze in ustrezne smeri tokov za manjše število polov  $2p = 4$ , ki je primerljivo s sliko 1.35b (za  $2p = 2$ ). Vidimo, da je zaporedno vezana vsaka druga skupina dveh tuljav, tj. prva s tretjo (sledi odcep 2V) in četrta z drugo. Pri običajnem navitju bi vezali zaporedno prvo in drugo skupino tuljav ter tretjo in četrto. Pri takšni vezavi bi se šestkrat spremenila smer toka pri priključku na 2V za manjše število polov in ne bi dobili štirih polov. Dobili bi šest neenakomerno širokih polov, kar je seveda napačno.

Treba je še dodati, da je mogoče s posebno vezavo, imenovano polno amplitudna modulacija ali krajše PAM, doseči tudi spremembo števila polov v razmerju 3:2. Navitje ima prav tako šest izvodov kot Dahlander in tudi vezano je v vezavi D/YY



ali Y/YY. Zaradi komplicirane vezave posameznih tuljav pa ni preveč uporabno in uporabimo za takšne primere raje dve ločeni navitji.



Sl. 1.37 Dvoplastno Dahlander navitje za 8/4 pole, puščice smeri tokov za  $2p = 4$

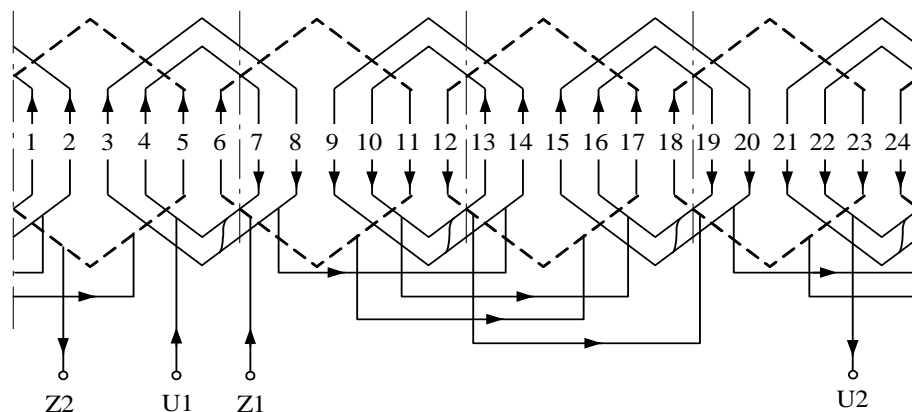
#### 1.3.4.9 Navitja za enofazne stroje s pomožno fazo

Pri nesimetričnih enofaznih strojih imamo običajno glavno fazo, ki zasede  $2/3$  utorov, in pomožno fazo, ki zasede preostalo  $1/3$  utorov. Navitje, ki leži v utorih, razporejenih na  $2/3$  oboda, se uporablja tudi v primeru enosmernega vzbujalnega sistema za cilindrične rotorje sinhronskega stroja; to smo omenili že v uvodu. Pri enofaznem stroju je mogoče vzeti tudi enako število utorov za glavno fazo in pomožno fazo, tj. po  $1/2$  utorov za vsako fazo ali pa kakšno kombinacijo med  $2/3$  in  $1/2$ . Izbor števila utorov je odvisen od načina izdelave pa tudi od uravnoteženosti segrevanja glavne in pomožne faze.

Za lažje razumevanje izberemo naslednji primer:  $Q = 24, 2p = 4$ . Odločimo se za navitje, pri katerem naj odpade  $2/3$  utorov na glavno fazo in  $1/3$  na pomožno fazo. Najprej določimo število tuljav glavne faze:  $q_g = (2/3) Q / (2p) = (2/3) 24 / 4 = 4$  ali štirje utori na pol. Za pomožno fazo pa dobimo:  $q_p = q_g / 2 = 4 / 2 = 2$  utora na pol. Število utorov na pol  $Q_p = Q / (2p) = 24 / 4 = 6$  ter kot med utori  $\alpha = 30^\circ$ . Premerska širina tuljav dvoplastnega navitja bi bila  $Y_Q = Q_p = 6$ . Pri navitju, skrajšanem za utor, pa  $Y_Q = 5$ . Bolj običajno je pri enofaznih strojih (zaradi manjših moči) enoplastno skrajšano enoetažno koncentrično navitje. Ker je  $q_g \neq q_p$ , dobimo različna koraka navitja. Za glavno fazo je korak 1–4, 6 in za pomožno fazo korak 1–6 (sl. 1.38).

Navitje ni tetivno. Zato moramo izračunati le oba pasovna faktorja navitja. Za glavno fazo velja po enačbi (1.42):

$$f_{pg} = \frac{\sin(4 \cdot 15^\circ)}{4 \sin(15^\circ)} = 0,837 \quad \text{in za pomožno fazo} \quad f_{pp} = \frac{\sin(2 \cdot 15^\circ)}{2 \sin(15^\circ)} = 0,966.$$



Sl. 1.38 Skrajšano enofazno enoplastno koncentrično navitje za  $2p = 4$

Pasovni faktor oziroma faktor navitja je za glavno fazo precej manjši. To je posledica dejstva, da ležijo tuljave glavne faze v pasu  $120^\circ$ , kot pri Dahlander navitju za večje število polov, pomožne faze pa v pasu  $60^\circ$ , kot pri navadnem trifaznem navitju.

## 1.4 INDUCIRANE NAPETOSTI V NAVITJU

### 1.4.1 Inducirana napetost osnovne harmonske komponente

Enačba (1.37) nam podaja efektivno inducirano napetost v tuljavi za osnovno harmonsko komponento vrtilnega polja. Za navitje ene faze v trifaznem sistemu je treba enačbo malo razširiti. Namesto ovojev ene tuljave bomo upoštevali ovoje vseh tuljav ene faze in ustrezeni faktor navitja. Še prej pa bomo v enačbo (1.37) vstavili izraz za hitrost vrtilnega polja iz enačbe (1.17). Enačba za inducirano napetost tuljave bo sedaj:

$$E_t = \frac{z_t}{\sqrt{2}} \hat{B}_1 l D \pi n = \frac{2N_t}{\sqrt{2}} \hat{B}_1 l D \pi \frac{f}{p} = \frac{2N_t}{\sqrt{2}} 2\hat{B}_1 \tau_p l f, \quad (1.47)$$

kjer je v enačbi upoštevan izraz za število vrtljajev po enačbi (1.18) in izraz za polov lok po enačbi (1.5). Na desni strani enačbe (1.47) se je pojavil produkt  $\hat{B}_1 \tau_p l$ . Ta produkt predstavlja fluks (zračne reže), ki pa po obodu stroja ni konstanten. Prostorsko porazdelitev magnetnega polja osnovne harmonske komponente pola nam prikazuje slika 1.11b. Če naredimo integral gostote magnetnega pretoka pola, dobimo srednjo vrednost fluksa enega pola:

$$\int_{-\tau_p/2}^{\tau_p/2} \hat{B}_1 l \cos\left(\frac{\pi}{\tau_p} x\right) dx = \frac{2}{\pi} \hat{B}_1 \tau_p l = \frac{2}{\pi} \hat{B}_1 A_\delta = \hat{\Phi}_1, \quad (1.48)$$

kjer je  $x_0 = 0$  v simetrali pola (za kosinusno funkcijo magnetnega polja). Krajevno oz. časovno je fluks temenska srednja vrednost. Desni izraz enačbe (1.47) pišemo

sedaj malo drugače. Enačbo najprej množimo in delimo s  $\pi$  in upoštevamo izraz za fluks pola. Inducirana napetost tuljave bo po teh izvajanjih:

$$E_t = \frac{2N_t}{\sqrt{2}} \frac{\pi 2}{\pi} \hat{B}_1 \tau_p l f = \frac{1}{\sqrt{2}} 2\pi f N_t \hat{\Phi}_1 = 4,44 f N_t \hat{\Phi}_1, \quad (1.47a)$$

kjer je konstanta  $4,44 = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} = 4 \frac{\pi}{2\sqrt{2}}$  in je  $\frac{\pi}{2\sqrt{2}} = 1,11$ , tj. faktor oblike. Ker ima na-

vitje vsake faze običajno več prostorsko porazdeljenih tuljav, bo inducirana napetost posamezne faze ob upoštevanju vseh ovojev tuljav, ki so vezane zaporedno, in faktorja navitja:

$$E = 4,44 f N f_n \hat{\Phi}_1. \quad (1.47b)$$

Ob upoštevanju mogoče vzporedne ali zaporedne vezave tuljav navitja posameznih polov moramo v enačbi (1.47b) upoštevati tudi število vzporednih vej  $a$ . Končna enačba za inducirano napetost je sedaj:

$$E = 4,44 f \frac{N f_n}{a} \hat{\Phi}_1. \quad (1.49)$$

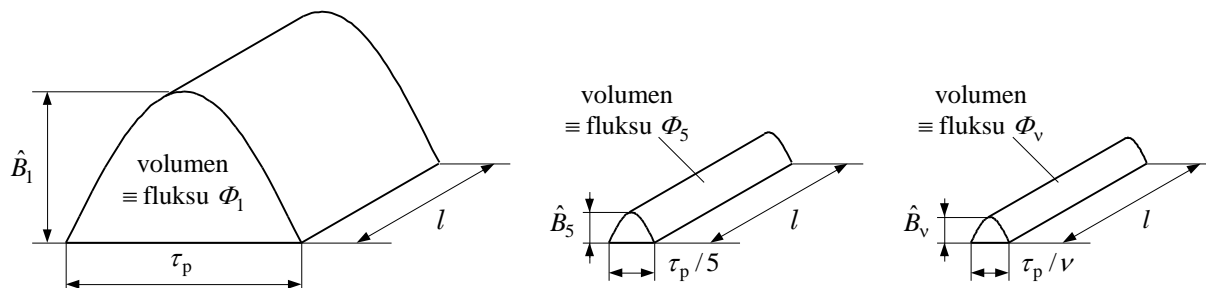
### 1.4.2 Inducirane napetosti višjih harmonskih komponent

Fluks osnovne ali katerekoli višje harmonske komponente predstavlja volumen telesa (sl. 1.39). Amplituda gostote magnetnega pretoka osnovne harmonske komponente je sorazmerna faktorju navitja  $f_{n1}$  in obratno sorazmerna redu harmonske  $f_{n1}/1$  oziroma pri  $\nu$ -ti harmonski  $f_{n\nu}/\nu$ , tj. ustrezno vzbujanju po enačbi (1.25). Razmerje amplitud pa ustreza enačbi (1.27).

Fluks  $\nu$ -te harmonske komponente je proporcionalen  $f_{n\nu}/\nu^2$ :

$$\hat{\Phi}_\nu = \frac{2}{\pi} \hat{B}_\nu \tau_{p\nu} l = \frac{2}{\pi} \frac{\mu_0}{\delta_e} \frac{\hat{\Theta}_1}{f_{n1}} \frac{f_{n\nu}}{\nu^2} \tau_p l, \quad (1.48a)$$

ker je polov korak za  $\nu$ -to harmonsko komponento  $\nu$ -krat manjši. Inducirana napetost bo proporcionalna  $(f_{n\nu}/\nu)^2$ .



Sl. 1.39 Shematski prikaz fluksa osnovne, pete in  $\nu$ -te harmonske komponente

Enačbo za inducirano napetost (1.49) razširimo za  $\nu$ -to harmonsko in dobi obliko:

$$E_v = 4,44f \frac{N f_{nv}}{a} \hat{\Phi}_v. \quad (1.50)$$

V poglavju 1.2.5 smo govorili tudi o časovnih harmonskih komponentah reda  $\mu$ , ki so posledica nasičenja železa v magnetnem krogu. Te harmonske komponente imajo  $\mu$ -krat višjo frekvenco in  $\mu$ -krat večje število polov od osnovne harmonske komponente magnetnega polja. Zato bo splošna enačba za inducirano napetost harmonske komponente reda  $\nu$ ,  $\mu$  enaka:

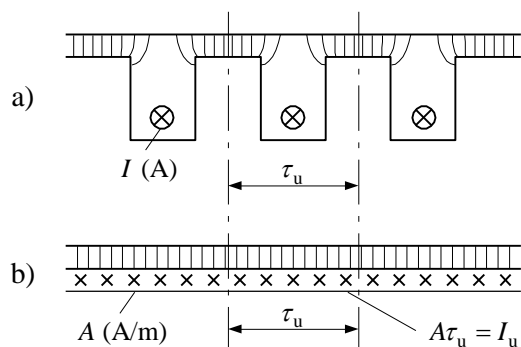
$$E_{v\mu} = 4,44f_\mu \frac{N f_{nv}}{a} \hat{\Phi}_{v\mu}, \quad (1.50a)$$

kjer je  $f_\mu = \mu f$  ter je  $\nu = 1, 5, 7, \dots$  za  $\mu = 1$  in  $\mu = 1, 3, 5, 7, \dots$  za  $\nu = 1$ .

## 1.5 TOKOVNA OBLOGA

### 1.5.1 Pojem tokovne obloge

Delovanje stroja je primarno odvisno od namišljene porazdelitve tokov po površinah železnega jedra v zračni reži. Analiza navitja je določena s časovnim zaporedjem in prostorsko porazdelitvijo tokov v vodnikih. Pri idealnem stroju je delovanje tokov v vodnikih nadomeščeno z delovanjem tokov v dvodimenzionalni ravnini. Osnovna veličina, ki opredeljuje to delovanje, je tokovna obloga. Tokovna obloga je sinonim za tok v dvodimenzionalni ravnini po dolžini pravokotni na tokovnice ali z drugimi besedami, tj. linearna (linijska) gostota toka v elektromagnetnem smislu. Enota je Amper/meter. Kljub temu da so vodniki običajno neenakomerno (diskontinuirano) porazdeljeni po obodu (sl. 1.40a), je tokovna obloga podana kot povprečna vrednost toka posameznega utora na širino utornega koraka (sl. 1.40b).



Sl. 1.40 Porazdelitev toka po obodu:  
a) dejanska, b) kontinuirana

Za sliko 1.40b velja enačba:

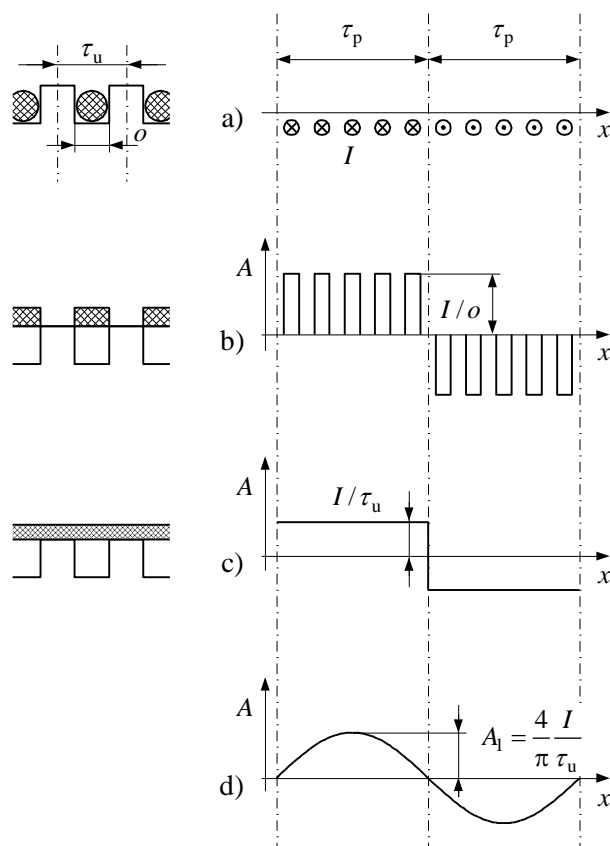
$$A = \frac{I_u}{\tau_u}, \quad (1.51)$$

kjer je tok v utoru enak vsoti  $I_u = \sum I$ . Pri tem je vseeno, ali teče tok  $I_u$  v enem vodniku ali v  $z_u$  vodnikih tok  $I = I_u / z_u$ . Na splošno je tokovna obloga:

$$A(x) = \frac{\Delta I}{\Delta x}. \quad (1.52)$$

Na sliki 1.41a imamo porazdeljene vodnike dveh polov v utore s širino odprtin utorov "o". Porazdelitev tokovne obloge preko širine odprtine utorov, upošteva enačbo (1.52), vidimo na sliki 1.41b. To je neenakomerna porazdelitev. Bolj enostavna je analiza stroja, če računamo enakomerno tokovno oblogo na utorni korak (sl. 1.41c) po enačbi (1.51).

Periodično funkcijo tokovne obloge (sl. 1.41c) razstavimo po Fourierju. Osnovno harmonsko komponento tokovne obloge prikazuje slika 1.41d.



Sl. 1.41 Porazdelitev toka po obodu:

- a) v utorih
- b) nad odprtini utorov
- c) kontinuirana
- d) sinusna

Iz teorije kvazistatičnega elektromagnetnega polja je poznan zakon o pretoku (Amperov zakon), ki ga opisuje prva Maxwellova enačba:

$$\oint_K \vec{H}_x \cdot d\vec{x} = \iint_S \vec{J} \cdot d\vec{S}, \quad (1.53)$$

kjer je  $\vec{J}$  vektor gostote toka in  $d\vec{S}$  vektor diferenciala površine.

Desna stran enačbe (1.53) nam da vrednost vzbujalnega toka. Na splošno je vrednost toka definirana tudi s krivoljnim integralom po konturi "K" okoli področja z gostoto toka  $\vec{J}$ , to pa je dejansko površina  $S$ , ki jo zapira krivulja tokovne obloge z abscisno osjo dolžine  $x$ .

Torej velja:

$$\iint_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = \int_0^x A dx, \quad (1.54)$$

kjer je  $x$  lahko enak  $\tau_p$  in  $S$  ustrežna površina pola. Integral na desni strani enačbe predstavlja vzbujanje magnetnega polja in ga označimo kot:

$$\theta(x) = \int_0^x A dx. \quad (1.55)$$

Z integriranjem tokovne obloge po obodu stroja smo dobili v teoriji strojev zelo pomembno vzbujalno krivuljo, ki smo jo že spoznali. Na splošno velja, da je med amplitudo tokovne obloge in amplitudo vzbujanja fazni premik  $\pi/2$ , kar je posledica integracije. Z integriranjem kosinusne funkcije (glede na amplitudo) osnovne harmonske komponente tokovne obloge (sl. 1.41d) dobimo namreč sinusno funkcijo. To pa je ponovno kosinusna funkcija s premikom  $\pi/2$ .

### 1.5.2 Tokovna obloga in vzbujanje trifaznega stroja

V primeru  $m$ -faznega vzbujalnega navitja imamo  $mz$  vodnikov, v katerih teče efektivni tok  $I/a$ . Obod je pod pritiskom tokovne obloge srednje vrednosti:

$$A = \frac{mzI}{D\pi a} = \frac{mzI}{2p\tau_p a}. \quad (1.56)$$

Krajevna porazdelitev tokovne obloge je funkcija prostorske razdelitve navitja in časovno spremenljivega napajalnega toka frekvence  $f$ . V prejšnjem poglavju smo omenili, da tokovno oblogo razstavimo na osnovno harmonsko in višje harmonske komponente reda  $\nu$ . Temenska vrednost amplitude osnovnega vala bo:

$$\hat{A}_1 = A\sqrt{2} f_n. \quad (1.57a)$$

Temenska vrednost amplitud višjih harmonskih komponent bo:

$$\hat{A}_\nu = \frac{A}{\nu} \sqrt{2} f_{n\nu}. \quad (1.57b)$$

Integriramo po enačbi (1.55) tokovno oblogo osnovnega vala, razporejeno glede na amplitudo po kosinusu (sl. 1.41d), in dobimo vrednost za vzbujanje:

$$\theta_x = \int_{x_0}^x \hat{A}_1 \cos\left(\frac{\pi}{\tau_p} x\right) dx = +\hat{A}_1 \frac{\tau_p}{\pi} \sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} x\right) = \frac{2}{\pi} \hat{A}_1 \frac{\tau_p}{2} \cos\left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \frac{\pi}{2}\right), \quad (1.58)$$

kjer je  $x_0 = 0$  v simetrali pola in je vzbujanje tudi kosinusna funkcija z amplitudo vzbujanja  $\hat{\Theta}_1 = \hat{A}_1 \tau_p / \pi$ , ki prehiteva tokovno oblogo za  $\pi/2$ . Z upoštevanjem enačb (1.56), (1.57a) in (1.58) dobimo temensko vrednost vzbujanja osnovnega vala:

$$\hat{\Theta}_1 = \frac{2}{\pi} \frac{mzI}{2p\tau_p a} \sqrt{2} f_n \frac{\tau_p}{2} = \frac{m}{2} \frac{4}{\pi} \frac{Nf_n}{2pa} I\sqrt{2}. \quad (1.59)$$

Z upoštevanjem, da je število vodnikov  $z = 2N$ , dobimo končni izraz za temensko vrednost vzbujanja osnovnega vala. Desna stran enačbe (1.59) je identična z enačbo (1.10b). Torej nam integral tokovne obloge po enačbi (1.55) res predstavlja vzbujanje. Za poljubno prostorsko harmonsko komponento vzbujanja moramo razširiti enačbo (1.59) in dobi obliko:

$$\hat{\Theta}_v = \frac{m}{2} \frac{4}{\pi} \frac{Nf_{nv}}{2\nu pa} I\sqrt{2}. \quad (1.60)$$

Vidimo, da je amplituda vzbujanja simetričnega trifaznega vzbujalnega navitja katerekoli (neparne) višje harmonske komponente odvisna od:

1. konstante  $m/2$ , tj. vsote pozitivnih valov vzbujanja  $m$  faz,
2. faktorja  $4/\pi$  Fourierjeve analize,
3. efektivnega števila ovojev  $Nf_{nv}/a$ ,
4. temenske vrednosti toka  $I\sqrt{2}$  in
5. obratno sorazmerna številu polov  $2\nu p$ , ker računamo vzbujanje in magnetno polje vedno za en pol.

### 1.5.3 Produkt gostote toka in tokovne obloge

Iz gradnje električnih strojev in naprav je znano, da lahko navitje, v katerem teče električni tok, obremenimo le z določeno jakostjo (gostoto) toka. Ta je odvisna od ustreznega razreda izolacije navitja. Npr. za B razred izolacije je dopustni srednji segretek (nadtemperatura) navitja  $80^\circ\text{C}$  pri najvišji normalno dovoljeni temperaturi okolice  $40^\circ\text{C}$  ali najvišja temperatura v katerem koli delu navitja  $130^\circ\text{C}$ . Za naslednji največ uporabljeni razred izolacije, tj. F razred, je dovoljeni srednji segretek  $100^\circ\text{C}$  oziroma najvišja temperatura  $155^\circ\text{C}$ .

Sam izolacijski sistem sestavljajo izolacije, ki ločujejo navitje v utorih ali na polih od mase (železnega paketa), lak na žici in impregnacijski lak v utorih. Pri rotacijskih strojih je dovoljena termična obremenitev odvisna od gostote toka v navitju. Stroji imajo različne izvedbe hlajenja, npr.: zračno hlajenje z lastnim ali tujim ventilatorjem po površini stroja ali notranje hlajenje z zrakom ali s kakšnim drugim hladilom (snovjo za hlajenje), npr. z vodo. Od vrste hladila oziroma načina hlajenja je odvisna dovoljena gostota toka v navitju. Tako je za stroje, ki so po površini hlajeni z zrakom lastnega ali tujega ventilatorja, dovoljena maksimalna gostota toka v trajnem obratovanju  $J = 8 \div 10 \text{ (A/mm}^2\text{)}$  za F razred izolacije in za B razred izolacije  $J = 7 \div 8 \text{ (A/mm}^2\text{)}$ . Pri vodnem hlajenju so dovoljene maksimalne gostote toka ustrezno višje.

Podatek o maksimalni dovoljeni gostoti toka ni zadosten, da bi pravilno ovrednotili dovoljeno termično obremenitev stroja. Dodaten in bistven kriterij je produkt gostote toka in tokovne obloge:  $JA$ . Sam produkt sicer ne podaja vrednosti za dovoljeno termično obremenitev stroja. Zmnožek enot je namreč  $A^2/(\text{mm}^2 \cdot \text{m})$  ali v osnovnih enotah  $A^2/\text{m}^3$ . V primeru, da množimo ta produkt še s specifično električno upornostjo  $\rho$  vodnikov, v katerih teče tok, dobimo:  $\rho JA$  ( $\text{W}/\text{m}^2$ ). Ta produkt lahko pišemo tudi drugače:

$$\rho JA = \frac{P_{\text{iu}}}{D\pi l}, \quad (1.61)$$

kjer so  $P_{\text{iu}}$  izgube v delu navitja, ki leži v utorih. Enačba (1.61) nam podaja dovoljeno termično obremenitev na enoto površine ( $\text{W}/\text{m}^2$ ). Vemo, da je specifična električna upornost konstanta za določeno temperaturo in določeno vrsto materiala. Zato je že sam produkt  $JA$  za dano konstrukcijo in določeno vrsto obratovanja zadosten podatek, da se stroj pri neki vrednosti ne bo preveč segreval. Vrednost  $JA$  lahko primerjamo z vrednostjo drugega znanega in podobnega stroja, ki se pri nazivni obremenitvi v trajnem obratovanju ne bo segreval preko dovoljene vrednosti za določen razred izolacije.

Praktične vrednosti za zračno hlajene stroje, npr. pri B razredu izolacije na statorju ali rotorju stroja za  $A = 180 \div 400 \cdot 10^2$  ( $\text{A}/\text{m}$ ) in  $J = 5 \div 8$  ( $\text{A}/\text{mm}^2$ ) so v mejah  $JA = 900 \div 3200 \cdot 10^2$  ( $\text{A}^2/(\text{mm}^2 \cdot \text{m}) = \text{A}^2/\text{cm}^3$ ). Za baker je specifična upornost pri  $75^\circ\text{C}$   $\rho \approx 2 \cdot 10^{-2} \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$  in s tem dovoljene joulske izgube v delu navitja, ki leži v utorih statorja  $\rho JA = 1800 \div 6400$  ( $\text{W}/\text{m}^2$ ).

Pri strojih je mogoče tudi kratkotrajno obratovanje s povečano močjo. Tudi v takšnem primeru segrevanje ne sme preseči dovoljene vrednosti za določen razred izolacije, same vrednosti produkta  $JA$  so zato ustrezno višje.

## 1.6 REAKTANCE NAVITIJ

### 1.6.1 Navitja in njihove konstante

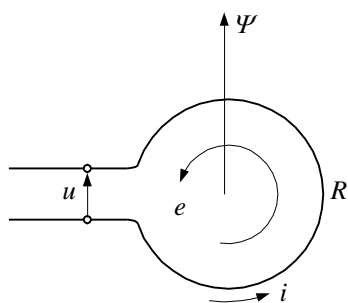
Stanje v rotacijskih strojih je določeno z mehanskimi pogoji obratovanja, z razmerami v magnetnem krogu in z razmerami v električnem tokokrogu. Pretvarjanje mehanske in električne energije se vrši v zračni reži, zato bodo bolj natančno proučene razmere v tem delu stroja. Najprej je treba podrobneje raziskati magnetni krog; to ni mogoče brez poznavanja odvisnosti magnetnih razmer od električnih tokov. Prav tako ni mogoče proučiti električnih tokovnih krogov, če se ne upošteva njihova povezanost z magnetnimi fluksi.



Vsak tokovni krog ima določeno delovno (ohmsko) upornost. Zunanja pritisnjena napetost se porabi kot padec napetosti na delovnem uporuh in za premagovanje inducirane napetosti zaradi spremembe magnetnega sklepa s tokovnim krogom. To se lahko napiše kot osnovna enačba zanke (sl. 1.42):

$$u = iR + \frac{d\psi}{dt}. \quad (1.62)$$

Magnetni sklep  $\psi$  je skupni sklep v opazovanem tokovnem krogu in njegova sprememba lahko nastane kot posledica spremembe toka v tem tokovnem krogu (zanki) ali v katerem drugem krogu ali kot sprememba geometrijske konfiguracije opazovanega tokovnega kroga in z njim povezanih magnetnih poti. Ta relacija je povsem splošna in velja v vsakem tokovnem krogu za trenutne vrednosti napetosti, toka in magnetnega sklepa  $u$ ,  $i$ ,  $\psi$ .



Sl. 1.42 Zanka (navitje) z ohmsko upornostjo  $R$

Če se geometrijska konfiguracija ne menja in se vzame, da je v opazovanih razmerah odvisnost vzbujalnega toka in ustvarjenega fluksa linearna (tj. da je permeabilnost  $\mu \approx \text{konst.}$ ), se lahko magnetni sklep napiše z lastnimi in medsebojnimi induktivnostmi, ki so konstantne:

$$\psi_1 = L_1 i_1 + L_{21} i_2 + L_{31} i_3 + \dots \quad (1.63)$$

Pri izmeničnih tokovih, ki imajo konstantno električno kotno frekvenco  $\omega = 2\pi f$ , je ugodno računati inducirane napetosti s simboličnim računom, prikazujoč magnetni sklep z lastnimi in medsebojnimi induktivnostmi:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \underline{\psi}_1 = L_1 \underline{I}_1 + L_{21} \underline{I}_2 + L_{31} \underline{I}_3 + \dots \quad (1.64)$$

ter inducirane napetosti z reaktancami

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{d\underline{\psi}_1}{dt} &= j\omega L_1 \underline{I}_1 + j\omega L_{21} \underline{I}_2 + j\omega L_{31} \underline{I}_3 + \dots = \\ &= jX_1 \underline{I}_1 + jX_{21} \underline{I}_2 + jX_{31} \underline{I}_3 + \dots, \end{aligned} \quad (1.65)$$

kjer je  $d(\underline{\psi}_1 / \sqrt{2}) / dt$  inducirana napetost v tokokrogu 1 in  $X_1$  lastna reaktanca tega tokokroga zaradi dela fluksa, ki ga vzbudi tok  $\underline{I}_1$ . Reaktance  $X_{21}$ ,  $X_{31}$ ... so

zaradi sklepov s tokokrogom 1, toda vzbujenih s tokovi v tokokrogu 2, 3 itd. Faktor  $1/\sqrt{2}$  upošteva dogovor, da so magnetne veličine (sklepi  $\underline{\Psi} = \hat{\Psi} e^{j\omega t}$ ) vedno temenske vrednosti, medtem ko so električne veličine (napetosti in tokovi) efektivne vrednosti.

### 1.6.2 Glavni in razsipani fluks

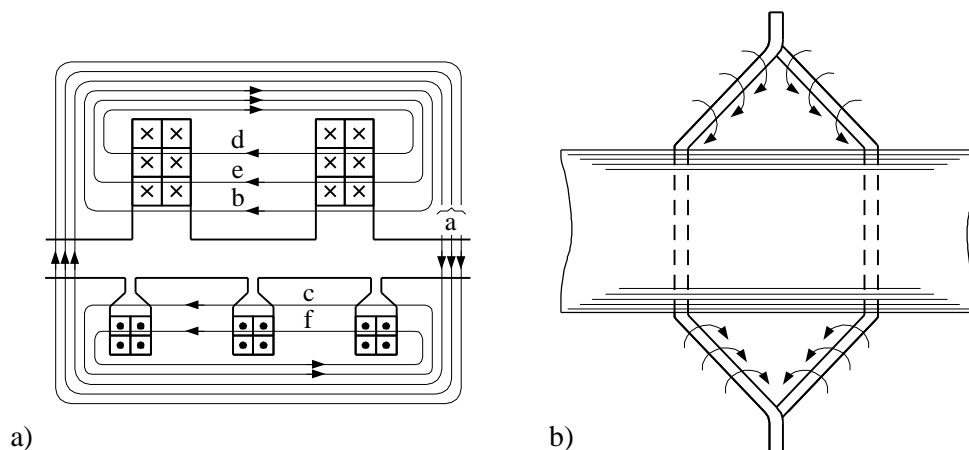
Magnetne silnice, povzročene s pretokom, tj. s tokovi v navitjih, lahko objemajo obe navitji kot silnice "a" na sliki 1.43a, ali samo eno od njih kot silnica "b" ali "c" na sliki 1.43a, ali samo delno kot silnice "d", "e" in "f". Silnice a predstavljajo glavno, ostale, b, c, d, e in f, pa razsipano magnetno polje. Silnice, ki objemajo navitje le delno (d, e in f), je treba reducirati v razmerju števila objetih ovojev in skupnega števila ovojev. Po reduciranju lahko tako določen razsipani fluks štejemo, kot da objema vse ovoje. Poti razsipanega magnetnega polja potekajo prečno čez utore (razsipanje utorov), med mostiči zob, okoli glav navitja (sl. 1.43b) na čelnih straneh stroja (razsipanje glav navitja). V razsipano magnetno polje je treba uvrstiti tudi magnetno polje višjih harmonskih komponent, katere povzroči eno navitje in katero ne inducira napetosti v drugem navitju, čeprav prehaja preko obeh delov magnetnega kroga (dvojno sklenjeno razsipanje).

V enostavnem primeru koncentriranega navitja in točno določenih poti skupnih silnic dveh navitij (navitih okoli železnega jedra transformatorja) je razdelitev magnetnega polja po celotnem jedru enolična, ker je magnetni pretok povsod enak  $\theta = iN$ . Fluks v jedru izračunamo:

$$\phi_m = \phi_g = bA = \mu_0 hA = \mu_0 \frac{Ni}{l} A = \frac{Ni}{R_m}, \quad (1.66)$$

kjer je magnetna upornost

$$R_m = \frac{l}{\mu_0 A}. \quad (1.67)$$



Sl. 1.43 Silnice: a) glavnega in razsipanega, b) razsipanega mag. polja glav navitja

Glavni fluks vzbudi tok enega ali drugega navitja ali obeh istočasno. Skupni fluks obeh navitij bo:

$$\phi_m = \frac{1}{R_m} (i_1 N_1 + i_2 N_2). \quad (1.68)$$

Magnetna sklepa obeh navitij, ki jih vzbudita tokova obeh navitij, bosta:

$$\psi_{m1} = \frac{1}{R_m} N_1 (N_1 i_1 + N_2 i_2) = \frac{1}{R_m} (N_1^2 i_1 + N_1 N_2 i_2) = L_{m1} i_1 + L_{12} i_2, \quad (1.69)$$

$$\psi_{m2} = \frac{1}{R_m} N_2 (N_1 i_1 + N_2 i_2) = \frac{1}{R_m} (N_2 N_1 i_1 + N_2^2 i_2) = L_{12} i_1 + L_{m2} i_2. \quad (1.70)$$

Konstanti  $L_{m1} = (N_1)^2 / R_m$  in  $L_{m2} = (N_2)^2 / R_m$  sta lastni induktivnosti zaradi magnetenja glavnega magnetnega polja in  $L_{12} = N_1 N_2 / R_m$  je medsebojna induktivnost med navitjema 1 in 2.

Skupni magnetni sklep navitja 1 je:

$$\psi_1 = \psi_{m1} + \psi_{\sigma 1}. \quad (1.71)$$

Torej zajemajo tudi razsipani magnetni sklep  $\psi_{\sigma 1}$ , sorazmerno konstanti (razsipani induktivnosti)  $L_{\sigma 1}$  tako, da je skupni magnetni sklep:

$$\psi_1 = (L_{m1} + L_{\sigma 1}) i_1 = L_1 i_1 \quad (1.72)$$

in podobno za drugo navitje

$$\psi_2 = (L_{m2} + L_{\sigma 2}) i_2 = L_2 i_2, \quad (1.73)$$

kjer sta  $L_1$  in  $L_2$  skupni lastni induktivnosti navitij 1 in 2.

V rotacijskih strojih so navitja porazdeljena in takšno je tudi vzbujanje (pretok  $\theta_x$ ) in gostota magnetnega pretoka ( $B_x$ ). Katerikoli tok  $i$  v navitju ustvari osnovno harmonsko komponento magnetnega pretoka po enačbi (1.10).

Navadno predpostavimo, da se celoten pretok porabi za zračno režo  $\theta \approx V_\delta$ . Za visoko nasičenje velja  $\theta / V_\delta = k > 1$  in bo magnetno polje v zračni reži:

$$H_\delta = \frac{V_\delta}{\delta_e} = \frac{\theta}{\delta_e k} = \frac{\theta}{\delta''}. \quad (1.74)$$

Zračna reža  $\delta''$  je povečana nadomestna vrednost, ki upošteva padec magnetne napetosti v železu.

Gostota magnetnega pretoka v zračni reži v točki največjega pretoka bo:

$$B_\delta = \mu_0 \frac{\theta}{\delta''} \quad (1.75)$$

in srednja vrednost gostote magnetnega pretoka

$$\bar{B} = \beta_e B_\delta = \mu_0 \frac{\beta_e}{\delta''} \frac{4 N f_n}{\pi 2p} i, \quad (1.76)$$

kjer je  $\beta_e$  faktor oblike, tj. razmerje med srednjo in maksimalno vrednostjo gostote magnetnega pretoka.

Fluks posameznega pola izračunamo iz srednje vrednosti gostote magnetnega pretoka:

$$\phi = \bar{B} \tau_p l_e = \mu_0 \frac{2 \beta_e \tau_p l_e}{\pi p \delta''} N f_n i, \quad (1.77)$$

kjer je  $l_e$  ekvivalentna dolžina stroja, s katero upoštevamo vpliv kanalov v železnem jedru statorja ali rotorja (pri večjih strojih). Magnetni sklep, odločilen za velikost inducirane napetosti v navitju, je:

$$\psi = \phi N f_n = \mu_0 \frac{2 \beta_e \tau_p l_e}{\pi p \delta''} (N f_n)^2 i. \quad (1.78)$$

Konstanto, odvisno od dimenzij magnetnega kroga, označimo tudi z  $\Lambda_m = 1/R_m$ , tj. z magnetno prevodnostjo magnetnega kroga (čeprav  $R_m$  fizikalno ni enak magnetni upornosti  $\theta/\phi_m$ ).

$$\Lambda_m = \frac{1}{R_m} = \mu_0 \frac{2 \beta_e \tau_p l_e}{\pi p \delta''}. \quad (1.79)$$

Tako dobimo formalno enake izraze za magnetni sklep kot v primeru enostavnega koncentriranega fluksa, če namesto ovojev  $N_1$  ali  $N_2$  uvrstimo efektivne ovoje  $N_1 f_{n1}$  ali  $N_2 f_{n2}$ . Iz izraza za magnetna sklepa v enačbah (1.69) in (1.70) ter ob zamenjavi indeksa 1 in 2 z indeksom za stator "s" in rotor "r" dobimo lastni induktivnosti zaradi glavnega fluksa za navitji "s" in "r" ter medsebojno induktivnost med navitjema:

$$L_{ms} = \frac{1}{R_m} (N_s f_{ns})^2, \quad (1.80)$$

$$L_{mr} = \frac{1}{R_m} (N_r f_{nr})^2, \quad (1.81)$$

$$L_{sr} = \frac{1}{R_m} N_s f_{ns} N_r f_{nr}. \quad (1.82)$$

### 1.6.3 Računanje z reaktancami

V primeru, da so pretoki pulzirajoči (izmenični) in sinusno pulzirajo s kotno frekvenco  $\omega$ , se lahko inducirane napetosti predstavijo z ustreznimi reaktancami  $X = \omega L$ . Govorimo o glavni reaktanci statorja  $X_{ms} = \omega L_{ms}$  in rotorja  $X_{mr} = \omega L_{mr}$ , o

razsipani reaktanci  $X_{\sigma s} = \omega L_{\sigma s}$  in  $X_{\sigma r} = \omega L_{\sigma r}$  ter o skupni reaktanci  $X_s = X_{ms} + X_{\sigma s}$  in  $X_r = X_{mr} + X_{\sigma r}$ .

Glavni fluks (osnovna harmonska komponenta)  $\hat{\Phi}_g = \hat{\Phi}_m = \frac{1}{R_m} \sqrt{2} I_s N_s f_{ns}$ , ki ga povzroči tok navitja statorja  $I_s$ , povzroči v tem navitju pri frekvenci  $f$  napetost:

$$\underline{U}_s = \frac{1}{\sqrt{2}} j \omega \underline{\Phi}_g N_s f_{ns} = j \omega \frac{1}{R_m} (N_s f_{ns})^2 \underline{I}_s = \underline{I}_s j X_{ms}. \quad (1.83)$$

V primeru, da je glavni fluks povzročen s tokom v rotorju, dobimo napetost

$$\underline{U}_r = \frac{1}{\sqrt{2}} j \omega \underline{\Phi}_g N_r f_{nr} = j \omega \frac{1}{R_m} (N_r f_{nr})^2 \underline{I}_r = \underline{I}_r j X_{mr}. \quad (1.84)$$

Isti magnetni krog, predstavljen s konstanto  $R_m$ , predstavlja drugačno reaktanco za eno ali drugo navitje, ker imata različno število ovojev in različen faktor navitja.

Zaradi uporabe nadomestnih električnih vezij pogosto računamo z reduciranimi vrednostmi, tj. vrednostmi, preračunanimi na enako število ovojev in enak faktor navitja. Tako pogosto preračunamo veličine rotorja na stator tako, da pri tem ostane enak učinek, npr. za vzbujanje velja:  $N_s f_{ns} \underline{I}'_r = N_r f_{nr} \underline{I}_r$  in dobimo vrednost reduciranega toka:

$$\underline{I}'_r = \frac{N_r f_{nr}}{N_s f_{ns}} \underline{I}_r. \quad (1.85)$$

Obratno velja za razmerje napetosti pri enakem glavnem fluksu:  $\frac{\underline{U}'_r}{N_s f_{ns}} = \frac{\underline{U}_r}{N_r f_{nr}}$  iz katerega izračunamo reducirano napetost

$$\underline{U}'_r = \frac{N_s f_{ns}}{N_r f_{nr}} \underline{U}_r. \quad (1.86)$$

Reducirano reaktanco dobimo kot kvocient napetosti in toka:

$$X'_r = \frac{\underline{U}'_r}{\underline{I}'_r} = \frac{N_s f_{ns}}{N_r f_{nr}} \frac{N_s f_{ns}}{N_r f_{nr}} \frac{\underline{U}_r}{\underline{I}_r} = \left( \frac{N_s f_{ns}}{N_r f_{nr}} \right)^2 X_r. \quad (1.87)$$

Glavna reaktanca rotorja, reducirana na stator, je istovetna glavni reaktanci statorja.

#### 1.6.4 Magnetilne (glavne) reaktance večfaznih navitij

V poglavju 1.2.3 je izpeljana enačba (1.10b) za amplitudo vzbujanja večfaznega simetričnega navitja, napajanega s tokom  $I\sqrt{2}$ , kjer je amplituda  $m/2$ -krat večja

kot pri enofaznem navitju. Podobno je treba vzeti  $m/2$ -krat večjo vrednost za karakteristično konstanto  $((m/2)/R_m)$  v enačbi (1.80).

Reaktanca večfaznega navitja je:

$$X_{ms} = 2\pi f L_{ms} = 2\pi f \frac{m}{2} \frac{1}{R_m} (N_s f_{ns})^2, \quad (1.88)$$

$$X_{mr} = 2\pi f L_{mr} = 2\pi f \frac{m}{2} \frac{1}{R_m} (N_r f_{nr})^2, \quad (1.89)$$

$$X_{sr} = 2\pi f L_{sr} = 2\pi f \frac{m}{2} \frac{1}{R_m} (N_s f_{ns} N_r f_{nr}) = \sqrt{X_{ms} X_{mr}}. \quad (1.90)$$

V praksi računamo raje  $z$  vodniki "z" kot  $z$  ovoji  $N$  in je  $z = 2N$ . Navitja imajo pogosto tudi paralelne veje. Zato upoštevamo le število zaporedno (serijsko) vezanih ovojev:

$$z = \frac{2N}{a}. \quad (1.91)$$

Magnetilno (glavno) reaktanco stroja izračunamo za trifazno navitje, ob upoštevanju enačb (1.80) in (1.88) ter vrednosti za permeabilnost  $\mu_0$ , po splošni enačbi:

$$X_m = 1,2 \left( \frac{f}{50} \right) \left( \frac{z f_n}{100} \right)^2 \frac{l_e}{2p} \frac{\beta_e}{2/\pi} \frac{\tau_p}{\delta''} \quad (1.92)$$

ali za statorsko in rotorsko magnetilno reaktanco

$$X_{ms} = 0,4\pi^2 \left( \frac{f}{50} \right) \left( \frac{z_s}{100} \right)^2 \frac{l_e}{2p} \lambda_0 f_{ns}^2 = K_{Ls} \lambda_0 f_{ns}^2, \quad (1.93)$$

$$X_{mr} = 0,4\pi^2 \left( \frac{f}{50} \right) \left( \frac{z_r}{100} \right)^2 \frac{l_e}{2p} \lambda_0 f_{nr}^2 = K_{Lr} \lambda_0 f_{nr}^2, \quad (1.94)$$

$$X_{sr} = X_{rs} = 0,4\pi^2 \left( \frac{f}{50} \right) \left( \frac{z_r}{100} \right) \left( \frac{z_s}{100} \right) \frac{l_e}{2p} \lambda_0 f_{ns} f_{nr} = K_{Lsr} \lambda_0 f_{ns} f_{nr}. \quad (1.95)$$

Konstante v enačbah (1.92 do 1.95) so:

$$\lambda_0 = \frac{3}{\pi^2} \left( \frac{\beta_e}{2/\pi} \right) \frac{\tau_p}{\delta''} = 0,477 \frac{\beta_e \tau_p}{\delta''}, \quad (1.96)$$

$$K_{Ls} = 3,95 \left( \frac{f}{50} \right) \left( \frac{z_s}{100} \right)^2 \frac{l_e}{2p}, \quad (1.97)$$

$$K_{Lr} = 3,95 \left( \frac{f}{50} \right) \left( \frac{z_r}{100} \right)^2 \frac{l_e}{2p}, \quad (1.98)$$

$$K_{Lsr} = 3,95 \left( \frac{f}{50} \right) \left( \frac{z_s}{100} \right) \left( \frac{z_r}{100} \right) \frac{l_e}{2p} = \sqrt{K_{Ls} K_{Lr}}. \quad (1.99)$$

Stator in rotor imata vedno enako število polovih parov, medtem ko število faz ni vedno enako. Tako dasta trifazni stator in večfazni rotor (kratkostična kletka) skupaj rezultirajoče vzbujanje. Iz pogoja enakega vzbujanja

$$\frac{m_s}{2} \frac{4}{\pi} \frac{N_s f_{ns}}{2p} I'_r \sqrt{2} = \frac{m_r}{2} \frac{4}{\pi} \frac{N_r f_{nr}}{2p} I_r \sqrt{2}$$

dobimo vrednost reduciranega toka navitja rotorja na statorju:

$$I'_r = \frac{m_r}{m_s} \frac{N_r f_{nr}}{N_s f_{ns}} I_r = K_I I_r. \quad (1.100)$$

Napetost reduciramo tudi v večfaznih sistemih po enačbi (1.86), ker se pri enotnem glavnem fluksu inducira enaka napetost v vseh fazah rotorja in, ustrezno številu efektivnih ovojev statorja, enaka napetost v vseh fazah statorja.

Reducirano reaktanco dobimo ponovno kot kvocient napetosti in toka:

$$X'_r = \frac{U'_r}{I'_r} = \frac{m_s}{m_r} \frac{N_s f_{ns}}{N_r f_{nr}} \frac{N_s f_{ns}}{N_r f_{nr}} \frac{U_r}{I_r} = \frac{m_s}{m_r} \left( \frac{N_s f_{ns}}{N_r f_{nr}} \right)^2 X_{Lr} = K_R X_{Lr}. \quad (1.101)$$

Reaktanco rotorja in medsebojno reaktanco računamo za primer, da je število faz v rotorju (s kratkostično kletko) enako številu utorov ( $m_r = Q_r$ ) s konstantami:

$$K_{Lr} = 3,95 \frac{Q_r}{m_s} \left( \frac{f}{50} \right) \left( \frac{z_r}{100} \right)^2 \frac{l_e}{2p}, \quad (1.102)$$

$$K_{Lrs} = 3,95 \frac{Q_r}{m_s} \left( \frac{f}{50} \right) \left( \frac{z_s}{100} \right) \left( \frac{z_r}{100} \right) \frac{l_e}{2p}. \quad (1.103)$$

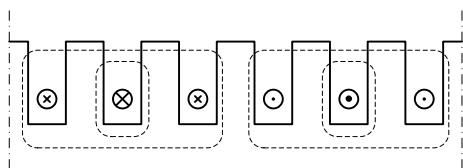
Za konstanti  $K_{Ls}$  in  $K_{Lsr}$  ostaneta v veljavi enačbi (1.97) in (1.99). Produkt konstant  $K_{Lsr}$  in  $K_{Lrs}$  je:  $K_{Lsr} K_{Lrs} = K_{Ls} K_{Lr}$ .

## 1.6.5 Razsipane reaktance

### 1.6.5.1 Razsipanje v utorih

Smer razsipanega magnetnega polja v utorih je prikazana na sliki 1.44. Razsipano magnetno polje je odvisno le od magnetne prevodnosti in pretoka prečno čez utore, če zanemarimo padec magnetne napetosti v železu. Pretok sosednjih utorov ne vpliva na razsipanje opazovanega utora. Po prehodu zračne reže utora se silnice zaključijo po sosednjih zobeh. Prevodnost prečno čez utor označimo z  $\Lambda_u$ . Tako bo lastna induktivnost utora z  $z_u$  vodniki v utoru:

$$L'_u = z_u^2 A_u. \quad (1.104)$$



Sl. 1.44 Namišljeno magnetno polje tri-faznega enoplastnega navitja, če je tok srednje faze največji

V eni fazi enoplastnega navitja je  $pq = Q/6$  tuljav nameščenih v  $2pq$  utorih, vezanih v  $a$  paralelnih vej. Tako bo znašala induktivnost utorov posamezne faze:

$$L_u = \frac{2pq}{a^2} L'_u = \frac{2pq}{a^2} z_u^2 A_u \quad (1.105)$$

in reaktanca

$$X_u = 2\pi f L_u = 4\pi f pq \left( \frac{z_u}{a} \right)^2 A_u. \quad (1.106)$$

Če izrazimo število vodnikov v utoru s celotnim številom vodnikov v fazi  $z_u = z/(2pq)$ , izračunamo celotno razsipano reaktanco odvisno od fluksa v opazovanem utoru:

$$X_u = 2\pi f \left( \frac{z}{a} \right)^2 \frac{1}{2pq} A_u = 3,95 \left( \frac{z}{100a} \right)^2 \frac{f}{50} \frac{l_e}{2p} \frac{\lambda_u}{q}. \quad (1.107)$$

Prevodnost utora je:

$$A_u = \mu_0 l_e \lambda_u \quad (1.108)$$

in  $\lambda_u$  razsipana prevodnost utora na enoto dolžine. Najlažje jo izračunamo iz magnetne energije v prostoru pri pretoku  $z_u I = 1$ . Enačba za magnetno energijo je:

$$W_m = \frac{1}{2} \int B_x H_x dV = \frac{1}{2} \mu_0 l_e \int H_x^2 b_x dx = \frac{1}{2} \mu_0 l_e \lambda_u. \quad (1.109)$$

Razsipana prevodnost utora na enoto dolžine je:

$$\lambda_u = \int_0^h H_x^2 b_x dx, \quad (1.110)$$

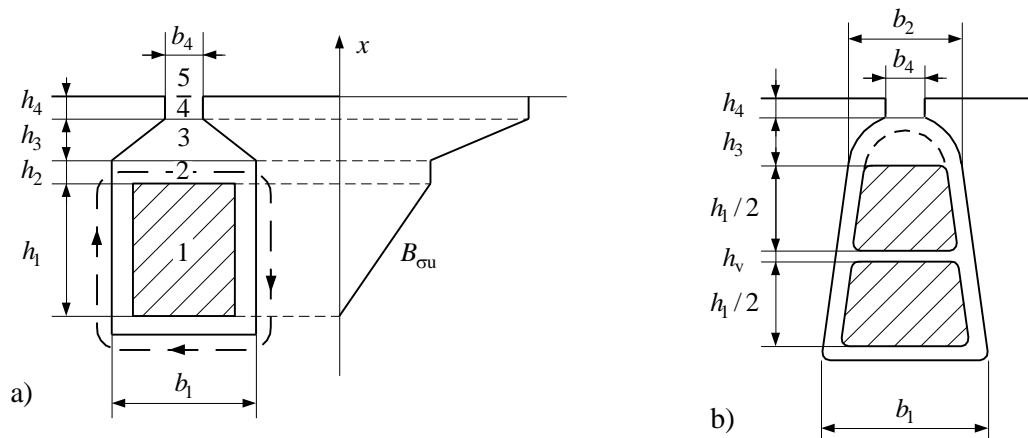
kjer je  $H_x = z_u I(x/h)/b_x = (x/h)/b_x$  poljska jakost na razdalji  $x$  od spodnjega roba utora pri  $z_u I = 1$ ,  $b_x$  je širina utora na tem mestu in  $h$  višina utora. Zaradi poenostavitve predpostavimo, da je permeabilnost železa neskončna vrednost in da potekajo silnice zato vodoravno in pravokotno (prečno) na stene utora.

Utor na sliki 1.45a je razdeljen na več področij:

področje 1, kjer je navitje s paralelnima stenama utora,



področje 2 nad navitjem s paralelnima stenama utora,  
 področje 3 (različnih oblik), kamor pride utorni klin,  
 področje 4, ozko področje (mostič) s paralelnima stenama utora in  
 področje 5 nad odprtino utora v zračni reži, kjer nastane razsipanje glav utora.



Sl. 1.45 Dimenzije utora za: a) pravokotno obliko utora in prečno magnetno polje,  
 b) trapezno obliko utora

S pomočjo enačbe (1.110) in ob upoštevanju, da je za področje 1, kjer teče tok, poljska jakost  $H_x = z_u I(x/h_1)/b_1 = (x/h_1)/b_1$  in  $b_x = b_1$ ; za področji 2 in 4, kjer ni tokov,  $H_x = z_u I/b_x = 1/b_x$  in podobno za področje 3, kjer je širina utora spremenljiva, dobimo za ravni potek silnic enačbo:

$$\begin{aligned} \lambda_u &= b_1 \int_0^{h_1} \frac{x^2}{b_1^2 h_1^2} dx + \frac{1}{b_1} \int_0^{h_2} dx + \int_0^{h_3} \frac{1}{b_1 - (b_1 - b_4)x/h_3} dx + \frac{1}{b_4} \int_0^{h_4} dx = \\ &= \frac{h_1}{3b_1} + \frac{h_2}{b_1} + \frac{h_3}{b_1 - b_4} \ln \frac{b_1}{b_4} + \frac{h_4}{b_4}. \end{aligned} \quad (1.111)$$

V večini primerov ima področje 1 trapezno obliko, da so zobje po celotni ravni višini konstantne širine, kot je prikazano na sliki 1.45b. Za začetek zanemarimo vmesno izolacijo med spodnjo in zgornjo plastjo utora oziroma vzamemo, da je navitje enoplastno kot na sliki 1.45a. Za spremenljivo širino utora (področja 1) velja enačba za razsipano prevodnost utora:

$$\lambda_{u1} = \int_0^{h_1} \left( \frac{A_x}{A} \right)^2 \frac{dx}{b_x}, \quad (1.112)$$

kjer je širina utora na višini  $x$  od dna utora  $b_x = b_1 + (b_2 - b_1)x/h_1$  ter ustrezni presek  $A_x = (b_1 + b_x)x/2$  oziroma celoten presek  $A = (b_1 + b_2)h_1/2$ . Za trapezno obliko utora dobimo rešitev integrala enačbe (1.112):

$$\lambda_{u1} = \kappa \frac{h_1}{3b_1}. \quad (1.113)$$

Veličina  $\kappa \approx 1$ , če je širina  $b_2$  le malo manjša od  $b_1$ . To velja za vse utore pri paralelnih stenah zob, če je kot nagiba sten utora enak polovičnemu delilnemu kotu števila utorov ( $\alpha_Q/2 = 180^\circ/Q$ ).

V primeru, da polkrožno področje 3 na sliki 1.45b vodi tok, velja za prevodnost približna enačba:

$$\lambda_{u3} \approx 0,47 + 0,066 \frac{b_2}{b_4}. \quad (1.114a)$$

Za primer, da v polkrožnem področju 3 ni toka, je:

$$\lambda_{u3} \approx 0,41 + 0,33 \ln(b_2/b_4). \quad (1.114b)$$

Pri dvoplastnem navitju za utor na sliki 1.45b je treba upoštevati, da ležita v utorih dve stranici tuljav in da tok pri tetivljenju navitja v obeh polovicah utorov ni v fazi. Enako velja za Dahlanderjevo navitje, kjer je širina pasu  $120^\circ$ . V obeh primerih tokovi v določenem številu utorov ali celo v vseh utorih v obeh plasteh niso v fazi. V spodnji polovici do višine  $h_1/2$  se nič ne menja. V področju višine  $h_v$ , kjer pride izolacija med obe polovici navitij na sredini višine na sliki 1.45b, je razsipanje:

$$\lambda_v = \int_0^{h_v} \left( \frac{z_u I}{2} \right)^2 \frac{dx}{b_{sr}} = \frac{h_v}{4b_{sr}}, \quad (1.115)$$

kjer je  $b_{sr} = 0,5(b_1 + b_2)$ .

Za obe stranici tuljav bo skupna prevodnost  $\lambda_{u1} = h_1/(3b_{sr})$ . Energija v zgornji polovici utora je pri tetivnem navitju manjša kot pri enoplastnem navitju. Najbolj se zmanjša v področjih nad navitjem. V primeru, da je širina tuljave  $\tau_t = 0$ , bo energija  $W_m = 0$ . Tokovi v spodnji in zgornji polovici bodo imeli tedaj nasprotni smeri.

V splošnem moramo zato prevodnosti posameznih področij množiti s korekcijskimi faktorji:

$$\lambda_u = k_1 \frac{h_1}{3b_{sr}} + \frac{h_v}{4b_{sr}} + k_2 \left( \lambda_{u3} + \frac{h_4}{b_4} \right). \quad (1.116)$$

Korekcijska faktorja sta odvisna od širine tuljave. Pri skrajšanju za 1/3 polove delitve, tj.  $\tau_t = (2/3)\tau_p$ , bo fazni premik tokov v vseh utorih  $60^\circ$  in ima magnetno polje v področjih nad navitjem vrednost  $\sqrt{3}/2$  ter bo faktor zmanjšanja:

$$k'_2 = \left( \sqrt{3}/2 \right)^2 = 0,75. \quad (1.117)$$

Pri manjšem skrajšanju imamo le v delu utorov različni fazi. Za širino tuljav  $\tau_t > (2/3)\tau_p$  in  $\tau_t < \tau_p$  bo število utorov, v katerih bo tok premaknjen za  $60^\circ$ , enako razmerju  $(\tau_p - \tau_t)/(\tau_p/3) = 3(1 - \tau_t/\tau_p)$  in število utorov, v katerih bo tok v fazi, enako razmerju  $(\tau_t - (2/3)\tau_p)/(\tau_p/3) = 3(\tau_t/\tau_p - 2/3)$ . Korekcijski faktor bo:

$$k_2 = 3(1 - \tau_t/\tau_p)k'_2 + 3(\tau_t/\tau_p - 2/3) = 0,25 + 0,75\tau_t/\tau_p. \quad (1.117a)$$

Pri skrajšanju tuljav za  $2/3$  polove delitve, tj.  $\tau_t = (1/3)\tau_p$ , bo fazni premik tokov v vseh utorih  $120^\circ$  in faktor zmanjšanja  $k' = (1/2)^2 = 0,25$ . Pri širini tuljav  $\tau_t > (1/3)\tau_p$  bo imelo  $((2/3)\tau_p - \tau_t)/(\tau_p/3) = 2 - 3\tau_t/\tau_p$  utorov za  $120^\circ$  premaknjen tok in ostanek  $(\tau_t - \tau_p/3)/(\tau_p/3) = 3\tau_t/\tau_p - 1$  utorov za  $60^\circ$  premaknjen tok. Korekcijski faktor bo:

$$k_2 = (2 - 3\tau_t/\tau_p)k' + (3\tau_t/\tau_p - 1)k'_2 = 1,5\frac{\tau_t}{\tau_p} - 0,25. \quad (1.117b)$$

Pri širini tuljav  $\tau_t = 0$  je poljska jakost izven tuljav tudi nič. Korekcijski faktor sledi spremembi širine tuljave od  $\tau_t = (1/3)\tau_p$  do nič linearno od 0,25 do nič in bo:

$$k'_2 = 0,25\frac{\tau_t}{\tau_p/3} = 0,75\frac{\tau_t}{\tau_p}. \quad (1.117c)$$

Odvisnost faktorja  $k_2$  od širine tuljave trifaznega navitja je prikazana na sliki 1.46.

V področju 1, kjer teče tok, dobimo po podobnem premisleku korekcijski faktor  $k_1$ . Pri širini tuljav  $\tau_t = (2/3)\tau_p$  bo razsipana prevodnost spodnje polovice utora:

$$\lambda'_{ul} = \frac{1}{4} \frac{h_1/2}{3b_{sr}} = \frac{1}{24} \frac{h_1}{b_{sr}}. \quad (1.118)$$

Vzbujalni pretok v zgornji polovici utora bo:

$$\underline{I} = \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{x}{h_1/2} + j \frac{1}{2} \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{x}{h_1/2} \right) \underline{I}_N \quad (1.119)$$

in iz tega

$$\lambda''_{ul} = b_{sr} \int_0^{h_1/2} \left( \frac{\underline{I}}{b_{sr} \underline{I}_N} \right)^2 dx = \frac{11}{48} \frac{h_1}{b_{sr}}. \quad (1.120)$$

Celotna prevodnost bo  $\lambda'_{ul} + \lambda''_{ul} = (13/48)h_1/b_{sr}$  in korekcijski faktor:

$$k_1 = \frac{13}{48} \frac{h_1}{b_{sr}} : \frac{h_1}{3b_{sr}} = \frac{13}{16}. \quad (1.121a)$$

Pri  $\tau_t = (1/3)\tau_p$  bo vzbujalni pretok v zgornji polovici utora:

$$\underline{I} = \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \frac{x}{h_1/2} + j \frac{\sqrt{3}}{4} \frac{x}{h_1/2} \right) I_N \quad (1.122)$$

in iz tega

$$\lambda''_{ul} = b_{sr} \int_0^{h_1/2} \left( \frac{I}{b_{sr} I_N} \right)^2 dx = \frac{5}{48} \frac{h_1}{b_{sr}}. \quad (1.123)$$

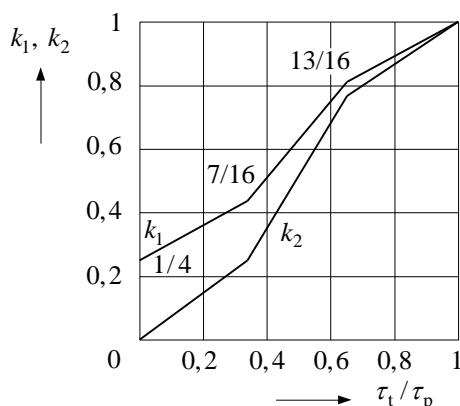
Celotna prevodnost bo  $\lambda'_{ul} + \lambda''_{ul} = (7/48)h_1/b_{sr}$ , ker velja za  $\lambda'_{ul}$  enačba (1.118) in korekcijski faktor:

$$k_1 = \frac{7}{48} \frac{h_1}{b_{sr}} : \frac{h_1}{3b_{sr}} = \frac{7}{16}. \quad (1.121b)$$

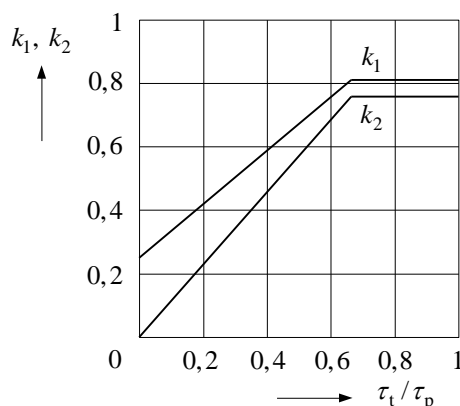
Pri širini tuljave  $\tau_t = 0$  je razsipano magnetno polje nad obema tuljavama nič. V prostoru z navitjem je magnetno polje na sredini višine utora sorazmerno vrednosti  $I_N/(2b_{sr})$ . Na dnu in na vrhu navitja v utoru pa je nič. Prevodnost  $\lambda'_{ul} = \lambda''_{ul} = (1/24)h_1/b_{sr}$  in celotna prevodnost  $\lambda_{ul} = (1/12)h_1/b_{sr}$ . Korekcijski faktor bo tedaj:

$$k_1 = \frac{1}{12} \frac{h_1}{b_{sr}} : \frac{h_1}{3b_{sr}} = \frac{1}{4}. \quad (1.121c)$$

Izračunane vrednosti faktorja  $k_1$  in  $k_2$  so vnesene na sliki 1.46 za  $\tau_t = (2/3, 1/3, \text{ in } 0)$ . Vnesene točke so povezane s premicami.



Sl. 1.46 Odvisnost faktorjev  $k_1$  in  $k_2$  za trifazno navitje širine pasu  $60^\circ$



Sl. 1.47 Odvisnost faktorjev  $k_1$  in  $k_2$  za trifazno navitje širine pasu  $120^\circ$

Slika 1.46 velja za faktorja zmanjšanja prevodnosti normalnega trifaznega navitja, kjer je  $\tau_t \leq \tau_p$ . Za primer, da je  $\tau_t > \tau_p$  velja za faktorja zmanjšanja zrcalna slika. Večje širine praktično ne pridejo v poštev. Pri polno preklopnih motorjih, tj. z navitjem Dahlander, ima to pri večjem številu polov širino pasu  $120^\circ$ . Tudi če je  $\tau_t = \tau_p$ , ležijo v nekaterih utorih stranice tuljav, ki pripadajo različnim fazam. Celo do širine  $\tau_t = (2/3)\tau_p$  dobimo fazni premik  $60^\circ$ , pri katerem je  $k_1 = 13/16$  in

$k_2 = 3/4$ . Če še dalje krajšamo navitje, dobimo fazne premike  $180^\circ$  in pri  $\tau_t = 0$  bodo vsi utori imeli fazni premik  $180^\circ$ . Na sliki 1.47 sta prikazana faktorja zmanjšanja  $k_1$  in  $k_2$  v odvisnosti od širine tuljav.

### 1.6.5.2 Razsipanje glav navitja

Razsipanja glav navitja računsko praktično ni mogoče zajeti. Vzrok za to trditev je dejstvo, da je razsipano magnetno polje glav statorskega in rotorskega navitja odvisno od oblike samih glav in materialov (železa ohišja) v bližini glav. Za razliko od razsipanja v utorih, ki ga lahko izračunamo dokaj natančno, se za glave zadovoljimo s številčnim podatkom za prevodnost na enoto dolžine  $\lambda_{gl}$ . Podatki se dobijo z meritvami na modelih in se podajajo v tabelah. Vrednosti za razsipanje glav navitja (manjših motorjev) veljajo skupaj za statorsko in rotorsko navitje.

Tabela 1.3 Razsipanje glav navitja ( $\lambda_{gl}$ )

Rotorsko navitje	Statorsko navitje	
	enoplastno	dvoplastno
enoplastno	0,50	0,40÷0,30
dvoplastno	0,40	0,30
kletka	0,35	0,25÷0,15

Reaktanco razsipanja glav izračunamo podobno kot za razsipanje v utorih (enačba 1.107), samo da vzamemo namesto dolžine paketa dolžino glav in namesto razmerja  $\lambda_u/q$  prevodnost  $\lambda_{gl}$ . Število utorov na pol in fazo ne nastopi v enačbi za razsipanje glav. Vrednost za  $\lambda_{gl}$  velja kar za celotno grupo  $q$  glav in jo korigiramo v razmerju dolžin glave in ekvivalentne dolžine paketa s faktorjem  $l_{gl}/l_e$ .

Sledi naslednja enačba za razsipanje glav statorja ali rotorja:

$$X_{gl} = 3,95 \left( \frac{z}{100a} \right)^2 \frac{f}{50} \frac{l_e}{2p} \lambda_{gl} \frac{l_{gl}}{l_e}, \quad (1.124)$$

kjer je  $l_{gl}$  povprečna dolžina glav navitja statorja ali rotorja.

Razsipanje glav navitja je pri 2-polnih (dolгих) strojih, zaradi daljših glav navitja in daljšega koraka, precej večje kot npr. pri 8-polnih strojih in lahko doseže polovico vrednosti celotnega razsipanja v kratkem stiku. Pri večpolnih počasi tekočih strojih pa razsipanje glav bistveno upade.

### 1.6.5.3 Dvojno sklenjeno razsipanje

Vzbujanje navitja lahko prikažemo z osnovno harmonsko in nizom prostorskih višjih harmonskih komponent. Za harmonsko komponento reda  $\nu$  je njegova

amplituda glede na osnovno harmonsko komponento enaka razmerju v enačbi (1.27). Pri trifaznem vrtilnem pretoku se izgubijo vse harmonske komponente, deljivi s tri (so sofazne) in ostanejo členi  $\nu = -5, 7, -11, 13, \dots$  ali na splošno:

$$\nu = 2m_s k + 1 \quad (1.125)$$

za  $k = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ . Trifazni vrtilni pretok vzbudi odgovarjajoče flukse, ki so ponovno  $\nu$ -krat manjši kot fluks osnovnega vala ali sorazmerni vrednostim:  $f_{n1}/1^2$ ,  $f_{n5}/5^2$ ,  $f_{n7}/7^2$  itd. Ti fluksi inducirajo v statorskem navitju napetosti, katerih vrednosti bodo glede na osnovno harmonsko komponento v razmerju:

$$E_\nu : E_1 = \left( \frac{f_{n\nu}}{\nu} \right)^2 : f_{n1}^2. \quad (1.126)$$

Vzamemo, da je samo osnovni val magnetnega polja koristno sklenjen z rotirajočim sekundarnim navitjem. Ostale flukse vzamemo kot razsipane flukse, čeprav so sklenjeni z obema navitjema. Ti fluksi inducirajo napetosti v glavnem le v primarnem navitju zaradi izriva fluksa višjih harmonskih komponent iz sekundarnega (rotorskega) navitja in njihove vrednosti lahko seštejemo algebraično. Vsota teh napetosti proti napetosti osnovne harmonske komponente nam da faktor dvojno sklenjenega razsipanja:

$$\sigma_d = \frac{E_5 + E_7 + E_{11} + E_{13} + \dots}{E_1} = \frac{1}{f_{n1}^2} \left( \frac{f_{n5}^2}{5^2} + \frac{f_{n7}^2}{7^2} + \frac{f_{n11}^2}{11^2} + \frac{f_{n13}^2}{13^2} + \dots \right) = \frac{1}{f_{n1}^2} \sum_\nu \frac{f_{n\nu}^2}{\nu^2}, \quad (1.127)$$

kjer izračunamo  $\nu$  po enačbi (1.125).

V primeru navitega rotorja veljajo enake razmere kot za stator. Rotor s kratkostično kletko, pri kateri so palice enakomerno premaknjene, tvori pri sinusnem toku v palicah razen osnovnega harmonske še višje harmonske komponente reda:

$$\nu_r = k \frac{Q_r}{p} + 1 \quad (1.128)$$

za  $k = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ . Faktorji navitja so za vse harmonske komponente enaki 1. Torej bo faktor dvojno sklenjenega razsipanja za rotorsko kletko:

$$\sigma_{dr} = \sum_{\nu_r} \frac{1}{\nu_r^2} = \frac{1}{(6q_r + 1)^2} + \frac{1}{(-6q_r + 1)^2} + \frac{1}{(12q_r + 1)^2} + \frac{1}{(-12q_r + 1)^2} + \dots \quad (1.129)$$

Nadalje upoštevamo v enačbi za red harmonske komponente (1.128), da je  $q_r = Q_r / (3 \cdot 2p)$ . V imenovalcu enačbe (1.129) nato zanemarimo enko in dobimo neskončno vrsto, katere vsota nam da vrednost  $\pi^2 / 108 / q_r^2 = 0,0914 / q_r^2$ . Vrednost za  $\sigma_{dr}$  je obratno sorazmerno odvisna od kvadrata števila polov statorja, v katerega je vstavljen rotor s kletko. Pri polno preklopnih strojih se menja zato tudi  $\sigma_d$ .

Vsoto od višjih harmonskih komponent v istem navitju induciranih napetosti delimo z efektivno vrednostjo faznega toka  $I_f$  in dobimo razsipano reaktanco:

$$X_d = \frac{E_5 + E_7 + E_{11} + E_{13} + \dots}{I_f} = \frac{\sum E_v}{I_f}. \quad (1.130)$$

Enačba velja za  $\nu > 1$ .

Zaradi  $X_{ms} = E_1 / I_f$  in glede na definicijo za  $\sigma_d$  po enačbi (1.127) dobimo:

$$X_d = \frac{E_1}{I_f} \sigma_d \approx \frac{U_f}{I_m} \sigma_d. \quad (1.131)$$

Za izračun reaktance moramo poznati dve pripadajoči vrednosti, tj. od osnovnega vala inducirano napetost  $E_1$  in od tega osnovne harmonske komponente (ter višjih) povzročeni tok  $I_f$ . Tok poznamo le, če izračunamo magnetni krog. Zato z manjšo napako vzamemo na desni strani fazno napetost  $U_f$  in za tok kar magnetilni tok  $I_m$ . Tega lahko izračunamo ali ocenimo glede na nazivni tok  $I_N$ .

Ugodno je medsebojno primerjati razne razsipane reaktance. Zato je treba izračunati razsipano reaktanco glede na nastavek:

$$X_d = X_{ms} \lambda_d = 3,95 \left( \frac{z}{100a} \right)^2 \frac{f l_e}{50 2p} \lambda_d \quad (1.132)$$

v katerem je prevodnost dvojno sklenjenega razsipanja

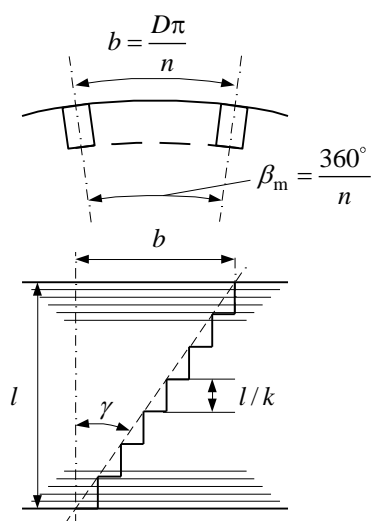
$$\lambda_d = \lambda_0 f_n^2 \sigma_d. \quad (1.133)$$

$\lambda_0$  nam podaja enačba (1.96). Prevodnost  $\lambda_d$  lahko primerjamo s prevodnostjo utorov  $\lambda_u / q$  ali prevodnostjo glav navitja  $\lambda_{gl} l_{gl} / l_e$ .

#### 1.6.5.4 Rzsipanje zaradi poševnosti

V nekem vodniku nepoševnega dela stroja se inducira zaradi drugega poševnega dela stroja inducirana napetost  $E f_{sq}$ . Inducirana napetost je manjša, če je faktor poševnosti  $f_{sq} < 1$ . Za razlago si zamislimo ravne statorske in poševne rotorske utore. Poševne rotorske utore nadomestimo s kratkimi ravnimi, za majhen kot med seboj premaknjenimi deli. Dobimo torej stopničasti rotor s "k" deli (sl. 1.48).

V vsakem kratkem delu (odseku) nadomestnega ravnega rotorja bo od statorskega magnetnega polja inducirana majhna napetost. Geometrijska vsota teh delnih napetosti bo, podobno kot pri pasovnem faktorju navitja, manjša od aritmetične vsote. Razmerje obeh nam da faktor poševnosti. Poševnost se podaja kot  $1/n$ -ti del oboda ali kot mehanski kot zasuka utorov  $\beta_m = 360^\circ / n \equiv 2\pi / n$  oziroma električni kot  $\beta = p\beta_m$ . Lok zasuka na obodu rotorja je  $b = (D/2)\beta_m$  in z njegovo pomočjo dobimo



Sl. 1.48 Poševni utor

vzdolžni kot zasuka utorov  $\gamma = \arctg(b/l)$ .

Ker je kot zasuka med nadomestnimi ravnimi odseki  $\beta/k$ , se da izračunati faktor poševnosti podobno kot pasovni faktor (enačba 1.42) iz izraza:

$$f_{sq} = \frac{\sin\left(\frac{\beta}{2}\right)}{k \sin\left(\frac{\beta/k}{2}\right)} = \frac{\sin\left(\frac{\beta}{2}\right)}{\frac{\beta}{2}}. \quad (1.134)$$

Na desni strani enačbe (1.134) upoštevamo, da gre  $k \rightarrow \infty$ . Indeks "sq" (skewing factor) je določen po priporočilih IEC.

Enačbo (1.134) je mogoče preurediti z upoštevanjem električnega kota zasuka utorov (palic)  $\beta = p2\pi/n = p2\pi b/(D\pi) = (p2\pi/Q)b/\tau_u = \alpha b/\tau_u$  in razširiti z višjimi harmonskimi komponentami reda  $\nu$ :

$$f_{sq\nu} = \frac{\sin\left(\nu \frac{\beta}{2}\right)}{\nu \frac{\beta}{2}} = \frac{\sin\left(\nu \frac{\alpha b}{2 \tau_u}\right)}{\nu \frac{\alpha b}{2 \tau_u}}. \quad (1.134a)$$

Za faktor poševnosti velja približna enačba za  $m = m_s = 3$  ( $q = Q/(6p)$ ):

$$f_{sq} = \frac{\sin(\beta/2)}{\beta/2} \approx 1 - \frac{1}{6} \left( \frac{2p\pi}{n} \right)^2 = 1 - \frac{\pi^2}{24} \left( \frac{2p}{Q} \right)^2 = 1 - \frac{\pi^2}{216} \frac{1}{q^2}. \quad (1.134b)$$

Točna vrednost faktorja poševnosti za osnovno harmonsko komponento je vedno večja kot 0,99 in ni zanimiva. Zanimiv je faktor razsipanja zaradi poševnosti. Če je poševnost enaka  $1/n = 1/Q_s$  ( $q = q_s$ ), tj. za eno statorsko utorno delitev, bo:

$$\sigma_{sq} = 1 - f_{sq}^2 \approx \frac{\pi^2}{108} \frac{1}{q_s^2} = 0,0914 \frac{1}{q_s^2}. \quad (1.135)$$

Pri poševnem stroju dobimo glede na ravni stroj enačbo za dodatno razsipano reaktanco poševnosti:

$$X_{sq} = X_{ms} \lambda_{sq} = 3,95 \left( \frac{z}{100a} \right)^2 \frac{f}{50} \frac{l_e}{2p} \lambda_{sq} \quad (1.136)$$

V enačbi za reaktanco poševnosti je prevodnost razsipanja zaradi poševnosti:

$$\lambda_{sq} = \lambda_0 f_{ns}^2 \sigma_{sq}. \quad (1.137)$$



### 1.6.5.5 Celotna razsipana reaktanca stroja

Glede na enačbo (1.107) lahko izračunamo razsipano reaktanco statorskih utorov, če upoštevamo število vodnikov statorja  $z = z_s$ , število paralelnih vej  $a = 1$  in iz geometrije utora statorja izračunamo prevodnost na enoto dolžine, deljeno s številom utorov na pol in fazo ( $\lambda_{us} / q_s$ ).

Za rotor s kratkostično kletko je  $z_r = 1$  ( $N_r = 1/2$ ), število faz je enako številu utorov  $m_r = Q_r$  in  $q_r = Q_r / (2pQ_r) = 1/(2p)$ . Reaktanca posameznega utora bo:

$$X_{ur} = 7,9 f l_e \lambda_{ur} \cdot 10^{-6}. \quad (1.138)$$

Reaktanco razsipanja rotorskega utora reduciramo na stator v razmerju števila faz in kvadrata efektivnega števila ovojev statorja, deljenih s kvadratom faktorja poševljenja rotorja in ob upoštevanju, da je faktor navitja rotorja  $f_{nr} = 1$ :

$$X'_{ur} = \frac{m_s}{Q_r} \left( \frac{2N_s f_{ns}}{f_{sq}} \right)^2 X_{ur} = 15,8 \frac{f}{50} l_e \lambda_{ur} \left( \frac{N_s f_{ns}}{100 f_{sq}} \right)^2. \quad (1.139)$$

Skupna razsipana reaktanca trifaznega motorja s kratkostično kletko je:

$$X_{\sigma} = 7,9 \frac{f}{50} \left( \frac{N_s}{100} \right)^2 \frac{l_e}{pq_s} \left( \lambda_{us} + \lambda_{gl} \frac{l_{gl}}{l_e} + \lambda_{ur} f_{ns}^2 \frac{Q_s}{Q_r} \right) + X_{ms} (\sigma_{ds} + \sigma_{dr} + \sigma_{sq}). \quad (1.140)$$

Magnetilno reaktanco statorja  $X_{ms}$  izračunamo po enačbi (1.93). Skupna razsipana reaktanca stroja (1.140) je v bistvu tudi razsipana reaktanca v kratkem stiku. Nekateri avtorji jo imenujejo tudi reaktanca idealnega kratkega stika ( $s = \pm\infty$ ).

## 1.7 IZGUBE IN IZKORISTEK

### 1.7.1 Vrste izgub

V času svojega delovanja pretvarja električni stroj moč, ki priteka v njega, v moč, ki iz njega odteka. Del moči se pri pretvarjanju izgubi in je ne moremo koristno uporabiti. Ta del moči imenujemo izgube moči ali kratko izgube. Večina izgub se pretvarja v toploto in segreva stroj. Majhen del mehanskih izgub se pretvarja v kinetično energijo hladilnega zraka zaradi ventilatorskega delovanja rotorja z vgrajenim ventilatorjem ali odlitimi krilci na rotorju.

Izgube je treba poznati, saj določajo termično moč stroja. Toplota segreva stroj in krajša njegovo življenjsko dobo. Zato je treba toploto izgub odvajati iz stroja s primerno hladilno napravo. Energija izgub priteka v stroj in ne opravlja koristnega dela. Izgube dražijo delovanje stroja. Komponente tokov in padcev napetosti, povezane z izgubami, moramo upoštevati pri analizi stroja, ker vplivajo na njegove lastnosti in karakteristike.

Izgube v električnem stroju delimo na več vrst, in sicer po mestu in načinu nastanka in po značaju teh izgub. V navitjih nastanejo izgube zaradi toka, ki teče v vodnikih. Izmenični fluksi povzročijo izgube v železnih jedrih. Izgube nastanejo tudi v železnih delih in kovinskih delih, ki so v območju razsipanih izmeničnih magnetnih polj. V visokonapetostnih strojih nastanejo dielektrične izgube v izolaciji, ki je v izmeničnem magnetnem polju. Zaradi vrtenja rotorjev se pojavijo izgube zaradi trenja v ležajih in ventilacije. To so mesta v stroju, kjer nastajajo izgube zaradi električnih, magnetnih in mehanskih obremenitev materiala. Po značaju razvrstimo izgube v konstantne, ki so neodvisne od obremenitve stroja. Naslednje so spremenljive izgube, ki se spreminjajo linearno in kvadratno z bremenskim tokom. Kot zadnje poznamo tako imenovane "dodatne izgube", ki se spreminjajo s kvadratom toka in jih je praktično nemogoče izračunati.

### 1.7.1.1 Izgube v navitju

Zaradi toka, ki teče v vodnikih navitja, nastanejo v njih izgube. Tem izgubam pravimo kar izgube v bakru, ker so vodniki navadno bakreni. Izgube računamo po enačbi za joulsko moč v upor:

$$P_{\text{Cu}} = I^2 R. \quad (1.141)$$

V simetričnem trifaznem sistemu so izgube:

$$P_{\text{Cu}} = 1,5 I^2 R_{\text{sp}}, \quad (1.141a)$$

kjer je  $I$  tok v dovodih in  $R_{\text{sp}}$  srednja upornost med sponkami stroja. Pri enosmernem toku je  $R = \rho l / A$ , kjer je  $\rho_{\text{Cu}} = 0,0175 \cdot 10^{-6} \Omega \text{m}$ . Pri segrevanju se upornost poveča za  $R_g = R_0(1 + \alpha \Delta \vartheta)$  in temperaturni koeficient  $\alpha_{\text{Cu}} = 0,0039 \text{ K}^{-1}$ .

Drugi način za izračun upornosti v toplem stanju je mogoč po enačbi  $R_g = R_0(235 + \vartheta)/(235 + \vartheta_0)$ .

Tokovne izgube v navitju lahko računamo s tokovno gostoto  $J = I/A$ , ki je specifičen podatek stroja z enoto  $\text{A}/\text{m}^2$  oziroma  $\text{A}/\text{mm}^2$ , za  $\vartheta_0 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$  po enačbi:

$$P_{\text{Cu}} = 1,97 \frac{235 + \vartheta}{255} J^2 m_{\text{Cu}}, \quad (1.142)$$

kjer je upoštevana masa bakrenega navitja  $m_{\text{Cu}} = \rho_{\text{mCu}} l_{\text{Cu}} A$  in specifična gostota materiala  $\rho_{\text{mCu}} = 8,9 \cdot 10^3 \text{ kg}/\text{m}^3$ .

Odstotne nazivne izgube so enake nazivnemu odstotnemu padcu napetosti na upor navitja. To je vidno iz primerjave enačb za izgube  $p_{\text{Cu}\%} = (I_{\text{N}}^2 R)/(U_{\text{N}} I_{\text{N}}) \cdot 100$  in padec  $u_{\text{R}\%} = (I_{\text{N}} R)/U_{\text{N}} \cdot 100$  in iz tega sledi:

$$p_{\text{Cu}\%} = u_{\text{R}\%}. \quad (1.143)$$

Kadar teče po navitju izmenični tok, je treba upoštevati, da se v navitju pojavijo tudi vrtilni tokovi, tj. izriv toka na površino masivnega vodnika oziroma pri rotacijskih strojih izriv toka z dna na vrh utora. Analitični izračun je zelo težaven in je odvisen od oblike vodnika, magnetnega polja (razsipanega) in od frekvence. Zaradi izriva toka vzamemo, kot da se je povečala izmenična upornost  $R_{\approx}$  v primerjavi z enosmerno upornostjo za faktor izriva toka  $k_R$ :

$$R_{\approx} = k_R R_{\underline{}} = R_{\underline{}} + R_d. \quad (1.144)$$

$R_{\underline{}}$  se s temperaturo povečuje za razliko od dodatnega upora  $R_d$ , ki se s temperaturo zmanjšuje, ker večji upor zmanjšuje vrtilne tokove.

V literaturi najdemo za pravokotni utor stroja z dimenzijami utora  $b_u \times h_u$  ter masivnimi pravokotnimi palicami z dimenzijami  $b \times h$  reducirano brezdimenzijsko prevodnost:

$$\xi = \alpha h. \quad (1.145)$$

$\alpha$  je pomožna veličina:

$$\alpha = 2\pi \sqrt{\frac{b}{b_u} \frac{f}{\rho \cdot 10^5}} \text{ (cm}^{-1}\text{)}. \quad (1.146)$$

Za bakrene vodnike z  $\rho \approx 0,02 \text{ } \Omega\text{mm}^2 / \text{m}$  in  $b/b_u \approx 1$  je pri  $f = 50 \text{ Hz}$   $\alpha \approx 1$  ter je s tem reducirana višina približno enaka stvarni višini utora v centimetrih.

Za faktor  $k_R$  najdemo v isti literaturi kot rešitev enačbo:

$$k_R = \xi \frac{\sinh(2\xi) + \sin(2\xi)}{\cosh(2\xi) - \cos(2\xi)}. \quad (1.147a)$$

S podobnim faktorjem množimo tudi razsipano reaktanco v utorih:

$$k_X = \frac{3}{2\xi} \frac{\sinh(2\xi) - \sin(2\xi)}{\cosh(2\xi) - \cos(2\xi)}. \quad (1.147b)$$

Za utore višine  $h_u$  do enega centimetra sta  $k_R \approx 1$  in  $k_X \approx 1$ , za večje višine povečuje izriv toka izgube stroja in zmanjšuje razsipano reaktanco v utorih.

### 1.7.1.2 Izgube v železu

V železnih jedrih električnih strojev nastajajo izgube pri izmeničnem magnetenju, ker se spreminja v jedru magnetno polje. Železne izgube delimo na dva dela. Prvi del so izgube, ki nastanejo kot posledica vzpostavljanja in podiranja elementarnih magnetnih področij (Weissove domene) v feromagnetnem materialu. Ta energija je pri enakih ciklih magnetenja enaka za vsak cikel in se spreminja v toploto. Za

krivuljo magnetenja je to statična histerezna zanka, katere površina je proporcionalna izgubljeni energiji. Histerezne izgube so dane z enačbo:

$$P_h = k_h \frac{f}{50} B^x m_{\text{Fe}}. \quad (1.148)$$

V enačbi (1.148) je  $k_h$  koeficient za histerezne izgube, ki so običajno podane kot specifična vrednost  $p_h$  v W/kg pri  $f = 50$  Hz in  $B = 1$  T ali 1,5 T. Histerezne izgube se spreminjajo proporcionalno s frekvenco magnetenja. V vsakem ciklu se sprosti energija proporcionalna površini histerezne zanke. Odvisnost histereznih izgub od gostote magnetnega pretoka  $B$  je nelinearna in podana z eksponentom  $x$ . Vrednost eksponenta  $x$  je v mejah od 1,6 do 2,6 in je v povprečju v bližini 2. Histerezne izgube zmanjšamo s primerno izbiro mehkomagnetnega materiala, predvsem magnetno orientiranih hladno valjanih pločevin.

Vrtinčne izgube v jedrih nastanejo zaradi vrtinčnih tokov pri izmeničnem magnetenju. Dane so z enačbo:

$$P_v = k_v \left( \frac{f}{50} \right)^2 B^2 m_{\text{Fe}}. \quad (1.149)$$

V enačbi (1.149) je  $k_v$  koeficient za vrtinčne izgube, ki so ravno tako običajno podane kot specifična vrednost  $p_v$  v W/kg pri  $f = 50$  Hz in  $B = 1$  T ali 1,5 T. Vrtinčne izgube se spreminjajo proporcionalno s kvadratom frekvence in kvadratom gostote magnetnega pretoka  $B$ . Vrtinčni tokovi so posledica inducirane napetosti v jedru, ta pa je proporcionalna  $f$  in  $B$ . Od tod je kvadratna odvisnost vrtinčnih izgub. Omejimo jih tako, da lameliramo jedro. Debeline lamel so pri rotacijskih strojih od 0,35 mm do 0,65 mm.

Pri elektropločevini prevladujejo histerezne izgube. Skupne izgube v jedru so:

$$P_{\text{Fe}} = P_h + P_v \approx p_{\text{Fe}} \frac{f}{50} B^2 m_{\text{Fe}}. \quad (1.150)$$

V enačbi (1.150) so  $p_{\text{Fe}}$  specifične izgube v železu v W/kg pri  $f = 50$  Hz in  $B = 1$  T ali 1,5 T. Enačba ima dve poenostavitvi: vrtinčni del ne narašča s  $f$  in histerezni del ne narašča z  $B^2$ . Pri manjših odmikih od 50 Hz in  $B = 1$  T ali 1,5 T dobimo dovolj dobre rezultate.

Za izmenične rotacijske stroje, odvisno od velikosti stroja in napajalne frekvence, uporabljamo pločevino zelo različnih izgub od 3,3 do 8 W/kg pri  $B = 1,5$  T. Podatki veljajo za sinusno magnetenje. Pri drugačnem magnetenju, npr. pri napajanju s frekvenčnim pretvornikom, je treba upoštevati faktor oblike  $k_o$ , ki poveča izgube za  $(k_o/1,11)^2$ .

### 1.7.1.3 Mehanske izgube

Mehanske izgube nastajajo pri trenju v ležajih in izgubah ventilacije zaradi mešanja zraka ali kakšne druge hladilne snovi pri vrtenju rotorja. Mehanske izgube se pokrivajo vedno z mehanskim vrtilnim momentom, ki zmanjšuje vrtilni moment stroja in ga skuša ustaviti. Ta izgubni mehanski vrtilni moment lahko poenostavljeno razdelimo na tri komponente:

$$M_i = k_1 + k_2 \Omega_m + k_3 \Omega_m^2. \quad (1.151)$$

Konstantni del  $k_1$  predstavlja (statično) trenje trdnih površin in je neodvisen od hitrosti. Temu približno ustreza trenje v kotalnih ležajih. Drugi del  $k_2 \Omega_m$  predstavlja viskozno trenje pri gibanju tekočine brez vrtničenja (turbulence). Podobno karakteristiko ima vrtilni moment zaradi vrtničnih tokov. Trenje v drsnih ležajih s filmom mazilnega olja ustreza temu viskoznemu trenju. Tretji del  $k_3 \Omega_m^2$  predstavlja turbolentno trenje tekočin in plinov, ki ga povzročajo ventilatorji ali rotorji strojev, ki se vrtijo. Moč mehanskih izgub dobimo iz vrtilnega momenta izgub:

$$P_{im} = \Omega_m M_i. \quad (1.152)$$

### 1.7.1.4 Prehodne izgube

V električnih rotacijskih strojih, pri katerih so na rotorjih nameščeni drsni kontakti za dovod ali odvod toka, je drsni kontakt sestavljen iz kovinskega drsnega obroča ali lamel komutatorja na eni strani ter grafitnih ali kovinsko grafitnih ščetk na drugi strani. Pri prehodu toka nastane padec napetosti na prehodnem drsnem kontaktu in s tem moč izgub  $\Delta U_c I$ . Pri večini uporabljenih materialov za drsne obroč, komutatorje in ščetke je prehodni padec napetosti precej neodvisen od toka in ima vrednost  $\Delta U_c \approx 1 \text{ V}$  za oglene ali grafitne ščetke in  $\Delta U_c \approx 0,3 \text{ V}$  za kovinsko grafitne ščetke. Prehodne izgube se spreminjajo približno proporcionalno s tokom:

$$P_{ip} = 2 \Delta U_c I. \quad (1.153)$$

### 1.7.1.5 Dodatne izgube

Zaradi električnega toka, ki teče v navitjih električnih strojev, nastanejo razsipana magnetna polja. V primeru, da so ta magnetna polja izmenična ali se premikajo v prostoru, inducirajo v kovinskih delih stroja vrtnične tokove. Lokalni vrtnični tokovi nastanejo tudi zaradi pulzacije magnetnega polja v zobeh ob zračni reži, hladilnih kanalih in podobno. Ti vrtnični tokovi, ki jih vzbuja bremenski tok, povzročajo tokovno odvisne dodatne izgube. Izgube zaradi zob imenujemo pulzacijske dodatne izgube.

Dodatne izgube je težko točno izračunati pa tudi izmeriti. Za nekatere vrste strojev, npr. asinhronske stroje, znašajo  $(2,5 \div 0,5) \%$  sprejete moči po IEC priporočilu [16]. Za majhne stroje  $P \leq 1 \text{ kW}$  dopušča standard dodatne izgube  $2,5 \%$  in za največje do  $0,5 \%$ . IEEE standard [17] (bivši NEMA) dopušča do  $1,8 \%$  nazivne oddane moči (za moči 1-125 HP). Za drugačno obremenitev izračunamo dodatne izgube v odvisnosti od kvadrata bremenskega toka.

### 1.7.2 Izkoristek

Izkoristek je v rotacijskih strojih navadno definiran kot razmerje med oddano močjo  $P_{\text{odd}}$  in sprejeto močjo  $P_{\text{spr}}$ :

$$\eta = \frac{P_{\text{odd}}}{P_{\text{spr}}}. \quad (1.154)$$

Od sprejete moči  $P_{\text{spr}}$  odštejemo moč  $P_i$  izgub in dobimo oddano moč. Ustrezno temu priredimo enačbo (1.154) tako, da izrazimo izkoristek z izgubami:

$$\eta = \frac{P_{\text{spr}} - P_i}{P_{\text{spr}}} = 1 - \frac{P_i}{P_{\text{spr}}} = 1 - \frac{P_i}{P_{\text{odd}} + P_i}. \quad (1.155)$$

Izkoristek se spreminja z obremenitvijo, ker se spreminjajo izgube in oddana ter sprejeta moč. Izgube v stroju delimo na spremenljive in konstantne izgube. Spremenljive izgube, kot so joulske izgube in dodatne izgube v navitju, se spreminjajo s kvadratom bremenskega toka. Izjema so prehodne izgube, ki se spreminjajo linearno s tokom. Med stalne izgube, ki so neodvisne od obremenitve, štejemo izgube v železu, mehanske izgube in vzbujalne izgube v enosmernem vzbujalnem navitju. Celotne izgube so zato podane z enačbo  $aI^2 + bI + c$ . Za enofazno sprejeto moč  $UI \cos \varphi$  je izkoristek po enačbi (1.155) sedaj:

$$\eta = 1 - \frac{aI^2 + bI + c}{UI \cos \varphi}. \quad (1.155a)$$

Ta izraz bo največji, ko bo  $d\eta/dI = 0$ . Odvajamo po  $I$  in dobimo:

$$\frac{d\eta}{dI} = - \frac{(2aI + b)(UI \cos \varphi) - (aI^2 + bI + c)U \cos \varphi}{(UI \cos \varphi)^2} = 0. \quad (1.156)$$

Enačba (1.156) ima vrednost nič samo takrat, kadar je  $(aI^2 - c) = 0$ . Izkoristek ima največjo vrednost pri tisti obremenitvi, pri kateri so spremenljive izgube enake stalnim:

$$aI^2 = c. \quad (1.157)$$

Maksimalni izkoristek je navadno blago izražen in leži približno pri 3/4 nazivne moči rotacijskega stroja.

## 1.8 SEGREVANJE IN OHLAJEVANJE

### 1.8.1 Proizvodnja in prehod toplote

V času delovanja električnega rotacijskega stroja nastajajo v raznih delih stroja izgube moči. Ta moč se spreminja v toploto, ki segreva posamezne dele in s tem celoten stroj. Toplota prehaja iz notranjosti na površino stroja in od tam na hladilno snov (običajno zrak). Toplota prehaja vedno od mesta z višjo temperaturo na mesto z nižjo temperaturo.

Prehod toplote je mogoč na tri različne načine: s prevajanjem, konvekcijo in sevanjem.

#### 1.8.1.1 Prevajanje toplote v trdnem telesu

Prevajanje toplote se vrši v trdnem telesu od točke do točke. Snov, v kateri se toplota prevaja, je trdna in se ne premika. Za prevajanje skozi steno velja, da je toplotni tok  $\Phi_t$  (W) med točko 1 in 2:

$$\Phi_t = A_t (\mathcal{G}_1 - \mathcal{G}_2) = A_t \Delta \mathcal{G}. \quad (1.158)$$

$A_t$  (W/K) je toplotna prevodnost:

$$A_t = \frac{\lambda A}{d}, \quad (1.159)$$

kjer je  $\lambda$  specifična toplotna prevodnost,  $A$  presek in  $d$  debelina telesa, ki prevaja toploto.  $\mathcal{G}_1 - \mathcal{G}_2$  je razlika temperature notranje in zunanje stene telesa. Za dober odvod toplote moramo imeti čim tanjšo izolacijo (debeline  $d$ ) za odvajanje toplote iz aktivnih delov (predvsem navitja).

#### 1.8.1.2 Toplotna prehodnost s konvekcijo

Konvekcija nastane med vročo hladilno površino in hladilno snovjo. Hladilna snov se na površini segreje, postane lažja in se zato dvigne. Na njeno mesto priteče hladnejša snov in postopek se ponovi. To je naravna konvekcija. Da je izmenjava snovi uspešna, mora biti na voljo dovolj prostora. Pri hladilnih kanalih ali rebrih na površini strojev mora biti premer kanala  $90 \div 45$  mm. Pri premeru kanala približno 15 mm pade izkoristek hladilne površine na polovico.

Toplotni tok pri temperaturi stene telesa  $\mathcal{G}_s$  ( $^{\circ}\text{C}$ ) in temperaturi okolice  $\mathcal{G}_{ok}$  ( $^{\circ}\text{C}$ ) bo:

$$\Phi_t = A_t \Delta \mathcal{G} = \alpha_k A_k (\mathcal{G}_s - \mathcal{G}_{ok}). \quad (1.160)$$

Toplotna prevodnost konvekcije je  $A_t = \alpha_k A$ , če je  $\alpha_k$  konvekcijski koeficient z enoto  $(\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}))$ .

Za zrak in za toplotne razmere, v katerih delajo stroji, velja približna enačba za naravni konvekcijski koeficient  $\alpha_k \approx 6,5 + 0,05(\vartheta_s - \vartheta_{\text{ok}})$ . Za segretek stene ohišja  $\Delta\vartheta = 40 \div 50$  (K) je  $\alpha_k = 8,5 \div 9$   $(\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}))$ . Kadar naravna konvekcija ne zadošča, uvedemo prisilno cirkulacijo hladilne snovi, da se poveča konvekcijski koeficient. Za zrak so to ventilatorji in za tekočine črpalke. Pri prisilni ventilaciji z zrakom velja približna enačba  $\alpha_k = \alpha_{k0} + k_1 v$  za hitrosti  $v < 5$  m/s in  $\alpha_k = k_2 v^{0,75}$  za večje hitrosti zraka. Koeficienta sta:  $k_1 = 4 \div 4,2$  in  $k_2 = 8 \div 9$  ter  $\alpha_{k0}$  vrednost za  $v = 0$ . Posebej se poveča konvekcijski koeficient pri prehodu od laminarnega v turbolentno gibanje tekočin in plinov.

### 1.8.1.3 Toplotna prehodnost s sevanjem

S sevanjem prehaja toplota brez posredovanja vmesne snovi. Toplotni tok pri temperaturi stene telesa  $\vartheta_s$  ( $^{\circ}\text{C}$ ) in temperaturi okolice  $\vartheta_{\text{ok}}$  ( $^{\circ}\text{C}$ ) bo:

$$\Phi_t = A_t \Delta\vartheta = \alpha_s A_s (\vartheta_s - \vartheta_{\text{ok}}). \quad (1.161)$$

Sevalni koeficient  $\alpha_s$  je funkcija temperature, temperaturne razlike in vrste (barve) materiala.

$$\alpha_s = C_1 \left( \vartheta_s^4 - \vartheta_{\text{ok}}^4 \right) \frac{1}{\Delta\vartheta} \quad (1.162)$$

$\vartheta_s$  temperatura stene telesa in  $\vartheta_{\text{ok}}$  temperatura okolice sta absolutni temperaturi.  $C_1 = \varepsilon C_s$  je sevalna konstanta površine telesa in  $\varepsilon$  absorpcijsko razmerje, tj. razmerje sprejete (absorbirane) in obsevane sevalne energije. Za črno telo je sevalna konstanta (Stefan-Boltzmanova konstanta):

$$C_s = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4) \text{ in } \varepsilon = 1 \text{ sicer je } \varepsilon < 1.$$

Za segretek  $\Delta\vartheta = 40 \div 50$  (K) je sevalni koeficient  $\alpha_s \approx 5 + 0,033(\vartheta_s - \vartheta_{\text{ok}})$  in konvekcijski koeficient  $\alpha_k = 6,3 \div 6,65$   $(\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}))$  ter za višji segretek  $\alpha_k \approx 6,6 \Delta\vartheta$ .

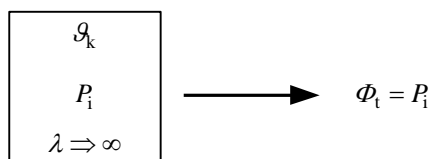
## 1.8.2 Segrevanje in ohlajevanje električnega stroja

### 1.8.2.1 Segrevanje električnega stroja

Toplotno moč, ki se sprošča v stroju, se delno akumulira v stroju, delno se odvaja preko površine v okolico. Akumulirana toplota dviga temperaturo stroja, odvajanje toplote s hladilnim sredstvom pa njegovo temperaturo znižuje.



Stroji so nehomogena telesa, vendar jih za analizo toplotnih razmer jemljemo kot homogena telesa, v katerih je izvor toplote.



#### Sl. 1.49 Električni stroj kot homogeno telo

Vzemimo, da je električni stroj homogeno telo s specifično toploto  $c$  in maso  $m$ , ki proizvaja izgube s toplotno močjo  $P_i$ . Stroj oddaja toploto v okolico s konvekcijo, sevanjem in prestopom. Zanemarimo prestop in združimo prvi dve obliki v skupni koeficient  $\alpha$  na hladilni površini telesa  $A$  v skupno toplotno prevodnost  $\mathcal{A}_t = A_s \alpha_s + A \alpha_k$ . Sevalna površina telesa  $A_s$  je navadno manjša od celotne (konvekcijske) površine telesa  $A$ .

V diferencialu časa  $dt$  se sprosti v stroju toplotna energija, katere del se akumulira (temperatura se dvigne za  $\Delta\mathcal{G}$ ), del pa odteče v okolico. Vsak trenutek velja enakost vseh treh energij:

$$P_i dt = mc d(\Delta\mathcal{G}) + \mathcal{A}_t \Delta\mathcal{G} dt. \quad (1.163)$$

To diferencialno enačbo rešimo po običajnem postopku z ločitvijo spremenljivke in dobimo rešitev

$$dt = \frac{\frac{mc}{\mathcal{A}_t}}{\frac{P_i}{\mathcal{A}_t} - \Delta\mathcal{G}} d(\Delta\mathcal{G}), \text{ nato integriramo obe strani za splošno rešitev:}$$

$$t = -\frac{mc}{\mathcal{A}_t} \ln\left(\frac{P_i}{\mathcal{A}_t} - \Delta\mathcal{G}\right) + K$$

Postavimo začetni pogoj, da ima v času  $t=0$  stroj segretek  $\Delta\mathcal{G} = \Delta\mathcal{G}_0$ . Dobimo konstanto  $K$ , ki jo vstavimo v enačbo za splošno rešitev ter dobimo rešitev za čas:

$$t = \frac{mc}{\mathcal{A}_t} \ln\left(\frac{P_i/\mathcal{A}_t - \Delta\mathcal{G}_0}{P_i/\mathcal{A}_t - \Delta\mathcal{G}}\right).$$

Izračunan segretek električnega stroja (homogenega telesa)  $\Delta\mathcal{G}$  bo:

$$\Delta\mathcal{G} = \left(\frac{P_i}{\mathcal{A}_t} - \Delta\mathcal{G}_0\right) \left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right) + \Delta\mathcal{G}_0. \quad (1.164)$$

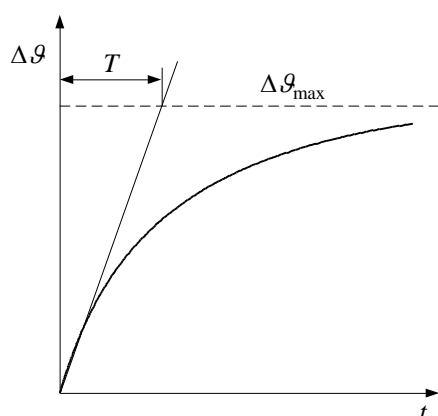
Enačba segrevanja velja za konstantne izgube in konstantne pogoje hlajenja in upošteva tudi začetni segretek  $\Delta\mathcal{G}_0$ . Stroj se segreje do največjega segretka  $\Delta\mathcal{G}_{\max} = P_i / A_t$ , ko je proizvedena toplota enaka oddani in se je nič več ne akumulira. Naraščanje temperature je dano s časovno konstanto pojava segrevanja  $T = mc / A_t$ , tj. s tangento na segrevalno krivuljo.

Segrevalna krivulja (1.164) dobi enostavnejšo obliko za segretek  $\Delta\mathcal{G}_0 = 0$ , tj. za primer, ko začnemo segrevati hladen stroj pri temperaturi okolice. Tako ima segrevalna krivulja homogenega telesa (sl. 1.50) sedaj končno obliko:

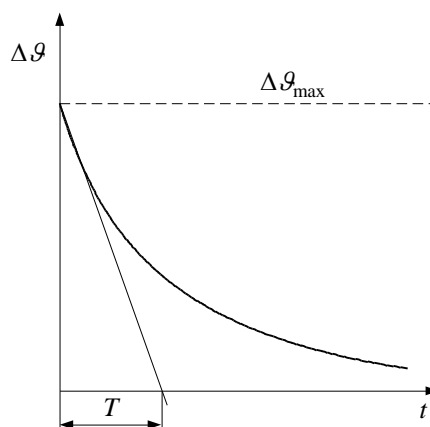
$$\Delta\mathcal{G} = \Delta\mathcal{G}_{\max} \left( 1 - e^{-\frac{t}{T}} \right). \quad (1.165)$$

Za adiabatno segrevanje velja v začetku sprememba temperature:

$$\left( \frac{d\mathcal{G}}{dt} \right)_{t=0} = \frac{\Delta\mathcal{G}_{\max}}{T} = \frac{P_i}{mc}. \quad (1.166)$$



Sl. 1.50 Segrevalna krivulja homogenega telesa



Sl. 1.51 Ohlajevalna krivulja homogenega telesa

### 1.8.2.2 Ohlajevanje električnega stroja

Ohlajevanje segretega stroja se začne, ko odklopimo stroju izvor energije in pustimo, da se stroj od začetnega segretka  $\Delta\mathcal{G}_0 = \Delta\mathcal{G}_{\max}$  ohladi na temperaturo okolice pri  $P_i = 0$ . V tem primeru dobimo za ohlajevanje enačbo:

$$\Delta\mathcal{G} = \Delta\mathcal{G}_{\max} e^{-\frac{t}{T}}. \quad (1.167)$$

Potek ohlajevanja vidimo na sliki 1.51.

Za ohlajevalno krivuljo velja, da ima stroj le takrat enako časovno konstanto  $T$  pri ohlajevanju kot pri segrevanju, če je stroj naravno hlajen, sicer se mu menja koeficient konvekcije  $\alpha_k$  in s tem časovna konstanta.

### 1.8.3 Dovoljene temperature

V električnem stroju je vgrajena izolacija navitja najbolj občutljiva na povišanje temperatur. Zato določa izolacija najvišje dovoljeno segrevanje stroja. Izolacija je zato razdeljena glede na temperaturo, ki jo trajno vzdrži, v izolacijske temperaturne razrede. Po IEC 85 so ti razredi podani v tabeli 1.4 [15].

Obstajala je tudi izolacija za temperaturni razred C, tj. z mejnimi temperaturami nad  $180\text{ }^{\circ}\text{C}$ , ki so ga v IEC zamenjali z novim razredom N. Temperature v tabeli 1.4 predstavljajo najvišjo temperaturo, ki jo sme doseči izolacija na najtoplejšem mestu v stroju. Med dnevom in med letom se temperatura menja glede na spremembe okoliškega zraka. Standard predvideva najvišjo dnevno temperaturo okoliškega zraka  $\vartheta_{\text{ok}} = 40\text{ }^{\circ}\text{C}$  in s to temperaturo je treba računati pri mejni dovoljeni temperaturi. Dovoljeni segretek navitja je zato za  $40\text{ }^{\circ}\text{C}$  manjši od navedenega za posamezni razred. Dodatno je dovoljen segretek manjši še za temperaturno razliko med najtoplejšim mestom v stroju in srednjo temperaturo. Ta je predvidena npr. za F razred izolacije 15 K, tako da je dovoljen segretek F razreda izolacije  $\Delta\vartheta = 155 - 40 - 15 = 100\text{ K}$ . Razen najvišje dnevne temperature okolice  $40\text{ }^{\circ}\text{C}$  srednja dnevna temperatura ne sme preseči  $30\text{ }^{\circ}\text{C}$  in srednja letna ne  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ , da lahko izolacija vzdrži primerno dolgo časa. Življenjska doba stroja je v povprečju od 8 do 30 let, če se pri svojem delu segreva do dovoljenih temperatur.

Tabela 1.4 Temperaturni razredi

Temperaturni razred	Mejna temperatura ( $^{\circ}\text{C}$ )
A	105
E	120
B	130
F	155
H	180
N	200

Velja pravilo, da se življenjska doba izolacije prepolovi, če se povprečna delovna temperatura navitja dvigne za 8 do  $10\text{ }^{\circ}\text{C}$  (Montsingerjevo pravilo).

## 1.9 DODATEK ZA FOURIERJEVO ANALIZO

V električnih rotacijskih strojih je treba zamenjati dano periodično vzbujaľno krivuljo  $\theta = f(x)$  s periodo  $2\tau_p \equiv 2\pi$  natančno ali približno s trigonometrijsko vsoto:

$$s_\nu(x) = \frac{1}{2}a_0 + a_1 \cos x + a_2 \cos(2x) + \dots + a_\nu \cos(\nu x) \\ + b_1 \sin x + b_2 \sin(2x) + \dots + b_\nu \sin(\nu x). \quad (1.168)$$

Aproksimacija  $s_\nu(x)$  za  $f(x)$  je najboljša, če izberemo za koeficiente  $a_\nu$  in  $b_\nu$  ( $\nu = 0, 1, 2, \dots$ ) Fourierjeve koeficiente dane funkcije:

$$a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(x) dx, \quad (1.169a)$$

$$a_\nu = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \cos(\nu x) dx, \quad (1.169b)$$

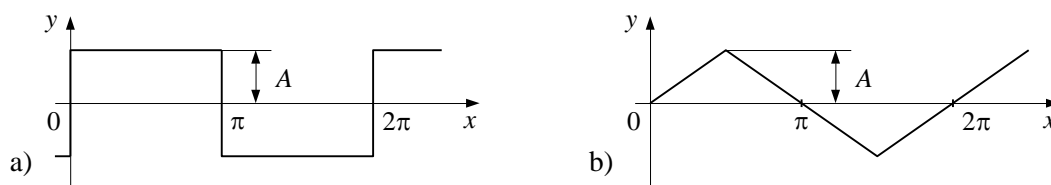
$$b_\nu = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \sin(\nu x) dx. \quad (1.169c)$$

V primeru električnih rotacijskih strojev je funkcija  $f(x)$  liha, to se pravi  $f(-x) = -f(x)$  (simetrija II. vrste) in poleg tega še simetrična glede na  $x$ -os  $f(x + \pi) = -f(x)$  (simetrija III. vrste), torej je to simetrija IV. vrste. V takšnem primeru je  $a_k = b_{2k} = 0$  in

$$b_\nu = \frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/2} f(x) \sin(\nu x) dx. \quad (1.170)$$

$\nu = 2k + 1$  in  $k = 0, 1, 2, \dots$ . Vidimo, da dobimo samo sinusne neparne višje harmonske komponente.

V naslednjih primerih bomo spoznali nekaj najbolj značilnih funkcij vzbujaľnih krivulj in njihove matematične rešitve po enačbi (1.170) oziroma enačbi (1.168). Na sliki 1.52a je prikazana najbolj značilna vzbujaľna krivulja ene tuljave z amplitudo vzbujaľanja  $y = A$  za  $0 \leq x \leq \pi$ .



Sl. 1.52 Vzbujaľna krivulja a) za eno tuljavo

b) za neskončno tuljav

Razvoj funkcije v trigonometrijsko vrsto za prvih sedem višjih harmonskih komponent je naslednji:

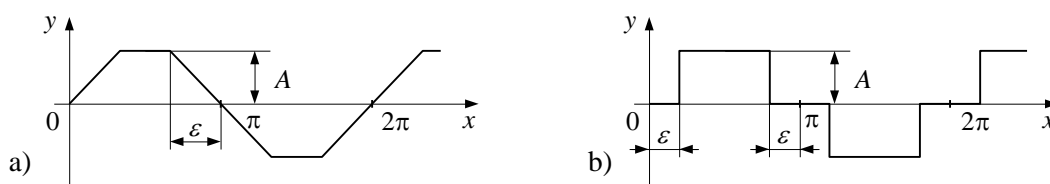
$$y = \frac{4}{\pi} A \left( \sin x + \frac{1}{3} \sin(3x) + \frac{1}{5} \sin(5x) + \frac{1}{7} \sin(7x) + \dots \right). \quad (1.171)$$

Za neskončno tuljav, enakomerno porazdeljenih po obodu stroja, z amplitudo vzbujanja  $y = A$  za  $-\pi/2 \leq x \leq \pi/2$  na sliki 1.52b pa dobimo rešitev:

$$y = \frac{8}{\pi^2} A \left( \sin x - \frac{1}{3^2} \sin(3x) + \frac{1}{5^2} \sin(5x) - \frac{1}{7^2} \sin(7x) \pm \dots \right). \quad (1.172)$$

V primeru, da je navitje z neskončnim številom tuljav razporejeno le na del oboda stroja in je  $y = A$  za  $\varepsilon \leq x \leq \pi - \varepsilon$ , kot to prikazuje slika 1.53a, dobimo takšno rešitev:

$$y = \frac{4}{\pi} \frac{A}{\varepsilon} \left( \sin \varepsilon \sin x + \frac{1}{3^2} \sin(3\varepsilon) \sin(3x) + \frac{1}{5^2} \sin(5\varepsilon) \sin(5x) + \dots \right). \quad (1.173)$$



Sl. 1.53 Vzbujaalna krivulja a) za neskončno tuljav na 2/3 oboda  
b) za izražene pole

Običajno je navitje razporejeno le na 2/3 oboda stroja ( $\varepsilon = \pi/3$ ) in tako dobi enačba (1.173) obliko:

$$y = \frac{6\sqrt{3}}{\pi^2} A \left( \sin x - \frac{1}{5^2} \sin(5x) + \frac{1}{7^2} \sin(7x) \mp \dots \right). \quad (1.173a)$$

Odpadejo vse neparne harmonske komponente deljivi s tri.

Zadnji primer na sliki 1.53b prikazuje vzbujanje tuljave za izražene pole, kjer je širina pola ožja od polove delitve in je  $y = A$  za  $\varepsilon \leq x \leq \pi - \varepsilon$ . Rešitev nam podaja enačba (1.174):

$$y = \frac{4}{\pi} A \left( \cos \varepsilon \sin x + \frac{1}{3} \cos(3\varepsilon) \sin(3x) + \frac{1}{5} \cos(5\varepsilon) \sin(5x) + \dots \right). \quad (1.174)$$

V primeru, da je širina pola  $2\pi/3$  in  $\varepsilon = \pi/6$  (običajno je širina pola nekaj večja), dobi enačba (1.174) obliko:

$$y = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} A \left( \sin x - \frac{1}{5} \sin(5x) - \frac{1}{7} \sin(7x) + \dots \right). \quad (1.174a)$$

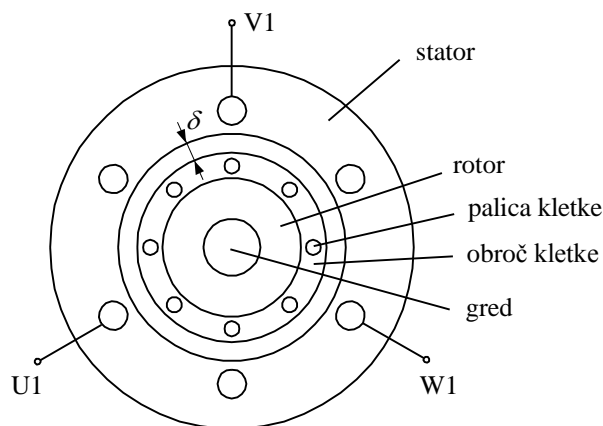
## 1.10 LITERATURA ZA UVOD V ROTACIJSKE STROJE

- [1] R. Wolf, Uvod u teoriju električnih strojeva, Školska knjiga Zagreb, 1975
- [2] W. Nürnberg, Die Asynchronmaschine, Springer Verlag Berlin – Heidelberg – New York, 1979
- [3] T. Bosanac, Teoretska elektrotehnika, Elektrotehnički fakultet Zagreb, Sveučilište u Zagrebu, I. DIO 1966, II. DIO 1967
- [4] P. Jereb, Osnove električnih strojev, Fakulteta za elektrotehniko Ljubljana, 1975
- [5] I. Zagradišnik, Električni in elektromehanski pretvorniki, FERi, Univerza Maribor, Tiskarna tehniških fakultet, zapiski predavanj, Maribor 2019
- [6] S. A. Nasar & L. E. Unnewehr, Electromechanics and Electric Machines, John Wiley & Sons New York – Chichester – Brisbane – Toronto, 1979
- [7] Z. Haznadar, Teoretska elektrotehnika, Magnetski krug električnog stroja, Sveučilište u Zagrebu, 1969
- [8] N. Srb, Elektromotori, proračun, prematanje, popravak i mjerenje, Tehnička knjiga Zagreb, 1987
- [9] E. R. Laithwaite, Induction Machines for Special Purposes, Chemical Publishing Company, Inc. New York, 1966
- [10] D. Zavadlav, Magnetna polja in navitja električnih rotacijskih strojev, rokopis, Tehniška fakulteta Maribor, 1980
- [11] W. Schuisky, Induktionsmaschinen, Springer-Verlag, Wien, 1957
- [12] R. Richter, Elektrische Maschinen, Erster Band, Birkhäuser Verlag, Basel und Stuttgart, 1967
- [13] Recueil CEI/IEC Handbook/priručnik IEC, Letter symbols and conventions, First edition (1983), Grafički zavod Hrvatske
- [14] IEC Standard, Letter symbols to be used in electrical technology, Publication 27-4, © IEC 1985, Genève, Suisse
- [15] IEC Standard, Thermal evaluation and classification of electrical insulation, Publication 85, © IEC 1984, Genève, Suisse
- [16] IEC Standard, Rotating electrical machines – 60034-2-1, Part 2-1: Methods for determining losses and efficiency from tests (excluding machines for traction vehicles) © IEC 2014, Genève, Suisse
- [17] IEEE Standard, Test Procedure for Polyphase Induction Motors and Generators, Std 112-1991, New York, USA
- [18] IEC 60050 (411), Mednarodni elektrotehniški slovar, Poglavje 411, Rotacijski stroji, Slovenski standard, 1998

## 2 ASINHRONSKI STROJI

### 2.1 UVOD

Asinhronski stroji imajo nekatere podobnosti s transformatorji. Imajo dve navitji, tj. primarno in sekundarno navitje, ki sta nameščeni v utorih statorja oziroma rotorja. Med statorjem in rotorjem je zračna reža  $\delta$  (sl. 2.1), ki je tolikšna, da zagotovi varno gibanje rotorja. Imamo torej magnetni krog z zračno režo. Število faznih navitij statorja  $m_s$  je v splošnem lahko različno od števila faznih navitij rotorja  $m_r$ . Tokovi, ki tečejo skozi statorska in rotorska navitja, ustvarjajo svoje  $m$ -fazne amper-ovoje in ker so ti tokovi izmenični, dobimo vrtilne amper-ovoje statorja in rotorja, ki ustvarjajo rezultirajoče vrtilne amper-ovoje. Ti vzbujajo vrtilni magnetni fluks, ki inducira napetosti tako v primarnem (statorskem) kot v sekundarnem (rotorskem) navitju. Pri transformatorju je frekvenca električnih veličin primarnega in sekundarnega navitja enaka, saj obe navitji objemata fluks enake frekvence in ne spreminjata medsebojne lege. Pri asinhronskem stroju pa vrtilni fluks ne reže z enako hitrostjo palic primarnega (statorskega) navitja in palic sekundarnega (rotorskega) navitja, ki se giblje glede na primarno navitje, tako da frekvenca rotorskih električnih veličin na splošno ni enaka frekvenci statorskih električnih veličin.



Sl. 2.1 Poenostavljena slika trifaznega asinhronskega stroja s kratkostično kletko

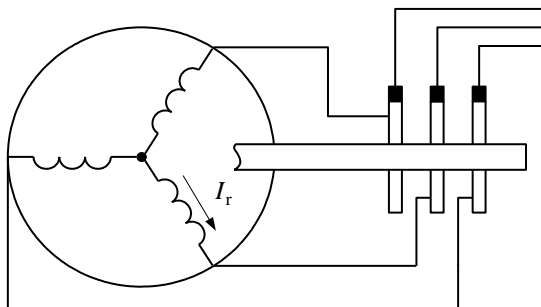
Asinhronski stroj ima pri svojem normalnem obratovanju sekundarno navitje kratkosklenjeno, toda samo pri mirujočem rotorju je to ekvivalentno kratkemu stiku transformatorja. Kakor hitro se začne rotor gibati, se joulske izgube v rotorskem navitju nižajo, raste pa mehanska moč na gredi stroja. Vrtilni magnetni fluks stroja se vrti s sinhronskim številom vrtljajev  $n_s$  glede na mirujoči stator, rotor pa z vrtljaji  $n < n_s$ , torej asinhrono.

#### 2.1.1 Opis konstrukcijskih izvedb

Aktivna dela stroja sta stator in rotor, oba z navitjem.

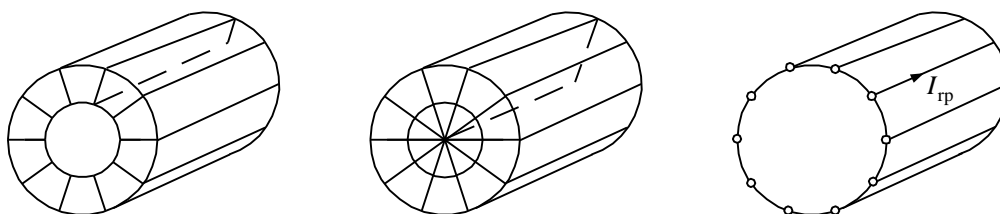
Stator je sestavljen iz lamel dinamo pločevine in ima  $Q_s$  utorov, v katerih je nameščeno  $m_s$ -fazno pasovno navitje, ki je priključeno na električno omrežje. Rotor je tudi lameliran in ima  $Q_r$  utorov, v katerih je:

a) pasovno navitje s tremi izvodi, vezanimi na drsne obroče (sl. 2.2a, 2.73a in 2.75a);



Sl. 2.2a Izvedba stroja z navitim rotorjem in drsnimi obroči

b) kratkosklenjeno navitje pri rotorju s kratkostično kletko (sl. 2.1, 2.2b, 2.30 a in b, 2.31 a in b, 2.32, 2.72 a in b, 2.74 ter 2.75 b in c);



Sl. 2.2b Kratkostična kletka

c) rotor je masiven, brez navitja in utorov. Blizu površine tečejo vrtilni tokovi.

Najbolj pogosta je cilindrična izvedba statorja in rotorja, mogoča je tudi diskasta izvedba. Če bi stator in rotor prerezali in zravnali, bi dobili linearni motor.

## 2.1.2 Način delovanja stroja z drsnimi obroči pri mirujočem rotorju, priključenega na omrežje sinusne napetosti

### 2.1.2.1 Odprto rotorsko navitje

Pri odprtem rotorskem navitju (sl. 2.3) obratuje stroj podobno kot transformator v prostem teku. Vrtilni fluks z amplitudo (tj. temensko vrednostjo)  $\hat{\Phi}_g$  reže z enako hitrostjo palice statorskega in rotorskega navitja ter inducira v njih napetosti:

$$E_s = 4,44 f N_s f_{ns} \hat{\Phi}_g, \quad (2.1a)$$

$$E_r = 4,44 f N_r f_{nr} \hat{\Phi}_g. \quad (2.1b)$$

V enačbah za napetosti je produkt  $N_s f_{ns}$  oziroma  $N_r f_{nr}$  efektivno število ovojev statorskega oziroma rotorskega navitja.

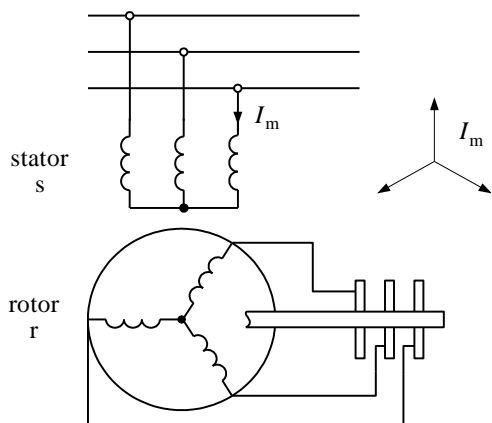
Električne veličine statorja imajo enako frekvenco kot omrežje, zaradi mirujočega



rotorja pa je tudi frekvenca rotorskih električnih veličin enaka statorski oziroma omrežni frekvenci:

$$f_r = f_s = f. \quad (2.2)$$

Za odprte sponke mirujočega rotorja velja, da je  $E_{ro} = E_r$  po enačbi (2.1b).



Sl. 2.3 Statorsko navitje, priključeno na omrežje; rotorsko navitje, odprto

Če upoštevamo samo osnovni val vrtilnega fluksa, ki je v tem primeru vzbujan le od amper-ovojev magnetilnega toka v primarnem navitju  $I_m$ , je vrednost fluksa:

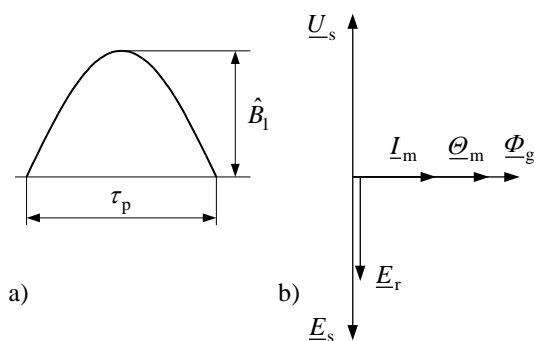
$$\hat{\Phi}_g = \frac{2}{\pi} \hat{B}_1 A_\delta = \frac{2}{\pi} \hat{B}_1 \tau_p l_e, \quad (2.3)$$

kjer je  $2/\pi$  faktor za izračun srednje vrednosti gostote magnetnega pretoka (sl. 2.4a) v zračni reži stroja,  $\tau_p$  polova delitev oboda rotorja oziroma statorske izvrtine  $\tau_p = D\pi/(2p)$  in  $l_e$  ekvivalentna dolžina železnega paketa. Z ekvivalentno dolžino upoštevamo različnost dolžin statorskega in rotorskega paketa in vpliv hladilnih kanalov pri večjih strojih.

Amplituda vzbujalnih vrtilnih amper-ovojev je:

$$\hat{\Theta}_m = \frac{m_s}{2} \frac{4}{\pi} \frac{N_s f_{ns}}{2p} \sqrt{2} I_m = 0,45 m_s \frac{N_s f_{ns}}{p} I_m \quad (2.4)$$

z enoto amper-ovoji. Ustrezni kazalčni diagram za ta primer je viden na sliki 2.4b.



Sl. 2.4 a) Osnovna harmonska komponenta magnetnega polja;  
b) kazalčni diagram stroja z odprtim rotorskim navitjem

Napetostno prestavno razmerje med statorjem in rotorjem je po standardu [11] deklarirano kot razmerje ovojev in faktorjev navitja:

$$n_{sr} = \frac{E_s}{E_r} = \frac{N_s f_{ns}}{N_r f_{nr}}. \quad (2.5)$$

Pri risanju kazalčnega diagrama smo predpostavili, da je statorsko navitje brez ohmske upornosti in razsipane reaktance ( $R_s = X_{\sigma s} = 0$ ) in da je železno jedro brez izgub z linearno magnetno karakteristiko, tako da v vzbujalnem toku ni višjih harmonskih komponent. Velja ravnotežje pritisnjene in inducirane napetosti  $U_s = -E_s$ .

### 2.1.2.2 Kratkosklenjeno rotorsko navitje

V tem primeru požene inducirana napetost v rotorju skozi kratkosklenjena fazna navitja z ohmsko upornostjo  $R_r$  in razsipano reaktanco  $X_{\sigma r}$  tokove:

$$I_r = \frac{E_r}{R_r + jX_{\sigma r}}. \quad (2.6)$$

Rotorski tokovi ustvarijo osnovno harmonsko komponento rotorskih vrtilnih amper-ovojev z amplitudo:

$$\hat{\Theta}_r = \frac{m_r}{2} \frac{4}{\pi} \frac{N_r f_{nr}}{2p} \sqrt{2} I_r = 0,45 m_r \frac{N_r f_{nr}}{p} I_r. \quad (2.7)$$

Ker mora ostati izpolnjen pogoj ravnotežja primarnih napetosti  $U_s = -E_s$ , za kar je potreben enaki fluks  $\Phi_g$  in enaki vzbujalni amper-ovoji  $\Theta_m$  kot v prejšnjem primeru, je nujno, da stečejo skozi statorska fazna navitja tokovi, ki ustvarijo statorske vrtilne amper-ovoje, ti pa kompenzirajo rotorske vrtilne amper-ovoje  $\Theta_r$ . Če je efektivna vrednost teh statorskih tokov  $I'_r$ , potem je izraz za amplitudo kompenzacijskih amper-ovojev:

$$\hat{\Theta}'_r = \frac{m_s}{2} \frac{4}{\pi} \frac{N_s f_{ns}}{2p} \sqrt{2} I'_r = 0,45 m_s \frac{N_s f_{ns}}{p} I'_r \quad (2.8)$$

in tako dobimo tokovno prestavno razmerje  $K_I$  iz

$$\frac{\hat{\Theta}'_r}{\hat{\Theta}_r} = \frac{m_s}{m_r} \frac{N_s f_{ns}}{N_r f_{nr}} \frac{I'_r}{I_r} = 1 \Rightarrow K_I = \frac{I'_r}{I_r} = \frac{m_r}{m_s} \frac{N_r f_{nr}}{N_s f_{ns}} = \frac{m_r}{m_s} \frac{1}{n_{sr}}. \quad (2.9)$$

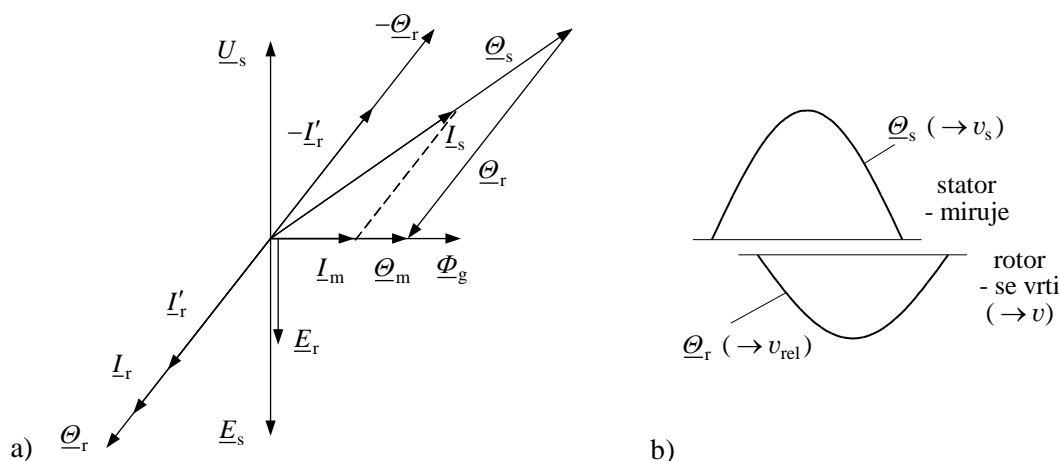
V enačbi (2.9) smo upoštevali napetostno transformatorsko razmerje po enačbi (2.5).

Kot je iz kazalčnega diagrama razvidno, teče sedaj po statorskem navitju tok  $\underline{I}_s = \underline{I}_m + (-\underline{I}'_r)$ , ki ustvarja vrtilne amper-ovoje z amplitudo:

$$\hat{\Theta}_s = \frac{m_s}{2} \frac{4}{\pi} \frac{N_s f_{ns}}{2p} \sqrt{2} I_s = 0,45 m_s \frac{N_s f_{ns}}{p} I_s. \quad (2.10)$$

Sedaj lahko napišemo  $\underline{\Theta}_s + \underline{\Theta}_r = \underline{\Theta}_m$  (sl. 2.5a) in je:

$$\underline{I}_s + \underline{I}'_r = \underline{I}_m. \quad (2.11)$$



Sl. 2.5 a) Kazalčni diagram stroja s kratkosklenjenim rotorskim navitjem;  
b) smeri vrtenja vrtilnih amper-ovojev statorskih in rotorskih tokov

### 2.1.3 Način delovanja stroja pri vrtečem kratkosklenjenem rotorskem navitju

Glede na vrtilno polje stroja se lahko rotor vrti na tri načine:

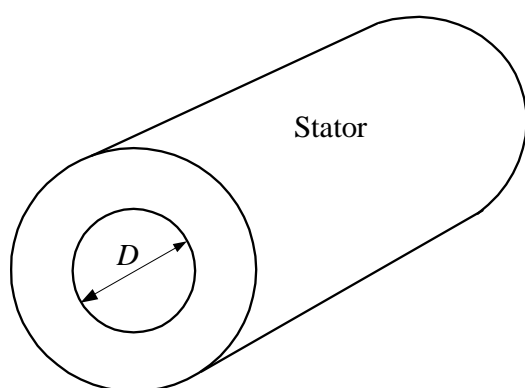
- 1) rotor se vrti v isto smer, toda počasneje:  $n < n_s$  – deluje kot asinhronski motor;
- 2) rotor se vrti v isto smer, toda hitreje:  $n > n_s$  – deluje kot asinhronski generator;
- 3) rotor se vrti v nasprotno smer – deluje kot zavora.

Tipični pojmi in veličine:

$n_s$  je sinhronsko število vrtljajev vrtilnega polja ( $s^{-1}$ ) ali ( $\text{min}^{-1}$ )

$n$  je dejansko število vrtljajev rotorja ( $s^{-1}$ ) ali ( $\text{min}^{-1}$ )

$n_{\text{rel}} = n_s - n$  je relativno število vrtljajev ( $s^{-1}$ ) ali ( $\text{min}^{-1}$ )



Sl. 2.6 Skica statorskega paketa  
s premerom izvrtine  $D$

Kot nov pojem uvedemo brezdimenzijsko vrednost slip (zdrs):

$$s = \frac{n_{\text{rel}}}{n_s} = \frac{n_s - n}{n_s} \quad (2.12)$$

oziroma iz tega  $n_{\text{rel}} = s n_s$  in

$$n = n_s - n_{\text{rel}} = n_s - s n_s = n_s (1 - s). \quad (2.13)$$

Slip je po IEC predpisih [12] definiran glede na ustrezne kotne hitrosti kot:

$$s = \frac{\omega_s / p - \Omega_m}{\omega_s / p}. \quad (2.14)$$

$\omega_s = \omega$  je kotna frekvenca statorskega magnetnega polja,  $\omega_s / p = \Omega_{ms}$  sinhronska kotna hitrost vrtilnega polja in  $\Omega_m = 2\pi n$  mehanska kotna hitrost rotorja.

Omenjenim številom vrtljajev ustrezajo obodne hitrosti na obodu izvrtine statorja:

– obodna hitrost vrtilnega polja

$$v_s = D\pi n_s, \quad (2.15a)$$

kjer je  $D$  premer izvrtine statorja,

– obodna hitrost vrtečega se rotorja

$$v = D\pi n \quad (2.15b)$$

– relativna hitrost

$$v_{rel} = v_s - v = D\pi(n_s - n) = D\pi n_{rel} = D\pi n_s s = s v_s. \quad (2.15c)$$

Vrtilno polje reže vodnike (palice) rotorskega navitja z rezalno hitrostjo, ki je identična z relativno hitrostjo  $v_{rel}$ . Statorske vodnike (palice) navitja pa reže s sinhronsko hitrostjo  $v_s$ . Glede na hitrosti dobimo ustrezne inducirane napetosti:

$$e_{sp} = B l v_s, \quad (2.16a)$$

$$e_{rp} = B l v_{rel} = B l v_s s = e_{sp} s. \quad (2.16b)$$

Pri mirujočem rotorju za  $n = 0$  je slip:  $s = \frac{n_s - 0}{n_s} = 1$

in tedaj je  $e_{sp} = e_{rp}$ . Če imenujemo inducirano napetost rotorskega navitja pri mirujočem rotorju  $E_{r\text{mir}}$ , potem je vrednost inducirane napetosti pri vrtečem se rotorju  $E_r = s E_{r\text{mir}}$ . Frekvenca statorskih električnih veličin je  $f = p n_s$  in frekvenca rotorskih električnih veličin je:

$$f_r = p n_{rel} = p n_s s = s f. \quad (2.17)$$

Od frekvence so odvisne reaktance, tako da bo reaktanca rotorskega razsipanja pri mirujočem rotorju  $X_{\text{grmir}} = 2\pi f L_{\text{gr}}$  in pri vrtečem se rotorju:

$$X_{\text{gr}} = 2\pi f_r L_{\text{gr}} = 2\pi s f L_{\text{gr}} = s 2\pi f L_{\text{gr}} = s X_{\text{grmir}}. \quad (2.18)$$

Amper-ovoji statorskih tokov  $\Theta_s$  (sl. 2.5b) se gibajo po obodu statorja s sinhronsko obodno hitrostjo  $v_s$  oziroma se vrtijo z vrtljaji  $n_s$ . Amper-ovoji rotorskih tokov se gibajo po obodu rotorja z relativno hitrostjo  $v_{rel}$  oziroma z vrtljaji  $n_{rel}$ . Ker je obodna hitrost rotorja  $v$  oziroma se vrti z  $n$  vrtljaji, se  $\Theta_r$  glede na stator gibajo s hitrostjo  $v_{rel} + v = v_s$  oziroma se vrtijo z vrtljaji  $n_{rel} + n = n_s$ , torej z enako hitrostjo kot  $\Theta_s$ . Amper-ovoji  $\Theta_s$  in  $\Theta_r$  se torej vrtijo v stroju sinhrono, to velja tudi za rezultirajoče vzbujalne amper-ovoje  $\Theta_{rez} \equiv \Theta_m = \Theta_s + \Theta_r$  in od njih vzbujani glavni fluks  $\Phi_g$ . Asinhrono pa je gibanje rotorja glede na gibanje vrtilnega fluksa  $\Phi_g$ , ki se vedno

vrti z  $n_s$  vrtljaji, medtem ko ima rotor lahko različna števila vrtljajev, odvisno od načina obratovanja.

#### 2.1.4 Izračun sile in vrtilnega momenta pri kratkosklenjenem rotorskem navitju

V kratkosklenjenem rotorskem navitju (palicah) se po enačbi (2.1b) inducira napetost, ki požene v navitju tok  $I_{rp}$ , podobno kot v kratkosklenjenem sekundarnem navitju transformatorja. Ker je rotorsko navitje v vrtilnem polju zračne reže (osnovnega vala  $B_1$ ), nastane na posamezno palico kratkosklenjenega rotorskega navitja (kletke) sila, ki jo izpeljemo iz Lorenzove enačbe za silo na tokovodnik dolžine  $l$ :

$$F_p = I_{rp} \frac{\hat{B}_1}{\sqrt{2}} l. \quad (2.19)$$

V enačbi za silo moramo računati to z efektivno vrednostjo osnovnega vala magnetnega polja (v zračni reži).

Z upoštevanjem enačbe (2.1b) za inducirano napetost v rotorju oziroma v posamezni palici (polovici ovoja  $N_r = 1/2$ ) in z upoštevanjem enačbe (2.17) za frekvenco rotorskih veličin ter enačbe (2.3) za glavni fluks dobimo:

$$E_r = E_{rp} = 2\pi s f \frac{1}{2} \frac{\hat{\Phi}_g}{\sqrt{2}} = \frac{s \omega D}{2p} \frac{\hat{B}_1}{\sqrt{2}} l. \quad (2.20)$$

Vrednost za faktor navitja posamezne palice v rotorju je  $f_{nr} = 1$ . Sedaj lahko izrazimo iz enačbe (2.20) gostoto magnetnega pretoka z inducirano napetostjo in enačba za silo dobi novo obliko:

$$F_p = \frac{p E_r I_{rp}}{s \omega r} = \frac{E_r I_{rp}}{s \Omega_{ms} r} = \frac{E_r I_{rp}}{s v_s}. \quad (2.21)$$

Sila deluje na posamezno palico rotorja s polmerom  $r = D/2$ . Za  $Q_r$  palic v rotorju dobimo končni izraz za vrtilni moment:

$$M = Q_r F_p r = \frac{Q_r E_r I_{rp}}{s \Omega_{ms}} = \frac{m_r E_r I_{rp}}{s \Omega_{ms}} = \frac{m_s E_r I_r}{s \Omega_{ms}}, \quad (2.22)$$

če je  $I_r = m_r I_{rp} / m_s$  ekvivalentni tok v rotorju.

Treba je povedati, da je v primeru kratkostične kletke število palic  $Q_r$  oziroma utorov enako številu faz  $m_r$  v rotorju ( $Q_r = m_r$ ). Izraz v števcu, deljen s slipom, fizikalno predstavlja notranjo moč stroja. Enačba odpove v primeru, ko je slip enak nič, toda takrat sta tudi inducirana napetost in tok v rotorju prav tako nič in dobimo matematično nedefiniran izraz. Sila na posamezni vodnik po enačbi (2.21) je tedaj nič ( $I_r = 0$ ) in s tem je fizikalno pravilno enak nič tudi vrtilni moment stroja.

## 2.2 ANALITIČNA OBRAVNAVA ASINHRONSKEGA STROJA

Obnavnavamo stroj z drsnimi obroči, tj.  $m_s = m_r = 3$  faznimi navitji, ob predpostavki neskončne permeabilnosti železa magnetnega kroga  $\mu_{Fe} = \infty$  ter medsebojnega delovanja osnovnih valov amper-ovojev in ne upoštevamo poševnosti statorskih utorov glede na rotorske uture.

### 2.2.1 Splošne napetostne enačbe

Upoštevaje, da je frekvenca  $f_r = sf$  oziroma kotna frekvenca rotorskih veličin, tj.  $\omega_r = s\omega$ , lahko pišemo napetostni enačbi za statorski in rotorski tokokrog:

$$\underline{U}_s = R_s \underline{I}_s + jX_{cs} \underline{I}_s + j\omega(N_s f_{ns}) \underline{\Phi}_g / \sqrt{2}, \quad (2.23a)$$

$$\underline{U}_r = R_r \underline{I}_r + jsX_{cr} \underline{I}_r + js\omega(N_r f_{nr}) \underline{\Phi}_g / \sqrt{2}, \quad (2.23b)$$

pri čemer je  $\underline{\Phi}_g = \hat{\Phi}_g e^{j\varphi_0}$  kompleksna oblika fluksa, ki ga objema opazovano fazno navitje. Osnovni val rezultirajočih amper-ovojev  $\underline{\Theta}_{rez} = \underline{\Theta}_s + \underline{\Theta}_r$  ustvari vrtilni fluks  $\underline{\Phi}_g$ , katerega gostota v zračni reži je podana kot krajevno - časovna funkcija (to smo obravnavali pri teoriji vrtilnih polj):

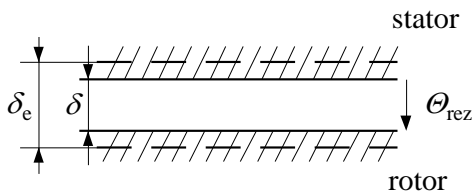
$$b_{rez}(x, t) = \hat{B}_{rez} \cos\left(\frac{\pi}{\tau_p} x_s - \omega t - \varphi_0\right). \quad (2.24)$$

V enačbi je  $x_s$  abscisa koordinatnega sistema statorja in  $\varphi_0$  fazni položaj glavnega fluksa v trenutku  $\omega t = 0$ . Amplituda fluksa je (podobno kot v enačbi (2.3)):

$$\hat{\Phi}_g = \frac{2}{\pi} \hat{B}_{rez} \tau_p l_e. \quad (2.25)$$

Zaradi neskončne permeabilnosti železa se vsa magnetna napetost magnetnega kroga  $\Theta_{rez}$  pojavi kot padec magnetne napetosti v zračni reži in dobimo efektivno vrednost gostote magnetnega pretoka v zračni reži:

$$B_{rez} = \frac{\mu_0}{\delta_e} \Theta_{rez}, \quad (2.26)$$



kjer je  $\delta_e$  ekvivalentna zračna reža, s katero upoštevamo vpliv odprtih utorov statorja in rotorja (poglavje 4.8).

Sl. 2.7 Ekvivalentna zračna reža

Rezultirajoče amper-ovoje kot krajevno - časovno funkcijo podamo z enačbo:

$$\theta_{rez} = \frac{3}{2} \frac{4}{\pi} \frac{\sqrt{2}}{2p} \left( (N_s f_{ns}) I_s \cos\left(\frac{\pi}{\tau_p} x_s - \omega t - \varphi_{is}\right) + (N_r f_{nr}) I_r \cos\left(\frac{\pi}{\tau_p} x_s - \omega t - \varphi_{ir}\right) \right). \quad (2.27)$$

Ta določa velikost magnetnega polja v zračni reži. Na osnovi enačb (2.25), (2.26) in

(2.27) lahko pišemo kompleksno enačbo za vrtilni (glavni) fluks:

$$\underline{\Phi}_g = \frac{2}{\pi} \tau_p l_e \frac{\mu_0}{\delta_e} \frac{3}{2} \frac{4}{\pi} \frac{1}{2p} \sqrt{2} \left( (N_s f_{ns}) \underline{I}_s + (N_r f_{nr}) \underline{I}_r \right). \quad (2.28)$$

Če to vrednost vstavimo v napetostni enačbi (2.23), dobimo:

$$\begin{aligned} \underline{U}_s = R_s \underline{I}_s + j X_{\sigma s} \underline{I}_s + j \omega (N_s f_{ns}) \frac{2}{\pi} \tau_p l_e \frac{\mu_0}{\delta_e} \frac{3}{2} \frac{4}{\pi} \frac{1}{2p} (N_s f_{ns}) \underline{I}_s + \\ + j \omega (N_r f_{nr}) \frac{2}{\pi} \tau_p l_e \frac{\mu_0}{\delta_e} \frac{3}{2} \frac{4}{\pi} \frac{1}{2p} (N_r f_{nr}) \underline{I}_r, \end{aligned} \quad (2.29a)$$

$$\begin{aligned} \underline{U}_r = R_r \underline{I}_r + j s X_{\sigma r} \underline{I}_r + j s \omega (N_r f_{nr}) \frac{2}{\pi} \tau_p l_e \frac{\mu_0}{\delta_e} \frac{3}{2} \frac{4}{\pi} \frac{1}{2p} (N_s f_{ns}) \underline{I}_s + \\ + j s \omega (N_r f_{nr}) \frac{2}{\pi} \tau_p l_e \frac{\mu_0}{\delta_e} \frac{3}{2} \frac{4}{\pi} \frac{1}{2p} (N_r f_{nr}) \underline{I}_r. \end{aligned} \quad (2.29b)$$

V enačbah se pojavljajo obsežni izrazi, ki so odvisni od geometrije stroja in izvedbe navitij ter predstavljajo reaktance. Zato vpeljemo pojem glavne reaktance oziroma magnetilne reaktance in jo definiramo z izrazom:

$$X_m = \omega \frac{\mu_0}{\delta_e} \frac{3}{2} \frac{4}{\pi} \frac{2}{\pi} \tau_p l_e \frac{(N_s f_{ns})^2}{2p}. \quad (2.30)$$

Magnetilna reaktanca je prirejena lastni induktivnosti magnetnega polja v zračni reži, povzročene od statorskih tokov v statorskih navitjih. Napetostni enačbi preideta z uvedbo  $X_m$  v obliki:

$$\underline{U}_s = R_s \underline{I}_s + j X_{\sigma s} \underline{I}_s + j X_m \underline{I}_s + j X_m \frac{N_r f_{nr}}{N_s f_{ns}} \underline{I}_r, \quad (2.31a)$$

$$\underline{U}_r = R_r \underline{I}_r + j s X_{\sigma r} \underline{I}_r + j s X_m \frac{N_r f_{nr}}{N_s f_{ns}} \underline{I}_s + j s X_m \left( \frac{N_r f_{nr}}{N_s f_{ns}} \right)^2 \underline{I}_r. \quad (2.31b)$$

Z uvedbo definicij za lastno reaktanco statorja  $X_s$ , medsebojno reaktanco med statorjem in rotorjem  $X_{sr}$  ter lastno reaktanco rotorja  $X_r$ ,

$$X_s = X_{\sigma s} + X_m, \quad (2.32a)$$

$$X_{sr} = X_{rs} = X_m \frac{N_r f_{nr}}{N_s f_{ns}} = \frac{X_m}{n_{sr}} \Rightarrow X_m = X'_{sr} = X'_{rs} = n_{sr} X_{sr}, \quad (2.32b)$$

$$X_r = X_{\sigma r} + X_m \left( \frac{N_r f_{nr}}{N_s f_{ns}} \right)^2 \Rightarrow X_r = X_{\sigma r} + \frac{X_m}{n_{sr}^2}, \quad (2.32c)$$

dobimo končno naslednji enostavni napetostni enačbi:

$$\underline{U}_s = R_s \underline{I}_s + j X_s \underline{I}_s + j X_{sr} \underline{I}_r, \quad (2.33a)$$

$$\underline{U}_r = R_r \underline{I}_r + j s X_{rs} \underline{I}_s + j s X_r \underline{I}_r. \quad (2.33b)$$

### 2.2.2 Nadomestno vezje asinhronskega stroja

V napetostni enačbi (2.33a in 2.33b) je treba uvesti reducirane veličine rotorskega navitja (za  $m_s = m_r$ ), vendar moramo pri kletki ( $m_s \neq m_r = Q_r$ ) predhodno izračunati ekvivalentni tok v rotorju (str. 83) in ekvivalentno upornost kletke  $R_r = (m_s / Q_r) R_{rp}$ .

$$\underline{I}'_r = \frac{\underline{I}_r}{n_{sr}} \quad \text{oziroma} \quad \underline{I}_r = n_{sr} \underline{I}'_r \quad (2.34a)$$

$$\underline{U}'_r = n_{sr} \underline{U}_r \quad \text{oziroma} \quad \underline{U}_r = \frac{\underline{U}'_r}{n_{sr}} \quad (2.34b)$$

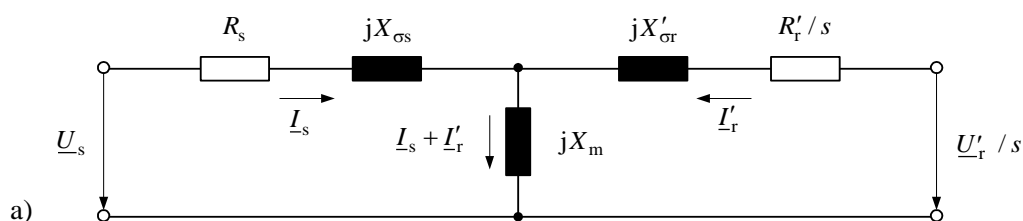
$$R'_r = n_{sr}^2 R_r \quad \text{in} \quad X'_{\sigma r} = n_{sr}^2 X_{\sigma r} \quad (2.34c)$$

Če v enačbi (2.33a) in (2.33b) vstavimo: 1) ustrezne reducirane vrednosti, 2) dodamo  $\pm jX'_{sr} \underline{I}_s$  in  $\pm jX'_{rs} \underline{I}'_r$  ter enačbo za  $\underline{U}_r$  delimo s slipom  $s$ , dobimo:

$$\underline{U}_s = (R_s + jX_{\sigma s}) \underline{I}_s + jX_m (\underline{I}_s + \underline{I}'_r) = (R_s + jX_{\sigma s}) \underline{I}_s - \underline{E}_m, \quad (2.35a)$$

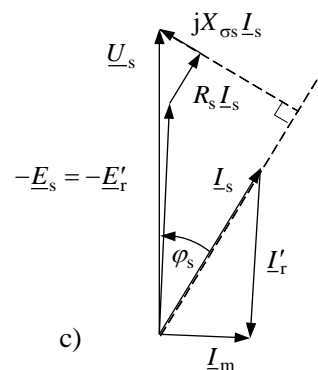
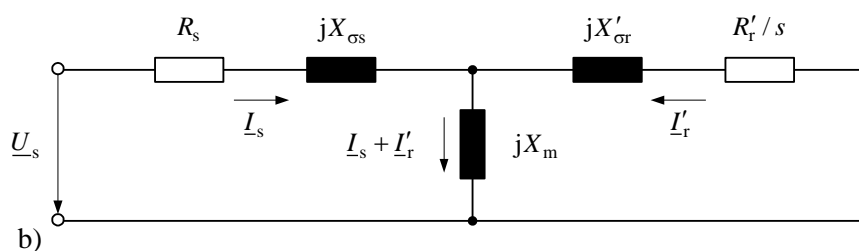
$$\frac{\underline{U}'_r}{s} = \left( \frac{R'_r}{s} + jX'_{\sigma r} \right) \underline{I}'_r + jX_m (\underline{I}_s + \underline{I}'_r) = \left( \frac{R'_r}{s} + jX'_{\sigma r} \right) \underline{I}'_r - \underline{E}_m, \quad (2.35b)$$

kjer je  $\underline{E}_m = \underline{E}_s = \underline{E}'_r$  inducirana napetost vrtilnega polja. Tema enačbama ustreza nadomestno vezje na sliki 2.8a.



Sl. 2.8a Nadomestno vezje asinhronskega stroja

Pri običajnem obratovanju se stroj vrti s kratkosklenjenim rotorskim navitjem, tako da je  $\underline{U}_r = 0$  oziroma  $\underline{U}'_r = 0$  in nadomestno vezje dobi obliko na sliki 2.8b.



Sl. 2.8 b) Nadomestno vezje asinhronskega stroja s kratkosklenjenim rotorskim navitjem, c) kazalčni diagram



### 2.2.3 Približne razmere

Če zanemarimo padec napetosti  $(R_s + jX_{cs})\underline{I}_s = 0$ , ki ga povzroči tok  $\underline{I}_s$  na upornostih statorskega (primarnega) navitja, dobimo izraz za  $\underline{U}_s$  iz enačbe (2.35a):

$\underline{U}_s = jX_m(\underline{I}_s + \underline{I}'_r)$  in magnetilni tok

$$\underline{I}_m = \underline{I}_s + \underline{I}'_r = \underline{U}_s / (jX_m). \quad (2.36)$$

Vpliva magnetilnega toka na padec napetosti v primarnem navitju ne upoštevamo in s tem dobimo približnim razmeram ustrezno nadomestno vezje in napetostni enačbi. Približno velja  $\underline{I}_s = -\underline{I}'_r$  in če to upoštevamo v napetostnih enačbah za normalno obratovanje ( $\underline{U}'_r / s = 0$ ), dobimo:

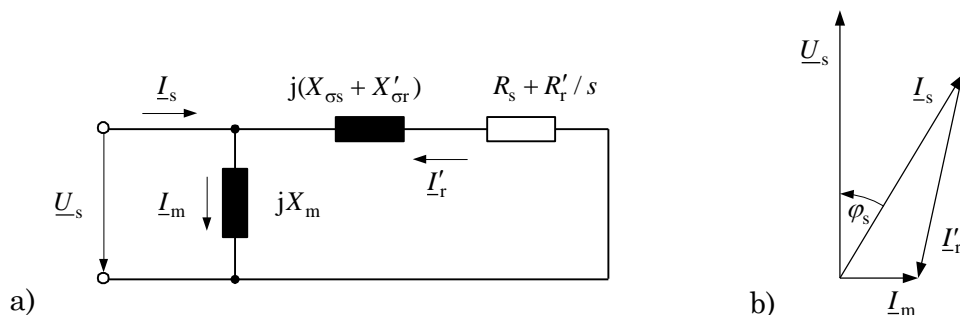
$$\underline{U}_s = -(R_s + jX_{cs})\underline{I}'_r + jX_m(\underline{I}_s + \underline{I}'_r), \quad (2.37a)$$

$$\frac{\underline{U}'_r}{s} = 0 = \left(\frac{R'_r}{s} + jX'_{cr}\right)\underline{I}'_r + jX_m(\underline{I}_s + \underline{I}'_r). \quad (2.37b)$$

Če odštejemo  $\underline{U}'_r / s$  od  $\underline{U}_s$ , dobimo:

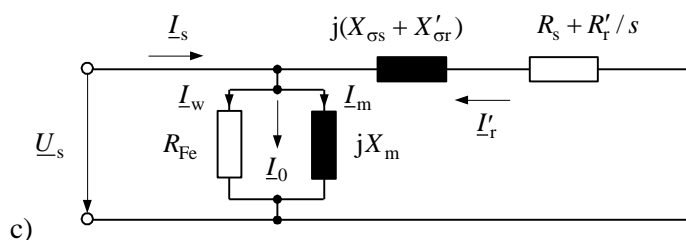
$$\underline{U}_s = -\left((R_s + R'_r/s) + j(X_{cs} + X'_{cr})\right)\underline{I}'_r. \quad (2.38)$$

Tej enačbi ustreza nadomestno vezje na sliki 2.9a in kazalčni diagram 2.9b.



Sl. 2.9 a) Poenostavljeno nadomestno vezje, b) kazalčni diagram

V primeru, da upoštevamo tudi izgube prostega teka, tj. izgube v železu in izgube zaradi trenja in ventilacije, dobimo glede na sliko 2.9a poenostavljeno nadomestno vezje na sliki 2.9c.



Sl. 2.9c Poenostavljeno nadomestno vezje z upoštevanjem izgub v železu

## 2.3 OBRATOVANJE ASINHRONSKEGA STROJA S KRATKO-SKLENJENIM ROTORSKIM NAVITJEM NA TOGEM OMREŽJU

### 2.3.1 Reaktanca razsipanja idealnega kratkega stika

Togo omrežje določa velikost in fazo statorske napetosti  $\underline{U}_s$ . Koristno je, da vzamemo napetost kot realno vrednost, tj. s kotom  $\varphi_{us} = 0$  med napetostjo in realno osjo oziroma  $\underline{U}_s = U_s$ . Zaradi kratkosklenjenega rotorskega navitja je  $\underline{U}_r = 0$ . Če v enačbi (2.33b) postavimo, da je  $\underline{U}_r = 0$ , dobimo:  $\underline{I}_r (R_r + j s X_r) = -j s X_{sr} \underline{I}_s$  in ko enačbo delimo s slipom, je rotorski tok:

$$\underline{I}_r = \frac{-j X_{sr}}{\frac{R_r}{s} + j X_r} \underline{I}_s = \frac{-\underline{E}_r}{\frac{R_r}{s} + j X_r}. \quad (2.39)$$

S to vrednostjo izločimo tok  $\underline{I}_r$  v enačbi (2.33a) za  $\underline{U}_s$  ter dobimo:

$$\underline{U}_s = U_s = \left( R_s + j X_s + \frac{X_{sr}^2}{\frac{R_r}{s} + j X_r} \right) \underline{I}_s = \underline{Z}_s \underline{I}_s, \quad (2.40)$$

pri tem smo vpeljali pojem kompleksne vhodne upornosti  $\underline{Z}_s$ . Iz enačbe (2.40) sledi izraz za tok v statorskem faznem navitju:

$$\underline{I}_s = \frac{U_s}{\underline{Z}_s} = \frac{U_s}{R_s + j X_s + \frac{X_{sr}^2}{\frac{R_r}{s} + j X_r}}. \quad (2.41)$$

V prostem teku velja  $s \rightarrow 0$  in tako dobimo iz enačbe (2.41) tok prostega teka:

$$\underline{I}_{s0} = \frac{U_s}{R_s + j X_s}. \quad (2.42)$$

Za idealni kratki stik pojmuje obratovanje pri  $s \rightarrow \infty$  in dobimo tok idealnega kratkega stika:

$$\underline{I}_{ski} = \frac{U_s}{R_s + j \left( X_s - \frac{X_{sr}^2}{X_r} \right)}. \quad (2.43)$$

Skupna reaktanca razsipanja (idealnega kratkega stika) asinhronskega stroja, gledano s statorske strani, je:

$$X_{\sigma i} = X_s - \frac{X_{sr}^2}{X_r} = X_s \left( 1 - \frac{X_{sr}^2}{X_s X_r} \right) = X_s \left( 1 - \frac{X_m^2}{X_s X_r'} \right) = X_s \sigma. \quad (2.44)$$

Faktor  $\sigma$  v enačbi (2.44) je faktor skupnega razsipanja stroja, tj. razsipanja na statorju in rotorju.

S pomočjo izrazov iz enačb (2.32) in (2.34c) dobimo za skupno reaktanco razsipanja:

$$X_{\sigma i} = X_{\sigma s} + X_m - \frac{\left(\frac{X_m}{n_{sr}}\right)^2}{X_{\sigma r} + \frac{X_m}{n_{sr}^2}} = X_{\sigma s} + \frac{X_m X_{\sigma r}}{X_{\sigma r} + \frac{X_m}{n_{sr}^2}} = X_{\sigma s} + \frac{X'_{\sigma r}}{1 + \frac{X'_{\sigma r}}{X_m}} \quad (2.45)$$

in ker približno velja  $\frac{X'_{\sigma r}}{X_m} \ll 1$ , dobimo

$$X_{\sigma i} \approx X_{\sigma s} + X'_{\sigma r}. \quad (2.45a)$$

Skupna reaktanca razsipanja je torej vsota statorske reaktance razsipanja in na statorsko stran reducirane (transformirane) rotorske reaktance razsipanja.

### 2.3.2 Tirnica statorskega toka

Za približne razmere dobimo iz enačbe (2.36):

$$\underline{I}_s = \frac{U_s}{jX_m} - \underline{I}'_r \text{ in iz enačbe (2.38) } \underline{I}'_r = -\frac{U_s}{R_s + \frac{R'_r}{s} + jX_{\sigma i}}$$

in s tem statorski tok

$$\underline{I}_s = \frac{U_s}{jX_m} + \frac{U_s}{R_s + \frac{R'_r}{s} + jX_{\sigma i}}. \quad (2.46)$$

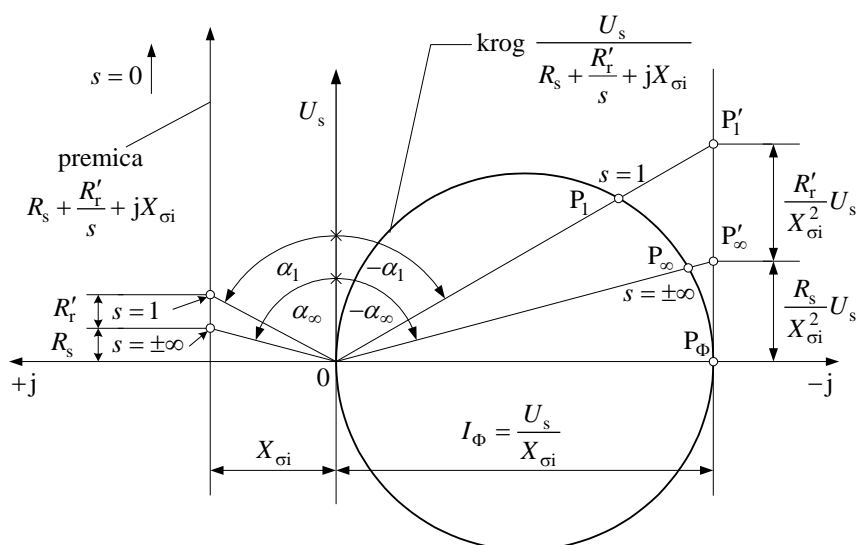
Tirnica statorskega toka po enačbi (2.46) predstavlja vrednosti toka za razne vrednosti  $s$  od 0 do  $\pm \infty$ . Karakteristične vrednosti toka dobimo pri  $s = 0$ , 1 in  $\infty$ , s tem pa čisto induktiven tok pri predpostavki  $R_s + R'_r/s = 0$ ; in ga označimo tudi  $\underline{I}_\Phi$ . Drugi člen enačbe (2.46) predstavlja krog s premerom:

$$\underline{I}_\Phi = \frac{U_s}{jX_{\sigma i}}, \quad (2.47)$$

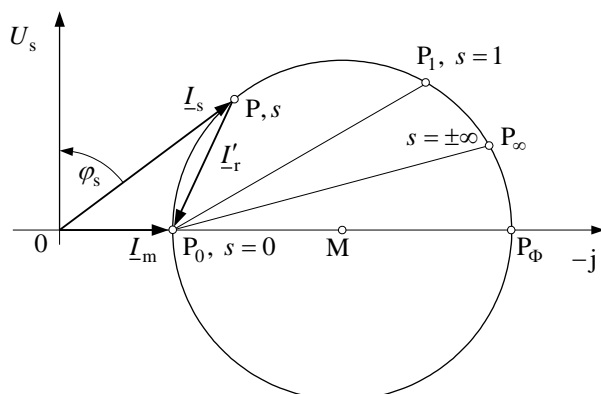
ki ga lahko določimo računsko ali grafično z uporabo postopka inverzije kompleksnih veličin (slika 2.10). Za sliko 2.10 velja:

$$\overline{P_\Phi P'_\infty} = \text{ctg} \alpha_\infty \frac{U_s}{X_{\sigma i}} = \frac{R_s}{X_{\sigma i}} \frac{U_s}{X_{\sigma i}} = \frac{R_s}{X_{\sigma i}^2} U_s, \quad (2.48a)$$

$$\overline{P'_\infty P'_1} = \text{ctg} \alpha_1 \frac{U_s}{X_{\sigma i}} - \overline{P_\Phi P'_\infty} = \frac{R_s + R'_r}{X_{\sigma i}} \frac{U_s}{X_{\sigma i}} - \frac{R_s}{X_{\sigma i}^2} U_s = \frac{R'_r}{X_{\sigma i}^2} U_s. \quad (2.48b)$$



Sl. 2.10 Krožnica v kompleksni ravnini



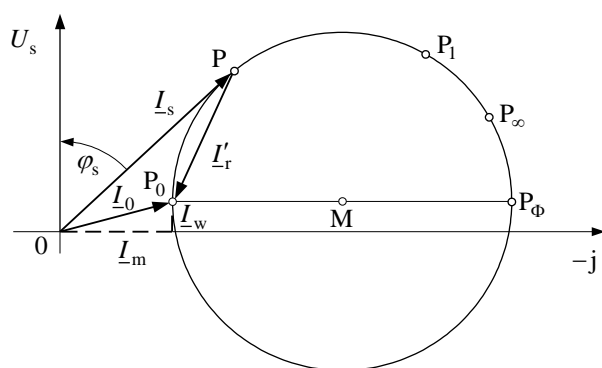
Sl. 2.11a Osnovni krožni diagram asinhronskega stroja

Če z dodatkom prvega člena enačbe (2.46) premaknemo koordinatno izhodišče v smeri  $+j$  osi, dobimo tirnico statorskega toka  $\underline{I}_s = f(s)$ , tj. osnovni krožni diagram asinhronskega stroja.

Opomba: ta krožni diagram (sl. 2.11a), ki je nastal iz enačbe (2.46) oziroma ustreznega nadomestnega vezja (sl. 2.9a), ne vsebuje vatnih komponent toka prostega teka, ker to nadomestno vezje ne zajema izgub v železu ter izgub zaradi trenja in ventilacije. To vezje lahko poda le joulske izgube v navitjih  $P_{Cus}$  in  $P_{Cur}$ .

Če bi upoštevali še vatno komponento toka prostega teka  $\underline{I}_w$  (sl. 2.9b), se središče kroga za to vrednost dvigne nad absciso, kot je to prikazano na sliki 2.11b za osnovni krožni diagram asinhronskega stroja.

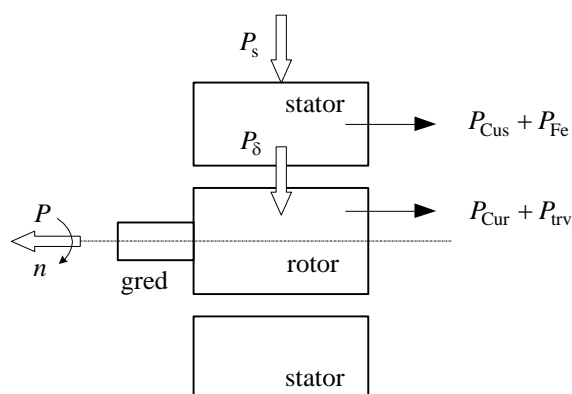
Grafična konstrukcija, tj. krožni diagram, ne določa le vrednosti toka  $I_s$  pri raznih slipih  $s$ , temveč določa tudi moč, vrtilni moment in hitrost vrtenja za neko obratovalno točko  $P$  na krožnici. Pred tem si moramo pojasniti nekatere odnose.



Sl. 2.11b Krožni diagram asinhronskega stroja z upoštevanjem vatne komponente toka prostega teka

### 2.3.3 Energijska bilanca asinhronskega stroja (motorja)

Shema pretoka moči (Sankey-ev diagram) za motor je podana na sliki 2.12.



$P_s = P_{\text{Cus}} + P_{\text{Fe}} + P_{\delta}$  je statorju dovedena (električna) moč.

$P_{\delta}$ , tj. moč zračne reže oziroma rotorju dovedena moč, je:

$$P_{\delta} = P_{\text{Cur}} + P_{\text{trv}} + P_r.$$

$P_{\text{trv}}$  je moč za pokrivanje izgub trenja in ventilacije. Izgube v železu rotorja  $P_{\text{Fer}}$  so zaradi nizke frekvence ( $f_r = s f_s$ ) praktično zanemarljive.

Sl. 2.12 Shema pretoka moči

$P_r = P_m = P$  je na gredi motorja oddana koristna (mehanska) moč.

Lahko tudi zapišemo:

$$P_s = P_{\text{Cus}} + P_{\text{Fe}} + P_{\text{Cur}} + P_{\text{trv}} + P_r \quad (2.49)$$

in če za naslednja izvajanja zanemarimo člena  $P_{\text{Fe}}$  in  $P_{\text{trv}}$ , kar je dopustno (z izjemo malih oziroma mikro motorjev, kjer je člen  $P_{\text{trv}}$  zelo izdaten), dobimo enačbo:

$$P_s = P_{\text{Cus}} + P_{\text{Cur}} + P_r, \quad (2.49a)$$

ki ustreza krožnemu diagramu na sliki 2.11a.

Za motor z  $m_s$ -faznim navitjem statorja, napetostjo  $U_s$  na faznem navitju, ki vodi tok  $I_s$  s faznim kotom  $\varphi_s$ , dobimo, upoštevaje nadomestno vezje na sliki 2.8b:

– statorju dovedeno električno delovno moč

$$P_s = m_s U_s I_s \cos \varphi_s, \quad (2.50)$$

– jouske izgube v statorskem navitju

$$P_{\text{Cus}} = m_s I_s^2 R_s, \quad (2.51)$$

– rotorju dovedeno delovno moč ali moč zračne reže

$$P_\delta = m_s I_r'^2 \frac{R_r'}{s}, \quad (2.52)$$

$P_\delta$  je moč na (fiktivni) upornosti  $R_r'/s$  po nadomestnem vezju slika 2.8b;

– jouske izgube v rotorskem navitju:

$$P_{\text{Cur}} = m_s I_r'^2 R_r', \quad (2.53)$$

– koristno mehansko moč na gredi motorja:

$$P_m = P = P_\delta - P_{\text{Cur}} = m_s I_r'^2 R_r' \left( \frac{1}{s} - 1 \right) = P_{\text{Cur}} \left( \frac{1-s}{s} \right) = P_\delta (1-s). \quad (2.54)$$

### 2.3.4 Izračun vrtilnega momenta (navora) stroja

Gred se vrti z  $n$  vrtljaji na sekundo oziroma ima mehansko kotno hitrost:

$$\Omega_m = 2\pi n = 2\pi n_s (1-s) = \Omega_{\text{ms}} (1-s), \quad (2.55)$$

kjer je  $\Omega_{\text{ms}}$  (rad/s) mehanska sinhronska kotna hitrost vrtilnega polja.

Velja tudi  $\Omega_{\text{ms}} = \omega_s / p = \omega / p$ , kjer je  $\omega_s$  kotna frekvenca statorskega magnetnega polja in  $p$  število polovih parov stroja.

Torej je vrtilni moment stroja:

$$M = \frac{P}{\Omega_m} = \frac{P}{\Omega_{\text{ms}} (1-s)} = \frac{m_s I_r'^2 R_r'}{\Omega_{\text{ms}} (1-s)} \frac{1-s}{s} = \frac{m_s I_r'^2 \frac{R_r'}{s}}{\Omega_{\text{ms}}} = \frac{P_\delta}{\Omega_{\text{ms}}}. \quad (2.56)$$

$M = M_\delta$  velja le, če so izgube trenja in ventilacije  $P_{\text{trv}} = 0$  oziroma  $M_{\text{trv}} = 0$ .

Iz enačbe (2.56) dobimo:

$$\Omega_{\text{ms}} M = P_\delta \quad (2.57)$$

in lahko izpeljemo enačbo za moč zračne reže

$$\Omega_{\text{ms}} M s = m_s I_r'^2 R_r' = P_{\text{Cur}} \text{ torej je } P_{\text{Cur}} = s P_\delta,$$

$$\Omega_{\text{ms}} M (1-s) = m_s I_r'^2 R_r' \frac{1-s}{s} \text{ torej je } P_r = (1-s) P_\delta$$

in

$$P_\delta = P_r + P_{\text{Cur}} = (1-s) P_\delta + s P_\delta. \quad (2.58)$$

### 2.3.5 Praktična grafična konstrukcija krožnega diagrama in njegove vrednosti

Poznano je:  $U_s$ ,  $R_s$  in  $R'_r$ ,  $X_{\sigma i}$  in s tem  $I_{\Phi} = \frac{U_s}{X_{\sigma i}}$  ter  $I_m = \frac{U_s}{X_m}$ .

Izbrati moramo ustrezno merilo za tok, da lahko narišemo grafično konstrukcijo v dani format.

Merilo toka:  $m_I$  (A/mm)

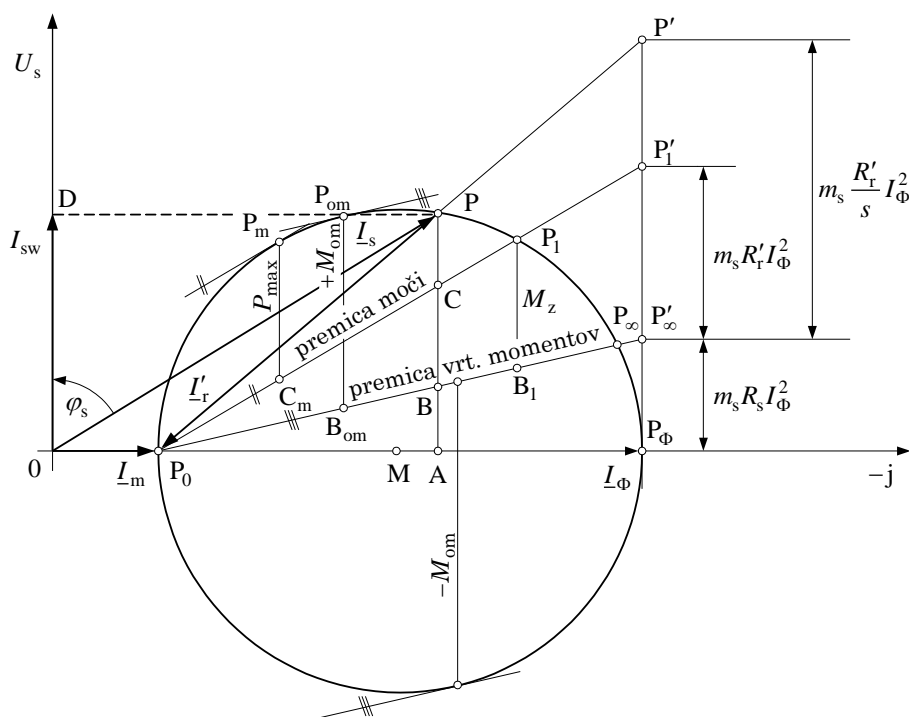
Merilo moči:  $m_P$  (W/mm)

$$m_P = m_s U_s m_I \quad (2.59)$$

Merilo vrtilnih momentov:  $m_M$  (N·m/mm)

$$m_M = \frac{m_P}{2\pi n_s} \quad (2.60)$$

Najprej nanese v merilu  $I_m$  in  $I_{\Phi}$  ter narišemo krožnico.



Sl. 2.13 Praktična konstrukcija krožnega diagrama

Nato potegnemo pravokotno na absciso v točki  $P_{\Phi}$  premico in nanese v merilu moči (glej sliko 2.10) daljice  $\overline{P_{\Phi}P'_{\infty}}$  in  $\overline{P'_{\infty}P'_1}$ :

$$\overline{P_{\Phi}P'_{\infty}} = \frac{m_s I_{\Phi}^2 R_s}{m_P}, \quad (2.61a)$$

$$\overline{P'_\infty P'_1} = \frac{m_s I_\Phi^2 R'_r}{m_p}. \quad (2.61b)$$

S to pomožno konstrukcijo dobimo na krožnem diagramu točki  $P_\infty$  in  $P_1$ , če zvežemo točki  $P'_\infty$  oziroma  $P'_1$  s točko  $P_0$ . Za poljubno obratovalno točko  $P$  na krožnici naneseemo pravokotno na absciso v točki  $P'_\infty$  v merilu moči daljico  $\overline{P'_\infty P'}$ :

$$\overline{P'_\infty P'} = \frac{m_s I_\Phi^2 \frac{R'_r}{s}}{m_p}. \quad (2.61c)$$

Točko  $P$  na krožnem diagramu dobimo, če zvežemo točko  $P'$  s točko  $P_0$ . Glede na obratovalno točko  $P$  na krožnici dobimo ustrezne tokove v navitjih:

$$\text{statorska stran} \begin{cases} I_s = m_1 \overline{OP} \\ I'_r = m_1 \overline{P_0 P} \end{cases},$$

$$\text{rotorska stran} \quad I_r = m_1 \frac{m_s}{m_r} n_{sr} \overline{P_0 P}.$$

Dovedena moč:  $P_s = m_s U_s I_s \cos \varphi = m_s U_s I_{sw}$ ;  $I_{sw} = m_1 \overline{AP} = m_1 \overline{OD}$ ,

$$P_s = m_s U_s m_1 \overline{AP} = m_p \overline{AP}.$$

Moč zračne reže je sorazmerna:

$$P_\delta = \frac{P_{Cur}}{s} = m_s \frac{R'_r}{s} I_r'^2 = m_p \overline{BP}.$$

Vrtilni moment:

$$M = \frac{P_\delta}{\Omega_{ms}} = \frac{m_p \overline{BP}}{2\pi n_s} = m_M \overline{BP}.$$

Premica  $\overline{P_0 P_\infty}$  je premica moči  $P_\delta$  in premica vrtilnih momentov  $M$ . Premica  $\overline{P_0 P_1}$  je premica oddane moči motorja  $P_r$  in premica prejete moči generatorja  $P_s$ .

Koristna mehanska moč na gredi:  $P_m = P = m_p \overline{CP}$ .

Joulske izgube v statorju:  $P_{Cus} = m_p \overline{AB}$ .

Joulske izgube v rotorju:  $P_{Cur} = m_p \overline{BC}$ .

Zagonski vrtilni moment:  $M_z = m_M \overline{B_1 P_1}$ .

Omahni vrtilni moment (za motor):  $M_{om} = m_M \overline{B_{om} P_{om}}$ .

Maksimalna moč:  $P_{max} = m_p \overline{C_m P_m}$ .

Zagonski tok:  $I_z = m_1 \overline{OP_1}$ .

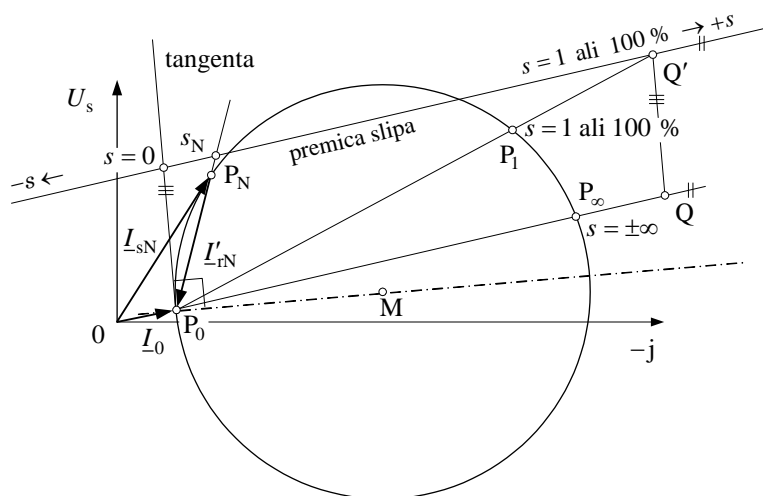


Faktor moči:  $\cos \varphi = \frac{\overline{OD}}{\overline{OP}}$ .

Slip  $s$ : iz premice slipa (glej sliko 2.14).

Vrtljaji:  $n = n_s(1-s)$ .

Na sliki 2.14 je prikazana enostavna konstrukcija premice slipa. Izhajamo iz geometrijske definicije, da se dve paralelni premici sekata v neskončnosti; to bo v krožnem diagramu pomenilo, da potekata kazalca sekundarnega transformiranega toka pri  $s = \pm\infty$ , to je  $I'_{r\infty}$ , in premica slipov paralelna.



Sl. 2.14 Konstrukcija premice slipa

Na premico vrtilnih momentov skozi  $P_0$  in  $P_\infty$  naneseemo razdaljo  $\overline{P_0Q}$ , ki ima dolžino 100 delcev (najbolje, če je  $\overline{P_0Q} = 100 \text{ mm}$ ). Potegnemo vzporednico tangenti v  $P_0$  skozi  $Q$ , ki seka podaljšek premice  $\overline{P_0P_1}$  v točki  $Q'$ . Skozi  $Q'$  potegnemo vzporednico liniji  $\overline{P_0Q}$ , ki seka tangento skozi  $P_0$  v točki  $s=0$ . Desno od te točke imamo pozitivne vrednosti slipov, levo pa negativne vrednosti (generator). Za delovno točko  $P_N$  s tokom  $I_{sN}$  dobimo vrednost slipa na premici slipov, tako da podaljšamo tok  $I'_{rN}$  do presečišča s premico slipov in dobimo točko  $s_N$ .

### 2.3.6 Konstrukcija krožnega diagrama iz podatkov meritev

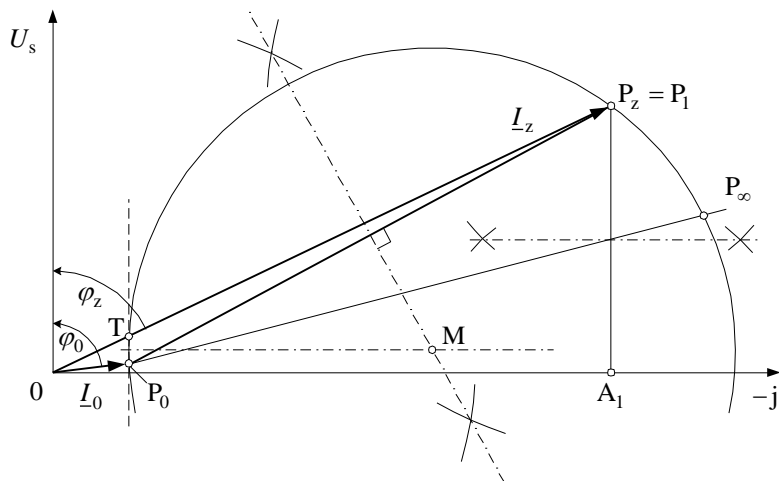
Iz podatkov meritev v prostem teku in kratkem stiku (zagonu) pri nazivni napetosti dobimo:

prosti tek ( $s \rightarrow 0$ ):  $P_0, I_0, \cos \varphi_0$ ;

kratki stik ( $s = 1$ ):  $P_z = P_s, I_z, \cos \varphi_z$ .

Izberemo merilo toka  $m_I$ , narišemo smeri  $I_0$  in  $I_z$  ter dobimo dve točki krožnega diagrama  $P_0$  in  $P_z$ .

Iz točke  $P_0$  potegnemo vertikalo pravokotno na abscisno os in dobimo pomožno točko T. Razdaljo  $\overline{P_0T}$  razpolovimo in skozi razpolovišče potegnemo vzporednico z absciso, na kateri bo ležalo središče kroga M, ki ga dobimo s sečiščem simetrale daljice  $\overline{P_0P_1}$  (to je tetive kroga) in te pomožne vzporednice.



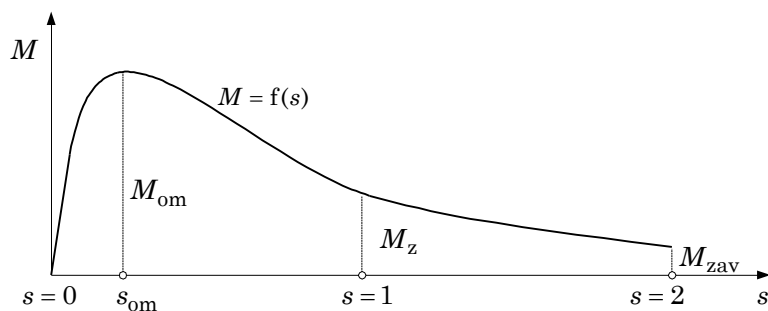
Sl. 2.15 Konstrukcija krožnega diagrama iz podatkov meritev

Točko  $P_\infty$  dobimo približno točno, tako da razdaljo  $\overline{P_1A_1}$ , ki pri  $s=1$  pomeni vsoto joulskih izgub v statorju in rotorju  $P_{Cu} = P_{Cus} + P_{Cur}$ , razpolovimo ter skozi  $P_0$  in to razpolovišče potegnemo premico do presečišča s krogom, ki da točko  $P_\infty$ .

### 2.3.7 Krivulja vrtilnega momenta

Krivuljo vrtilnega momenta  $M = f(s)$  lahko dobimo:

a) iz krožnega diagrama, kjer za več točk na krogu odčitamo vrednost vrtilnega momenta (daljica  $\overline{BP}$  na sliki 2.13) in pripadajoči slip.



Sl. 2.16 Krivulja vrtilnega momenta

Oznake na sliki 2.16 imajo naslednji pomen:

$M_{om}$  je omahni vrtilni moment,

$M_z$  je zagonski vrtilni moment,

$M_{zav}$  je začetni zavorni vrtilni moment.

b) krivuljo  $M = f(s)$  lahko izpeljemo iz prejšnjih teoretičnih izvajanj:

$$M = \frac{P_\delta}{\Omega_{ms}} = \frac{m_s I_r'^2 R_r'}{\Omega_{ms} s}. \quad (2.62)$$

Po enačbi (2.38) dobimo za efektivno vrednost  $I_r'$ :

$$I_r' = \frac{U_s}{\sqrt{\left(R_s + \frac{R_r'}{s}\right)^2 + X_{\sigma i}^2}} \quad \text{ozioroma} \quad I_r'^2 = \frac{U_s^2}{\left(R_s + \frac{R_r'}{s}\right)^2 + X_{\sigma i}^2}$$

in z vrednostjo za  $I_r'^2$  dobimo enačbo vrtilnega momenta

$$M = \frac{m_s U_s^2}{\Omega_{ms}} \frac{\frac{R_r'}{s}}{\left(R_s + \frac{R_r'}{s}\right)^2 + X_{\sigma i}^2}. \quad (2.63)$$

To enačbo lahko pišemo tudi v obliki:

$$M = \frac{m_s U_s^2}{\Omega_{ms}} \frac{1}{\frac{R_s^2 + X_{\sigma i}^2}{R_r'} s + \frac{R_r'}{s} + 2R_s}. \quad (2.63a)$$

Če izraz v imenovalcu odvajamo po slipu in izenačimo ta odvod z 0 (računanje ekstremov), dobimo vrednost slip  $s_{om}$ , pri katerem je vrtilni moment največji, tj. omahni vrtilni moment.

Iz  $\frac{dM}{ds} = 0$ , dobimo izraz za omahni slip:

$$s_{om} = \pm \frac{R_r'}{\sqrt{R_s^2 + X_{\sigma i}^2}}. \quad (2.64)$$

Predznak (+) je za motorsko, predznak (–) pa za generatorsko področje.

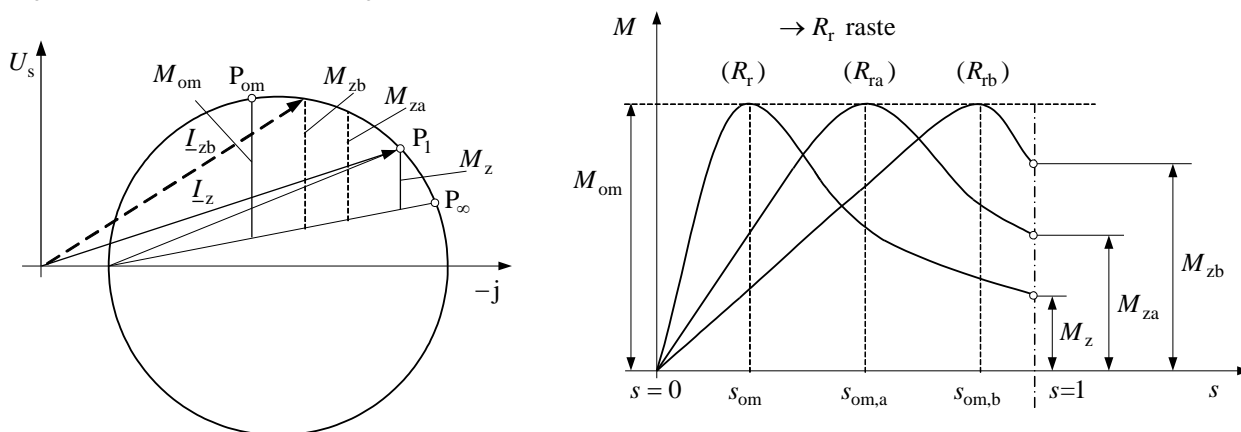
Omahni vrtilni moment dobimo iz enačbe vrtilnega momenta (2.63a) za vrednost  $s = +s_{om}$  po enačbi (2.64) za motorsko področje:

$$M_{om+} = \frac{m_s U_s^2}{2\Omega_{ms}} \frac{1}{R_s + \sqrt{R_s^2 + X_{\sigma i}^2}}. \quad (2.65)$$

Značilno je, da je vrednost omahnega vrtilnega momenta neodvisna od vrednosti rotorske upornosti  $R_r'$  oziroma  $R_r$ , to pa ne velja za omahni slip. Vrednost omahnega slipa je po enačbi (2.64) odvisna od  $R_r'$  oziroma od vrednosti rotorske upornosti  $R_r$ . Spremembi  $R_r'$  oziroma  $R_r$  (ohmske upornosti) in  $X_{\sigma i}$  (induktivne upornosti) imata naslednja vpliva.

a) Večanje  $R'_r$  oziroma  $R_r$

Točka  $P_1$  se v krožnem diagramu pomika v levo, zagonski vrtilni momenti naraščajo, lahko vse do  $M_z = M_{om}$ , zagonski tokovi se manjšajo, vrednost  $M_{om} = \text{konst.}$ , vrednost  $s_{om}$  narašča.

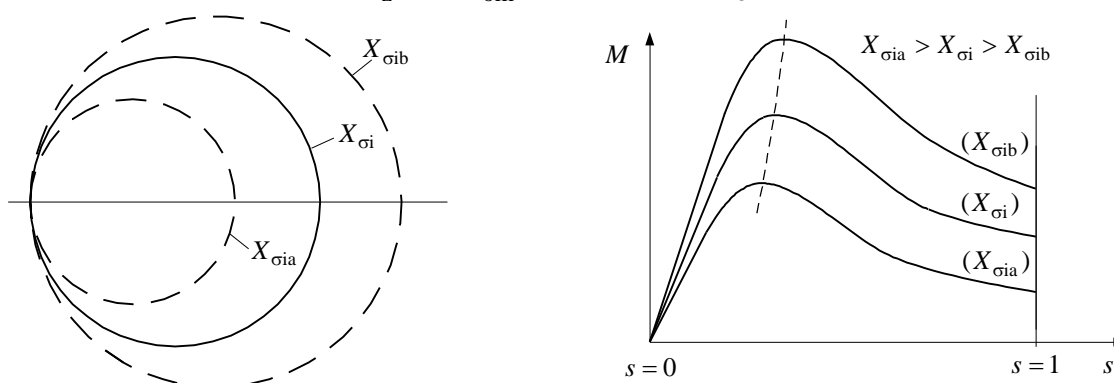


Sl. 2.17 Vpliv večanja  $R_r$  ( $R_{rb} > R_{ra} > R_r$ ) na  $M_z$ ,  $I_z$  in  $s_{om}$

Čim večji je  $R_r$ , tem bolj je karakteristika vrtilnega momenta linearna v motorskem področju, tj. od  $s = 0$  do  $s = 1$ .

b) Spreminjanje  $X_{\sigma i} = X_{\sigma s} + X'_{\sigma r}$

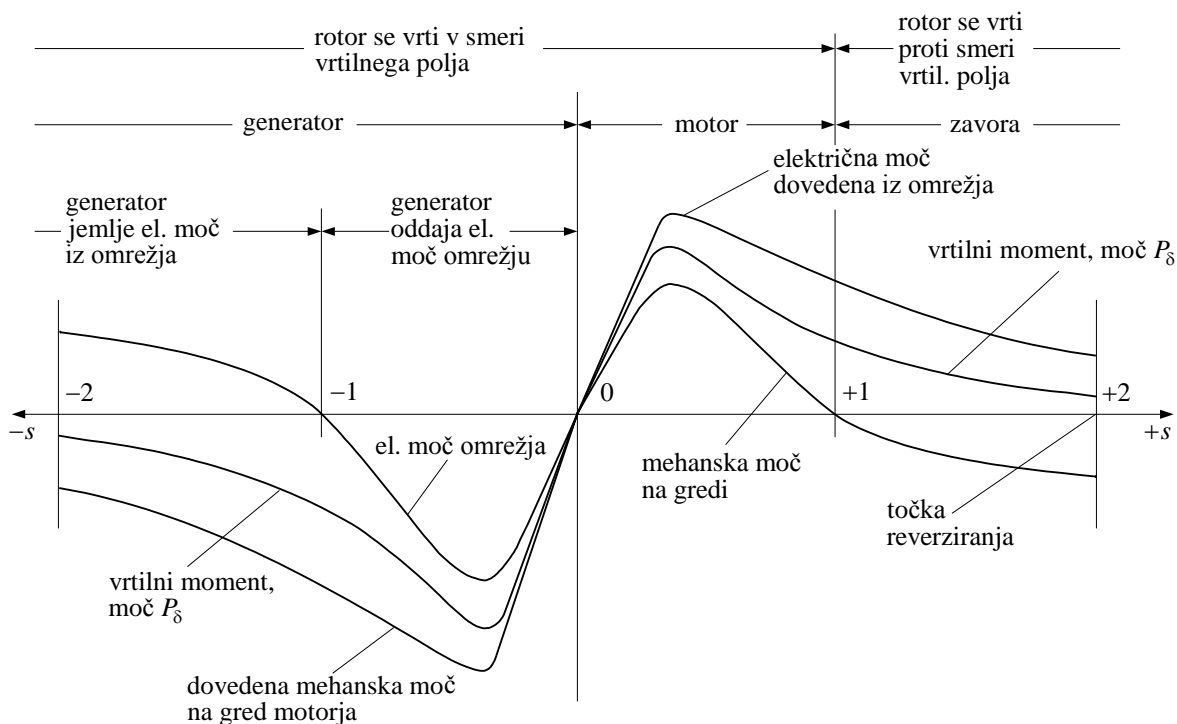
$X_{\sigma i}$  spreminjamo bodisi s spreminjanjem števila ovojev ali s serijskim vključevanjem induktivnosti (npr. v rotorski električni tokokrog). Večanje  $X_{\sigma i}$  pomeni pri  $U_s = \text{konst.}$  manjši premer kroga ( $I_\Phi = U_s / X_{\sigma i}$ ). To sicer zmanjša zagonski tok, toda zmanjša tudi  $M_{om}$ . Uporaba dušilk v rotorskem krogu za zmanjšanje  $I_z$  torej ni smiselna, ker zmanjša  $M_z$  in  $M_{om}$ . Manjšanje  $X_{\sigma i}$  pa krog poveča.



Sl. 2.18 Vpliv spreminjanja  $X_{\sigma i}$  na  $M_z$  oziroma  $M_{om}$

### 2.3.8 Krivulji moči in vrtilnega momenta

Izrisali jih bomo za področje  $-2 \leq s \leq +2$ . Na sliki 2.19 vidimo, da je koristno generatorsko obratovanje v področju slipa  $s = 0 \div (-1)$  in motorsko obratovanje v področju slipa  $s = 0 \div (+1)$ .



Sl. 2.19 Krivulji moči in vrtilnega momenta v področju  $-2 \leq s \leq +2$

### 2.3.9 Klossova enačba in Klossov diagram vrtilnega momenta

Za praktično delo je pogosto zanimivo razmerje vrtilnega momenta motorja proti njegovemu omahnemu vrtilnemu momentu in možnost prikaza dejanske krivulje vrtilnega momenta, ki je nek polinom z enostavnimi funkcijami, ki se približujejo krivulji vrtilnega momenta. To nam omogoča Klossova enačba relativnih vrtilnih momentov. Klossov diagram vrtilnih momentov pa omogoča, da z eno krivuljo ugotovljamo, npr. zagonske vrtilne momente s spremembo vrednosti rotorske upornosti  $R_r$ , namesto risanja več krivulj, kot je prikazano na sliki 2.17.

Za motorsko obratovanje z  $M_{om+}$  in  $s_{om+}$  bomo izpeljali Klossovo enačbo relativnih vrtilnih momentov.

Če tvorimo kvocient vrtilnega momenta  $M$  po enačbi (2.63a) in omahnega vrtilnega momenta  $M_{om+}$  po enačbi (2.65), dobimo po izvajanjih s pomočjo enačbe (2.64):

$$\frac{M}{M_{om+}} = \frac{2 \left( 1 + s_{om+} \frac{R_s}{R_r'} \right)}{\frac{s}{s_{om+}} + \frac{s_{om+}}{s} + 2s_{om+} \frac{R_s}{R_r'}}. \quad (2.66)$$

Za večje motorje lahko zanemarimo statorsko upornost  $R_s \rightarrow 0$  in za ta primer dobimo Klossovo razmerje:

$$\frac{M}{M_{\text{om}}} = \frac{2}{\frac{s}{s_{\text{om}}} + \frac{s_{\text{om}}}{s}}. \quad (2.67)$$

Pri tem je omahni slip po enačbi (2.64) (za  $R_s \Rightarrow 0$ )  $s_{\text{om}+} \approx R'_r / X_{\text{ci}}$  in omahni vrtilni moment po enačbi (2.65) za  $m_s = 3$

$$M_{\text{om}+} \approx \frac{3U_s^2}{2\Omega_{\text{ms}} X_{\text{ci}}} = \frac{3p}{2\omega} \frac{U_s^2}{X_{\text{ci}}}. \quad (2.65a)$$

Sedaj si poiščemo znane matematične funkcije, ki bi približno podale potek krivulje vrtilnega momenta.

1) Za področje majhnih slipov velja:  $\frac{s}{s_{\text{om}}} \ll \frac{s_{\text{om}}}{s}$  in dobimo razmerje vrtilnih momentov:

$$\frac{M}{M_{\text{om}}} = 2 \frac{s}{s_{\text{om}}} = k_1 s. \quad (2.67a)$$

To je premica.

2) Za področje velikih slipov velja:  $\frac{s}{s_{\text{om}}} \gg \frac{s_{\text{om}}}{s}$  in dobimo razmerje vrtilnih momentov:

$$\frac{M}{M_{\text{om}}} = \frac{2}{s/s_{\text{om}}} = \frac{2s_{\text{om}}}{s} = k_2 \frac{1}{s}. \quad (2.67b)$$

To je hiperbola.

3) Za primer, da je  $s \equiv s_{\text{om}}$ , dobimo iz izrazov za nadomestne funkcije (točki 1 in 2):

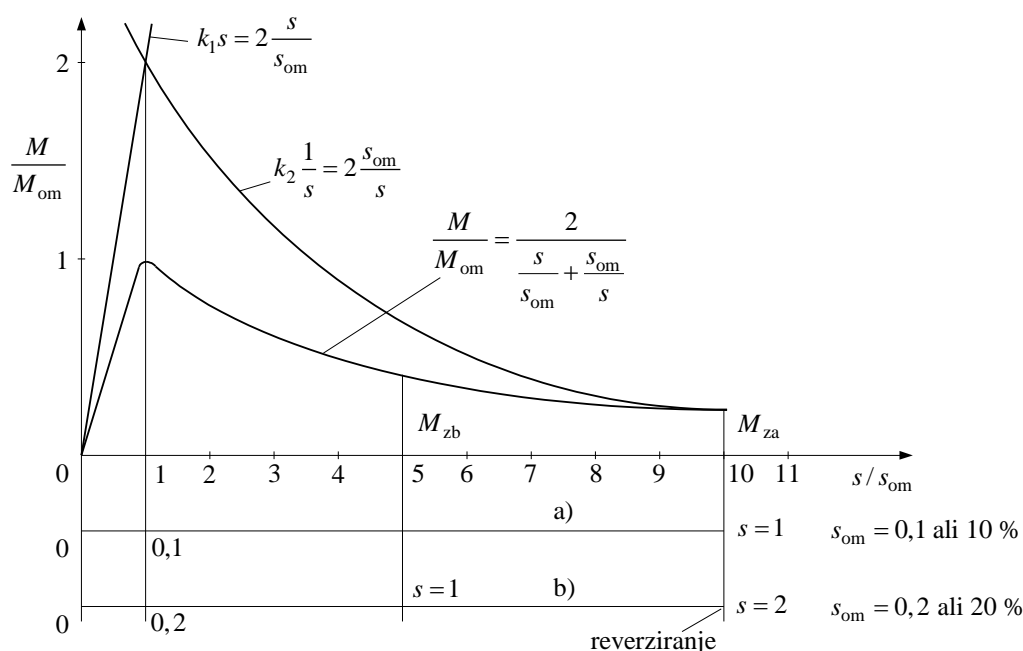
$$\frac{M}{M_{\text{om}}} = 2.$$

Razmerje je sedaj napačno. Po enačbi (2.67), ki daje razmerje vrtilnih momentov za pravilno krivuljo, dobimo:

$$\frac{M}{M_{\text{om}}} = \frac{2}{1+1} = 1.$$

Klossov diagram vrtilnih momentov:  $\frac{M}{M_{\text{om}}} = f\left(\frac{s}{s_{\text{om}}}\right)$

Če ima motor pri neki rotorski upornosti  $R_{\text{ra}}$  omahni slip 10 % in zagonski vrtilni moment  $M_{\text{za}}$ , bo imel pri  $R_{\text{rb}} = 2R_{\text{ra}}$  omahni slip 20 % in slip  $s = 1$  v točki 5 abscise ter zagonski vrtilni moment, podan z vrednostjo  $M_{\text{zb}}$  (sl. 2.20). Krivuljo  $M/M_{\text{om}}$  narišemo približno.

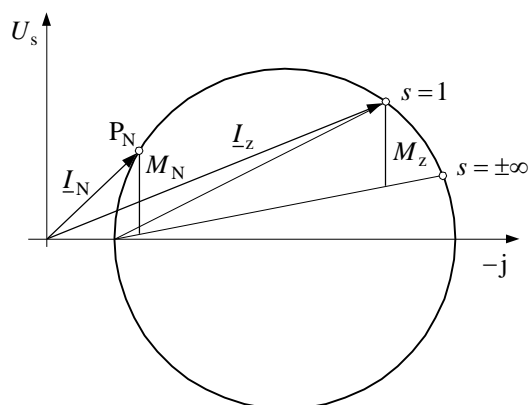


Sl. 2.20 Klossov diagram vrtilnih momentov

## 2.4 ZAGON ASINHRONSKIH MOTORJEV

Zagon motorja je proces, ki traja določen čas, da mirujoči rotor z  $n=0$  oziroma  $s=1$  doseže bremenu ustrezno število vrtljajev  $n$  oziroma slip  $s$  in stroj tok  $I_s$ , moč  $P$  in vrtilni moment  $M$ . Idealen bi bil motor, ki bi imel:

- majhno razmerje zagonskega toka proti nazivnemu  $I_z/I_N$ ;
- veliko razmerje zagonskega vrtilnega momenta proti nazivnemu  $M_z/M_N$ .



Sl. 2.21 Krožni diagram s karakterističnimi točkami

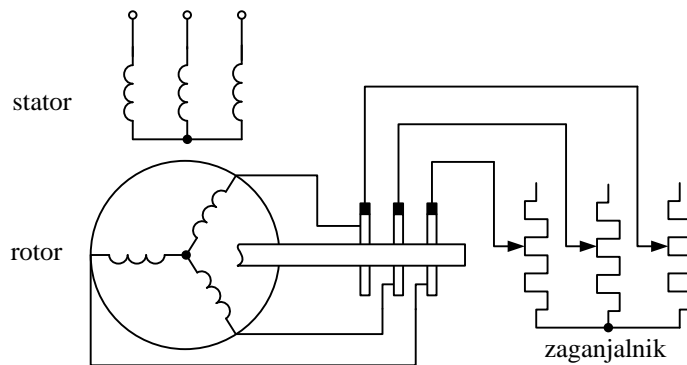
Pogoj a) je ugoden za električno omrežje, pogoj b) je navadno (ne vedno) ugoden za uporabnika motorja. Teh pogojev ni vedno lahko zagotoviti in uskladiti.

### 2.4.1 Zagon asinhronskega motorja z drsnimi obroči

Ti motorji imajo navadno relativno nizko razmerje  $M_z/M_N$ . Zagonski vrtilni moment lahko povečamo z vključitvijo dodatnih ohmskih uporov v serijo z rotorskim navitjem, s čimer istočasno zmanjšamo zagonske tokove, kot je prikazano na sliki 2.17. Zagonski upori so večstopenjski, celotna naprava se imenuje zaganjalnik (sl. 2.22) in je termično dimenzionirana za določeno število zagonov na uro. Pri

$n = 0$  oziroma  $s = 1$  je vklopljena največja vrednost zagonskega upora, tako da tok  $I_z$  ne prekorači dopustne vrednosti  $I_{zd}$ . Kasneje so z rastočim številom vrtljajev vklopljene nižje stopnje, tako da ne prekoračimo  $I_{zd}$ . Ko se približamo nazivnim vrtljajem, navadno izklopimo vse dodatne zagonske upore in kratko vežemo rotorska fazna navitja.

V času zagona mora biti vrtilni moment večji od nazivnega vrtilnega momenta in tok naj ne bi presegel vrednosti  $2I_N$ .



Sl. 2.22 Zagon asinhronskega motorja z zaganjalnikom

Diagram zagonskih tokov in preklopov uporovnih stopenj je podan na sliki 2.23 za primer, da ima zaganjalnik tri uporovne stopnje oziroma odcepe:  $R_a > R_b > R_c$  in je  $R_r$  upornost rotorskega navitja. Vrisane so funkcije tokov  $I_z = f(s)$  v času zagona oziroma od  $s = 1$  do  $s = 0$  ( $n = 0$  do  $n = n_s$ ), če bi potekal zagon od začetka do konca s stalno vključeno upornostjo: a)  $R_a + R_r$ ,

b)  $R_b + R_r$ ,

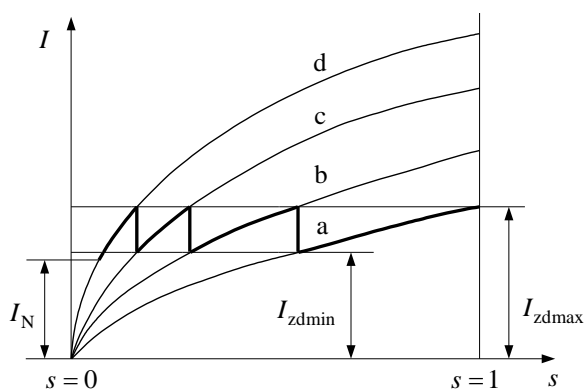
c)  $R_c + R_r$  in

d)  $R_r$ .

V literaturi najdemo naslednje vrednosti za omejitve toka.

Dopustni tok ima gornjo konico:  $I_{zdmax} = 1,40 \dots 1,52 I_N$ .

Dopustni tok ima spodnjo konico:  $I_{zdmin} = 1,01 \dots 1,10 I_N$ .



Sl. 2.23 Diagram zagonskih tokov in preklopov uporovnih stopenj



Preklop izvedemo, ko tok po krivulji "b" seka linijo  $I_{zdmax}$  in tako naprej za ostale stopnje.

Pri zaganjalnikih za motorje velikih moči imamo še dodatne uporovne predstopnje, ker tok še ne doseže končnih vrednosti in motor še ne steče, ublažimo pa tokovne sunke v omrežju. Vklonpi tok je  $\approx 0,7 I_N$ .

Če so v času zagona zahtevane meje vrtilnega momenta  $M_{zmax}$  in  $M_{zmin}$ , določimo uporovne stopnje zaganjalnika ustrezno mejam vrtilnega momenta.

Zaganjalniki so izdelani iz elementov uporovnih žic ali pločevin, ki so hlajeni z zrakom ali oljem. Motorje velikih moči – nekaj sto kW – zaganjamo z vodnimi upori. V tabeli 2.1 so podani tipični podatki zračno hlajenih zaganjalnikov, pri čemer pomenijo označbe naslednje:

$t$  (s) je trajanje zagona – dopustno,

$z$  je število zaporednih zagonov od hladnega stanja do maksimalne dopustne temperature zaganjalnika, tako da je med dvema zaporednima zagonoma odmor v trajanju  $2t$ ;

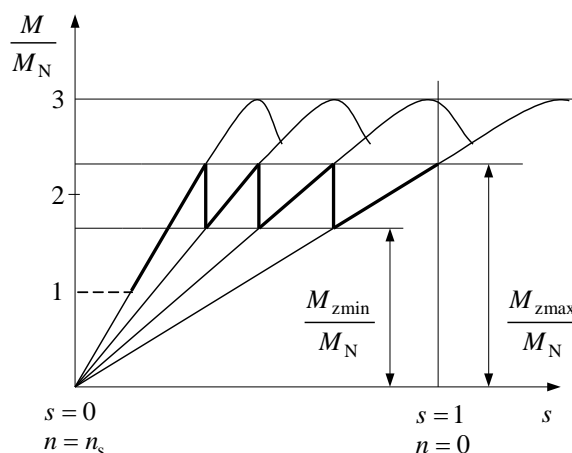
$h$  je pogostost zagonov na uro.

Tabela 2.1 Pogostost zagonov za trifazne motorje

Moč $P$ (kW) za zagon pri polni obremenitvi	1,5	2,2	3	4	5,5	7,5	11	15	22	30	45	75
$t$ (s)	6	7	7	8	9	10	11	12	14	16	18	21
$z$	4	4	4	3	3	3	3	3	3	2	2	2
$h$	10	9	8	7	7	6	6	5	5	4	4	3

## 2.4.2 Zagon asinhronskega motorja s kratkostično kletko

Poseg v rotorski električni tokokrog ni mogoč kot pri motorju s pasovnimi faznimi navitji v rotorju, ki so priključena na drsne obroče. Ti motorji morajo biti izdelani tako, da je razmerje  $M_z/M_N \approx 2$  in  $M_{om}/M_N \approx 2,5$ . Razmerje tokov  $I_z/I_N \approx 4 \div 8$  je odvisno od števila polov, ker imajo stroji z rastočim številom polov večje razsipanje,



Sl. 2.24 Prilaganje  $M_z$  z večstopenjskim zaganjalnikom

tj. večji  $X_{oi}$  in zato manjše razmerje  $I_z/I_N$ . To je prikazano v tabelah 2.2 (vzeto iz katalogov) za motorja srednje in male moči:

Tabela 2.2a Zaprti trifazni motor  
45 kW, 400 V, 50 Hz

Št. polov	2	4	6	8	10	12
$I_z/I_N$	5,8	4,9	4,5	4,4	4,1	4
$M_z/M_N$	1,5	1,9	1,9	1,7	1,8	1,7
$M_{om}/M_N$	2,8	2,5	2,05	2,2	2	2

Tabela 2.2b Zaprti trifazni motor  
1,1 kW, 400 V, 50 Hz

Št. polov	2	4	6	8
$I_z/I_N$	5,2	4,8	3,5	3,5
$M_z/M_N$	2,3	2,3	2,1	1,9
$M_{om}/M_N$	2,6	2,6	2,2	2,1

Zagone asinhronskih motorjev s kratkostično kletko izvajamo:

1. z direktnim priklopom statorskega (to je primarnega) navitja na omrežno napetost  $U$ , če je moč motorja proti moči omrežja majhna, tako da zagonski tokovi s svojimi padci napetosti ne ogrožajo delovanja drugih uporabnikov na omrežju. Na fazna navitja so torej pritisnjene polne nazivne napetosti in dobimo zagonske tokove v skladu s tabelama 2.2a in 2.2b; enako velja za zagonske vrtilne momente. Ob omenjenih pogojih se izvajajo direktni zagoni asinhronskih motorjev do velikostnega reda 4 kW.

2. z zmanjšano pritisnjeno napetostjo na statorsko navitje. Tu se največ uporabljata dva načina:

a) s stikalom zvezda-trikot. V normalnem obratovanju je na fazno navitje statorja pritisnjena napetost  $U_s = U$ , pri zagonu pa znižana napetost  $U_s/\sqrt{3}$ , tj. togo razmerje napetosti:  $U_s : U_s/\sqrt{3} = 1 : 0,58$ ,

b) z zagonskim avtotransformatorjem, ki omogoča poljubno vrednost znižane napetosti na sponkah motorja.

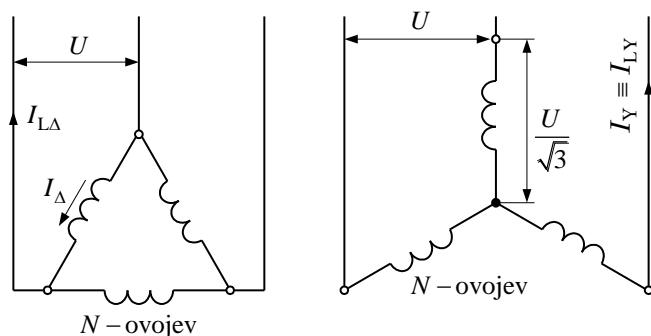
Primer a) stikalo zvezda-trikot

Motor je izdelan tako, da ima pri normalnem obratovanju trifazno statorsko navitje, vezano v trikot in je na fazno navitje pritisnjena medfazna napetost  $U$ . Pri zagonu, to je pri  $n = 0$ , bi ta napetost pognala velik kratkostični oziroma zagonski tok, ki ga omejujejo zaporedno vezane upornosti v nadomestnem vezju na sliki 2.8b ali 2.9b. Zmanjšanje toka pri zagonu dobimo, če zmanjšamo napetost  $U_s$ . Praktično opravimo to s stikalom zvezda-trikot, ki šest koncev trifaznega navitja poveže tako, da dobimo vezavo zvezda in pri enaki omrežni napetosti je napetost na faznem navitju:

$$U_Y = \frac{1}{\sqrt{3}} U_\Delta = \frac{1}{\sqrt{3}} U.$$

Tej zmanjšani napetosti nasprotujejo enake zaporedno vezane upornosti v nadomestnem vezju in je torej tok v navitju za  $1/\sqrt{3}$  manjši. Če je tok v faznem navitju manjši, potem je tudi tok v omrežju manjši in tako dosežemo zmanjšanje zagonskega toka v omrežju na  $1/3$  v primerjavi z omrežnim tokom v trikotu.

Kako pa je z zagonskimi vrtilnimi momenti? To si bomo pojasnili s pomočjo naslednjih slik in kratkih izvajanj.

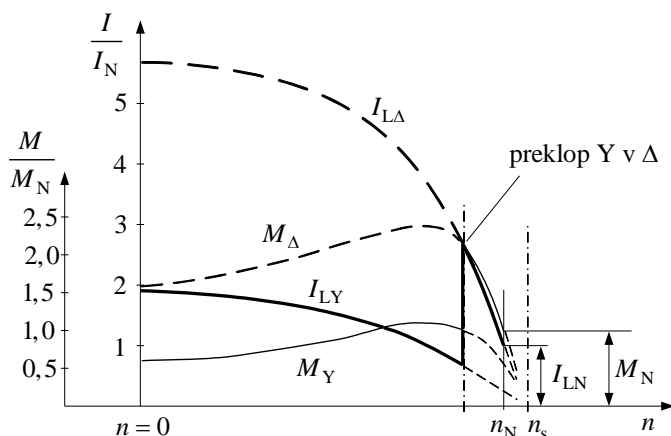


Sl. 2.25 Shema vezave navitja v trikotu in v zvezdi

Primerjajmo zagon v trikotu in v zvezdi (sl. 2.25).

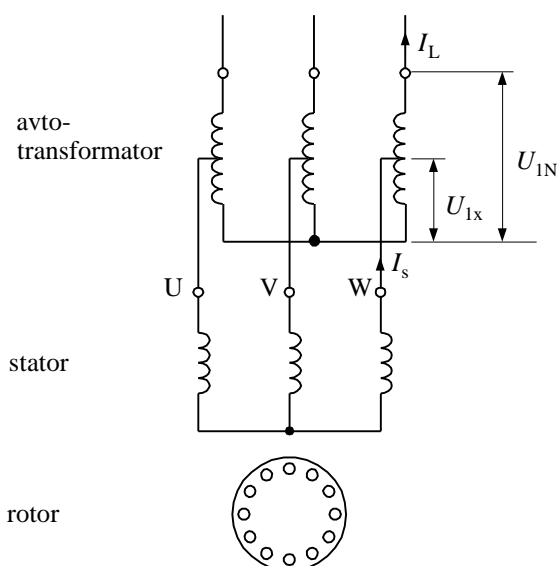
	Trikot	Zvezda
– napetost na faznem navitju:	$U_s = U$	$U_s = \frac{U}{\sqrt{3}}$
– tok v faznem navitju:	$I_\Delta$	$I_Y = \frac{I_\Delta}{\sqrt{3}}$
– tok linije (omrežja):	$I_{L\Delta} = \sqrt{3} I_\Delta$	$I_{LY} = I_Y = \frac{I_\Delta}{\sqrt{3}} = \frac{I_{L\Delta}}{\sqrt{3}\sqrt{3}} = \frac{1}{3} I_{L\Delta}$
– magnetni fluks:	$\Phi_\Delta$	$\Phi_Y = \frac{\Phi_\Delta}{\sqrt{3}}$
– magnetno polje v zračni reži:	$B_\Delta$	$B_Y = \frac{B_\Delta}{\sqrt{3}}$
– zagonski vrtilni moment:	$M_\Delta = k B_\Delta I_\Delta$	$M_Y = k B_Y I_Y = k \frac{B_\Delta}{\sqrt{3}} \frac{I_\Delta}{\sqrt{3}} = \frac{1}{3} M_\Delta$

Pri zagonu s stikalom zvezda-trikot sicer zmanjšamo omrežni (linijski) zagonski tok na  $1/3$ , toda istočasno zmanjšamo tudi zagonski vrtilni moment na  $1/3$ . Pri takem zaganjanju mora biti motor dovolj razbremenjen (najbolje neobremenjen) in po zagonu obremenimo motor s polnim bremenom. Krivulje zagonskih tokov in vrtilnih momentov v področju  $n=0$  do  $n=n_N$  podaja slika 2.26. Na sliki vidimo, da izvršimo preklop iz Y v  $\Delta$  takoj za omahno točko, tj. v področju ustreznega zmanjšanja toka.

Sl. 2.26 Krivulje zagonskih tokov in vrtilnih momentov v področju  $n = 0$  do  $n = n_N$ 

Primer b) zagonski transformator

Uporabljamo trifazni avtotransformator v vezavi zvezda, njegovo sekundarno navitje je priključeno na sponke trifaznega statorskega navitja:



– prestavno razmerje napetosti:

$$- K_{Ux} = \frac{U_{1N}}{U_{1x}} \geq 1,$$

– prestavno razmerje tokov:

$$\frac{1}{K_{Ux}} = \frac{I_L}{I_s},$$

kjer je  $I_L$  tok linije,  $I_s$  pa tok v statorskem navitju motorja.

Pri napetosti  $U_{1x}$  na statorju je zagonski tok motorja  $I_{sx}$ , pri polni napetosti  $U_{1N}$  pa je zagonski tok  $I_s = I_L$ .

Sl. 2.27 Trifazni zagonski avtotransformator

Torej bo za neko prestavo napetosti  $K_{Ux}$ :

$$- \text{tok motorja: } I_{sx} = \frac{1}{K_{Ux}} I_s \text{ in tok omrežja } I_{Lx} = \frac{1}{K_{Ux}} I_{sx} = \frac{1}{K_{Ux}^2} I_s = \frac{1}{K_{Ux}^2} I_L$$

– zagonski vrtilni moment pri  $K_{Ux} = 1$ ,  $U_{1x} = U_{1N}$ , imamo  $\Phi$  in  $B$  ter  $M = k B I_s$

$$\text{pri } K_{Ux} > 1, \quad U_{1x} = \frac{U_{1N}}{K_{Ux}} \text{ in } B_x = \frac{B}{K_{Ux}}.$$

$$M_x = k B_x I_{sx} = k \frac{B}{K_{Ux}} \frac{I_s}{K_{Ux}} = k \frac{B I_s}{K_{Ux}^2} = \frac{1}{K_{Ux}^2} M.$$

Za primer  $K_{Ux} = 3$  in  $U_{Ix} = \frac{1}{3} U_{IN}$  dobimo:

$$I_{Lx} = \frac{1}{3^2} I_L = \frac{1}{9} I_L, \quad M_x = \frac{1}{3^2} M = \frac{1}{9} M.$$

Pri motorjih s kletko z znižanjem zagonskih tokov znižamo istočasno v enakem razmerju zagonske vrtilne momente, po pravkar omenjenih postopkih a) in b).

### 2.4.3 Težave pri zagonih asinhronskih motorjev

Če se omejimo na  $m_s = 3$  fazne motorje, nam je znano, da trije simetrični izmenični tokovi omrežne frekvence, ki napajajo trifazno navitje, povzročijo vzbujalne vrtilne amper-ovoje reda  $\nu = 1, 5, 7, 11, 13, \dots$ , tj. osnovni val vrtilnih amper-ovojev in valove višjih harmonskih komponent. Vzbujalni valovi reda 3, 9, ..., ki so deljive s številom faz  $m_s$ , ne povzročajo vrtilnega polja. So namreč sofazni in zato tudi ne povzročajo težav pri zagonu. Število vrtljajev višjih harmonskih komponent je glede na število vrtljajev osnovnega vala  $n_s$  po vrednosti in predznaku enake smeri vrtenja kot osnovni val, tj. "+" ali pa nasprotni smeri vrtenja, tj. "-".

Tabela 2.3 Sinhronsko število vrtljajev višjih harmonskih komponent

$\nu$	1	5	7	11	13
	$n_s$	$-\frac{n_s}{5}$	$+\frac{n_s}{7}$	$-\frac{n_s}{11}$	$+\frac{n_s}{13}$

Ti posamezni amper-ovoji povzročijo v zračni reži komponente magnetnega polja reda:  $B_1, B_5, B_7, B_{11}, B_{13}, \dots, B_\nu$ . V samem statorskem navitju, napajanem s tokom  $I_s$ , ki je te komponente magnetnega polja povzročil, se inducirajo napetosti  $E_{s1}, E_{s5}, E_{s7}, \dots$ , ki imajo vse enako frekvenco, kot je frekvenca vzbujalnega toka  $I_s$ .

V rotorskem navitju bodo harmonske komponente magnetnega polja  $B_\nu$  inducirale napetosti  $E_{r\nu}$ , ki bodo pognale tokove  $I_{r\nu}$  frekvence  $f_{r\nu}$ . Frekvenca je analogno enačbi (2.17) enaka:

$$f_{r\nu} = f_s s_\nu = f_s (1 - \nu(1 - s_1)). \quad (2.17a)$$

Ti tokovi bodo ustvarili svoje vrtilne amper-ovoje in se bodo vrteli glede na rotor s svojimi sinhronskimi vrtljaji  $n_{sr\nu} = f_{r\nu} / (\nu p)$ , v prostoru oziroma glede na stator z vrtljaji  $n_{rv} = n_{sr\nu} + n$ . Medsebojno delovanje teh polj vpliva na delovanje motorja. Osnovna vala, kot je že razloženo v uvodu, se v prostoru, to je glede na mirujoči stator, vrtita z enakim, tj. sinhronskim številom vrtljajev in povzročita vrtilni moment z njegovo značilno krivuljo  $M = f(s)$ , kakršno smo spoznali v poglavju 2.3.7. Pri vseh dosedanjih izvajanjih smo upoštevali le osnovni val gostote magnetnega

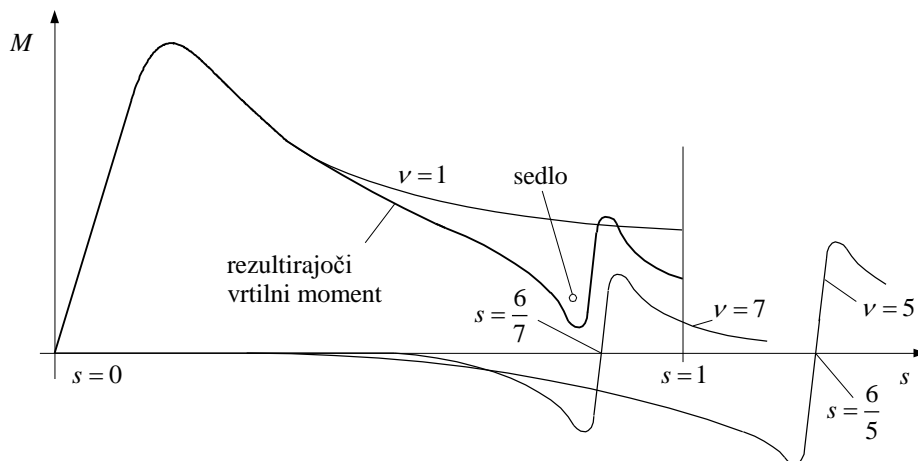
pretoka  $B_1$  v zračni reži, ki je dala osnovni val fluksa  $\Phi_g$ . Medsebojno delovanje osnovnih valov statorja in rotorja moti medsebojno delovanje višjih harmonskih valov statorskega in rotorskega navitja. Ti ustvarjajo dodatne in škodljive parazitne vrtilne momente, ki imajo škodljive posledice zlasti pri zagonu asinhronskih motorjev s kletko. Parazitni vrtilni momenti so dveh vrst: asinhronski in sinhronski.

### 2.4.3.1 Asinhronski parazitni vrtilni momenti

Med višjimi harmonskimi valovi statorskih in rotorskih navitij so tudi takšni, katerih število polov je enako in ki se proti statorju vrtijo z enako hitrostjo – neodvisno od števila vrtljajev rotorja  $n$ . Enako število polov in enako hitrost glede na stator imajo tisti višji harmonski valovi vzbujanja rotorja, ki so bili povzročeni od statorskega vala istega reda. Takšni harmonski valovi tvorijo medsebojne vrtilne momente, ki jih imenujemo "asinhronski vrtilni momenti višjih harmonskih valov" ter se prištevajo k vrtilnemu momentu osnovnega vala in dajo tako rezultirajoči vrtilni moment, kot je prikazan na sliki 2.28, za  $\nu = 1, 5$  in  $7$ .

Tipična so sedla rezultirajočega vrtilnega momenta ravno v okolici  $s = 1$ , to je pri zagonu, tako da motor včasih niti ne more steči. Točko  $s_7 = 0$  dobimo pri slipu:

$$s = \frac{n_s - \frac{1}{7}n_s}{n_s} = \frac{n_s \left(1 - \frac{1}{7}\right)}{n_s} = 1 - \frac{1}{7} \text{ in točko } s_5 = 0 \text{ pri slipu } s = \frac{n_s - \left(-\frac{1}{5}n_s\right)}{n_s} = 1 + \frac{1}{5}.$$

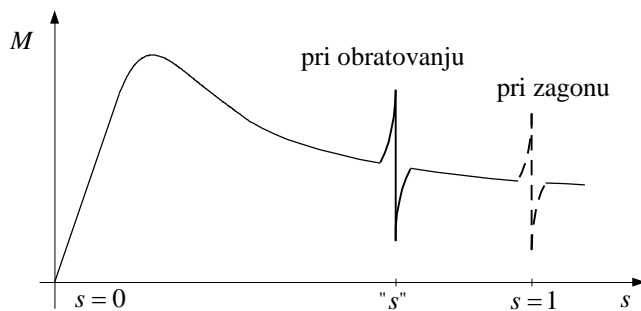


Sl. 2.28 Tipična oblika rezultirajočega vrtilnega momenta zaradi vpliva asinhronskih parazitnih vrtilnih momentov za  $\nu = 1, 5$  in  $7$

### 2.4.3.2 Sinhronski parazitni vrtilni momenti

Če se število polov neke višje harmonske komponente polja oziroma vala rotorskega navitja ujema z nekim višjim valom statorskega vala, ki ni povzročitelj omenjenega višjega rotorskega vala, tedaj povzročita ti dve harmonski komponenti zopet vrtilni

moment, toda le, če se pri nekem določenem številu vrtljajev rotorja " $n$ " oziroma določenem slipu " $s$ " vrtita z enako hitrostjo. To je sinhronski parazitni vrtilni moment, ki je pri tej določeni hitrosti vrtenja rotorja " $n$ " konstanten in skuša rotor zadržati pri tej hitrosti vrtenja. Ta sinhronizem lahko nastopi že pri mirovanju, tj. pri zagonu ali pri obratovanju. Nevarnejši so ti sinhronski parazitni vrtilni momenti pri zagonu, ker se rotor "prilepi" na stator (glej sliko 2.29).



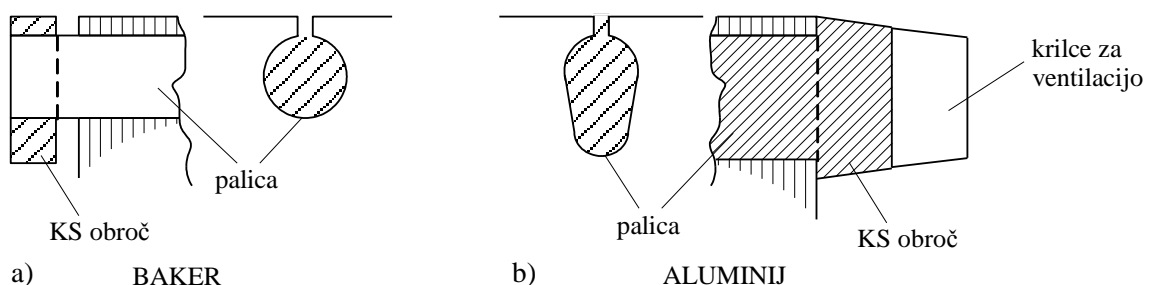
Sl. 2.29 Tipična oblika rezultirajočega vrtilnega momenta zaradi vpliva sinhronskih parazitnih vrtilnih momentov

Asinhronski motor si lahko zamislimo po tej teoriji kot glavni asinhronski motor, katerega koristni vrtilni moment dajeta osnovna vala polj statorskega in rotorskega navitja. Ta ima na isti gredi celo vrsto stranskih strojev, tj. asinhronskih in sinhronskih, katerih vrtilni momenti so posledica višjih harmonskih komponent oziroma valov statorja in rotorja. Parazitne vrtilne momente se da v dobri meri odpraviti s pravilno izbiro števila utorov statorja in rotorja oziroma števila utorov na pol in fazo: za motorje s kletko velja dokaj dobro izbor  $q_r = q_s \pm 2/3$ .

#### 2.4.4 Izvedbe kratkostičnih kletk

##### a) Normalna enojna kletka

Ima okrogle rotorske utore z bakrenimi palicami ali ovalne utore za palice iz tlačno vlitega aluminija.



Sl. 2.30 Enojna kratkostična kletka: a) okrogli in b) ovalni utor

Enojne kletke ne omogočajo vedno dovolj visokega zagonskega vrtilnega momenta, tj. pri  $s = 1$ :

$$M = M_z = \frac{P_\delta}{\Omega_{ms}} = \frac{m_s I_r'^2 R_r'}{\Omega_{ms} s} = \frac{1}{\Omega_{ms}} m_s I_{rz}'^2 R_r' = \frac{1}{\Omega_{ms}} P_{Curz}. \quad (2.68)$$

Če želimo večji  $M_z$ , povečamo  $R_r'$  z manjšanjem preseka palic ali obročev. To pa povzroči povečanje joulskih izgub v rotorju pri zagonu in s tem večji  $M_z$ . Pri normalnem obratovanju z nazivnim vrtilnim momentom  $M_N$ , ki je konstanten, bi se rotor vrtel počasneje oziroma imel bi večji  $s_N$ :

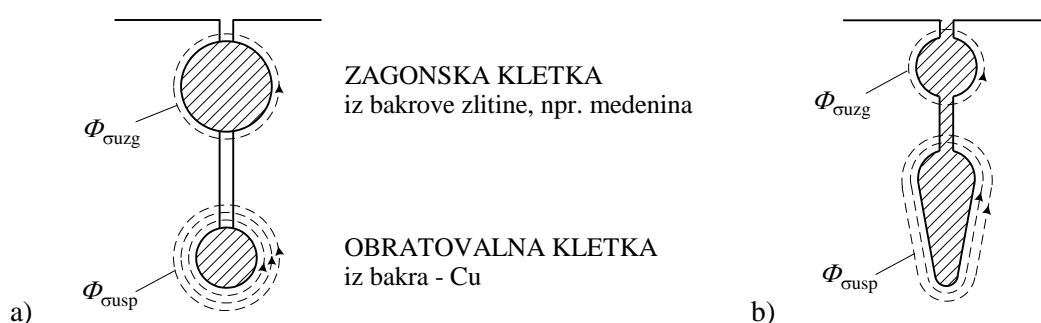
$$M_N = k \frac{R_r'}{s_N} = k \frac{R_r' \text{ večji}}{s_N \text{ večji}} \quad (2.69)$$

in bi seveda imel tudi večje izgube v rotorskem navitju. Upornost bi lahko pri istih presekih povečali tudi tako, da namesto čistega bakra oziroma aluminija uporabimo njihove zlitine, ki imajo večjo specifično ohmsko upornost. Pri motorju z drsnimi obroči je povečana upornost rotorskega navitja z zaganjalnikom le pri zagonu, ki je pri normalnem delovanju izklopljen in ni povečanih izgub v rotorju niti povečanja slipa oziroma zmanjšanja nazivnega števila vrtljajev. Torej bi bile uporabne kletke, ki bi imele le v času zagona, tj. blizu  $s=1$ , povečane ohmske upornosti, sicer pa normalne vrednosti ohmskih upornosti. Takšne kletke posebnih konstrukcij bodo opisane v nadaljevanju.

#### b) Dvojna kletka

Zagonska kletka "zgornja" ima večjo ohmsko upornost  $R_{med}$  kot obratovalna kletka "spodnja"  $R_{Cu}$  (sl. 2.31a):

$$R_{med} = R_{rCu} \text{ oziroma } R_{rmed}' > R_{rCu}'.$$



Sl. 2.31 Dvojna kratkostična kletka: a) iz različnih materialov

b) iz enakega materiala (npr. Al)

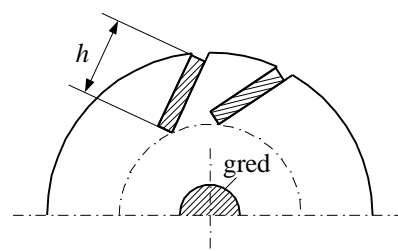
Nasprotno pa ima spodnja kletka znatno večji razsipani fluks utora  $\Phi_{\sigma usp} > \Phi_{\sigma uzg}$ . To vpliva na reaktanci razsipanja obeh kletk, tako da je reaktanca razsipanja spodnje kletke večja od reaktance razsipanja zgornje kletke v področju utora in s tem  $X_{\sigma rCu} > X_{\sigma rmed}$  oziroma  $X'_{\sigma usp} > X'_{\sigma uzg}$ . Reaktance rotorja so odvisne od frekvence rotorskih tokov  $f_r = s f_s$ , torej bodo največje pri zagonu  $s=1$ :  $X_{\sigma r gib} = s X_{\sigma r mir}$ .



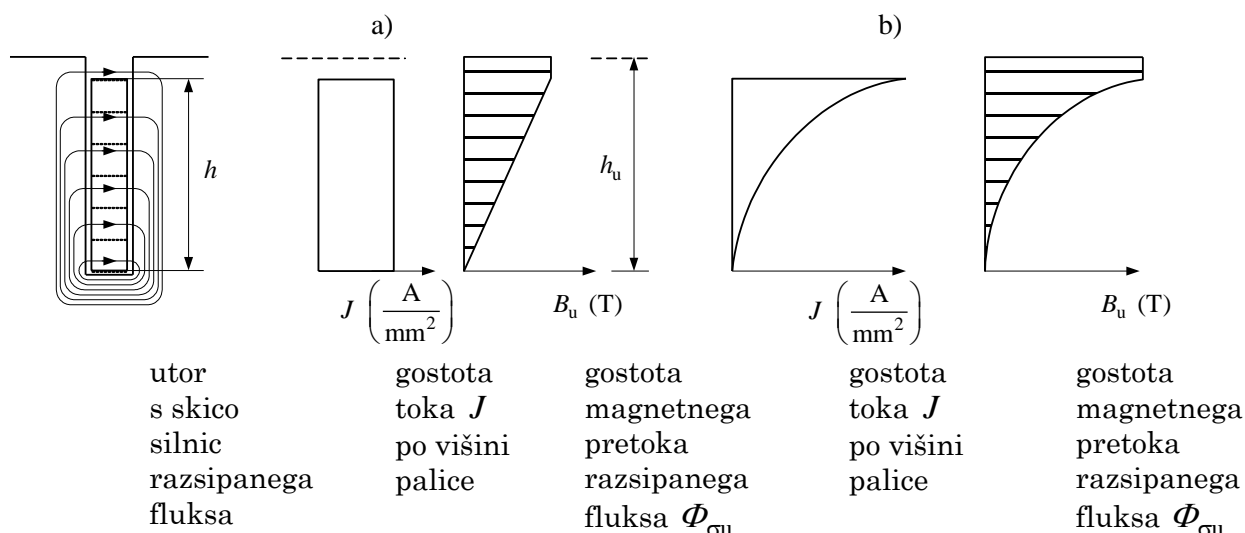
Pri zagonu pride tudi do izriva toka iz spodnje v zgornjo kletko. S porastom števila vrtljajev  $n \rightarrow n_N$  oziroma  $s \rightarrow s_N$  se te reaktance izredno zmanjšajo. Pri zagonu bo torej od začetka tekel zagonski tok predvsem po zgornji kletki z veliko ohmsko upornostjo in ustvaril se bo velik zagonski vrtilni moment. Pri normalnem številu vrtljajev bo tekel tok po spodnji kletki, ki ima sama po sebi malo ohmsko upornost zaradi bakra (sl. 2.31a) in tudi malo induktivno upornost zaradi male vrednosti  $s_N$ . Glej krožna diagrama na sliki 2.35. Mogoče je tudi, da ima zgornja kletka manjši presek kot spodnja. Tako dosežemo, da ima zgornja kletka večjo ohmsko upornost in s tem tudi večji zagonski vrtilni moment (sl. 2.31b).

### c) Kletka z globokimi utori

Pri tej konstrukciji posebej izkoristimo pojav izriva toka. Palica je ozka in globoka, tako da se tok zgosti proti vrhu palice na manjšem preseku in povzroči večje jouske izgube v palici pri  $s=1$ , kot so pri normalnih obratovalnih slipih; s tem se seveda poveča tudi zagonski vrtilni moment v skladu z enačbo  $M_z = P_{\text{Curz}} / \Omega_{\text{ms}}$ . Povečanje ohmske upornosti v palicah je funkcija  $\xi = h\sqrt{s}$ , tj. višine in slipa oziroma frekvence v rotorju. Izriv toka upoštevamo, če je  $h > 1$  cm.



Sl. 2.32 Kletka z globokimi utori



Sl. 2.33 Porazdelitve gostote električnega toka in magnetnega polja v globokih utorih: a) pri majhnih slipih (rotorskih frekvencah)

b) pri velikih slipih (rotorskih frekvencah)

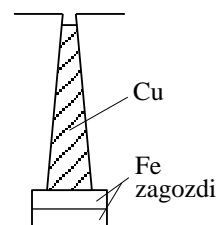
Spodnji del palice v utoru (namišljeni pikčasto nakazani delni vodniki) ima večje magnetne sklepe s poljem razsipanega fluksa kot zgornji del. Po palici tečejo izme-

nični tokovi  $I_{rp}$  in je temu ustrezna reaktanca spodnjega dela palice večja. Tok  $I_{rp}$  se izrine proti vrhu palice in to najbolj pri  $s = 1$ , saj tudi tu velja  $X_{\text{orgib}} = s X_{\text{ormir}}$ .

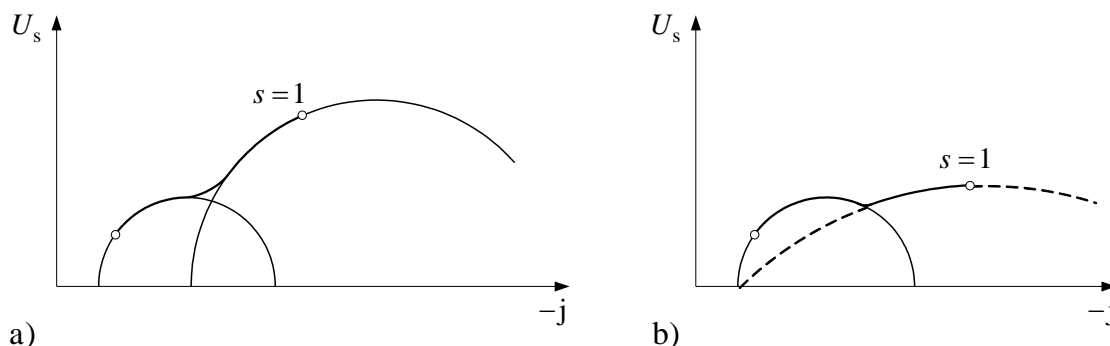
Na sliki 2.33a in b so podane kvalitativne vrednosti  $J$  in  $B_u$ . Zaradi porazdelitve  $B_u$  po sliki 2.33b je reaktanca  $X_{\text{or}}$  pri  $s = 1$  celo manjša kot po sliki 2.33a.

Za motorje velikih moči se uporabljajo kletke s trapezastimi utori (sl. 2.34), v katerih so palice mehansko dobro fiksirane (boljše odvajanje toplote), sicer pa motor deluje na principu izriva toka.

Skica krožnih diagramov – tirnic toka – je prikazana na sliki 2.35a za motor z dvojno kletko in za motor s kletko z globokimi utori na sliki 2.35b.



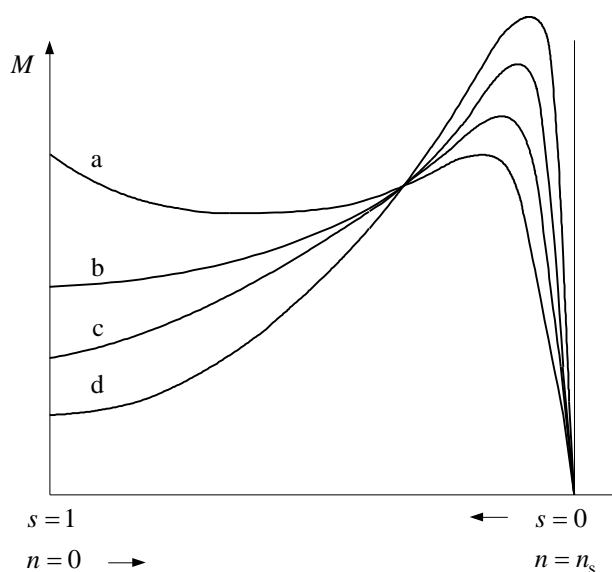
Sl. 2.34 Trapezasti utor



Sl. 2.35 Skica tirnic toka (krožnih diagramov): a) motor z dvojno kletko  $X_{\text{or}} = f(s)$ , b) motor s kletko z globokimi utori  $R_r = f(s)$ ,  $X_{\text{or}} = f(s)$

### 2.4.5 Krivulje vrtilnih momentov asinhronskih motorjev različnih izvedb rotorskih navitij

Na sliki 2.36 so prikazane krivulje vrtilnih momentov za različne vrste rotorjev.



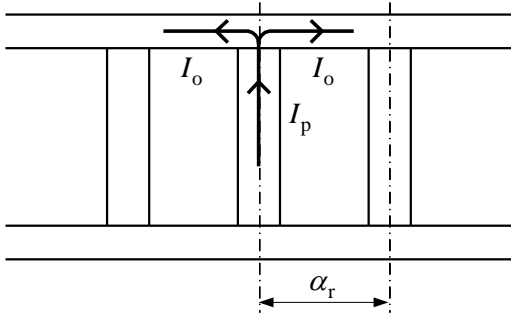
Sl. 2.36 Krivulje vrtilnih momentov asinhronskih motorjev z rotorjem:

- a – z dvojno kletko
- b – s kletko z globokimi utori
- c – z normalno enojno kletko
- d – s faznimi navitji v rotorju in z drsnimi obroči

## 2.4.6 Zagon asinhronskega motorja s kratkostično kletko

### 2.4.6.1 Tok v palicah kletke in obroču

Na sliki 2.2b lahko vidimo del kratkostične kletke. Kratkostična kletka ima število faz enako številu utorov  $m_r = Q_r$  in faktor navitja  $f_n = 1$ . Glede na sliko 2.37 vidimo, da je tok v posamezni palici kletke  $I_p$  razstavljen na dva tokova sosednjih segmentov obroča  $I_o$  ali sestavljen iz dveh tokov obroča.

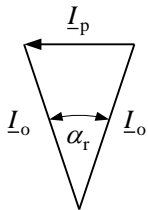


Sl. 2.37 Tok palice in obročev

Tokovi posameznih palic so zaradi simetrije enaki, toda premaknjeni za kot  $\alpha_r$ :

$$\alpha_r = \frac{p 2\pi}{Q_r} = \frac{2p\pi}{2p m_s q_r} = \frac{\pi}{3q_r} = \frac{60^\circ}{q_r}. \quad (2.70)$$

Tok v palicah je glede na sliko 2.38 enak:



Sl. 2.38 Fazorji tokov kletke

$$I_p = 2I_o \sin \frac{\alpha_r}{2} \quad (2.71)$$

oziroma tok v obroču

$$I_o = \frac{I_p}{2 \sin \frac{\alpha_r}{2}} = \frac{I_p}{2 \sin \frac{60^\circ}{2}} = \frac{I_p}{2 \sin \frac{30^\circ}{q_r}}. \quad (2.72)$$

Število utorov na pol in fazo rotorja  $q_r = Q_r / (2pm_s)$  je navadno  $q_r \geq 2$ , zato velja za  $q_r = 2$  vrednost  $\sin \frac{\alpha_r}{2} = \sin \frac{30^\circ}{2} = \sin 15^\circ = 0,259$ . Lok  $15^\circ$  je  $0,262$  (rad.), torej lahko rečemo, da je  $\sin(\alpha_r/2) = \alpha_r/2$  (ker za kote velikosti do  $15^\circ$  velja  $\sin x \approx x$ ).

Zaradi te poenostavitve je približna vrednost za tok v obroču:

$$I_o = \frac{I_p}{\alpha_r} = \frac{I_p q_r}{\pi/3} \approx \frac{I_p}{1,05} q_r. \quad (2.72b)$$

Za višje harmonske komponente tokov obroča (reda  $\nu$ ) velja enačba:

$$I_{ov} = \frac{I_{pv}}{2 \sin \frac{\nu\pi}{6q_r}}. \quad (2.73)$$

### 2.4.6.2 Izračun upornosti kletke

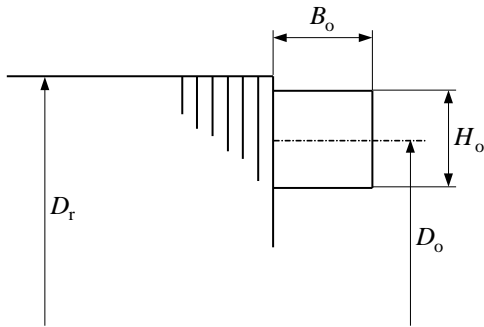
Celotno upornost kletke – posamezne palice, ki ji pripadata glede na sliko 2.37 še dva segmenta obročev, izračunamo po enačbi:

$$R_r = R_p + R_o'' = \frac{l_p}{A_p \gamma_p} + 2 \frac{\Delta l_o}{A_o \gamma_o} \left( \frac{1}{2 \sin(\alpha_r / 2)} \right)^2. \quad (2.74)$$

V enačbi (2.74) je  $R_o''$  na palico reducirana upornost obroča, ki jo dobimo iz pogoja enakih izgub:

$$R_o'' = R_o \frac{I_o^2}{I_p^2} = R_o \left( \frac{1}{2 \sin(\alpha_r / 2)} \right)^2. \quad (2.75)$$

Dolžina segmenta obroča je glede na sliko 2.39  $\Delta l_o = D_r \pi / Q_r = 2 p \tau_r / Q_r = \tau_r / (m_s q_r)$ . Premer rotorja  $D_r$  je sicer nekaj večji od srednjega premera obroča  $D_o = D_r - H_o$ , toda glede na dejansko (daljšo) pot toka iz palice v obroč je ta približek upravičen.



Sl. 2.39 Obroč kletke

Delež upornosti obeh segmentov lahko nadomestimo z ekvivalentnim podaljškom dolžine palice  $\Delta l_p$ , tako da bo:

$$R_r = \frac{l_p}{A_p \gamma_p} + 2 \frac{D_r \pi}{Q_r A_o \gamma_o} \left( \frac{1}{2 \sin(\alpha_r / 2)} \right)^2 = \frac{l_p}{A_p \gamma_p} + \frac{2 \tau_r}{m_s q_r A_o \gamma_o} \left( \frac{1}{2 \sin(\alpha_r / 2)} \right)^2 = \frac{l_p + \Delta l_p}{A_p \gamma_p} \text{ in}$$

$$\Delta l_p = \left( \frac{1}{2 \sin(\alpha_r / 2)} \right)^2 \frac{2 \tau_r}{m_s q_r} \frac{A_p \gamma_p}{A_o \gamma_o}. \quad (2.76)$$

Za višje harmonske komponente je potrebno pri izračunu njihove upornosti upoštevati ustrezen kot  $\alpha_{rv}$   $v$ -te komponente in tako dobimo za posamezne harmonske komponente različno (navadno večjo) upornost oziroma dodatek obročev:

$$\Delta l_{pv} = \left( \frac{1}{2 \sin(\alpha_{rv} / 2)} \right)^2 \frac{2 \tau_r}{m_s q_r} \frac{A_p \gamma_p}{A_o \gamma_o}. \quad (2.76a)$$

Povečanje upornosti za višje harmonske komponente je v praksi vedno ugodno, saj se na ta način v obročih kletke te bolj dušijo.

### 2.4.7 Poševnost utorov pri kratkostičnih kletkah

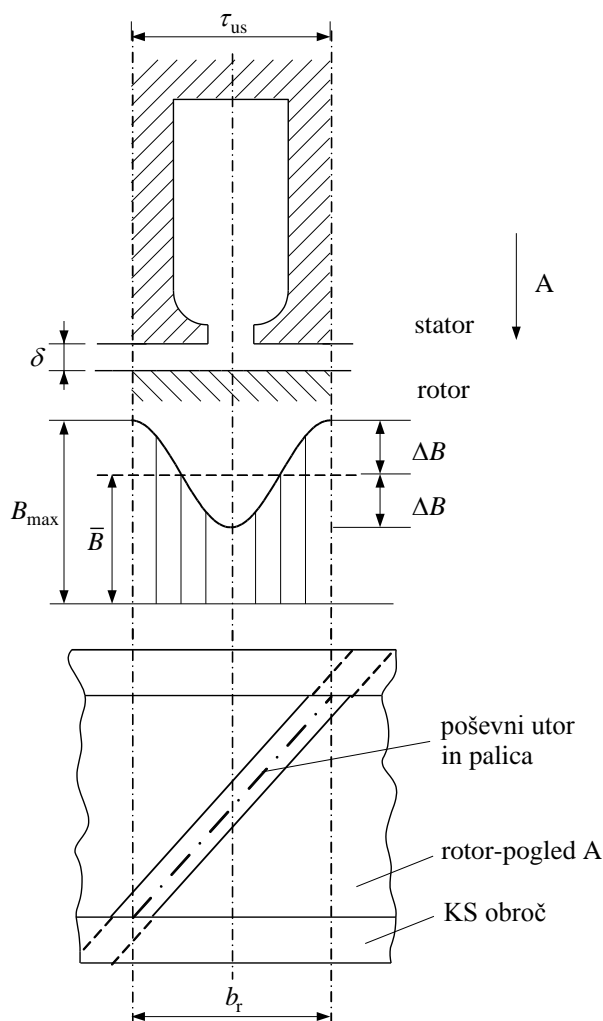
Razen težav, omenjenih v poglavju 2.4.3, povzročajo dodatne težave višje harmonske komponente magnetnega polja v zračni reži, ki so posledica utornih odprtin, tj. utorne harmonske. Sedaj tudi osnovni val  $B_1$  ni več sinusen, ampak vsebuje valovitosti. Največjo amplitudo imajo utorne harmonske komponente, katerih red je enak:

$$\nu = k \frac{Q}{p} + 1. \quad (2.77)$$

$$k = \pm 1, \pm 2, \dots$$

Tako sta za primer:  $2p = 4$ ,  $Q_s = 36$ ,  $m_s = 3$ , harmonske komponente z največjo amplitudo po enačbi (2.77) za  $k = -1$ , reda  $\nu = -17$  in za  $k = 1$ , reda  $\nu = 19$ , katerih sinhronsko število vrtljajev je  $n_{s17} = n_s / (-17) = -1500 / 17 \approx -88 \text{ min}^{-1}$  oziroma  $n_{s19} \approx 78,9 \text{ min}^{-1}$ , kar je zelo majhno število. Zato so valovi reda utorov posebej neugodni v začetnem področju steka motorja. Reduciramo jih tako, da začetek in konec rotorskega utora zamaknemo na obodu za eno statorsko ali rotorsko utorno

delitev, kot je prikazano na sliki 2.40.



Sl. 2.40 Poševnost pri kratkostičnih kletkah

V takšni poševni palici se od teh dodatnih valov inducirane napetosti uničijo. Pri motorjih z masivnimi palicami v kletki, npr. trapezaste palice, pa statorske utore zamaknemo poševno za eno statorsko ali rotorsko utorno delitev. Poševnost je izvedeno tudi pri motorjih z navitim rotorjem.

V enačbah za inducirano napetost navitja se razen faktorja navitja  $f_{nv}$  pojavi še faktor poševnosti  $\nu$ -te harmonske komponente  $f_{sq\nu}$  po enačbi (1.134a) iz uvoda.

V našem primeru dobimo tako pri poševnih utorih za eno statorsko utorno delitev za 17. harmonsko komponento vrednost faktorja poševnosti  $f_{sq17} = 0,0585$  in za 19.  $f_{sq19} = -0,0524$ .

## 2.5 MOŽNOSTI SPREMINJANJA ŠTEVILA VRTLJAJEV MOTORJA

Asinhronski motor, ki je priključen na omrežje toge napetosti, minimalno spremeni število vrtljajev od prostega teka do nazivne obremenitve (za nekaj odstotkov), celo na meji obremenitve pri  $M_{om}$  je  $s_{om} = 10 \div 20 \%$  in s tem so tudi  $n$  nekoliko manjši od  $n_s$ . Kakšne so možnosti spreminjanja števila vrtljajev?

Iz enačbe (2.12) za število vrtljajev rotorja:  $n = n_s(1-s) = \frac{f}{p}(1-s)$

so dane tri možnosti spremembe  $n$

- s spremembo frekvence napajalne napetosti,
- s spremembo števila polovih parov oziroma števila polov,
- s spremembo slipa.

### 2.5.1 Spreminjanje frekvence napajalne napetosti

Iz enačbe za napetost  $U = k f \Phi$  sledi, da se mora pritisnjena napetost spremeniti linearno s frekvenco. V tem primeru je  $U/f = U_x/f_x = k\Phi = \text{konst.}$  in ostane magnetni fluks praktično enak. Motor je polno izkoriščen. Vsak asinhronski motor, ki je grajen za omrežje 50 Hz, lahko obratuje tudi na omrežju 60 Hz, če je ustrezno višja napetost in obratno. Pri tem je na omrežju 60 Hz moč motorja za faktor  $60/50 = 1,2$ -krat večja kot na omrežju 50 Hz zaradi višje vrtilne hitrosti in obratno. Praktično je lahko moč stroja na omrežju 60 Hz še nekaj večja zaradi boljše ventilacije stroja pri višjih vrtljajih. Poseben primer je prehod na ameriško omrežje in obratno:

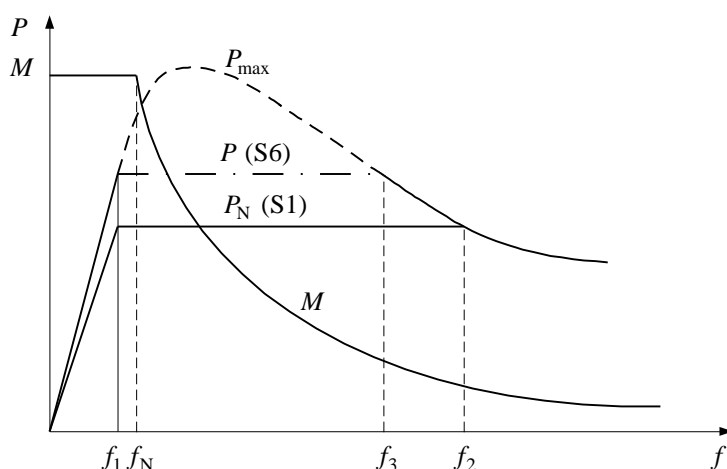
$$\frac{400 \text{ V}}{50 \text{ Hz}} \approx \frac{460 \text{ V}}{60 \text{ Hz}}.$$

V tem primeru je razmerje frekvenc 1,2, medtem ko je razmerje napetosti nekaj manjše, kljub temu se v takšnih primerih dovoljuje obratovanje motorjev na enem ali drugem omrežju brez previjanja motorjev.

#### 2.5.1.1 Obratovanje asinhronskega stroja s frekvenčnim pretvornikom

V današnjem času prevlade elektronike uporabljamo za napajanje asinhronskih motorjev frekvenčne pretvornike. Glede na enačbo za inducirano napetost velja, da moramo hkrati s frekvenco premo sorazmerno povečati tudi napetost. Izhodno napetost pretvornika lahko povečamo le do nazivne vrednosti. Frekvenco pa lahko povečamo za desetkratnik nazivne vrednosti ali še več. Zaradi ravnotežja se bo ustrezno (napetostni enačbi) zmanjšal fluks v stroju, če je pritisnjena napetost na

motorju konstantna (nazivna), frekvenco pa povečujemo preko nazivne vrednosti. Govorimo tudi o obratovanju stroja v področju slabljenja polja. Pri konstantnem toku (navadno je to nazivna vrednost) in pri zmanjšanem fluksu dobimo ustrezno manjši tudi vrtilni moment stroja. Vrtilni moment je od frekvence 0 do nazivne frekvence  $f_N$  konstanten. V točki  $f_N$  je tudi napetost enaka nazivni napetosti omrežja, s katero napajamo frekvenčni pretvornik. Od točke  $f_N$  na sliki 2.41 lahko s frekvenčnim pretvornikom povečujemo le frekvenco pri konstantni napetosti, zato vrtilni moment pada. Oddana moč (črtkana črta) je maksimalna v bližini točke  $f_N$  in nato začne polagoma padati.



Sl. 2.41 Diagram moči in vrtilnega momenta v odvisnosti od frekvence

Termična moč stroja je največkrat precej manjša od maksimalne moči. Termična moč (polna črta) je odvisna od pogojev hlajenja. Zato je področje obratovanja stroja določeno s termično mejno vrednostjo toka stroja, pri katerem se ta v trajnem obratovanju segreva tako, da temperatura ne preseže za določen razred dovoljene temperature izolacije. Seveda je mogoče obratovanje tudi pri večji moči, če ustrezno izboljšamo hlajenje. Dejansko lahko stroj obratuje pri večji moči (črta pika) in enakem hlajenju, toda le v intermitiranem pogonu. Navadni intermitirani pogon je S2, tj. kratkotrajno obratovanje, npr. 15 minut, ali S6, trajno obratovanje s kratkotrajno obremenitvijo, trajanje cikla npr. 5 minut in trajanje obremenitve npr. 40 %. Intermitirani pogon pri večji konstantni moči je mogoč le do frekvence  $f_3$ , ki je manjša od one pri trajnem pogonu  $f_2$ .

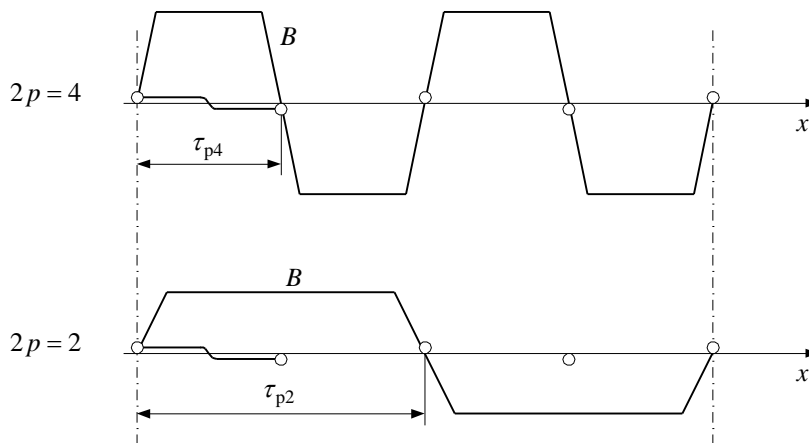
Treba je poudariti, da imajo vsi stroji, napajani s frekvenčnim pretvornikom, navadno tuje hlajenje. To je izvedeno z ventilatorjem, ki ga poganja manjši enofazni ali trifazni motor z zunanjim rotorjem. Pri tem piha ventilator zrak po površini stroja. Pri večjih močeh je lahko stroj hlajen tudi z vodo, ki kroži v plašču stroja. Pri bolj zahtevnih pogonih je hladilna voda speljana tudi v ležajnih ščitih v bližini ležajev. Zato so v tem primeru hladilni pogoji praktično konstantni v celotnem

področju obratovanja. Torej lahko stroj v celotnem področju obratovanja obremenimo s konstantnim tokom, ki je povezan s pogoji hlajenja in razredom izolacije. Kratkotrajno povečanje moči je mogoče le, če frekvenčni pretvornik v točki  $f_1$  ni polno tokovno izkoriščen, tako da je mogoče ustrezno povečati tok. Navadno tudi napetost v točki  $f_1$  ni enaka maksimalni, tj. omrežni napetosti in je manjša od one v točki  $f_N$ .

### 2.5.2 Spreminjanje števila polov

a) Stator ima več navitij z različnimi polovimi koraki in s tem različnim številom polov. Aktivno je tisto navitje, ki ustreza dani hitrosti vrtenja, ostala navitja niso priključena. Torej je aktivni material navitja le delno izkoriščen in moč takega stroja je manjša, kot če bi bil le eno hitrostni motor. Npr. motor za pralni stroj: 2-polni (centrifugiranje) in 16-polni (pranje); razni motorji za dvigala in podobno.

b) Če je sprememba hitrosti vrtenja in s tem sprememba števila polov v razmerju 2:1, se uporablja vezava Dahlander. Celotno navitje je pri obeh hitrostih priključeno na napetost in tako polno izkoriščeno, to je bolj ekonomično kot primer a). Potrebno pa je posebno stikalo za prevezavo statorskih trifaznih navitij, tako da dobimo vrtilne amper-ovoje oziroma vrtilne flukse ustreznega števila polov. Tuljava ima širino polove delitve večjega števila polov. Npr.:  $2p = 4$  ima  $\tau_{p4}$  in  $\tau_t = \tau_{p4}$  (sl. 242), pri manjšem številu polov  $2p = 2$  ima  $\tau_{p2} = 2\tau_{p4}$  in  $\tau_t = \tau_{p2}/2$ , tuljava je torej močno tetivna in ima zelo majhen faktor navitja. Za teoretično število utorov na pol in fazo  $q_s = \infty$  bi dobili faktorja navitja  $f_{n2} = 0,675$ ,  $f_{n4} = 0,827$  in  $f_{n2} : f_{n4} = 0,81$ .



Sl. 2.42 Prikaz polovih delitev

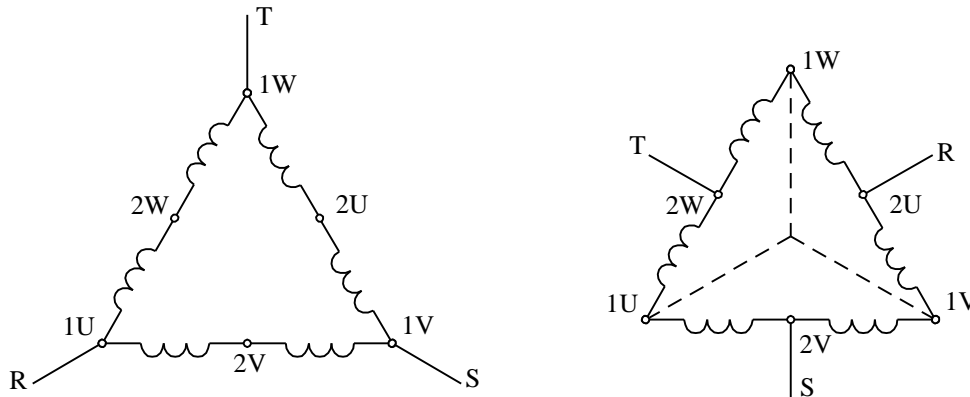
Kombinacije vezav so različne in razen spremembe števila vrtljajev imajo tudi drugačne karakteristike glede moči in vrtilnih momentov.

Pri naročilu motorja v vezavi Dahlander je poleg ostalih podatkov nujno navesti karakteristično vezavo.



Tabela 2.4 Kombinacije vezav za vezavo Dahlander

vezava	$2p = 4$	$2p = 2$	karakteristično za obe hitrosti
A	YY	$\Delta$	približno konstantna moč
B	$\Delta$	YY	približno konstanten vrtilni moment
C	Y	YY	vrtilni moment, ki močno narašča z vrtljaji

Sl. 2.43 Vezava za primer B:  $2p = 4/2$ 

### 2.5.3 Spreminjanje slipa

To je mogoče pri motorjih z drsnimi obroči. Slip spreminjamo tako, da spreminjamo moč v zunanjem rotorskem tokokrogu. Iz enačbe (2.58):

$$P_{\delta} = P_r + P_{Cur} = P_{\delta}(1-s) + P_{\delta}s, \text{ sledi } P_{Cur} = P_{\delta}s.$$

Sprememba vrtljajev je mogoča od nazivnega števila vrtljajev le navzdol. Če želimo obdržati konstantni nazivni vrtilni moment  $M_N = P_{\delta} / \Omega_{ms}$ , mora biti tudi  $P_{\delta}$  konstantna, torej se pri povečanju slipa poveča  $P_{Cur}$  in zmanjša  $P_r$ . Pri tem moramo paziti, da ostanejo statorski in rotorski tokovi konstantni. To dosežemo na dva načina:

a) s povečanjem upornosti v rotorskem tokokrogu

Povečanju upornosti v rotorskem tokokrogu ustreza stikalna shema na sliki 2.22, samo da so namesto zagonskih sedaj krmilni upori, ki so termično dimenzionirani za daljše (običajno trajno) obratovanje:

$$P_{\delta} = \text{konst.} = m_s I_{rN}^2 \frac{R'_r}{s_N} = m_s I_{rN}^2 \frac{R'_r + R'_{rdod}}{s_x} \text{ in od tod}$$

$$s_x = \frac{R'_r + R'_{rdod}}{R'_r} s_N. \quad (2.78)$$

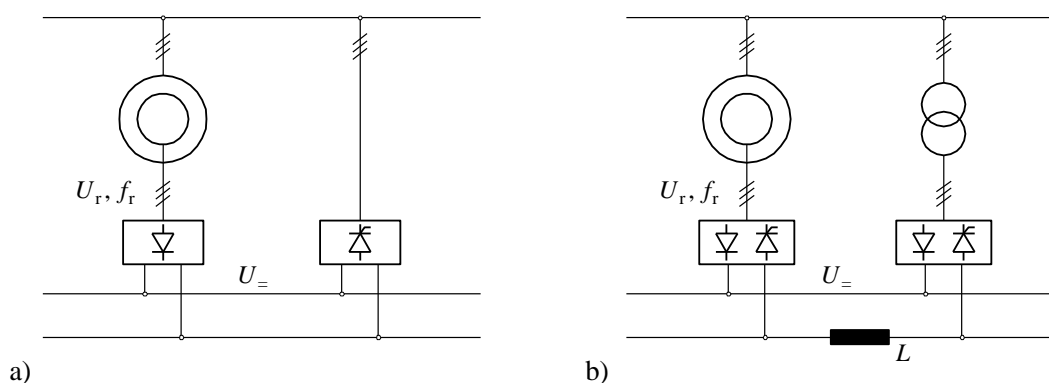
Ta način spreminjanja števila vrtljajev je negospodaren. Uporabljamo ga pri

motorjih malih moči ali pri pogonih, kjer istočasno z vrtljaji pada tudi vrtilni moment  $M_\delta$ . Pri majhnih motorjih je mogoče spreminjati slip tudi s spremembo napetosti ( $s = 0 \div 0,2$ ).

b) s spreminjanjem moči v rotorju.

Spreminjanje moči v rotorju dosežemo tako, da priključimo rotorski tokokrog na pomožno sekundarno omrežje. Ta primer ustreza kaskadi dveh asinhronskih motorjev z drsnimi obroči, katerih rotorja imata skupno gred. Rotor enega motorja napaja stator drugega motorja. Rotorju odvzeta moč ne gre v izgubo (toploto) kot v primeru a), ampak v mehansko delo.

V času množične uporabe elektronike je mogoč tudi bolj gospodaren način reguliranja moči v rotorju, tj. vračanje energije v omrežje z uporabo kaskade usmernika-razsmernika. Pri tem so  $U_r$ ,  $f_r$  in  $U_+$  variabilni (sl. 2.44a). Boljša, toda dražja je pretvorniška kaskada, sestavljena iz dveh usmernikov-razsmernikov in transformatorja za prilagoditev napetosti. Pri tem sta  $U_r$ ,  $f_r$  variabilna in  $U_+ = \text{konst.}$  (sl. 2.44b). V tem primeru je mogoče tudi napajanje rotorja iz omrežja. Dušilka v vmesnem tokokrogu služi za glajenje enosmernege toka.



Sl. 2.44 Shema vezave: a) kaskada usmernik-razsmernik, b) pretvorniška kaskada

## 2.6 SPREMINJANJE VRTILNEGA MOMENTA MOTORJA

Zanimivo vprašanje pri asinhronskem motorju je, kako lahko s tokom pri napajanju stroja s frekvenčnim pretvornikom neposredno spreminjamo, vodimo vrtilni moment. To je poznano v tuji literaturi tudi kot vektorska (prostorska) orientacija polja. Rezultati krmiljenja statorskega toka dajo prostorsko orientacijo elektromagnetnega polja v stroju, ali krajše, orientacijo polja. Navadno uporabljamo izraz orientacija polja v primeru  $90^\circ$  prostorskega premika med posameznimi komponentami; npr. med vzbujalnim poljem in poljem reakcije kotve oziroma tokom v rotorju enosmernege stroja. Zato je temu izrazu navadno prirejen izraz orientacija kota polja, ali krajše, nadzor oziroma kontrola kota.

## 2.6.1 Spremenjeno nadomestno vezje

### 2.6.1.1 Običajno nadomestno vezje

Nadomestno vezje asinhronskega stroja s kratkosklenjenim rotorskim navitjem je narisano na sliki 2.8b z upoštevanjem enačb (2.35a), tj. po redukciji rotorskih veličin na stator.

Vrtilni moment oziroma motorski navor je glede na nadomestno vezje na sliki 2.8b proporcionalen moči zračne reže oziroma moči na uporu  $R'_r/s$ :

$$M = \frac{3}{\Omega_{ms}} I_r'^2 \frac{R'_r}{s} = \frac{3}{\Omega_{ms}} I_r^2 \frac{R_r}{s}, \quad (2.79)$$

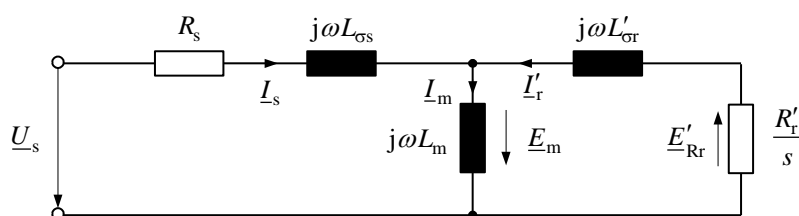
kjer je  $I_r'$  rotorski tok, reduciran na stator,

$$I_r' = \frac{m_r}{m_s} \frac{I_{rp}}{n_{sr}} = \frac{I_r}{n_{sr}} \quad (2.80)$$

in je  $I_{rp}$  tok palice ali vodnika ter  $I_r$  ekvivalentni tok v rotorju.

Enačbo za vrtilni moment (2.79) lahko preoblikujemo, tj. napišemo kot funkcijo inducirane napetosti oziroma padca napetosti  $E_{Rr}$  ( $E_{Rr} = I_r R_r / s$ ) v rotorju na nadomestnem uporu  $R_r/s$ . To smo že prikazali v podobni enačbi (2.22) za izračun vrtilnega momenta motorja s kratkostično kletko. Rotorski tok  $I_r$  oziroma  $I_r'$  je nasproten statorskemu toku  $I_s$  in je s tem padec napetosti  $E'_{Rr}$  ( $E'_{Rr} = I_r' R'_r / s$ ) nasprotnega predznaka kot inducirana napetost zaradi vrtilnega (glavnega) magnetnega polja  $E_m = E_s = E_r'$ . Inducirana napetost  $E_m$ , ki je prikazana kot padec napetosti na glavni oziroma magnetilni reaktanci  $X_m$  (sl. 2.45), je po velikosti:  $E_m \neq E'_{Rr}$ . Preoblikovana enačba vrtilnega momenta (2.79) za  $\omega_s = \omega$  je:

$$M = \frac{3p}{\omega} E'_{Rr} I_r' = \frac{3p}{\omega} E_{Rr} I_r. \quad (2.81)$$



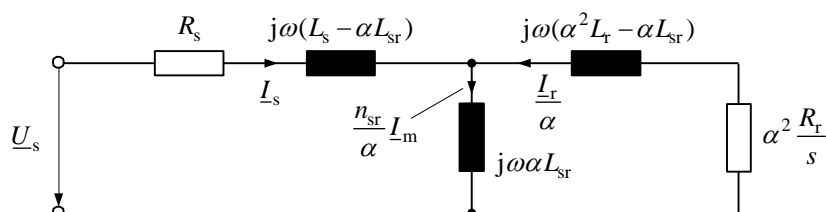
Sl. 2.45 Običajno nadomestno vezje

Razlika med enačbama (2.22) in (2.81) je v vrednosti inducirane napetosti. Ta je v enačbi (2.22) dejanska inducirana napetost v navitju rotorja kot posledica vrtilnega polja zračne reže, v enačbi (2.81) pa je napetost na nadomestnem uporu rotorja, ki predstavlja moč oziroma vrtilni moment magnetnega polja zračne reže. Zadnja

enačba je podobna tudi izrazu za vrtilni moment sinhronskega stroja, če je kot  $\gamma$  med tokom in notranjo inducirano napetostjo, tj. napetostjo polovega kolesa, enak nič. V sinhronskem stroju spreminjamo inducirano napetost polovega kolesa  $E_p$  in s tem vrtilni moment direktno s tokom vzbujanja. Tudi v asinhronskem motorju bi želeli neodvisno spreminjanje napetosti  $E'_{Rr}$ . V kolikor bi to lahko dosegli, pomeni, da bi spreminjali vrtilni moment podobno kot pri sinhronskem stroju. Pripomniti je treba, da je fazni kot med  $E'_{Rr}$  in  $I'_r$  samodejno nič in da je zato v asinhronskem stroju samodejno dosežen tudi pogoj  $\gamma = 0$  (za stacionarno obratovanje stroja).

### 2.6.1.2 Modificirano nadomestno vezje

Nadomestno vezje na sliki 2.45 ni najbolj uporabno. Mogoča so tudi drugačna nadomestna vezja. S pomočjo enačb (2.32a) in (2.32c) lahko izrazimo statorsko in rotorsko razsipano reaktanco kot razliko lastne in medsebojne reaktance med statorjem in rotorjem (tj. na rotor transformirane magnetilne reaktance). Tako dobimo modificirano (preoblikovano) nadomestno vezje, ki je prikazano na sliki 2.46. Za transformacijsko konstanto  $\alpha$  lahko na splošno izberemo poljubno vrednost, razen vrednosti nič. Zato lahko dobimo poljubno število nadomestnih vezij.

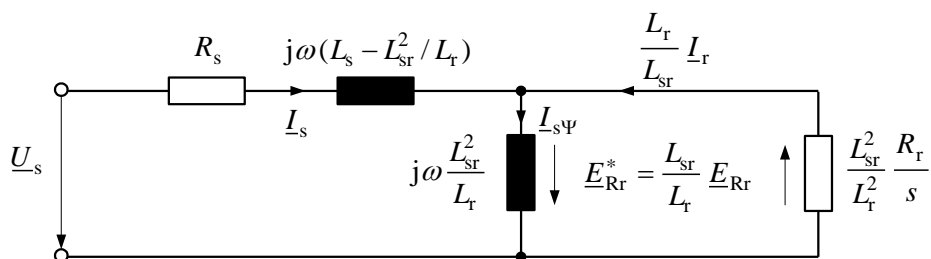


Sl. 2.46 Modificirano (preoblikovano) nadomestno vezje

Za primer, ko je  $\alpha = n_{sr}$ , tj. enak razmerju efektivnih statorskih in rotorskih ovojev po enačbi (2.5), dobimo ponovno vezje na sliki 2.45.

Posebno učinkovita je izbira konstante, ko nam v vezju izgine razsipana reaktanca v rotorskem tokokrogu. Konstanto  $\alpha$  izračunamo iz pogoja  $\alpha^2 L_r - \alpha L_{sr} = 0$  (tj. glede na sliko 2.46) kot razmerje  $\alpha = L_{sr} / L_r = X_{sr} / X_r$ .

S takšno izbiro razmerja  $\alpha$  dobimo nadomestno vezje na sliki 2.47. Namesto običajnega magnetilnega toka je na sliki 2.47 prikazan novi magnetilni tok  $I_{s\psi} = n_{sr} I_m / \alpha$ . Novi tok v rotorju je sedaj  $1/\alpha$  krat dejanski tok rotorja in nova napetost v rotorju je  $\alpha$  krat prvotna napetost rotorja. Ta nova napetost je priključena na sponke nove magnetilne (glavne) reaktance in je s tem neposredno povezana s fluksom rotorja, ki povzroči napetost  $E_{Rr}$ . Novo nadomestno vezje ponazarja obnašanje stroja kot posledico rotorskega magnetnega polja (kot v sinhronskem stroju), medtem ko običajno vezje ponazarja magnetno polje zračne reže in s tem dejansko inducirano napetost v navitju statorja ali rotorja stroja. Običajno nadomestno vezje ima zato tudi fizikalno ozadje.



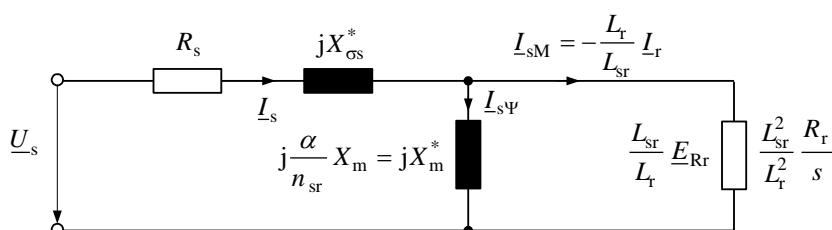
Sl. 2.47 Nadomestno vezje brez rotorske razsipane reaktance

Nadomestno vezje (sl. 2.47) lahko dodatno preuredimo v vezje na sliki 2.48a, če uvedemo tranzientni parameter stroja. Ta je definiran kot statorska reaktanca idealnega kratkega stika in podan z enačbo:

$$X_{os}^* = \omega L_{os}^* = \omega \left( L_s - \frac{L_{sr}^2}{L_r} \right) = \omega L_s \left( 1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r'} \right) = \sigma X_s = X_{oi}. \quad (2.82)$$

V enačbi (2.82) je  $L_{sr}^2 / L_r = \left( L_{sr}^2 / L_r \right) \left( n_{sr}^2 / n_{sr}^2 \right) = L_m^2 / L_r' = L_m^*$  in  $\sigma$  faktor celotnega razsipanja stroja (enačba 2.44).

Indeks zvezdica na levi strani enačbe (2.82) sedaj ne pomeni relativno, ampak prehodno (tranzientno) vrednost reaktance, ki je poznana v prehodnih pojavih.

Sl. 2.48a Nadomestno vezje, ki prikazuje komponento toka vrtilnega momenta  $I_{sM}$  in komponento toka magnetnega sklepa  $I_{s\Psi}$ 

Referenčno razmerje  $\alpha$  lahko podamo tudi kot:

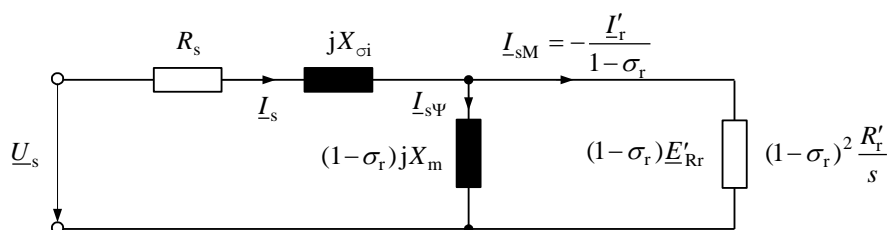
$$\alpha = \frac{L_{sr}}{L_r} = \frac{(L_r - L_{Gr}) n_{sr}}{L_r} = \left( 1 - \frac{L_{Gr}}{L_r} \right) n_{sr} = \left( 1 - \frac{L_{Gr}'}{L_r'} \right) n_{sr} = (1 - \sigma_r) n_{sr} \approx \left( 1 - \frac{\sigma}{2} \right) n_{sr} \quad (2.83)$$

oziroma  $\alpha / n_{sr} = 1 - \sigma_r$ .  $\sigma_r$  je faktor rotorskega razsipanja ( $\sigma_r = L_{Gr}' / L_r' \approx L_{Gr}' / L_m$ ).

Vezje na sliki 2.48a je mogoče prikazati z upoštevanjem enačb (2.83), (2.34a) in (2.34c) tudi z rotorskimi veličinami reduciranimi na stator (sl. 2.48b). Vezje na sliki 2.48b ima to prednost, da so v njem vse veličine reducirane na stator in jih je mogoče kot take tudi meriti. To je prednost v primeru motorja s kratkostično kletko, pri katerem rotorskih veličin ni mogoče meriti neposredno, ampak le posredno.

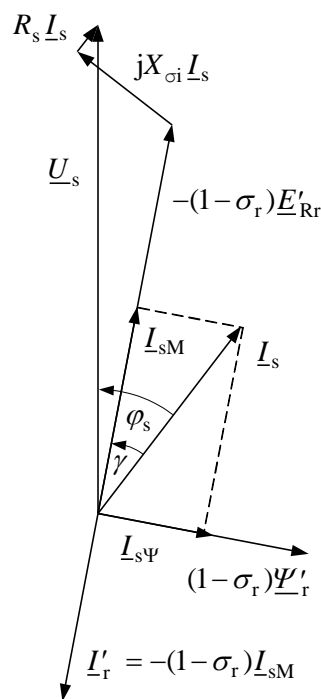
Očitno je, da je statorski tok sedaj razdeljen na dve komponenti, in sicer eno, ki predstavlja tok skozi magnetilno reaktanco, označeno z  $I_{s\Psi} = I_s \sin \gamma$ , in drugo skozi

rotorsko upornost, ki predstavlja vrtilni moment (navor) označeno z  $I_{sM} = I_s \cos \gamma$ . V anglo-ameriški literaturi je ta komponenta označena z  $I_{sT}$  ( $T = Torque$ ).



Sl. 2.48b Nadomestno vezje s komponentama statorskega toka  $I_{sM}$  in  $I_{s\Psi}$  ter rotorskimi veličinami reduciranimi na stator

Ti dve komponenti sta v stacionarnem obratovanju pravokotni. Zato je mogoč prehod tudi na  $d-q$  komponente kot v sinhronskih strojih. Nadomestni vezji sta v obeh primerih sicer identični, vendar je njuna ponazoritev povsem različna. V  $d-q$  komponentah so namreč veličine enosmerne, torej temenske vrednosti, in je  $d$ -os vezana fiksno na rotorski magnetni sklep. Kazalčni diagram na sliki 2.49, ki sledi iz vezja (sl. 2.48a in b), predstavlja fazorje  $I_{s\Psi}$  in  $I_{sM}$  referenčno vezane na stator, njihova velikost je za  $\sqrt{2}$  manjša od  $I_{sd}$  in  $I_{sq}$ , torej je:  $I_{s\Psi} = I_{sd} / \sqrt{2}$  in  $I_{sM} = I_{sq} / \sqrt{2}$ . Z obema komponentama statorskega toka lahko vodimo (kontroliramo) rotorski magnetni sklep in vrtilni moment, kot bomo spoznali v naslednjem poglavju.



Sl. 2.49 Kazalčni diagram za napetosti, tokove in magnetni sklep

## 2.6.2 Spreminjanje vrtilnega momenta s komponentama statorskega toka

Napetost  $E_{Rr}^*$  je na stator reducirani padec napetosti na rotorski nadomestni upornosti  $R_r / s$  in je tudi enaka časovni spremembi rotorskega magnetnega sklepa:

$$\underline{E}_{Rr}^* = -j\omega \frac{\underline{\Psi}_r^*}{\sqrt{2}} = \frac{L_r}{L_{sr}} I_r \left( \frac{L_{sr}}{L_r} \right)^2 \frac{R_r}{s} = \frac{L_{sr}}{L_r} I_r \frac{R_r}{s} = \alpha \underline{E}_{Rr}. \quad (2.84)$$

V enačbi (2.84) lahko reducirane vrednosti tudi izpustimo in pišemo:

$$\underline{E}_{Rr} = -j\omega \underline{\Psi}_r / \sqrt{2}. \quad (2.84a)$$

Glede na sliko 2.47 in sliko 2.48a je tok  $\underline{I}_{s\Psi}$  ( $\underline{I}_{s\Psi} = n_{sr} \underline{I}_m / \alpha$ ) podan z enačbo:

$$\underline{I}_{s\Psi} = -\frac{\underline{E}_{Rr}^*}{j\omega \frac{L_m^2}{L_r'}} = -\frac{\frac{L_{sr}}{L_r} \underline{E}_{Rr}}{j\omega \frac{L_{sr}}{L_r} L_{sr}} = -\frac{\underline{E}_{Rr}}{j\omega L_{sr}}. \quad (2.85)$$

Iz enačb (2.84a) in (2.85) izračunamo rotorski (efektivni) magnetni sklep:

$$\Psi_r = L_{sr} I_{s\Psi} \quad (2.86)$$

oziroma na stator reducirano vrednost sklepa kot funkcijo toka

$$\Psi_r^* = L_m^* I_{s\Psi} = \alpha L_{sr} I_{s\Psi} = \alpha \Psi_r = (1 - \sigma_r) n_{sr} \Psi_r = (1 - \sigma_r) \Psi_r'. \quad (2.86a)$$

Enačba (2.86a) je upoštevana tudi na sliki 2.49.

Komponento toka  $I_{sM}$  za vrtilni moment dobimo neposredno iz slike 2.48a kot izraz:

$$I_{sM} = |\underline{I}_{sM}| = \frac{L_r}{L_{sr}} I_r = \frac{I_r}{\alpha}. \quad (2.87)$$

Enačbo za vrtilni moment stroja (2.81) izrazimo s pomočjo (2.85) in (2.87) ter (2.86a):

$$M = \frac{3p}{\omega} (\omega L_{sr} I_{s\Psi}) \left( \frac{L_{sr}}{L_r} I_{sM} \right) = 3p \alpha L_{sr} I_{s\Psi} I_{sM} = 3p L_m^* I_{s\Psi} I_{sM}. \quad (2.88)$$

Končna enačba (2.88) predstavlja vrtilni moment, ki je funkcija obeh komponent statorskega toka. Izraz je podoben izrazu pri sinhronskem stroju z orientacijo polja (in enosmernem stroju), s tem da ima sedaj komponenta  $I_{s\Psi}$  vlogo vzbujalnega toka in  $I_{sM}$  vlogo statorskega toka (toka kotve ali "armature"  $I_a$ ).

Glede na enačbo (2.84) ter (2.87) velja, da je vrtilni moment tudi enak produktu:

$$M = \frac{3p}{\omega} E_{Rr} \left( \frac{L_{sr}}{L_r} I_{sM} \right) = \frac{3p}{\omega} E_{Rr}^* I_s \cos \gamma = 3p \Psi_r^* I_{sM}. \quad (2.88a)$$

Pomembno je še pokazati, da lahko glede na nadomestno vezje na sliki 2.48a izračunamo povezavo med komponento toka  $I_{sM}$  in napetostjo  $E_{Rr}$  v obliki:

$$\underline{I}_{sM} = -\frac{\frac{L_{sr}}{L_r} \underline{E}_{Rr}}{\frac{L_{sr}^2}{L_r^2} \frac{R_r}{s}} = -\frac{L_r}{L_{sr}} \frac{s \underline{E}_{Rr}}{R_r}. \quad (2.89)$$

S kombinacijo enačb (2.85) in (2.89) dobimo povezavo med obema komponentama toka  $I_{s\Psi}$  in  $I_{sM}$ :

$$\underline{I}_{sM} = j \frac{L_r}{R_r} s \omega \underline{I}_{s\Psi} = j \frac{L_r'}{R_r'} s \omega \underline{I}_{s\Psi}. \quad (2.90)$$

Ta povezava je posledica dejstva, da sta napetost na magnetilni (medsebojni) reaktanci in na nadomestni (fiktivni) rotorski upornosti enaki. Torej lahko z obema komponentama toka po enačbi (2.88) spreminjamo vrtilni moment. Z obema komponentama toka je hkrati določena tudi slipna kotna frekvenca. S preureditvijo enačbe (2.90) dobimo izraz za slipno kotno frekvenco:

$$s\omega = \frac{R'_r I_{sM}}{L'_r I_{s\Psi}} = \frac{R_r I_{sM}}{L_r I_{s\Psi}} = \frac{1}{\tau_r} \frac{I_{sM}}{I_{s\Psi}}. \quad (2.91)$$

$\tau_r$  v enačbi (2.91) je časovna konstanta spremembe rotorskih veličin.

Skladno z enačbo (2.88) mora spremembe slipa spremljati ustrezna sprememba vrtilnega momenta glede na  $I_{s\Psi}$  in  $I_{sM}$ . Ta relacija je enostavno izraz dejstva, da statorski tok in slipna kotna frekvenca popolnoma določata vrtilni moment.

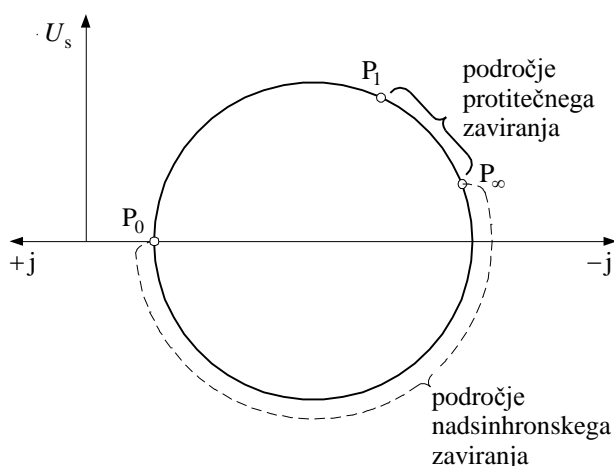
Posebna vloga komponent statorskega toka je določanje magnetnega polja in vrtilnega momenta. Ko izberemo obe komponenti toka, nam s tem po enačbi (2.91) le ena vrednost slipa zagotavlja ustrezen vrtilni moment in magnetni sklep. Vse povedano velja le v stacionarnem obratovanju. Enak koncept je mogoče uporabiti tudi v tranzientnih (prehodnih) pogojih obratovanja in je torej osnova za "indirektno orientacijo polja". Seveda je mogoče doseči spreminjanje vrtilnega momenta tudi s pomočjo magnetnega polja zračne reže, ki je posledica magnetilnega toka  $I_m$  in toka v rotorju  $I_r$ , vendar ta koncept ni primeren v prehodnih pogojih obratovanja. Npr. porast vrtilnega momenta zahteva porast razsipanega magnetnega polja v rotorju, medtem ko ima glede na modificiran model (vezje) pravokotna komponenta rotorskega magnetnega sklepa že ustrezno velikost in ne pride do prehodnega pojava.

Primer spreminjanja vrtilnega momenta z magnetnim poljem zračne reže ustreza obratovanju sinhronskega stroja pri vodenju kota ( $\gamma \neq 0$ ), kjer se menja vrtilni moment po prehodnem pojavu namesto trenutne spremembe vrtilnega momenta, če je  $\gamma = 0$ .

## 2.7 ZAVIRANJE ASINHRONSKIH STROJEV

Pri malih motorjih uporabljamo tudi mehanske zavore, da motor zaustavimo. Te zavore so navadno vgrajene v sam motor in se pri vklopu motorja na omrežje sprostijo, pri izklopu z omrežja pa zavirajo. Primer je izvedba na sliki 2.74. Iz teorije asinhronskega stroja vemo, da lahko ta deluje kot motor, zavora ali generator. Pri električnem zaviranju koristimo zavorno področje, tj. protitečno zaviranje, in področje generatorja, tj. nadsinhronsko zaviranje, kot je prikazano na krožnem diagramu na sliki 2.50.





Sl. 2.50 Krožni diagram s področji protitečnega in nadsinhronskega zaviranja

### 2.7.1 Protitečno zaviranje

Nastopi v področju  $s > 1$ ,  $n < 0$ , ko je  $P_\delta > 0$  in  $P_m < 0$  (glej sliko 2.19). Stroj jemlje moč tako z mehanske kot z električne strani. Ta moč se v stroju ali tudi v zunanjih uporih, slednje velja za motorje z drsnimi obroči, pretvarja v toploto. Pri tem moramo zamenjati fazno zaporedje napetosti na statorskih navitjih, da se vrtilno magnetno polje vrtilni v nasprotno smer kot rotor. Z velikimi dodatnimi upori  $R_{\text{dod}}$  v rotorskem krogu dobimo v področju, ki nas zanima,  $s = 1$  do  $s = 2$ , linearno odvisnost  $M = f(s)$  oziroma linearno karakteristiko  $M = f(n)$ . S protitečnim zaviranjem lahko motor ustavimo ( $n = 0$  oziroma  $s = 1$ ).

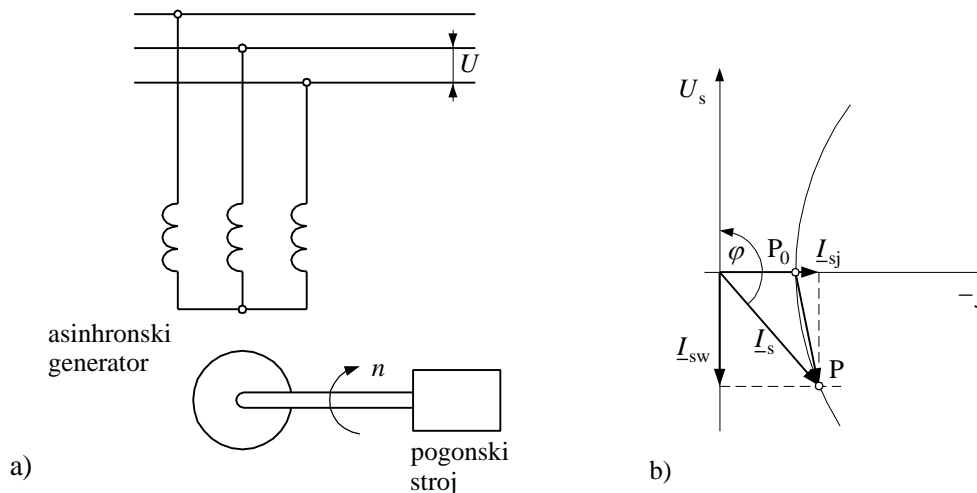
### 2.7.2 Generatorsko zaviranje

Nastopi v področju  $s < 0$ ,  $n > n_s$  ( $P_\delta < 0$ ) takoj, ko rotor motorja zaradi zunanjega bremena pospeši preko sinhronizma. Delovna točka preide v področje negativnih vrtilnih momentov in stroj preide v generatorski režim obratovanja – imamo torej koristno zaviranje, saj oddaja pri zaviranju nastalo električno energijo nazaj v električno omrežje. To je stacionarno zavorno obratovanje, toda s tem zaviranjem motorja ni mogoče spraviti v mirovanje, ustaviti ga na  $n = 0$ . Ta vrsta zaviranja se uporablja tudi za kontrolirano spuščanje bremena pri dvigalih. Imenujemo jo nadsinhronsko vezje za zaviranje pri spuščanju. Ker se mora vrtilno polje vrteti v smislu vrtenja rotorja, je nujno, da zamenjamo fazno zaporedje napetosti na statorskih navitjih glede na fazno zaporedje, ki smo ga imeli pri dviganju.

## 2.8 ASINHRONSKI GENERATOR

### 2.8.1 Asinhronski generator na togem omrežju

Asinhronski stroj vežemo na togo omrežje in poganjamo s pogonskim strojem (turbino – slika 2.51).



Sl. 2.51 Asinhronski generator: a) na togem omrežju  
b) obratovalna točka na krožnici

Pogonski stroj povezan z gredjo rotorja lahko dovaja le delovno, tj. vatno moč  $P_{Gs} = m_s U_s I_s \cos \varphi$ , jalovo moč  $Q_{Gs} = m_s U_s I_s \sin \varphi$  pa mora dovajati omrežje, ki mora imeti izvore jalove moči (sinhronski generator, kompenzator ali kondenzatorji). To je pomanjkljivost asinhronskega generatorja. Njegova prednost je, da ni vezan na konstantno število vrtljajev kot sinhronski generator, saj se mu z večanjem obremenitve večja število vrtljajev  $n > n_s$  (maksimalno do  $n = 2n_s$  ali  $s = -1$ ), za to pa mora poskrbeti pogonski stroj s svojo regulacijo. Tudi regulatorja napetosti ne potrebuje, razen tega je enostavne konstrukcije, saj ima kratkostični rotor in to so njegove prednosti.

Asinhronski generator brez omrežja, ki mu dovaja jalovo moč, predvsem za ustvarjanje vrtilnega polja, praviloma ne deluje. Jalova moč se potroši:

1. za gradnjo razsipanih magnetnih polj statorskih navitij  $Q_{Gos} = m_s I_s^2 X_{os}$ ,
2. za gradnjo osnovnega magnetnega polja stroja  $Q_{Gms} = m_s U_s I_{sm} \approx m_s I_{sm}^2 X_m$ ,
3. za gradnjo razsipanih magnetnih polj rotorskih navitij  $Q_{Gor} = m_s I_r'^2 X_{or}' = m_r I_r^2 X_{or}$ .

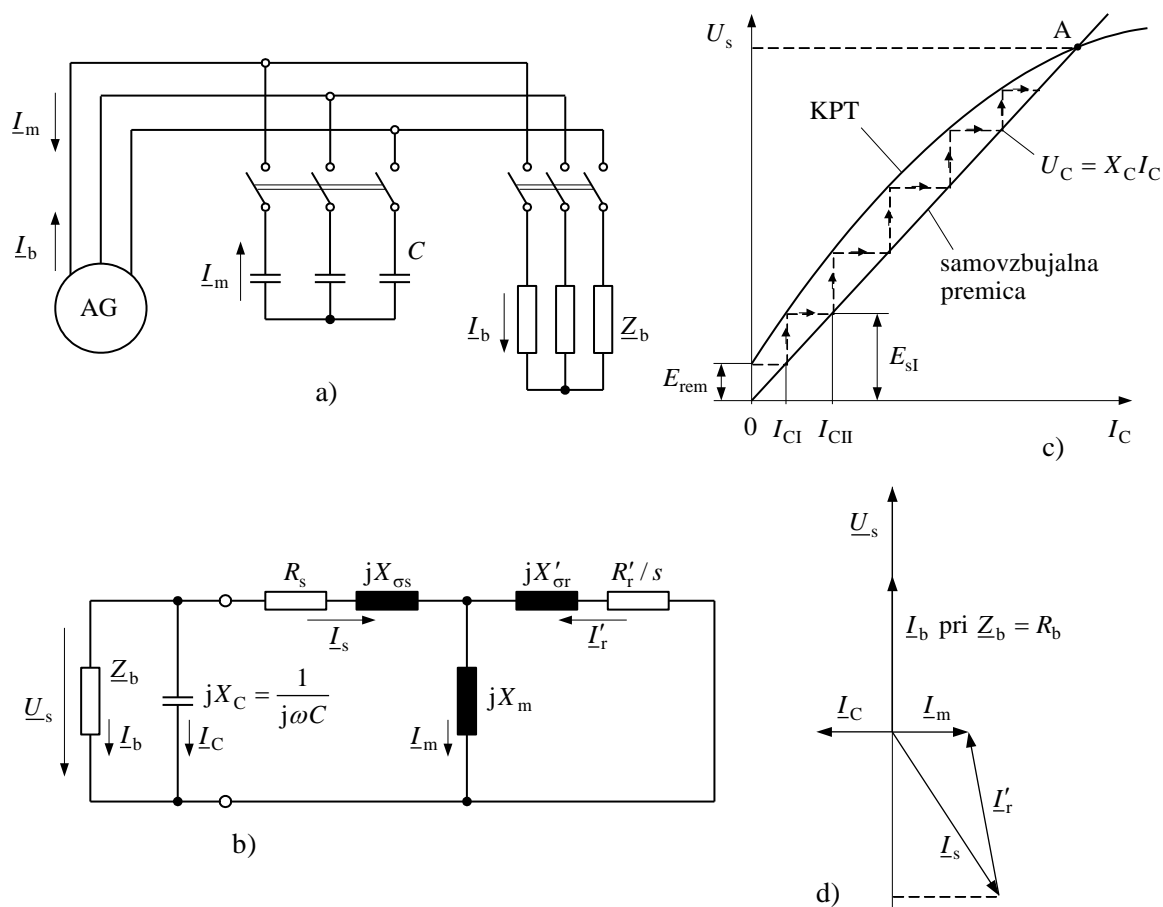
Iz kazalčnega diagrama na sliki 2.51b je razvidno, da je komponenta toka  $I_{sj} = I_s \sin \varphi$  večja od same vrednosti magnetilnega toka  $I_{sm}$ .

Zaradi teh lastnosti se asinhronski generatorji uporabljajo kot dodatni izvori vatne energije manjših moči, za izkoriščanje rezervnih energetskih virov (reke in potoki z majhnimi količinami in padci vode, glej sliko 2.76).

## 2.8.2 Samovzbujalni asinhronski generator na lastnem omrežju

Samovzbujalni asinhronski generator se uporablja za manjše moči nizkih napetosti; to se lahko izkoristi brez posebnega strokovnega nadzora za manjša gospodarstva (kmetije, planinski domovi ipd.) z lastnim omrežjem, ki je lahko le potrošnik

energije, tj. s pasivnim omrežjem. Asinhronski generator se sam vzbudi, izvor jalove moči je na pasivno omrežje priključena kondenzatorska baterija (sl. 2.52a).



Sl. 2.52 a) Stikalna shema, b) nadomestno vezje generatorja z bremensko upornostjo  $Z_b$  in kondenzatorjem, c) potek samovzbujanja, d) kazalčni diagram

Predpogoj za samovzbujanje je remanentni magnetizem v magnetnem krogu stroja, ki pri vrtenju rotorja inducira v statorskem navitju remanentno napetost  $E_{rem}$ , ta pa sproži tok v kondenzatorju. Ta tok, ki teče skozi statorska navitja, povzroči vrtilne amper-ovoje vzbujanja, katerih posledica je vrtilno magnetno polje. Stikalna shema, nadomestno vezje generatorja z bremensko upornostjo  $Z_b$  in kondenzatorjem ter potek samovzbujanja so prikazani na sliki 2.52b.

Na osnovi elementov nadomestnega vezja  $X_{\sigma s}$ ,  $X'_{gr}$  in  $X_m$  in ravnotežja reaktivnih moči je mogoče določiti potrebno reaktivno moč in potrebno kapacitivnost kondenzatorja. Proces samovzbujanja poteka upošteva karakteristiko prostega teka stroja KPT z remanentno napetostjo  $E_{rem}$ , ki povzroči v kondenzatorju tok:

$$I_{CI} = \frac{E_{rem}}{X_C} = \omega C E_{rem}. \quad (2.92)$$

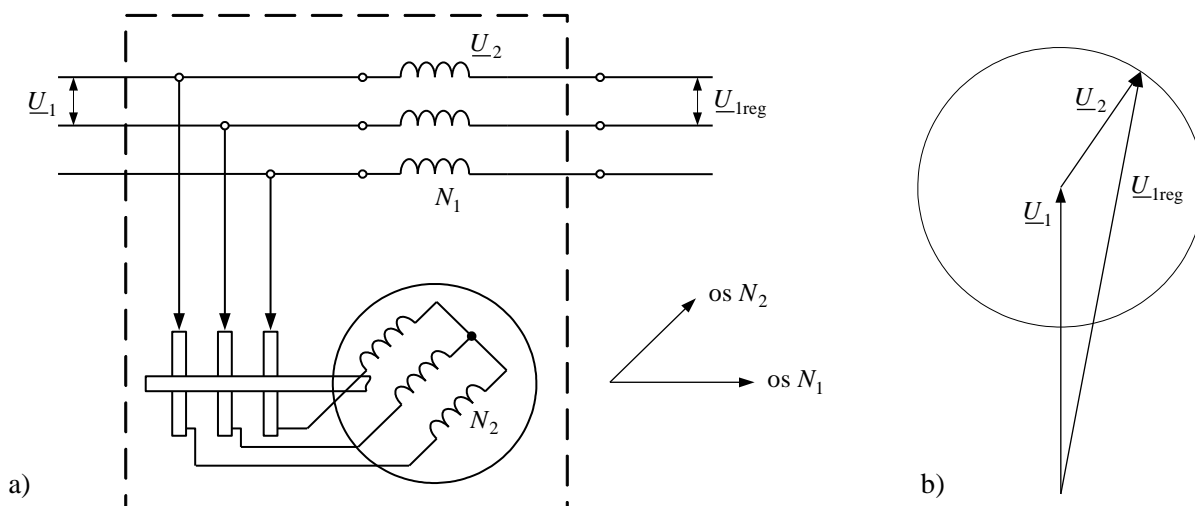
Ta tok, ki teče skozi statorska navitja, inducira napetost  $E_{sI}$ , ki povzroči tok  $I_{CII}$ .

Ta proces se odvija, dokler je  $(X_{os} + X_m)I_C > X_C I_C$  in se zaključi, ko nastopi ravnotežje v točki A:  $(X_{os} + X_m)I_C = X_C I_C$ . Če so na omrežju potrošniki jalove moči (asinhronski motorji), moramo  $C$  povečati.

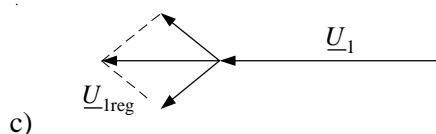
## 2.9 VRTILNI TRANSFORMATOR

Vrtilni transformator je  $m_1 > 2$  fazni, ponavadi  $m_1 = 3$  fazni asinhronski stroj z drsnimi obroči, tj. z  $m_2 = 3$  faznim navitjem na rotorju, ki miruje ( $n = 0$ ) v raznih položajih, tako da imata osi statorskega in rotorskega navitja različen medsebojni položaj in enako tudi kazalci njihovih napetosti. Enak vrtilni fluks inducira napetosti v vseh treh faznih navitjih. Pri normalnem trifaznem transformatorju imamo v treh stebrih tri medsebojno fazno premaknjene izmenične flukse. Torej je vrtilni transformator stroj z vrtilnim fluksom. Uporablja se za spreminjanje napetosti v omrežju in v laboratorijih.

Enostavna izvedba je podobna motorju s tremi drsnimi obroči (sl. 2.53a). V tem primeru priključimo preko drsnih obročev in ščetk rotorsko navitje na omrežje, to je sedaj primarno navitje; statorsko navitje pa vežemo v serijo z omrežnimi vodniki, tako da se v njem inducirana napetost  $\underline{U}_2$  vektorsko sešteva z omrežno napetostjo  $\underline{U}_1$  v novo napetost  $\underline{U}_{1reg} = \underline{U}_1 + \underline{U}_2$  (sl. 2.53b). Za laboratorijsko delo je zanimiva izvedba z  $\underline{U}_2 = \underline{U}_1$  in tako lahko napetost glede na položaj rotorja, to je fazno lego  $\underline{U}_2$ , doseže dve ekstremni vrednosti:  $\underline{U}_1 + \underline{U}_2 = 2\underline{U}_1$  ali  $\underline{U}_1 - \underline{U}_2 = 0$ . Dobimo tudi fazni premik med  $\underline{U}_1$  in  $\underline{U}_{1reg}$ .



Sl. 2.53 a) Vrtilni transformator, b) kazalčni diagram



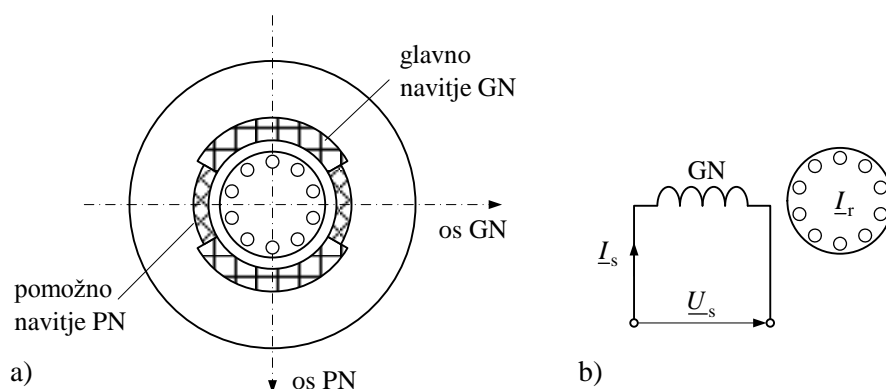
Sl. 2.53c Kazalčni diagram

Če želimo sofaznost med  $\underline{U}_1$  in  $\underline{U}_{1reg}$  (sl. 2.53c), uporabimo konstrukcijo z dvema rotorjema, ki ju premikamo (vrtimo) v nasprotnih smereh.

## 2.10 ENOFAZNI ASINHRONSKI MOTORJI

Enofazne asinhronske motorje gradimo za manjše moči do približno 2,2 kW, ker večjih moči zaradi enofazne obremenitve omrežja in padcev napetosti pri zagonu distribucija električne energije ne dopušča.

Enofazni motorji so motorji z enim statorskim navitjem, ki navadno zaseda  $2/3$  utorov pola in s tem tudi  $2/3$  vseh utorov statorja (podobno kot vzbujalno navitje cilindričnega rotorja sinhronskega stroja). Kot vemo iz teorije navitij, se v takem navitju inducira teoretično 0,866-kratna napetost (zaradi razporeditve navitja v pasu  $120^\circ$ ) glede na trifazno navitje, ki zaseda vse utore statorja. Masa enofaznega navitja statorja je približno  $2/3$  mase trifaznega navitja statorja. Rotor ima vedno kratkostično kletko. To dvotretjinsko navitje imenujemo tudi glavno navitje (GN).



Sl. 2.54 a) Razporeditev navitja enofaznega motorja, b) shema vezja glavne faze

Neizkoriščeno  $1/3$  statorskih utorov po potrebi navijemo s pomožnim navitjem (PN), katerega os je za  $90^\circ$  (električnih) premaknjena glede na os glavnega navitja, to je eden od pogojev za dvofazno vzbujanje vrtilnih fluksov. Z ustreznim številom ovojev pomožnega navitja in tokom skozenj ustvarita obe navitji dvofazno vrtilno polje (sicer nesimetrično). Za njegov osnovni val je znano, da se vrti le v eno smer in ta efekt izkoriščamo za zagon enofaznih motorjev.

### 2.10.1 Način delovanja motorja brez pomožne faze

V primeru, da ima motor samo eno (glavno) navitje (sl. 2.54b), priključeno na enofazno napetost  $U = U_s$  sinusne oblike, ta diktira izmenični fluks  $\Phi_g$  v stroju. Prostorsko gledano, glavni fluks miruje in se spreminja le njegova amplituda v ritmu frekvence omrežja. Fluks vzbujajo rezultirajoči amper-ovoji  $\Theta_{rez} = \Theta_s + \Theta_r$ , povzročeni s tokovi v statorju in rotorju. Osnovni val teh rezultirajočih amper-ovojev  $\Theta_{rez1}$  povzroči v zračni reži gostoto magnetnega pretoka  $B_1$ , ki je funkcija krajevne razdelitve po obodu stroja "x" in časovna funkcija spreminjanja amplitude v ritmu frekvence omrežja  $f$ :

$$b_1 = f(x_s, t) = \hat{B}_1 \cos\left(\frac{\pi}{\tau_p} x_s\right) \cos(2\pi f t). \quad (2.93)$$

Iz teorije enofazno vzbujanih magnetnih polj je znano, da se takšno prostorsko mirujoče in časovno spreminjajoče se magnetno polje da razstaviti na dve nasproti vrteči se magnetni polji sinhronske hitrosti (obodne, kotne ali števila vrtljajev) in konstantne amplitude, tj. vrtilni polji. V koordinatnem sistemu statorja, ki ima v simetrali pola (glavne faze)  $x_s = 0$ , velja enačba (2.93) in od tod dobimo:

$$b_1(x_s, t) = \frac{\hat{B}_1}{2} \cos\left(\frac{\pi}{\tau_p} x_s - 2\pi f t\right) + \frac{\hat{B}_1}{2} \cos\left(\frac{\pi}{\tau_p} x_s + 2\pi f t\right). \quad (2.93a)$$

$\xrightarrow{\text{pozitivno}} \qquad \qquad \qquad \xleftarrow{\text{negativno}}$

V koordinatnem sistemu rotorja bi z relacijo za vrednost  $x_s = x_r + vt = x_r + 2p\tau_p nt$ , kjer je  $v$  hitrost vrtenja rotorja, vstavili vrednost za  $x_s$  v enačbo (2.93a). Z upoštevanjem enačbe za vrtljaje (2.13)  $n = n_s(1-s)$  in  $n_s = \frac{f}{p} = \frac{2\pi f}{2\pi p} = \frac{\omega}{2\pi p}$  dobimo:

$$b_1(x_r, t) = \frac{\hat{B}_1}{2} \cos\left(\frac{\pi}{\tau_p} x_r - s\omega t\right) + \frac{\hat{B}_1}{2} \cos\left(\frac{\pi}{\tau_p} x_r + (2-s)\omega t\right). \quad (2.93b)$$

Glede na obe vrtilni polji polovičnih amplitud se pojavijo v statorskem navitju naslednje napetosti: a) padec napetosti na ohmski upornosti in razsipani reaktanci, b) inducirana napetost zaradi pozitivno in c) inducirana napetost zaradi negativno vrtečega magnetnega polja. Zato lahko napišemo naslednjo napetostno enačbo:

$$U = U_s = (R_s + jX_{\sigma s})\underline{I}_s + j\frac{X_m}{2}(\underline{I}_s + \underline{I}'_{rp}) + j\frac{X_m}{2}(\underline{I}_s + \underline{I}'_m). \quad (2.94)$$

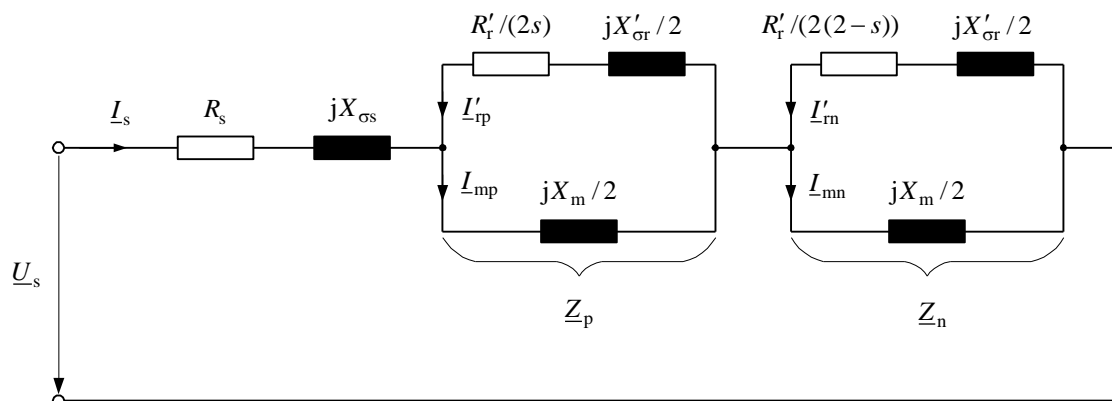
Glavna reaktanca ima zaradi polovičnih amplitud magnetnega polja polovično vrednost oziroma imata polovični vrednosti tudi ustrezni inducirani napetosti.

V rotorskem navitju imamo aktivni obe vrtilni polji. Z rotorjem v isto smer vrteče se magnetno polje inducira v rotorju napetost frekvenca  $sf$ , proti smeri vrtenja rotorja vrteče se magnetno polje pa inducira napetost frekvenca  $(2-s)f$ . Zato moramo napisati dve napetostni enačbi, in sicer prvo za pozitivno in drugo za negativno komponento magnetnega polja. Napetostni enačbi predstavljata padec napetosti na ohmski upornosti rotorja, razsipani reaktanci in inducirani napetosti zaradi pozitivne oziroma negativne komponente magnetnega polja. Napetostni enačbi kratkosklenjenega rotorskega navitja sta:

$$0 = \left(\frac{R'_r}{2} + j\frac{sX'_{\sigma r}}{2}\right)\underline{I}'_{rp} + j\frac{sX_m}{2}(\underline{I}_s + \underline{I}'_{rp}), \quad (2.95a)$$

$$0 = \left( \frac{R'_r}{2} + j \frac{(2-s)X'_{\sigma r}}{2} \right) \underline{I}'_m + j \frac{(2-s)X_m}{2} (\underline{I}_s + \underline{I}'_m). \quad (2.95b)$$

Polovice v rotorskih enačbah lahko tudi izpustimo, vendar je bolj smiselno, če jih zaradi podobnosti s statorsko enačbo obdržimo. S polovicami je mogoče deliti tudi tokove namesto upornosti, to se najde v literaturi o enofaznih motorjih brez pomožne faze. Enačbam (2.94), (2.95a) in (2.95b) ustreza nadomestno vezje na sliki 2.55, če predhodno delimo rotorski enačbi s slipom  $s$  oziroma  $(2-s)$ .

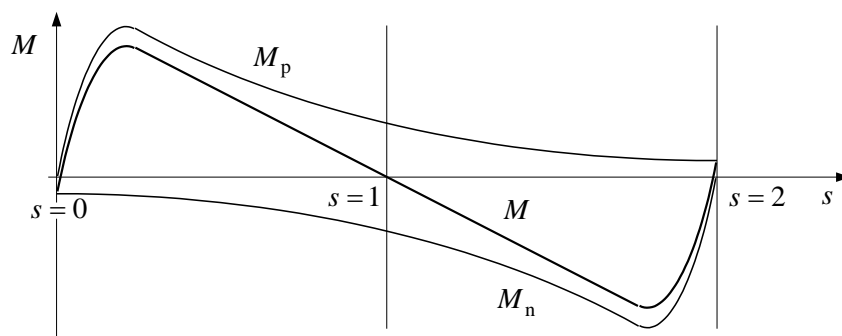


Sl. 2.55 Nadomestno vezje enofaznega motorja brez pomožne faze

### 2.10.1.1 Vrtilni moment enofaznega motorja brez pomožne faze

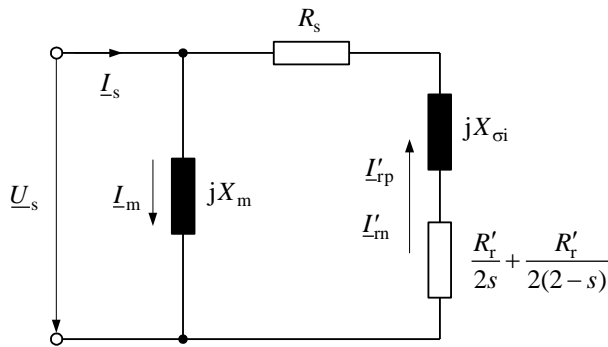
Vsako od polovičnih vrtilnih polj razvije v sodelovanju z rotorskimi tokovi vrtilni moment v smeri vrtenja vrtilnega polja. Ker so rotorski tokovi odvisni od frekvence zaradi frekvenčno odvisnih induktivnih upornosti ( $X_{\sigma r} = 2\pi f_r L_{\sigma r}$ ), vrtilna momenta obeh vrtilnih polj v splošnem nista enaka. Le pri  $s=1$  inducirata obe vrtilni polji napetosti enakih frekvenc, tako da imata vrtilna momenta enako vrednost in se torej kompenzirata. Ne razvije se noben zagonski vrtilni moment, torej se motor ne zavrti. Pozitivno ( $+n_s$ ) vrteče magnetno polje ima sinhronizem pri  $s=0$ , negativno ( $-n_s$ ) vrteče magnetno polje pa pri  $s=2$  za pozitivno vrteče magnetno polje.

Vrtilna momenta obeh magnetnih polj ter rezultirajoči vrtilni moment  $M$  so prikazani na sliki 2.56.



Sl. 2.56 Vrtilna momenta obeh magnetnih polj ter rezultirajoči vrtilni moment

Tako kot za trifazni asinhronski motor, ustrezno sliki 2.9c, lahko tudi za enofazni motor narišemo poenostavljeno nadomestno vezje (sl. 2.57).



Sl. 2.57 Približno nadomestno vezje motorja samo z glavnim navitjem

Za nadomestno vezje na sliki 2.55 velja naslednji izraz za vrtilni moment ( $m_s = 1$ ), ki ga dobimo podobno kot pri trifaznem motorju iz moči zračne reže za pozitivno in negativno vrteči komponenti magnetnega polja:

$$M = \frac{1}{\Omega_{ms}} (P_{\delta p} - P_{\delta n}) = \frac{1}{2\Omega_{ms}} \left( I'_{rp}{}^2 \frac{R'_r}{s} - I'_{rn}{}^2 \frac{R'_r}{2-s} \right). \quad (2.96)$$

Iz približnega nadomestnega vezja in ob poenostavitvi za majhne slipe, ker je tedaj  $2-s \approx 2$ , izračunamo vrednosti reduciranih rotorskih tokov:

$$I'_{rp} = I'_{rn} = \frac{U}{R_s + jX_{oi} + \frac{R'_r}{2} \left( \frac{1}{s} + \frac{1}{2} \right)}. \quad (2.97)$$

S pomočjo izraza za obe komponenti toka dobimo končno izraz za vrtilni moment enofaznega motorja (samo za glavno navitje):

$$M = \frac{U^2}{2\Omega_{ms} Z} \frac{1-0,5s}{Z \frac{s}{R'_r} + \frac{1}{Z} \frac{R'_r}{4s} + \frac{R_{sn}}{Z}} \quad (2.98)$$

pri tem je impedanca:  $Z = \sqrt{R_{sn}^2 + X_{oi}^2}$  in  $R_{sn} = R_s + R'_r/4$  ohmska upornost za negativno zaporedje. Če enačbo (2.98) odvajamo po slipe  $s$  in odvod izenačimo z nič, dobimo vrednost za omahni slip:

$$s_{om} \approx \pm \frac{R'_r}{2Z} \quad (2.99)$$

in  $s$  pozitivno vrednostjo omahnega slipa enačbo za omahni vrtilni moment za motorsko področje

$$M_{om} = \frac{U^2}{2\Omega_{ms} Z} \frac{1 - \frac{R'_r}{4Z}}{1 + \frac{R_{sn}}{Z}} \approx \frac{U^2}{2\Omega_{ms} X_{oi}}. \quad (2.100)$$



Desna stran enačbe velja za primer, če je  $R_{sn} \ll X_{\sigma i}$ .

Omahni vrtilni moment enofaznega motorja je odvisen od rotorske upornosti, to pa ne velja za motorje z  $m_s \geq 2$  faznim navitjem.

Kadar nastane enofazno obratovanje trifaznega motorja v vezavi zvezda zaradi izpada enega linijskega dovoda trifaznega omrežja, je fazna napetost  $U_s$  v enačbi (2.65a) postala enaka polovici linijske napetost  $U_s = \sqrt{3}U_f/2$  ter število faz  $m_s = 2$ . Zaradi razmerja  $R_s \ll X_{\sigma i}$  in  $R'_r \ll X_{\sigma i}$ , ki velja za enofazno ali večfazno obratovanje, dobimo vrednost omahnega vrtilnega momenta po enačbi (2.65a):

$$M_{om} \approx \frac{1}{2} \frac{3U_f^2}{2\Omega_{ms}} \frac{1}{X_{\sigma i}}. \quad (2.101)$$

Omahni vrtilni moment je za polovico manjši kot pri normalnem trifaznem obratovanju po enačbi (2.65a) za  $m_s = 3$ .

### 2.10.1.2 Zagon

Ker enofazni motor brez pomožne faze sam ne steče, moramo rotor ročno premakniti (zavrteti) in v smeri premika vrteče se magnetno polje oziroma rezultirajoči vrtilni moment  $M$  (sl. 2.56) rotor pospeši. Zagon rotorja dosežemo tudi s pomočjo pomožnega navitja, ki je vezano paralelno z glavnim navitjem. V pomožnem navitju teče tok  $I_{s3}$ , ki ima glede na tok  $I_{s1}$  nek fazni premik. Največji fazni premik dosežemo s kondenzatorjem, vezanim v serijo s pomožnim navitjem in se tako najbolj približamo idealnemu dvofaznemu magnetnemu polju, ki potegne rotor v želeno smer.

Izkustvene vrednosti zagonskega vrtilnega momenta glede na impedanco, vezane v serijo s pomožno fazo, so

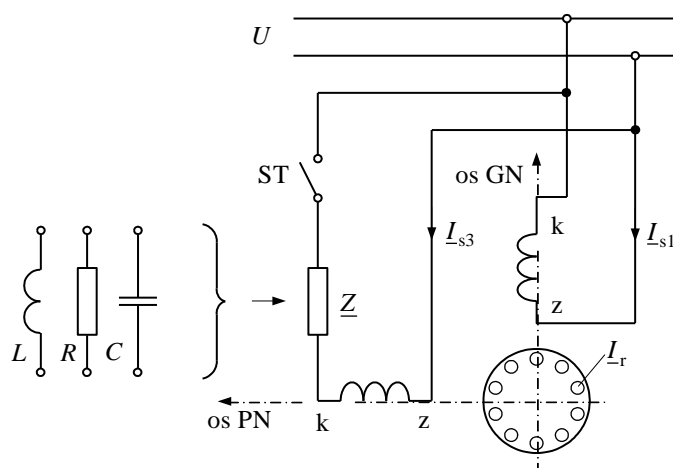
- 1)  $\underline{Z} = R$  :  $M_z/M_N = 1,1 \dots 1,3$
- 2)  $\underline{Z} = jX_L$  :  $M_z/M_N \approx 0,3$
- 3a)  $\underline{Z} = -jX_C$ :  $M_z/M_N = 1,3 \dots 2$  – zagonski kondenzator,
- 3b)  $\underline{Z} = -jX_C$ :  $M_z/M_N \approx 0,5$  – obratovalni kondenzator,
- 3c) kombinacija 3a) + 3b):  $M_z/M_N = 1,3 \dots 2$ .

Stikalo ST na sliki 2.58 izklopi impedanco tedaj, ko doseže motor okoli  $0,8 n_N$ . Uporabljajo se centrifugalna stikala, odvisna od števila vrtljajev, in zagonski releji, odvisni od zagonskega toka (izvedbe 1, 2, 3a in delno 3c) ter PTC upori.

Pri izvedbi 3b) je pomožno navitje trajno vključeno in stikala ST ni. Mogoča je tudi uporaba PTC upora, ki je vgrajen v glavo navitja. Temu se po določenem času obratovanja zaradi segrevanja navitja tako poveča upornost, da sam prekine tok v

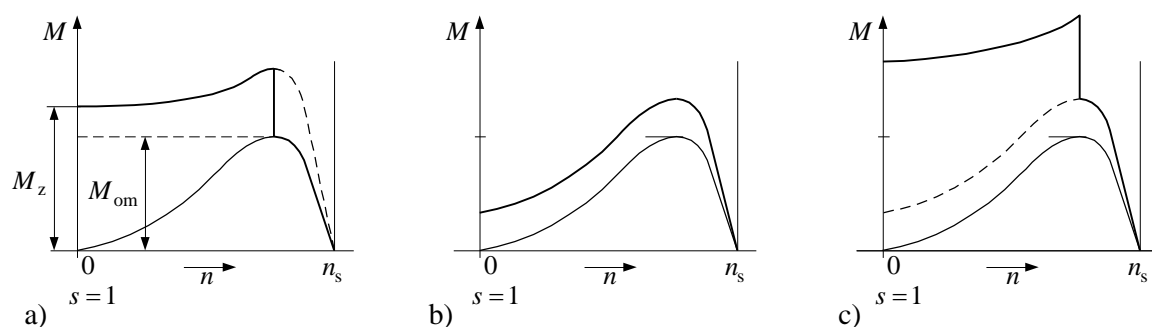
pomožni fazi. Za moči 0,12 do 2,2 kW pri 220 V in 50 Hz se največ uporabljajo enofazni kondenzatorski motorji:

- 3 a) z zagonskim bipolarnim elektrolitskim kondenzatorjem, ki dopušča okoli 40 vklopov na uro; za moči 0,25 do 2,2 kW s kapacitivnostmi 40 do 125  $\mu\text{F}$  in nazivno napetostjo kondenzatorja okoli 280 V.
- 3 b) z obratovalnim, trajno vključenim kovinsko-papirnim kondenzatorjem, ki dopušča določeno število vklopov na uro; za moči 0,12 do 2,2 kW s kapacitivnostmi 6,3 do 50  $\mu\text{F}$  in nazivno napetostjo kondenzatorja 400 V.



Sl. 2.58 Vežalna shema enofaznega motorja s pomožno fazo

Glede na različne izvedbe enofaznih motorjev s pomožno fazo, dobimo tudi različne poteke krivulj vrtilnih momentov. Najmanjši zagonski vrtilni moment dobimo s trajno vključenim kondenzatorjem (sl. 2.59b). Večji zagonski vrtilni moment dobimo z zagonskim kondenzatorjem zaradi večje kapacitivnosti tega (sl. 2.59a). Najboljša je kombinacija obeh (sl. 2.59c).

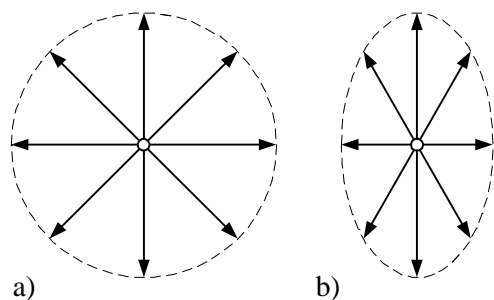


Sl. 2.59 Krivulje vrtilnih momentov glavne faze in rezultirajočih vrtilnih momentov pri zagonu s pomožnim navitjem za kondenzatorske enofazne motorje

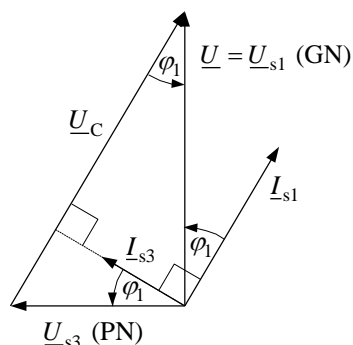
Enofazni kondenzatorski motor se vedno zavrti od pomožne proti glavni fazi. Za spremembo smeri vrtenja moramo zamenjati začetek (z) in konec (k) pomožne ali glavne faze (sl. 2.58).

### 2.10.2 Enofazni motor s trajno vključeno pomožno fazo

V čistem dvofaznem sistemu imamo v osnovi dve enaki fazi (navitji) na statorju, katerih osi sta krajevno premaknjeni za  $90^\circ$  (električnih). Ti dve fazi moramo napajati z dvema za  $90^\circ$  časovno premaknjenima napetostma. Tako dobimo simetrično (krožno) vrtilno polje (sl. 2.60a). Običajno nimamo na razpolago dveh napetosti, ampak le eno, ki jo dobimo med eno fazo trifaznega sistema in ničlo. V tem primeru vežemo obe fazi na isti vir napetosti. Zato moramo premakniti tok v drugi (pomožni) fazi z dodatno impedanco. Največji premik dobimo s kondenzatorjem in tedaj tok v drugi (pomožni) fazi prehiteva tok prve (glavne) faze. Z optimalnim kondenzatorjem je mogoče doseči časovni premik med glavno in pomožno fazo tudi  $90^\circ$ . Navadno ima glavna faza (zaradi segrevanja) manj ovojjev debelejšje žice kot pomožna faza ali pa je njeno navitje vloženo v več utorov kot navitje pomožne faze. Tako tokova, tudi če sta premaknjena za  $90^\circ$ , nista enaka in namesto krožnega vrtilnega polja dobimo eliptično vrtilno polje (sl. 2.60b). Kazalčni diagram takega enofaznega motorja prikazuje slika 2.61.



Sl. 2.60 Polarni diagram:  
a) krožnega  
b) eliptičnega polja



Sl. 2.61 Kazalčni diagram enofaznega motorja s trajno vključeno pomožno fazo

Iz diagrama je očitno, da je napetost na kondenzatorju večja od omrežne napetosti:  $U_C > U$ . Navadno ima enofazni motor s trajno vključenim kondenzatorjem zelo dober  $\cos\varphi$  (tudi vrednost 1).

#### 2.10.2.1 Teorija enofaznih asinhronskih motorjev

Glede na pravkar povedano, so enofazni asinhronski motorji s trajno vključeno pomožno fazo v bistvu dvofazni motorji. Zato bomo pri obravnavanju delovanja in izpeljavi enačbe za vrtilni moment uporabili teorijo simetričnih komponent. Z njo bomo razstavili nesimetričen dvofazni sistem statorskih tokov na dva simetrična dvofazna sistema. Velja zapis statorskih tokov:

$$\underline{I}_{s1} = \underline{I}_{s1p} + \underline{I}_{s1n}, \quad (2.102)$$

$$\underline{I}'_{s3} = \underline{I}'_{s3p} + \underline{I}'_{s3n}. \quad (2.103)$$

$\underline{I}'_{s3}$  je tok pomožne faze, reduciran na glavno fazo s tokovno prestavo med pomožno in glavno fazo:

$$n_{31} = \frac{z_{s3} f_{ns3}}{z_{s1} f_{ns1}}, \quad (2.104)$$

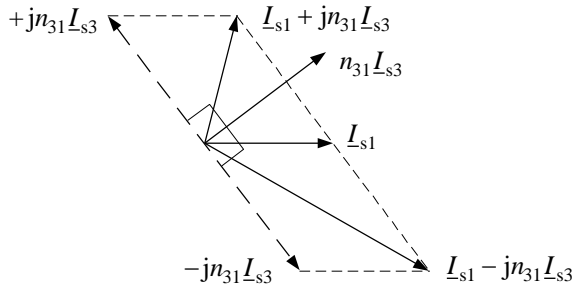
kjer je  $z_{s3}$  število vodnikov pomožne in  $z_{s1}$  glavne faze ter  $f_{ns3}$  in  $f_{ns1}$  faktorja navitja obeh faz. Za tok pomožne faze, reduciran s prestavo na glavno fazo, velja zapis:  $\underline{I}'_{s3} = n_{31} \underline{I}_{s3}$ . Pri dveh simetričnih dvofaznih sistemih je:

$$\underline{I}'_{s3p} = n_{31} \underline{I}_{s3p} = j \underline{I}_{s1p}, \quad (2.105a)$$

$$\underline{I}'_{s3n} = n_{31} \underline{I}_{s3n} = -j \underline{I}_{s1n}. \quad (2.105b)$$

Posamezni kazalci tokov za glavno in pomožno fazo so narisani na sliki 2.62.

Če v enačbi (2.105a in b) upoštevamo (2.102) in (2.103), dobimo iz njih simetrični komponenti toka za glavno fazo:



Sl. 2.62 Kazalčni diagram tokov

$$\underline{I}_{s1p} = \frac{1}{2} (\underline{I}_{s1} - j n_{31} \underline{I}_{s3}) = \frac{1}{2} (\underline{I}_{s1} - j \underline{I}'_{s3}), \quad (2.106a)$$

$$\underline{I}_{s1n} = \frac{1}{2} (\underline{I}_{s1} + j n_{31} \underline{I}_{s3}) = \frac{1}{2} (\underline{I}_{s1} + j \underline{I}'_{s3}). \quad (2.106b)$$

Za napetostni enačbi za napetost glavne in pomožne faze ob upoštevanju impedance za pozitivno in negativno vrteče magnetno polje velja zapis:

$$\underline{U}_{s1} = \underline{U}_{s1p} + \underline{U}_{s1n} = \underline{I}_{s1p} \underline{Z}_{s1p} + \underline{I}_{s1n} \underline{Z}_{s1n}, \quad (2.107)$$

$$\underline{U}_{s3} = \underline{U}_{s3p} + \underline{U}_{s3n} = \underline{I}_{s3p} \underline{Z}_{s3p} + \underline{I}_{s3n} \underline{Z}_{s3n}. \quad (2.108)$$

Impedance za pozitivno in negativno zaporedje so po analogiji z enofaznim motorjem brez pomožne faze naslednje:

$$\underline{Z}_{s1p} = R_{s1} + jX_{\sigma s1} + \underline{Z}_p = \underline{Z}_{s1} + \underline{Z}_p, \quad (2.109a)$$

$$\underline{Z}_{s1n} = R_{s1} + jX_{\sigma s1} + \underline{Z}_n = \underline{Z}_{s1} + \underline{Z}_n, \quad (2.109b)$$

$$\underline{Z}_{s3p} = R_{s3} + j(X_{\sigma s3} - X_C) + n_{31}^2 \underline{Z}_p = \underline{Z}_{s3} - jX_C + n_{31}^2 \underline{Z}_p, \quad (2.110a)$$

$$\underline{Z}_{s3n} = R_{s3} + j(X_{\sigma s3} - X_C) + n_{31}^2 \underline{Z}_n = \underline{Z}_{s3} - jX_C + n_{31}^2 \underline{Z}_n. \quad (2.110b)$$

V enačbah (2.110a) in (2.110b) smo predvideli, da bo v serijo s pomožno fazo vezan kondenzator. Mogoče pa je, da je v serijo s pomožno fazo vezan tudi ohmski upor. V

primeru enofaznega motorja brez ali s pomožno fazo reduciramo rotorske upornosti s transformacijskim razmerjem za napetostno in tokovno prestavo:

$$K_R = \frac{K_U}{K_I} = \frac{m_s}{m_r} n_{sr}^2 = \frac{2}{Q_r} n_{sr}^2. \quad (2.111)$$

$Q_r$  je število utorov kratkostične kletke. Napetostno transformacijsko razmerje  $n_{sr}$  je:

$$n_{sr} = \frac{z_{s1} f_{ns1}}{z_r f_{nr}} = z_{s1} f_{ns1} \quad (2.112)$$

ob upoštevanju, da sta  $z_r$  in  $f_{nr}$  enaka 1 pri motorju s kratkostično kletko. V primeru enofaznega motorja brez pomožne faze moramo upornosti in reaktance v enačbah (2.97) do (2.100) obvezno deliti z 2 ali pa v enačbi za prestavo (2.111) ne pišemo števila 2.

Sedaj lahko napišemo napetostni enačbi (2.107) in (2.108), ob upoštevanju enačb za tokove (2.105) in impedance (2.109) ter (2.110), v obliki:

$$\underline{U} = \underline{I}_{s1}(R_{s1} + jX_{\sigma s1}) + \underline{I}_{s1}\underline{Z}_p - jn_{31}\underline{I}_{s3}\underline{Z}_p + \underline{I}_{s1}\underline{Z}_n + jn_{31}\underline{I}_{s3}\underline{Z}_n, \quad (2.113)$$

$$\underline{U} = \underline{I}_{s3}(R_{s3} + j(X_{\sigma s3} - X_C)) + \underline{I}_{s3}n_{31}^2\underline{Z}_p + jn_{31}\underline{I}_{s1}\underline{Z}_p + \underline{I}_{s3}n_{31}^2\underline{Z}_n - jn_{31}\underline{I}_{s1}\underline{Z}_n. \quad (2.114)$$

V enačbah (2.113) in (2.114) je upoštevano, da je na glavno in pomožno fazo priključena enaka napetost  $U_{s1} = U_{s3} = U$ . Ti napetostni enačbi je mogoče smiselno dodatno preurediti. Padca napetosti na nadomestni impedanci za pozitivno in negativno vrteče vrtilno polje predstavljata v bistvu inducirano napetost v glavni fazi za obe komponenti vrtilnega polja

$$-\underline{E}_{s1p} = \underline{I}_{s1}\underline{Z}_p, \quad (2.115a)$$

$$-\underline{E}_{s1n} = \underline{I}_{s1}\underline{Z}_n. \quad (2.115b)$$

Podobno velja za obe komponenti vrtilnega polja, povzročeni s pomožno fazo. Tudi od njiju inducirani napetosti sta enaki padcu na obeh impedancah, reduciranih na pomožno fazo. Torej je:

$$-\underline{E}_{s3p} = \underline{I}_{s3}n_{31}^2\underline{Z}_p, \quad (2.116a)$$

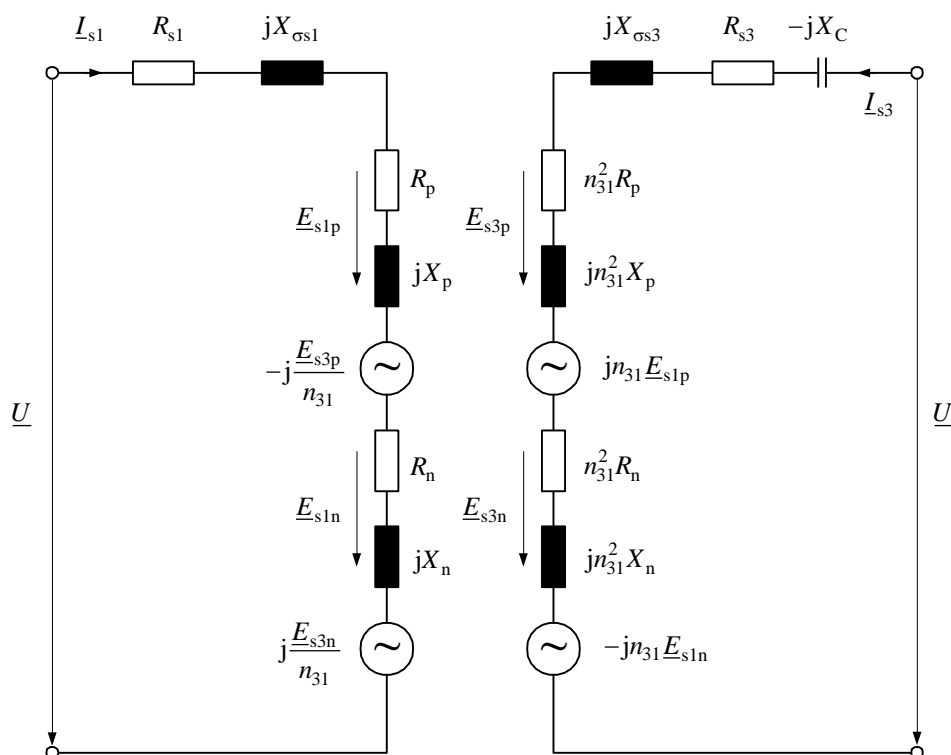
$$-\underline{E}_{s3n} = \underline{I}_{s3}n_{31}^2\underline{Z}_n. \quad (2.116b)$$

Enačbi (2.113) in (2.114) lahko sedaj zapišemo v novi obliki, v kateri bosta fizikalno tudi bolj razumljivi:

$$\underline{U} = \underline{I}_{s1}(R_{s1} + jX_{\sigma s1}) - \underline{E}_{s1p} + j\frac{\underline{E}_{s3p}}{n_{31}} - \underline{E}_{s1n} - j\frac{\underline{E}_{s3n}}{n_{31}}, \quad (2.117)$$

$$\underline{U} = \underline{I}_{s3}(R_{s3} + j(X_{\sigma s3} - X_C)) - \underline{E}_{s3p} - jn_{31}\underline{E}_{s1p} - \underline{E}_{s3n} + jn_{31}\underline{E}_{s1n}. \quad (2.118)$$

Nadomestno vezje na sliki 2.63 ponazarja napetostni enačbi (2.117) in (2.118).



Sl. 2.63 Nadomestno vezje enofaznega motorja s pomožno fazo

Enačbo za napetost pomožne faze (2.108) reduciramo na glavno fazo. Napetost pomožne faze je pri enofaznem omrežju enaka omrežni napetosti  $U_{s3} = U$  in s tem:  $U'_{s3} = U/n_{31}$  ter impedanca  $\underline{Z}'_{s3} = \underline{Z}_{s3}/n_{31}^2$ . Sedaj napišemo preurejeno enačbo (2.108) z upoštevanjem enačbe (2.104):

$$\frac{U}{n_{31}} = \underline{I}'_{s3p} \underline{Z}'_{s3p} + \underline{I}'_{s3n} \underline{Z}'_{s3n} = j \underline{I}_{s1p} \frac{\underline{Z}_{s3p}}{n_{31}^2} - j \underline{I}_{s1n} \frac{\underline{Z}_{s3n}}{n_{31}^2}. \quad (2.108a)$$

Iz enačbe (2.108a) izpeljemo izraz za negativno komponento toka:

$$\underline{I}_{s1n} = \frac{j n_{31} U + \underline{I}_{s1p} \underline{Z}_{s3p}}{\underline{Z}_{s3n}}. \quad (2.119)$$

Enačbo (2.119) vstavimo v enačbo (2.107) in iz nje izpeljemo izraz za pozitivno komponento toka:

$$\underline{I}_{s1p} = \frac{U(\underline{Z}_{s3n} - j n_{31} \underline{Z}_{s1n})}{\underline{Z}_{s1p} \underline{Z}_{s3n} + \underline{Z}_{s1n} \underline{Z}_{s3p}}. \quad (2.120a)$$

S pomočjo enačb (2.120a) in (2.119) izpeljemo rešitev za negativno komponento toka:

$$\underline{I}_{s1n} = \frac{U(\underline{Z}_{s3p} + j n_{31} \underline{Z}_{s1p})}{\underline{Z}_{s1p} \underline{Z}_{s3n} + \underline{Z}_{s1n} \underline{Z}_{s3p}}. \quad (2.120b)$$

Obe komponenti toka v pomožni fazi dobimo s pomočjo enačb (2.105a) in (2.105b) ter (2.120a) in (2.120b):

$$\underline{I}_{s3p} = \frac{j \underline{U} (\underline{Z}_{s3n} - j n_{31} \underline{Z}_{s1n})}{n_{31} (\underline{Z}_{s1p} \underline{Z}_{s3n} + \underline{Z}_{s1n} \underline{Z}_{s3p})}, \quad (2.121a)$$

$$\underline{I}_{s3n} = \frac{-j \underline{U} (\underline{Z}_{s3p} + j n_{31} \underline{Z}_{s1p})}{n_{31} (\underline{Z}_{s1p} \underline{Z}_{s3n} + \underline{Z}_{s1n} \underline{Z}_{s3p})}. \quad (2.121b)$$

Za dvofazni sistem izračunamo vrtilni moment iz moči zračne reže za pozitivno in negativno komponento vrtilnega polja. Pri izračunu upoštevamo rotorske veličine, reducirane na stator, tako da velja:

$$M = \frac{1}{\Omega_{ms}} (P_{\delta p} - P_{\delta n}) = \frac{2P}{\omega} \left( I_{rp}'^2 \frac{R_r'}{s} - I_{rn}'^2 \frac{R_r'}{2-s} \right). \quad (2.122)$$

V enačbi (2.122) potrebujemo za izračun vrtilnega momenta na stator reducirano pozitivno in negativno komponento rotorskega toka. Po analogiji z enofaznim motorjem brez pomožne faze, kjer smo napisali enačbi (2.95a) in (2.95b), veljata sedaj napetostni enačbi rotorja:

$$0 = (R_r' + js X_{\sigma r}') \underline{I}_{rp}' + js X_m (\underline{I}_{s1p} + \underline{I}_{rp}'), \quad (2.123a)$$

$$0 = (R_r' + j(2-s) X_{\sigma r}') \underline{I}_{rn}' + j(2-s) X_m (\underline{I}_{s1n} + \underline{I}_{rn}'). \quad (2.123b)$$

V enačbah (2.123a) in (2.123b) ni polovic, ker sta glede na enačbi (2.95a) in (2.95b) impedanci za pozitivno in negativno komponento vrtilnega polja dvakrat večji kot za enofazni motor brez pomožne faze. Iz enačb (2.123a) in (2.123b) izpeljemo absolutni vrednosti obeh simetričnih komponent toka v rotorju, če predhodno delimo obe enačbi s slipom  $s$  oziroma slipom  $(2-s)$ :

$$\underline{I}_{rp}' = \underline{I}_{s1p} \frac{X_m}{\sqrt{(R_r'/s)^2 + X_r'^2}}, \quad (2.124a)$$

$$\underline{I}_{rn}' = \underline{I}_{s1n} \frac{X_m}{\sqrt{(R_r'/(2-s))^2 + X_r'^2}}, \quad (2.124b)$$

kjer je  $X_r' = X_{\sigma r}' + X_m = X_{\sigma r}' + X_{\sigma r}'$  lastna reaktanca rotorja. S pomočjo enačb (2.124a) in (2.124b) je mogoče napisati enačbo za vrtilni moment (2.122) tudi v obliki:

$$M = \frac{2P}{\omega} (I_{s1p}'^2 R_p - I_{s1n}'^2 R_n). \quad (2.122a)$$

Mehansko moč enofaznega motorja s pomožno fazo pri nekem določenem slipu izrazimo iz vrtilnega momenta:

$$P = M \Omega_m = 2(1-s) (I_{s1p}'^2 R_p - I_{s1n}'^2 R_n). \quad (2.125)$$

### 2.10.2.2 Balansirani enofazni motor

Vemo, da dobimo največji vrtilni moment oziroma moč enofaznega motorja, ko je negativno vrteče polje enako nič. To pomeni, da mora biti negativna komponenta toka enaka nič. Ker obstaja le pozitivna komponenta toka oziroma pozitivno (krožno) vrteče magnetno polje, govorimo o balansiranem motorju. Motor ima tedaj tudi največji izkoristek. Pogoj za balansirani motor dobimo iz enačbe za negativno komponento toka. Števec v enačbi (2.120b) izenačimo z nič in dobimo kot pogoj:

$$\underline{Z}_{s3p} + j n_{31} \underline{Z}_{s1p} = 0. \quad (2.126)$$

To kompleksno enačbo rešujemo posebej za realni in posebej za imaginarni del. Pri reševanju enačbe upoštevamo naslednji poenostavitvi, ki sta rezultat izkušenj:

$$R_{s3} \approx n_{31}^2 R_{s1}, \quad (2.127a)$$

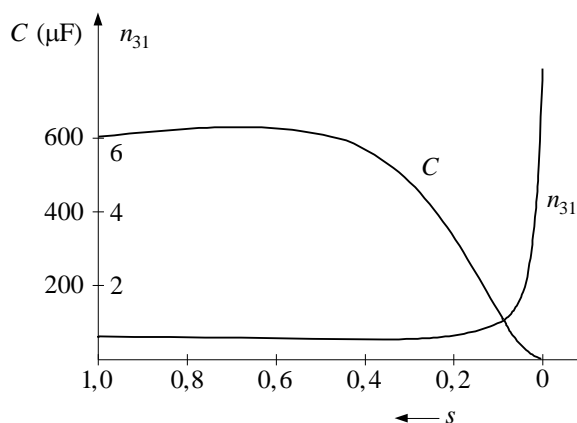
$$X_{cs3} \approx n_{31}^2 X_{cs1}. \quad (2.127b)$$

Rešitev enačbe (2.126) za katerokoli vrednost slipa nam da podatek za prestavo in kapacitivno upornost oziroma velikost kondenzatorja:

$$n_{31} = \frac{X_{cs1} + X_p}{R_{s1} + R_p}, \quad (2.128)$$

$$X_C = n_{31}(R_{s1} + R_p) + n_{31}^2(X_{cs1} + X_p). \quad (2.129)$$

Na sliki 2.64 je prikazano, kako se spreminjata prestava in kapacitivnost kondenzatorja za balansirani štiripolni enofazni motor moči 1,1 kW v odvisnosti od slipa.



Sl. 2.64 Prestava in kapacitivnost kot funkciji slipa za balansirani enofazni motor

V enačbah (2.128) in (2.129) sta  $R_p$  in  $X_p$  izraza za nadomestno ohmsko upornost in reaktanco pozitivnega vala. Upornost oziroma reaktanca je po nadomestnem vezju, če zanemarimo izgube v železu ( $R_{Fe} \approx \infty$  glede na ostale upornosti), enaka izrazu:

$$R_p = \frac{X_m^2 R_r' / s}{(R_r' / s)^2 + X_r'^2}, \quad (2.130a)$$



$$X_p = X_m \frac{(R'_r/s)^2 + X'_{\text{or}} X'_r}{(R'_r/s)^2 + X_r'^2}. \quad (2.130b)$$

V praksi največkrat ne moremo računati vrednosti za reaktanco kondenzatorja oziroma ustrezne kapacitivnosti in ovojev glavne faze za nazivno točko obratovanja. Razen idealne izkoriščenosti stroja pri nazivni točki obratovanja so pomembne tudi karakteristike v ostalih točkah obratovanja, tj. zagonski moment in dopustna napetost na kondenzatorju oziroma segrevanje pomožne faze v prostem teku.

V primeru, da ima slip vrednosti  $s=1$  do  $s=s_{\text{om}}$ , lahko enačbi (2.130a) in (2.130b) precej poenostavimo ( $X_m \gg R'_r/s$  in  $X'_r = X'_{\text{or}} + X_m \gg R'_r/s$ ), tako da velja:  $R_p \approx R'_r/s$  in  $X_p \approx X'_{\text{or}}$ . Enačbi za prestavo in reaktanco kondenzatorja dobita tedaj približni vrednosti:

$$n_{31} \approx \frac{X_{\text{oi}}}{R_{s1} + R'_r/s}, \quad (2.128a)$$

$$X_C \approx n_{31}(R_{s1} + R'_r/s) + n_{31}^2 X_{\text{oi}}. \quad (2.129a)$$

Na motorju z nepoznanimi podatki za navitje ne moremo računati prestave po enačbi (2.128a). Prestavo izračunamo približno iz napetosti na kondenzatorju v nazivni točki obratovanja in iz prestave nato ustrezno reaktanco po enačbi (2.129a).

Pri iskanju rešitve za napetost na kondenzatorju v nazivni točki obratovanja moramo najprej rešiti enačbi (2.121a) in (2.121b), tj. izračunati tok v pomožni fazi. Pri tem upoštevamo že opisane poenostavitve v enačbah (2.127a) in (2.127b) ter dodatne poenostavitve, ki veljajo za področje obratovanja  $s = 0 \div s_N$ :

$$\underline{Z}_n \Rightarrow 0 \text{ in } \underline{Z}_{s1} \ll \underline{Z}_p.$$

Tako dobimo rešitev za tok v pomožni fazi:

$$\underline{I}_{s3} = \frac{U(1 - jn_{31})}{2n_{31}^2 \underline{Z}_{s1} - jX_C}. \quad (2.131)$$

Ker je  $Z_{s1}$  veliko manjši kot  $X_C$ , se da enačbo (2.131) še dodatno poenostaviti in napisati v obliki:

$$\underline{I}_{s3} = \frac{jU(1 - jn_{31})}{X_C}. \quad (2.131a)$$

Napetost na kondenzatorju bo sedaj:

$$U_C = U \sqrt{1 + n_{31}^2}. \quad (2.132)$$

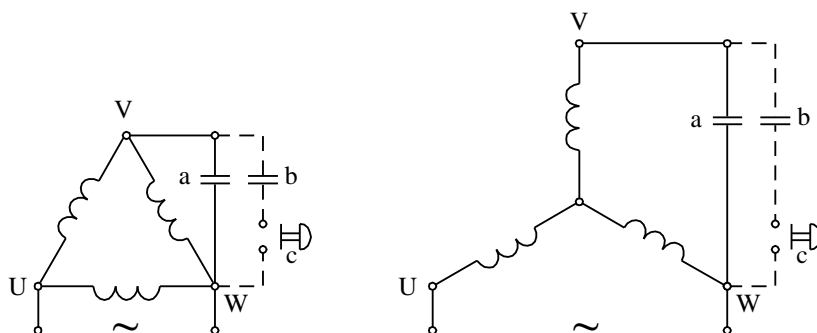
Enačba za napetost na kondenzatorju se da fizikalno razložiti tudi na osnovi kazalčnega diagrama na sliki 2.61. Pri nazivni obremenitvi je navadno napetost na

pomožni fazi za  $90^\circ$  premaknjena glede na napetost na glavni fazi ter je njena velikost enaka  $\underline{U}_{s3} = j n_{31} \underline{U}$ . To velja le v primeru, ko je negativna komponenta toka enaka nič (balansirani motor), ker je pri takšnem motorju magnetno polje glavne faze enako polju pomožne faze. Obe sta fazno premaknjeni za  $90^\circ$ . Velikost napetosti pomožne faze je torej sorazmerna efektivnemu številu ovojev pomožne faze, torej je  $n_{31}$  krat večja od napetosti glavne faze, tj. od napetosti omrežja. Napetost na kondenzatorju je geometrijska vsota obeh in velja že izpeljana enačba (2.132).

Iz enačbe (2.132) izračunamo prestavo in s pomočjo enačbe (2.129a) velikost reaktance kondenzatorja za balansirani motor pri omahnem slipu ali zagonskem slipu.

### 2.10.3 Uporaba trifaznega motorja kot enofazni motor

Velja, da lahko skoraj vsak manjši standardni trifazni motor zažene in obratuje kot enofazni motor, če priključimo nanj kondenzatorje. Za vezavi trikot in zvezda priključimo kondenzatorje paralelno k enemu faznemu navitju, kot je prikazano na sliki 2.65. V trikotni vezavi je na navitje ene faze priključena dvakrat višja napetost kot v vezavi zvezda, toda v vezavi zvezda ima glavna faza dve navitji. Moči in vrtilni momenti so v zvezdi le nekaj manjši (10 ÷ 15 %) kot v trikotu. Pri dvofaznem obratovanju trifaznega motorja v zvezdi dobimo po enačbi (2.101) le 50 %  $M_{om}$ .



Sl. 2.65 Uporaba trifaznega asinhronskega motorja kot enofazni motor

Legenda za sliko 2.65: a – obratovalni kondenzator

b – zagonski kondenzator

c – tipkalo za zagon.

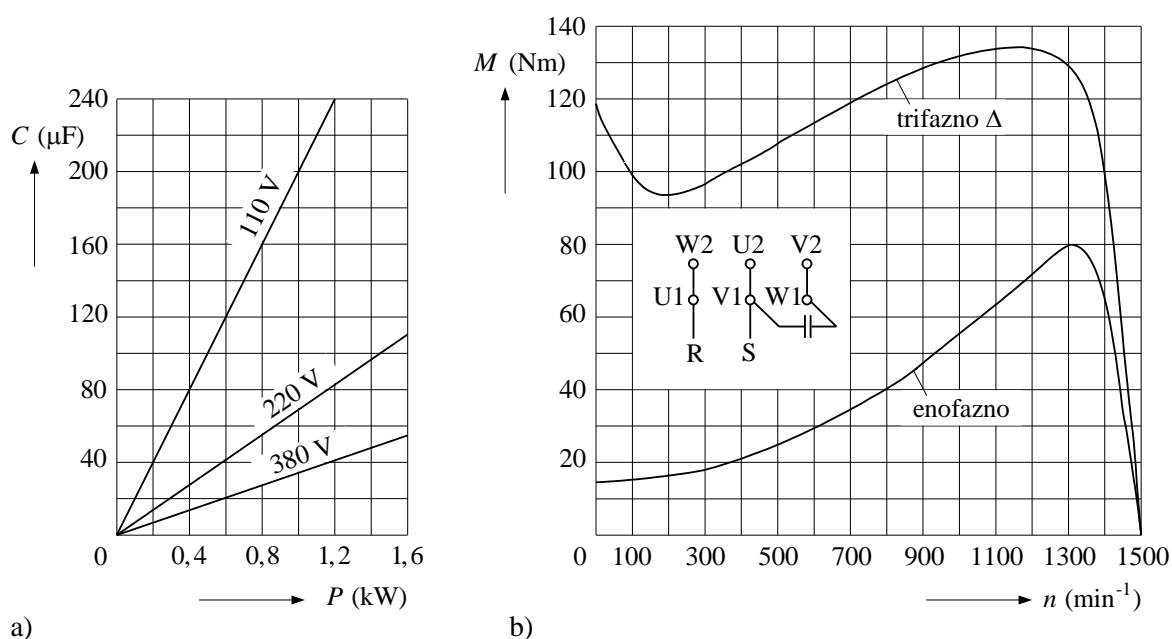
Na sliki 2.66a je prikazana kapacitivnost kondenzatorjev za obratovanje pri 110, 220 in 380 V ter  $f = 50$  Hz.  $P$  je moč motorja pri trifaznem obratovanju. Zagonski kondenzator ima približno dvojno kapacitivnost obratovalnega kondenzatorja.

Na sliki 2.66b je narisana karakteristika  $M = f(n)$  standardnega motorja pri vezavi  $\Delta$  220 V enofazno, za katerega velja v odstotkih:

$$P_{3f} : P_{1f} \approx 100 : 80$$

$$M_{z3f} : M_{z1f} \approx 100 : 11$$

$$M_{om3f} : M_{om1f} \approx 100 : 62$$



Sl. 2.66 a) Kapacitivnost kondenzatorja  $C = f(P)$ , b) karakteristika  $M = f(n)$

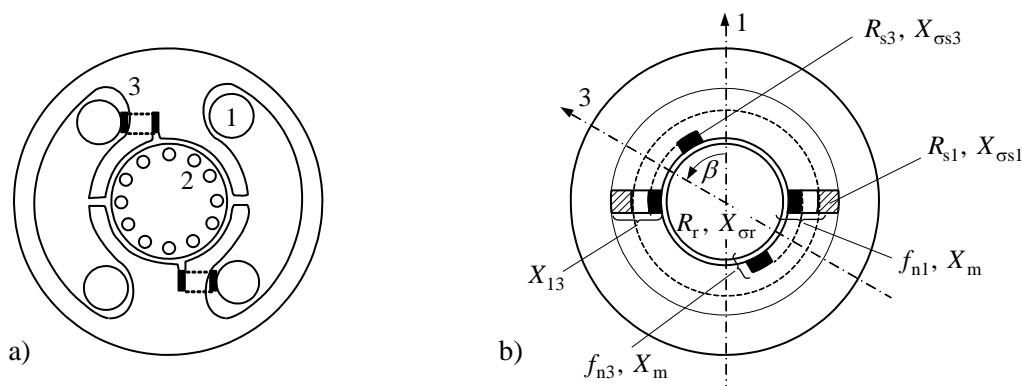
#### 2.10.4 Enofazni motor z zasenčenimi poli

Motorje z zasenčenimi poli uporabljamo za pogon majhnih ventilatorjev ali črpalk, tj. predvsem v primerih lahkih zagonov. Grajeni so za moči nekaj vatov do nekaj deset vatov. Po načinu gradnje so ti motorji zelo enostavni. Statorska vzbujalna tuljava je nataktnjena na izražen pol. Tako je število tuljav enako številu polov. Rotorsko navitje je majhna kratkostična kletka. Da ima motor zagonski vrtilni moment, potrebuje pomožno navitje. To je izvedeno v obliki kratkostičnega ovoja (ali dveh ovojev), nataktnjenega na del izraženega pola. S tem ovojem bo magnetno polje pod tem delom pola oslabiljeno (transformator v kratkem stiku) in istočasno fazno premaknjeno (zaostajanje) glede na polje pod ostalim delom pola. S faznim premikom nastane eliptično vrtilno polje, to ima za posledico relativno majhen zagonski vrtilni moment. Zaradi kratkostičnega ovoja (ali dveh ovojev) na posameznih polih ima takšen motor precejšnje segrevanje v normalnem obratovanju oziroma relativno nizek izkoristek (do 20 %). Ti motorji so navadno dvopolni. Imajo tudi samo eno smer vrtenja, in sicer od dela pola brez kratkostičnega ovoja v smeri kratkostičnega ovoja. Smer vrtenja lahko menjamo le s premontažo, če obrnemo rotor v statorskem paketu.

##### 2.10.4.1 Napetostne enačbe in njihove rešitve

Na sliki 2.67a vidimo v prerezu rez simetričnega motorja z zasenčenimi poli. Mogoče so seveda tudi drugačne oblike, npr. nesimetrična oblika, ki je podobna rezu enofaznega transformatorja. Številke na sliki 2.67a pomenijo: 1 – statorsko navitje,

2 – rotorsko navitje oziroma kratkostično kletko in 3 – pomožno navitje oziroma kratkostični ovoj. Na sliki 2.67b so shematsko prikazani parametri stroja, ki jih potrebujemo v nadomestnem vezju.



Sl. 2.67 Motor z zasenčenimi poli: a) prerez motorja, b) parametri

Z  $X_m$  je označena magnetilna (glavna) reaktanca induktivnosti med glavnim navitjem statorja (1) in rotorjem. Pri tem naj bi bilo glavno navitje premersko. V praksi sta glavno navitje in posebej še pomožno navitje vedno skrajšani. Zato se zmanjša medsebojna induktivnost, to upoštevamo s faktorjema navitja  $f_{n1}$  in  $f_{n3}$ . Pri premerskem navitju bi bila  $f_{n1} = f_{n3} = 1$ , praktično pa je vedno  $f_{n3} < f_{n1} < 1$ . S (tetivnima) faktorjema navitja se da upoštevati zmanjšano širino izraženih polov glede na polovo delitev. Pri tem je reaktanca  $X_m$  tudi reaktanca medsebojne induktivnosti med pomožnim navitjem in rotorjem. Razen te reaktance obstaja še medsebojna reaktanca med glavno in pomožno fazo na statorju  $X_{13}$ . Ta reaktanca predstavlja v bistvu razsipano reaktanco, ki pa kljub temu povezuje glavno in pomožno fazo in je zelo pomembna za delovanje motorja.

Vse tokove kot tudi upornosti reduciramo na glavno fazo statorja. Pri pisanju napetostnih enačb uporabimo simetrične komponente. Pozitivno in negativno komponento statorskega toka izračunamo po enačbi:

$$\underline{I}_{s1p} = \frac{1}{2} \left( \underline{I}_{s1} f_{n1} + \underline{I}'_{s3} f_{n3} e^{j\beta} \right), \quad (2.133a)$$

$$\underline{I}_{s1n} = \frac{1}{2} \left( \underline{I}_{s1} f_{n1} + \underline{I}'_{s3} f_{n3} e^{-j\beta} \right). \quad (2.133b)$$

$\beta$  je kot med simetralama obeh navitij (sl. 2.67b) in  $\underline{I}'_{s3} = I_{s3} z_{s3} / z_{s1}$ . Za glavno in pomožno fazo napišemo napetostni enačbi:

$$\underline{U} = \underline{I}_{s1} (R_{s1} + jX_{\sigma s1} + jX_{13}) + jX_m f_{n1} (\rho_p \underline{I}_{s1p} + \rho_n \underline{I}_{s1n}) + jX_{13} \underline{I}'_{s3}, \quad (2.134)$$

$$0 = \underline{I}'_{s3} (R_{s3} + jX_{\sigma s3} + jX_{13}) + jX_m f_{n3} (\rho_p \underline{I}_{s1p} e^{-j\beta} + \rho_n \underline{I}_{s1n} e^{j\beta}) + jX_{13} \underline{I}_{s1}. \quad (2.135)$$

$\rho_p$  in  $\rho_n$  sta dušilna faktorja za pozitivno in negativno vrteče polje. Izračunamo ju iz

napetostnih enačb (2.95) za rotor, če najprej zamenjamo v enačbi (2.95a)  $\underline{I}_s$  z  $\underline{I}_{s1p}$  in v (2.95b)  $\underline{I}_s$  z  $\underline{I}_{s1n}$ . Pri tem moramo enačbi (2.95a) dodati še vrednost  $\pm \underline{I}_{s1p}(R'_r + jsX'_{gr})$  in enačbi (2.95b) vrednost  $\pm \underline{I}_{s1n}(R'_r + j(2-s)X'_{gr})$ , da dobimo dušilna faktorja kot razmerje:

$$\rho_p = \frac{\underline{I}_{s1p} + \underline{I}'_{rp}}{\underline{I}_{s1p}} = \frac{\underline{I}_{mp}}{\underline{I}_{s1p}} = \frac{R'_r + jsX'_{gr}}{R'_r + js(X'_{gr} + jX_m)}, \quad (2.136a)$$

$$\rho_n = \frac{\underline{I}_{s1n} + \underline{I}'_{rn}}{\underline{I}_{s1n}} = \frac{\underline{I}_{mn}}{\underline{I}_{s1n}} = \frac{R'_r + j(2-s)X'_{gr}}{R'_r + j(2-s)(X'_{gr} + jX_m)}. \quad (2.136b)$$

Iz enačb (2.134) in (2.135) lahko s pomočjo enačb (2.136a) in (2.136b) najdemo tok v glavnem navitju statorja:

$$\underline{I}_{s1} = \frac{U}{\underline{Z}} \left( R'_{s3} + jX'_{gs3} + jX_{13} + j\frac{1}{2}X_m f_{n3}^2 (\rho_p + \rho_n) \right) \quad (2.137)$$

in tok v pomožnem navitju

$$\underline{I}'_{s3} = \frac{U}{\underline{Z}} \left( jX_{13} + j\frac{1}{2}X_m f_{n1} f_{n3} (\rho_p e^{-j\beta} + \rho_n e^{j\beta}) \right). \quad (2.138)$$

V enačbah (2.137) in (2.138) predstavlja okrajšani izraz v imenovalcu vrednost:

$$\begin{aligned} \underline{Z} = & \left( R_{s1} + jX_{gs1} + jX_{13} + j\frac{1}{2}X_m f_{n1}^2 \sum \rho \right) \times \left( R'_{s3} + jX'_{gs3} + jX_{13} + j\frac{1}{2}X_m f_{n3}^2 \sum \rho \right) + \\ & + \left( \frac{1}{2}X_m f_{n1} f_{n3} + (\rho_p e^{j\beta} + \rho_n e^{-j\beta}) + X_{13} \right) \times \\ & \times \left( \frac{1}{2}X_m f_{n1} f_{n3} + (\rho_p e^{-j\beta} + \rho_n e^{j\beta}) + X_{13} \right), \end{aligned} \quad (2.139)$$

kjer je  $\sum \rho = \rho_p + \rho_n$ . Enačbi (2.137) in (2.138) sta izhodiščni enačbi za opazovanje lastnosti motorja z zasenčenimi poli.

#### 2.10.4.2 Zagonski tok in vrtilni moment

Za mirujoči motor velja, da sta dušilna faktorja za pozitivno in negativno vrteče polje enaka in enačbi (2.136a) in (2.136b) se poenostavita. V zagonu lahko dodatno zanemarimo magnetilni tok ( $X_m = \infty$ ). Ta poenostavitev ne vpliva bistveno na zagonski vrtilni moment, občutneje vpliva na zagonski tok.

$$\underline{I}_z \approx \frac{U}{\underline{Z}} \left( R'_{s3} + jX'_{gs3} + jX_{13} + f_{n3}^2 (R'_r + jX'_{gr}) \right) \quad (2.140)$$

Kvadrat impedance  $\underline{Z}$  je:

$$\underline{Z} = \left( R_{s1} + jX_{\sigma s1} + jX_{13} + f_{n1}^2 (R'_r + jX'_{\sigma r}) \right) \times \left( R'_{s3} + jX'_{\sigma s3} + jX_{13} + f_{n3}^2 (R'_r + jX'_{\sigma r}) \right) + \\ + \left( jX_{13} + f_{n1} f_{n3} (R'_r + jX'_{\sigma r}) \cos \beta \right)^2 = A + jB. \quad (2.141)$$

Zagonski vrtilni moment izračunamo po enačbi (2.122a):

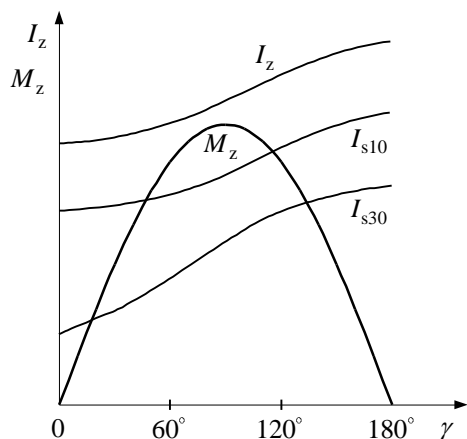
$$M_z \approx \frac{2p}{\omega} R'_r (I_{s1p}^2 - I_{s1n}^2) = \frac{2pR_r^2 U^2}{\omega Z^2} \left( f_{n1}^2 f_{n3}^2 (R'_{s3} X'_{\sigma r} - R'_r X'_{\sigma s3} - R'_r X_{13}) \sin \beta \cos \beta + \right. \\ \left. + f_{n1} f_{n3} X_{13} (R'_{s3} + f_{n3}^2 R'_r) \sin \beta \right). \quad (2.142)$$

V enačbi za vrtilni moment opazimo vpliv različnih veličin na velikost zagonskega vrtilnega momenta. Prva pomembna veličina je upornost pomožne faze  $R'_{s3}$ . V primeru, da je  $R'_{s3} = 0$ , dobimo celo negativni zagonski vrtilni moment. To pomeni, da bi se motor zavrtel od pomožne h glavni fazi in ne obratno. V drugem skrajnem primeru, ko je  $R'_{s3} = \infty$ , tj. prekinjena pomožna faza, bo zagonski vrtilni moment seveda nič, kot je to primer pri normalnih enofaznih motorjih. V tem primeru je namreč  $I_{s1p} = I_{s1n}$ . Med obema skrajnima vrednostma bo imel zagonski vrtilni moment največjo vrednost. Ta nastopi pri neki relativno majhni upornosti  $R'_{s3}$ , to pa neugodno vpliva na velikost toka v prostem teku, ki pogojuje relativno večjo upornost  $R'_{s3}$ . Torej je potreben nek kompromis.

Naslednja veličina, ki vpliva na zagonski vrtilni moment, je reaktanca  $X_{13}$ . Tudi za to reaktanco velja, da ima motor največji zagonski vrtilni moment pri neki optimalni vrednosti. Sprememba te reaktance ne vpliva tako radikalno na velikost vrtilnega momenta.

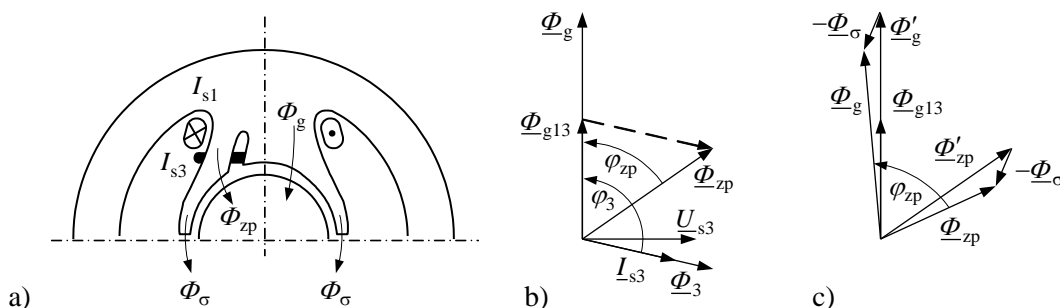
Veličina, ki zelo vpliva na zagonski vrtilni moment, je širina kratkostičnega obroča. Do izraza pride v faktorju navitja pomožne faze  $f_{n3}$  in kotu  $\beta$ . Uvedemo nov kot  $\gamma$ , ki predstavlja prekrivanje kratkostičnega obroča glede na glavni pol. Kot  $\gamma$  zapišemo v obliki:  $\gamma = 180 - 2\beta$ . V primeru, da je kot  $\gamma = 0^\circ$  ali  $180^\circ$ , bo zagonski vrtilni moment nič; to je razvidno tudi iz enačbe (2.142), ker bo takrat kot  $\beta = 90^\circ$  (ni transformatorske povezave med glavno in pomožno fazo) ali  $0^\circ$  (ni krajevnega premika med glavno in pomožno fazo). Vmes poteka zagonski vrtilni moment po sinusni krivulji, kot kaže slika 2.68. Največjo vrednost dobimo pri kotu  $\gamma = 90^\circ$ . Potek zagonskega vrtilnega momenta in tudi zagonskega toka ima določeno podobnost z repulzijskim motorjem pri sukanju rotorskih ščetk. Odvisnost zagonskega toka od kota  $\gamma$  je manj izrazita in zato dobimo največjo vrednost zagonskega vrtilnega momenta pri kotu  $\gamma = 90^\circ$ . Pri repulzijskem motorju je kot največjega vrtilnega momenta manjši od  $90^\circ$  in je pri kotu  $90^\circ$  vrtilni moment nič.

V praksi lahko najdemo tudi motorje z zasenčenimi poli, ki imajo dva ali redkeje celo tri kratkostične obroče. Prednost takih motorjev je v lepše razporejenem magnetnem polju pomožne faze in s tem zmanjšanim razsipanju pomožne faze  $X'_{\sigma s3}$ .



Sl. 2.68 Zagonski tok in zagonski vrtilni moment ter tokova prostega teka v odvisnosti od kota  $\gamma$

Naslednja veličina, ki vpliva na zagonski vrtilni moment, je širina glavnega pola. Ta je vedno manjša od teoretske širine polovega loka. To ima za posledico manjši faktor navitja  $f_{nl}$  (manjši glavni fluks) in s tem manjši zagonski vrtilni moment. V praksi imajo motorji z zasenčenimi poli med polovimi čevlji magnetni mostič, ki vpliva na velikost razsipanega polja med poli. Za ponazoritev vpliva razsipanega fluksa  $\Phi_{\sigma}$  med poli na sliki 2.69a predpostavimo, da ima motor rotor brez navitja (kletke). V tem primeru magnetita le obe statorski navitji.



Sl. 2.69 a) Prerez motorja z zasenčenimi poli in odprtim rotorskim navitjem;  
b) kazalčni diagram brez fluksa mostiča  
c) kazalčni diagram s fluksom mostiča

Na sliki 2.69b oziroma 2.69c vidimo razliko v velikosti in položaju fluksov brez in z upoštevanjem magnetnega mostiča. Predpostavimo, da teče v vzbujalnem navitju tok  $I_{s1}$ . Ta povzroči fluks  $\Phi_g$  in del tega fluksa  $\Phi_{g13}$  je sklenjen tudi s kratkostičnim ovojem (transformator v delnem kratkem stiku). Ta fluks inducira v kratkostičnem ovoju napetost  $U_{s3}$ , ki požene tok  $I_{s3}$ . Ta glede na napetost zaostaja, ker ima pomožna faza tako ohmsko kot induktivno upornost. Tok  $I_{s3}$  povzroči dodatni

fluks  $\Phi_3$ , ki zaostaja za fluksom  $\Phi_{g13}$  za kot  $\varphi_3$ . Rezultirajoči magnetni fluks v zasenčenem delu pola  $\Phi_{zp}$  zaostaja za fluksom v glavnem delu pola  $\Phi_g$  za kot  $\varphi_{zp}$ .

Slika 2.69c prikazuje vpliv razsipanega fluksa  $\Phi_\sigma$  v magnetnem mostiču med poli. Da dobimo fluks zračne reže obeh delov pola, moramo od obeh delnih fluksov odšteti razsipani fluks  $\Phi_\sigma$ . Na sliki lahko opazimo, da se velikost obeh delnih fluksov zmanjša, fazni kot med njima  $\varphi_{zp}$  pa se poveča. Tako dobimo manjšo pulzacijo magnetnega polja, ki je kljub temu še zelo eliptično in daleč od krožnega polja. Razsipani fluks  $\Phi_\sigma$  pomeni tudi povečanje medsebojne reaktance  $X_{13}$  med vzbujalnimi navitjem in navitjem zasenčenega dela pola.

V praksi imajo motorji z zasenčenimi poli različne izvedbe mostičev med polovimi čevlji. Mostič je pri malo večjih motorjih narejen iz mehko magnetne pločevine, ki je vstavljena med polove čevlje. Pri najmanjših motorjih pa je mostič kar štancan. Štancani del je relativno ozek in ima navadno še dodatno polkrožno zožitev (isthmus), s katero omejimo razsipano magnetno polje. Pri večjih motorjih ima vložena pločevina v delu dolžine stroja štancano ozko zarezo, ki je tudi neke vrste zožitev. V obeh primerih pride zožitev v nasičenje in s tem je omejeno razsipano magnetno polje med poli na statorju.

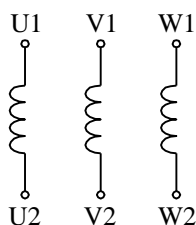
## 2.11 OZNAČEVANJE PRIKLJUČNIH SPONK ROTACIJSKIH STROJEV

### 2.11.1 Označevanje priključnih sponk asinhronskih strojev

Priključne sponke asinhronskih strojev označujemo po priporočilu IEC [13].

#### 2.11.1.1 Trifazni asinhronski stroj z drsnimi obroči

Na sliki 2.70 je narisano statorsko (primarno) trifazno navitje s šestimi izvodi.

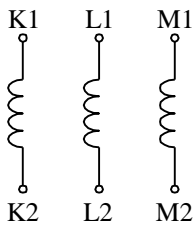


Sl. 2.70 Označevanje sponk statorskega navitja

V vezavi zvezda (ali trikot) s tremi izvodi so ti označeni z U, V, W. Če je v vezavi zvezda izveden nični vodnik, je označen z N.

Na sliki 2.71 je narisano sekundarno (rotorsko) trifazno navitje s šestimi izvodi. Navadno je rotor vezan v zvezdno vezavo s tremi izvodi, ki so označeni s K, L, M. Če je izveden nični vodnik, je označen s Q.





Sl. 2.71 Označevanje sponk rotorskega navitja

### 2.11.1.2 Trifazni asinhronski stroj s kratkostično kletko

Primarno (statorsko) trifazno navitje s šestimi izvodi:

U1 V1 W1

U2 V2 W2

Priključke je treba označiti tako, da abecedno zaporedje črk (U1 V1 W1) ustreza časovnemu zaporedju faznih napetosti pri desnem smislu vrtenja električnega stroja.

Za dve ločeni statorski navitji ali pri vezavi Dahlander s šestimi izvodi (glej sliko 2.43) dobijo označbe pred črko še številko.

1U 1V 1W za nižjo hitrost vrtenja

2U 2V 2W za višjo hitrost vrtenja

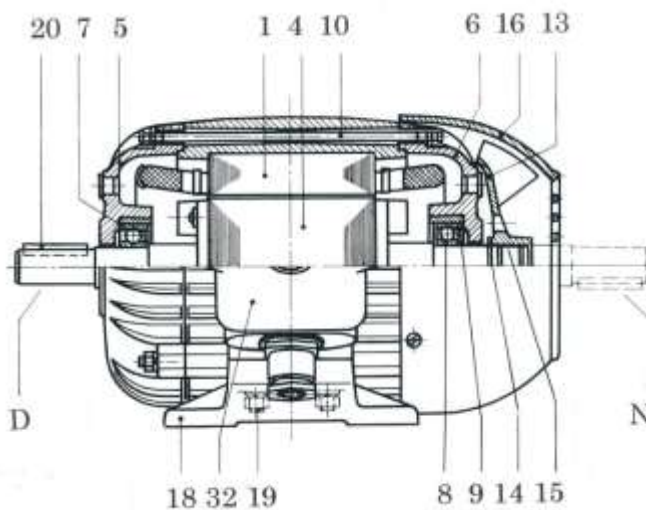
### 2.11.1.3 Enofazni asinhronski motor s kratkostično kletko

glavno navitje      pomožno navitje

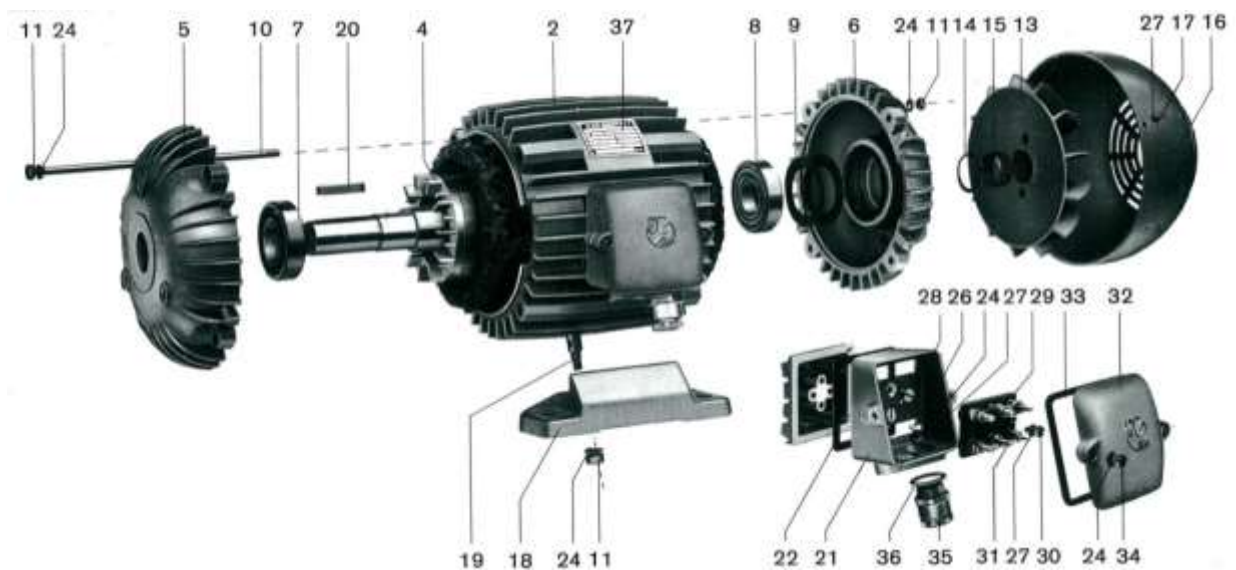
U1                      Z1

U2                      Z2

## 2.12 SLIKE KONSTRUKCIJ



a)

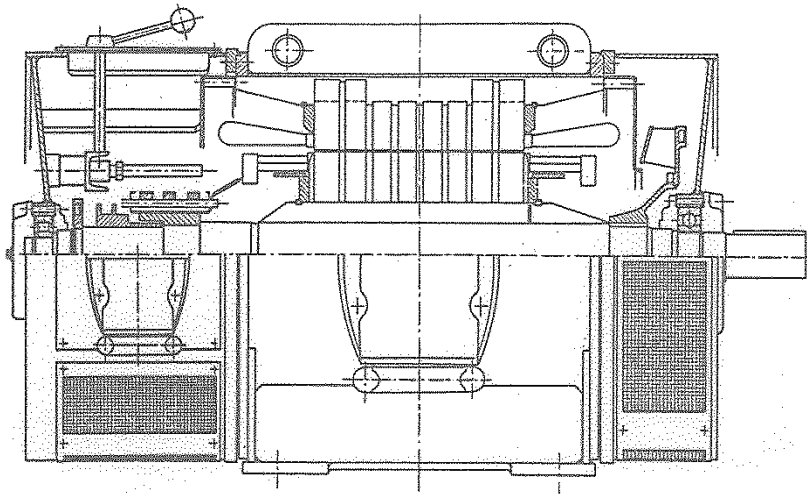


b)

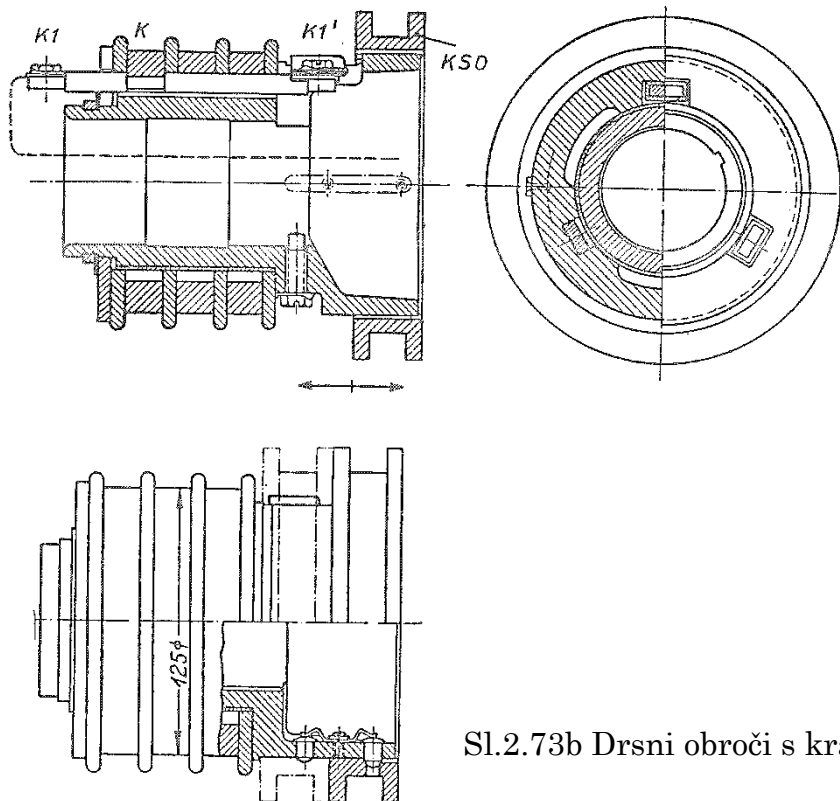
Poz.	Naziv	Poz.	Naziv	Poz.	Naziv
1	Stator z navitjem	14	Vskočnik	27	Podložka
2	Ohišje statorja, odlito	15	Tolerančni obroč	28	Vijak omarice
3	–	16	Ventilatorska kapa	29	Priključna plošča
4	Rotor s kletko	17	Vijak	30	Vijak priključne plošče
5	Ležajni ščit, D	18	Noga	31	Komplet za priključek
6	Ležajni ščit, N	19	Vijak noge	32	Pokrov omarice
7	Kroglični ležaj, D	20	Moznik	33	Tesnilka pokrova
8	Kroglični ležaj, N	21	Priključna omarica	34	Vijak pokrova
9	Krožničasta vzmet	22	Tesnilka podnožja omarice	35	Kabelska uvednica
10	Spojni vijak	23	Vijak podnožja omarice	36	Tesnilka uvednice
11	Matica spojnega vijaka	24	Vzmetna podložka	37	Napisna tablica
12	Ventilacijski del	25	–	D	Pogonska stran
13	Ventilator	26	Vijak za ozemljitev	N	Stran nasprotna pogonski

Sl. 2.72 Konstruktivna izvedba trifaznega površinsko hlajenega asinhronskega motorja zaprte izvedbe s kratkostično kletko standardnih dimenzij po IEC  
 a) prerez zgornje polovice motorja  
 b) pogled na posamezne sestavne dele

Slika 2.72 prikazuje sestavne dele asinhronskega motorja standardnih dimenzij po IEC standardu, medtem ko slika 2.73 prikazuje trifazni asinhronski motor z drsnimi obroči.



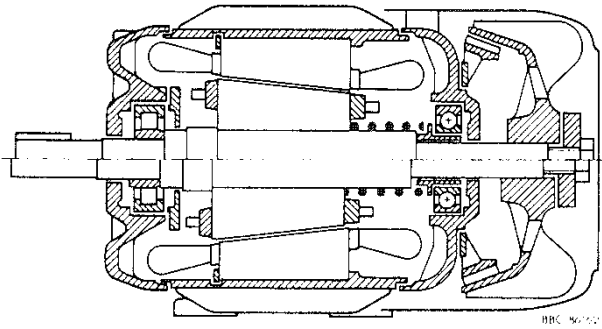
Sl. 2.73a Vzdolžni prerez trifaznega asinhronskega motorja z drsnimi obroči in ročico za dvig ščetk



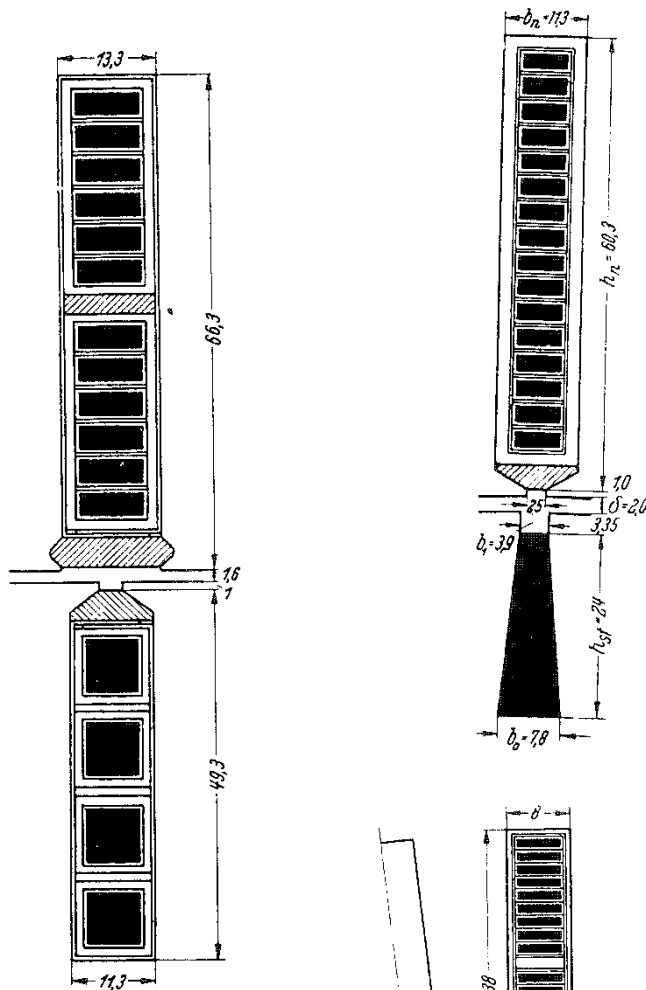
Sl.2.73b Drsní obroči s kratkostično napravo [3]

Pri sponki K1 (sl. 273b) je priključeno rotorsko fazno navitje na kontaktno gred obroča K in podobno za fazi L1 in M1. Z aksialnim pomikom obroča KSO vežemo navitja na kratko na kontaktih K1'-L1'-M1'.

Na sliki 2.74 je v prerezu prikazan zavorni motor s konusnim rotorjem. Način delovanja: pri vklopu zavornega motorja na omrežje potegne magnetno polje rotor z gredjo na desno in zavora popusti (zgornja polovica slike). Za zavrti rotor velja spodnja polovica slike.



Sl. 2.74 Trifazni zavorni asinhronski motor s konusnim rotorjem in kratkostično kletko [3]



b) trifazni motor s kletko in trapezastim utorom v rotorju

$$P_N = 500 \text{ kW}$$

$$U_N = 6000 \text{ V}$$

$$f = 50 \text{ Hz}$$

$$n_s = 125 \text{ min}^{-1}$$

$$\frac{I_Z}{I_N} = 3,5$$

$$\frac{M_Z}{M_N} = 0,5$$

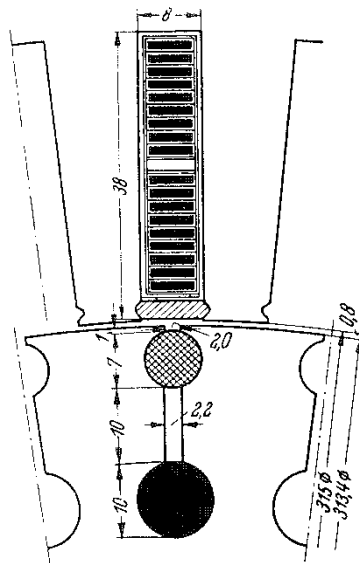
a) trifazni motor z drsnimi obroči

$$P_N = 900 \text{ kW}$$

$$U_N = 3000 \text{ V}$$

$$f = 50 \text{ Hz}$$

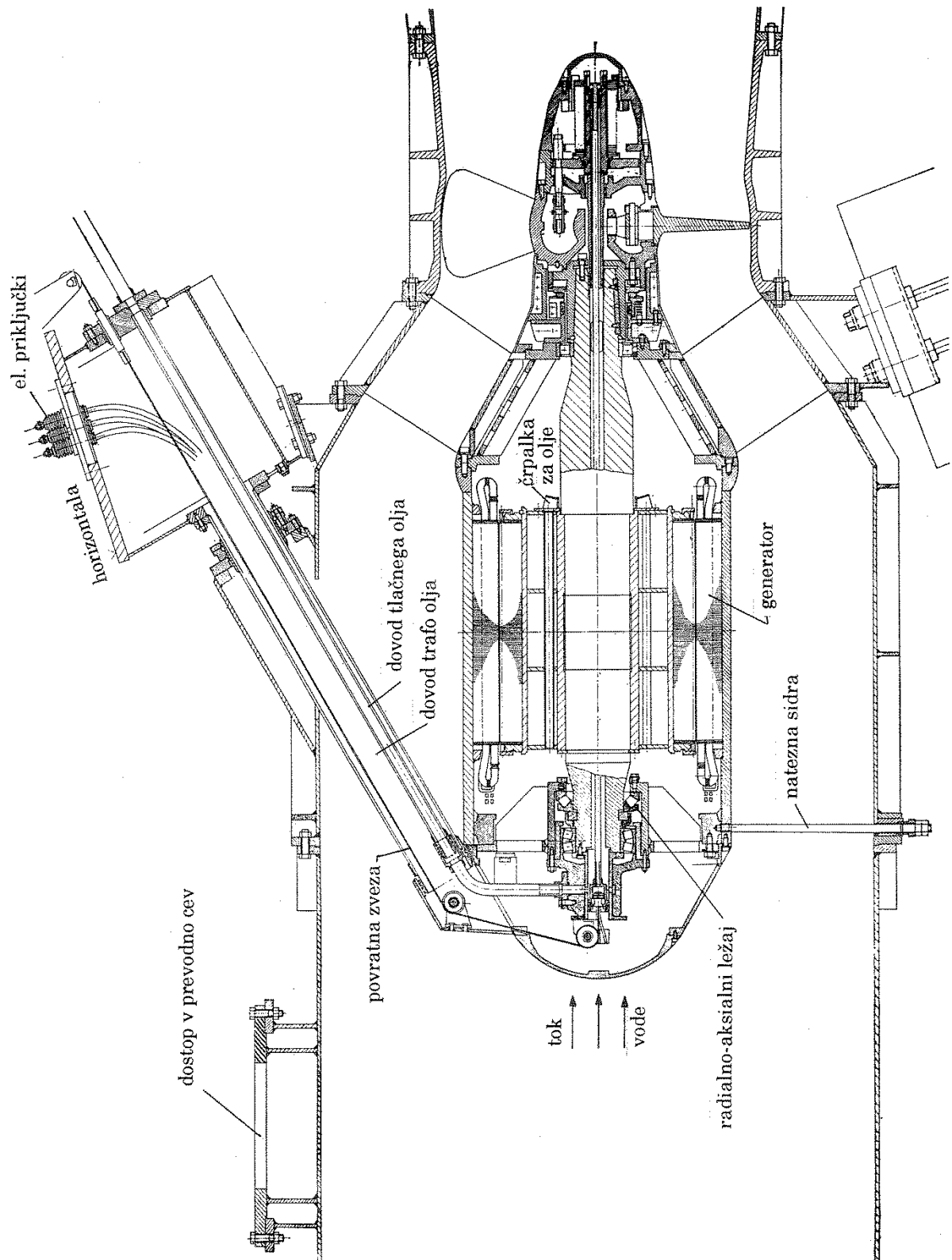
$$n_s = 1500 \text{ min}^{-1}$$



c) trifazni motor z dvojno kletko

$$P = 100 \text{ kW}$$

Sl. 2.75 Statorski in rotorski utori motorjev [2]



Sl. 2.76 Cevni agregat z asinhronskim generatorjem nazivnih podatkov 505 kVA, 3150 V,  $510 \text{ min}^{-1}$ ,  $\cos \varphi = 0,82$ , [14]

## 2.13 LITERATURA ZA ASINHRONSKE STROJE

- [1] G. Müller, Elektrische Maschinen, Grundlagen, Aufbau und Wirkungsweise, VEB Verlag Technik, Berlin, 1970
- [2] W. Nürnberg, Die Asynchronmaschine, Springer-Verlag, Berlin – Heidelberg – New York, 1979
- [3] H. Rentzsch, Handbuch für Elektromotoren, BBC Aktiengesellschaft, Mannheim, Verlag W. Girardet, Essen, 1968
- [4] R. Richter, Elektrische Maschinen IV, Die Induktionsmaschinen, Verlag Birkhäuser, Basel/Stuttgart, 1954
- [5] C. G. Veinott, Theory and design of small induction motors, McGraw-Hill Book Company, Inc. New York – Toronto – London, 1959
- [6] W. Schuisky, Induktionsmaschinen, Springer – Verlag, Wien, 1957
- [7] A. I. Voldek, Električeskie mašini, Energija Leningrad, 1978
- [8] D. W. Novotny, T. A. Lipo, Principles of Vector Control and Field Orientation, University of Wisconsin – Madison, 1991
- [9] J. Pustola, T. Sliwinski, Kleine Einphasenmotoren, VEB Verlag Technik, Berlin, 1962
- [10] D. Zavadlav, Električni stroji II, Asinhronski stroji, zapiski predavanj, VTO Elektrotehnika, Maribor, 1981
- [11] IEC Standard, Publication 27-4, Letter symbols to be used in electrical technology, Part 4: Symbols for quantities to be used for rotating electrical machines, Genève, Suisse, 1985
- [12] IEC Standard, Publication 60034-1, Rotating electrical machines, Part 1: Rating and performance, © IEC 2017, Genève, Suisse
- [13] IEC Recommendation, Publication 60034-8, Rotating electrical machines, Part 8: Terminal markings and direction of rotation of rotating machines, Genève, Suisse, 1972
- [14] Informacije Končar, Zagreb, 49/1970

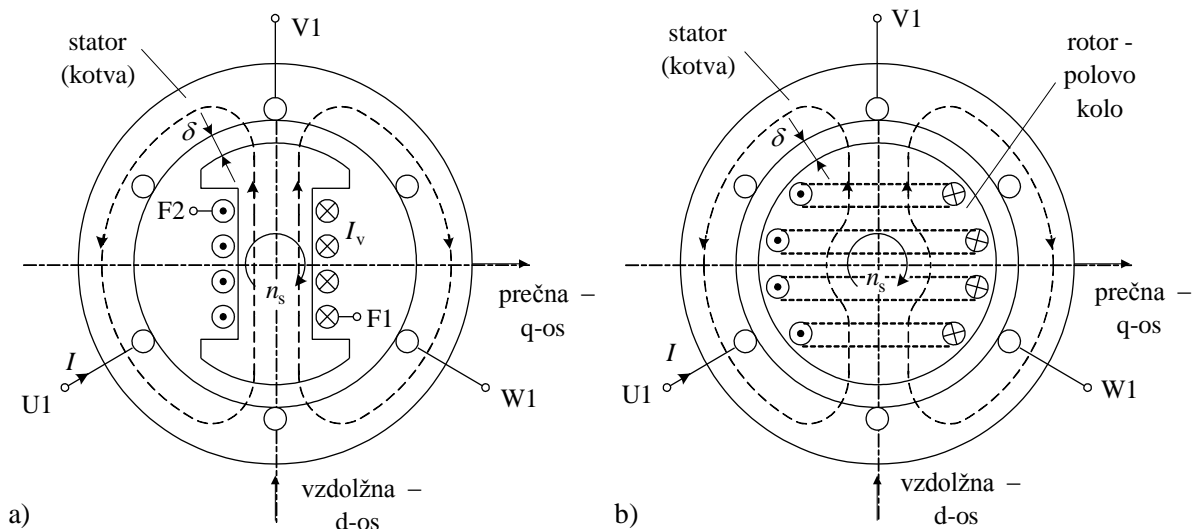
### 3 SINHRONSKI STROJI

Sinhronski stroji so pretvorniki energije: mehansko energijo pretvarjajo v električno in obratno. V prvem primeru delujejo kot generatorji, v drugem kot elektromotorji. Vsak sinhronski stroj lahko obratuje kot generator ali motor. Navadno so generatorji grajeni za srednje in velike moči, tj. od nekaj sto kilovatov do dva gigavata. Motorji pa so grajeni za moči nekaj milivatov do nekaj deset kilovatov. Sinhronskih strojev za srednje moči praktično ne najdemo.

#### 3.1 OPIS KONSTRUKCIJE IN NAČIN DELOVANJA

##### 3.1.1 Opis konstrukcije

Ločimo dve osnovni konstrukcijski izvedbi, in sicer stroj z izraženimi poli na rotorju in stroj z neizraženimi poli ali stroj s cilindričnim rotorjem. Na sliki 3.1a je narisana stroj z izraženimi poli za primer trifaznega dvopolnega stroja. Pri njem je zračna reža " $\delta$ " v vzdolžni d-osi različna od reže v prečni q-osi. To ne velja za sliko 3.1b, na kateri je zračna reža vzdolž celotne statorske izvrtine konstantna. V prvem primeru je prevodnost magnetnega kroga različna v d in q-osi ( $\mathcal{A}_d \neq \mathcal{A}_q$ ), v drugem primeru je prevodnost praktično konstantna. To vpliva na obratovanje stroja pri obremenitvi. V cilindričnem rotorju (slika 3.1b) so utori odštancani na 2/3 oboda. Utori imajo odprtine za vlaganje navitja, zato je reža le približno konstantna.



Sl. 3.1 Poenostavljena slika trifaznega dvopolnega sinhronskega stroja:

a) rotor z izraženimi poli, b) cilindrični rotor

Vzbujalno navitje na rotorju je pri stroju z izraženimi poli koncentrično (sl. 3.1a) in je zato vzbujanje koncentrirano, pri cilindričnem rotorju (sl. 3.1b) pa je navitje pasovno. Pasovno navitje je navadno razporejeno le na 2/3 oboda zaradi manjše

porabe materiala oziroma večjega faktorja navitja.

Na statorju imamo običajno trifazno pasovno navitje kot pri asinhronskem stroju. Mogoče je imeti tudi enofazno oziroma dvofazno izvedbo sinhronskega stroja in temu ustrezna navitja na statorju.

### 3.1.2 Način delovanja

Rotorsko vzbujalno navitje napajamo z enosmernim tokom  $I_v$  preko dveh drsnih obročev. Da ustvarimo vrtilne amper-ovoje, ga vrtimo z  $n_s = f/p$  vrtljaji. Izraz za vrtilne amper-ovoje osnovne harmonske komponente vzbujanja pišemo v obliki:

$$\hat{\Theta}_v = \frac{4}{\pi} \frac{N_v f_{nv}}{2p} I_v, \quad (3.1)$$

kjer je  $N_v$  število vseh ovojev na rotorju in  $f_{nv}$  faktor navitja osnovne harmonske komponente. Pri izraženih polih je  $f_{nv} = 1$ . Pri neobremenjenem stroju, tj. v prostem teku (tok v statorskem navitju  $I = 0$ ), nam amper-ovoji  $\Theta_{v0}$  povzročijo gostoto magnetnega pretoka osnovne harmonske komponente v zračni reži po enačbi:

$$\hat{B}_\delta = \frac{\mu_0 \hat{\Theta}_{v0}}{\delta_e} = \hat{B}_1, \quad (3.2)$$

kjer je  $\delta_e$  ekvivalentna zračna reža, s katero upoštevamo vpliv odprtih v utorih na statorju in rotorju. Iz gostote magnetnega pretoka izračunamo glavni fluks:

$$\hat{\Phi}_g = \frac{2}{\pi} \hat{B}_1 A_\delta = \frac{2}{\pi} \hat{B}_1 \tau_p l_e, \quad (3.3)$$

kjer je  $2/\pi$  faktor za izračun srednje vrednosti gostote magnetnega pretoka v zračni reži stroja,  $\tau_p$  polova delitev oboda rotorja oziroma statorske izvrtine  $\tau_p = D\pi/(2p)$  in  $l_e$  ekvivalentna dolžina železnega paketa. Z ekvivalentno dolžino upoštevamo tudi vpliv hladilnih kanalov pri večjih strojih.  $D$  je premer izvrtine statorja.

Glavni fluks inducira v trifaznem navitju na statorju napetost po znani enačbi:

$$U_s = 4,44 f N_s f_{ns} \hat{\Phi}_g, \quad (3.4)$$

kjer je  $N_s$  število vseh ovojev navitja ene faze na statorju in  $f_{ns}$  faktor navitja osnovne harmonske komponente.

V prostem teku je glavni fluks enak fluksu polovega kolesa  $\Phi_g = \Phi_{g0} = \Phi_{p0}$ , povzročene zaradi vzbujanja  $\Theta_v$  koncentričnega vzbujalnega navitja polovega kolesa ali pasovnega navitja na cilindričnem rotorju.

Pri obremenitvi nam statorski tok  $I_s$ , ki bo v nadaljevanju označen z  $I$  ( $I > 0$ ), ustvari statorske vrtilne amper-ovoje  $\Theta_a$  (reakcijske ali armaturne oziroma



slovensko amper-ovoje kotve):

$$\hat{\Theta}_a = \frac{m}{2} \frac{4}{\pi} \frac{N_s f_{ns}}{2p} \sqrt{2} I. \quad (3.5)$$

Skupaj z vzbujaalnimi amper-ovoji dobimo rezultirajoče amper-ovoje:

$$\underline{\Theta}_{rez} = \underline{\Theta}_v + \underline{\Theta}_a. \quad (3.6)$$

Rezultirajoči amper-ovoji povzročijo gostoto magnetnega pretoka po enačbi (3.2) oziroma glavni fluks po enačbi (3.3). Pri obremenitvi bi moral ostati glavni fluks enak onemu v prostem teku stroja, da bi ostala inducirana napetost v statorskem navitju enaka omrežni napetosti ob predpostavki, da zanemarimo padec napetosti v statorskem navitju. Zato moramo spremeniti vzbujaalni tok  $I_v$  na rotorju za toliko, da ostane rezultirajoče vzbujaanje enako vzbujaanju v prostem teku ( $\Theta_{rez} = \Theta_{v0}$ ) in s tem enak fluks. Pri ohmsko induktivnem bremenu deluje reakcija kotve pretežno proti vzbujaalnim amper-ovojem, zato moramo vzbujaanje povečati. Amper-ovoje reakcije preračunamo na vzbujaalno stran (rotor) tako, da postavimo pogoj o enakosti reduciranih in prvotnih amper-ovojev:

$$\hat{\Theta}_{va} = \frac{4}{\pi} \frac{N_v f_{nv}}{2p} I_{va} = \hat{\Theta}_a. \quad (3.7)$$

S pomočjo enačbe (3.5) izračunamo za trifazno navitje statorja ( $m=3$ ) vrednost za tok, reduciran na rotor:

$$I_{va} = \frac{3}{2} \frac{N_s f_{ns}}{N_v f_{nv}} \sqrt{2} I = K_I \sqrt{2} I, \quad (3.8)$$

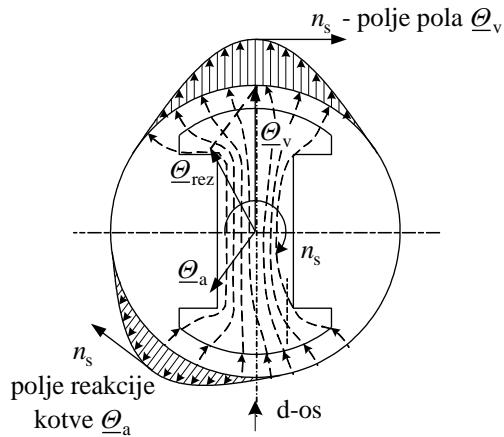
kjer je  $K_I = \frac{3}{2} \frac{N_s f_{ns}}{N_v f_{nv}}$  tokovna prestava med kotvo in cilindričnim rotorjem. Pri

rotorju z izraženimi poli dobimo  $K_I$  z numerično ali grafično analizo magnetnega polja. Skupni zahtevani vzbujaalni tok bo z upoštevanjem enačb (3.1) in (3.5) do (3.8):

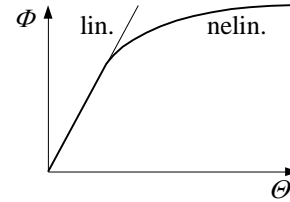
$$\underline{I}_{vrez} = \underline{I}_v + \underline{I}_{va}. \quad (3.9)$$

Če bi stroj obremenili pri nespremenjenem vzbujaalnem toku, bi reakcija kotve znižala  $\Theta_{rez}$  in s tem glavni fluks  $\Phi_g < \Phi_{g0}$ , tako da bi bil  $U_s < U_0$  (enačba 3.4). Kot smo že omenili, je smer reakcije pretežno nasprotna vzbujaanju rotorja. To pomeni, da glavni fluks pri obremenitvi ne leži več v d-osi, kot v prostem teku, ampak tako, kot je to prikazano na sliki 3.2.

Za nadaljnja izvajanja predpostavimo, da ima magnetni krog permeabilnost  $\mu = \text{konst.}$  in s tem upoštevamo le linearni del magnetilne karakteristike  $\Phi_g = f(\Theta)$  na sliki 3.3. Torej ne upoštevamo nasičenja v magnetnem krogu, tj. nelinearnega dela. Ta predpostavka dopušča geometrijsko seštevanje fluksov.



Sl. 3.2 Vzbujačno magnetno polje in polje reakcije kotve



Sl. 3.3 Magnetilna karakteristika stroja

Torej velja, da se kot posledica posameznih magnetnih napetosti oziroma vzbujanja pojavijo ustrezni fluksi:

$$\text{– stator } \underline{\Theta}_a \Rightarrow \underline{\Phi}_a = \hat{\Phi}_a e^{j\varphi_i} \quad \hat{\Phi}_a \propto \sqrt{2} I \quad (3.10a)$$

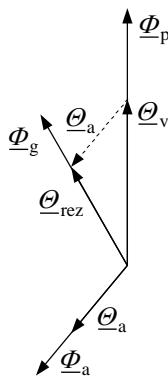
$$\text{– rotor } \underline{\Theta}_v \Rightarrow \underline{\Phi}_p = \hat{\Phi}_p e^{j\varphi_0} \quad \hat{\Phi}_p \propto I_v \quad (3.10b)$$

$$\text{rezultirajoče vzbujanje } \underline{\Theta}_{rez} \Rightarrow \underline{\Phi}_g = \hat{\Phi}_g e^{j\varphi_{rez}} \quad (3.10c)$$

$$\text{Lahko napišemo } \underline{\Phi}_g = \hat{\Phi}_g e^{j\varphi_{rez}} = \underline{\Phi}_p + \underline{\Phi}_a = \hat{\Phi}_p e^{j\varphi_0} + \hat{\Phi}_a e^{j\varphi_i}. \quad (3.11)$$

$\varphi_0$  je fazni položaj fluksa polovega kolesa v trenutku  $\omega t = 0$ ,  $\varphi_i$  fazni položaj toka  $I$  in s tem fluksa reakcije kotve in  $\varphi_{rez}$  fazni položaj glavnega fluksa.

Na sliki 3.4 vidimo, ustrezno enačbam (3.10a, b in c) ter sliki 3.2, posamezne magnetne napetosti in v fazi z njimi ustrezne flukse.

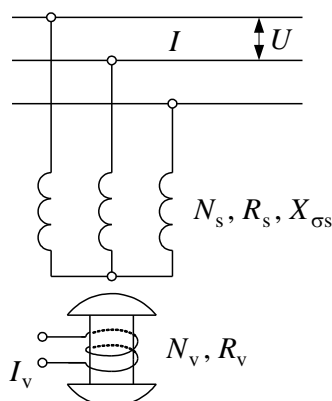


Sl. 3.4 Kazalčni diagram magnetnih napetosti in fluksov

## 3.2 OBRATOVANJE SINHRONKEGA STROJA NA TOGEM OMREŽJU

### 3.2.1 Napetosti stroja

Predpostavimo, da je vzbujen trifazni sinhronski stroj priklopljen na togo omrežje (sl. 3.5); ( $U = \text{konst.}$ ,  $f = \text{konst.}$ ) in teče v statorskem navitju tok  $I$ . V statorju dobimo naslednje napetosti:



Sl. 3.5 Sinhronski stroj na togem omrežju

inducirano napetost zaradi glavnega fluksa

$$\underline{E}_g = -j\omega N_s f_{ns} \frac{\Phi_g}{\sqrt{2}} \text{ s kotom } \varphi_e = \varphi_{rez} - \frac{\pi}{2} \quad (3.12)$$

in v odvisnosti od komponent fluksa

$$\underline{E}_g = \underline{E}_p + \underline{E}_a. \quad (3.12a)$$

Če zanemarimo ohmsko in induktivno upornost na statorju ( $R_s = 0$  in  $X_{\sigma s} = 0$ ), bo napetost na sponkah statorja:

$$\underline{U}_s = -\underline{E}_g \quad (3.13)$$

in s komponentami fluksa napetost polovega kolesa in napetost reakcije

$$\underline{U}_{Ep} = -\underline{E}_p \text{ ter } \underline{U}_a = -\underline{E}_a. \quad (3.13a)$$

Napetost na sponkah stroja je torej enaka:

$$\underline{U}_s = \underline{U}_{Ep} + \underline{U}_a \quad (3.14)$$

in velja, da je  $\underline{U}_{Ep} \propto I_v$  in  $\underline{U}_a \propto I$ .

### 3.2.2 Sinhronizacija sinhronskega stroja na omrežje

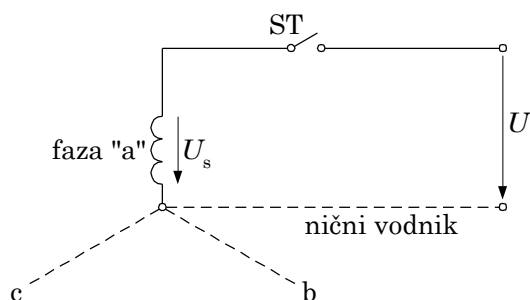
Recimo, da imamo vzbujen sinhronski generator, ki ga vrti pogonski stroj (navadno turbina) z  $n_s$  vrtljaji. Takšen generator lahko priklopimo preko stikala na omrežje (sl. 3.6), če velja, da je napetost na sponkah stikala:

$$\underline{U}_{st} = \underline{U} - \underline{U}_s = 0. \quad (3.15)$$

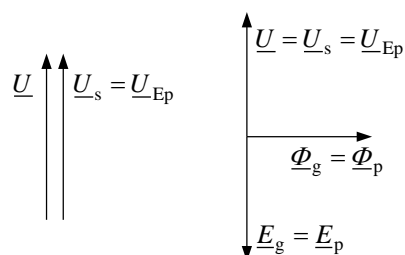
Iz enačbe sledi, da je  $\underline{U}_s = \underline{U}$  in s tem tudi  $I = 0$ . Lahko napišemo pogoje sinhronizacije:

1. napetosti morajo biti enake po velikosti  $U = U_{Ep} = U_s$ ,
2. imeti morajo enak fazni položaj,
3. kotni frekvenci napetosti generatorja in omrežja morata biti enaki  $\omega_s = \omega$ .

Iz zadnjega pogoja sledi, da mora biti število vrtljajev generatorja  $n = n_s = f / p$ .



Sl. 3.6 Priklop generatorja na omrežje



Sl. 3.7 Kazalčni diagram napetosti neobremenjenega generatorja

Na sliki 3.7 vidimo fazni položaj posameznih napetosti neobremenjenega generatorja, sinhroniziranega na omrežje. O sinhronizaciji motorja bomo govorili kasneje. Trenutno predpostavimo le to, da imamo sinhronski stroj povezan z omrežjem in da se vrti s sinhronskimi vrtljaji.

### 3.2.3 Prevzem obremenitve stroja

Že uvodoma je bilo povedano, da lahko sinhronski stroj dela kot generator ali kot motor. Pri prevzemu obremenitve razlikujemo, za razliko od ostalih rotacijskih strojev, med delovno in jalovo obremenitvijo stroja ali kombinacijo obeh. Pri obremenitvi s statorskim tokom  $I$  povzroči ta reakcija kotve. Če zanemarimo padce napetosti zaradi ohmske upornosti ( $R_s = 0$ ) in razsipane reaktance navitja statorja ( $X_{cs} = 0$ ), bo napetost na sponkah enaka kot pri sinhronizaciji le, če ostane glavni fluks  $\Phi_g$  konstanten oziroma se spremeni fluks polovega kolesa  $\Phi_{p0}$ , tako da velja:

$$\underline{\Phi}_g = \underline{\Phi}_p + \underline{\Phi}_a = \text{konst.} \quad (3.16)$$

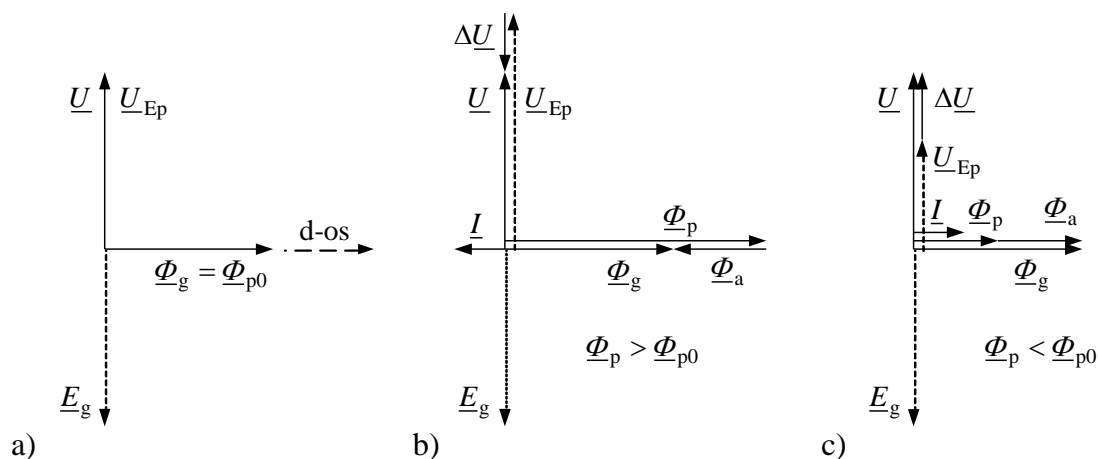
Med generatorjem in motorjem pri prevzemu jalove obremenitve ni razlike v načinu prevzema te. Razlika je le pri prevzemu delovne obremenitve, saj pri motorju obremenimo stroj z mehanskim bremenom, pri generatorju vežemo na sponke impedanco bremena.

#### 3.2.3.1 Prevzem jalove obremenitve

Predpostavimo, da je sinhronski stroj sinhroniziran na omrežje. Predpostavimo tudi, da lahko zanemarimo upornost navitja kotve – statorja ( $R_s = 0$ ) in upornost vzbujalnega navitja – rotorja ( $R_v = 0$ ). Stroju, ki idealno gledano, nima nobenih izgub, spremenimo vzbujalni tok in s tem spremenimo jalovo moč. Na sliki 3.8a vidimo kazalčni diagram sinhroniziranega stroja v prostem teku ( $I = 0$ ).

Pri povečanem vzbujanju ( $I_v > I_{v0}$ ) se bo povečal fluks polovega kolesa in s tem tudi napetost polovega kolesa oziroma inducirana napetost. Če upoštevamo samo induktivno upornost stroja (ohmsko upornost zanemarimo), ker je navadno

$R_s \ll X_s$ , bo razlika napetosti  $\Delta U$  med napetostjo generatorja in napetostjo omrežja pognala tok, ki bo za  $90^\circ$  zaostajal za razliko napetosti (sl. 3.8b). Tok bo za stroj induktiven in za omrežje kapacitiven, ker prehiteva omrežno napetost za  $90^\circ$ . Sinhronski stroj torej v prevzbujenem stanju proizvaja jalovo energijo. Povsem obraten učinek dobimo pri zmanjšanem vzbujujanju, "podvzbujanju" ( $I_v < I_{v0}$ ) na sliki 3.8c. V tem primeru bo vzel stroj jalovo moč, potrebno za vzbujujanje, iz omrežja.



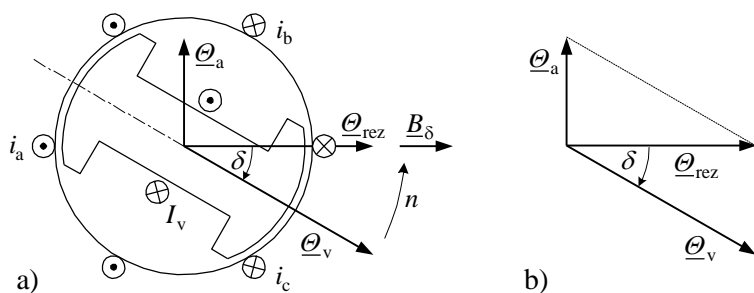
Sl. 3.8 Kazalčni diagrami za jalovo obremenitev stroja

### 3.2.3.2 Prevzem delovne moči pri motorju

Zunanji zaviralni navor (vrtilni moment bremena) poganjanega stroja ( $M_p = -M_b < 0$ ) povzroči na gredi sinhronskega motorja zaostajanje položaja rotorja, ker sinhronizirani sinhronski stroj ne razvija vrtilnega momenta. Zaradi zaostajanja položaja rotorja bi se temu zmanjšalo število vrtljajev. Zato se mehanično vrteče magnetno polje vzbujujalnega navitja rotorja prehodno giblje nekoliko počasneje kot vrtilno polje statorja. Fluks polovega kolesa  $\Phi_p$  zato zaostaja za prvotnim položajem in tako inducira napetost, ki ne drži več ravnotežja napetosti na sponkah kotve ( $-\underline{E}_g \neq \underline{U}_s$ ). Napetostna razlika  $\underline{U} - \underline{U}_{Ep}$  požene tok  $\underline{I}$ , ki povzroči reakcijo kotve. Magnetno polje reakcije kotve se v linearni teoriji superponira z vzbujujalnim poljem v rezultirajoče polje oziroma rezultirajoči fluks, ki ga diktira omrežna napetost. To pomeni, da mora steči na statorju takšen tok  $\underline{I}$ , ki bo ustvaril takšno reakcijo  $\Theta_a$  in s tem fluks  $\Phi_a$ , da bo izpolnjen pogoj:

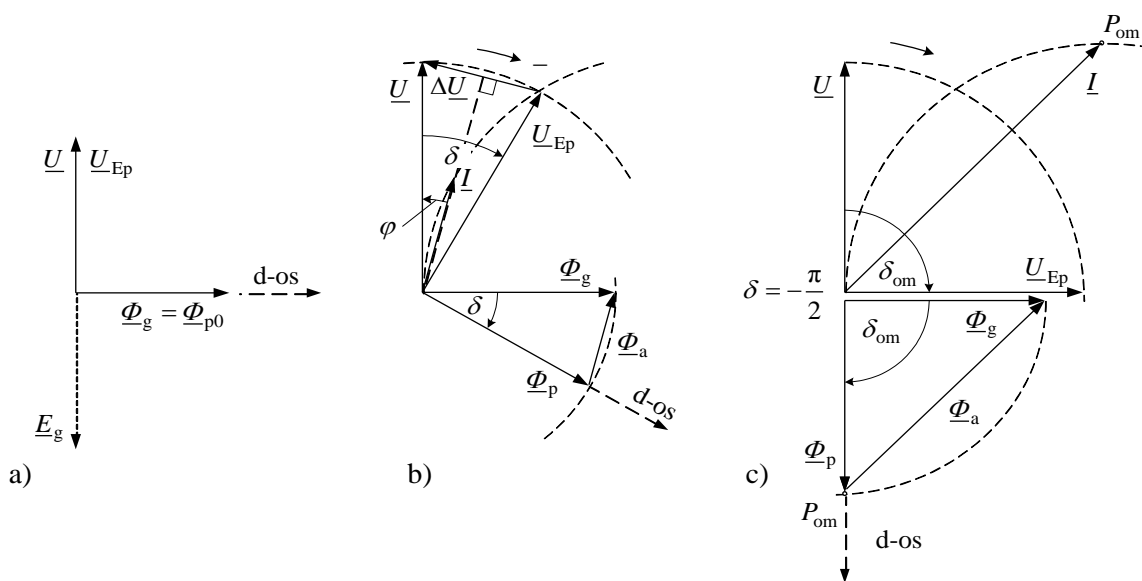
$$\underline{\Phi}_a + \underline{\Phi}_p = \underline{\Phi}_g = \frac{\sqrt{2}\underline{U}_s}{j\omega(N_s f_{ns})}. \quad (3.17)$$

Na sliki 3.9a vidimo prostorsko sliko posameznih magnetnih napetosti. Ker gre za dvopolni model, se ta ne razlikuje od slike v kazalčnem diagramu (sl. 3.9b).



Sl. 3.9 a) Prostorska slika magnetnih napetosti motorja;  
b) kazalčni diagram

Na sliki 3.10a imamo prikazan kazalčni diagram neobremenjenega motorja, na sliki 3.10b obremenjen motor. Zaostajanje položaja polovega kolesa in s tem fluksa polovega kolesa  $\Phi_p$  za vrtilnim poljem  $\Phi_g$  označimo s kotom  $\delta$ . Ta kot imenujemo kolesni kot. Vidimo, da je kolesni kot pri motorju negativen.



Sl. 3.10 Kazalčni diagrami sinhronskega motorja

Ustrezno zaostajanju fluksa polovega kolesa, zaostaja tudi napetost polovega kolesa  $\underline{U}_{Ep}$  za omrežno napetostjo  $\underline{U}$  za enako vrednost kota  $\delta$ . Razlika napetosti  $\Delta U$  bo pognala tok  $I$ , ki bo po sliki 3.10b pravokoten na razliko napetosti, ker zanemarimo ohmsko upornost navitja kotve. Sinhronski motor torej vzame iz omrežja delovno moč ( $I > 0$ ) in razvije pozitiven vrtilni moment, ustrezno enačbi:

$$M = \frac{m}{\Omega_{ms}} U_s I \cos \varphi. \tag{3.18}$$

Za trifazni stator ( $m=3$ ) in  $\Omega_{ms} = \omega/p$  ter z upoštevanjem enačbe (3.17) dobimo izraz za vrtilni moment:

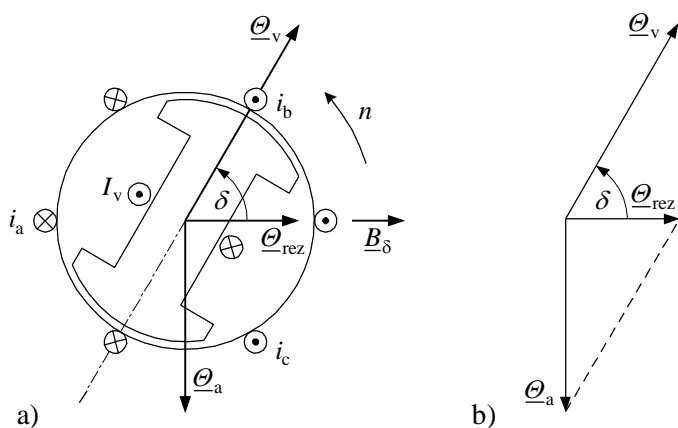
$$M = \frac{3p}{\sqrt{2}} (N_s f_{ns}) \hat{\Phi}_g I \cos \varphi = K \Phi_g I \cos \varphi, \quad (3.19)$$

kjer je kot  $\varphi = \varphi_{\text{rez}} + \pi/2 - \varphi_1 = \varphi_u - \varphi_1$ . Kot  $\varphi_{\text{rez}}$  ponazarja fazni položaj glavnega fluksa v trenutku  $\omega t = 0$  ter  $\varphi_{\text{rez}} + \pi/2$  položaj napetosti generatorja  $\underline{U}_s$  oziroma  $\varphi_1$  položaj toka.

Vrtilni moment sinhronskega stroja deluje proti vrtilnemu momentu bremena, dokler ne dosežemo takšnih tokov, ki dajo tak vrtilni moment, da je  $M + M_b = 0$ . Čim večji je zahtevani vrtilni moment, tem večji je kolesni kot  $\delta$ . Vrtilnega momenta stroja se ne da poljubno povečati. Vatna komponenta toka  $I$  in s tem sprejeta vatna moč raste le do omahne vrednosti, ki jo stroj doseže pri kotu  $\delta = -\pi/2$ , kot je prikazano na sliki 3.10c. Pri delovanju stroja na togem omrežju obstaja torej neka meja stabilnosti. Če je vrtilni moment bremena večji od vrtilnega momenta, ki ga stroj lahko razvija, tj. omahnega vrtilnega momenta  $M_{\text{om}}$  pri kotu  $\delta_{\text{om}} = -\pi/2$ , pade stroj iz sinhronizma ali z drugimi besedami, iz koraka.

### 3.2.3.3 Prezem delovne moči pri generatorju

Pozitivni zunanji vrtilni moment pogonskega stroja ( $M_p = M_b > 0$ ) povzroči pospeševanje rotorja – polovega kolesa. Fluks polovega kolesa prehitve vrtilno polje statorja. Torej se pojavi razlika napetosti  $\underline{U} - \underline{U}_{\text{Ep}}$ , ki požene tok  $\underline{I}$ . Tok povzroči takšno reakcijo kotve oziroma polje kotve, ki da skupaj s poljem pola rezultirajoče polje, ki ga diktira omrežna napetost po enačbi (3.16) kot pri motorju. Na sliki 3.11a vidimo prostorsko sliko posameznih magnetnih napetosti dvopolnega generatorja oziroma kazalčni diagram na sliki 3.11b.



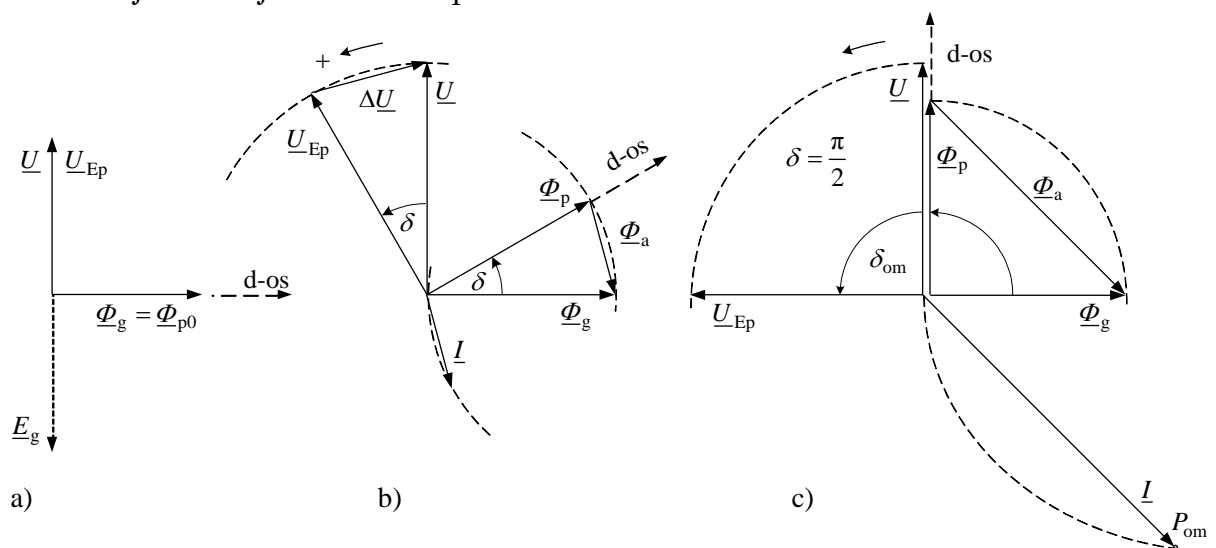
Sl. 3.11 a) Prostorska slika magnetnih napetosti generatorja;  
b) kazalčni diagram

Tok v generatorju narašča tako dolgo, dokler vrtilni moment stroja ni enak vrtilnemu momentu pogonskega stroja  $-M + M_p = 0$  in lahko naraste le do svoje

omahne vrednosti  $M_{om}$  pri kolesnem kotu  $\delta = \pi/2$ . Tok generatorja ima glede na omrežno napetost negativno vatno komponento, tako da lahko pišemo:

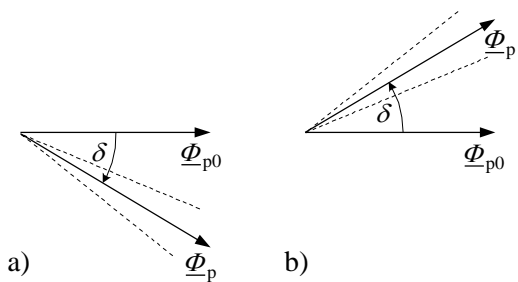
$$-M = K \Phi_g I \cos \varphi. \tag{3.20}$$

Pri tem prehodu iz sinhronizacije (sl. 3.12a) reagira sinhronski stroj na dovajanje mehanske moči z oddajanjem električne energije v omrežje. Istočasno dobi kolesni kot  $\delta$  pozitiven predznak. Prehod sinhronskega stroja v generatorsko obratovanje je prikazan na kazalčnem diagramu na sliki 3.12b. Na sliki 3.12c pa vidimo obratovanje na meji stabilnosti pri kolesnem kotu  $\delta = \pi/2$ .

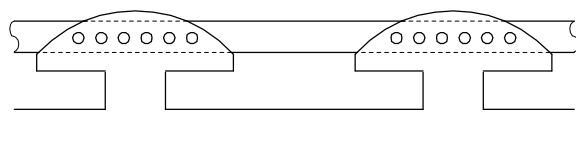


Sl. 3.12 Kazalčni diagrami sinhronskega generatorja

Preden se ustali kolesni kot sinhronskega stroja glede na neko obremenitev okoli končne lege, polovo kolo oziroma fluks polovega kolesa  $\Phi_p$  mehansko niha in s tem tudi kolesni kot za vrednost  $\Delta\delta$  okoli te lege, kot kaže slika 3.13.



Sl. 3.13 Nihanje fluksa polovega kolesa pri motorju in generatorju



Sl. 3.14 Dušilna kletka na rotorju

To nihanje odpravimo z dušilno oziroma kratkostično kletko na polih rotorja. Pri vsakem odstopanju od sinhronizma se pojavi v palicah kratkostične kletke inducirana napetost in s tem tok oziroma sila vrtilnega polja na tokovodnik. Kletka deluje kot asinhronski motor pri zaostajanju rotorja oziroma kot asinhronski generator pri pospeševanju rotorja. Pri sinhronskem motorju ima sama kratkostična kletka še



dodatno nalogo, ker služi tudi za njegov zagon. Sinhronski motor v mirovanju s svojim enosmernim vzbujanjem oziroma poljem rotorja in vrtilnim poljem statorja, če je ta priključen na omrežno napetost, nima sinhronskega vrtilnega momenta. Pojavi pa se, podobno kot pri asinhronskem motorju, inducirana napetost in tok v kratkostični kletki in s tem vrtilni moment. Sinhronski motor zažene torej le, če ima kratkostično kletko. Ko pride blizu sinhronizma, vrtilno polje potegne rotor v sinhronizem. Torej se sinhronski motor sinhronizira sam.

### 3.3 ANALITIČNA OBRAVNAVA

Izvajali bomo enačbe za stacionarno obratovanje stroja, tj. pri konstantnem številu vrtljajev  $n = n_s = f / p$  ( $s^{-1}$ ). Vse veličine, kot so napetosti, tokovi in magnetni sklepi navitij posameznih faz, so sinusne oblike. Pri stroju z izraženimi poli moramo upoštevati tudi različno vrednost magnetne prevodnosti v vzdolžni in prečni osi ( $A_d \neq A_q$ ). Geometrija polovih čevljev nam povzroči dodatne težave pri kvantitativnem določanju rezultirajočega polja v zračni reži. Zato bo analiza najprej izpeljana za stroj s simetričnim (cilindričnim) ali turbo rotorjem in nato razširjena za stroj z izraženimi poli. Predpostavimo tudi, da je magnetilna karakteristika stroja linearna ( $\mu_{Fe} = \text{konst.}$ ).

#### 3.3.1 Splošna napetostna enačba

Za statorsko navitje lahko pišemo naslednjo napetostno enačbo:

$$\underline{U} = \underline{U}_s = R_s \underline{I} + j\omega L_{\sigma s} \underline{I} + j\omega (N_s f_{ns}) \frac{\underline{\Phi}_g}{\sqrt{2}}, \quad (3.21)$$

kjer je  $\underline{\Phi}_g$  kompleksna vrednost glavnega fluksa, ki ga ustvarijo rezultirajoči amper-ovoji  $\mathcal{O}_{rez}$  v zračni reži posameznega pola.  $\omega L_{\sigma s}$  je razsipana reaktanca v utorih statorja, glav statorskega navitja in razsipanje zaradi višjih harmonskih komponent posamezne faze. Za stroj z izraženimi poli vzamemo, kot da ni vpliva magnetne nesimetrije na razsipano polje.

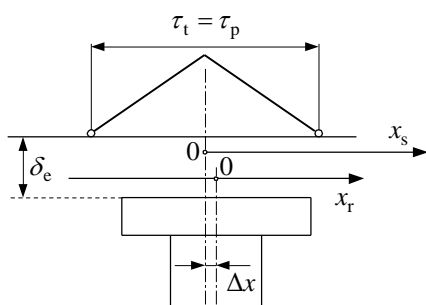
##### 3.3.1.1 Glavni fluks

Za trenutno vrednost glavnega fluksa v zračni reži stroja v statorskih koordinatah za  $x_s = 0$  (sl. 3.15) velja izraz:

$$\phi_g = \frac{2}{\pi} \tau_p l_e \hat{B}_{rez} \cos(\omega t + \varphi_{rez}) \quad (3.22)$$

ali kot kompleksna vrednost

$$\underline{\Phi}_g = \hat{\Phi}_g e^{j\varphi_{rez}}. \quad (3.22a)$$



Sl. 3.15 Prikaz statorskih in rotorskih koordinat

V linearni teoriji je glavni fluks sestavljen iz fluksa polovega kolesa in fluksa reakcije kotve.

### 3.3.1.2 Fluks polovega kolesa

Vzbujanje polovega kolesa, pisano v rotorskih koordinatah:

$$\theta_v(x_r) = \frac{4}{\pi} \frac{N_v f_{nv}}{2p} I_v \cos\left(\frac{\pi}{\tau_p} x_r\right), \quad (3.23)$$

povzroči v zračni reži gostoto magnetnega pretoka

$$b_p(x_r) = \hat{B}_p \cos\left(\frac{\pi}{\tau_p} x_r\right) \quad (3.24)$$

oziroma fluks

$$\underline{\Phi}_p = \hat{\Phi}_p e^{j\frac{\pi}{\tau_p}\Delta x_0} = \hat{\Phi}_p e^{j\vartheta_0} \quad (3.25)$$

in ta inducirano napetost

$$\underline{U}_{Ep} = \omega(N_s f_{ns}) \frac{\hat{\Phi}_p}{\sqrt{2}} e^{j(\vartheta_0 + \pi/2)}. \quad (3.26)$$

Za rotor, ki se vrtili z  $n$  vrtljaji, se menja njegov koordinatni sistem po enačbi:

$$x_r = x_s - \Delta x = x_s - vt - \Delta x_0, \quad (3.27)$$

kjer je  $\Delta x_0$  začetni položaj rotorja za  $\omega t = 0$  in " $v$ " hitrost vrtenja rotorja.

Hitrost vrtenja:  $v = D\pi n = 2p\tau_p f / p = (\tau_p / \pi)\omega$ . Enačbo (3.27) lahko preoblikujemo:

$$\frac{\pi}{\tau_p} x_r = \frac{\pi}{\tau_p} x_s - \omega t - \frac{\pi}{\tau_p} \Delta x_0 = \frac{\pi}{\tau_p} x_s - \omega t - \vartheta_0. \quad (3.27a)$$

Za začetni položaj polovega kolesa velja:  $(\pi / \tau_p)\Delta x_0 = \vartheta_0 = \varphi_{up} - \pi/2 = \varphi_u + \delta - \pi/2$ , ker fluks  $\Phi_p$  zaostaja za napetostjo polovega kolesa  $\varphi_{up}$  za  $\pi/2$ . Navadno vzamemo položaj napetosti  $\varphi_u = 0$  ter s tem  $\vartheta_0 + \pi/2 = \delta$  (kolesni kot). Enačbo (3.26) lahko sedaj pišemo v skrajšani obliki:

$$\underline{U}_{Ep} = U_{Ep} e^{j\delta}. \quad (3.26a)$$

### 3.3.1.3 Fluks reakcije kotve

Bremenski tokovi  $i_a$ ,  $i_b$  in  $i_c$  povzročijo reakcijske amper-ovoje. V fazi "a" je trenutna vrednost toka  $i_a = \sqrt{2}I \cos(\omega t + \varphi_i) = \hat{I} \cos(\omega t + \varphi_i)$  ali kompleksna efektivna vrednost toka  $\underline{I}_a = \underline{I} = I e^{j\varphi_i}$ . V statorskem koordinatnem sistemu je trenutna vrednost za osnovno harmonsko komponento vzbujanja reakcije kotve:

$$\theta_a(x_s) = \frac{3}{2} \frac{4}{\pi} \frac{N_s f_{ns}}{2p} \hat{I} \cos\left(\frac{\pi}{\tau_p} x_s - \omega t - \varphi_i\right). \quad (3.28)$$

V rotorskem koordinatnem sistemu pa lahko z upoštevanjem enačbe (3.27a) napišemo za osnovno harmonsko komponento reakcije kotve tak izraz:

$$\theta_a(x_r) = \frac{3}{2} \frac{4}{\pi} \frac{N_s f_{ns}}{2p} \hat{I} \cos\left(\frac{\pi}{\tau_p} x_r + \left(\varphi + \delta - \frac{\pi}{2}\right)\right). \quad (3.28a)$$

Položaj amper-ovojev reakcije je, kot je razvidno iz enačbe (3.28a), funkcija koleznega kota  $\delta$  in faznega kota  $\varphi$ , če je  $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$ . Amper-ovoji reakcije povzročijo v zračni reži gostoto magnetnega pretoka  $b_a(x_s, t) = \mu_0 \theta_a(x_s, t) / \delta_e$  oziroma fluks:

$$\underline{\Phi}_a = \hat{\Phi}_a e^{j\varphi_i}. \quad (3.29)$$

Rezultirajoče amper-ovoje za osnovno harmonsko komponento po enačbi (3.6) lahko sedaj pišemo z upoštevanjem enačb (3.23) in (3.27a) ter (3.28) kot vsoto:

$$\begin{aligned} \theta(x, t) &= \hat{\Theta}_{\text{rez}} \cos\left(\frac{\pi}{\tau_p} x_s - \omega t - \varphi_{\text{rez}}\right) = \\ &= \hat{\Theta}_v \cos\left(\frac{\pi}{\tau_p} x_s - \omega t - \varphi_0\right) + \hat{\Theta}_a \cos\left(\frac{\pi}{\tau_p} x_s - \omega t - \varphi_i\right). \end{aligned} \quad (3.30)$$

Rezultirajoči amper-ovoji povzročijo rezultirajočo gostoto magnetnega pretoka  $B_{\text{rez}}$  oziroma glavni fluks v zračni reži  $\Phi_g$  po enačbi (3.22).

### 3.3.2 Stroj s cilindričnim rotorjem

Vzbujanje polov in reakcije kotve ustvarita rezultirajočo gostoto magnetnega pretoka osnovne harmonske komponente v zračni reži:

$$b_{\text{rez}}(x_s) = b_v(x_s) + b_a(x_s). \quad (3.31)$$

Fluks skozi premersko tuljavo v simetrali faze "a", tj. za  $x_s = 0$  na sliki 3.15, izračunamo s pomočjo enačbe (3.30):

$$\Phi_g = l_e \int_{-\tau_p/2}^{\tau_p/2} B_{\text{rez}}(x_s) dx = l_e \frac{\mu_0}{\delta_e} \int_{-\tau_p/2}^{\tau_p/2} \Theta_{\text{rez}}(x_s) dx = \quad (3.32)$$

$$= \frac{\mu_0}{\delta_e} \frac{4}{\pi} \frac{2}{\pi} \tau_p l_e \frac{N_v f_{nv}}{2p} I_v \cos\left(\omega t + \varphi_{up} - \frac{\pi}{2}\right) + \frac{\mu_0}{\delta_e} \frac{3}{2} \frac{4}{\pi} \frac{2}{\pi} \tau_p l_e \frac{N_s f_{ns}}{2p} \hat{I} \cos(\omega t + \varphi_1),$$

kjer je  $l_e$  ekvivalentna dolžina stroja in  $\delta_e$  ekvivalentna zračna reža.

Napetostno enačbo (3.21) je mogoče s pomočjo enačbe (3.32) napisati v obliki:

$$\begin{aligned} \underline{U}_s = R_s \underline{I} + j X_{cs} \underline{I} + \omega \frac{\mu_0}{\delta_e} \frac{4}{\pi} \frac{2}{\pi} \tau_p l_e (N_s f_{ns}) \frac{N_v f_{nv}}{2p} \frac{I_v}{\sqrt{2}} e^{j\varphi_{up}} + \\ + j\omega \frac{\mu_0}{\delta_e} \frac{3}{2} \frac{4}{\pi} \frac{2}{\pi} \tau_p l_e \frac{(N_s f_{ns})^2}{2p} \underline{I}. \end{aligned} \quad (3.33)$$

Tretji del enačbe je vrednost za napetost polovega kolesa, ki je odvisna od vzbujanja.

Ta del pišemo z upoštevanjem induktivnosti  $L_{avd}$  med kotvo in vzbujalnim navitjem:

$$\underline{U}_{Ep} = \omega \frac{\mu_0}{\delta_e} \frac{4}{\pi} \frac{2}{\pi} \tau_p l_e (N_s f_{ns}) \frac{N_v f_{nv}}{2p} \frac{I_v}{\sqrt{2}} e^{j\varphi_{up}} = \omega L_{avd} \frac{I_v}{\sqrt{2}} e^{j\varphi_{up}} = U_{Ep} e^{j\varphi_{up}}. \quad (3.34)$$

Zadnji del enačbe (3.33) predstavlja padec napetosti na magnetilni (glavni) reaktanci, za katero velja izraz:

$$X_m = \omega \frac{\mu_0}{\delta_e} \frac{3}{2} \frac{4}{\pi} \frac{2}{\pi} \tau_p l_e \frac{(N_s f_{ns})^2}{2p} = \omega L_{avd} K_I = X_{avd} K_I. \quad (3.35)$$

Z upoštevanjem enačb (3.34) in (3.35) in z zamenjavo vrstnega reda zadnjih dveh členov lahko napišemo napetostno enačbo (3.33) mnogo krajše:

$$\underline{U}_s = R_s \underline{I} + j X_{cs} \underline{I} + j X_m \underline{I} + \underline{U}_{Ep}. \quad (3.36)$$

Magnetilna reaktanca je s stališča sinhronskega stroja v bistvu reaktanca reakcije kotve. Če združimo magnetilno reaktanco z reaktanco razsipanja, dobimo za sinhronski stroj zelo pomembno sinhronsko reaktanco (reaktanco v d-osi):

$$X_d = X_{cs} + X_m. \quad (3.37)$$

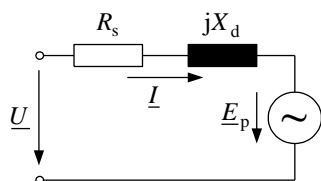
Napetostna enačba (3.36) se s tem poenostavi v izraz:

$$\underline{U} = \underline{U}_s = R_s \underline{I} + j X_d \underline{I} + \underline{U}_{Ep}. \quad (3.38)$$

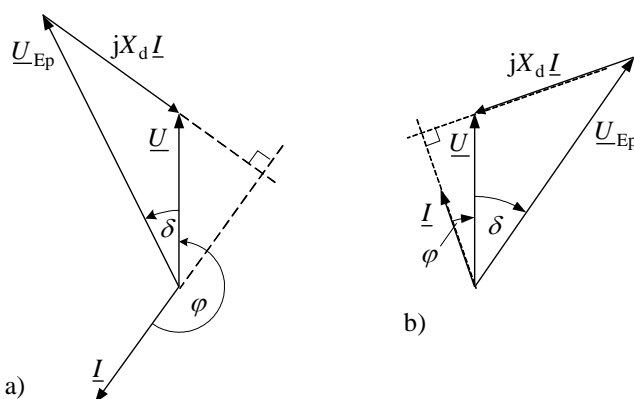
Tej enačbi ustreza nadomestno vezje sinhronskega stroja s cilindričnim rotorjem na sliki 3.16. Ker velja, da je  $R_s \ll X_d$ , lahko ohmsko upornost statorskega navitja zanemarimo. Za  $R_s = 0$  je na sliki 3.17a narisan kazalčni diagram za sinhronski stroj, ki obratuje kot generator in na sliki 3.17b kot motor.

Reaktance se pogosto podajajo v relativnih vrednostih glede na nazivno vrednost impedance. Če je  $Z_N = U_{Nf} / I_{Nf}$ , izrazimo relativno vrednost sinhronske reaktance kot:

$$x_d = \frac{X_d}{Z_N} = \frac{X_d I_N}{U_N}. \quad (3.39)$$



Sl. 3.16 Nadomestno vezje  
sinhronskega stroja s  
cilindričnim rotorjem



Sl. 3.17 Kazalčni diagram sinhronskega  
a) generatorja, b) motorja s  
cilindričnim rotorjem

Pri sinhronskih generatorjih s cilindričnim rotorjem je vrednost za  $x_d$  v mejah med 0,8 do 2,5. Velika vrednost relativne sinhronske reaktance  $x_d$  ni ugodna za stabilnost stroja, kot bomo videli pozneje (manjši  $M$  omahni). Ugodno je pri tem, da je velika vrednost  $x_d$  posledica manjše zračne reže (enačba 3.35), torej potrebuje takšen stroj manjšo vzbujalno moč.

Če je sinhronski stroj nevzbujen, in ga vrtimo s sinhronskimi vrtljaji, bo takšen stroj jemal iz omrežja tok  $\underline{I}_0 = \underline{U} / (jX_d)$ . Iz razmerja dobimo glede na nazivni tok:

$$\frac{I_0}{I_N} = \frac{U_N}{I_N X_d} = \frac{1}{x_d}. \quad (3.40)$$

Za sinhronske stroje je razmerje  $I_0 / I_N$  v mejah 1,25 do 0,4.

### 3.3.3 Stroj z izraženimi poli

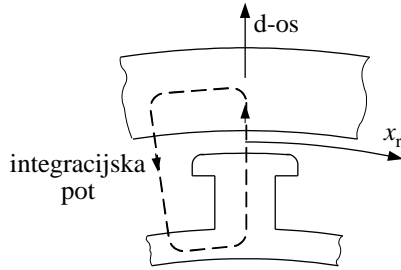
Za določitev magnetnega polja zračne reže imamo pri tem stroju drugačne poti (sl. 3.18) kot pri stroju s cilindričnim rotorjem. Za pot silnic, kot je prikazana na sliki 3.18, in za  $\Theta_{vmax} = N_v I_v / (2p)$  bo maksimalna gostota magnetnega pretoka vzbujalnega magnetnega polja v simetrali pola:

$$B_{vdmax} = \frac{\mu_0}{\delta_{e0}} \frac{N_v I_v}{2p}, \quad (3.41)$$

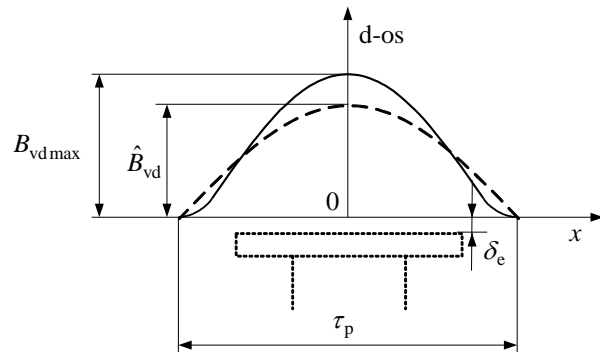
kjer je  $\delta_{e0}$  ekvivalentna zračna reža v simetrali pola.

Da dobimo amplitudo osnovne harmonske komponente magnetnega polja, povzročena z vzbujalnim navitjem glede na obliko po sliki 3.19, vpeljemo faktor oblike pola  $\beta_{vd} = \hat{B}_{vd} / B_{vdmax}$ . Sedaj lahko napišemo enačbo (3.41) z upoštevanjem faktorja oblike pola:

$$\hat{B}_{vd} = \beta_{vd} \frac{\mu_0}{\delta_{e0}} \frac{N_v I_v}{2p}. \quad (3.42)$$

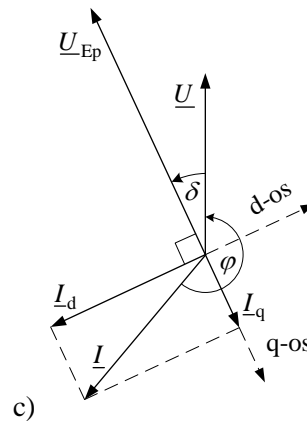
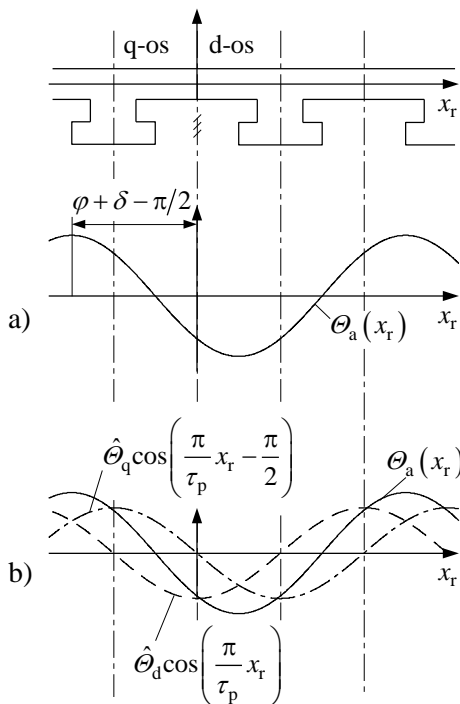


Sl. 3.18 Integracijska pot pola



Sl. 3.19 Oblika mag. polja izraženega pola

Položaj reakcije kotve je bil pri stroju s cilindričnim rotorjem, enačba (3.28a), odvisen od kolesnega kota  $\delta$  in faznega kota  $\varphi$ . Popolnoma enako je pri stroju z izraženimi poli na sliki 3.20.



Sl. 3.20 a) Slika reakcije kotve pri stroju z izraženimi poli;  
 b) obe komponenti reakcije  
 c) razstavitev toka na dve komponenti glede na napetost polovega kolesa

Razlika glede na cilindrični rotor je predvsem v velikosti vpliva reakcije. Vpliv reakcije je drugačen v d-osi kot v q-osi. To je posledica večje oziroma manjše magnetne prevodnosti zaradi manjše oziroma večje zračne reže.

Kosinusno funkcijo v enačbi (3.28a) lahko razstavimo s pomočjo trigonometrijske pretvorbe na  $\sin(\varphi + \delta)\cos(\pi x_r / \tau_p) + \cos(\varphi + \delta)\cos(\pi x_r / \tau_p - \pi/2)$ . To pomeni, da dobimo v bistvu krajevno kosinusno oziroma sinusno komponento, tj. komponenti v smeri d in q-osi (sl. 3.20b). Obenem dobimo tudi časovno dve komponenti, fazno premaknjeni za  $90^\circ$ . To časovno razstavitev podkrepimo, tako da množimo tok  $\underline{I}$  z

$e^{\pm j(\varphi+\delta)}$  :

$$\begin{aligned} \underline{I} &= I e^{j\varphi_i} = I e^{j\varphi_i} e^{\pm j(\varphi+\delta)} = I e^{j\varphi_i} (\cos(\varphi+\delta) - j\sin(\varphi+\delta)) e^{j(\varphi+\delta)} = \\ &= I \cos(\varphi+\delta) e^{j\varphi_{up}} + I \sin(\varphi+\delta) e^{j(\varphi_{up}-\pi/2)} = \underline{I}_q + \underline{I}_d. \end{aligned} \quad (3.43)$$

Časovna razstavitev toka statorja na vzdolžno  $I_d$  in prečno  $I_q$  komponento glede na napetost polovega kolesa je prikazana na sliki 3.20c. Pripomnimo, da je komponenta reakcije v d-osi časovno premaknjena za  $\pi/2$  glede na napetost polovega kolesa; to ustreza faznemu položaju fluksa  $\Phi_p$  glede na napetost  $U_{Ep}$ .

Z uvedbo faktorjev za obliko pola v vzdolžni  $\beta_{ad}$  in prečni osi  $\beta_{aq}$  lahko sedaj napišemo za amplitudo osnovne harmonske komponente magnetnega polja reakcije kotve v vzdolžni in prečni smeri:

$$B_{ad} = \beta_{ad} \frac{\mu_0}{\delta_{e0}} \frac{3}{2} \frac{4}{\pi} \frac{N_s f_{ns}}{2p} \hat{I} \sin(\varphi+\delta), \quad (3.44a)$$

$$B_{aq} = \beta_{aq} \frac{\mu_0}{\delta_{e0}} \frac{3}{2} \frac{4}{\pi} \frac{N_s f_{ns}}{2p} \hat{I} \cos(\varphi+\delta). \quad (3.44b)$$

Podobno kot izračunamo za stroj s cilindričnim rotorjem s pomočjo enačbe (3.32) vrednost za glavni fluks, bi lahko izračunali tudi glavni fluks za stroj z izraženimi poli, tako da bi upoštevali enačbe (3.43), (3.44a) in (3.44b) ter jim dodali odvisnost od položaja glede na simetralo polovega kolesa enačba (3.28a).

Nato bi morali vstaviti vrednost za glavni fluks v napetostno enačbo (3.21). Ta bi dobila končno obliko:

$$\underline{U} = R_s \underline{I} + jX_d \underline{I}_d + jX_q \underline{I}_q + \underline{U}_{Ep}. \quad (3.45)$$

V enačbi (3.45) je  $X_d$  sinhronska reaktanca v vzdolžni smeri:

$$X_d = X_{cs} + X_{ad} = X_{cs} + \beta_{ad} X_m \quad (3.46a)$$

in  $X_q$  sinhronska reaktanca v prečni smeri

$$X_q = X_{cs} + X_{aq} = X_{cs} + \beta_{aq} X_m. \quad (3.46b)$$

Faktor  $\beta_{aq}$  je manjši od  $\beta_{ad}$ , ker je magnetno polje reakcije kotve v simetrali med poli zaradi relativno velike zračne reže bistveno manjše kot v vzdolžni smeri. Za stroj s cilindričnim (simetričnim rotorjem) velja, da je  $\beta_{ad} = \beta_{aq} = 1$  in s tem  $X_{ad} = X_{aq} = X_m$ . Iz enačbe (3.46a) sledi:

$$X_d = X_q = X_{cs} + X_m. \quad (3.47)$$

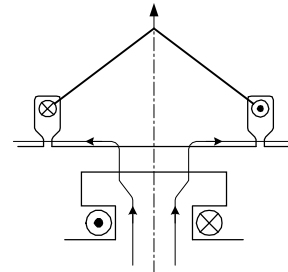




Vemo, da je v prostem teku napetost  $U = U_{Ep}$ , za katero potrebujemo določen vzbujalni tok. V kratkem stiku dobimo pri enakem vzbujanju in s tem enaki  $U_{Ep}$  tok kratkega stika  $I_k$ .

Sinhronsko reaktanco izračunamo kot kvocient:

$$X_d = \frac{U_{Ep}}{I_k} = \frac{U}{I_k} \left( \frac{\text{nap. prostega teka}}{\text{tok kratkega stika}} \right) \text{ pri enakem vzbujanju} .$$



Sl. 3.22 Pot razsipanega fluksa v kratkem stiku

### 3.4 OBRATOVANJE NENASIČENEGA SINHRONSKEGA STROJA NA TOGEM OMREŽJU

Pri asinhronskem stroju je njegovo obratovanje odvisno predvsem od razsipanja, pri sinhronskem stroju pa od nasičenja glavnih magnetnih poti. Najprej bomo obravnavali nenasičeni stroj z napetostnimi enačbami iz prejšnjega poglavja. Splošna izvajanja bodo izvedena za stroj z izraženimi poli in kot poseben primer še izvajanja za stroj s cilindričnim rotorjem. Pri obratovanju na togem omrežju sta velikost in fazni položaj napetosti obravnavane faze "a" konstantna.

#### 3.4.1 Tok kotve

Tok kotve ima po enačbi (3.43) komponente:

$$\underline{I}_d = -j I_d e^{j\varphi_{up}} , \quad (3.51a)$$

$$\underline{I}_q = I_q e^{j\varphi_{up}} . \quad (3.51b)$$

Na sliki 3.17 vidimo, da je kolesni kot  $\delta = \varphi_{up} - \varphi_u$ . Če zanemarimo ohmsko upornost  $R_s$  oziroma ( $R_s \underline{I}$ ) in predpostavimo, da je fazni položaj napetosti  $\varphi_u = 0$ , dobimo za napetostno enačbo (3.45) izraz:

$$U e^{-j\delta} = X_d I_d + U_{Ep} + j X_q I_q . \quad (3.52)$$

Rešitev realnega dela kompleksne enačbe (3.52) nam da izraz:

$$U \cos \delta = X_d I_d + U_{Ep} . \quad (3.53a)$$

Za imaginarni del pa dobimo izraz:

$$-U \sin \delta = X_q I_q . \quad (3.53b)$$

Z upoštevanjem enačb (3.53a) in (3.51a) oziroma (3.53b) in (3.51b) dobimo izraza za

kompleksno vrednost toka:

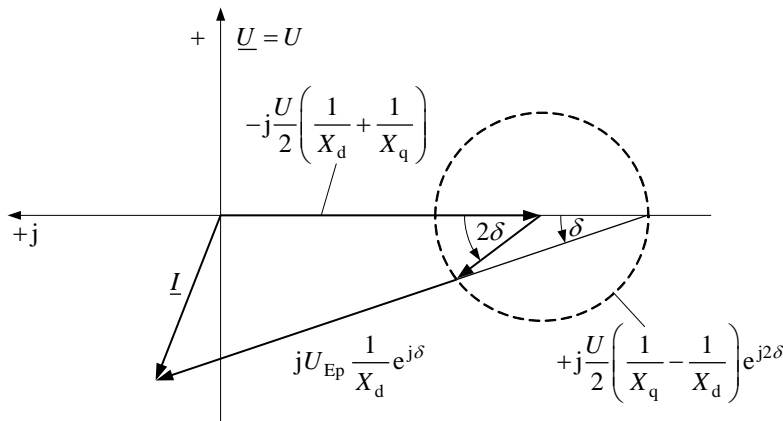
$$\underline{I}_d = -j \frac{U \cos \delta}{X_d} e^{j\delta} + j \frac{U_{Ep}}{X_d}, \quad (3.54a)$$

$$\underline{I}_q = -\frac{U \sin \delta}{X_q} e^{j\delta}. \quad (3.54b)$$

Če seštejemo obe komponenti, je po enačbi (3.43) skupni tok v kotvi  $\underline{I} = \underline{I}_d + \underline{I}_q$ . Z upoštevanjem, da je  $\cos \delta = (e^{j\delta} + e^{-j\delta})/2$  in  $j \sin \delta = (e^{j\delta} - e^{-j\delta})/2$ , je končni izraz za tok kotve:

$$\underline{I} = j \frac{U_{Ep}}{X_d} + j \frac{U}{2} \left( \frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) e^{j2\delta} - j \frac{U}{2} \left( \frac{1}{X_d} + \frac{1}{X_q} \right). \quad (3.55)$$

Sl. 3.23 prikazuje kazalce tokov po enačbi (3.55) v kompleksni ravnini (risane za generator) in reakcijsko krožnico pri spremembi kota  $2\delta = 0 \div 2\pi$ .



Sl. 3.23 Kazalci tokov v kompleksni ravnini risani za generator

Za stroj s cilindričnim rotorjem velja, da je  $X_d = X_q$  in dobimo za ta posebni primer izraz:

$$\underline{I} = j \frac{U_{Ep} - U}{X_d}. \quad (3.56)$$

To enačbo lahko dobimo direktno iz enačbe (3.38) za  $R_s = 0$ . Velikost toka je glede na enačbo (3.55) odvisna od napetosti omrežja  $\underline{U}$ , napetosti polovega kolesa  $\underline{U}_{Ep}$  in od kolesnega kota  $\delta$ . Velikost  $\underline{U}_{Ep}$  določa vzbujalni tok, medtem ko je kolesni kot določen z velikostjo zahtevanega vrtilnega momenta.

### 3.4.2 Vrtilni moment

Izvajanja bodo izpeljana za primer, da zanemarimo ohmski padec napetosti. To je upravičeno, ker je ta padec zanemarljiv glede na napetosti  $jX_d I_d$  in  $jX_q I_q$ . Za simetrično obremenjen trifazni stroj v stacionarnem pogonu je:

$$P = 3 \operatorname{Re}(\underline{U} \underline{I}^*) = P_w. \quad (3.57)$$

Konjugirano kompleksno vrednost toka faze "a" dobimo iz enačbe (3.55):

$$\underline{I}^* = -j \frac{U_{Ep}^*}{X_d} - j \frac{U}{2} \left( \frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) e^{-j2\delta} + j \frac{U}{2} \left( \frac{1}{X_d} + \frac{1}{X_q} \right). \quad (3.58)$$

Prispevek k realni moči nam da le prvi in drugi člen na desni strani enačbe (3.58), kajti tretji člen predstavlja le jalovo komponento. S tem dobi enačba (3.57) naslednjo obliko:

$$\begin{aligned} P_w = P_m &= -3 \operatorname{Re} \left( \frac{U U_{Ep}}{X_d} j e^{-j\delta} \right) - \frac{3}{2} U^2 \left( \frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \operatorname{Re} (j e^{-j2\delta}) = \\ &= -3 \frac{U U_{Ep}}{X_d} \sin \delta - \frac{3}{2} U^2 \left( \frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \sin(2\delta). \end{aligned} \quad (3.59)$$

Iz enačbe (3.59) dobimo končno, iz izraza za mehansko moč  $P_m = M 2\pi n_s = M \omega / p$ , izraz za vrtilni moment:

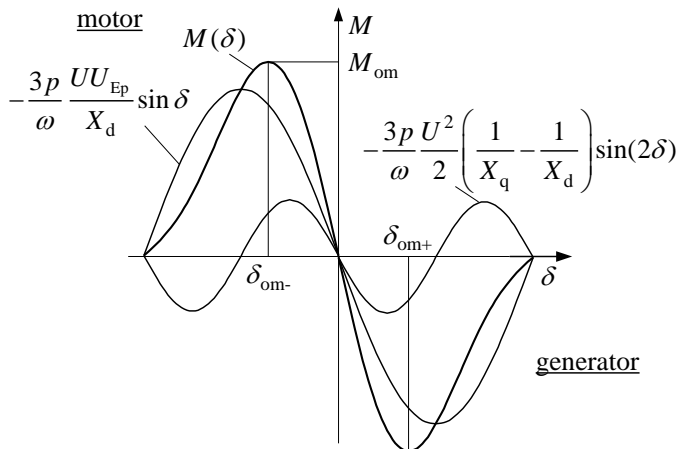
$$M = -\frac{3p}{\omega} \left( \frac{U U_{Ep}}{X_d} \sin \delta + \frac{U^2}{2} \left( \frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \sin(2\delta) \right). \quad (3.60)$$

sinhronski reaktančni ali reluktančni  
vrtilni moment vrtilni moment

Vrtilni moment ima v enačbi (3.60) dva dela. Prvi del predstavlja sinhronski vrtilni moment. Ta je funkcija kolesnega kota  $\delta = \varphi_{up} - \varphi_u$  in posredno vzbujačnega toka  $I_v$ , ki določa velikost napetosti polovega kolesa  $U_{Ep}$ . Ker je na tem omrežju  $U = \text{konst.}$ , se mora pri konstantnem vzbujujanju ( $U_{Ep} = \text{konst.}$ ) menjati položaj napetosti polovega kolesa, odvisno od obremenitve. To se pokaže kot kratkotrajno pospeševanje ali zaostajanje polovega kolesa. Sinhronski vrtilni moment je dejansko posledica medsebojnega delovanja med tokovi statorja in vzbujačnim tokom rotorja.

Drugi del v enačbi (3.60) je posledica magnetne nesimetričnosti pri stroju z izraženimi poli. Ta del imenujemo reaktančni vrtilni moment ali reluktančni vrtilni moment. Reaktančni vrtilni moment obstaja tudi tedaj, ko ni vzbujačnega toka. Na velikost fluksa, povzročena le z enim, tj. s statorskim navitjem, vpliva spremenljiva magnetna upornost rotorja in to kot funkcija dvojnega kolesnega kota. V normalnem obratovanju prevladuje sinhronski vrtilni moment. Ta je linearno odvisen od omrežne napetosti; za razliko od asinhronskega stroja, kjer je odvisnost kvadratna. Odvisnost vrtilnega momenta in njegovih komponent od kolesnega kota prikazuje slika 3.24. Največji oziroma omahni vrtilni moment dobimo tako v motorskem kot generatorskem področju obratovanja za kot  $|\delta_{om-}| = |\delta_{om+}| < \pi/2$ . Za stroj s cilindričnim rotorjem, tj. za  $X_d = X_q$ , dobi enačba (3.60) obliko:

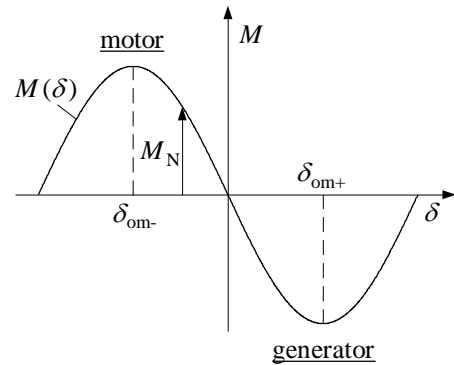
$$M = -\frac{3p}{\omega} \frac{U U_{Ep}}{X_d} \sin \delta. \quad (3.61)$$



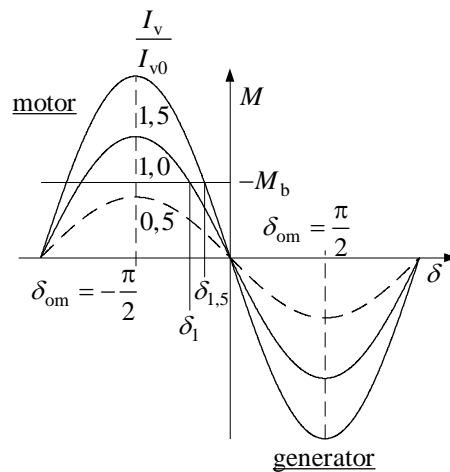
Sl. 3.24 Vrtilni moment sinhronskega stroja na togem omrežju

Reaktančni (reluktančni) vrtilni moment v enačbi (3.60) izgine in ostane le sinhronski vrtilni moment. Omahni vrtilni moment dobimo za vrednost kolesnega kota  $\delta_{om} = \pm\pi/2$  na sliki 3.25.

Za določen vrtilni moment je kolesni kot  $\delta$  toliko večji, kolikor manjši je vzbujaalni tok (sl. 3.26). Če je vzbujaalni tok premajhen (črtkana krivulja), pade stroj iz sinhronizma ali iz koraka. Govorimo o statični stabilnosti.



Sl. 3.25 Vrtilni moment sinhronskega stroja s cilindričnim rotorjem



Sl. 3.26 Vpliv vzbujaalnega toka na velikost kolesnega kota

### 3.4.1 Statična stabilnost in nihanje sinhronskega stroja

#### 3.4.1.1 Statična stabilnost

Pod statično stabilnostjo razumemo zmožnost stroja, da prevzame določeno obremenitev; ta mora nastopiti počasi. Pod tem pogojem lahko domnevamo, da bo pri spremembi obremenitve, ta potekala po stacionarni krivulji vrtilnega momenta  $M = f(\delta)$ .

V primeru, da na gred, npr. motorja, deluje zunanji zaviralni vrtilni moment ( $M_b < 0$ ), bo obremenitev rotor stroja upočasnila in kolesni kot  $\delta$  se spremeni, tj. dobi večjo vrednost (sl. 3.26). Za prevzem zunanjega vrtilnega momenta mora biti

vrtilni moment motorja  $M$  pozitiven. Gibanje polovega kolesa se ustavi, ko postane  $M + M_b = 0$ . Stroj, tj. motor ali generator, obratuje stabilno tako dolgo, dokler se s povečanjem kolesnega kota, ki je povzroččen s povečanjem vrtilnega momenta bremena, povečuje tudi vrtilni moment stroja. Kot pogoj za statično stabilnost velja:

$$\frac{dM}{d\delta} < 0. \quad (3.62)$$

Meja statične stabilnosti je podana z velikostjo omahnega vrtilnega momenta. Ta je za stroj s cilindričnim rotorjem podan z izrazom:

$$|M_{om}| = \frac{3p U_N U_{EpN}}{\omega X_d}, \quad (3.63)$$

kjer je  $U_{EpN}$  napetost polovega kolesa pri  $I_{vN}$ . Enačbo (3.63) delimo z vrednostjo za nazivni vrtilni moment, ki ga dobimo iz enačbe (3.18) za nazivne vrednosti veličin  $U_N$ ,  $I_N$  in  $\cos\varphi_N$ . S tem dobimo relativni omahni vrtilni moment:

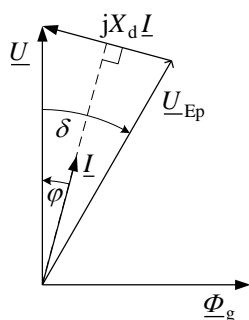
$$\left| \frac{M_{om}}{M_N} \right| = \left| \frac{U_{EpN}}{X_d I_N \cos\varphi_N} \right|. \quad (3.64)$$

Napetost polovega kolesa  $U_{Ep}$  je odvisna od sinhronske reaktance  $X_d$  in faznega kota  $\varphi$ . Za motor s cilindričnim rotorjem jo lahko izrazimo ustrezno sliki 3.27 po Pitagori:

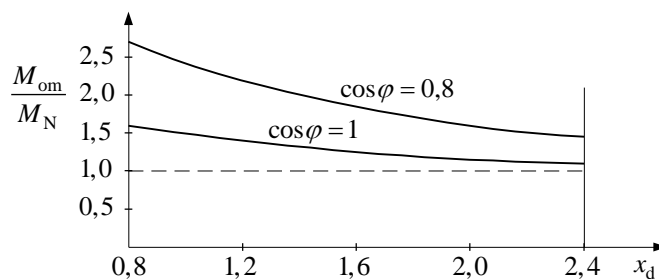
$$U_{EpN} = \sqrt{(X_d I_N \cos\varphi_N)^2 + (U - X_d I_N \sin\varphi_N)^2}$$

in jo nato vstavimo v enačbo (3.64). Če pri tem uvedemo še relativne vrednosti za  $X_d$  po enačbi (3.39), dobi enačba za relativni omahni vrtilni moment naslednjo vrednost:

$$\left| \frac{M_{om}}{M_N} \right| = \sqrt{1 + \left( \frac{1}{x_d} \frac{1}{\cos\varphi_N} - \tan\varphi_N \right)^2}. \quad (3.65)$$



Sl. 3.27 Kazalčni diagram za sinhronski motor



Sl. 3.28 Relativni omahni vrtilni moment kot funkcija  $x_d$  za različne vrednosti  $\cos\varphi_N$

Relativni omahni vrtilni moment določa preobremenitev stroja. Na sliki 3.28 je

narisana odvisnost za  $M_{\text{om}}/M_{\text{N}} = f(x_{\text{d}})$ ,  $\cos \varphi_{\text{N}} = 0,8$  in  $\cos \varphi_{\text{N}} = 1$ .

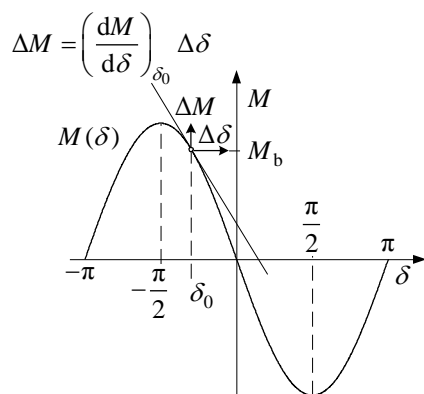
Vidimo, da imamo za večji faktor delavnosti ( $\cos \varphi_{\text{N}}$ ) manjšo preobremenitev stroja za enako sinhronsko reaktanco  $x_{\text{d}}$ . Če hočemo ohraniti preobremenitev, moramo zmanjšati  $x_{\text{d}}$ , tj. povečati zračno režo. Večja zračna reža potrebuje večjo vzbujalno moč in s tem se poveča segrevanje vzbujalnega navitja.

Na splošno imajo sinhronski stroji relativno večjo zračno režo kot asinhronski stroji, zato imajo manjšo sinhronsko reaktanco in s tem dovolj velik odmik od meje stabilnosti.

Za manjše vrednosti sprememb obremenitve lahko lineariziramo odvisnost  $M = f(\delta)$ . Če ima kolesni kot pred spremembo obremenitve vrednost  $\delta_0$ , bo:

$$\Delta M = \left( \frac{dM}{d\delta} \right)_{\delta_0} \Delta \delta. \quad (3.66)$$

Vrednost  $(dM/d\delta)_{\delta_0}$  predstavlja statični sinhronizirajoči vrtilni moment. Na sliki 3.29 vidimo linearizirano krivuljo vrtilnega momenta skupaj z dejansko krivuljo za stroj s cilindričnim rotorjem. Pri hitrih spremembah obremenitve nastopi nihanje, zato spremembe obremenitve ne smemo opazovati na stacionarni krivulji vrtilnega momenta.



Sl. 3.29 Lineariziranje krivulje  $M = f(\delta)$  v bližini delovne točke

### 3.4.1.2 Sinhronski stroj kot nihalni sistem

Pri obratovanju na togem omrežju vrtljaji niso odvisni od obremenitve. Pri prevzemu obremenitve se stroju ne menjajo vrtljaji, ampak kot  $\delta$ . Mehanski kot  $\alpha_{\text{m}}$  položaja polovega kolesa opišemo kot izraz:

$$\alpha_{\text{m}} = \frac{\alpha}{p} = \frac{\omega t}{p} + \frac{\delta}{p} \quad (3.67)$$

oziroma kot kotno hitrost gibanja rotorja

$$\Omega_{\text{m}} = \frac{d\alpha_{\text{m}}}{dt} = \frac{\omega}{p} + \frac{1}{p} \frac{d\delta}{dt}. \quad (3.68)$$

Z odvajanjem enačbe (3.68) sledi izraz za kotni pospešek:

$$\frac{d\Omega_m}{dt} = \frac{d^2\alpha_m}{dt^2} = \frac{1}{p} \frac{d^2\delta}{dt^2}. \quad (3.69)$$

Za sinhronski stroj kot nihalni sistem (sl. 3.30) in pri počasnih spremembah obremenitve  $M_b$  lahko napišemo naslednjo enačbo nihanja:

$$J \frac{d\Omega_m}{dt} = -M_{om} \sin\delta + M_b, \quad (3.70)$$

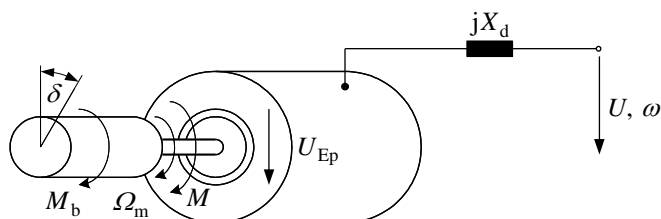
kjer je  $J$  vztrajnostni moment.

To je znana linearna diferencialna enačba drugega reda. V njej manjka dušilni člen, ki je posledica dušenja nihanja zaradi kratkostične kletke in vzbujalnega navitja.

Za mala nihanja, tj. za kvazi stacionarno obratovanje, velja  $\delta = \delta_0 + \Delta\delta$  in  $\sin(\delta_0 + \Delta\delta) \approx \sin(\delta_0) + \cos(\delta_0)\Delta\delta$ . Vrtilni moment, ki ga razvije stroj, bo:

$$M = -M_{om} \sin\delta = -M_{om} \sin(\delta_0) - M_{om} \cos(\delta_0)\Delta\delta = M_b + \Delta M. \quad (3.71)$$

V enačbi (3.71) je  $\Delta M = -K\Delta\delta$  sprememba vrtilnega momenta v kvazi stacionarnem obratovanju, to se ujema z enačbo (3.66).



Sl. 3.30 Sinhronski stroj kot nihalni sistem

Z upoštevanjem enačb (3.71) in (3.69) preuredimo enačbo nihanja stroja (3.70) v izraz:

$$\frac{J}{p} \frac{d^2\Delta\delta}{dt^2} + M_{om} \cos(\delta_0)\Delta\delta = 0. \quad (3.72)$$

Iz te enačbe dobimo izraz za vrednost lastne (naravne) frekvence nihanja pri počasni spremembi obremenitve in brez upoštevanja dušenja:

$$\Omega_{last} = \sqrt{\frac{M_{om} \cos(\delta_0)}{J/p}}. \quad (3.73)$$

Pri hitrih spremembah  $\delta$ , tj. pri gibanju polovega kolesa glede na rezultirajoče vrtilno polje, pride do induciranih napetosti v vzbujalnem navitju.  $U_{Ep}$  dobi drugačno vrednost kot v stacionarnem stanju in stroj razvije drugačen vrtilni moment. Stroj razvije dinamičen vrtilni moment in zato kvazi stacionarno opazovanje ni več ustrezno.

### 3.4.2 Tokovne karakteristike

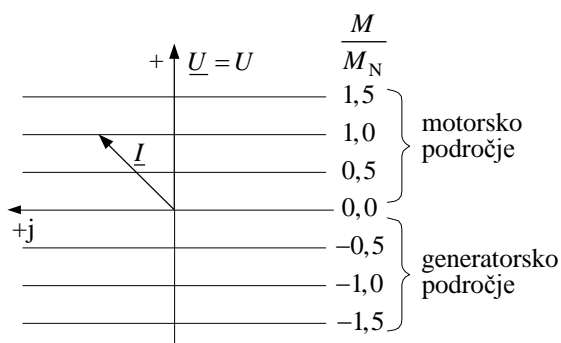
Izpeljave za tokovne karakteristike bomo izvedli za stroj s cilindričnim rotorjem na osnovi enačbe (3.56), kjer velja za  $X_d = X_q$ . V primeru, da obratuje stroj na togo omrežje in če postavimo  $\underline{U} = U$ , velja za položaj  $U_{Ep}$  izraz  $\underline{U}_{Ep} = U_{Ep} e^{j\delta}$ . Enačbo (3.56) preoblikujemo:

$$\underline{I} = -j \frac{U}{X_d} + j \frac{U_{Ep}}{X_d} e^{j\delta}. \quad (3.74)$$

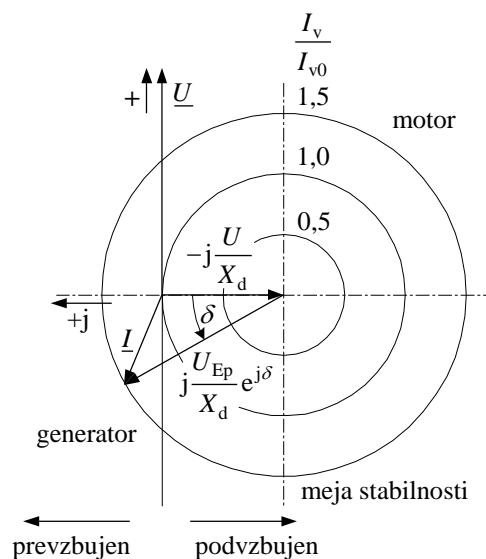
Tok kotve je funkcija kolesnega kota  $\delta$  in napetosti polovega kolesa oziroma vzbujalnega toka. Sam kolesni kot  $\delta$  je funkcija obremenitve stroja in vzbujalnega toka (sl. 3.26). Drugače lahko izrazimo vrtilni moment z  $M = pP/\omega = P/\Omega_{ms}$ ,  $\underline{U} = U$ ,  $R_s = 0$  kot:

$$M = \frac{3p}{\omega} \operatorname{Re}(\underline{U} \underline{I}^*) = \frac{3p}{\omega} U I_w. \quad (3.75)$$

Vrtilni moment je torej določen z delovno komponento toka kotve. Tokovne karakteristike za konstantni vrtilni moment morajo izpolnjevati pogoj  $I_w = \text{konst.}$  To so paralelne premice v kompleksni ravnini (sl. 3.31).



Sl. 3.31 Tokovne karakteristike statorskega toka pri spremenljivem vzbujalnem toku in konstantnem vrtilnem momentu



Sl. 3.32 Tokovne karakteristike pri spremenljivem kolesnem kotu za  $U_{Ep} = \text{konst.}$  ( $I_v = \text{konst.}$ )

Za fiksiranje vsakokratne delovne točke je treba dobiti še tokovne karakteristike za konstantni vzbujalni tok, tj. konstantno  $U_{Ep}$  kot funkcijo vrtilnega momenta oziroma kolesnega kota. Za ta primer uporabimo enačbo (3.74). Pri tem je tok vsota dveh komponent, ki jih lahko podamo posamezno. Najprej opazujemo nevzbujen stroj ( $U_{Ep} = 0$ ). Tok kotve (statorja) po enačbi (3.74) bo imel le prvo komponento



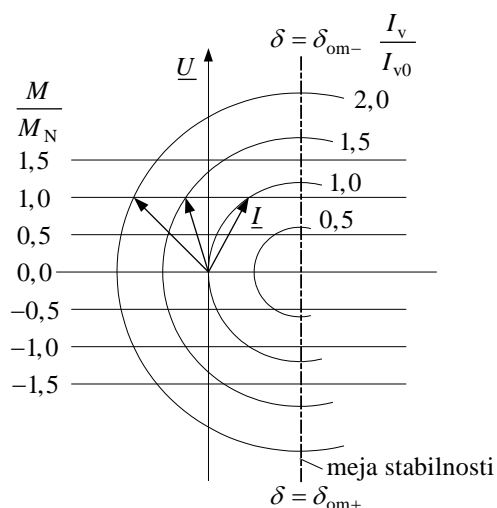
velikosti  $-jU/X_d$  na sliki 3.32. Drugo komponento nam predstavlja kazalec, ki je v kompleksni ravnini premaknjen za kot  $(\pi/2) + \delta$ . Če se  $\delta$  spreminja, dobimo tokovne karakteristike kot množico krožnic s polmerom  $U_{Ep}/X_d$  in središčem, ki ga določa konec prve komponente toka. Velikost krožnic določa velikost  $U_{Ep}$ , ki je funkcija razmerja vzbujalnega toka glede na vzbujalni tok v prostem teku.

Področje, v katerem obratuje stroj kot motor ali generator, imenujemo tudi obratovalni diagram. Ta obsega le del celotnega področja. Najprej se spomnimo na dejstvo, da stroj obratuje stabilno le do meje stabilnosti  $\delta_{om} = \pm\pi/2$ . Drugo področje omejitve določa velikost vzbujalnega toka. Vzemimo, da je stroj sinhroniziran na togo omrežje ( $I_v/I_{v0} = 1$ ), ta po sinhronizaciji ne daje vrtilnega momenta ( $I = 0$ ). Če stroj obremenimo z delovno močjo pri konstantnem vzbujanju, se bo gibal kazalec statorskega toka po krivulji ( $I_v/I_{v0} = 1$ ).

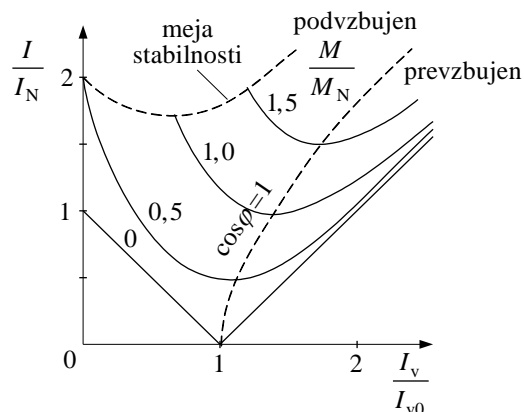
Neodvisno od predznaka vrtilnega momenta tok kotve zaostaja za napetostjo. To stanje se še poslabša, če vzbujanje zmanjšamo (podvzbujeno stanje, slika 3.32). Prehitevanje toka dobimo, če ustrezno povečamo vzbujanje ( $I_v/I_{v0} > 1$ ) (prevzbujeno stanje, slika 3.32). Pri povečanju vzbujanja dosežemo mejno vrednost, ko je  $I_v = I_{vN}$  ( $U_{Ep} = U_{EpN}$ ).

### 3.4.3 Krivulje V

V prejšnjem poglavju smo ugotovili, da menja tok kotve položaj pri obratovanju na togem omrežju pri konstantnem vrtilnem momentu in pri spremembi vzbujanja. Za kvantitativno ponazoritev združimo krivulje na sliki 3.31 za  $M = \text{konst.}$  in sliki 3.32 za  $I_v = \text{konst.}$  v sliko 3.33.



Sl. 3.33 Združene tokovne karakteristike statorskega toka za  $M = \text{konst.}$  in  $I_v = \text{konst.}$



Sl. 3.34 Krivulje V oblike:

$$\frac{I}{I_N} = f\left(\frac{I_v}{I_{v0}}\right) \text{ za } x_d = 1$$

Pri konstantni obremenitvi stroja in pri spremenljivem vzbujanju opazimo na sliki 3.33, da se premika kazalec toka kotve po premici. Vidimo, da obstaja določena vrednost vzbujalnega toka, pri kateri bo  $|\cos\varphi|=1$ . Vrednost toka kotve doseže v tem primeru minimum. Dobimo odvisnost  $I = f(I_v)$ , kot je to prikazano na sliki 3.34, kjer je na ordinati prikazana relativna vrednost toka kotve  $I/I_N$  kot funkcija relativnega vzbujalnega toka  $I_v/I_{v0}$ .

Te krivulje imenujemo zaradi njihove oblike tudi krivulje V. Njihove vrednosti končajo pri manjših vrednostih vzbujanja na meji stabilnosti. Če vzbujanje še nadalje zmanjšujemo, pade stroj iz koraka. Vrednost minimalnega toka kotve za  $|\cos\varphi|=1$  raste z obremenitvijo. Za posebni primer  $M=0$  in s tem  $\delta=0$ , dobimo iz enačbe (3.74) izraz:

$$I = \left| \frac{U_{Ep} - U}{X_d} \right|_{\delta=0}. \quad (3.76)$$

Za  $U_{Ep} < U$  se obnaša stroj povsem induktivno in za  $U_{Ep} > U$  popolnoma kapacitivno. Enačba (3.76) ponazarja enačbo premice. Če je vzbujanje  $I_v = 0$  ( $U_{Ep} = 0$ ), bo  $I = I_N$ . Če je vzbujanje  $I_v = I_{v0}$  ( $U_{Ep} = U$ ), bo  $I = 0$  in za  $I_v > I_{v0}$  ( $U_{Ep} > U$ ) tok linearno raste.

### 3.5 OBRATOVANJE NENASIČENEGA SINHRONSKEGA STROJA NA LASTNEM OMREŽJU

Izvajanja bodo izpeljana za stroj s cilindričnim rotorjem in za primer, da stroj obratuje kot generator, to je sicer manj verjetno. Sinhronski stroj obratuje kot generator večinoma na togo omrežje. Bolj pogost pojav je obratovanje stroja kot motor preko frekvenčnega pretvornika, to je identično obratovanju na lastno omrežje. Ker stroj ne obratuje na togo omrežje, ne moremo vnaprej podati števila vrtljajev in frekvence veličin kotve. Vse je odvisno od medsebojnega delovanja delovnega in sinhronskega stroja. Da bi obdržali vrednosti reaktanc, ki so vezane na nazivno frekvenco  $f = f_N$ , vpeljemo faktor razmerja:

$$y = \frac{n}{n_N} = \frac{f}{f_N} = \frac{\omega}{\omega_N}. \quad (3.77)$$

Če je  $X$  reaktanca stroja pri nazivni frekvenci  $f_N$ , podani na tablici stroja, bo ta pri frekvenci  $f$  enaka  $yX$ . Razen reaktanc se menja tudi napetost polovega kolesa, ustrezno enačbi (3.26); to lahko formuliramo kot:

$$\underline{U}_{Ep} = y \underline{U}_{Ep0}. \quad (3.78)$$

Napetostna enačba dobi s tem obliko:

$$\underline{U} = R_s \underline{I} + jyX_d \underline{I} + y \underline{U}_{Ep0}. \quad (3.79)$$

Pri tem so veličine  $R_s$  in  $X_d$  kot  $\underline{U}_{Ep0}$  sedaj neodvisne od frekvence oziroma števila vrtljajev.

### 3.5.1 Tok kotve

Slika 3.35 shematsko prikazuje fazno vezje (npr. faze a). Obremenilni dvopol je kompleksna upornost  $\underline{Z}_b$  in kot taka funkcija frekvence  $\underline{Z}_b = \underline{Z}_b(y)$ . Glede na smerne puščice na sliki 3.35 in ker je po zakonu o vozlišču  $\underline{I}_b = -\underline{I}$ , lahko napišemo enačbo:

$$\underline{U} = \underline{U}_b = \underline{Z}_b(y) \underline{I}_b = -\underline{Z}_b(y) \underline{I}. \quad (3.80)$$

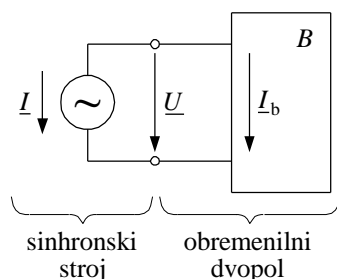
Iz napetostne enačbe (3.79) in enačbe za padec napetosti na pasivnem omrežju sledi:

$$(R_s + jyX_d + \underline{Z}_b(y)) \underline{I} = -y \underline{U}_{Ep0}. \quad (3.81)$$

Iz zadnje enačbe izpeljemo vrednost za tok kotve:

$$\underline{I} = -\frac{y}{R_s + jyX_d + \underline{Z}_b(y)} \underline{U}_{Ep0}. \quad (3.82)$$

Tok kotve je linearno odvisen od  $\underline{U}_{Ep0}$  oziroma od vzbujalnega toka. Napetost  $\underline{U}_{Ep}$  je glede na enačbo (3.78) linearno odvisna od frekvence. Hkrati se s spremembo frekvence menja sinhronska reaktanca ter reaktanca pasivnega omrežja.



Sl. 3.35 Enopolna nadomestna shema sinhronskega stroja, ki obratuje na lastno (pasivno) omrežje

V primeru ohmsko induktivnega bremena na omrežju bo glede na enačbo (3.77):

$$\underline{Z}_b(y) = R_b + jyX_b. \quad (3.83)$$

Enačba za tok (3.82) preide sedaj v obliko:

$$\underline{I} = -\frac{y}{R_s + R_b + jy(X_d + X_b)} \underline{U}_{Ep0} = -\frac{y}{R_{cel} + jyX_{cel}} \underline{U}_{Ep0}, \quad (3.84)$$

kjer je  $R_{cel} = R_s + R_b$  in  $X_{cel} = X_d + X_b$ .

### 3.5.2 Vrtilni moment

Mehansko moč trifaznega stroja dobimo kot realni del produkta inducirane napetosti in toka:

$$P = -3 \operatorname{Re}(\underline{E} \underline{I}^*). \quad (3.85)$$

Če upoštevamo tudi ohmsko upornost kotve  $R_s$ , dobimo iz enačbe (3.79) vrednost za inducirano napetost  $-\underline{E} = U - R_s \underline{I} = j y X_d \underline{I} + y \underline{U}_{\text{Ep}0}$ . Z upoštevanjem enačbe (3.82) za tok  $\underline{I}$  dobimo mehansko moč:

$$P = 3 \operatorname{Re} \left( j y X_d I^2 - \frac{y^2}{R_s + j y X_d + \underline{Z}_b(y)} U_{\text{Ep}0}^2 \right). \quad (3.86)$$

Realno vrednost moči ima samo drugi člen enačbe (3.86). Glede na to sledi izraz za vrtilni moment:

$$M = \frac{P}{2\pi n} = \frac{P}{2\pi n_N} \frac{1}{y} = \frac{pP}{\omega_N} \frac{1}{y} = \frac{3p}{\omega_N} U_{\text{Ep}0}^2 \operatorname{Re} \left( \frac{-y}{R_s + \underline{Z}_b(y) + j y X_d} \right). \quad (3.87)$$

Vidimo, da je vrtilni moment proporcionalen kvadratu vzbujačnega toka. Razen tega je funkcija vrtljajev in odvisen od karakterja bremena  $\underline{Z}_b(y)$ . Za ohmsko induktivno breme po enačbi (3.83) dobi enačba (3.87) končno obliko:

$$\begin{aligned} M &= -\frac{3p}{\omega_N} U_{\text{Ep}0}^2 \frac{y(R_s + R_b)}{(R_s + R_b)^2 + y^2(X_d + X_b)^2} = -\frac{3p}{\omega_N} U_{\text{Ep}0}^2 \frac{y R_{\text{cel}}}{R_{\text{cel}}^2 + y^2 X_{\text{cel}}^2} = \\ &= -\frac{3p}{\omega_N} \frac{U_{\text{Ep}0}^2}{X_{\text{cel}}} \frac{1}{R_{\text{cel}}/(y X_{\text{cel}}) + y X_{\text{cel}}/R_{\text{cel}}}. \end{aligned} \quad (3.88)$$

Vrtilni moment po enačbi (3.88) izgine v mirovanju ( $y=0$ ) kakor tudi pri zelo visokih vrtljajih ( $y=\infty$ ). Med tema dvema skrajnima vrednostma pa mora nastopiti maksimum (ekstrem) funkcije. Odvod enačbe (3.88) in njegova izenačitev z nič nam da vrednost  $y$ , pri kateri nastopi največji (omahni) vrtilni moment:

$$y_{\text{om}} = \frac{R_{\text{cel}}}{X_{\text{cel}}}. \quad (3.89)$$

Enačbo (3.89) uvrstimo v enačbo (3.88) in dobimo izraz za omahni vrtilni moment:

$$M_{\text{om}} = -\frac{3p}{2\omega_N} \frac{U_{\text{Ep}0}^2}{X_{\text{cel}}}. \quad (3.90)$$

Sedaj delimo enačbo (3.88) z enačbo (3.90) in dobimo razmerje:

$$\frac{M}{M_{\text{om}}} = \frac{2}{y/y_{\text{om}} + y_{\text{om}}/y}. \quad (3.91)$$

Enačba (3.91) nas spominja na Klossovo razmerje pri asinhronskem stroju, ki obratuje na togem omrežju, če zanemarimo statorsko upornost. Podobnost enačb ni le formalne narave, ampak ima tudi fizikalno osnovo. V obeh primerih je eden od glavnih aktivnih elementov stroja v magnetnem polju, ki ga povzroči drugi element.

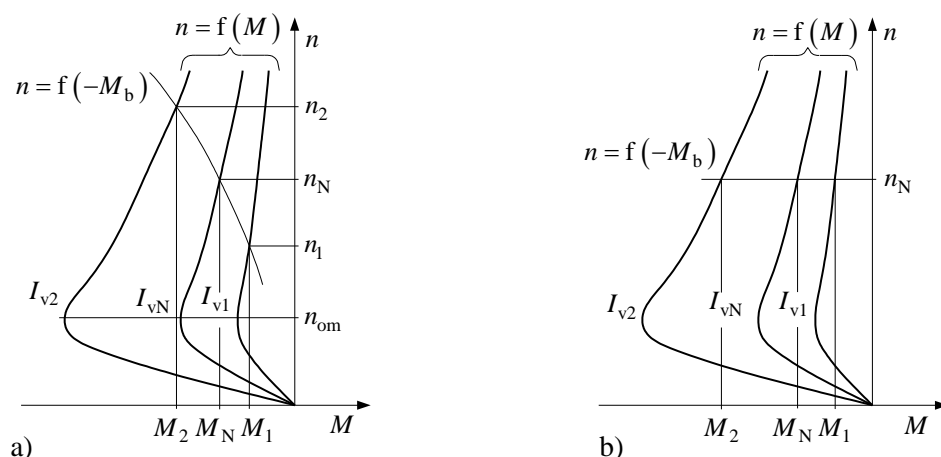
Pri asinhronskem stroju je to rotor, ki se giblje relativno glede na vrtilno polje statorja s slipnimi vrtljaji ( $sn_s$ ). Pri sinhronskem stroju je to stator, glede na katerega se giblje vrtilno polje polovega kolesa z relativnimi vrtljaji ( $y = n/n_N$ ). Bistvena razlika je le v gradnji magnetnega polja. Pri asinhronskem stroju predpostavimo, da določa velikost polja zračne reže togo omrežje in je inducirana napetost rotorja odvisna od slipa. Tok rotorja je omejen z  $R_r$  in ( $sX_{\sigma r}$ ). Vzbujanje v rotorju ustvari le razsipano polje in to skoraj ne vpliva na glavno polje, kajti vsako spremembo polja zračne reže takoj kompenzirajo statorski tokovi.

Pri sinhronskem stroju, ki obratuje na pasivnem omrežju, to ni tako. Polje zračne reže se tu formira svobodno. Inducirana napetost v statorju je funkcija relativnih vrtljajev ( $y$ ). Zaradi statorskih tokov se ustvari tako razsipano polje kot polje zračne reže (polje reakcije kotve). Temu polju je prirejena reaktanca  $yX_d$ . Tok kotve je sedaj omejen s skupno ohmsko upornostjo  $R_{cel}$  in reaktanco  $yX_{cel} = y(X_d + X_b)$ . To se pokaže tudi v enačbi za velikost omahnega vrtilnega momenta (3.90), kakor tudi v enačbi za  $y_{om}$  (3.89).

Za stroj, ki obratuje pri svojih nazivnih vrednostih  $U = U_N$ ,  $I = I_N$ ,  $Z_N = U_N/I_N$  in  $\varphi = \varphi_N$ , velja, da je  $R_b + jX_b = Z_N (\cos \varphi_b + j \sin \varphi_b)$ . Če zanemarimo upornost kotve  $R_s$ , dobimo iz enačbe (3.89):

$$y_{om} = \frac{R_b}{X_d + X_b} = \frac{\cos \varphi_b}{x_d + \sin \varphi_b}, \quad (3.92)$$

kjer je  $x_d$  že poznana relativna sinhronska reaktanca stroja. Za podatke  $x_d = 1,5$  in  $\cos \varphi_b = 0,8$  dobimo za  $y_{om}$  vrednost  $y_{om} = 0,37$ .



Sl. 3.36 Karakteristike  $n = f(M)$  za različne vrednosti vzbujačnega toka in

- pogon z nereguliranim pogonskim strojem (turbino) ter
- pogon z reguliranim pogonskim strojem

Na sliki 3.36 imamo narisane karakteristike vrtljajev kot funkcije vrtilnega momenta za različne vrednosti vzbujačnega toka. Enake karakteristike vrtilnega

momenta dobimo tudi, če stroj obratuje kot motor na lastnem omrežju, a tedaj se menja predznak vrtilnega momenta.

Če poganjamo stroj z nereguliranim pogonskim strojem s karakteristiko  $n = f(-M_b)$ , tj. primer a), bo položaj delovnih točk odvisen od vzbujačnega toka; to ni mogoče pri obratovanju na togem omrežju. Skupaj z vrtljaji se menja tudi frekvenca. Zato mora biti pogonski stroj opremljen z regulatorjem vrtljajev, tj. primer b). Vzbujačni tok vpliva sedaj le na velikost vrtilnega momenta, medtem ko so vrtljaji in frekvenca konstantni.

### 3.5.3 Tokovno napetostne karakteristike

Iz enačbe (3.80) in (3.82) sledi enačba za napetost na sponkah:

$$\underline{U} = -\underline{Z}_b(y) \underline{I} = \frac{y \underline{Z}_b(y)}{R_s + j y X_d + \underline{Z}_b(y)} \underline{U}_{Ep0}. \quad (3.93)$$

Napetost na sponkah je odvisna od vrste obremenilnega omrežja, vzbujačnega toka in frekvence vrtljajev. Za tokovno napetostno karakteristiko velja enaka odvisnost kot za tok kotve in napetost sponk. Da eliminiramo vpliv vzbujačnega toka, napravimo razmerje napetosti sponk proti napetosti polovega kolesa, ki predstavlja hkrati napetost prostega teka. S tem bomo deloma eliminirali vpliv vrtljajev. Efektivno vrednost toka za stroj s cilindričnim rotorjem dobimo iz enačbe (3.56) z upoštevanjem, da je  $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$  in  $\varphi_{up} = \varphi_u + \delta$ :

$$\underline{I} = \frac{U}{X_d} e^{j(\varphi - \pi/2)} - \frac{U_{Ep}}{X_d} e^{j(\varphi + \delta - \pi/2)}. \quad (3.94)$$

Po uvedbi od vrtljajev neodvisnega toka kratkega stika  $I_k = U_{Ep} / X_d$  po enačbi (3.50) sledi:

$$\frac{\underline{I}}{I_k} = \frac{U}{U_{Ep}} e^{j(\varphi - \pi/2)} - e^{j(\varphi + \delta - \pi/2)}. \quad (3.95)$$

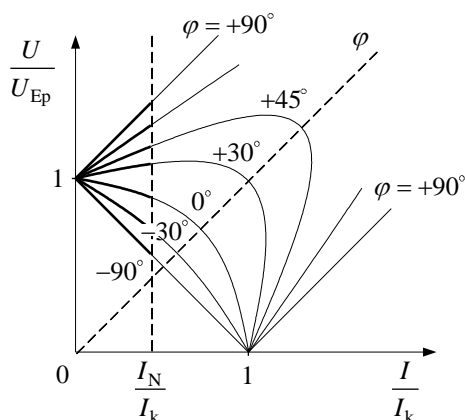
Kompleksna enačba (3.95) vsebuje realni del v obliki:

$$\frac{I}{I_k} = \frac{U}{U_{Ep}} \sin\varphi - \sin(\varphi + \delta) \text{ in imaginarni del } 0 = -\frac{U}{U_{Ep}} \cos\varphi + \cos(\varphi + \delta).$$

Da izločimo kolesni kot, kvadriramo realni in imaginarni del obeh enačb in ju seštejemo. Tako dobimo končno enačbo za tokovno napetostne karakteristike sinhronskega generatorja v obliki relativnih vrednosti:

$$\left(\frac{U}{U_{Ep}}\right)^2 + \left(\frac{I}{I_k}\right)^2 - 2\left(\frac{U}{U_{Ep}}\right)\left(\frac{I}{I_k}\right)\sin\varphi = 1. \quad (3.96)$$

Razmerje  $(U/U_{Ep}) = f(I/I_k)$  predstavlja enačbo elipse (sl. 3.37). Elipsa leži pod kotom  $45^\circ$  zaradi zamenljivosti spremenljivk  $(U/U_{Ep})$  in  $(I/I_k)$ .



Sl. 3.37 Relativne vrednosti tokovno nape-  
tostnih karakteristik sinhronskega  
generatorja v obliki  $(U/U_{Ep}) =$   
 $= f(I/I_k)$  za različne fazne kote

Za posebni primer čisto induktivne obremenitve oziroma kapacitivnega obnašanja stroja, tj. za  $\varphi = \varphi_u - \varphi_1 = -\pi/2$ , bo:

$$\left(\frac{U}{U_{Ep}}\right) = +1 - \left(\frac{I}{I_k}\right). \quad (3.97)$$

Za čisto kapacitivno obremenitev stroja, tj. za  $\varphi = \pi/2$ , dobi enačba (3.96) obliko:

$$\left(\frac{U}{U_{Ep}}\right) = \pm 1 + \left(\frac{I}{I_k}\right). \quad (3.98)$$

Pri čisto induktivni obremenitvi, enačba (3.97), se spremeni elipsa v premico in pri čisto kapacitivni obremenitvi, enačba (3.98), v elipso, odprto v neskončnost. Takšno obratovanje predstavlja v bistvu resonanco med  $X_d$  in  $1/(\omega C)$ .

Pri čisto ohmski obremenitvi, tj. za  $\varphi = 0$ , dobi enačba (3.96) obliko krožnice:

$$\left(\frac{U}{U_{Ep}}\right)^2 + \left(\frac{I}{I_k}\right)^2 = 1. \quad (3.99)$$

Vse karakteristike  $(U/U_{Ep}) = f(I/I_k)$  se začenejo za  $(I/I_k) = 0$  pri  $(U/U_{Ep}) = 1$  in se končujejo za  $(U/U_{Ep}) = 0$  pri  $(I/I_k) = 1$ . Vse karakteristike imajo isto točko prostega teka in kratkega stika, ker obremenitev nima vpliva na ti dve obratovalni stanji. Presečišča karakteristik s simetralo dobimo za primer  $(U/U_{Ep}) = (I/I_k)$  iz enačbe (3.96):

$$\left(\frac{U}{U_{Ep}}\right) = \left(\frac{I}{I_k}\right) = \frac{1}{\sqrt{2} \sqrt{1 - \sin \varphi}}. \quad (3.100)$$

Karakteristike na sliki 3.37 imajo le tedaj enako obliko, če so podane pri konstantnih vrtljajih, z vrtljaji se namreč menja  $U_{Ep}$ . Te karakteristike imenujemo

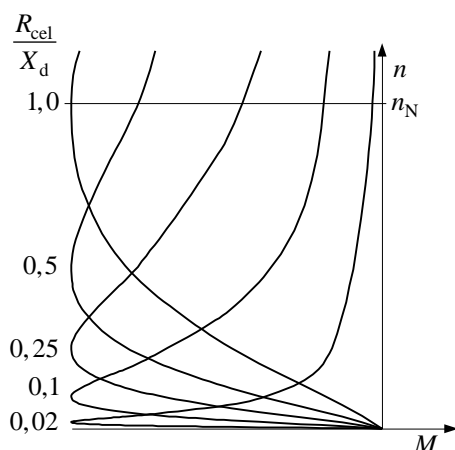
tudi zunanje karakteristike generatorja, obratujočega na pasivnem omrežju. Dejansko predstavlja zunanje karakteristike le področje od točke prostega teka ( $U/U_{Ep}$ )=1 do vertikale, ki je podana za vrednost nazivne obremenitve stroja ( $I/I_k$ ) = ( $I_N/I_k$ ).

### 3.5.4 Zavorno obratovanje

Generator, ki obratuje na lastnem omrežju, lahko razvije tudi zavorni vrtilni moment, ki služi za zaustavljanje stroja. Najbolj enostaven primer tega zaustavljanja je primer kratko vezanih sponk stroja, tj. v kratkem stiku. Pri tem dobimo karakteristiko  $n = f(M)$ , ki ima omahno točko pri zelo majhnih vrtljajih. Za  $R_{cel} = R_s$  in  $X_{cel} = X_d$  dobimo po enačbi (3.89) razmerje:

$$y_{om} = \frac{R_s}{X_d} = \frac{R_s I_N^2}{U_N I_N} \frac{1}{x_d}. \quad (3.101)$$

Za primer, da je  $x_d = 1$  bo  $y_{om}$  približno enak relativnim izgubam v navitju kotve. Posledica tega je, da stroj razvije v področju nazivnih vrtljajev relativno zelo majhne vrtilne momente. Slika 3.38 prikazuje karakteristiko vrtljajev kot funkcijo vrtilnega momenta v kratkem stiku za relativno vrednost  $R_s/X_d = 0,02$ . Da povečamo zavorni vrtilni moment v področju večjih vrtljajev, moramo dodati preko sponk stroja dodatno upornost zaviranja  $R_z$ .



Sl. 3.38 Karakteristike  $n = f(M)$  v zavornem pogonu sinhronskega stroja za  $R_s/X_d = 0,02$  in za različne vrednosti  $R_z$

Za primer  $R_{zmax} \approx X_d$  dobimo omahno točko pri nazivnih vrtljajih. Če potem ustrezno vrtljajem manjšamo vrednost  $R_z$ , lahko obdržimo vrednost omahnega vrtilnega momenta praktično v celotnem področju zaviranja. Delovanje je podobno kot pri enosmernem zaviranju asinhronskega stroja.



### 3.5.5 Spreminjanje vrtilnega momenta in vrtljajev sinhronskega motorja

Podobno kot pri enosmernem motorju lahko tudi pri sinhronskem motorju spreminjamo (vodimo) vrtilni moment z napetostjo kotve ali z vzbujanjem. V primeru, da spreminjamo napetost kotve, spreminjamo istočasno z napetostjo tudi frekvenco napetosti kot pri asinhronskem motorju. Motor razvija praktično konstantni vrtilni moment. S spreminjanjem frekvence spreminjamo tudi število vrtljajev. Napetost lahko dvigujemo le do nazivne vrednosti, medtem ko lahko spreminjamo frekvenco za večkratnik nazivne vrednosti. Motor obratuje v tem primeru s frekvenčnim pretvornikom. Vrtilni moment je mogoče spreminjati tudi z vzbujanjem. Z njim se spreminja tudi kolesni kot. Vzbujanje spreminjamo (povečujemo) pri sinhronskih motorjih večjih moči tudi zato, da popravljamo faktor delavnosti. Pri manjših sinhronskih motorjih imamo lahko za vzbujanje trajne magnetne, ki ustvarijo konstantno vzbujanje. Takrat vzbujanja ne moremo korigirati, ker je dano s kvaliteto vgrajenih magnetov. To lahko slabo vpliva na stabilnost pogona, posebej še pri večjih tokovih kotve in s tem povečani reakciji kotve. Seveda je mogoče tudi pri trajnih magnetih korigirati vzbujanje oziroma vplivati na velikost polja, in sicer posredno s pomočjo statorskega toka, tj. toka kotve.

#### 3.5.5.1 Sinhronski motor s cilindričnim rotorjem

Glede na kazalčni diagram na sliki 3.27 lahko uvedemo interni kot  $\gamma$ , tj. kot med napetostjo polovega kolesa  $U_{Ep}$  in tokom kotve  $I$ :

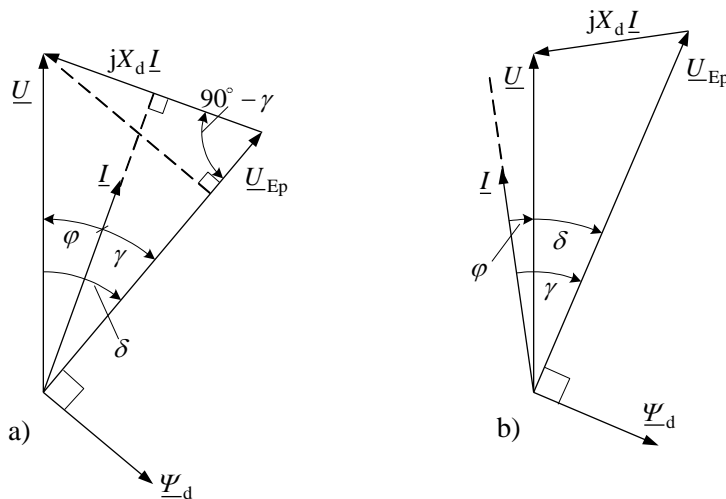
$$\gamma = \delta + \varphi = \varphi_{up} - \varphi_i. \quad (3.102)$$

Enačbo (3.61) za sinhronski vrtilni moment stroja lahko preuredimo:

$$M = -\frac{3p}{\omega} \frac{U U_{Ep}}{X_d} \sin \delta = \frac{3p}{\omega} U_{Ep} I \cos \gamma = K \hat{\Phi}_g I \cos \gamma, \quad (3.103)$$

kjer je  $|-U \sin \delta| = I X_d \sin(90 - \gamma) = I X_d \cos \gamma$  in  $U_{Ep} = \omega N_s f_{ns} \hat{\Phi}_g / \sqrt{2}$ .

Vidimo, da je po enačbi (3.103) vrtilni moment največji, ko je  $\gamma = 0$ , tj. v primeru  $\varphi = -\delta$  oziroma ko je tok kotve (statorja) v fazi z napetostjo polovega kolesa. Sinhronski motor je v tem primeru podoben enosmernemu motorju, ker je med osjo vzbujanja in tokom kotve kot 90 električnih stopinj. V primeru večjih sinhronskih motorjev to ni najbolj ugodno, ker tok zaostaja za omrežno napetostjo, kot kaže slika 3.39a, če zanemarimo upornost navitja kotve – statorja ( $R_s = 0$ ). Pri večjih motorjih navadno želimo, da tok prehiteva omrežno napetost in da s tem izboljšamo faktor delavnosti. V tem primeru je kot  $\gamma = 40^\circ \div 60^\circ$  in tok prehiteva omrežno napetost (sl. 3.39b).



Sl. 3.39 Kazalčni diagram za sinhronski motor ( $R_s = 0$ ):

- a) majhen kot  $\gamma$ , tok zaostaja za napetostjo;  
 b) velik kot  $\gamma$ , tok prehiteva napetost

### 3.5.5.2 Stacionarno obratovanje motorja s cilindričnim rotorjem v d – q modelu

Tok kotve po enačbi (3.43) in s pomočjo enačbe (3.102) lahko razstavimo na tako imenovane d – q komponente:

$$I_d = I \sin \gamma, \quad (3.104a)$$

$$I_q = I \cos \gamma. \quad (3.104b)$$

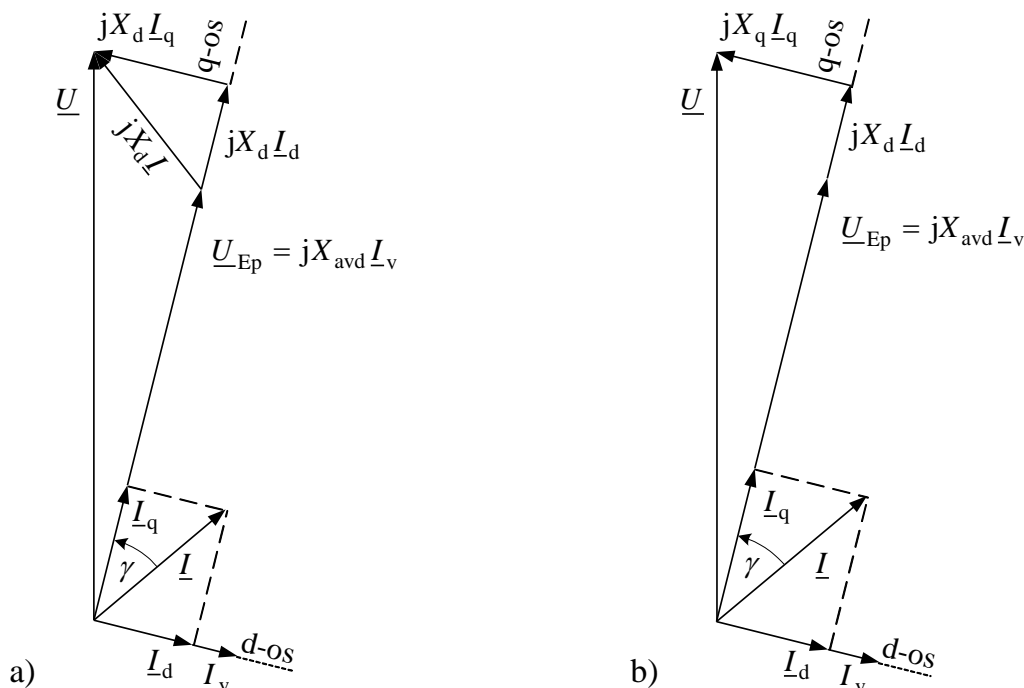
Fazor statorskega toka razstavimo s tem na komponenti (skalarja) v d in q-osi in če se pri tem referenčni koordinatni sistem vrtil z rotorjem, so te veličine enosmerne. Kot  $\gamma$  je pri tem prostorski kot med q-osjo, kjer je locirana napetost  $U_{Ep}$ , in statorskim tokom, medtem ko je kot  $\gamma$  v konvencionalni teoriji (časovni) fazni kot. Slika 3.40a prikazuje sedaj kazalčni diagram sinhronskega stroja s cilindričnim rotorjem v d – q komponentah za  $R_s = 0$ .

Napetost polovega kolesa lahko izrazimo s pomočjo enačbe (3.34) in (3.35) in ob upoštevanju izraza za tokovno prestavo po enačbi (3.8) kot:

$$\underline{U}_{Ep} = j \frac{X_m}{K_I} \underline{I}_v = j X_{avd} \frac{I_v}{\sqrt{2}} e^{j(\varphi_{up} - \pi/2)} = j X_{avd} \underline{I}_v, \quad (3.105)$$

kjer je  $X_{avd}$  medsebojna reaktanca med kotvo in vzbujalnim navitjem ali magnetilna (glavna) reaktanca deljena s tokovno prestavo iz enačbe (3.35).

Napetost polovega kolesa je po enačbi (3.78) odvisna tudi od napajalne frekvence oziroma od razmerja  $y = f / f_N = \omega / \omega_N$  in ne le od vzbujalnega toka.



Sl. 3.40 Kazalčni diagram motorja za stacionarno obratovanje v  $d-q$  komponentah:

- a) motor s cilindričnim rotorjem
- b) motor z izraženimi poli

Enačbo za sinhronski vrtilni moment (3.103) lahko s pomočjo enačb (3.105) in (3.104b) preoblikujemo tudi nekoliko drugače:

$$M = \frac{3p}{\omega} U_{Ep} I \cos \gamma = \frac{3p}{\omega} \frac{X_{avd} I_v}{\sqrt{2}} I_q = 3p \Psi_d I_q, \quad (3.106)$$

kjer je  $\Psi_d = L_{avd} I_v / \sqrt{2}$ .

Vidimo, da prispeva k vrtilnemu momentu le tako imenovana "q" komponenta statorskega toka, tj. komponenta toka, ki je pravokotna na os vzbujanja oziroma komponenta, ki je v fazi z napetostjo polovega kolesa. Razen od "q" komponente statorskega toka je sinhronski vrtilni moment odvisen tudi od vzbujalnega toka. V primeru, da je vzbujanje oziroma polje konstantno (trajni magneti), se spreminja vrtilni moment le s "q" komponento statorskega toka.

Dejstvo je, da "d" komponenta statorskega toka vpliva le na vzbujanje (reakcija kotve), toda s tem posredno tudi na velikost vrtilnega momenta. Zato moramo, če želimo spreminjati vrtilni moment, krmiliti statorski tok po amplitudi in fazi. Vemo, da lahko povečamo statorski tok z napetostjo na sponkah kotve, toda tj. mogoče največ do nazivne vrednosti. V primeru, da povečamo frekvenco  $f$  preko nazivne vrednosti  $f_N$ , se poveča tudi vhodna reaktanca (impedanca) stroja in zato pri konstantni napetosti pada z večanjem frekvence  $f$  tok kotve  $I$  ( $I_q$ ) in s tem tudi vrtilni moment. Razmere so podobne kot pri slabljenju polja v asinhronskem

motorju, kjer ravno tako pri konstantni napetosti povečujemo napajalno frekvenco stroja.

### 3.5.5.3 Stacionarno obratovanje motorja z izraženimi poli v d – q modelu

Enačbo za vrtilni moment motorja z izraženimi poli se da še bolj transparentno napisati z d – q komponentami. Z upoštevanjem enačb (3.53a) za  $U_{Ep} = 0$  ( $I_v = 0$ ) in (3.53b) ter sprememb za sinhronski vrtilni moment (3.106) lahko preuredimo enačbo za vrtilni moment (3.60) v obliko:

$$M = \frac{3p}{\omega} \left( \frac{X_{avd} I_v}{\sqrt{2}} I_q + (X_d - X_q) I_d I_q \right). \quad (3.107)$$

Z nadaljnjim upoštevanjem enačb za d – q komponente (3.104a in b) dobimo končno vrtilni moment, izražen kot funkcijo kota  $\gamma$ :

$$M = \frac{3p}{\omega} \left( U_{Ep} I \cos \gamma + (X_d - X_q) I^2 \cos \gamma \sin \gamma \right). \quad (3.108a)$$

Podobno kot za cilindrični rotor lahko tudi enačbo vrtilnega momenta za izražene pole (3.107) izrazimo z magnetnimi sklepi:

$$M = 3p \left( \Psi_d I_q + (\Psi_{ad} I_q - \Psi_{aq} I_d) \right). \quad (3.108b)$$

V enačbi (3.108b) so magnetni sklepi:  $\Psi_{ad} = L_d I_d$  in  $\Psi_{aq} = L_q I_q$  ter  $\Psi_d = L_{avd} I_v / \sqrt{2}$ .

Kazalčni diagram motorja z izraženimi poli za stacionarno obratovanje v d – q komponentah nam prikazuje slika 3.40b za  $R_s = 0$ .

Iz enačb (3.107) ali (3.108a) in (3.108b) ugotovimo zanimivo dejstvo, da v primeru, ko je kot  $\gamma = 0$ , ni reluktančnega vrtilnega momenta ( $I_d = 0$ ) in vzbujalno navitje ali trajni magneti ustvarijo le sinhronski vrtilni moment. Torej nimamo magnetenja ali razmagnetenja v d-osi kot posledico reakcije kotve. Stroj se obnaša kot enosmerni stroj, kjer je med vzbujalnim tokom in tokom kotve  $90^\circ$  (električnih) premika. Enačbe (3.107) ali (3.108a) in (3.108b) lahko najdemo v kakšni literaturi napisane tudi s faktorjem 3/2. To velja le v primeru, če so tokovi oziroma magnetni sklepi podani v temenskih vrednostih kot v enosmernem stroju.

## 3.6 PRIBLIŽNA OBRAVNAVA NASIČENEGA STROJA

Raziskave nenasičenega stroja so pokazale, da je za stacionarno obratovanje stroja pomembna sinhronska reaktanca oziroma prevladujoči del te vrednosti, tj. reaktanca zračne reže  $X_m$  (in pri stroju z izraženimi poli reaktanci  $X_{ad}$  in  $X_{aq}$ ). Glede na vpliv nasičenja na velikost  $X_m$  in s tem  $X_d$  lahko predpostavimo, da bo nasičenje v veliki meri vplivalo na delovanje stroja. V nadaljevanju bomo spoznali

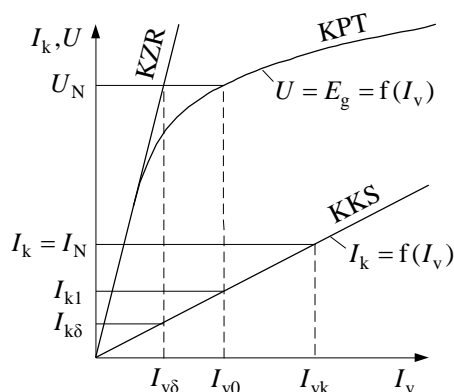
način, kako lahko približno upoštevamo ta vpliv. Za ta namen merimo stroj v prostem teku in kratkem stiku, kjer lahko vpliv nasičenja enostavno opazujemo. Potem bo sledilo raziskovanje nasičenega stroja pri obremenitvi. Glede na dosedanje opazovanje pri nasičenju ne bo več sorazmernosti med tokovi in polji v zračni reži. Torej ne bo več mogoče seštevanje posameznih komponent polja.

### 3.6.1 Prosti tek

V prostem teku teče le vzbujalni tok. Na ta način je mogoče ugotoviti polje v zračni reži ob upoštevanju padcev magnetnih napetosti v železu. Odvisnost med osnovno harmonsko komponento glavnega fluksa in vzbujalnim tokom podaja magnetilna karakteristika  $\Phi_g = f(I_v)$ . Posledica osnovne harmonske komponente glavnega fluksa bo ustrezna inducirana napetost v navitjih kotve. Efektivna vrednost te napetosti bo:

$$U = E_g = \frac{1}{\sqrt{2}} \omega(N_s f_{ns}) \hat{\Phi}_g. \quad (3.109)$$

Odvisnost napetosti prostega teka od vzbujalnega toka pri konstantnih (sinhronskih) vrtljajih imenujemo karakteristika prostega teka  $U = E_g = f(I_v)$ , ki je na sliki 3.41 označena kot KPT. Za manjše vrednosti napetosti je KPT premica, ker je zanemarljiva velikost padca magnetne napetosti v železu. Linearni del KPT imenujemo tudi karakteristika zračne reže (KZR). Kot karakteristična vrednost je na sliki 3.41 označena vrednost vzbujalnega toka prostega teka  $I_{v0}$ , ki da nazivno napetost v kotvi. Pri enakem vzbujanju kot v prostem teku dobimo v kratkem stiku vrednost toka, ki je na sliki 3.41 označena kot  $I_{k1}$ .



Sl. 3.41 Karakteristika prostega teka  $E_g = f(I_v)$  in karakteristika kratkega stika  $I_k = f(I_v)$

### 3.6.2 Kratki stik

Raziskave kratkega stika kažejo, da bo pri nenasičenem stroju vzbujalno polje praktično popolnoma kompenzirano s povratnim delovanjem tokov kotve (reakcija kotve). Preostanek polja v kratkem stiku, katerega pot je prikazana na sliki 3.22 v poglavju 3.34, mora popolnoma kompenzirati razsipano polje kotve, ki je posledica

toka kotve. V področju normalnih vzbujalnih tokov praktično tudi v realnem magnetnem krogu v kratkem stiku ne pride do nasičenja. Krivulja  $I_k = f(I_v)$  je zato linearna.

Kot karakteristična vrednost je na sliki 3.41 označena tista vrednost vzbujalnega toka  $I_{vk}$ , ki povzroči v kratkosklenjenem navitju kotve nazivni tok.

Kot merilo povratnega delovanja kotve bo podano razmerje vzbujalnih tokov prostega teka in kratkega stika  $I_{v0}/I_{vk}$ . Razmerje tokov  $K_c$  [9] lahko glede na sliko 3.41 napišemo v obliki:

$$K_c = \frac{I_{v0}}{I_{vk}} = \frac{I_{k1}}{I_N}. \quad (3.110)$$

To razmerje imenujemo tudi kratkostično razmerje in je v tuji literaturi označeno tudi s kratico SCR (short-circuit ratio). Veliko razmerje pomeni, da je potreben večji tok  $I_{k1}$  za kompenzacijo polja vzbujalnega toka  $I_{v0}$ . Določen tok kotve ustvari v tem primeru relativno majhno polje oziroma reakcija kotve je relativno majhna. Za majhno razmerje velja vse obratno. Pomen kratkostičnega razmerja tokov je še posebej nazoren, če gledamo razmerje nenasičenih vrednosti  $I_{v\delta}/I_{vk}$  na sliki 3.41. Označimo sedaj vrednost kratkostičnega toka, ki ustreza vzbujalnemu toku zračne reže  $I_{v\delta}$  glede na karakteristiko KKS z  $I_{k\delta}$ . S pomočjo enačb (3.50) in (3.39) velja, da predstavlja razmerje

$$\frac{I_{v\delta}}{I_{vk}} = \frac{I_{k\delta}}{I_N} = \frac{I_{k\delta} U_N}{U_N I_N} = \frac{1}{X_d} \frac{U_N}{I_N} = \frac{1}{x_d} \quad (3.111)$$

obratno vrednost nenasičene relativne sinhronske reaktance. Torej predstavlja kratkostično razmerje v enačbi (3.110) obratno vrednost nasičene relativne sinhronske reaktance.

### 3.6.3 Obremenitev

Pri obremenitvi stroja tečejo tokovi (tako kot v kratkem stiku) v statorskih navitjih kot v vzbujalnem navitju rotorja. Polje v zračni reži ustvari torej skupno delovanje teh tokov. Ker je pri tem magnetni krog navadno močno nasičen, določevanje polja ni enostavno (ne veljajo več linearne razmere). Za določeno obremenitev, ki je podana z napetostjo na sponkah  $\underline{U}$  in tokom kotve  $\underline{I}$ , je treba izračunati vzbujalni tok in če je zahtevano, še kolesni kot. Razen računskih so zanimive tudi merilne in grafične metode. Tak postopek bo razvit za stroj s cilindričnim rotorjem. Pri tem upoštevamo samo osnovni harmonski val vzbujalnih amper-ovojev, ki se sešteje z osnovnim harmonskim valom amper-ovojev (reakcije kotve statorja) v rezultirajoče amper-ovoje po enačbi (3.30), zapisani v poglavju 3.1.2. Da lahko preidemo v kompleksni račun, računamo rezultirajoče vzbujanje za položaj na statorju  $x_s = 0$  (v

simetrali pola, tj. faze a). Z uvedbo faznega kota napetosti polovega kolesa  $\varphi_{\text{up}}$  je mogoče napisati enačbo za rezultirajoče amper-ovoje v obliki:

$$\begin{aligned}\underline{\Theta}_{\text{rez}} &= \hat{\Theta}_{\text{rez}} e^{j\varphi_{\text{rez}}} = \hat{\Theta}_{\text{v}} e^{j(\varphi_{\text{up}} - \pi/2)} + \hat{\Theta}_{\text{a}} e^{j\varphi_1} = \\ &= \frac{4}{\pi} \frac{N_{\text{v}} f_{\text{nv}}}{2p} I_{\text{v}} e^{j(\varphi_{\text{up}} - \pi/2)} + \frac{3}{2} \frac{4}{\pi} \frac{N_{\text{s}} f_{\text{ns}}}{2p} \sqrt{2} I e^{j\varphi_1}.\end{aligned}\quad (3.112)$$

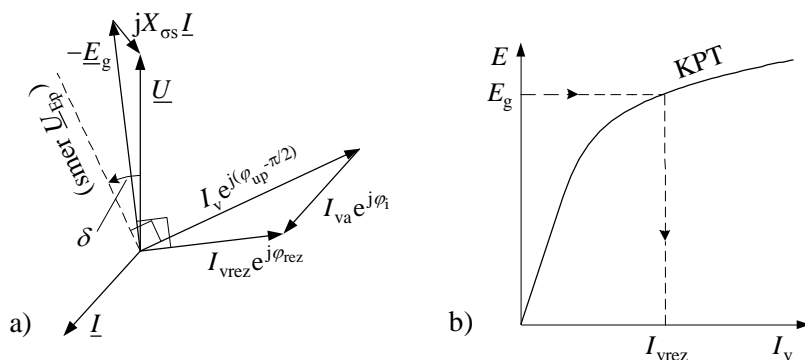
V drugi vrsti enačbe (3.112) sta upoštevani še enačbi (3.1) in (3.5) za amper-ovoje vzbujanja oziroma reakcije kotve. Rezultirajoči amper-ovoji povzročijo rezultirajočo gostoto magnetnega pretoka  $B_{\text{rez}}$  oziroma glavni fluks  $\Phi_{\text{g}}$  po enačbi (3.22). Glavni fluks inducira v posamezni fazi statorskega navitja napetost:

$$\underline{E}_{\text{g}} = -j(\omega/\sqrt{2})(N_{\text{s}} f_{\text{ns}}) \hat{\Phi}_{\text{g}} e^{j\varphi_{\text{rez}}}.$$

Če zanemarimo ohmski padec napetosti v enačbi (3.21), lahko to enačbo napišemo krajše:

$$\underline{U} = jX_{\text{cs}} \underline{I} - \underline{E}_{\text{g}}.\quad (3.113)$$

Iz enačbe (3.113) je mogoče izračunati za določeno obremenitev inducirano napetost  $E_{\text{g}}$  s faznim položajem  $\varphi_{\text{e}} = \varphi_{\text{rez}} - \pi/2$ , kot to prikazuje kazalčni diagram na sliki 3.42a. Iz velikosti  $E_{\text{g}}$  je mogoče grafično določiti velikost vzbujalnega toka  $I_{\text{vrez}}$  s pomočjo KPT (sl. 3.42b). Pri tem je zaradi nelinearne KPT upoštevano tudi nasičenje magnetnega kroga stroja.



Sl. 3.42 Postopek za določitev vzbujalnega toka nasičenega stroja s cilindričnim rotorjem za določeno obremenitev:

- kazalčni diagram
- karakteristika prostega teka

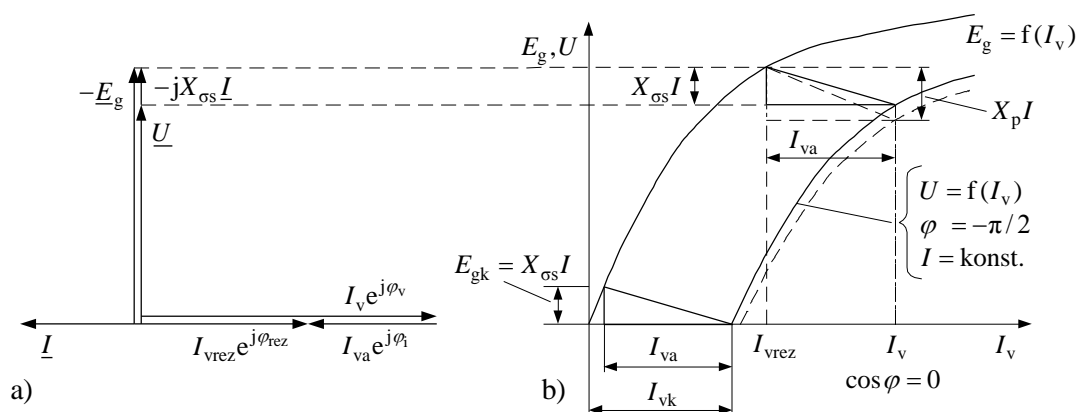
Enačbo (3.112) delimo s  $(4/\pi)(N_{\text{v}} f_{\text{nv}})/(2p)$  in z upoštevanjem enačbe (3.8) lahko preoblikujemo enačbo (3.112) v obliko:

$$I_{\text{vrez}} e^{j\varphi_{\text{rez}}} = I_{\text{v}} e^{j(\varphi_{\text{up}} - \pi/2)} + I_{\text{va}} e^{j\varphi_1}.\quad (3.114)$$

Iz enačbe (3.114) dobimo neposredno potrebni vzbujaalni tok  $I_v$ , če od rezultirajočega vzbujanja odštejemo (prištejemo) vzbujanje reakcije  $I_{va}$  s faznim položajem, kot je to prikazano v kazalčnem diagramu slika 3.42a.

### 3.6.4 Notranja karakteristika in Potierova reaktanca

Pri čisti induktivni obremenitvi stroja zaostaja tok za fazni kot  $\varphi = \varphi_1 = -\pi/2$  za inducirano napetostjo. Zaradi tega je padec napetosti na razsipani reaktanci v enačbi (3.113) v fazi z inducirano napetostjo in ta z napetostjo na sponkah stroja. Torej velja  $U = E_g - X_{\text{os}} I$ . Enako bosta v fazi tudi skupni vzbujaalni tok in rezultirajoči vzbujaalni tok. Kazalčni diagram na sliki 3.42a se s tem spremeni (sl. 3.43a). Rezultirajoče vzbujanje dobimo iz slike 3.43b. K rezultirajočemu vzbujanju  $I_{\text{vrez}}$  aritmetično prištejemo vzbujanje kotve  $I_{va}$  in dobimo celotno vzbujanje  $I_v$ . Padec napetosti na razsipani reaktanci  $X_{\text{os}} I$  in vzbujanje kotve  $I_{va}$  tvorita stranici pravokotnega trikotnika.



Sl. 3.43 Primer čiste induktivne obremenitve nasičenega stroja s cilindričnim rotorjem: a) kazalčni diagram  
b) karakteristika prostega teka z notranjo karakteristiko

Pri spremenljivi napetosti in konstantnem obremenilnem toku moramo premikati pravokotni trikotnik vzdolž KPT in dobimo odvisnost  $U = (f(I_v))_{\varphi=-\pi/2, I=\text{konst.}}$ . Ta odvisnost predstavlja notranjo karakteristiko stroja. Notranjo karakteristiko je mogoče dobiti tudi eksperimentalno. Praktični rezultati pokažejo nižje vrednosti (črtkana krivulja na sliki 3.43b). Vzrok je v povečanem razsipanju med poli rotorja zaradi povečanega vzbujalnega toka, posebej še pri čisti induktivni obremenitvi glede na prosti tek. Povečano razsipanje ponazarja povečana razsipana reaktanca, ki jo imenujemo Potierova reaktanca. Določimo jo lahko iz meritev.

Na sliki 3.43b dobimo tudi velikost inducirane napetosti stroja v kratkem stiku  $E_{\text{gk}}$ , če postavimo Potierov trikotnik v koordinatno izhodišče, tj. na abscisno os. Vidimo, da je inducirana napetost v kratkem stiku relativno majhna in enaka padcu na razsipani reaktanci. Temu ustrezno je v kratkem stiku majhen tudi glavni fluks.

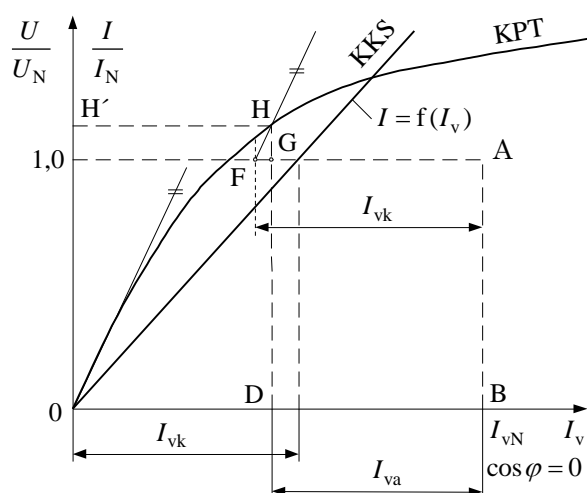


### 3.6.5 Določitev nazivnega vzbujalnega toka

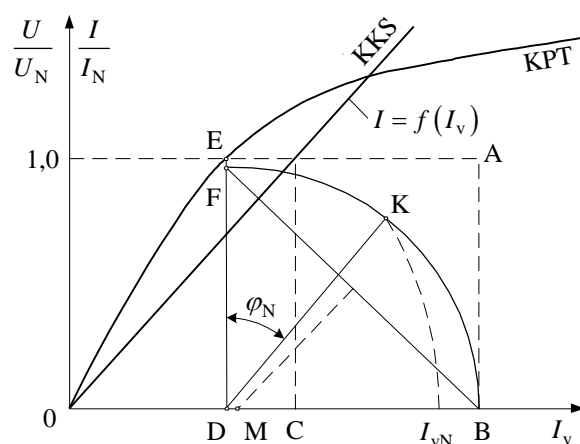
Za določitev vzbujalnega toka pri  $U_N$  in  $I_N$  ter pri poljubnem faznem kotu obremenitve lahko uporabimo po IEC predpisih švedski diagram. Za konstrukcijo švedskega diagrama potrebujemo Potierovo reaktanco.

#### 3.6.5.1 Določitev Potierove reaktance

Za določitev Potierove reaktance narišemo merjene vrednosti prostega teka in kratkega stika stroja (sl. 3.44). Vse vrednosti so podane relativno. Nato vnesemo na sliko točko nazivnega vzbujalnega toka za  $\cos\varphi_{\text{ind}}=0$ , tj. razdalja  $\overline{OB}$  na abscisi. Točka A je na vertikali iz točke B v presečišču s paralelnico abscisi na razdalji  $U=U_N$ . Od točke A v levo odštejemo velikost potrebnega vzbujanja  $I_{\text{vk}}$ , ki da v kratkem stiku nazivni tok kotve (točka F). Skozi točko F potegnemo paralelo začetnemu poteku karakteristike prostega teka in dobimo presečišče (točka H). Vertikalna iz točke H do točke G (presečišče z razdaljo  $\overline{AF}$ ) predstavlja relativni padeč na Potierovi reaktanci  $x_p = \overline{HG}$ .



Sl. 3.44 Določitev Potierove reaktance



Sl. 3.45 Švedski diagram

#### 3.6.5.2 Švedski diagram

Da določimo potrebno vzbujanje za nazivno obremenitev pri poljubnem faznem kotu obremenitve, narišemo karakteristiki prostega teka in kratkega stika (v relativnih enotah) na sliki 3.45. Točki A in B na tej sliki imata enak pomen kot na sliki 3.44. Pri nazivni napetosti (točka E na KPT) potegnemo vertikalo in dobimo na abscisi točko D.

Nato na vertikalo naneseemo  $1,05 \overline{OC}$  oz.  $1,05 I_{\text{vk}}$  (točka F) in povežemo točki F in B. Simetrala razdalje  $\overline{FB}$  nam preseka absciso v točki M.

To je središče krožnice skozi točki F in B. Glede na vertikalo v točki D nanese mo faktorja delavnosti  $\varphi_N$ . Ta je v primeru induktivne obremenitve stroja nanesen desno od vertikale  $\overline{FD}$  (prevzbujeno stanje). Presečišče krožnice, točka K oziroma njena oddaljenost od koordinatnega izhodišča, tj. razdalja  $\overline{OK}$ , odgovarja nazivnemu vzbujanju stroja.

## 3.7 KONSTRUKCIJA SINHRONSKIH STROJEV

Glavna sestavna dela sinhronskega stroja sta kotva (armatura) statorja in vzbujalni sistem na rotorju. Kotva ima navadno trifazno (redkeje enofazno) navitje, v katerem se inducira izmenična napetost.

### 3.7.1 Vplivi na obliko konstrukcije

V nadaljevanju so opisani nekateri pomembnejši faktorji, ki vplivajo na obliko konstrukcije sinhronskega stroja.

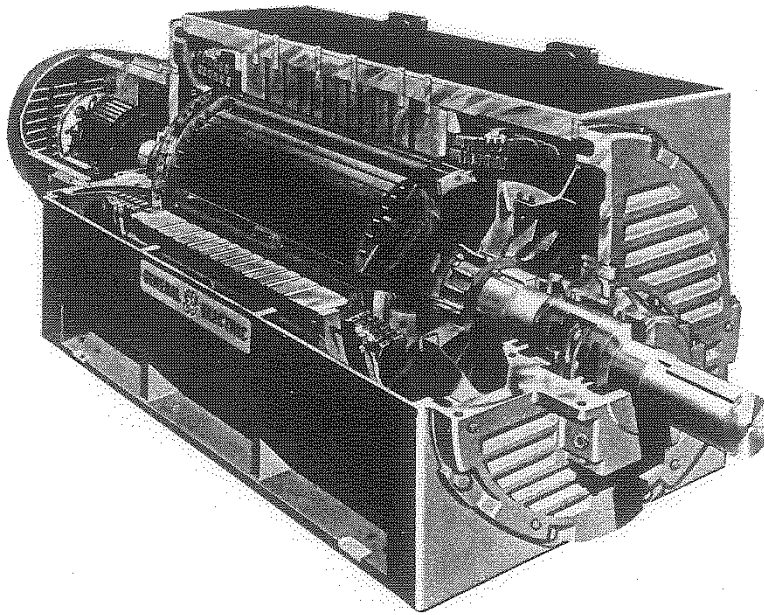
#### 3.7.1.1 Vzbujalni sistem

Vzbujalni sistem navadno tvori vrteče vzbujalno navitje na rotorju, napajano z enosmerno napetostjo; pri sinhronskih motorjih lahko imamo tudi vrteče trajne magnetne na rotorju. Vrteče vzbujalno navitje na rotorju je povezano z enosmernim izvorom napetosti preko dveh drsnih obročev in ščetk (podobno kot pri asinhronskem motorju z navitim rotorjem). Enosmerno napetost lahko dobimo kar iz kotve enosmernega samovzbujalnega generatorja, ki je prigraven na isto gred kot rotor sinhronskega stroja. Takšen enosmerni generator imenujemo tudi vzbujalnik. Komplet sinhronskega stroja (proizvajalec General Electric) skupaj z vzbujalnikom nam v prerezu prikazuje slika 3.46.

Pri velikih, počasi vrtečih se vodnih (hidro) generatorjih vzbujalnik ne sme biti samovzbujalni. V času elektronike je to že zastarel način vzbujanja. Pri vodnih generatorjih je mogoč pilotni samovzbujalnik ali takšen s trajnimi magneti, ki aktivira večji (glavni) vzbujalnik. Glavni vzbujalnik je enosmerni generator za manjše moči oziroma večinoma kar sinhronski generator. V tem primeru potrebujemo trifazni usmernik.

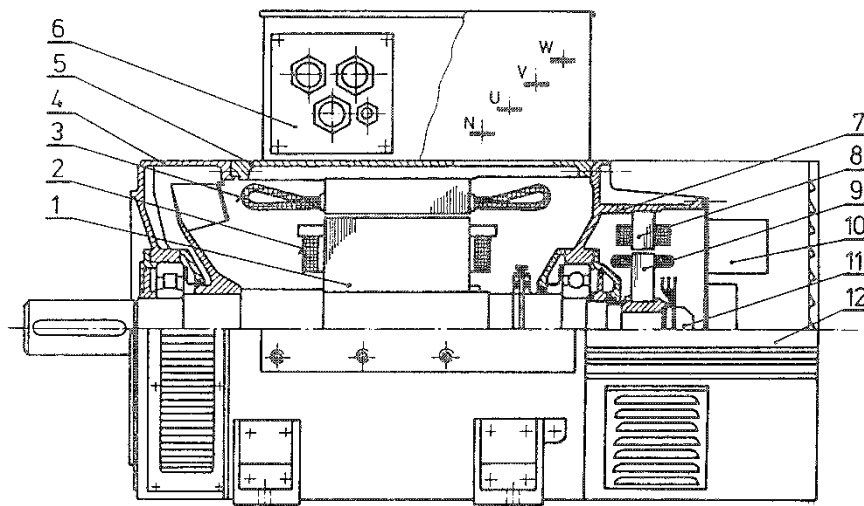
Usmernik je izdelan s silicijevimi diodami ali tiristorji, ki ne predstavljajo problema niti za največje stroje. Poznamo dva tipa mirujočih vzbujalnikov:

- statični sistem z diodami ali tiristorji, pri katerem napajamo rotorsko vzbujalno navitje preko drsnih obročev;
- sistem brez ščetk, kjer je usmernik montiran na gred in se vrti z rotorjem.



Sl. 3.46 Presek sinhronskega stroja z izraženimi poli

Pri tem odpadejo ščetke in drsni obroči. Primer z vrtečim usmernikom (proizvajalec Končar – ERS Rijeka moči  $10 \div 1600$  kVA) prikazuje slika 3.47. Pri tem je vzbujalnik sinhronski stroj z izraženimi poli in vzbujanjem na statorju ter cilindrično kotvo na rotorju.



Sl. 3.47 Presek sinhronskega generatorja brez ščetk z vrtečimi diodami na rotorju

- |                        |                          |
|------------------------|--------------------------|
| 1 – rotor              | 7 – ležajni ščit         |
| 2 – vzbujalno navitje  | 8 – stator vzbujalnika   |
| 3 – navitje kotve      | 9 – rotor vzbujalnika    |
| 4 – ležajni ščit       | 10 – regulator napetosti |
| 5 – stator             | 11 – usmernik            |
| 6 – priključna omarica | 12 – ščitnik             |

V novejšem času ima večina sinhronskih motorjev, ki so navadno grajeni za manjše moči, na rotorju vgrajene kvalitetne trajne magnetne.

### 3.7.1.2 Konstrukcija vzbujalnika in hitrost vrtenja

Sinhronski stroj deluje normalno pri konstantni hitrosti vrtenja:

$$n_s = \frac{60 f}{p} \text{ (min}^{-1}\text{)}. \quad (3.115)$$

Rotorji dvopolnih strojev se torej vrtijo pri  $f = 50 \text{ Hz}$  s 3000 vrtljaji v minuti, dvanajstpolni stroji pa le s 500 vrtljaji v minuti. Konstrukcija vzbujalnika je torej odvisna od hitrosti vrtenja rotorja. Vodni in dizel generatorji so počasi vrteči se stroji in imajo izražene pôle na rotorju. Takšni rotorji so cenejši za proizvodnjo kot cilindrični (turbo) rotorji, gnani s parno turbino. Slednji morajo biti konstruirani tako, da vzdržijo velike centrifugalne sile. Različna je tudi izvedba vzbujalnega navitja. Vzbujalno navitje je na izraženih polih navito koncentrično okoli posameznega pola. Pri cilindričnem rotorju je razporejeno na 2/3 oboda rotorja kot za glavno fazo enofaznega asinhronskega stroja.

Naslednja značilnost konstrukcije sinhronskega stroja izhaja iz montaže rotorja. Parni (turbo) generatorji pa tudi dizel generatorji z izraženimi poli imajo vodoravno montiran rotor; vodni generatorji imajo vertikalno montiran rotor z izraženimi poli. Poznamo tudi vodoravno montirane vodne generatorje pri cevni turbinih manjših moči.

### 3.7.1.3 Stator

Stator sinhronskega stroja je identičen statorju asinhronskega stroja. Ravno tako ni razlike med statorjem stroja s cilindričnim rotorjem in strojem z izraženimi poli. Statorji vodnih generatorjev imajo navadno večji premer kotve v primerjavi z ostalimi tipi strojev. Glede navitja lahko rečemo, da poznamo enake izvedbe kot pri asinhronskih strojih.

### 3.7.1.4 Hlajenje

Ker so sinhronski stroji pogosto grajeni za velike moči in velikih dimenzij, so tudi gostote toka zelo velike (do  $10 \text{ A/mm}^2$ ). Magnetni krog je normalno izkoriščen do nasičenja. Velike električne in magnetne obremenitve povzročijo toploto, ki jo moramo odvesti iz stroja. Tudi način hlajenja aktivnih delov stroja vpliva na konstrukcijo stroja. Razen z zrakom hladimo večje stroje še z vodo, vodikom in helijem. Že leta eksperimentirajo s hlajenjem navitja vzbujalnika, ki mora biti tako

intenzivno, da pridejo v področje supraprevodnosti. Na ta način odpadejo izgube v navitju vzbujačnika.

### 3.7.1.5 Dušilna kletka

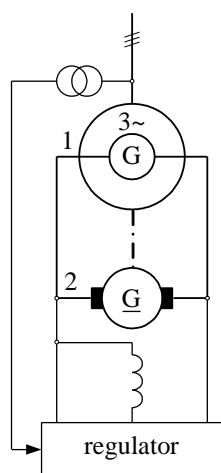
Že v poglavjih 3.2.3.3 in 3.4.3.2 je bilo povedano, da imamo pri sinhronskih strojih skoraj vedno še tretje, tj. dušilno navitje na rotorju in čemu služi. Dušilnega navitja ali kletke nimajo le manjši sinhronski motorji, vzbujani s trajnimi magneti, ki so napajani s frekvenčnim pretvornikom. Torej tudi dušilna kletka vpliva na konstrukcijo stroja.

## 3.8 VZBUJANJE SINHRONSKIH STROJEV

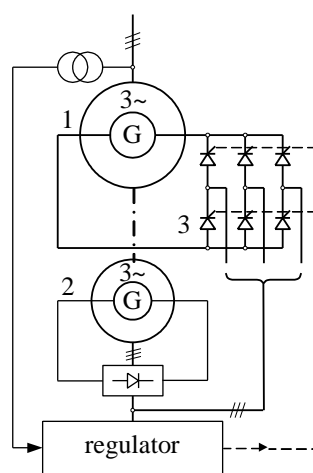
V predhodnem poglavju 3.7.1 smo govorili o različnih načinih vzbujanja, ki vplivajo na konstrukcijo stroja. V nadaljevanju bodo opisane različne poenostavljene sheme kot tudi uporaba trajnih magnetov za vzbujanje sinhronskih strojev.

### 3.8.1 Vzbujalne sheme

Na sliki 3.48 je prikazana poenostavljena nadomestna shema za vzbujanje manjših sinhronskih strojev. Za vzbujačnik je uporabljen enosmerni samovzbujalni generator (št. 2), ki je vezan na isto gred kot sam sinhronski generator (št. 1). Regulator vzbujanja enosmerne stroja vpliva, odvisno od izhodne napetosti na sponkah sinhronskega generatorja, na vzbujanje enosmerne generatorja in s tem na vzbujalno napetost sinhronskega generatorja.



Sl. 3.48 Enosmerni samovzbujalni vzbujačnik

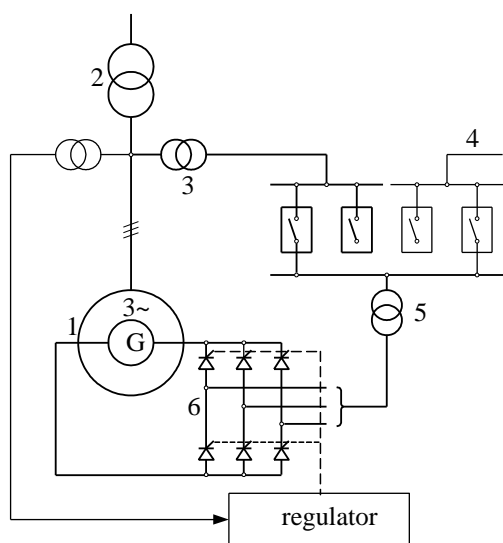


Sl. 3.49 Trifazni sinhronski vzbujačnik

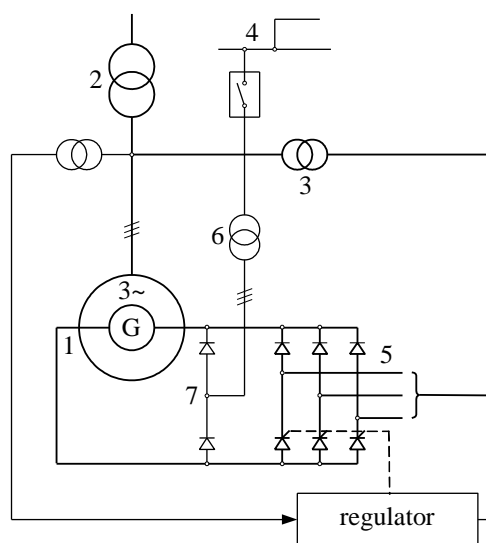
Slika 3.49 prikazuje trifazni sinhronski vzbujačnik konstantne napetosti, ki napaja tiristorski usmernik (št. 3). Tiristorski usmernik krmili regulator konstantne

napetosti. Sam trifazni sinhronski vzbujačnik (št. 2) je kot pri enosmernem vzbujačniku samovzbujačni z usmernikom za napajanje njegovega vzbujačnega navitja, ki ga napaja kotva statorja trifaznega vzbujačnika.

Za večje generatorje bi omenili dve tipični shemi, ki se uporabljata zelo pogosto. Seveda ni rečeno, da niso mogoče tudi drugačne rešitve. Prvo shemo prikazuje slika 3.50. Napajanje za vzbujačje generatorja dobimo v času zagona s tujega omrežja (št. 4) oziroma v normalnem obratovanju od transformatorja lastne rabe (št. 3). Posebni vzbujačni transformator (št. 5) napaja regulirani tiristorski usmernik (statični pretvornik) (št. 6).



Sl. 3.50 Tiristorski usmernik, napajan s tujega omrežja ali sponk generatorja



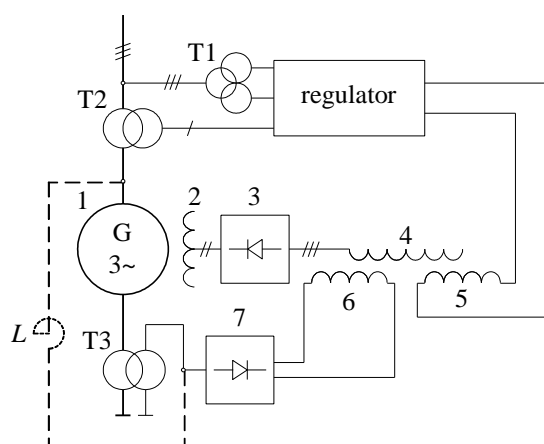
Sl. 3.51 Polovično krmiljeni tiristorski usmernik

Na sliki 3.51 je prikazan polovično krmiljeni tiristorski usmernik (št. 5), ki je napajan s sponk generatorja preko vzbujačnega transformatorja (št. 3). V času zagona dobimo napajanje za vzbujačje s tujega omrežja (št. 4) in pomožnega transformatorja (št. 6). Ta napaja pomožni usmernik (št. 7), ki služi v normalnem obratovanju za ničelno diodo tiristorskega usmernika v času prehoda iz stanja prevajanja v stanje zapiranja.

Na slikah 3.50 in 3.51 je prikazan tudi blok transformator (št. 2), ki služi za povezavo med sinhronskim generatorjem in omrežjem. Izhodna napetost sinhronskega generatorja je namreč 11 ali 22 kV, torej nižja, kot so normalne prenosne napetosti visokonapetostnega omrežja.

Poseben primer vzbujačnega sistema predstavlja za manjše moči tako imenovani rotirajoči usmernik (sl. 3.47). Prednost takšnega sistema je v tem, da rotorja

vzbujalnika in sinhronskega stroja nimata drsnih obročev in ščetk. Takšno tehnično rešitev prikazuje shema na sliki 3.52. Trifazni vzbujalnik ima vzbujalno navitje na statorju ter trifazno navitje kotve (št. 4) na rotorju. Rotirajoči usmernik (št. 3) napaja vzbujalno navitje (št. 2) sinhronskega generatorja (št. 1). Napetost vzbujalnega navitja vzbujalnika (št. 5) regulira regulator napetosti, ki dobi napajanje preko transformatorja T1. Vzbujalnik ima še drugo vzbujalno navitje (št. 6), ki ga preko usmernika (št. 7) napaja tokovni transformator T3. To je kompvandacija glede na bremenski tok. Pri malo večjih močeh nam del vzbujalnega toka v prostem teku prispeva dušilka L. Tokovni transformator T2 služi za sinhronizacijo pri priklopu na skupno omrežje.



Sl. 3.52 Vzbujanje z rotirajočim usmernikom

### 3.8.2 Vzbujanje s trajnimi magneti

Za vzbujanje sinhronskih pa tudi enosmernih strojev manjših moči lahko uporabimo tudi kvalitetne trajne magnetne. Z njimi je mogoče doseči celo višje gostote magnetnega pretoka v zračni reži kot z elektromagneti. Za gradnjo električnih strojev uporabljamo keramične trajne magnetne in trajne magnetne iz kovinskih zlitin. Keramični trajni magnet je npr. barijev ali stroncijev ferit. Med kovinskimi zlitinami so najbolj poznane AlNiCo zlitine (tako imenovana ležajna jekla) in zlitini na osnovi redkih zemelj, kot sta samarij s kobaltom in neodim z železom in borom. Zadnji dve zlitini sta od vseh najdražji in zato uporabni le za gradnjo servomotorjev.

#### 3.8.2.1 Histerezna zanka trajnih magnetov

V nematerialnem prostoru se kot posledica magnetne poljske jakosti pojavi gostota magnetnega pretoka, ki je sorazmerna polju:

$$B = \mu_0 H. \quad (3.116)$$

$\mu_0$  je proporcionalnostna konstanta – permeabilnost ( $\mu_0 \approx 1,26 \cdot 10^{-6} \text{ V} \cdot \text{s}/(\text{A} \cdot \text{m})$ ).

Če damo v prostor feromagnetni material, se bodo elementarni magnetki zaradi zunanjega polja zavrteli in se zaradi tega poveča gostota magnetnega pretoka po enačbi:

$$B = \mu_0 H + B_i. \quad (3.117)$$

$B_i$  je magnetna polarizacija, tj. notranja (intrinsic) gostota magnetnega pretoka.

Do določene vrednosti magnetne poljske jakosti je polarizacija sorazmerna magnetni poljski jakosti:

$$B_i = \mu_0 \kappa H. \quad (3.118)$$

kjer je  $\kappa$  magnetna dovzetnost (susceptibilnost).

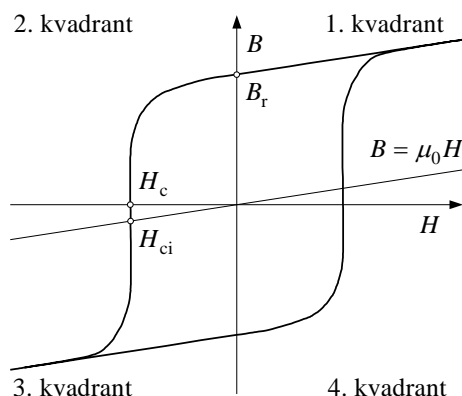
Iz enačbe (3.117) dobimo sedaj vrednost za skupno gostoto magnetnega pretoka:

$$B = \mu_0 (1 + \kappa) H = \mu_0 \mu_r H. \quad (3.119)$$

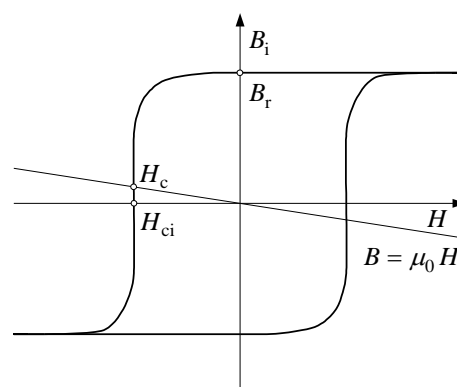
kjer je  $1 + \kappa = \mu_r$  relativna permeabilnost. Ta se podaja za trafo in dinamo pločevine. Pri trajnih magnetih pa se podaja povratna (recoil) permeabilnost  $\mu_p \approx 1-1,1$ .

Največjo polarizacijo dosežemo, ko so vsi elementarni magnetki popolnoma usmerjeni. To stanje je enako nasičenju in pri nadaljnjem večanju magnetne poljske jakosti se polarizacija več ne povečuje in odvisnost med  $B$  in  $H$  postane premica z nagibom  $\mu_0$  za  $B$  oziroma z nagibom nič za  $B_i$ .

Po ukinitvi  $H$ ,  $B$  ne pade na nič, ampak dobi vrednost  $B_r$  (sl. 3.53), ki je deklarirana kot remanentna gostota magnetnega pretoka. Za kompenzacijo polarizacije potrebujemo negativno prisilno ali koercitivno vrednost magnetne poljske jakosti  $H_c$ .



Sl. 3.53 Histerezna zanka,  $B-H$  diagram



Sl. 3.54 Polarizacija,  $B_i-H$  diagram

Za popolno kompenzacijo polarizacije pa potrebujemo negativno notranjo koercitivno magnetno poljsko jakost, označeno s  $H_{ci}$  na sliki 3.53. Če še nadalje zmanjšujemo vrednost  $H$ , pridemo v področje nasprotne polarizacije oziroma do



nasičenja v nasprotni smeri. Takšen potek  $B$  imenujemo histerezna zanka oziroma krivulja.

Včasih je pri trajnih magnetih bolj smiselna predstavitev polarizacije kot funkcije magnetne poljske jakosti (sl. 3.54):

$$B_i = B - \mu_0 H . \quad (3.120)$$

### 3.8.2.2 Razmagnetilna krivulja

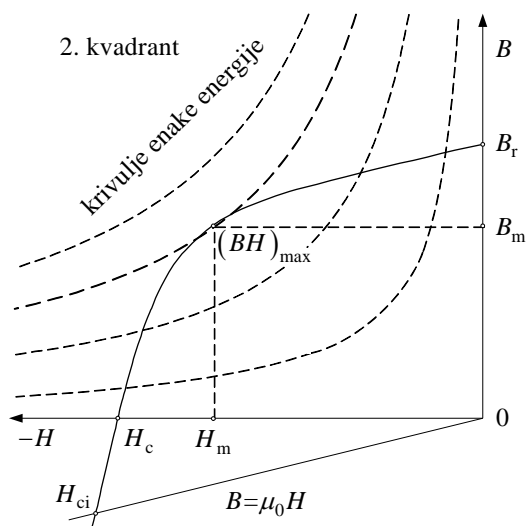
Del histerezne zanke, ki leži v drugem kvadrantu  $B-H$  diagrama, imenujemo razmagnetilno krivuljo določenega materiala. Na sliki 3.53 in 3.54 je bila prikazana idealna histerezna zanka, za katero je praktično dovolj, da podamo vrednosti za  $B_r$  in  $H_c$  oziroma  $H_{ci}$ .

Za vzbujanje s trajnimi magneti je pomembno, da sta  $B_r$  in  $H_{ci}$  čim večja. Dejanska razmagnetilna krivulja je prikazana na sliki 3.55 in po obliki odstopa od tiste na sliki 3.53. Površina histerezne zanke predstavlja, kot je poznano, histerezne izgube, ki so posledica energije, potrebne za vračanje pregrad magnetnih domen. To je nepovratna energija v okviru celega ciklusa, če se spreminja magnetna poljska jakost. Povratno energijo, ki je hranjena v trajnem magnetu, dobimo kot produkt magnetne poljske jakosti in ustrezne gostote magnetnega pretoka v drugem kvadrantu. Na sliki 3.55 vidimo krivulje enake magnetne energije, katerih vrednosti so odvisne od položajev presečišča z razmagnetilno krivuljo. Pri  $B_r$  je  $H = 0$  in s tem produkt  $(BH) = 0$ . Enako velja za produkt  $(BH_c)$ . Delovna točka trajnega magneta naj bi bila v točki maksimalne energije, tj. na kolenu, ki ga označujeta točki  $B_m$  in  $H_m$ .

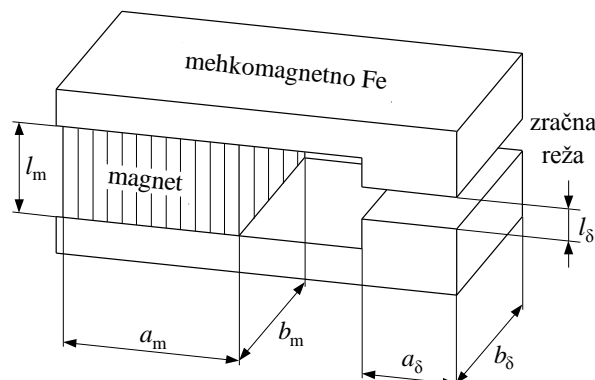
Znano je, da se magnetne lastnosti spremenijo, poslabšajo s povišanjem temperature in pri Curievi temperaturi popolnoma izginejo. Zato nekateri materiali kljub dobrim magnetnim lastnostim niso uporabni za gradnjo strojev.

Tipični važnejši podatki, ki jih najdemo v katalogih različnih proizvajalcev, so npr. za anizotropni ferit: produkt  $(BH)_{\max} = 20 \div 30 \text{ (kJ/m}^3\text{)}$ , remanentna gostota magnetnega pretoka  $B_r = 330 \div 400 \text{ (mT)}$ , magnetna poljska jakost  $H_{ci} = 150 \div 300 \text{ (kA/m)}$ , povratna permeabilnost  $\mu_p \approx 1,05$  in Curieva temperatura  $\mathcal{G}_c = 447 \text{ }^\circ\text{C}$ .

Za redko zemljo, npr. samarij s kobaltom, ki je mnogo dražji material, so podani naslednji podatki:  $(BH)_{\max} = 150 \text{ kJ/m}^3$ ,  $B_r = 880 \text{ mT}$ ,  $H_{ci} > 1200 \text{ kA/m}$ ,  $\mu_p \approx 1,01$  in  $\mathcal{G}_c = 725 \text{ }^\circ\text{C}$ . Za redko zemljo neodim-železo-bor so podani naslednji podatki:  $(BH)_{\max} = 215 \div 279 \text{ (kJ/m}^3\text{)}$ ,  $B_r = 1,1 \div 1,21 \text{ (T)}$ ,  $H_{ci} = 690 \div 920 \text{ (kA/m)}$ ,  $\mu_p = 1,05$  in  $\mathcal{G}_c = 300 \text{ }^\circ\text{C}$ .



Sl. 3.55 Razmagnetilna krivulja,  
 $B-H$  diagram



Sl. 3.56 Magnetni krog

### 3.8.2.3 Delovna premica

Vsak trajni magnet, ki ga uporabimo za gradnjo strojev, je v magnetnem krogu, ki ga sestavljajo deli iz mehkega železa in zračne reže. Takšen poenostavljeni magnetni krog prikazuje slika 3.56. V takšnem magnetnem krogu so silnice zaključene. Če seštevamo magnetne napetosti po zaključeni silnici, bo vsota 0, to je mogoče napisati tudi matematično kot:

$$\text{rot } \vec{H} = 0 \quad (3.121)$$

in s pomočjo Stokesovega teorema kot

$$\oint_K \vec{H}_s \cdot d\vec{s} = 0. \quad (3.122)$$

Enačbo (3.122) je mogoče zaradi poenostavljenega modela izraziti kot vsoto:

$$H_\delta l_\delta + H_m l_m + H_{Fe} l_{Fe} = 0, \quad (3.123)$$

kjer so magnetne poljske jakosti  $H_\delta$  v zračni reži,  $H_{Fe}$  v železu in  $H_m$  v magnetu. Slednja je nasprotnega predznaka kot ostali dve. Če zanemarimo padec magnetne napetosti v železu ( $H_{Fe} l_{Fe} = 0$ ), sledi:

$$H_m l_m = -H_\delta l_\delta. \quad (3.124)$$

Gostota magnetnega pretoka je brez izvorov, zato velja matematični izraz:

$$\text{div } \vec{B} = 0. \quad (3.125)$$

Torej bo v vsakem preseku  $A$  v notranjosti magnetnega kroga vrednost fluksa:

$$\Phi = \iint_A B \, dA. \quad (3.126)$$

Fluks vzdolž magnetnega kroga je konstanten, če zanemarimo razsipanje in dobimo:

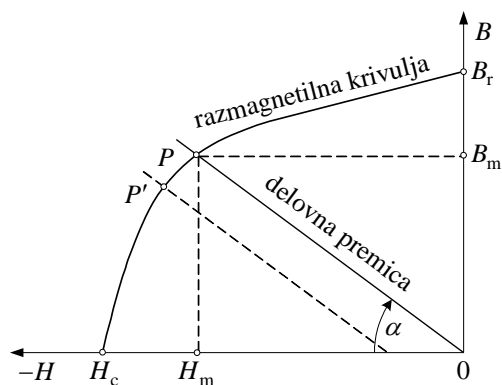
$$B_m A_m = \Phi = B_\delta A_\delta, \quad (3.127)$$

kjer je  $B_m$  gostota magnetnega pretoka v magnetu in  $B_\delta$  v zračni reži. Za zračno režo velja tudi enačba (3.116). Če vstavimo v njo vrednosti za  $H_\delta$  iz enačbe (3.124) in  $B_\delta$  iz enačbe (3.127), dobimo izraz za enačbo delovne (točke) premice v  $B-H$  sistemu (sl. 3.57):

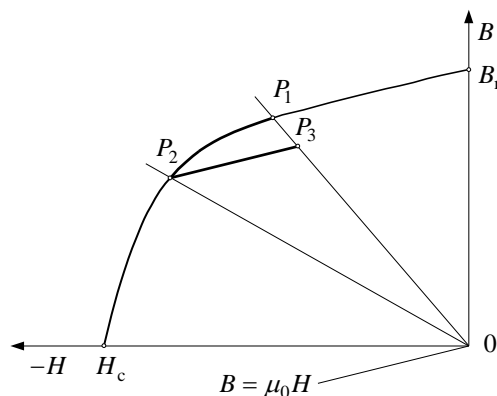
$$B_m = -\mu_0 H_m \frac{A_\delta l_m}{A_m l_\delta}. \quad (3.128)$$

Naklon delovne premice je odvisen le od geometrije magnetnega kroga in ne od lastnosti magneta in je glede na abscisno os podan z naklonskim kotom:

$$\alpha = \arctg\left(-\frac{B_m}{H_m}\right) = \arctg\left(\mu_0 \frac{A_\delta l_m}{A_m l_\delta}\right). \quad (3.129)$$



Sl. 3.57 Delovna premica



Sl. 3.58 Notranja razmagnetilna krivulja

V primeru, da je železo v magnetnem krogu v nasičenju, moramo enačbo (3.128) korigirati. Koristna magnetna napetost zračne reže bo sedaj:

$$H_\delta l_\delta = -H_m l_m - H_{Fe} l_{Fe} = -\tau H_m l_m, \quad (3.130)$$

kjer je  $\tau$  neke vrste izkoristek, ker ponazarja zmanjšano razpoložljivo vrednost magnetne napetosti zaradi padca v železu. Faktor  $\tau$  definiramo kot:

$$\tau = 1 + \frac{H_{Fe} l_{Fe}}{H_m l_m}. \quad (3.131)$$

Na podoben način upoštevamo tudi vpliv razsipanega fluksa  $\Phi_\sigma$  s pomočjo enačbe (3.127) s faktorjem koristnega deleža fluksa zračne reže. Lahko pišemo:

$$B_\delta A_\delta = B_m A_m - \Phi_\sigma = \sigma B_m A_m. \quad (3.132)$$

V enačbi (3.132) je faktor  $\sigma$  definiran kot:

$$\sigma = 1 - \frac{\Phi_\sigma}{B_m A_m}. \quad (3.133)$$

Če vstavimo vrednost za  $H_\delta$  iz enačbe (3.130) in  $B_\delta$  iz enačbe (3.132) v enačbo (3.116), dobimo korigirano delovno (točko) premico:

$$B_m = -\mu_0 \frac{\tau}{\sigma} H_m \frac{A_\delta l_m}{A_m l_\delta}. \quad (3.134)$$

Delovna premica nam preseka razmagnetilno krivuljo v točki P na sliki 3.57. Dejansko se zaradi nasičenja spreminja faktor  $\tau$  pa tudi faktor  $\sigma$ , tako da je delovna premica praktično ukrivljena črta in podana z naklonskim kotom glede na abscisno os:

$$\alpha = \text{arctg} \left( \mu_0 \frac{\tau}{\sigma} \frac{A_\delta l_m}{A_m l_\delta} \right). \quad (3.129a)$$

Reakcija kotve nam premakne delovno premico iz točke P v točko P'. Ta ne sme biti pod kolenom razmagnetilne krivulje, sicer magnet nepovratno delno razmagnetimo (oslabimo). Magnet lahko oslabimo tudi, če ni vgrajen v vodljiv magnetni krog, ampak je v zraku. Temperatura prav tako vpliva na delovno točko. Če se torej delovna točka na sliki 3.58 iz kakršnega koli vzroka premakne iz točke P<sub>1</sub> v točko P<sub>2</sub> in je ta pod kolenom razmagnetilne krivulje, se ne vrnemo več v prvotno delovno točko P<sub>1</sub>, ampak v novo, nižjo točko P<sub>3</sub> po notranji krivulji pod nagibom  $\mu_p$ . Magnet postane nepovratno oslabljen. V zgornjem delu razmagnetilne krivulje je nagib približno premica in je oslabitev neznatna.

### 3.9 NESTACIONARNO OBRATOVANJE SINHRONSKEGA STROJA

V nestacionarnem obratovanju sinhronskega stroja bodo odnosi med magnetnimi sklepi in tokovi odvisni od položaja rotorja. To je posledica dejstva, da se osi rotorskih navitij gibljejo glede na osi navitij statorja. V posebnem primeru stroja z izraženimi poli imamo še vpliv magnetne nesimetrije rotorja. Zato je matematični zapis in rešitev enačb za stroj v nestacionarnem obratovanju posebej težaven.

#### 3.9.1 Vrste nestacionarnih obratovanj

Med nestacionarna obratovanja štejemo predvsem različne vrste kratkih stikov navitja kotve. Iz predhodnih poglavij vemo, da se pri vsaki spremembi obremenitve menja kolesni kot pri konstantnih vrtljajih. Pri tem pride do nihanja polovega kolesa, opisanega z enačbo (3.72). Pri hitrih spremembah obremenitve, posebej še v kratkem stiku, kvazi stacionarno opazovanje ne ustreza. Poseben problem so tudi nesimetrične obremenitve stroja.

Sinhronski motorji zaganjajo izključno kot asinhronski motorji. Seveda morajo imeti za zagon kratkostično kletko. Motor dela v začetku kot asinhronski motor. Po vklopu

vzbujalnega navitja in prehodnem pojavu preide stroj v stacionarno sinhrono obratovanje. Delovanje v asinhronem obratovanju se razlikuje od onega za normalni asinhronski motor, če ima stroj izražene pole. V tem primeru ima kletka palice le v področju polovih čevljev.

Poseben primer nestacionarnega obratovanja je tudi kratki stik na sponkah vzbujalnega navitja. Ta primer v praksi ni ravno pogost.

### 3.9.2 Trifazni udarni kratki stik

Poznano je, da je mogoče določiti zmogljivosti stroja za dano obratovalno stanje, če so poznani parametri stroja. Npr. moč je po enačbi (3.59) funkcija kolesnega kota pri poznanih reaktancah za d in q-os. Podobno je poznan prehodni pojav toka v nestacionarnem obratovanju stroja, če so poznane vrednosti za tranzientne (prehodne) in subtranzientne (začetne) reaktance ter ustrezne časovne konstante.

#### 3.9.2.1 Poenostavljen prikaz udarnega kratkega stika

Za takšen prikaz predpostavimo, da stroj ni v nasičenju in zanemarimo ohmske upornosti navitij kotve, vzbujalnega navitja in dušilnega navitja. Ostanjejo le induktivnosti in s tem se posledično trenutno ne more menjati magnetni sklep zaključenega tokokroga (navitja). Vsota magnetnih sklepov za vsako navitje ostane trenutno konstantna. Za naše opazovanje vzemimo stroj s cilindričnim rotorjem (sl. 3.59) in opazujmo le navitje faze "a" in vzbujalno navitje. Do trenutka  $t=0$  predpostavimo, da je navitje kotve odprto in v rotorju teče vzbujalni tok  $I_v$ . Pri  $t=0$  kratko sklenemo navitje kotve. Predpostavimo, da je os navitja faze a pravokotna glede na os vzbujalnega navitja ( $\mathcal{G}_0 = \pi/2$  na sliki 3.59a). Torej ni magnetne pove-zave med obema navitjema. V trenutku  $t=0$  je magnetni sklep faze "a"  $\psi_a = 0$ , toda fluks, ki sklepa vzbujalno navitje, je  $\psi_v = L_v I_v$ , kjer je  $L_v$  lastna induktivnost vzbujalnega navitja. Za lastno induktivnost vzbujalnega navitja pišemo:

$$L_v = L_{\sigma v} + L_{\text{avd}} / K_I. \quad (3.135)$$

$L_{\sigma v}$  je razsipana induktivnost vzbujalnega navitja in  $L_{\text{avd}} / K_I$  na vzbujalno stran reducirana induktivnost med vzbujalnim navitjem in kotvo.  $\omega L_{\text{avd}}$  predstavlja reaktanco med kotvo in vzbujalnim navitjem. Za magnetni sklep vzbujalnega navitja reduciran na stator lahko sedaj z upoštevanjem enačbe (3.135) napišemo:

$$\psi_v = (L_{\sigma v} + L_{\text{avd}} / K_I) I_v K_I = L_{\text{avd}} (1 + \sigma_v) I_v, \quad (3.136)$$

kjer je  $\sigma_v = K_I \omega L_{\sigma v} / (\omega L_{\text{avd}}) = X_{\sigma v} / X_m$  koeficient razsipanja vzbujalnega navitja.

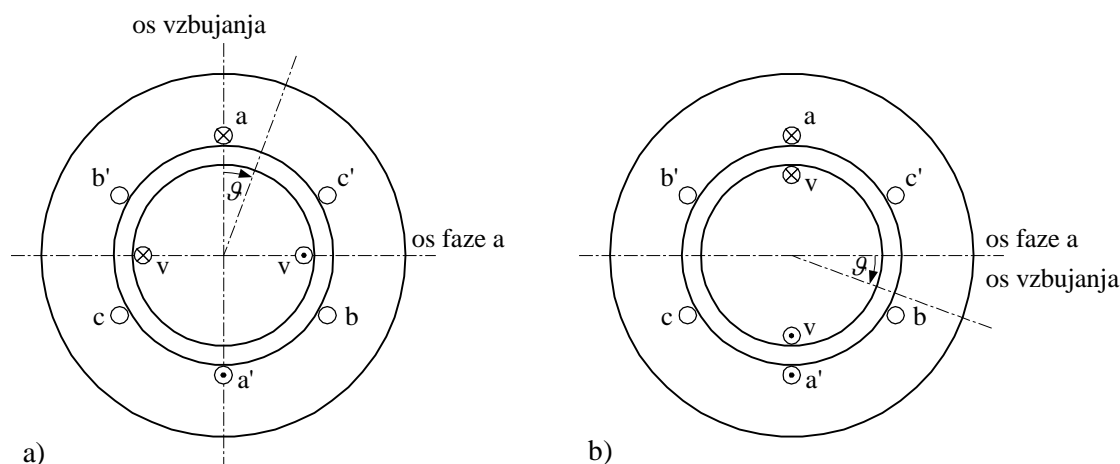
Po času  $t$  se rotor zavrti za kot  $\mathcal{G}$  (sl. 3.59a); tedaj bo tekkel v kotvi tok  $i_a$  (faze a), v vzbujalnem navitju pa tok  $(i_v + I_v)$  za vzdrževanje magnetnih sklepov med temi

navitju. Z  $i_v$  je označena sprememba toka v vzbujalnem navitju. Za navitje kotve velja:

$$\psi_a = i_a L_{\text{avd}} K_I (1 + \sigma_a) + (i_v + I_v) L_{\text{avd}} \sin \vartheta = 0, \quad (3.137)$$

kjer je  $\sigma_a = X_{\text{os}} / (\omega K_I L_{\text{avd}}) = X_{\text{os}} / X_m$  koeficient razsipanja kotve. Podobno dobimo za vzbujalno navitje:

$$\psi_v = (i_v + I_v) L_{\text{avd}} (1 + \sigma_v) + i_a L_{\text{avd}} K_I \sin \vartheta = I_v L_{\text{avd}} (1 + \sigma_v). \quad (3.138)$$



Sl. 3.59 Trifazni stroj s cilindričnim rotorjem (tok teče samo v fazi a in v vzbujalnem navitju). Začetni položaj osi:

a)  $\vartheta_0 = \pi/2$ , b)  $\vartheta_0 = 0$

Rešitev enačb (3.137) in (3.138) nam da vrednosti za  $i_a$  in  $i_v$ :

$$i_a = \frac{(I_v / K_I)(1 + \sigma_v) \sin \vartheta}{\sin^2 \vartheta - (1 + \sigma_a)(1 + \sigma_v)}, \quad (3.139)$$

$$i_v = \frac{I_v \sin^2 \vartheta}{\sin^2 \vartheta - (1 + \sigma_a)(1 + \sigma_v)}. \quad (3.140)$$

Trenutna vrednost toka kotve  $i_a$  in vzbujalnega navitja  $i_v$  je odvisna od položaja rotorja. Maksimalno vrednost za tokova po enačbi (3.139) in (3.140) dobimo za kot  $\vartheta = \pi/2$ .

V primeru, da se v trenutku nastanka kratkega stika položaj osi vzbujalnega navitja ujema z osjo navitja faze a ( $\vartheta_0 = 0$ ) na sliki 3.59b, magnetni sklep za kotvo (desna stran enačbe 3.137) ni nič, ampak je  $\psi_a = I_a L_{\text{avd}} K_I$ . Če spremenimo v enačbah (3.137) in (3.138) še odvisnost položaja rotorja  $\sin \vartheta$  s  $\cos \vartheta$  glede na sliko 3.59b, dobi rešitev enačbe za tok kotve vrednost:

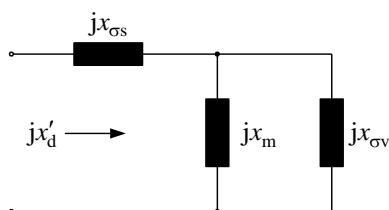
$$i_a = \frac{(I_v / K_I)(1 + \sigma_v)(1 - \cos \vartheta)}{\cos^2 \vartheta - (1 + \sigma_a)(1 + \sigma_v)}. \quad (3.141)$$

Za  $\mathcal{G} = 0$  dobimo iz enačb (3.139) in (3.141) vrednost za tok kotve nič. Za  $\mathcal{G} = \pi$  pa dobimo iz enačbe (3.141) maksimalni tok, ki je dvakrat večji kot tok iz enačbe (3.139) za kot  $\mathcal{G} = \pi/2$ . To je posledica teorema o ohranitvi konstantnega fluksa v kratkosklenjenem navitju kotve. Magnetni sklep kotve se trenutno ne more spremeniti od prvotne vrednosti  $(+I_a L_{\text{avd}})$  na nasprotno vrednost  $(-I_a L_{\text{avd}})$ . Posledica tega je dvojna vrednost toka kotve oziroma, kot pri transformatorju, enosmerna komponenta, dodana normalni izmenični začetni vrednosti toka kratkega stika. Z množenjem in deljenjem enačbe (3.139) z  $\omega L_{\text{avd}}$  in pri kotu  $\pi/2$  dobimo izraz za maksimalni tok kotve:

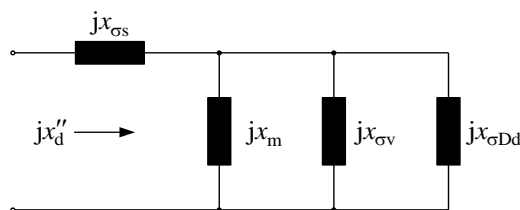
$$i_{\text{amax}} = -\frac{\hat{U}_{\text{Ep0}}(1 + \sigma_v)}{X_{\text{gs}} + (1 + \sigma_a)X_{\text{sv}}} = \frac{\hat{U}_{\text{Ep0}}}{X'_d}, \quad (3.142)$$

kjer je  $\hat{U}_{\text{Ep0}} = \omega L_{\text{avd}} I_v$  (inducirana napetost polovega kolesa po enačbi (3.105)),  $X_{\text{sv}} = \omega L_m \sigma_v$  razsipana reaktanca vzbujalnega navitja in  $X_{\text{gs}} = \omega L_m \sigma_a$  razsipana reaktanca kotve. Tem reaktancam ustreza nadomestno vezje na sliki 3.60. Celotna vhodna reaktanca je tranzientna reaktanca v vzdolžni osi  $X'_d$  oziroma relativna vrednost te reaktance:

$$x'_d = x_{\text{gs}} + \frac{x_{\text{sv}}}{1 + \sigma_v}. \quad (3.143)$$



Sl. 3.60 Nadomestno vezje za tranzientno reaktanco



Sl. 3.61 Nadomestno vezje za subtranzientno reaktanco

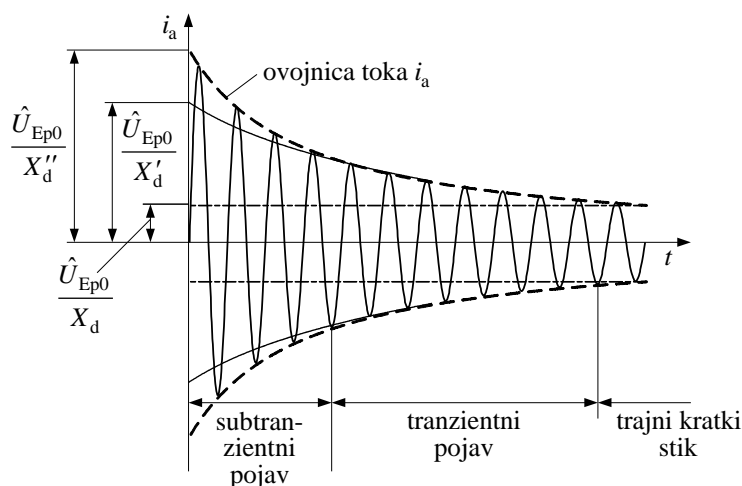
Sedaj vključimo v opazovanje še dušilno navitje v vzdolžni osi. Vpliv dušilnega navitja je drugačen od vpliva vzbujalnega navitja. V osi d imamo sedaj paralelno vezane reaktance kotve, vzbujalnega in dušilnega navitja, kot je narisano na sliki 3.61, kjer je  $x_{\sigma\text{Dd}}$  razsipana reaktanca dušilnega navitja. Nadomestna reaktanca na sliki 3.61 predstavlja subtranzientno reaktanco  $x''_d$ , podano kot:

$$x''_d = x_{\text{gs}} + x_{\sigma\text{Dd}} \frac{\sigma_v}{\sigma_{\text{Dd}} + \sigma_v(1 + \sigma_{\text{Dd}})}, \quad (3.144)$$

kjer je  $\sigma_{\text{Dd}} = X_{\sigma\text{Dd}} / X_m$  koeficient razsipanja dušilnega navitja (kletke).

Ker ima sinhronski stroj razen reaktanc tudi ohmske upornosti, začetna vrednost toka kratkega stika, ki je določena z vrednostjo subtranzientne reaktance  $x''_d$ , upade

po določenem času na tranzientno vrednost in nato na trajno vrednost toka kratkega stika. Tranzientno vrednost določa velikost  $x'_d$  in trajno vrednost velikost  $x_d$ . Najhitreje upade subtranzientna vrednost toka zaradi majhne časovne konstante oziroma relativno majhnega razsipanja dušilne kletke. Na sliki 3.62 vidimo potek toka za primer začetka kratkega stika v trenutku, ko je trajni tok nič, to je enako neobremenjenemu stroju. Položaj osi vzbujalnega navitja glede na navitje faze a ustreza onemu na sliki 3.59a, to pomeni, da tok kotve nima enosmerne komponente toka.



Sl. 3.62 Tok kotve kratkega stika sinhronskega stroja kot funkcija časa

Da dobimo eksplicitno rešitev za tok kotve in tok vzbujalnega navitja, je potrebna obsežna matematična obravnava, ki bo delno opisana v nadaljevanju.

### 3.9.2.2 Prikaz rezultatov matematične obravnave trifaznega kratkega stika

Za matematično obravnavo je na sliki 3.63 prikazan koordinatni sistem statorja in rotorja, ki imata izhodišči v osi statorskega navitja faze "a".

Povezava med statorskimi in rotorskimi koordinatami je naslednja:

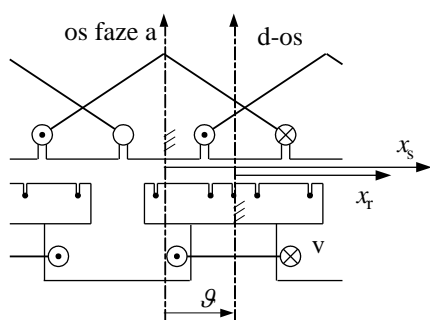
$$\frac{\pi}{\tau_p} x_s = \frac{\pi}{\tau_p} x_r + \mathcal{G} = \frac{\pi}{\tau_p} x_r + \omega t + \mathcal{G}_0. \quad (3.145)$$

Rotor se vrti s hitrostjo  $v = r\Omega_m = D\pi n$  in je zato kot  $\mathcal{G}$  deklariran kot izraz:

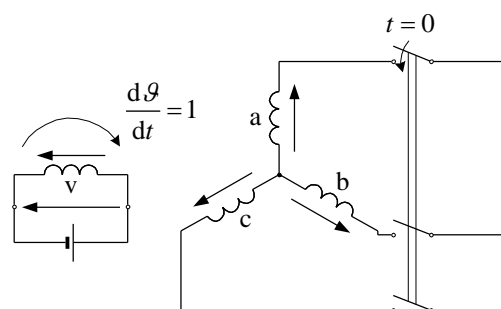
$$\mathcal{G} = \frac{\pi}{\tau_p} vt + \mathcal{G}_0 = 2\pi pnt + \varphi_{up} - \frac{\pi}{2} = \omega t + \varphi_u - \frac{\pi}{2} + \delta, \quad (3.146)$$

kjer je  $\mathcal{G}_0 = (\pi/\tau_p)\Delta x_0$  položaj polovega kolesa v trenutku  $t = 0$  in  $\omega$   $p$ -kratna kotna hitrost rotorja, to je enako kotni frekvenci omrežja. Za konstantno število vrtljajev rotorja v času trajanja kratkega stika je kot  $\mathcal{G}$  linearna funkcija časa. Če  $\mathcal{G}$  delimo z  $\omega$  oziroma množimo z vrednostjo  $t_0 = 1/\omega$ , tj. normiramo, bo  $\mathcal{G} = t + \mathcal{G}_0$  in odvod  $d\mathcal{G}/dt = 1$  (sl. 3.64).





Sl. 3.63 Koordinatni sistem statorja in rotorja



Sl. 3.64 Stikalna shema za trifazni udarni kratki stik

V primeru trifaznega kratkega stika, kot ga prikazuje principialna shema na sliki 3.64, predpostavimo konstantne vrtljaje v času trajanja kratkega stika. To je mogoče le, če je pogon dovolj močan in če so vztrajnostne mase dovolj velike. Kljub tem predpostavkam je matematična obravnava zelo zahtevna, predvsem zaradi velikega števila enačb. Za lažje rešitve so uvedeni nadomestni dušilni krogi v vzdolžni in prečni smeri rotorja. Rešitve enačb so funkcija položaja rotorja  $\mathcal{G}$ . Ker so medsebojne induktivnosti funkcije  $\mathcal{G}$ , dobimo v enačbah za napetosti nelinearne člene. To eliminiramo z uvajanjem  $d-q-0$  komponent, torej s transformacijo na  $d$  in  $q$ -os. Za tokove statorja in od njih odvisne magnetne sklepe so uvedene  $\alpha-\beta-0$  komponente oziroma transformacija na realno in imaginarno os in nato z dodatno transformacijo iz  $\alpha-\beta-0$  komponent v  $d-q-0$  komponente. Napetostne diferencialne enačbe preslikamo nato s pomočjo Laplaceove transformacije v spodnje področje, kjer jih rešimo. S povratno transformacijo v zgornje področje dobimo rešitve za statorske tokove in rotorski tok v času prehodnega pojava za trifazni simetrični kratki stik.

Za trifazni kratki stik veljajo naslednji začetni pogoji:  $i_a = i_b = i_c = 0$ ,  $u_v = U_v$  in  $\mathcal{G} = t + \mathcal{G}_0$  oziroma v področju  $d-q-0$  komponent  $I_d = 0$ ,  $I_q = 0$ ,  $I_0 = 0$ ,  $U_v = U_v$  in  $\mathcal{G} = t + \mathcal{G}_0$ . Z upoštevanjem teh začetnih pogojev veljajo v spodnjem področju tele napetostne enačbe:

$$0 = r_s i_d + s \left( \psi_d - \frac{\psi_{d0}}{s} \right) - \psi_q, \quad (3.147a)$$

$$0 = r_s i_q + s \psi_q + \psi_d, \quad (3.147b)$$

$$\left( \psi_d - \frac{\psi_{d0}}{s} \right) = x_d(s) i_d, \quad (3.147c)$$

$$\psi_q = x_q(s) i_q, \quad (3.147d)$$

$$i_v - \frac{I_v}{s} = -s G_{vd}(s) i_d, \quad (3.147e)$$

kjer je "s" variabla Laplaceove transformacije. Reaktančni operator  $x_d(s)$  je funkcija časovnih konstant, tj. razsipanja dušilne kletke in vzbujalnega navitja ter navitja kotve in njihovih ohmskih upornosti, torej vrednosti, ki vplivajo na potek toka v začetku prehodnega pojava. Podobno velja za  $x_q(s)$ .  $G_{vd}(s)$  je operatorski koeficient vzbujalnega navitja. Indeks "0" v enačbah pomeni vrednost v trenutku  $t = 0$ . Rešitev prvih štirih enačb v spodnjem prostoru, z nekaj približki pri povratni transformaciji, nam da končno enačbo za potek toka:

$$i_a = -\hat{U}_{Ep0} \left( \left( \frac{1}{X_d} + \left( \frac{1}{X'_d} - \frac{1}{X_d} \right) e^{-t/T'_d} + \left( \frac{1}{X''_d} - \frac{1}{X'_d} \right) e^{-t/T''_d} \right) \cos(\omega t + \mathcal{G}_0) - \right. \\ \left. \begin{array}{ccc} \text{stacionarni} & \text{tranzientni} & \text{subtranzientni} \\ \text{del} & & \text{del} \end{array} \right) - \\ \left. - \frac{1}{2} \left( \frac{1}{X''_d} + \frac{1}{X''_q} \right) e^{-t/T_a} \cos \mathcal{G}_0 - \frac{1}{2} \left( \frac{1}{X''_d} - \frac{1}{X''_q} \right) e^{-t/T_a} \cos(2\omega t + \mathcal{G}_0) \right). \quad (3.148) \\ \begin{array}{ccc} \text{asimetrični} & \text{dvojno frekvenčni} & \text{del} \end{array}$$

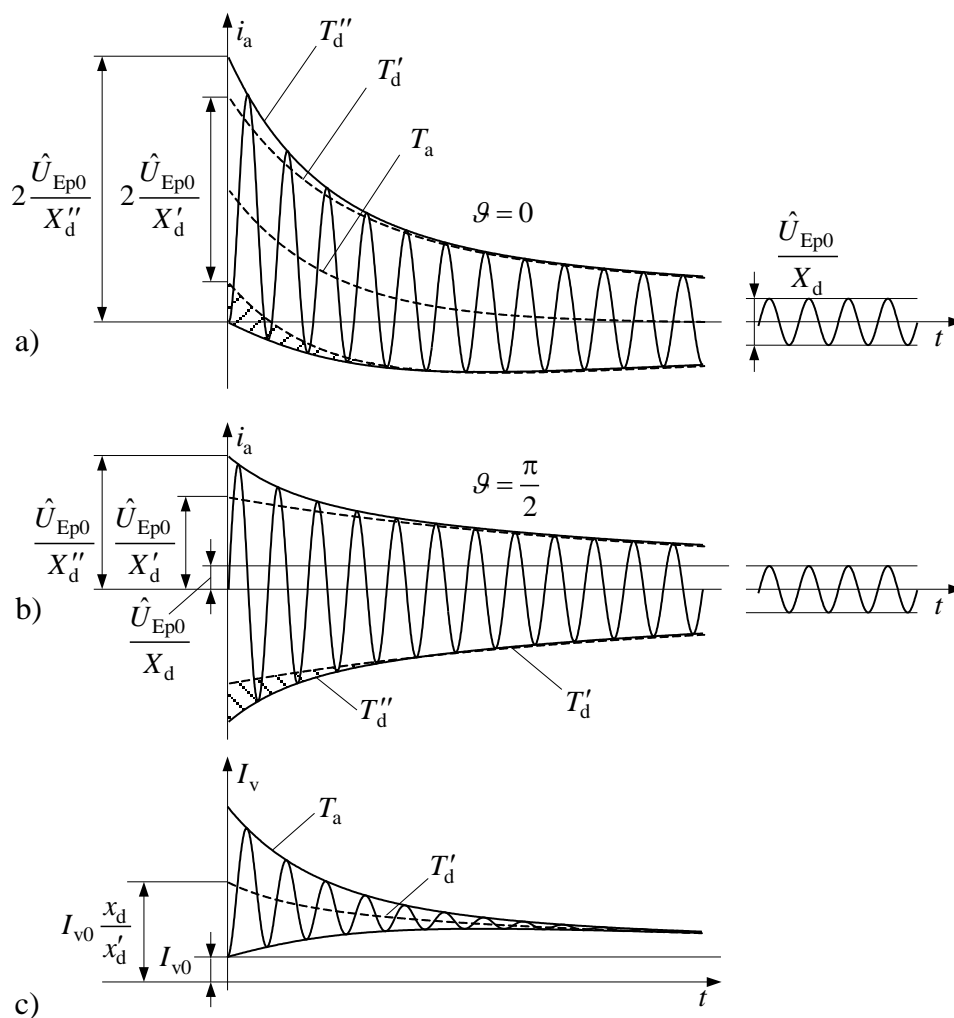
V enačbi (3.148) je tok kotve funkcija  $\mathcal{G}_0$ . Za  $t = 0$  ter  $\mathcal{G}_0 = \pi/2$  in  $3\pi/2$  izgine asimetrični del, ki upada s časovno konstanto kotve  $T_a$ , torej odvisno od upornosti kotve. Začetno (udarno) ali subtranzientno vrednost toka kratkega stika določa kvocient  $I''_k = U_{Ep0} / X''_d$ , torej začetna vzdolžna reaktanca. Ta komponenta toka upada odvisno od časovne konstante dušilne kletke  $T''_d$ . Tranzientna vrednost toka ima amplitudo  $I'_k = U_{Ep0} / X'_d$  in upada odvisno od časovne konstante vzbujalnega navitja  $T'_d$ . Dvojno frekvenčni del je največkrat zanemarljiv, ker je  $X''_d \approx X''_q$ . Trajni tok kratkega stika pa ustreza znanemu izrazu  $I_k = U_{Ep0} / X_d$ .

Na slikah 3.65a in 3.65b vidimo potek toka za oba ekstremna primera, tj. največjo nesimetrijo in čisto simetrijo, na sliki 3.65c pa še potek vzbujalnega toka.

Fizikalna razlaga za takšen potek tokov v kratkem stiku sloni na teoremu o konstantnem fluksu. Magnetni sklep kotve mora torej ohraniti svojo vrednost po nastanku kratkega stika ( $t > 0$ ) glede na vrednost za  $t = 0$ . Enako velja za polovo kolo. Da ohranimo prvotne vrednosti, se pojavijo enosmerne komponente v kotvi. Te povzročijo v polovem kolesu izmenične tokove omrežne frekvence zaradi vrtenja rotorja. Ti izmenični tokovi kompenzirajo enosmerne tokove kotve.

Zaradi nesimetrije polovega kolesa v njem ne nastane simetrično vrtilno polje, posebej še, če imamo v rotorju izražene pole ter nesimetrično kletko. Torej imamo v rotorju izmenično polje, ki ga razstavimo na dve vrtilni polji. Tisto polje, ki se vrti proti smeri vrtenja rotorja, glede na stator miruje in kompenzira enosmerno komponento v statorju. Drugo, ki se vrti v smeri rotorja, ima glede na stator dvojno

sinhronsko število vrtljajev. Torej se morajo v statorju pojaviti tokovi dvojne frekvence, ki kompenzirajo to polje rotorja. Ker je stator simetričen, reagira na nasprotno (negativno) vrtilno polje rotorja s čistim vrtilnim poljem. Veriga je s tem zaključena. Enosmerni tok kotve povzroči torej izmenični tok polovega kolesa in dvojno frekvenčni tok kotve. Izmenični tok polovega kolesa in dvojno frekvenčni tok kotve upadata enako kot enosmerni tok kotve.



Sl. 3.65 Potek toka kotve v trifaznem kratkem stiku za:

- $\vartheta_0 = 0, \pi$ ,
- $\vartheta_0 = \pi/2, 3\pi/2$  in
- potek vzbujalnega toka

Za zaključek je treba poudariti, da za trajni tok trifaznega kratkega stika glede na nesimetrična dvofazni oziroma enofazni kratki stik velja razmerje:

$$I_{kIII} : I_{kII} : I_{kI} = \frac{1}{x_d} : \frac{\sqrt{3}}{x_d + x_2} : \frac{3}{x_d + x_2 + x_0}, \quad (3.149)$$

kjer je  $x_2$  relativna reaktanca negativnega faznega zaporedja in  $x_0$  nična reaktanca. Tipične vrednosti reaktanc za generator z izraženimi poli moči 50 MVA,

$n = 1500 \text{ min}^{-1}$ , bi bile:  $x_d = 0,82$ ,  $x_q = 0,57$ ,  $x'_d = 0,24$ ,  $x''_d = 0,18$ ,  $x_2 = 0,17$ ,  $x_0 \approx 0,07$  in časovnih konstant v sekundah  $T'_d = 1,8$ ,  $T''_d = 0,03$ ,  $T_a = 0,12$ . Glede na te podatke dobimo za razmerja tokov po enačbi (3.149) naslednje vrednosti:  $I_{kIII} : I_{kII} : I_{kI} \approx \approx 1:1,2:2,6$ . Stacionarni tok nesimetričnega kratkega stika predstavlja v bistvu posebni primer nesimetrične obremenitve. Zato je razumljivo, da predstavlja najneugodnejši primer čista enofazna obremenitev, tj. enofazni kratki stik.

## 3.10 POSEBNI SINHRONSKI MOTORJI

### 3.10.1 Splošno

Sinhronske motorje posebnih izvedb uporabljamo v gospodinjstvu in v tehniki. V gospodinjstvu jih uporabljamo kot sinhronske ure za pralne in pomivalne stroje, sušilnike in drugo; v tehniki za stikalne in regulacijske namene ali za večje moči, kot so tekstilna vretena.

Rotor teh motorjev je brez toka. Uporabljamo naslednje vrste rotorjev:

- rotor s trajnim magnetom,
- histerezni in
- reluktančni rotor.

Zadnji so velikih dimenzij in zato manj uporabni.

Tudi statorji so grajeni različno:

- obročasta tuljava s krempljastimi poli,
- stranske tuljave s krempljastimi ali zobčastimi poli,
- poli s posameznimi tuljavami,
- normalni trifazni stator (velike enote).

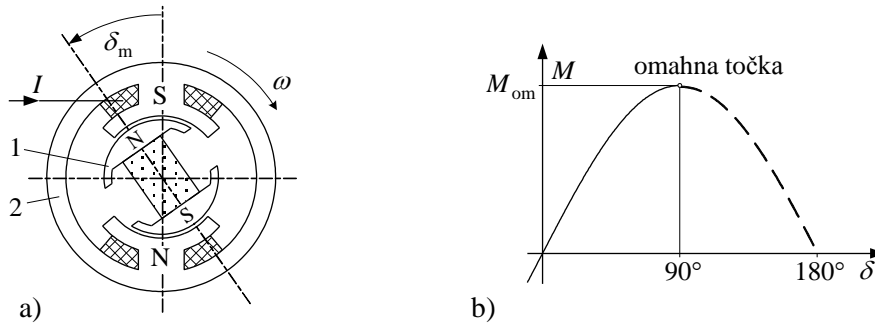
Za motorje s trajnimi magneti na rotorju velja, da imajo visok sinhronski vrtilni moment, vendar ne zaženejo sami. Nasprotno velja pri motorjih s histereznim rotorjem. Njihov sinhronski vrtilni moment je majhen, zaženejo pa sami. Med sinhronskim in koračnim motorjem ni razlike v gradnji, razlika je v tem, da ima prvi konstantno frekvenco, drugi spremenljivo. Pri malih strojih je relativno velika zračna reža, tudi ohmske upornosti ne smemo zanemariti.

### 3.10.2 Sinhronski motor s trajnimi magneti v rotorju

Zanj je značilen velik ekonomski pomen zaradi večjega izkoristka kot ga ima asinhronski motor. S stališča tehnike je pomemben predvsem sinhronski vrtilni moment.

### 3.10.2.1 Sinhronski in reluktančni vrtilni moment

Najprej bomo dognali povezavo med sinhronskim vrtilnim momentom in podatki o magnetu, pri tem bomo predpostavili, da stator (2) na sliki 3.66a ustvarja vzbujanje ( $\Theta_{el}$  s sinusno porazdeljenim magnetnim poljem).



Sl. 3.66 Nastanek sinhronskega vrtilnega momenta:

- a) povezava med električnim vzbujanjem in trajnim magnetom
- b) vrtilni moment kot funkcija kolesnega kota

Pri premiku za (mehanski) kot  $\delta_m$  iz vzdolžne smeri bo električno vzbujanje  $\Theta_{el}$  (sinusni) povzročilo spremembo magnetne napetosti v trajnem magnetu na rotorju (1) na sliki 3.66a, to ima za posledico spremembo energije  $\Delta W$ .

$$\Delta W = \frac{1}{2} \Phi_{\delta} \Theta_{el} \cos(p\delta_m) \quad (3.150)$$

in je  $\Phi_{\delta} = B_{\delta} A_{\delta}$ ,  $\Theta_{el} = IN$  ter  $p$  število polovih parov.

Iz tega sledi absolutna vrednost za vrtilni moment:

$$M = \left| \frac{dW}{d\delta} \right| = p \frac{1}{2} \Phi_{\delta} \Theta_{el} \sin\delta \quad (3.151)$$

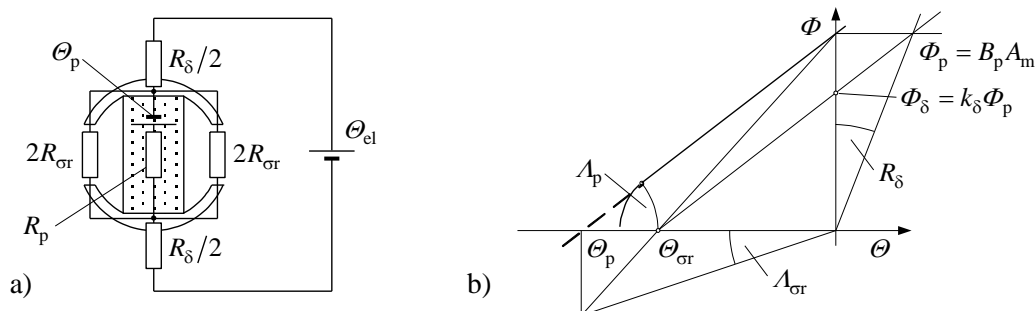
in nastane maksimalni, tj. omahni vrtilni moment pri kotu  $\delta = p\delta_m = 90^\circ$

$$M_{om} = p \frac{1}{2} \Phi_{\delta} \Theta_{el}. \quad (3.151a)$$

Izračun fluksa  $\Phi_{\delta}$  v zračni reži, ki ga povzroči trajni magnet, je podoben kot za sinhronski stroj, če upoštevamo, da je magnetna upornost trajnega magneta precej večja kot magnetna upornost železa rotorja sinhronskega stroja. Nastopi kvazi zračna reža. Magnetne upornosti razsipanih poti so enake kot pri normalnem stroju. Ker so na njih pritisnjene magnetne napetosti večje, je tudi vpliv teh na velikost fluksa zračne reže večji.

Na sliki 3.67a je prikazano poenostavljeno magnetno nadomestno vezje rotorja, slika 3.67b prikazuje grafično ponazoritev  $\Phi = f(\Theta)$  tega magnetnega kroga.

Premica  $\Theta_p - \Phi_p$  je premica razmagnetenja trajnega magneta. Razmagnetenje je prikazano s točko na krivulji razmagnetenja. Dva argumenta govorita v prid temu, da izberemo za razmagnetenje kar premico. Prvi, ker obratujejo materiali z ukrivljeno krivuljo v pogonu po notranji premici in drugi, ker vsebujejo moderni feriti in redke zemlje-Co ali redke zemlje-FeB krivulje razmagnetenja, ki so premice.



Sl. 3.67 Določitev fluksa v zračni reži  $\Phi_\delta$ :

a) rotor z magnetnim nadomestnim vezjem, b) predstavitev  $\Phi = f(\Theta)$

Postopek določitve fluksa v zračni reži je naslednji. Najprej potisnemo premico  $\Theta_p - \Phi_p$  navzdol za kot  $\alpha = \arctg \Lambda_{or}$  (če je  $\Lambda_{or}$  razsipanje rotorja). Tako dobimo premico  $\Theta_{or} - \Phi_p$ . Ta operacija predstavlja paralelno vezavo  $R_p$  in  $R_{or}$ . Nato jo premaknemo za kot  $\beta = \arctg R_\delta$  na desno. To predstavlja serijsko vezavo z  $R_\delta$ . Ker gre za premice, rešujemo problem računsko. Če uvedemo faktorje zmanjšanja  $k_{or}$  in  $k_\delta$ , velja:

$$\Theta_p \Lambda_p = \Theta_{or} (\Lambda_p + \Lambda_{or}) = \Phi_p \quad (3.152)$$

$$\rightarrow \Theta_p = \frac{\Phi_p}{\Lambda_p} = \Theta_{or} \frac{\Lambda_p + \Lambda_{or}}{\Lambda_p} = \frac{\Theta_{or}}{k_{or}},$$

$$\Theta_{or} = k_{or} \Theta_p, \quad (3.153)$$

$$k_{or} = \frac{\Lambda_p}{\Lambda_p + \Lambda_{or}} = \frac{1}{1 + \lambda_{or}}, \quad (3.154)$$

kjer je  $\lambda_{or} = \Lambda_{or} / \Lambda_p$  razmerje magnetne prevodnosti.

$$\Phi_\delta = k_\delta \Phi_p \quad (3.155)$$

$$k_\delta = \frac{k_{or}}{\frac{\Lambda_p}{\Lambda_p + \Lambda_{or}} + \frac{\Lambda_p}{\Lambda_\delta}} = \frac{1}{1 + \frac{r_\delta}{k_{or}}} \quad (3.156)$$

$$r_\delta = \frac{R_\delta}{R_p} = \frac{\Lambda_p}{\Lambda_\delta} \quad (3.157)$$

$$\text{Izvajanje: } \Phi_{\delta} = \frac{\Theta_{\text{gr}}}{\frac{1}{A_p + A_{\text{gr}}} + \frac{1}{A_{\delta}}} = k_{\text{gr}} \frac{\Theta_p}{A_p} \frac{A_p}{\frac{1}{A_p + A_{\text{gr}}} + \frac{1}{A_{\delta}}} = k_{\text{gr}} \frac{\Phi_p}{\frac{A_p}{A_p + A_{\text{gr}}} + \frac{A_p}{A_{\delta}}}$$

$\Phi_{\delta} = k_{\delta} B_p A_m$  in je odvisen od površine magneta  $A_m$  in še od dveh faktorjev:

a) od materiala odvisne trajne (permanentne) gostote magnetnega pretoka  $B_p$ , kar je pri modernih magnetih identično  $B_r$  (remanentni);

b) od faktorja oblike  $k_{\delta}$ .

Faktor  $k_{\delta}$  je odvisen od oblike magnetov in je podan na naslednji sliki.

$p$	$2 \div 8$	$2 \div 12$	$2 \div 6$	$2 \div 14$
$k_{\text{gr}}$	$0,2 \div 0,5$	$\approx 0,4$	$0,1 \div 0,4$	$0,05 \div 0,3$
$k_{\delta}$	$0,3 \div 0,7$	$0,5 \div 0,9$	$0,5 \div 0,9$	$0,2 \div 0,6$

Sl. 3.68 Različne vrste rotorjev sinhronskih motorjev in ustrezni faktorji  $k_{\text{gr}}$  in  $k_{\delta}$

Izvedba a) je draga in uporabljiva le za večje stroje. V železu je med magneti navadno nameščena še zagonska kletka. Največ uporabljamo b) izvedbo. Ima izotropni obroč. Navadno je iz plastičnega ferita. C) izvedbo uporabljamo za anizotropne materiale in d) izvedbo za krempljaste pole z velikim številom polov.

Izračun razsipanih polj ni enostaven, ker ima magnet zelo velik  $R_m$  in rezultati izračuna niso dobri. Boljši je izračun na računalniku po metodi končnih elementov.

Enačbo za omahni vrtilni moment (3.151a) lahko pišemo tudi drugače:

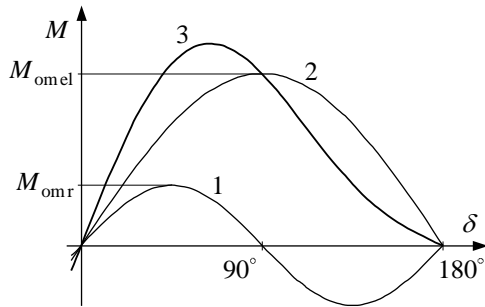
$$M_{\text{om}} = p k_{\delta} \frac{1}{2} \Phi_p \Theta_p \frac{\Theta_{\text{el}}}{\Theta_p}. \quad (3.158)$$

Za  $\Phi_p = B_p A_m$ ,  $\Theta_p = H_p l_m$  in  $w_p = B_p H_p / 2$  ter  $V_m = A_m l_m$  bo omahni vrtilni moment iz energije:

$$M_{\text{om}} = p k_{\delta} w_p V_m (\Theta_{\text{el}} / \Theta_p). \quad (3.158a)$$

Pri  $M = 0$  bo magnet najbolj namagneten. Pri obremenitvi se zasuče in stoji pri  $M_{\text{om}}$  ( $\delta = 90^\circ$ ) tako, da ne bo vpliva vzbujanja na magnet. V tej labilni točki omahne in pri  $\delta = 180^\circ$  bo z  $-\Theta_{\text{el}}$  najbolj razmagneten. Dokler se to dogaja na premici razmagnetenja, ni škodljivo. Pri prekoračitvi točke kolena, nastopi trajna oslabitev (ireverzibilen proces). Feriti in AlNiCo magneti imajo točko kolena v II. kvadrantu in redke zemlje v III. kvadrantu, to je prednost za motorje.

Za stator uporabljamo navadno mehko železo. Magnet v polih iz železa zgradi nasprotno magnetno polje in tako reluktančni (lepilni) vrtilni moment nasprotuje zasuku rotorja. Na sliki 3.69 je označen reluktančni vrtilni moment  $M_r$  z 1, sinhronski (električni) vrtilni moment, ki je posledica električnega napajanja statorja, z 2 ter rezultirajoči vrtilni moment s 3.



Sl. 3.69 Potek vrtilnega momenta:

- 1 – reluktančni vrtilni moment
- 2 – sinhronski vrtilni moment
- 3 – rezultirajoči vrtilni moment

Da motor zažene, mora biti  $M_{el} > M_r$ . Navadno velja, da je  $M_{el} \approx 3M_r$ .

### 3.10.2.2 Motor s krožnim vrtilnim poljem

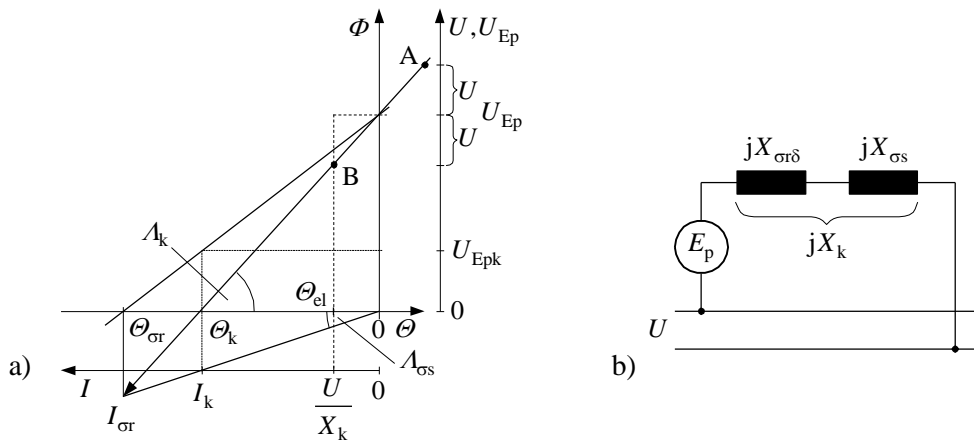
Glede na navitje se magnet vrti z  $\Omega_s = \omega/p$  in inducira napetost polovega kolesa:

$$U_{Ep} = \omega N_s f_{ns} \frac{\hat{\Phi}_\delta}{\sqrt{2}}. \quad (3.159)$$

Pretvorimo  $\Phi = f(\Theta)$  v  $U_{Ep} = f(I)$ . Absciso spremenimo iz  $\Theta_{\sigma r}$  v jalov tok po postopku:

$$I_{\sigma r} = \frac{\hat{\Theta}_{\sigma r}}{\sqrt{2} N_s f_{ns}}. \quad (3.160)$$

Na ordinati (sl. 3.70a) narišemo paralelno k fluksu še napetost na statorju  $U$ .



Sl. 3.70 a) Pretvorba diagrama  $\Phi = f(\Theta)$  v diagram električnega kroga  $U_{Ep} = f(I)$ ;

b) električno nadomestno vezje

Za jalovo upornost (reaktanco) velja zapis:



$$X_{\sigma r} = \frac{U_{Ep}}{I_{\sigma r}} = \omega(N_s f_{ns})^2 \frac{\hat{\Phi}_{\delta}}{\hat{\Theta}_{\sigma r}}. \quad (3.161)$$

Ustrezno nadomestnemu vezju (sl. 3.70b) je reaktanca statorskega razsipanja  $X_{\sigma s}$  vezana v serijo z  $X_{\sigma r\delta}$  ( $X_{\sigma r\delta} = X_{\sigma r} + X_{\delta}$  ter  $X_{\delta} \approx X_m$ ). To ustreza paralelni vezavi magnetne upornosti  $R_{\sigma s}$  v diagramu  $\Phi = f(\Theta)$ , tj. še nadaljnje zapiranje za kot  $\alpha' = \arctg A_{\sigma s}$  glede na abscisno os.

Kot naslednji faktor zmanjševanja magnetnega polja vpeljemo faktor:

$$k_{\sigma s} = \frac{1}{1 + \frac{k_{\sigma r}}{k_{\delta}} \lambda_{\sigma s}}, \quad (3.162)$$

če je  $\lambda_{\sigma s} = \frac{A_{\sigma s}}{A_p}$  in  $\frac{k_{\sigma r}}{k_{\delta}} = \frac{1 + \frac{r_{\delta}}{k_{\sigma r}}}{1 + \lambda_{\sigma r}}$ .

Nato sledi izpeljava magnetne napetosti kratkega stika  $\Theta_k$  (sl. 3.70a), do katere se razmagnet magnet v kratkem stiku:

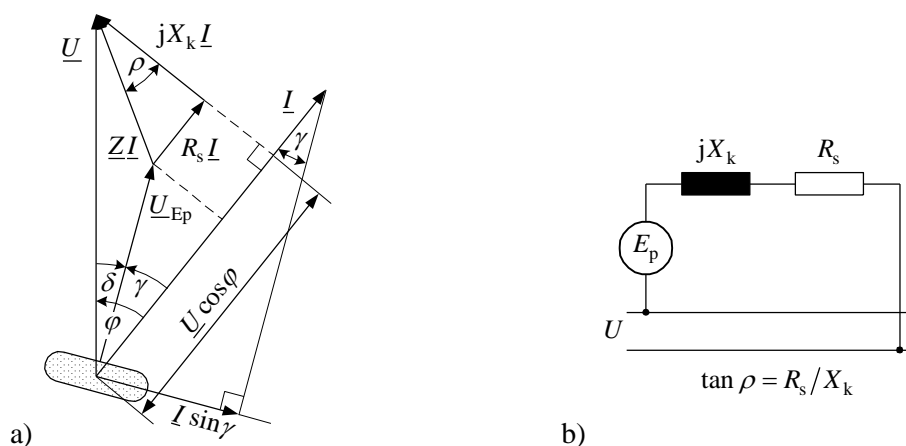
$$\Theta_k = k_{\sigma s} \Theta_{\sigma r} = k_{\sigma s} k_{\sigma r} \Theta_p. \quad (3.163)$$

Enačba omahnega vrtilnega momenta (3.158a) bo sedaj:

$$M_{om} = p k_{\delta} k_{\sigma s} w_p V_m \frac{\Theta_{el}}{\Theta_p}. \quad (3.158b)$$

Predhodna enačba je lahko izražena tudi z električnimi veličinami:

$$M_{om} = \frac{p}{\omega} m U I_k = \frac{mp}{\omega} U_{Ep} I_k \frac{U}{U_{Ep}}. \quad (3.158c)$$



Sl. 3.71 Trifazni sinhronski motor pri upoštevanju upornosti  $R_s$ :

a) kazalčni diagram, b) nadomestno vezje

Pri malih motorjih ne smemo zanemariti ohmske upornosti navitja statorja, kot je

prikazana v kazalčnem diagramu (sl. 3.71a) in v nadomestnem vezju (sl. 3.71b).

Na sliki 3.71a odčitamo in nato izpeljemo:

$$1) U_{\text{Ep}} \cos \gamma = U \cos \varphi - IR_s, \quad (3.164a)$$

$$2) U_{\text{Ep}} I \cos \gamma = UI \cos \varphi - I^2 R_s, \quad (3.164b)$$

$$3) P_m = P_{\text{el}} - P_{\text{Cu}}, \quad (3.164c)$$

$$4) P_m = U_{\text{Ep}} I \cos \gamma = \frac{U_{\text{Ep}} Z I \cos \gamma}{Z}, \quad (3.164d)$$

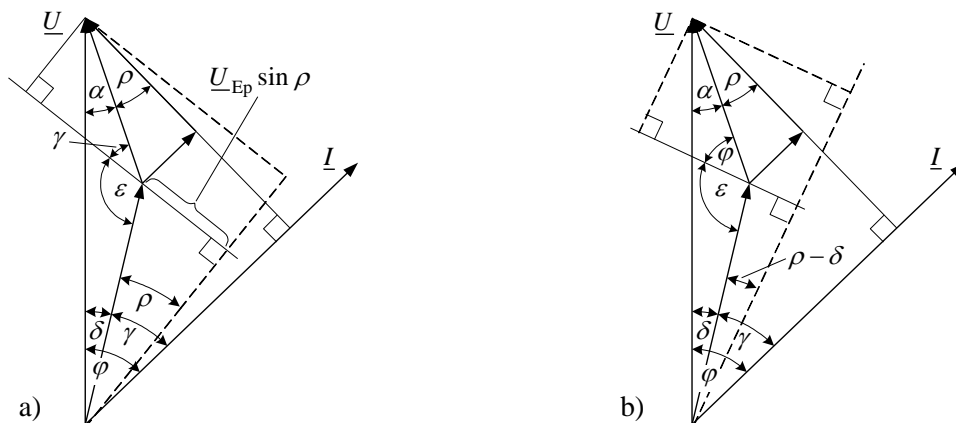
$$5) P_{\text{el}} = UI \cos \varphi = \frac{U Z I \cos \varphi}{Z}, \quad (3.164e)$$

$$6) \frac{U}{Z} = \frac{U}{Z} \frac{U_{\text{Ep}} \cos \rho}{U_{\text{Ep}} \cos \rho} = \frac{U I_k \cos \rho}{U_{\text{Ep}}}. \quad (3.164f)$$

Glede na sliko 3.71b velja v enačbi (3.164f):  $Z = \sqrt{R_s^2 + X_k^2} = X_k \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \rho}} = \frac{X_k}{\cos \rho}$ .

Ker je  $X_k \approx \frac{U_{\text{Ep}}}{I_k}$ ,  $Z \approx \frac{U_{\text{Ep}}}{I_k} \frac{1}{\cos \rho}$  in  $I_k \approx \frac{U_{\text{Ep}}}{X_k} \approx \frac{U_{\text{Ep}}}{Z} \frac{1}{\cos \rho}$ .

Enačba (3.164b) nam poda energijsko bilanco: oddana moč = sprejeta moč – izgube. Glede na enačbo (3.164d) napravimo za izpeljavo mehanske moči po tej enačbi projekcijo  $ZI$  na kot  $\gamma$  (sl. 3.72a).



Sl. 3.72 Projekcija  $ZI$ : a) na kot  $\gamma$ , b) na kot  $\varphi$

Glede na sliko 3.72a velja za kote naslednja izpeljava:

$$a) \rho + \alpha = 90^\circ - \varphi = 90^\circ - \delta - \gamma,$$

$$b) \gamma + \varepsilon = 180^\circ - \delta - \alpha. \quad (\text{V enačbah vzamemo za vse kote absolutne vrednosti.})$$

Iz a) izpeljemo  $\alpha = 90^\circ - \delta - \gamma - \rho$  in iz b)  $\varepsilon = 90^\circ + \rho$  ter lahko glede na sliko 3.72a napišemo enačbo za projekcijo:

$$ZI \cos \gamma = U \sin(\delta + \rho) - U_{\text{Ep}} \sin \rho. \quad (3.165)$$

Enačba za mehansko moč (3.164d) dobi obliko:

$$P_m = \frac{U_{Ep} Z I \cos \gamma}{Z} = \frac{U_{Ep}}{Z} (U \sin(\delta + \rho) - U_{Ep} \sin \rho). \quad (3.166)$$

Enačbo za mehansko moč normiramo:

$$\frac{P_m}{U_{Ep} I_k} = \frac{1}{I_k Z} (U \sin(\delta + \rho) - U_{Ep} \sin \rho) \text{ in z upoštevanjem } Z = \frac{U_{Ep}}{I_k \cos \rho} \text{ dobimo}$$

$$\frac{P_m}{U_{Ep} I_k} = \frac{\cos \rho}{U_{Ep}} (U \sin(\delta + \rho) - U_{Ep} \sin \rho) = \frac{U}{U_{Ep}} \sin(\delta + \rho) \cos \rho - \frac{1}{2} \sin(2\rho). \quad (3.166a)$$

Projekcija  $ZI$  na kot  $\varphi$  (sl. 3.72b): a)  $\rho + \alpha = 90^\circ - \varphi$ ,

$$\text{b) } \varphi + \varepsilon = 180^\circ - \delta - \alpha.$$

Iz a) sledi  $\alpha = 90^\circ - \varphi - \rho$ , iz b) sledi  $\varphi + \varepsilon = 180^\circ - \delta - 90^\circ + \rho$  in od tod izpeljemo:

$180^\circ - \varepsilon = 90^\circ + \delta - \rho = 90^\circ - (\rho - \delta)$ . Iz slike 3.72b dobimo projekcijo:

$$ZI \cos \varphi = U \sin \rho - U_{Ep} \sin(\rho - \delta). \quad (3.167)$$

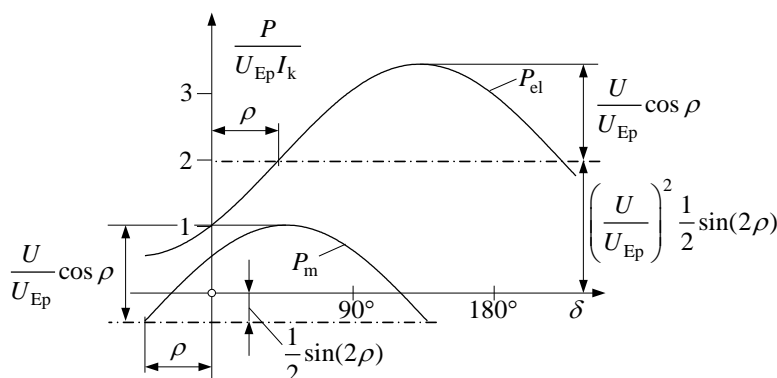
Enačba za električno moč (3.164e) dobi obliko:

$$P_{el} = \frac{U}{Z} (U \sin \rho + U_{Ep} \sin(\delta - \rho)). \quad (3.168)$$

Enačbo za električno moč normiramo in z upoštevanjem  $\frac{U}{Z} = \frac{U I_k \cos \rho}{U_{Ep}}$  dobimo

$$\frac{P_{el}}{U_{Ep} I_k} = \frac{U I_k \cos \rho}{U_{Ep}^2 I_k} (U \sin \rho + U_{Ep} \sin(\delta - \rho)), \text{ tako da dobi enačba končno obliko:}$$

$$\frac{P_{el}}{U_{Ep} I_k} = \left( \frac{U}{U_{Ep}} \right)^2 \frac{1}{2} \sin(2\rho) + \frac{U}{U_{Ep}} \sin(\delta - \rho) \cos \rho. \quad (3.168a)$$



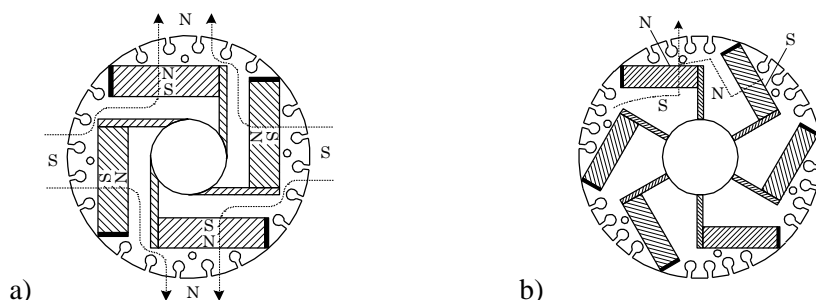
Sl. 3.73 Relativna sprejeta in oddana moč  $P/(U_{Ep} I_k)$  kot funkcija kolesnega kota  $\delta$  za  $U/U_{Ep} = 2$ ,  $R_s/X_k = 1$  in  $\rho = 45^\circ$

Sprejeta in oddana moč sta po enačbah (3.168a) in (3.166a) funkciji kolesnega kota  $\delta$  in kota  $\rho$ . Na sliki 3.73 so prikazane relativne moči za podatke  $U/U_{Ep} = 2$ ,  $R_s/X_k = 1$  in  $\rho = 45^\circ$ . Točka omahnega kota je manjša od  $90^\circ$ . Oddana moč močno

pade in sprejeta ustrezno naraste. Prednost sinhronskih strojev, da sprejmejo le toliko moči, kot je oddajo, zaradi upoštevanja izgub pri manjših strojih izgine.

### 3.10.2.3 Zagon

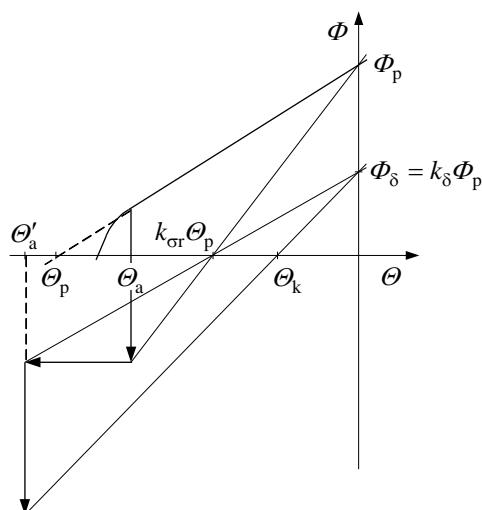
Sinhronski motor s počasnim zagonom je prvi zgradil Merrill, s tem da je v zarez asinhronskega rotorja vgradil trajne magnetne iz AlNiCo. Volkrodt je nadomestil te magnetne s feriti ploščate oblike (Sl. 3.74a in b). Moči teh motorjev so od 50 W do 30 kW (DIN 42673 za vgradnjo). Nekateri uporabljajo za zagon histerezni obroč, s tem da je stator izveden z zasenčenimi poli.



Sl. 3.74 Prerez rotorja sinhronskega motorja (Volkrodt):  
a) štiripolnega, b) šestpolnega motorja

Za hiter start so mogoči tudi mehanski pripomočki, npr. napeta vzmet. Boljši je električni način po Philipsu, izveden z bakrenim zaslonom in pomožnimi poli. Mogoča je tudi izvedba dveh za  $90^\circ$  premaknjenih motorjev, od katerih je eden kondenzatorski (firma Berger). Rotor je iz AlNiCo 260 ( $2p = 8$ ).

### 3.10.2.4 Zmanjšanje vrtilnega momenta



Sl. 3.75 Potovanje točke  
razmagnetjenja od  
 $\Theta_a$  do  $\Theta'_a = \Theta_{eld}$

Pri AlNiCo ali pri feritu nastopi z napetostnimi sunki pri prehodu kolena do zmanjšanja vrtilnega momenta. Maksimalno magnetno napetost prekrmljenja  $\Theta'_a = \Theta_{eld}$

(električno dovoljeno) v razmerju do  $\Theta_p$  odčitamo iz slike 3.75 in je:

$$\frac{\Theta'_a}{\Theta_p} = k_{\text{or}} + \frac{1}{k_\delta} \left( \frac{H_a}{H_p} - k_{\text{or}} \right). \quad (3.169)$$

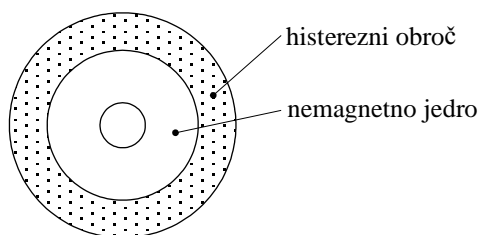
Za ferit 300K (Philips) bo  $H_a / H_p = 0,53$ . Za vrednost  $k_\delta = 0,17$  in  $k_{\text{or}} = 0,082$  bo  $\Theta_{\text{eld}} / \Theta_p = 2,7$ , to je izhodiščna točka za dovoljeno napetost napajanja motorja.

### 3.10.3 Sinhronski motor s histereznim rotorjem

#### 3.10.3.1 Uvod

Največja prednost takšnega motorja je, da zažene sam in da ima sinhronski vrtilni moment. To je doseženo na dva med seboj različna načina. V času zagona je vrtilno polje statorja v stanju premagnetiti rotor. Pri tem nastane toplotna energija, ki poviša temperaturo rotorja in se pojavi kot vrtilni moment na gredi motorja. Ta vrtilni moment je neodvisen od hitrosti vrtilnega polja, ker vrtilni moment spremembe energije odgovarja kotu zasuka in ta je neodvisen od vrtilne hitrosti. Pri sinhronski hitrosti ta vrtilni moment izgine. Ker bo sedaj rotor magneten parcialno, bo sledil vrtilnemu polju statorja kot normalni sinhronski motor in ta je, odvisno od obremenitve, premaknjen glede na vrtilno polje za kolesni kot  $\delta$ . Vsekakor je tukaj  $\delta_{\text{om}} \ll 90^\circ$  in je približno  $20^\circ$ . Tudi pri močnejši obremenitvi ni omahnega pojava. Zmanjšajo se vrtljaji, nastane slip in nastajajoči histerezni vrtilni moment spet požene rotor.

Rotor histereznega motorja ima obroč iz posebnega magnetnega materiala, kot sta krom ali kobalt, nataknen na cilindar iz aluminija.



Sl. 3.76 Rotor histereznega motorja

Dejansko nastane razen histereznega vrtilnega momenta, ki je posledica histereznih izgub, še vrtilni moment zaradi vrtilnih izgub oziroma vrtilnega toka.

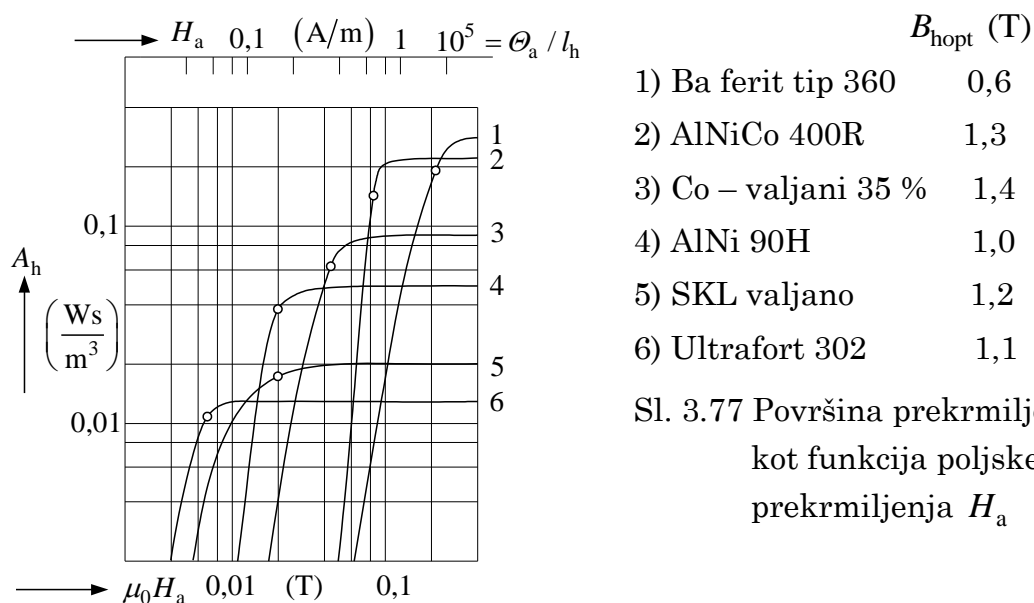
#### 3.10.3.2 Zagon histereznega motorja

Če je  $A_h = \oint H dB$  površina prekrmljene histerezne zanke,  $V_h$  volumen histereznega dela, bo izraz za zagonski (asinhronski) histerezni vrtilni moment:

$$M_z = \frac{P}{2\pi} A_h V_h. \quad (3.170)$$

V primeru radialnega pretoka histereznega obroča upoštevamo celoten volumen, v primeru tangencialnega pretoka (brez zunanega povratnega jarma) je potrebno odšteti radialni del volumna in še vpliv nepopolnega prekrmiljenja.

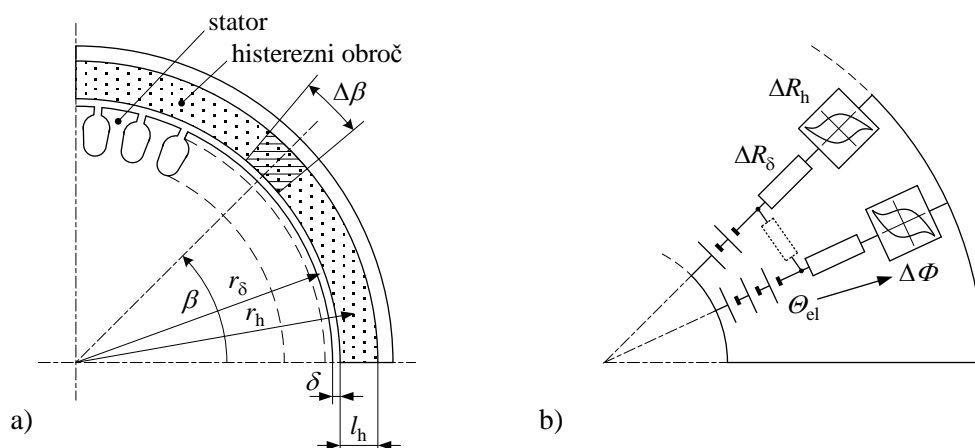
Navadno ne gremo do konstantne vrednosti površine, ker moramo močno povečati vzbujanje. Krožne točke na sliki 3.77 kažejo optimalne vrednosti velikosti površine.



Sl. 3.77 Površina prekrmiljenja  $A_h$  kot funkcija poljske jakosti prekrmiljenja  $H_a$

### 3.10.3.3 Sinhronski vrtilni moment histereznega motorja

Slika 3.78a prikazuje radialni del obsega histereznega obroča. Ta je razdeljen na dele kotne širine  $\Delta\beta$ .

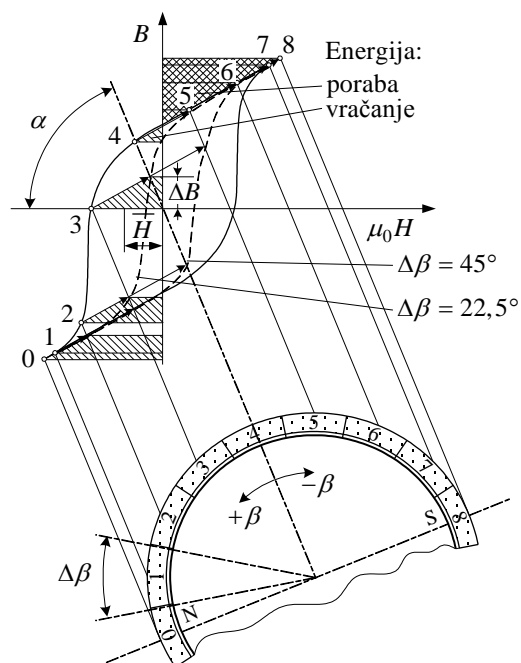


Sl. 3.78 Histerezni motor z radialnim magnetnim pretokom:

a) način delovanja, b) magnetno nadomestno vezje

Na sliki 3.78b sta narisana dva elementa magnetnega nadomestnega vezja. Vsakokratno statorsko vzbujanje deluje na element, katerega magnetna napetost in upornost sledi iz predhodne razlage. Pri tem gre zato, da bo obroč pri zagonu večkrat premagneteten. Nato pri dosegu sinhronizma relativno vrtenje med vrtilnim

poljem in obročem izgine. Končno ima obroč pri majhni obremenitvi majhen kotni zasuk glede na točko povratka, tj. na smer polnega namagnetenja. Na sliki 3.79 je predstavljeno, katere spremembe gostote magnetnega pretoka in magnetnega polja veljajo za posamezne elemente obroča.



Sl. 3.79 Energijske razmere v histereznem obroču za nagib delovne premice

$$\tan \alpha = \frac{l_h}{\delta} \frac{\tau}{\sigma}$$

( $\tau$  je faktor po enačbi 3.131 in  $\sigma$  po enačbi 3.133)

Če gledamo relativni zasuk pri zagonu v smeri  $+\beta$  in je obhod histerezne zanke levo vrteč, je mogoče za trenutek mirovanja vsakemu elementu dodeliti delovno točko na histerezni zanki, ki je označena s številko elementa. Zasuk za  $-\beta$  vodi do delovnih točk v notranjosti zanke (notranjih premic), in sicer tako dolgo, dokler ne pridemo na nasprotno stran zanke. Sprememba energije enega elementa znaša pri tem:

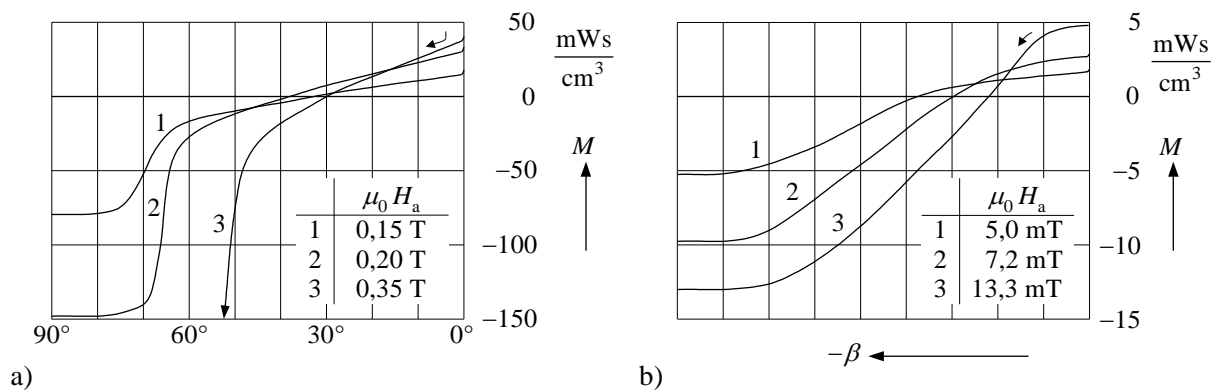
$$\Delta W = \frac{1}{2} H_h \Delta B_h V_h \frac{\Delta\beta}{2\pi} \quad (3.171)$$

in potrebni vrtilni moment za nadaljnji zasuk elementa

$$M_h = \frac{\Delta W}{\Delta\beta} = \overline{H}_h \Delta B_h \frac{V_h}{2\pi}. \quad (3.172)$$

Celoten vrtilni moment dobimo s seštevanjem za vse elemente. Pri magnetilni zanki je to mogoče le grafično. Slika 3.80 prikazuje rezultat grafično-računske izpeljave.

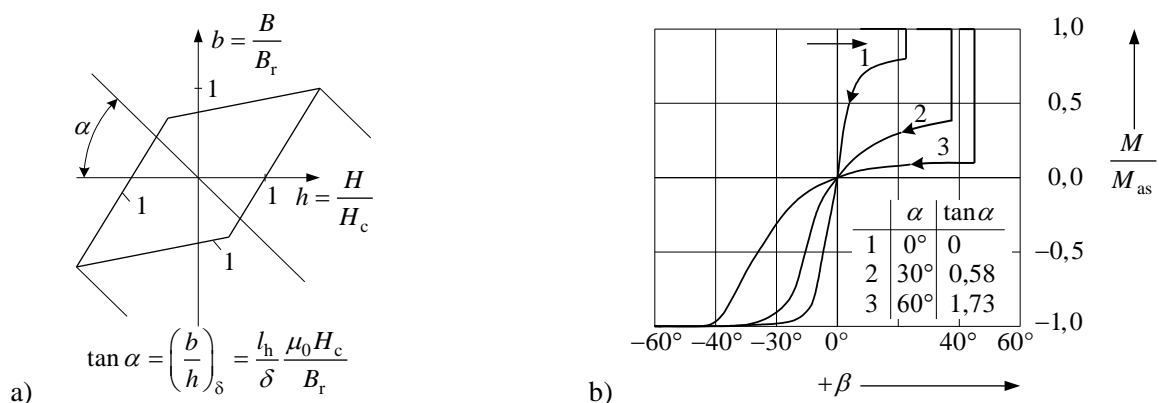
Okoli srednjega položaja obstaja del za  $\pm 20^\circ$ , ki ima sinhronski vrtilni moment. Izven tega področja zelo naraste vrtilni moment, kjer pa gre za premagnetenje dela histereznega obroča, ki ponovno požene motor v sinhronizem. Vrtilni moment dejansko niha. Govorimo tudi o mikroslipu.



Sl. 3.80 Povratni vrtilni moment za materiala:

a) oxi 300 R Thyssen, b) ležajno jeklo 9 % Co (ultrafort 302)

Na sliki 3.81 je prikazan vpliv zračne reže na velikost sinhronskega vrtilnega momenta. Pri majhni zračni reži ima motor večji sinhronski vrtilni moment pri majhnem kotu  $\beta$ . Pri veliki zračni reži ima motor manjši vrtilni moment in večje kote pri močno nesimetričnem poteku.



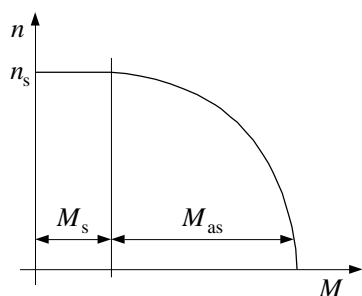
Sl. 3.81 Sinhronski vrtilni moment pri različnih zračnih režah:

a) normalna histerezna zanka, b)  $M/M_{as} = f(\beta)$ 

Medtem ko ima zagonski vrtilni moment motorja v odvisnosti od  $H_a$  konstantno vrednost, ima sinhronski vrtilni moment svoj maksimum. Razlog za to je v tem, da velika  $H_a$  pomeni, da imajo mnogi elementi delovne točke na zunanem delu krivulje, kjer sta dobitok in izguba energije enaka in v teh elementih ne nastane vrtilni moment. Sinhronski vrtilni moment nastane le v nekaj elementih okoli sredine. V literaturi je podano razmerje med sinhronskim in asinhronskim (zagonskim) vrtilnim momentom  $M_s/M_{as} = 1:3$  pri ležajnem jeklu in 1:10 pri feritu 300R.

Slika 3.82 prikazuje potek vrtilnega momenta histereznega motorja v odvisnosti od vrtljajev, ki je vsota sinhronskega in asinhronskega dela.





Sl. 3.82 Potek vrtilnega momenta histereznega motorja

Moči teh motorjev so  $1\text{ W} \div 100\text{ W}$ . Pri manjših močeh je to motor z zunanjim rotorjem. Stator ima krempljaste pole, deloma iz bakra. Histerezni del je žica ali trak iz CuNiFe ali CuNiCo ali zlitine Vicalloy. Pri večjih motorjih je stator normalne trifazne izvedbe. Rotor je iz aluminijevih in nikljevih zlitin. Če ima histerezni obroč aluminij-nikljevo ali kakšno drugo zlitino (ležajno jeklo), ki je električno prevodna, nastanejo vrtilne izgube v rotorju in bo zagonski vrtilni moment zaradi teh izgub večji:

$$P_v = k_v f_r^2 B^2 = k_v s^2 f^2 B^2, \quad (3.173)$$

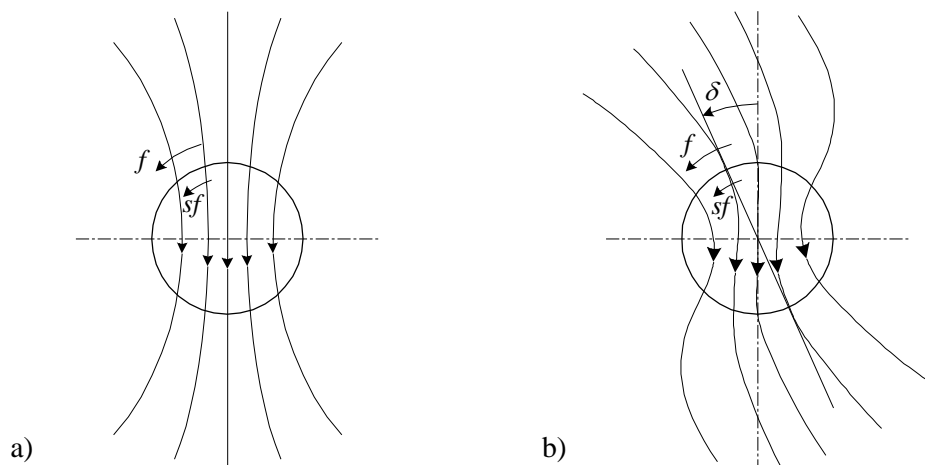
$$M_v = \frac{P_v}{s \Omega_{ms}} = \frac{P_\delta}{\Omega_{ms}} = k' s. \quad (3.173a)$$

Za histerezne izgube velja:

$$P_h = k_h s f B^{1,6}, \quad (3.174)$$

$$M_h = k''. \quad (3.174a)$$

Dobimo premik med statorskim in rotorskim fluksom oziroma med  $B_s$  in  $B_r$  (sl. 3.83b), ki povzroči sinhronski vrtilni moment.

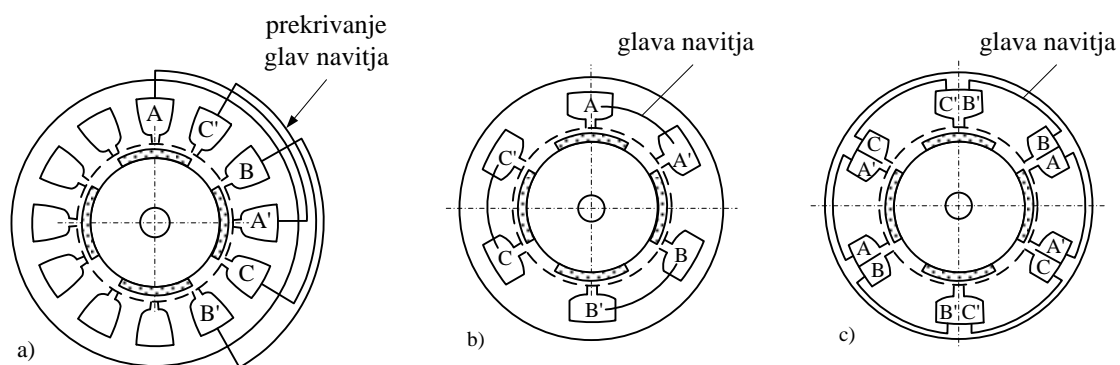


Sl. 3.83 Potek silnic, če je rotor iz: a) enakega materiala kot stator  
b) različnega materiala

### 3.10.4 Sinhronski motorji s trajnimi magneti in izraženimi poli na statorju

#### 3.10.4.1 Koncentrirano navitje kotve na polih statorja

To so motorji, ki so v angleški literaturi označeni s kratico PMSMs (permanent magnet synchronous motors). Njihova posebnost je v tem, da navitje kotve ni porazdeljeno v utorih statorja (sl. 3.84a), ampak je koncentrirano oziroma koncentrično nameščeno na zobeh statorja ali po nemški verziji navito na izražene pole statorja. Navitje je takšno zato, da je manjša dolžina glav in s tem manjše izgube. V primeru odprtih utorov na statorju dosežemo tudi večji polnilni faktor navitja. Velja, da lahko reduciramo lepilni vrtilni moment pri toku nič, če imajo takšni motorji na statorju število utorov  $Q_s \neq 2p$ . Število utorov  $Q_s$  na statorju je:  $Q_s = 2p + 2k$  in faktor  $k = \pm 0,5, \pm 1, \pm 2, \dots$  (Sl. 3.84b in c). Za vse motorje z navitjem na polih statorja je število utorov na pol in fazo  $q_s \leq 0,5$ . Za primer na sliki 3.84b in c je:  $Q_s = 6$  in  $2p = 4$  ( $k = 1$ ). Tako imamo eno tuljavo na fazo za enoplastno navitje in dve tuljavi na fazo za dvoplastno (ali dvodelno) navitje. Na splošno obstaja mnogo kombinacij za  $Q_s$  in  $2p$  tako kot:  $3/2, 3/4, 6/4, 6/8, 9/8, 9/10, 9/12, 12/10, 12/14, 24/16, 24/22, \dots, 36/42$  itd. Število period lepilnega vrtilnega momenta je pri toku nič enako produktu med  $Q_s / p$  in  $2p$ ; večji kot je ta produkt, manjši je lepilni vrtilni moment. Za naš primer na sliki 3.84b je ta produkt enak  $(6/2) \cdot 4 = 3 \cdot 4 = 12$ .



Sl. 3.84 a) 4-polni PMSM s porazdeljenim navitjem in  $q_s = 1$ , ( $Q_s = 12$ ),  $2p = 4$

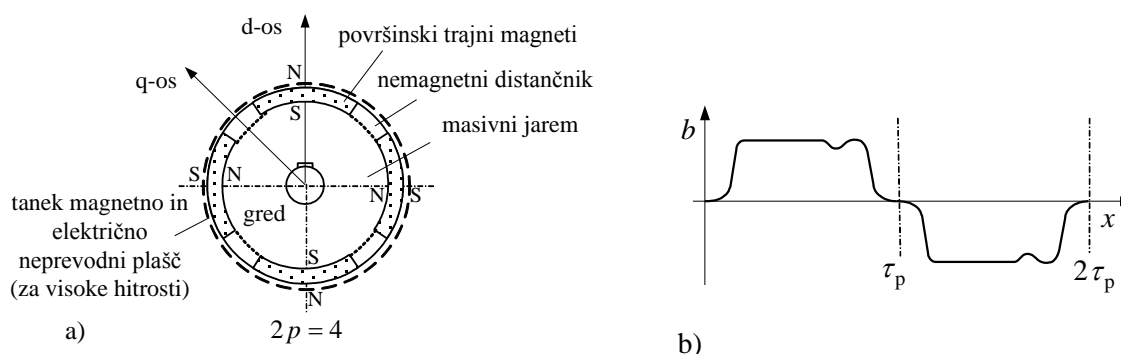
b) navitje na polih, enoplastno  $Q_s = 6$ ,  $2p = 4$

c) navitje na polih, dvoplastno  $Q_s = 6$ ,  $2p = 4$

Ti motorji obratujejo kot stroji z  $2p$  polov. Tako ima statorsko navitje za  $Q_s \neq 2p$  relativno velik faktor navitja za  $2p$  period. V primeru  $Q_s = 6$  in  $2p = 4$  je ta faktor za koncentrirano navitje glede na širino tuljave enak  $\sin(120^\circ / 2) = \sqrt{3} / 2 = 0,866$ . Razen osnovnega vala polja obstajajo tudi pod in nad harmonski valovi polja, ki jih lahko vključimo v diferencialno razsipanje. Tako je mogoče s takšnim navitjem doseči (pri gibanju) v statorskih fazah praktično sinusno inducirano napetost.

Takšni motorji nimajo kletke v rotorju in jih ne moremo priključiti direktno na izmenično omrežje. Odvisni so od frekvenčno variabilnega napajanja z močnostno elektroniko. Celo če imajo kletko, zaradi  $Q_s \neq 2p$ , ima statorsko vzbujanje zelo močno izražene višje harmonske komponente. Posledično se pojavi močna pulzacija vrtilnega momenta in dodatne izgube zaradi vrtilnih tokov v trajnih magnetih. Samo po sebi umevno je, da obstajajo tudi izvedbe diskaste oblike z aksialno zračno režo.

Za takšne rotorje s trajnimi magneti je mogoče dobiti obliko polja zračne reže z 2D ali 3D metodo končnih elementov. Oblika polja za primer motorja s trajnimi magneti na površini rotorja (sl. 3.85a) in navitjem na izraženih polih statorja za  $q_s = 0,5$  je prikazana na sliki 3.85b.

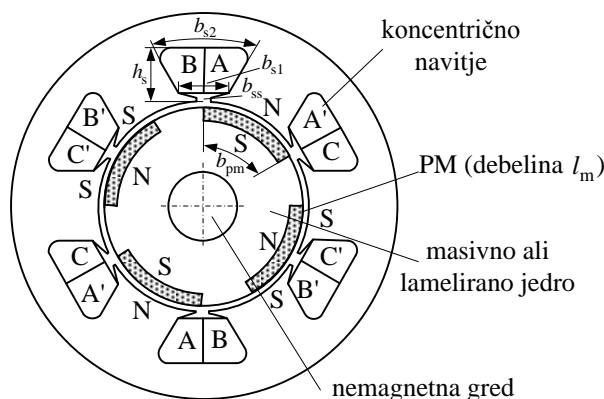


Sl. 3.85 a) Rotor s trajnimi magneti na površini in označen z d in q-osjo

b) oblika polja zračne reže za rotor s trajnimi magneti in  $q_s = 0,5$

### 3.10.4.2 Primer PMSM s šestimi utori in štirimi poli

Na sliki 3.86 je prikazan sinhronski motor z označenimi glavnimi dimenzijami utorov in trajnih magnetov. Lok trajnih magnetov  $b_{pm}$  na sliki 3.86 je običajno enak loku statorske utorne širine  $\tau_u = D\pi/Q_s$ , da reduciramo lepilni vrtilni moment.



Sl. 3.86 PMSM s šestimi utori  
in štirimi poli

Predpostavimo, da se magnetni sklep trajnih magnetov na statorju, z dvema tuljavama na fazo, spreminja sinusno. Maksimalni magnetni sklep za dve tuljavi z

$N_t$  ovoji bo tako:

$$\hat{\Psi}_p = 2N_t \times B_{\delta e} A_m = 2N_t \times B_{\delta e} \tau_m l_{Fe}, \quad (3.175)$$

kjer je  $B_{\delta e}$  gostota magnetnega pretoka v ekvivalentni zračni reži in lok magneta  $\tau_m = b_{pm}$ . Maksimalni magnetni sklep se bo pojavil v d-osi, tj. v simetrali trajnih magnetov, medtem ko je q-os simetrala med magneti (sl. 3.85a).

Za sinusno razporeditev magnetnih sklepov velja:

$$\Psi_p(\mathcal{G}_r) = \hat{\Psi}_p \sin \mathcal{G}_r. \quad (3.176)$$

$\mathcal{G}_r$  je električni kot in je  $p$ -krat večji od mehanskega kota ( $\mathcal{G}_r = p\mathcal{G}_{rm}$ ).

$B_{\delta e}$  je določen z enačbo:

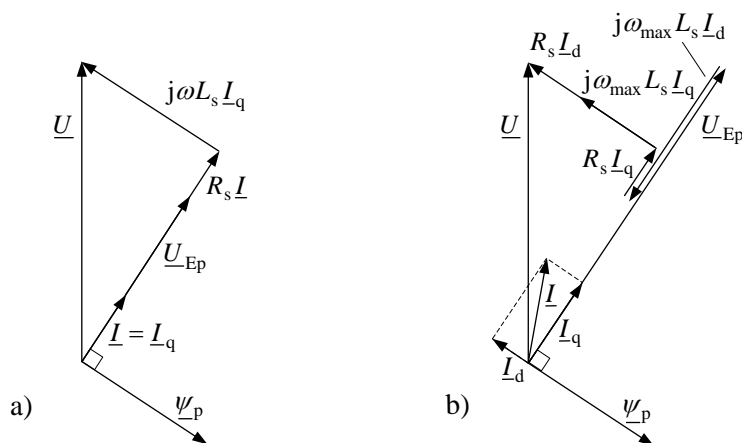
$$B_{\delta e} \approx \frac{B_r}{1 + k_r} \frac{l_m}{l_m + \delta_e}. \quad (3.177)$$

Faktor  $k_r = 0,1 \div 0,2$  upošteva robni pretok.  $l_m$  je debelina magneta (sl. 3.86).

Vrtilni moment v primeru, da je tok kotve v fazi z inducirano napetostjo polovega kolesa  $U_{Ep} = \omega \hat{\Psi}_p / \sqrt{2}$ , torej v primeru za  $I_d = 0$ , ko imamo samo "q" komponento toka  $I_q = I$ , izračunamo po znani enačbi:

$$M = 3p \frac{\hat{\Psi}_p}{\sqrt{2}} I. \quad (3.178)$$

V primeru, da je tok v fazi z inducirano napetostjo, velja kazalčni diagram na sliki 3.87a v katerem upoštevamo sinhronsko induktivnost  $L_s$  in statorsko upornost  $R_s$ .



Sl. 3.87 Kazalčni diagram za:

- $I_d = 0$  in vodenje po  $I_q$
- $I_d < 0$ , reakcija zmanjšuje vzbujanje

Sinhronska induktivnost v tem primeru ni enaka samo vsoti magnetilne  $L_m$  in razsipane induktivnosti  $L_{cs}$  (tj.  $L_d$  za klasične stroje), ampak je potrebno dodati še medsebojno induktivnost med sosednjimi fazami  $L_{12} \approx L_m / 3$ .

V primeru, ko ima  $I_d$  komponenta toka kotve nasprotno smer kot vzbujanje trajnega magneta (za vodenje pri večjih hitrostih vrtenja rotorja  $\omega_{\max} > \omega = \omega_N$ ), velja kazalčni diagram na sliki 3.87b.

## 3.11 KORAČNI MOTORJI

### 3.11.1 Uvod

Koračni motorji obstajajo danes v različnih izvedbah. Izvedbe so: koračni motorji s trajnimi magneti, z mehko magnetno kotvo in hibridni. Največ se uporabljajo koračni motorji s trajnimi magneti, ker imajo dobre statične in dinamične lastnosti in relativno dober izkoristek. Razen tega imajo tudi zadržni (lepilni) vrtilni moment, ki ga motorji z mehkim železom nimajo, ter dobre dušilne lastnosti. V nadaljevanju bodo zato opisani koračni motorji s trajnimi magneti in hibridni motorji.

Za koračne motorje je značilno vrtenje gredi na koračen način. Celi zasuk gredi motorja sestavlja točno določeno število korakov, odvisno od načina gradnje motorja. To obnašanje je usklajeno s potrebo direktnega pretvarjanja digitalnih krmilnih signalov. Tako je lahko koračni motor neposredna povezava med digitalno informacijo in inkrementalnim mehanskim pomikom.

Pogonski sistemi s koračnimi motorji združujejo naslednje lastnosti:

- točno koračno pozicioniranje brez odziva glede na predhodno dano določeno število krmilnih impulzov,
- visok vrtilni moment pri majhnih kotnih hitrostih, tudi pri obratovanju po posameznih korakih,
- v vzbujenem stanju pri mirovanju večji zadržni vrtilni moment in s tem samozaviranje.

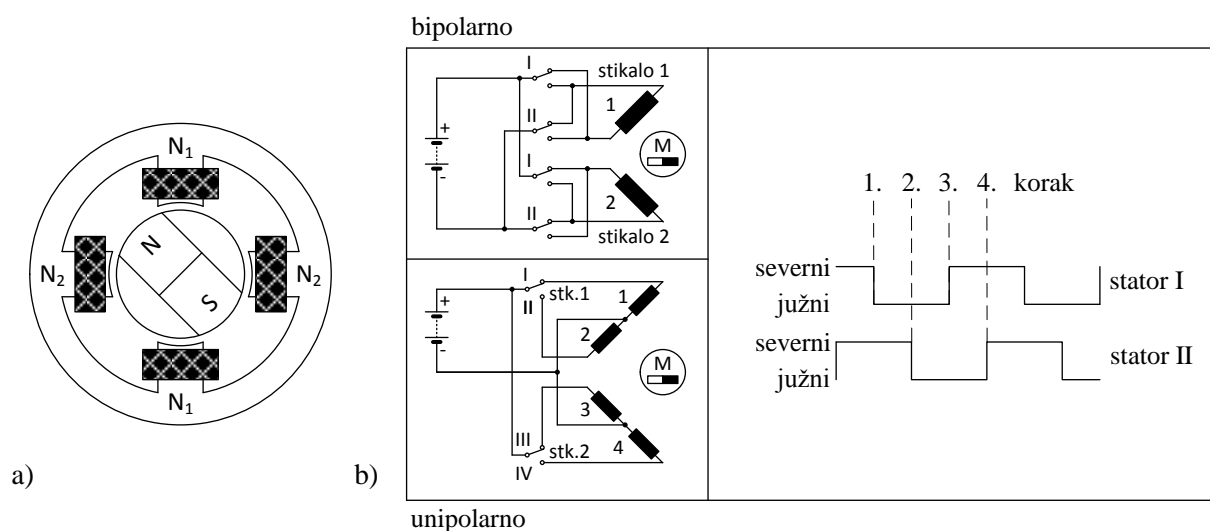
Problemi, ki nastanejo pri uporabi, so v večini primerov dinamične narave. Koračne motorje lahko dokaj točno opišemo kot nihajoči linearni sistem drugega reda. Ta sistem se menja s povezavo z zunanjim vztrajnostnim in vrtilnim momentom bremena. Kot pri vseh pogonih nastanejo tudi tukaj trije bistveni problemi:

- zagon
- zaviranje
- nihanje oziroma oscilacija.

Koračni motorji delujejo večinoma brez povratne zanke, torej kot čista krmilna veriga.

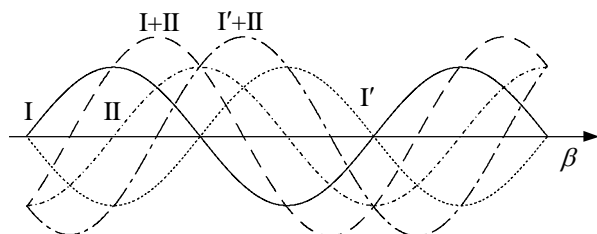
### 3.11.2 Delovanje

Način delovanja je prikazan na enostavnem primeru 2-faznega motorja (sl. 3.88). Za vzbujanje navitij  $N_1$  in  $N_2$  obstajata dve možnosti krmiljenja: dvopolno (bipolarno), ko sestavljata  $N_1$  in  $N_2$  le po eno navitje, razdeljeno na oba pola in enopolno (unipolarno), ko sestavljata  $N_1$  in  $N_2$  dve delni navitji, razdeljeni na posameznih polih. Preklop vzbujanja se vrši z elektronskim krmilnim vezjem, ki je krmiljeno z zaporedjem impulzov.



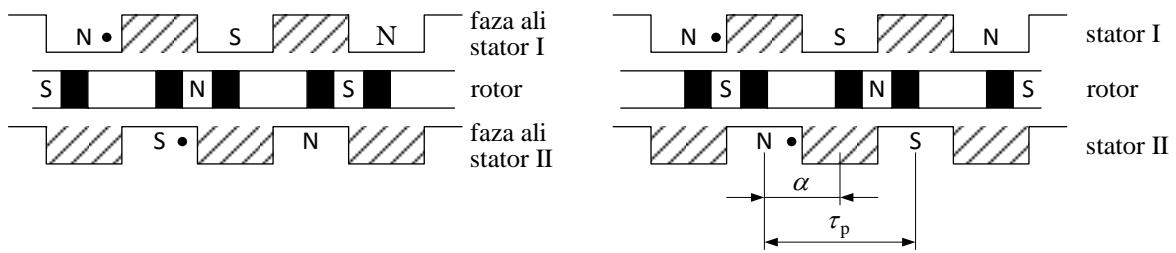
Sl. 3.88 a) Shematski prikaz, b) možnost vodenja koračnega motorja

Če vzamemo poljuben začetni položaj stikal in opazujemo statično krivuljo vrtilnega momenta posameznih statorjev I in II, dobimo skupno krivuljo vrtilnega momenta s seštevanjem posameznih krivulj (sl. 3.89).



Sl. 3.89 Skupna statična krivulja vrtilnega momenta pred in po opravljenem koraku

S spremembo smeri toka enega statorja se premakne statična krivulja vrtilnega momenta tega statorja za  $180^\circ$ , to predstavlja pomik skupne krivulje vrtilnega momenta za  $90^\circ$  v isti smeri. S tem premikom se bo rotor premaknil v naslednji stabilni položaj, v našem primeru za  $90^\circ$ . Za razviti del statorskega in rotorskega venca je to nazorno prikazano na sliki 3.90.



Sl. 3.90 Delni razviti del statorskega in rotorskega venca

### 3.11.3 Oblika gradnje

#### 3.11.3.1 Motor z dvema statorjema

Na sliki 3.91 je prikazan motor z dvema statorjema in osmimi polovimi pari. Premik za  $90^\circ$  ni na statorju, ampak je izveden v rotorju s pomočjo dveh ločenih obročev trajnih magnetov. Posamezni stator je sestavljen iz dveh nasproti montiranih delov v obliki skodelic z vencem izraženih polov. Med oba dela je vloženo obročasto navitje. Odvisno od smeri toka tvorijo izraženi poli ene skodelice severne in druge južne pole.



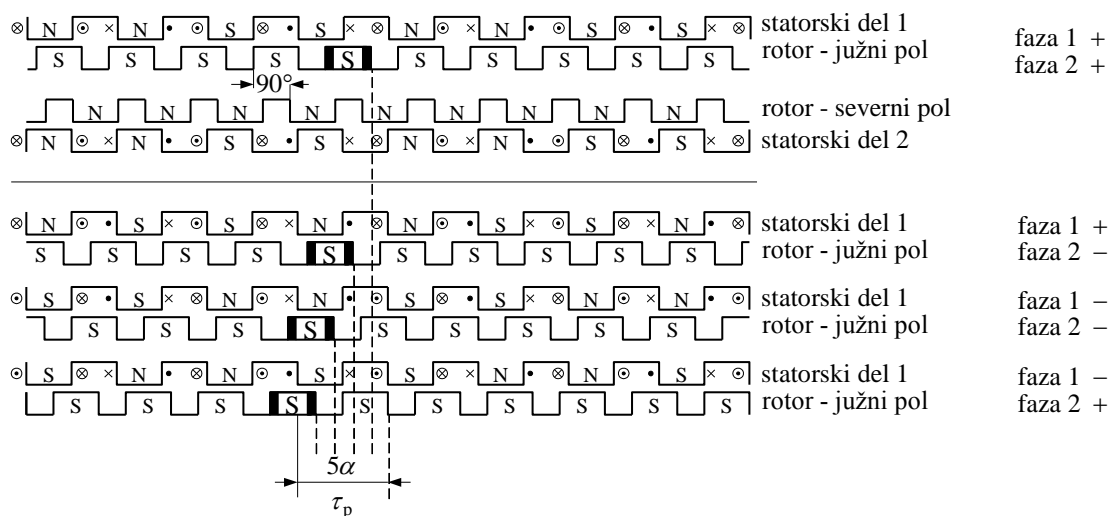
Sl. 3.91 Motor z dvema statorjema

#### 3.11.3.2 Motor na enopolnem principu

Pri tem motorju ima lamelirani stator 8 izraženih polov in vsak od teh 5 zob. Vsak pol nosi le eno tuljavo. Osem tuljav je stikanih tako, da dobimo dvofazno navitje. Rotor je sestavljen iz v vzdolžni smeri namagnetnega trajnega magneta, ki ima na obeh čelnih straneh polova čevlja. Oba polova čevlja sta iz mehko magnetnega materiala in imata ozobljenje. Zobje prvega polovega čevlja so glede na zobe drugega polovega čevlja premaknjeni za  $90^\circ$  (električno). Zobje enega polovega čevlja tvorijo severne in zobje drugega polovega čevlja južne pole.

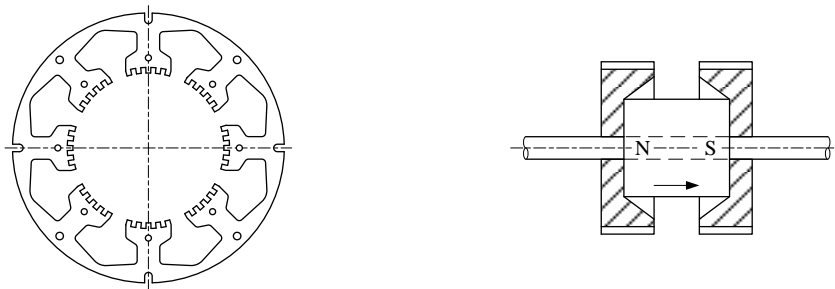
Koračno daljinsko vključevanje dvofaznega motorja se izvede kot pri motorju z dvema statorjema z zaporedno spremembo smeri toka v eni od obeh faz. Način delovanja je prikazan na sliki 3.92. Za boljše razumevanje je stator razdeljen na dva dela in posamezni del pripada posameznemu polovemu čevlju rotorja. V zgornjem

delu slike sta prikazana oba dela s severnimi (N) in južnimi (S) poli. V nadaljevanju je prikazan le del statorja in rotorski južni (S) poli. Za lažje razumevanje je prikazan stator z osmimi poli brez posameznih zob statorja. Pripadajoči rotor ima 10 zob. Na desni strani slike so prikazane ustrezne smeri tokov v obeh fazah. Zaradi lažje razlage je osem statorskih polov narisanih brez zob. Ustrezen rotor ima deset zob. Pri odgovarjajočem vodenju se v petih korakih premakne rotor ravno za eno statorsko polovo delitev  $\tau_p \equiv 360^\circ / 8$ . S tem se dobi koračni kot  $\alpha = \tau_p / 5 = 9^\circ$ . Če imajo statorski poli pet zob in rotor 50 zob, bo kot še petkrat manjši, tj.  $1,8^\circ$ .



Sl. 3.92 Način delovanja enopolnega motorja

Slika 3.93 prikazuje rez statorske pločevine in prerez rotorja takšnega motorja. Razločimo lahko statorske pole s petimi zobmi. Prav tako lahko vidimo enakomerno ozobljene rotorske polove čevlje z aksialno namagnetnim trajnim magnetom.



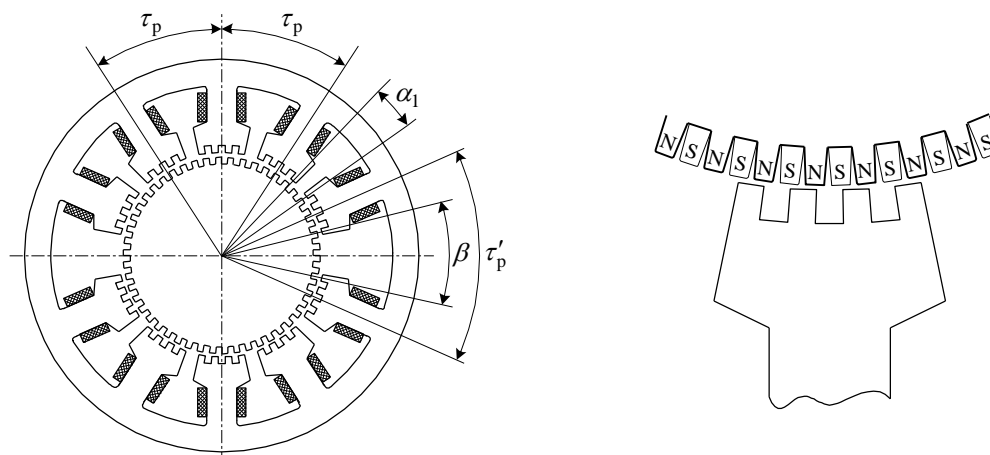
Sl. 3.93 a) Rez dvofaznega motorja in b) prikaz rotorja za koračni kot  $1,8^\circ$

### 3.11.3.3 Petfazni motor

Petfazni motor je grajen podobno kot dvofazni, tj. na enopolnem principu. Pet delnih navitij je razdeljenih na 10 polov in ti s pomočjo treh utorov v nadaljnje štiri pole. Rotor je grajen enako kot pri dvofaznem motorju, tj. s 50 zobmi. S takšno konstrukcijo je potrebno za en vrtljaj rotorja 500 korakov in je pri tem koračni kot enak



$360^\circ / (10 \cdot 50) = 0,72^\circ$ . Na sliki 3.94 je prikazan presek takšnega motorja. Stator ima v tej izvedbi dve različni polovi delitvi.



Sl. 3.94 Izvedba petfaznega koračnega motorja

Veljata enačbi:

$$\tau_p = n\tau_r + \alpha_1, \quad (3.179a)$$

$$\tau'_p = n\tau_r + \beta. \quad (3.179b)$$

V enačbah je število  $n$  enako trem celim polovim delitvam rotorskih zob ( $3\tau_r$ ).

Za razdalji (loka)  $\alpha_1$  in  $\beta$  veljata enačbi:

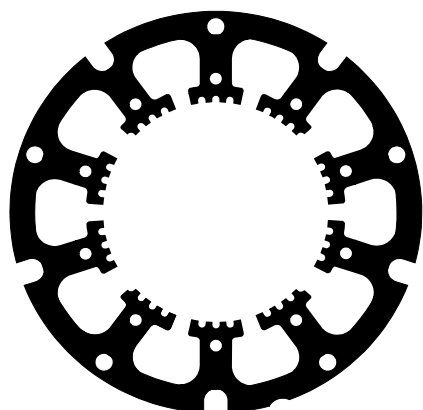
$$\alpha_1 = \tau_r(k + 0,6), \quad (3.180a)$$

$$\beta = \tau_r(k' + 0,6). \quad (3.180b)$$

Vsota  $4\alpha_1 + \beta$  mora dati polovo delitev za  $10\tau_r$ , če je  $k=1$  in  $k'=3$ , tj. število manjkajočih zob na polovici polov statorja (za  $\tau_s = \tau_r$ ). Število rotorskih zob je:

$$z_r = u(5n + 4k + k' + 3). \quad (3.181)$$

Iz enačbe (3.181) izračunamo za  $u$ , tj. za število glavnih polov, deljeno s številom faz ( $u = 10/5 = 2$ ), število zob rotorja  $50 = 2(5 \cdot 3 + 4 \cdot 1 + 3 + 3)$ .



Sl. 3.95 Rez statorske pločevine petfaznega koračnega motorja

Mogoče so tudi drugačne razporeditve zob na glavnih polih statorja. Slika 3.95 prikazuje rez pločevine, kjer zobje na polih niso razporejeni simetrično.

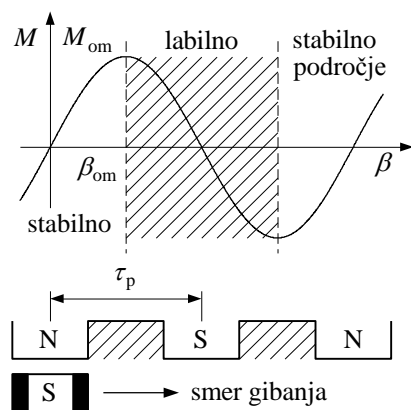
Motorji te vrste gradnje imajo zelo dobre dinamične lastnosti in se uporabljajo tam, kjer dvofaznih motorjev ne moremo uporabiti ali se zahteva manjši koračni kot.

### 3.11.4 Vrtilni moment, koračni kot in koračna frekvenca

#### 3.11.4.1 Statična krivulja vrtilnega momenta

Statična krivulja vrtilnega momenta je eden od najpomembnejših podatkov koračnega motorja. Dobimo jo, če merimo odvisnost vrtilnega momenta od kota zasuka rotorja. Za dvofazni motor je prikazana na sliki 3.89.

V primeru, ko je vzbujan le en stator, se postavi rotor v položaj na sliki 3.96. Pri tem je prikazan le en južni pol rotorja, ki se postavi pod severni pol. Za premik rotorja iz tega stabilnega položaja potrebujemo vrtilni moment, ki se veča odvisno od položaja. Odvisnost je približno sinusna. Temenska vrednost te krivulje je omahni vrtilni moment  $M_{om}$  pri kotu  $\beta_{om}$ . Če je dovedeni vrtilni moment večji kot vrednost  $M_{om}$ , se bo rotor zasukal za kot večji, kot je  $\beta_{om}$ . Pri tem preide motor labilno področje do naslednje stabilne točke. Če vrtilni moment ne bo zmanjšan, se rotor vrti dalje in se ne ustavi v naslednji stabilni točki. Podobne so razmere, če sta vzbujana oba statorja.



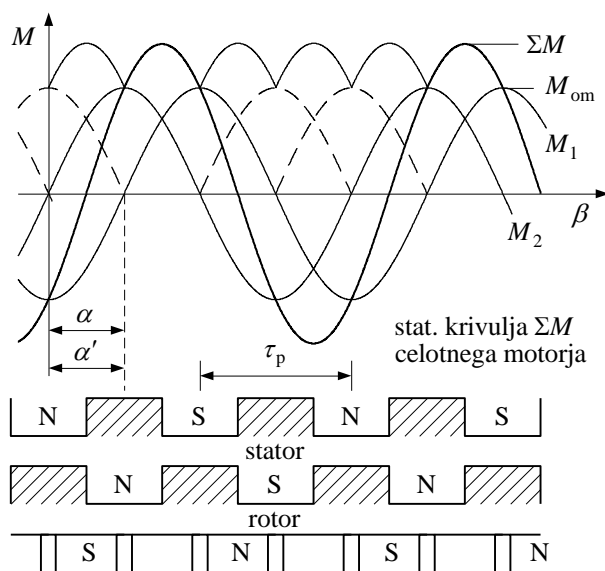
Sl. 3.96 Shematični prikaz statične krivulje vrtilnega momenta

Statična krivulja vrtilnega momenta motorja se dobi s seštevanjem posameznih krivulj ob upoštevanju kotov premika  $\alpha$ . Slika 3.97 prikazuje seštevanje za dvofazni motor. Slika 3.98 prikazuje seštevanje za petfazni motor. Bistvena razlika obeh krivulj je prispevek posamezne faze k skupnemu zadržnemu vrtilnemu momentu  $\Sigma M$  (ali angleško "hold back") celotnega motorja.

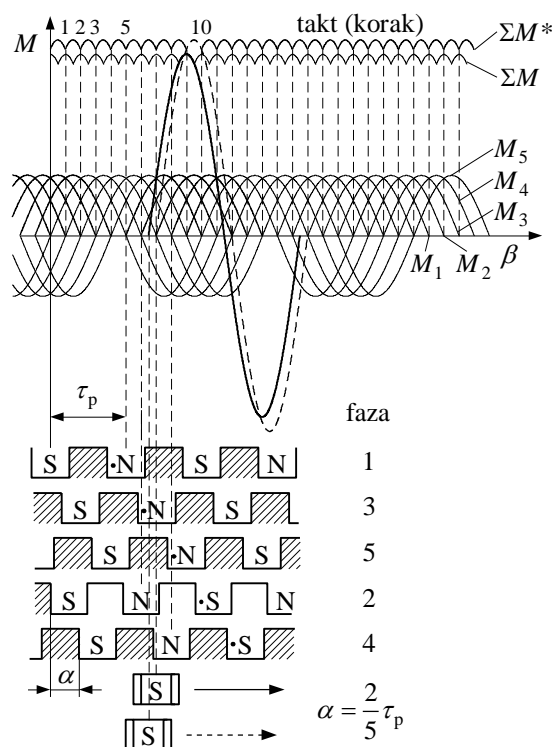
Razmerje med zadržnim in omahnim vrtilnim momentom posameznega statorja je:

$$\Sigma M = \sqrt{2}M_{om} \text{ za 2-fazni motor, } \Sigma M \approx 3,1M_{om} \text{ za 5-fazni motor.}$$

Na karakteristiko statične krivulje vrtilnega momenta vpliva celotno obnašanje motorja. Krivulje  $M$  imajo tako pozitivne kot negativne vrednosti. V koračnem pogonu smejo vplivati le pozitivne vrednosti  $M$ . S tem je določen potek sprememb polarnosti posameznih statorjev (faz). Vedno, kadar krivulja  $M$  posameznega statorja menja predznak od pozitivnega v negativno področje, se mora menjati predznak polarizacije. Statična krivulja motorja  $M$  potuje za koračni kot  $\alpha$  dalje, pri čemer se pojavijo pulzirajoči vrtilni momenti, kot je to vidno na sliki 3.97 in 3.98. Pri petfaznem motorju ni bistvene razlike oziroma vpliva na velikost  $\Sigma M$ , če vzbujamo 4 faze ( $\Sigma M$ ) ali 5 faz ( $\Sigma M^*$ ).



Sl. 3.97 Sestav statične krivulje vrtilnega momenta 2-faznega motorja



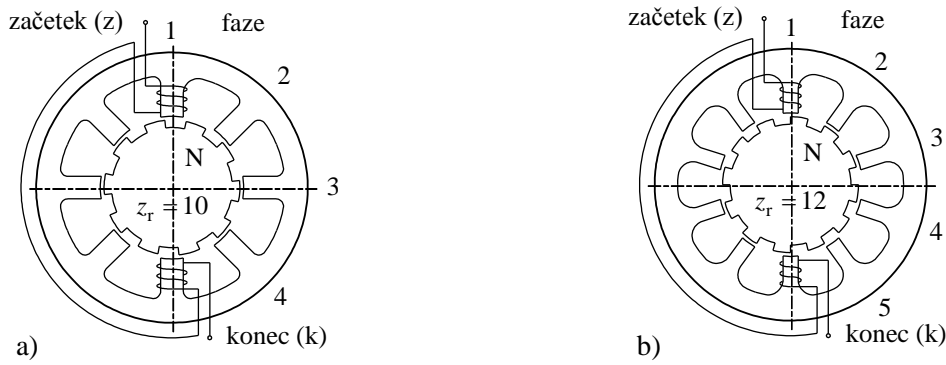
Sl. 3.98 Sestav statične krivulje vrtilnega momenta 5-faznega motorja

### 3.11.4.2 Koračni kot dvofaznega in petfaznega motorja

Primerjava je izvedena za dvofazni motor z osmimi poli na statorju (sl. 3.99a) in desetimi zobmi ( $z_r = 10$ ) na rotorju (npr. samo severni poli) in petfazni motor z desetimi poli na statorju (sl. 3.99b) in dvanajstimi zobmi ( $z_r = 12$ ) na rotorju. Pri tem tvorijo tuljave dveh nasprotnih polov na statorju isto fazo.

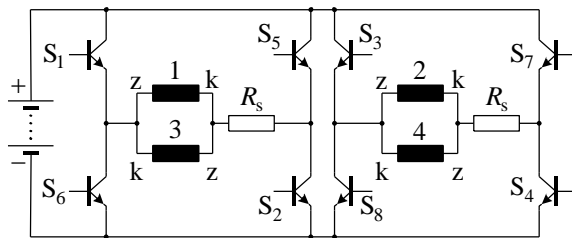
Slika 3.100a prikazuje shemo vezave stikalnih tranzistorjev in slika 3.100b zaporedje preklonov dvopolnega krmiljenja teh za dvofazni motor.

Po dve fazi na sliki 3.100a sta vezani vzporedno, in sicer 1 in 3 ter 2 in 4, pri tem sta fazi 3 in 4 vezani v nasprotni smeri kot fazi 1 in 2.



Sl. 3.99 Primer za enostavni: a) dvo(štiri)-fazni motor, b) petfazni motor

Takšna vezava je pogojena s spremembo smeri toka v posameznih fazah, da nastane ustrezen premik vsote kazalcev  $M$  za skupni vrtilni moment.

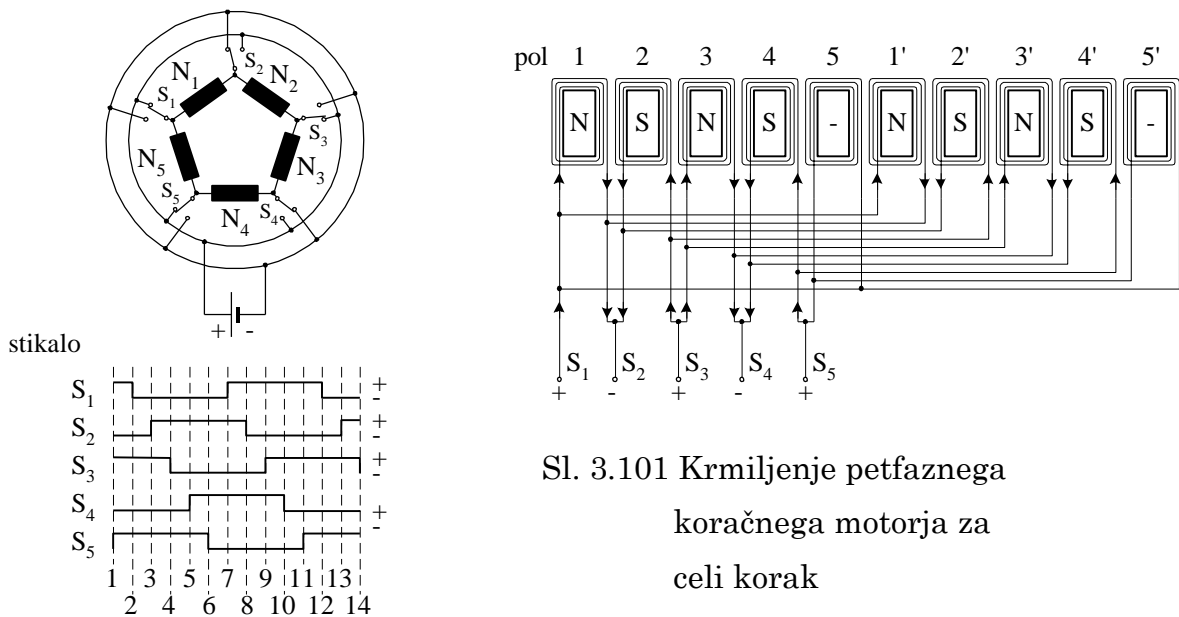


stikalo	zaporedje
$S_1-S_2$	ON OFF
$S_3-S_4$	ON OFF
$S_5-S_6$	ON OFF
$S_7-S_8$	ON OFF
korak	1 2 3 4 5 6 7 8 9

Sl. 3.100a Dvopolno (bipolarno) vezje

Sl. 3.100b Zaporedje preklopov stikal

Posamezne faze petfaznega motorja lahko vezemo med seboj na različne načine. Slika 3.101 prikazuje vezavo v peterokotnik in zaporedje preklopov posameznih stikal. Za peterokotnik potrebujemo za vsak vogal bipolarno stikalo (par stikalnih tranzistorjev), tj. skupaj 10 tranzistorjev, sicer potrebujemo 20 tranzistorjev. Za celi korak bodo v tem primeru vzbujevale le 4 faze, peta faza je vezana na kratko.



Sl. 3.101 Krmiljenje petfaznega koračnega motorja za celi korak



in vrtilni moment, ki bo konstanten od koraka do koraka, bo

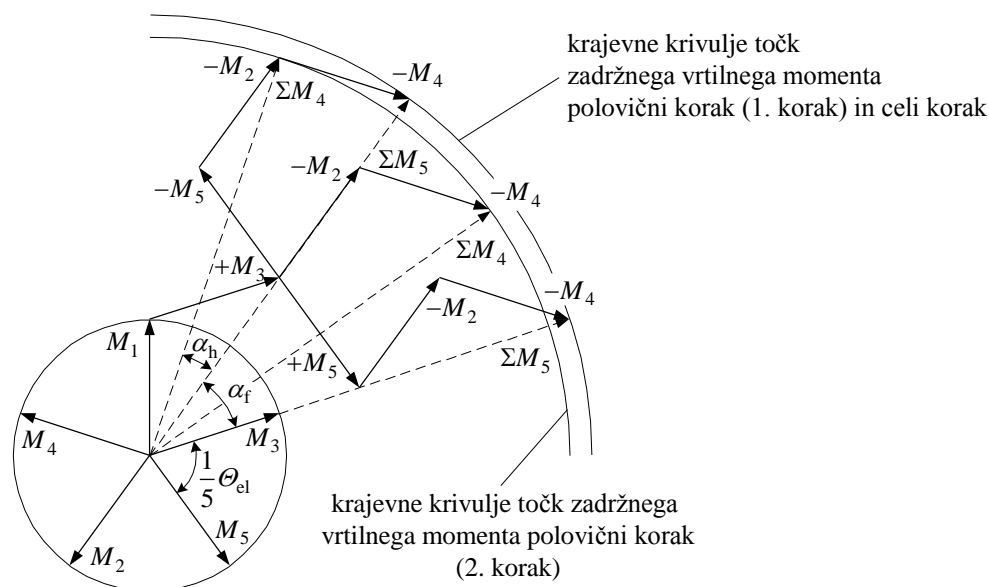
$$\Sigma M_{f2} = \sqrt{8} M_{om}. \quad (3.186)$$

Da se izognemo nepotrebnim nihanjem v dvofaznem pogonu, lahko takšen motor vodimo tudi s polovičnim koračnim kotom:

$$\alpha_{h2} = \frac{1}{8} \tau_r. \quad (3.187)$$

Pri tem se od koraka do koraka menja vrtilni moment v razmerju  $\Sigma M_{f2} / \Sigma M_{h2} = \sqrt{2}$  (sl. 3.102).

Koračni kot ne bo enak, če vodimo ta motor štirifazno, vendar pa lahko dobimo tudi četrtno celega koraka. Za velikost kota velja:  $\alpha_{q1} = \alpha_{q4} \neq \alpha_{q2} = \alpha_{q3}$ . Razmerje zadržnih vrtilnih momentov bo različno, in sicer:  $\sqrt{8} : \sqrt{5} : \sqrt{4}$ . Iz tega spoznamo, da je na ta način grajene motorje smiselno voditi, brez povečanja števila stikalnih tranzistorjev, le dvofazno.



Sl. 3.103 Vektorski diagram za vrtilni moment petfaznega motorja

Pri desetpolnem statorju je pet faz v vektorskem diagramu premaknjenih za:

$$\frac{1}{5} \theta_{el} = 72^\circ_{el} \equiv \frac{1}{5} \tau_r = \left( \frac{72^\circ}{z_r} \right)_{\text{prost.}}. \quad (3.188)$$

Celi korak dosežemo, če je istočasno vzbujanih 5 ali 4 faze. Koračni kot bo:

$$\alpha_{f5} = \frac{1}{10} \tau_r. \quad (3.189)$$

Vodenje s polovičnim korakom dosežemo z menjavo vzbujanja od koraka do koraka med petimi in štirimi fazami:

$$\alpha_{h5} = \frac{1}{20} \tau_r. \quad (3.190)$$

Pulzacija vrtilnega momenta med petimi in štirimi vzbujanimi fazami (sl. 3.103) bo v primerjavi z dvofaznim motorjem relativno majhna. Celi koračni kot petfaznega motorja je s primerjavo enačb (3.185) in (3.189):  $\alpha_{f5} = \alpha_{f2} / 2,5$ .

Na sliki 3.101 je prikazano enostavno dvopolno (bipolarno) vezje za celi korak. Navitje je pri tem vezano v peterokotnik. Posamezne faze peterokotnika je mogoče vezati tudi v zaporedju 1-4-2-5-3 (velja za desno smer obhoda). Istočasno so vzbujane le štiri faze. Zadržni vrtilni moment bo za celi korak:

$$\Sigma M_{f5} = 3,24 M_{\max} \quad (3.191)$$

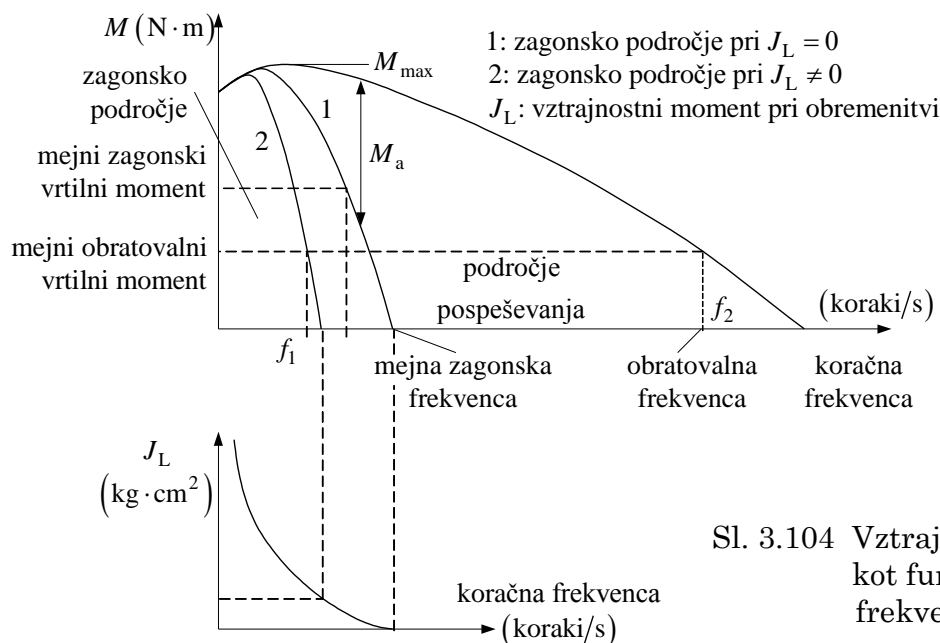
in za polovični korak

$$\Sigma M_{h4} = 3,08 M_{\max}. \quad (3.192)$$

Potrebno je še omeniti, da bo v peterokotnem vezju nevzbujana faza kratko vezana na pozitivni ali negativni pol izvora napetosti, to povzroči dušenje nihanja in s tem boljše obratovalne lastnosti.

### 3.11.4.3 Vrtilni moment in koračna frekvenca

Na gredi motorja je na razpolago zadržni vrtilni moment  $\Sigma M$ . Z  $\Sigma M$  lahko obremenimo motor le v stanju mirovanja. V koračnem obratovanju ne sme maksimalno mogoči obremenilni vrtilni moment zaradi valovitosti poteka krivulje prekoračiti vrednosti  $M_{om}$  na sliki 3.97 (na statični krivulji vrtilnega momenta).



Sl. 3.104 Vztrajnostni moment kot funkcija koračne frekvence

Zaradi trenja v motorju tudi te vrednosti ni mogoče doseči. Pri majhnem številu korakov tudi kinetična energija rotorja in bremenske mase ni dovolj velika za premagovanje najnižjih točk na krivulji. Zato je na sliki 3.104 narisano področje omejitev startnih frekvenc, tj. krivulja 1 brez vztrajnostne mase bremena ( $J_1 = 0$ ) in krivulja 2 z vztrajnostno maso bremena ( $J_2 \neq 0$ ). Zaradi omejitve povečanja toka v navitjih (relativno velika časovna konstanta), kot tudi zaradi naraščanja inducirane napetosti vrtilni moment pada z naraščanjem frekvence. Rezultirajoča krivulja je delovna mejna krivulja. Motor izgubi korak in se zaustavi, če se prekorači pripadajoči mejni vrtilni moment. V notranjosti mejne obratovalne krivulje lahko za  $M$ , s stalnim povečevanjem frekvence (začenši s frekvenco v startnem področju), dosežemo delovno točko v pospeševalnem področju. Za pospešitev vztrajnostne mase (brez zunanjega vrtilnega momenta bremena  $M_L$ ) mora biti na razpolago nek  $M_a$ . Velja:

$$M_a = J \frac{d\Omega_m}{dt}, \quad (3.193a)$$

$$M_a = M_{pm} - M_{zm}. \quad (3.193b)$$

$M_a$  je razlika  $M_{pm}$  (pospeševalnega področja) in  $M_{zm}$  (zagonkega področja).

V notranjosti zagonke mejne krivulje za  $M_{zm}$  lahko iz mirovanja startamo z neko frekvenco in pri tem motor ne pade iz koraka. S povečanjem vztrajnosti se zmanjša zagonko (startno) področje (sl. 3.104), kot kaže potek vztrajnostnega vrtilnega momenta od koračne frekvence.

#### 3.11.4.4 Pospeševanje in zaviranje

Za določen bremenski vrtilni moment  $M_L$  in vztrajnostni vrtilni moment  $J$  vodimo motor od koračne frekvence  $f_1$  v zagonkem področju do  $f_2$  v pospeševalnem področju. Pri tem se koračna frekvenca ne sme menjati trenutno, ker lahko pade motor iz koraka. Za pospeševanje imamo na sliki 3.105 na razpolago vrtilni moment  $M_{a1}$ , ki se pri  $f_2$  zmanjša na vrednost  $M_{a2}$ . Za izrabo tega obstajajo različne možnosti. Glede na sliko 3.105 predpostavimo, da je  $f_2$  že obratovalna koračna frekvenca in je zato  $M_{a2} = 0$ . Sprememba vrtilnega momenta kot funkcija koračne frekvence je linearna. Točka N je vzeta kot nična točka za nadaljnje izračune.

Z omenjenimi predpostavkami lahko napišemo diferencialno enačbo za prehodni pojav pospeševanja, če je  $\Omega_m = \alpha f$  (in je koračni kot  $\alpha$  v radianih):

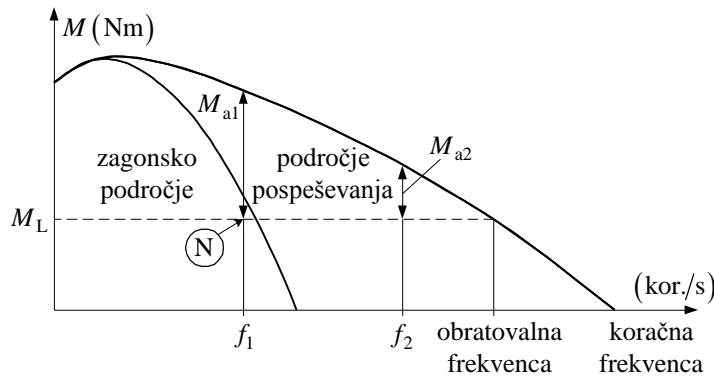
$$M_{a1} \left( 1 - \frac{f}{f_2} \right) = J \alpha \frac{df}{dt}. \quad (3.194)$$



Področje veljavnosti je  $0 \leq f \leq f_2$  in glede na začetno točko N je začetni pogoj  $t = 0$ ,  $f = 0$ . Rešitev diferencialne enačbe z upoštevanjem začetnih pogojev:

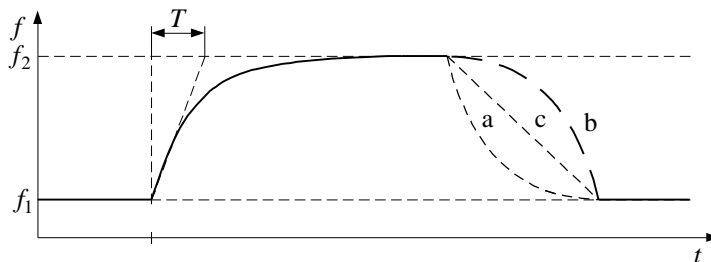
$$f = f_2(1 - e^{-t/T}). \quad (3.195)$$

$T = J \alpha f_2 / M_{a1}$  je časovna konstanta.



Sl. 3.105 Prikaz pospeška motorja, obremenjenega z  $M_L$  od  $f_1$  do  $f_2$

Sprememba frekvenca je "e" funkcija, ki jo je mogoče izvesti relativno enostavno. Boljši približek bi dala parabola, toda linearni približek je vedno zanesljivejši.



Sl. 3.106 Prikaz pospeševanja in zaviranja, koračna frekvenca kot funkcija časa

Za zaviranje bi bila najenostavnejša enaka "e" funkcija v obliki:

$$f = f_2 e^{-t/T}. \quad (3.196)$$

Sprememba  $-df/dt$  (krivulja a na sliki 3.106) v področju  $f_2$  je prevelika. Najboljša bi bila krivulja "b", s katero lahko dalj časa vodimo motor s koračno frekvenco  $f_2$ , ali vsaj premica krivulja "c". Za zaviranje v točki  $f_2$  mora biti  $M_{a2} > 0$  pa tudi trenje pomaga zavirati. Za področje krivulje "c" velja:

$$f = f_2 - \frac{df}{dt} t \quad (3.197)$$

in je maksimalna mogoča sprememba koračne frekvence

$$-\frac{df}{dt} = \frac{M_{a2}}{J \alpha}. \quad (3.198)$$

Največja sprememba koračne frekvence nastane pri reverziranju. Zato ležijo frekvence reverziranja pod zagonskim področjem.

### 3.11.4.5 Dinamični vrtilni moment

Prehodni pojav pri vklopu enosmerne napetosti  $U$  na tuljavo z induktivnostjo  $L$  in ohmsko upornostjo  $R$  opišemo z linearno diferencialno enačbo:

$$U = Ri + L \frac{di}{dt}, \quad (3.199)$$

katere rešitev za tok je poznan izraz v obliki eksponentne funkcije

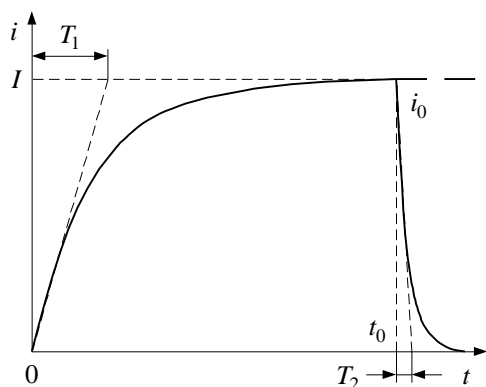
$$i = I(1 - e^{-t/T}) \quad (3.200)$$

in  $I = U/R$  ter  $T = L/R$  časovna konstanta navitja.

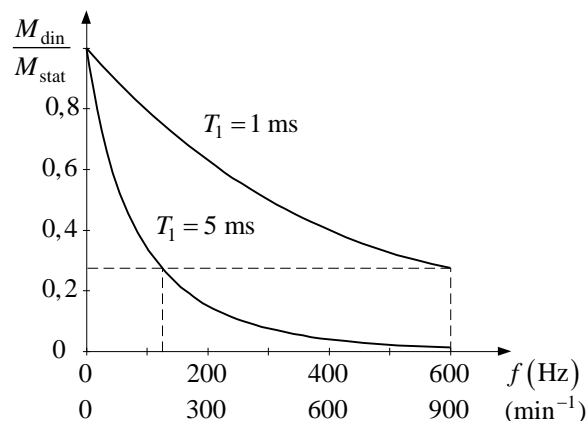
V primeru, da v trenutku  $t_0$  napetost izklopimo, se menja potek toka za  $t > t_0$  po enačbi:

$$i = I(1 - e^{-t_0/T_1})e^{-t/T_2}. \quad (3.201)$$

V časovnih konstantah je zajeta, razen upornosti navitja, tudi notranja upornost napajalnika. Časovni konstanti lahko zmanjšamo, če dodamo pred navitja zaporedno (serijski) predupor  $R_s$  (sl. 3.100a). Potek toka je narisan na sliki 3.107. Velikost  $T_2 \ll T_1$ , ker je notranja upornost napajalnika pri izklopu zelo velika.



Sl. 3.107 Potek toka v navitju v času enega impulza



Sl. 3.108 Razmerje dinamičnega in statičnega vrtilnega momenta

Zato določimo srednjo vrednost toka  $\bar{I}$  le v času  $t=0$  do  $t=t_0$ , ko je navitje pod napetostjo. Dobimo:

$$\bar{I} \approx \frac{1}{t_0} \int_0^{t_0} I(1 - e^{-t/T_1}) dt = I \left( 1 - \frac{T_1}{t_0} (1 - e^{-t_0/T_1}) \right) \quad (3.202)$$

in srednje vzbujanje v zračni reži

$$\bar{\Theta}_\delta = \bar{I}N = N \frac{U}{R} \left( 1 - \frac{T_1}{t_0} \left( 1 - e^{-t_0/T_1} \right) \right). \quad (3.203)$$

Maksimalno vzbujanje, določeno s tokom  $I$ , je  $\Theta_{\delta\max} = IN$ .

Statični vrtilni moment koračnega motorja izračunamo iz enačbe za magnetno energijo:

$$M_{\text{stat}} = \frac{1}{2} \Theta_{\delta\max}^2 \frac{d\lambda}{d\beta}. \quad (3.204)$$

V [L3] je podana enačba za statični vrtilni moment koračnega motorja, v odvisnosti od kota zasuka  $\beta$  iz magnetno ugodne lege (magnetna prevodnost  $\lambda_d$ ) proti magnetno neugodni legi (magnetna prevodnost  $\lambda_q$ ), v naslednji obliki:

$$M_{\text{stat}} = \frac{1}{2} \Theta_{\delta\max}^2 (\lambda_d - \lambda_q) \sin(2\beta). \quad (3.204a)$$

Dinamični vrtilni moment, ki je posledica manjšega povprečnega toka pri hitrih spremembah (visokih koračnih frekvencah), izračunamo iz razmerja:

$$\frac{M_{\text{din}}}{M_{\text{stat}}} = \left( \frac{\bar{\Theta}_\delta}{\Theta_{\delta\max}} \right)^2 = \left( 1 - \frac{T_1}{t_0} \left( 1 - e^{-t_0/T_1} \right) \right)^2. \quad (3.205)$$

Za primer dvo(štiri)-faznega motorja na sliki 3.99a velja, da se zavrti rotor za en vrtljaj (pri celem koračnem kotu  $\alpha_{f2} = 9^\circ$ ) pri  $8p = 40$  krmilnih impulzih ( $p$  je število polovih parov na rotorju). Tako je število vrtljajev rotorja ( $\text{min}^{-1}$ ) določeno s podobno enačbo, kot velja za sinhronske stroje:

$$n = \frac{60f}{8p} = 7,5 \frac{f}{p}. \quad (3.206)$$

Iz enačbe (3.206) izračunamo koračno frekvenco oziroma čas trajanja impulza  $t_0$ :

$$t_0 = \frac{1}{f} = \frac{7,5}{pn}. \quad (3.207)$$

Za  $f = 500$  Hz izračunamo  $n = 750 \text{ min}^{-1}$  in čas trajanja impulza  $t_0 = 2$  ms. Za primer, da je  $T_1 = t_0/2 = 1$  ms, dobimo po enačbi (3.205) vrednost za dinamični vrtilni moment  $M_{\text{din}} = 0,32 M_{\text{stat}}$ . Na sliki 3.108 je prikazano razmerje dinamičnega in statičnega vrtilnega momenta kot funkcija vrtljajev za časovni konstanti  $T_1 = 1$  ms s preduporom  $R_s$  in  $T_1 = 5$  ms brez predupora. Opazimo, da je področje uporabe takšnega motorja s preduporom med 0 in  $900 \text{ min}^{-1}$ , tj. pri koračni frekvenci med 0 in 600 Hz, brez predupora pa le do  $\approx 125$  Hz.

### 3.12 LITERATURA ZA SINHRONSKE STROJE

- [1] G. Müller, Elektrische Maschinen, Grundlagen, Aufbau und Wirkungsweise, VEB Verlag Technik, Berlin 1970
- [2] G. Müller, Elektrische Maschinen, Theorie rotierender elektrischer Maschinen, VEB Verlag Technik, Berlin 1967
- [3] I. Zagradišnik, Električni in elektromehanski pretvorniki, Fakulteta za elektrotehniko, računalništvo in informatiko, Univerza v Mariboru, Maribor 2022
- [4] S. A. Nasar, L. E. Unnewehr, Electromechanics and Electric Machines, John Wiley & Sons, New York – Chichester – Brisbane – Toronto, 1979
- [5] R. Richter, Elektrische Maschinen, Zweiter Band, Synchronmaschinen und Einankerumformer, Verlag Birkhäuser, Basel/Stuttgart 1953
- [6] Z. Sirotić, Z. Maljković, Sinkroni strojevi, Fakultet elektrotehnike i računarstva Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb 1996
- [7] D. Zavadlav, Sinhronski stroj, izvlečki predavanj, VTO Elektrotehnika, Maribor 1983
- [8] D. W. Novotny, T. A. Lipo, Principles of Vector Control and Field Orientation, University of Wisconsin – Madison, 1991
- [9] IEC 60034-4-1, Rotating electrical machines – Part 4-1: Methods for determining electrically excited synchronous machine quantities from tests, © IEC 2018, Genève, Suisse
- [10] Thyssen Edelstahlwerke AG, Dauermagnetische Werkstoffe, Magnetfabrik Dortmund 1983
- [11] H. Moczala & co., Elektrische Kleinstmotoren und ihr Einsatz, Expert Verlag Grafenau 1/Württ., Germany 1979
- [12] H. Krauß, G. Heine, Schrittmotoren – Aufbau, Funktionsweise und Anwendung, Berger Lahr GmbH, Juli 1981
- [13] G. Heine, Mehrphasiger Schrittmotoren mit hohem Auflösungsvermögen, Berger Lahr GmbH, Februar 1980
- [14] G. Heine, Steuerschaltungen für 5-Phasen-Hybrid-Schrittmotoren, Berger Lahr GmbH, August 1981
- [15] D. F. Lazaroiu, S. Slaiher, Elektrische Maschinen kleiner Leistung, VEB Verlag Technik Berlin, 1976
- [16] I. Boldea, L. Tutelea, Electric Machines, CRC Press, Taylor&Francis Group, Boca Ration, London, New York 2010

## 4 KOMUTATORSKI STROJI

### 4.1 UVOD

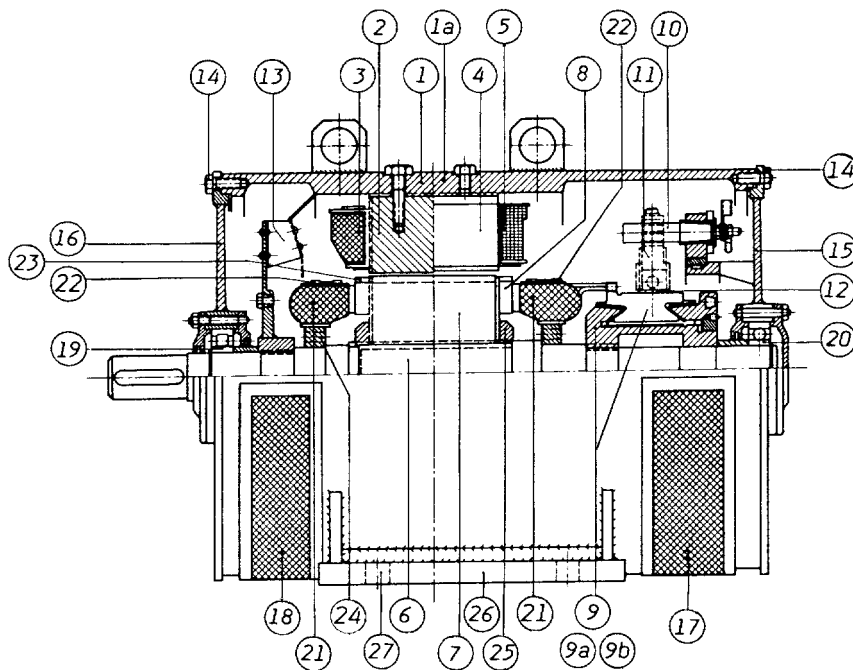
Komutatorski stroji predstavljajo električne stroje s komutatorjem v sekundarnem delu. Ta sekundarni del je običajno rotor. Komutator bi bilo mogoče zgraditi tudi na statorju, vendar se to iz praktičnih razlogov ne dela. Sklop komutator-ščetka je mogoče zamenjati tudi z elektroniko. V tem primeru predstavlja stator sekundar. Komutatorske stroje delimo na enosmerne in izmenične stroje, odvisno od vrste priključene napetosti. Enosmerni stroji so starejšega izvora, medtem ko spadajo izmenični stroji med mlajše.

#### 4.1.1 Sestavni deli

Zgodovinsko gledano je enosmerni komutatorski stroj prvi elektromagnetni stroj, ki smo ga dobili za pretvarjanje mehanske energije v električno. Začetki prvega enosmernega motorja, ki je bil napajan iz galvanske baterije, segajo v leto 1838. Današnjo obliko so enosmerni motorji dobili že konec prejšnjega stoletja. Nekaj časa je kazalo, da se enosmerni stroji ne bodo več uporabljali, vendar je z uvedbo avtomatizacije in robotizacije enosmerni stroj (motor) ponovno pridobil na veljavi, ker ga lahko veliko bolj enostavno in hitreje krmilimo kot izmenične stroje.

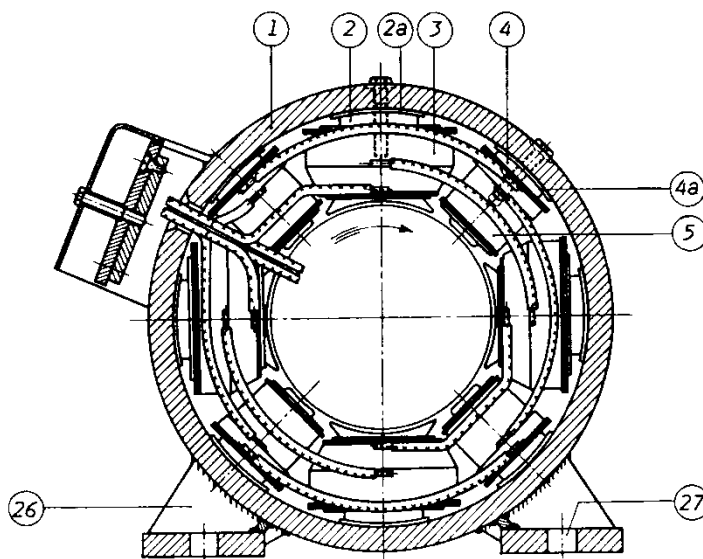
Enosmerni stroj je glede na izvedbo enak sinhronskemu stroju. Razlika je v tem, da ima enosmerni stroj vzbujalne pole nameščene na statorju, navitje kotve, to je glavno navitje, pa na rotorju. Razen tega je na rotorju nameščen še komutator. V novejšem času imamo tudi izvedbe s trajnimi magneti, to je brez vzbujalnih polov, ki so lahko tudi na rotorju, navitje kotve pa je na statorju. Stroj v tem primeru sploh nima komutatorja in je po zgradbi enak sinhronskemu stroju. Komutacija je izvedena z elektroniko.

Normalni enosmerni stroj manjše moči (približno 6 kW in hitrosti vrtenja 1500 vrtljajev v minuti) je prikazan v preseku na slikah 4.1a in 4.1b. Slika 4.1a prikazuje vzdolžni presek glavnega pola na levi polovici in pomožnega pola na desni polovici stroja. Na sliki 4.1b je prikazan prečni presek istega stroja. Glavni sestavni deli statorja so: ohišje (1), glavni pol (2) z vzbujalnim navitjem (3) in pomožni ali komutacijski pol (4) s svojim navitjem (5). Glavni sestavni deli rotorja so: gred (6), na katero je nataknen lamelirani rotorski paket (7), ki ima v utorih navitje (8), s priključki na komutator (9). Na obeh straneh imamo ležajni ščit (15), (16) z ležaji (19), (20). Na desni ščit so pritrjena držala ščetk (11) s ščerkami (12). Na gredi rotorja je pritrjen še ventilator (13) za hlajenje stroja.



Sl. 4.1a Vzdolžni presek enosmernega stroja

Komutator (9) je sestavljen iz posameznih, med seboj izoliranih (običajno bakrenih) lamel. Izolacija med lamelami je iz komutatorskega mikanita<sup>1</sup>. Izolacija mikanit je tudi med komutatorjem in rotorjem, to je med pestom (9a) in lastovičjim repom (9b).



Sl. 4.1b Prečni presek enosmernega stroja

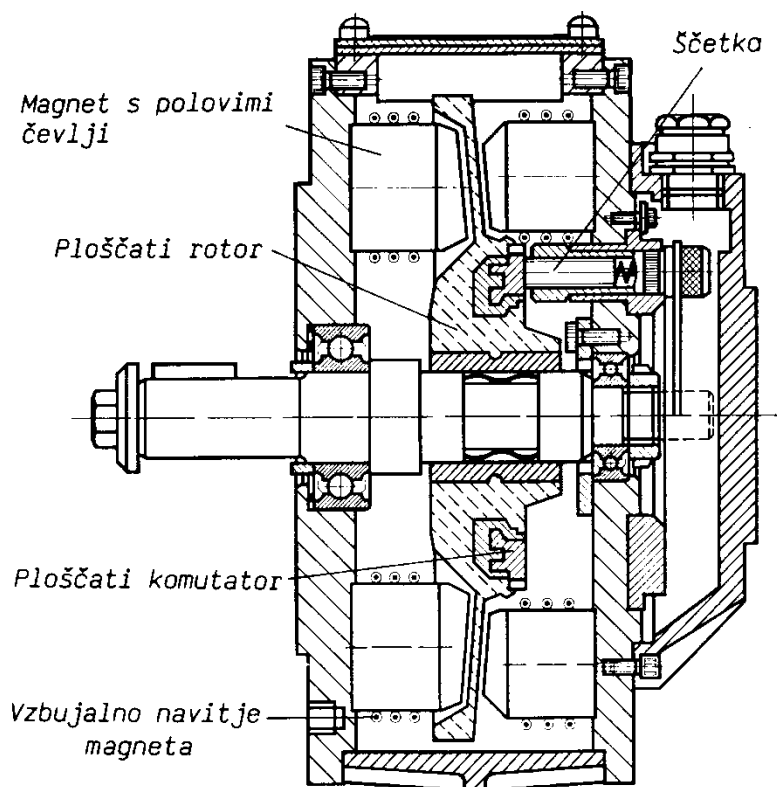
Sestavni deli, ki so oštevilčeni na sliki 4.1a in b, imajo naslednji pomen:

1 – ohišje statorja, 1a – jarem statorja, 2 – glavni pol, 2a – pločevina glavnega pola, 3 – navitje glavnega pola, 4 – pomožni pol, 4a – pločevina pomožnega pola, 5 – navitje pomožnega pola, 6 – gred rotorja, 7 – rotorski paket, 8 – navitje kotve (armature), 9 – komutator (kolektor), 9a – pesto, 9b – lastovičji rep z izolacijo, 10 – sornik držal ščetk, 11 – držala ščetk, 12 – ščetke, 13 – ventilator, 14 – vijaki za

<sup>1</sup> Mikanit je zlepljena sljuda.

pritrditve ležajnih ščitov, 15, 16 – ležajna ščita, 17, 18 – odprtine za vstop in izstop zraka, 19, 20 – ležaja, 21 – glave navitja, 22 – bandaža navitja rotorja, 23 – utorni klini, 24 – nosilec glave navitja, 25 – tlačni prstan, 26 – noga stroja, 27 – pritrtilne izvrtine.

Na sliki 4.2 imamo majhen enosmerni stroj, ploščate izvedbe. To je v bistvu servomotor, ki ga uporabljamo v avtomatizaciji. Na statorju ima trajne magnete s polovimi čevlji in vzbujalnim navitjem za magnetenje magnetov. Rotorsko navitje je v obliki plošče (diska), zato imenujemo tovrstne motorje tudi diskasti motorji. Na rotorju imamo še ploščati komutator, na statorju pa ščetko z držali. Prednost teh motorjev je predvsem majhen vztrajnostni moment zaradi majhne mase rotorja, ki nima železnega paketa, ampak le navitje, zalito z izolacijsko maso.



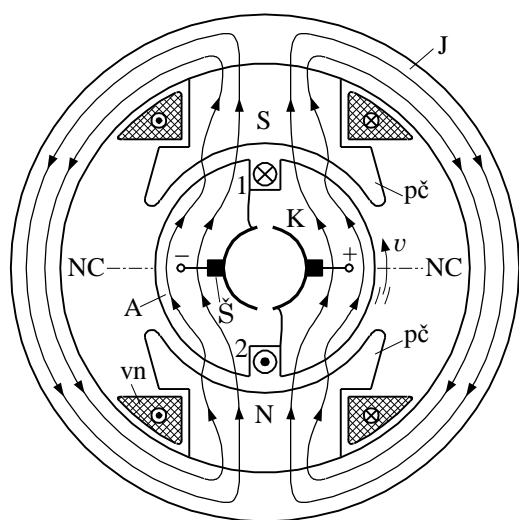
Sl. 4.2 Enosmerni motor z diskastim rotorjem in trajnimi magneti

#### 4.1.2 Osnovni način delovanja

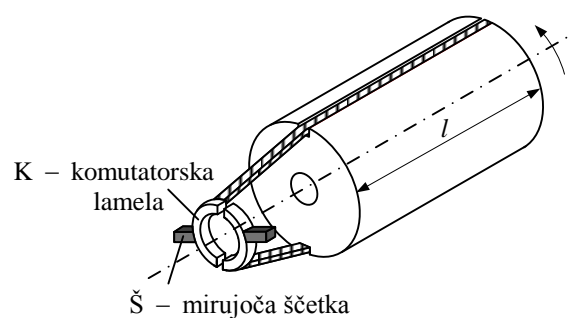
Enosmerni stroj je v bistvu pretvornik energije. Če pretvarja mehansko energijo v električno energijo enosmerne napetosti, je to enosmerni generator, če pretvarja električno energijo v mehansko, dobimo enosmerni motor.

Kot ostali električni stroji, ima enosmerni stroj aktivne dele, ki prevajajo magnetne flukse in električne toke. Magnetno polje, vzbujano z vzbujalnim navitjem ali s trajnimi magneti, inducira napetost v navitju kotve pri vrtečem se rotorju. Tako dobimo dva električna tokokroga, povezana z enim magnetnim fluksom. Na sliki 4.3 je prikazan presek enostavnega dvopolnega enosmerne stroja. Vzbujalno navitje

(vn) vzbudi magnetni fluks  $\Phi$ , ki se razprostira po polih (N, S) s polovimi čevlji (pč), po jarmu (J), železu kotve (A) in v zračni reži med kotvo rotorja in polovimi čevlji. Na kotvi (rotorju) imamo le dva diametralno nasprotna utora (1, 2), v katerih ležita odgovarjajoči stranici tuljave kotve. Na sliki 4.3 sta izvoda tuljave spojena s komutatorjem (K). Na komutatorju (K) ležita ščetki (Š), ki sta spojeni s sponkama (+) in (-). Ščetki ležita v nevtralni coni, označeni z (NC). Komutator je mehansko pritrjen na rotorju in se vrti skupaj z njim, medtem ko so ščetke pritrjene na stator in so nepremične. Pri vrtenju rotorja ščetki torej drsita po komutatorju. Zaradi lažje predstave je na sliki 4.4 prikazan detajl komutator – kotva z dolžino železnega paketa ( $l$ ).

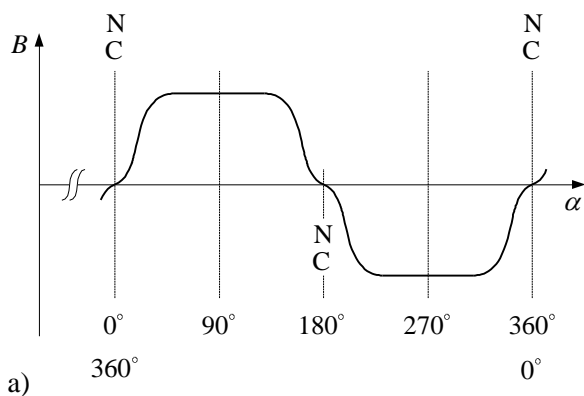


Sl. 4.3 Skica preseka enostavnega dvopolnega enosmernega stroja

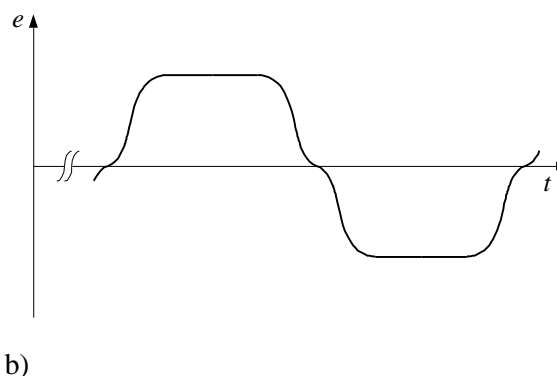


Sl. 4.4 Komutator in kotva s tuljavo ter rotorskim paketom

Prostorsko razdelitev magnetnega polja v zračni reži tik ob površini rotorja prikazuje slika 4.5a. Na njej je krožnica v zračni reži, na kateri opazujemo magnetno polje, razvita v ravnino. Rezultat je mirujoče polje. Pri tem opazimo, da je pod poli gostota polja  $B$  konstantna, v prostoru med poli pa njena vrednost pada zaradi povečane magnetne upornosti; to je posledica povečane zračne reže.



Sl. 4.5a Razdelitev mag. polja v zračni reži



Sl. 4.5b Inducirana napetost v vodniku



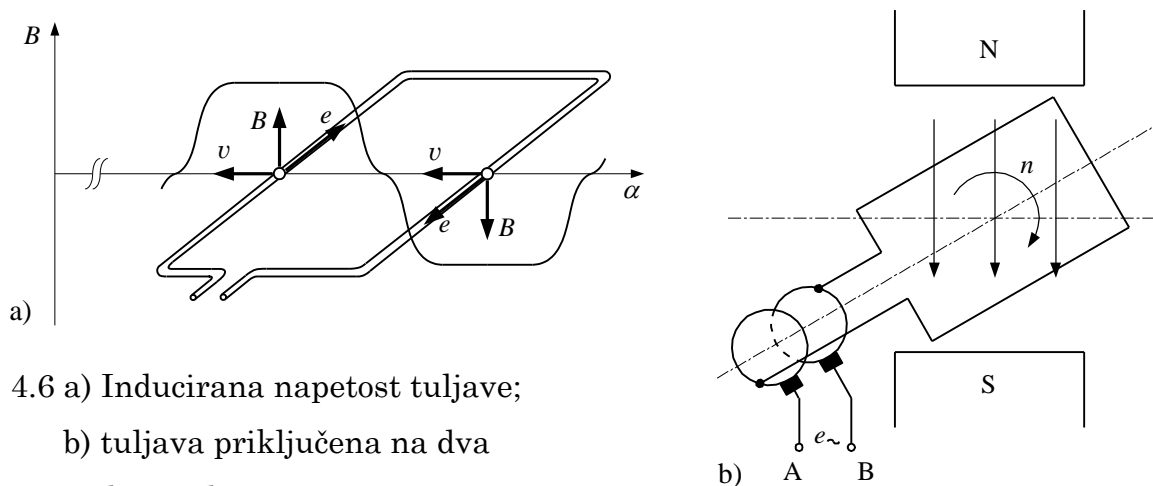
Za določeno konstrukcijo stroja je velikost polja odvisna le od vzbujanja.

V primeru, da rotor vrtimo s pogonskim strojem v smeri puščice, se v eni stranici tuljave, če ima ta le eno palico, inducira napetost po znani enačbi:

$$e_p = v \cdot B \cdot l. \quad (4.1)$$

Hitrost  $v$  in gostota polja  $B$  sta med seboj pravokotni. Dolžina  $l$  je aksialna dolžina železnega paketa in je pravokotna na ravnino (sl. 4.3). Če je produkt  $v \cdot l$  konstanten, je inducirana napetost proporcionalna gostoti  $B$ , kot se vidi na sliki 4.5b.

Opazovanje razširimo na celo tuljavo, ki se vrti s konstantno obodno hitrostjo. Oblika inducirane napetosti je prikazana na sliki 4.6a. Napetosti v obeh stranicah tuljave sta nasprotno usmerjeni. Ker sta palici tuljave vezani v serijo, dobimo v tuljavi dvakrat večjo geometrijsko vsoto inducirane napetosti od inducirane napetosti ene palice  $e_p$  (po enačbi (4.1)). Časovno je po obliki inducirana napetost tuljave enaka kot za palico. Gledano s strani rotorja, je ta napetost izmenična.

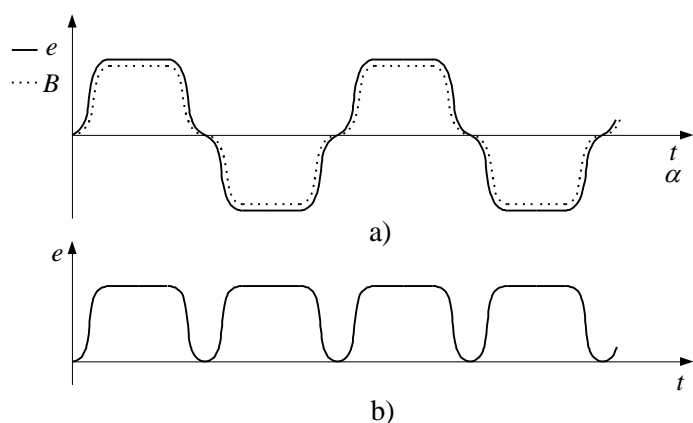


Sl. 4.6 a) Inducirana napetost tuljave;

b) tuljava priključena na dva drsna obroča

V primeru, da je tuljava vezana na dva drsna obroča, po katerih drsita dve mirujoči ščetki (sl. 4.6b). Na sponkah A in B dobimo izmenično napetost enake oblike, kot je prikazana na sliki 4.6a.

Naslednji korak izvedemo tako, da namesto dveh drsnih obročev vzamemo le enega in ga prerežemo. Sedaj je tuljava priključena na dve lameli (sl. 4.3 ali 4.4). Celoten pojav gledamo sedaj s strani ščetk. Točka opazovanja (ščetka) stoji, lamela komutatorja pa se vrti z rotorjem. Ščetka (+ sponka) drsi npr. po desni lameli (sl. 4.3) in snema stanje pod N polom. Ko pride tuljava v nevtralno cono, se opazovana lamela odmika, pod ščetko pride druga lamela, na katero je vezana druga stranica tuljave, ki se pojavi sedaj pod istim (N) polom kot prej prva stranica. Na ščetki (+ sponka) dobimo torej stalno napetost enake smeri. Enako velja za drugo sponko (-). Na sliki 4.7a je prikazana časovna slika inducirane napetosti v tuljavi, ki odgovarja prostorski sliki.

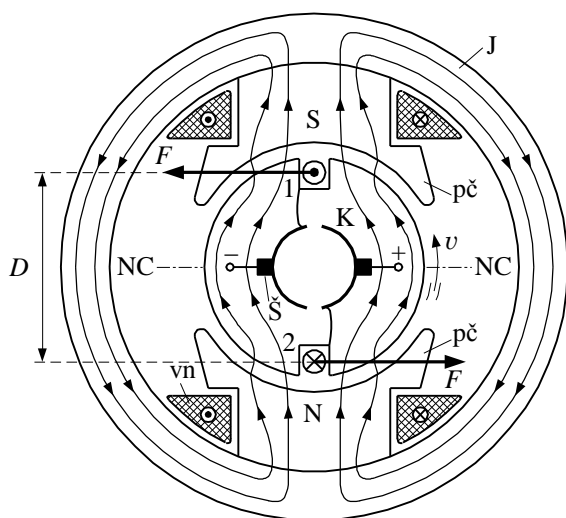


Sl. 4.7 a) Prostorska in časovna slika inducirane napetosti tuljave;  
b) napetost na ščetkah

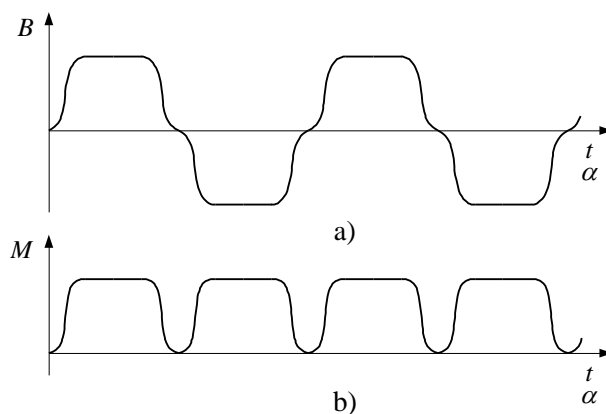
Na sliki 4.7b je prikazana na ščetkah napetost, ki je enake smeri, vendar pulzirajoče oblike. Komutator je torej mehanični usmernik, ki pretvarja izmenično napetost in tok v enosmerno napetost in tok.

Do sedaj opisan način dela enosmerne stroja velja za generatorsko obratovanje. V primeru motorskega obratovanja uporabimo ponovno sliko 4.3, vendar na sponke ščetk (+) in (-) pritismo enosmerno napetost.

V tuljavi kotve dobimo tok  $I$ , vendar nasprotne smeri kot na sliki 4.3, zato je na sliki 4.8 ponovno prikazan detajl rotorja. Ker je sedaj vodnik v polju gostote  $B$  in teče v njem tok  $I$ , se pojavi sila  $F$ , ki poskuša vodnik izriniti iz polja.



Sl. 4.8 Prikaz sile na vodnike



Sl. 4.9 a) Gostota magnetnega pretoka;  
b) vrtilni moment enosmerne motorja

Za velikost sile na tokovodnik velja enačba:

$$F = I \cdot B \cdot l. \quad (4.2)$$

Ker ima tuljava dve stranici, dobimo par sil, ki ustvarita vrtilni moment (navor):

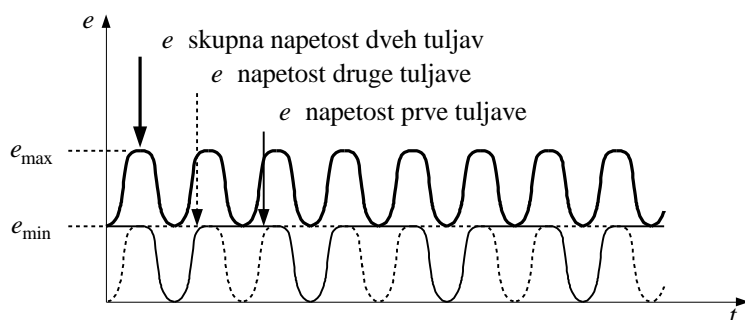
$$M = F \frac{D}{2} + F \frac{D}{2} = FD. \quad (4.3)$$

Rotor se bo zavrtil v levo. Vrtilni moment pade na nič, ko prideta palici v nevtralno cono. V primeru, da vztrajnost zavrti rotor preko nevtralne cone, prideta palici v magnetno polje nasprotne smeri, toda ker se istočasno spremeni smer toka, obodna sila drži smer, prav tako tudi vrtilni moment; to je prikazano na sliki 4.9.

V osnovi ni razlike v načinu gradnje enosmernega motorja in generatorja. Tako lahko vsak motor dela kot generator in obratno. Zaradi tega se tudi v generatorju pojavi sila in vrtilni moment, ta pa nasprotuje vrtilnemu momentu pogonskega stroja in je vedno manjši od njega. Tudi napetost na sponkah generatorja je manjša od inducirane napetosti ( $U \leq E$ ) zaradi padcev napetosti v rotorju. Obratno je pri motorju, kjer se pojavi inducirana napetost, ki je manjša od pritisnjene ( $E \leq U$ ). Za motorsko obratovanje velja v bistvu enaka fizikalna slika kot za generatorsko obratovanje.

Če se vrnemo k sliki 4.7b za enosmerno napetost ali k sliki 4.9b za vrtilni moment, sta v bistvu oba pulzirajoča. Predpostavimo, da imamo na sliki 4.3 namesto dveh utorov štiri, torej dve tuljavi, postavljeni pod kotom  $90^\circ$ , eno od teh v nevtralni coni, drugo v sredini pola. Vsaka tuljava bi imela svoji lameli in ščetki. Njune sponke bi vezali zaporedno. Vsaka tuljava zase daje pulzirajočo napetost, obe skupaj napetost, kot je prikazano na sliki 4.10.

Skupna napetost je še vedno pulzirajoča, vendar je pulzacija manjša. Z dodatnim povečanjem števila utorov oziroma tuljav bo ustrezno zmanjšana valovitost enosmerne napetosti.



Sl. 4.10 Valovitost napetosti dvopolnega stroja z dvema tuljavama

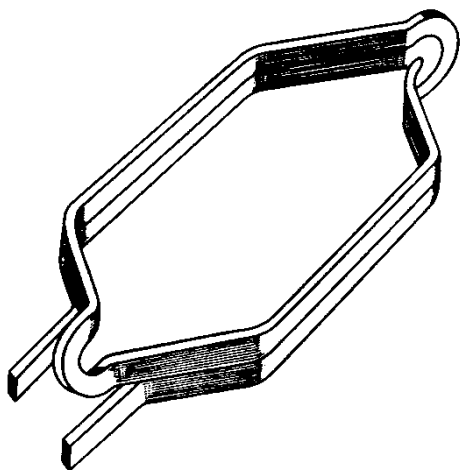
## 4.2 NAVITJA KOMUTATORSKIH STROJEV

### 4.2.1 Osnovni pojmi

Tuljava navitja ima dve stranici, ki ležita vsaka v svojem utoru. Prvi pojem je širina tuljave, ki pomeni razdaljo med obema stranicama. Ta je tolikšna, da leži ena stranica pod N polom, druga pod S polom; to se vidi že na sliki 4.3. Ta razdalja ustreza približno polovemu loku  $\tau_p$ . Polov lok  $\tau_p$  ( $\tau_p = D\pi / (2p)$ ) lahko merimo kot lok na obodu stroja v metrih ali kot število utorov  $Q_p$  ( $Q_p = Q / (2p)$ ), ki odpadejo

na polovo delitev. Tuljava s širino enako  $\tau_t = \tau_p$  je premerska tuljava. Tuljava z manjšo širino ( $\tau_t < \tau_p$ ) je tetivna tuljava.

Slika 4.11 prikazuje praktično izvedbo tuljave z dvema ovojem. Ker je po obliki tuljava na sliki 4.11 podobna zanki, imenujemo navitje s takšnimi tuljavami tudi

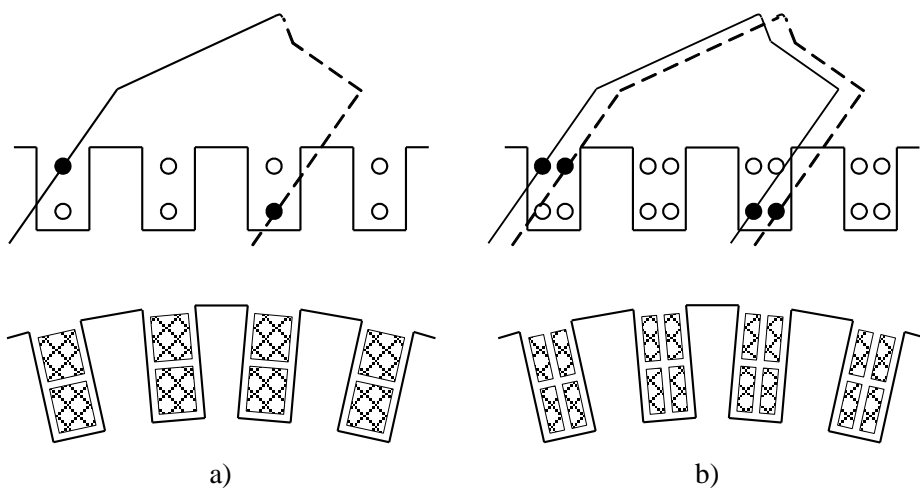


Sl. 4.11 Izvedba tuljave

zankasto navitje. Tuljava, prikazana na sliki 4.11, ima dva priključka, tj. začetek in konec. Priključka vežemo na lamele komutatorja. Začetek in konec tuljave se vežeta na sosednji lameli. V primeru, da stranica tuljave zasede celoten prostor v utoru, je to enoplastno navitje.

Boljša izvedba navitja je dvoplastno navitje, kjer ena stranica tuljave zasede le polovico utora, druga polovica pa je prosta za stranico druge tuljave, kot je prikazano na sliki 4.12a.

Pri dvoplastnem navitju je mogoče tuljave skrajšati in tako prihraniti baker. Seveda je lahko v utoru tudi več stranic tuljav v eni plasti, ki ležijo druga zraven druge. Govorimo tudi o "u" stranicah tuljav na plast v utoru.



Sl. 4.12 Razporeditev stranic tuljave v utore: a) za eno tuljavo v utoru  $u = 1$   
b) za dve tuljavi v utoru  $u = 2$

Na splošno velja, da je število lamel komutatorja enako številu tuljav v  $Q$  utorih:

$$K = u Q. \quad (4.4)$$

Če ima tuljava  $N_t$  ovojev, bo število vodnikov (palic) za celo navitje:

$$z = 2 K N_t. \quad (4.5)$$

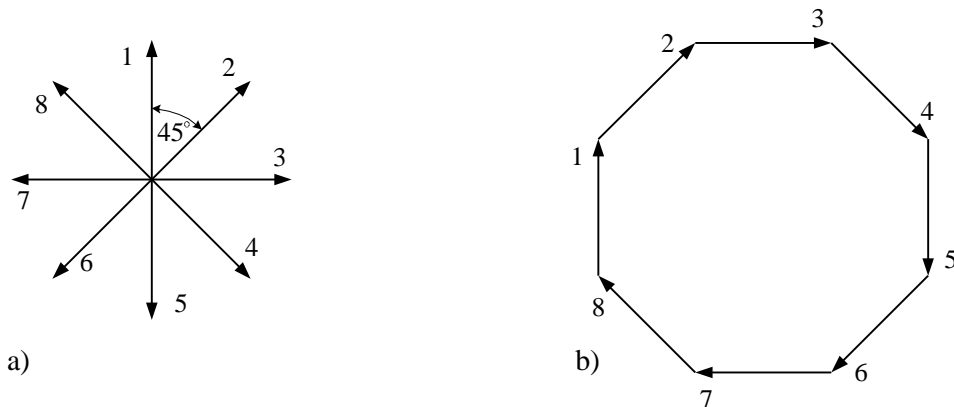
Slika 4.12b prikazuje razporeditev dveh stranic tuljav na plast v utoru ( $u = 2$ ).

Za izmenične stroje je znano, da bo pri sinusni razporeditvi polja v prostoru inducirana napetost v posameznem vodniku sinusna. To napetost ponazorimo z vektorjem (kazalcem). Vsi vodniki v istem utoru imajo vektor napetosti enake smeri in velikosti. Med sosednjimi utori bo električni kot odvisen od števila polovih parov  $p$ :

$$\alpha = p\alpha_Q = \frac{p 360^\circ}{Q}. \quad (4.6)$$

Napetosti vseh utorov prikažemo z vektorsko zvezdo, kot je narisano na sliki 4.13a za dvopolni stroj ( $p = 1$ ) z osmimi utori ( $Q = 8$ ) in eno tuljavo v utoru ( $u = 1$ ). Iz teh podatkov dobimo  $\alpha = 45^\circ$ .

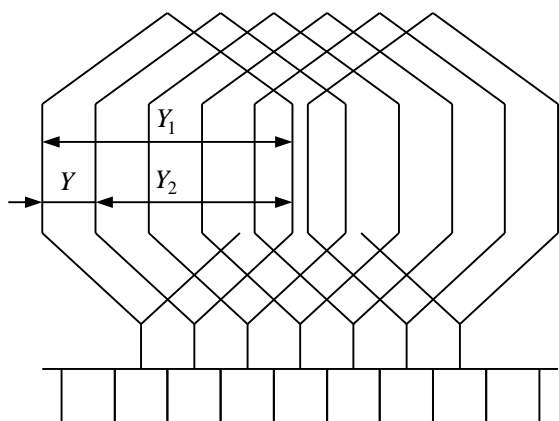
Če vežemo konec prve tuljave z začetkom druge itd., nastane vektorski mnogokotnik (sl. 4.13b). Tak vektorski mnogokotnik ustvari navitje, ki je zaključeno oziroma vezano samo vase. Ko postavimo ščetke na dve točki na komutatorju, razpade navitje na dve polovici – paralelni veji. Z uvedbo oznake za število paralelnih vej  $a$  na polovici kotve (armature) dobimo v našem primeru  $a = 1$ ; oziroma na obodu kotve celotno število paralelnih vej  $2a = 2$ . To je seveda minimalno število, mogoče pa je imeti tudi več paralelnih vej.



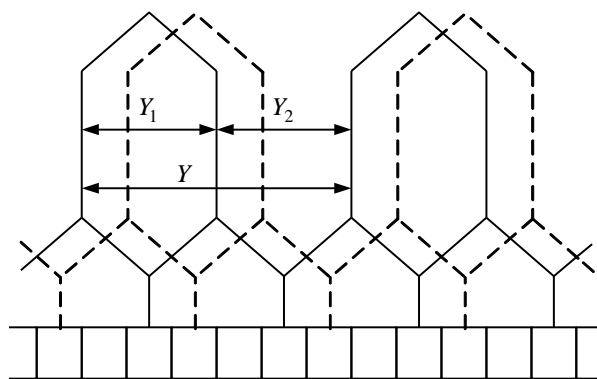
Sl. 4.13 Vektorska zvezda in mnogokotnik za stroj  $p = 1$ ,  $Q = 8$ ,  $u = 1$

Če zelo povečamo število utorov  $Q$ , se mnogokotnik na sliki 4.13b približuje obliki kroga. Pri večjem številu polovih parov ( $p > 1$ ) se kazalci vektorske zvezde po prvem obhodu oboda kotve pokrivajo, toda le v primeru, če imata  $Q$  in  $p$  skupni delitelj " $t$ ". V primeru, da je  $t$  največji skupni delitelj in je  $t > 1$ , dobimo  $t$ -kratno zvezdo oziroma mnogokotnik.

Glede na to, kako povežemo posamezne tuljave, dobimo različne izvedbe navitij. Če povežemo konec tuljave z začetkom sosednje tuljave, nastane zankasto navitje, kot je prikazano na sliki 4.14. V primeru, ko povežemo konec tuljave z začetkom nekaj preskočenih tuljav v smeri napredovanja, dobimo valovito navitje (sl. 4.15).



Sl. 4.14 Način vezave tuljav za zankasto navitje



Sl. 4.15 Način vezave tuljav za valovito navitje

Na slikah 4.14 in 4.15 imamo prikazane tudi lamele komutatorja, na katere so vezani začetki in konci tuljav. Zpomnimo si pravilo, da je število lamel  $K$  enako številu tuljav, izračunanih po enačbi (4.4).

Širino tuljav navitja izraženo s številom utorov izberemo glede na  $Q_p = Q/2p$  v primeru, da je  $u = 1$ , kot pri navitjih izmeničnih strojev, po enačbi:

$$Y_1 \lesseqgtr Q_p. \quad (4.7)$$

Če je število utorov na pol  $Q_p$  ulomek, npr. 4,75 za  $Q=19$  in  $2p=4$ , lahko vzamemo za širino tuljav tudi  $Y_1 = 5 > Q_p$ , ker dobimo večjo inducirano napetost kot za  $Y_1 = 4$ . Za več tuljav v plasti utora ( $u > 1$ ), izrazimo širino tuljav s številom lamel:

$$Y_{11} = \frac{K}{2p} = \frac{uQ}{2p}. \quad (4.7a)$$

Pri navitjih za enosmerne stroje poznamo razen širine tuljave  $Y_1$ , dodatno še širino napredovanja (pomika) navitja  $Y$  ter vezalno širino  $Y_2$ .

Glede na sliko 4.14 velja za zankasto navitje:

$$Y = Y_1 - Y_2 \quad (4.8)$$

in za valovito navitje (sl. 4.15)

$$Y = Y_1 + Y_2. \quad (4.9)$$

#### 4.2.2 Zankasto navitje

Teoretično je mogoče izvesti navitje pri vsakem številu utorov  $Q$ , pri poljubnem številu stranic tuljav na plast v utoru  $u$  in za poljubno število polovih parov. Če želimo imeti stroj z dobrimi lastnostmi, veljajo za izvedbo navitja določena pravila. Tako ločimo simetrična in nesimetrična navitja, kot pri izmeničnih strojih, ter

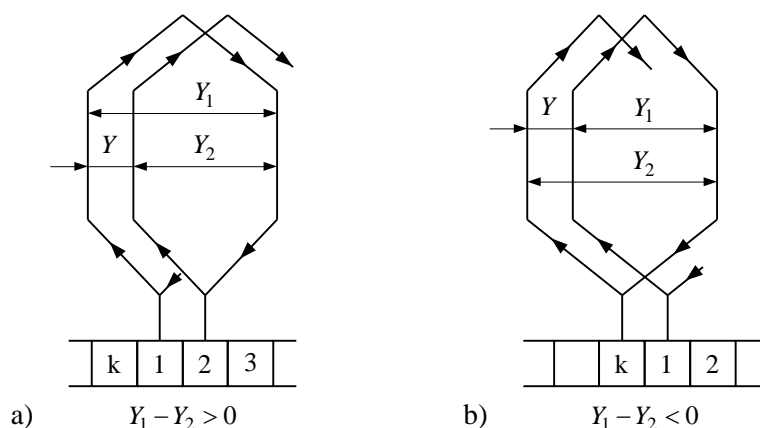
križana in nekrižana navitja. Ločimo še enohodna od večhodnih navitij, kakor tudi stopničasta od normalnih, nestopničastih navitij.

Navitje je simetrično, če ima identično geometrijsko in magnetno sliko pod vsemi polovimi pari. Tak stroj ima v pogonu boljše lastnosti. Pogoja za simetrijo sta:

$$Q/p = \text{celo število}, \quad (4.10a)$$

$$K/p = \text{celo število}. \quad (4.10b)$$

Kdaj je zankasto navitje križano ali nekrižano, nam najbolje prikazujeta sliki 4.16a oziroma 4.16b.



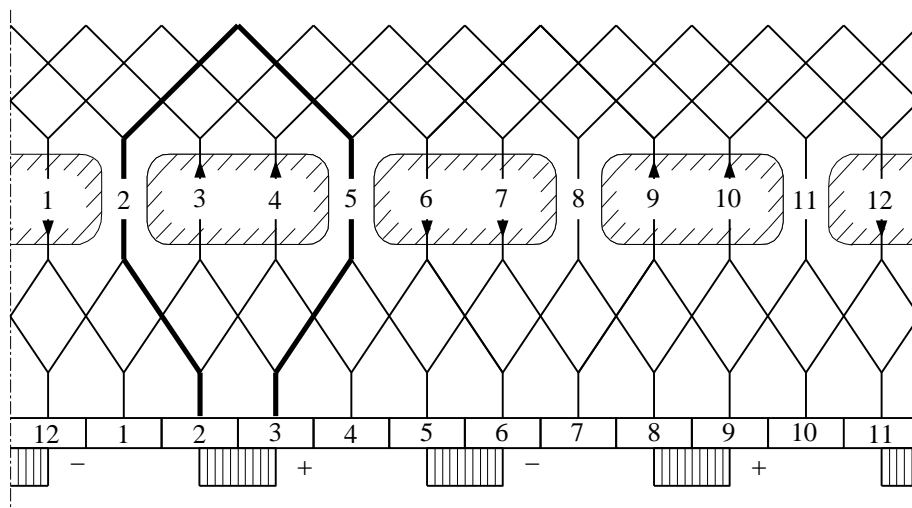
Sl. 4.16 Prikaz: a) nekrižanega in b) križanega zankastega navitja

Za širino navitja po enačbi (4.8), v primeru, da je  $Y > 0$ , izvod z vezalno širino  $Y_2$  ne križa predhodne tuljave na sliki 4.16a. Vidimo, da pri nekrižanem navitju napredujemo v desno. Za križano navitje je pomik navitja  $Y < 0$ , kot kaže slika 4.16b. Takoj lahko povemo, da je za lastnosti navitja odločilen podatek " $Y$ " navitja, ki je  $Y \geq 1$  ali  $Y \leq -1$ . V primeru, da je  $|Y| > 1$ , ne vežemo v serijo sosednje tuljave, ampak preskočimo  $(m-1)$  tuljav. V tem primeru govorimo o  $m$ -stopenjskem ali  $m$ -hodnem navitju. Vsako zankasto navitje je  $m$ -hodno s širino pomika navitja:

$$Y = m. \quad (4.11)$$

Za  $m$ -hodno navitje velja, da dobimo " $t$ " ločenih navitij, če je  $t$  največji skupni delitelj med številom lamel  $K$  (ali tuljav  $uQ$ ) in  $m$ . Za  $t=1$  velja, da je širina ščetke enaka širini lamele. Za  $t > 1$  morajo biti tudi ščetke ustrezno širše.

Za boljše razumevanje zankastega navitja je na sliki 4.17 prikazano navitje s podatki:  $2p=4$ ,  $Q=12$ ,  $u=1$ ,  $K=uQ=12$ . Pri tem velja, da je širina tuljav, računana s številom lamel za premersko navitje po enačbi (4.7a), enaka  $Y_{II} = Y_I = = K/(2p) = 12/4 = 3$ . Izberemo  $Y = m = 1$  in po enačbi (4.8) izračunamo vezalno širino  $Y_2 = 2$ . S temi podatki narišemo navitje in ga vežemo na lamele komutatorja. Na sliki 4.17 imamo prikazane tudi štiri ščetke (ker je  $2p=4$ ), ki nam razdelijo navitje na štiri paralelne veje. To ugotovimo, če sledimo smeri tokov.



Sl. 4.17 Shema enohodnega nekrižanega zankastega navitja za:

$$p = 2, Q = 12, u = 1, Y_1 = 3, Y_2 = 2, Y = 1, \text{ korak } 1 - 4$$

Komutatorska navitja imajo vedno paralelne veje, katerih število  $a$  je po IEC določeno na polovico oboda stroja. Za celi obod velja za zankasta navitja splošna enačba:

$$2a = 2p. \quad (4.12)$$

Torej je število paralelnih vej enako številu polov. Iz tega sledi, da je tudi število ščetk enako številu polov. Na ščetke morajo biti vezane tiste tuljave, ki leže v nevtralni coni, tj. v simetrali med poli.

Tok v ščetki (komutatorju) izračunamo po enačbi:

$$I_c = \frac{I}{p} = \frac{I}{a}. \quad (4.13a)$$

Tok v veji navitja komutatorja oziroma v vodniku veje izračunamo po enačbi:

$$I_{ca} = \frac{I_c}{2} = \frac{I}{2a}. \quad (4.13b)$$

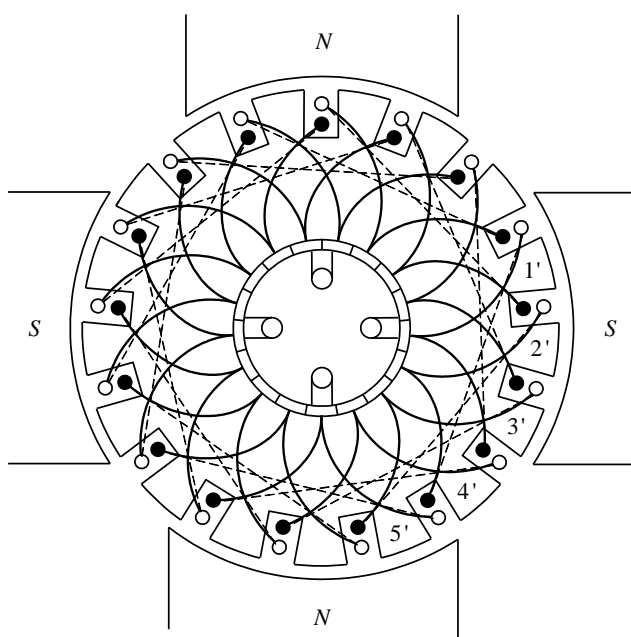
Na sliki 4.17 vidimo, da posamezna ščetka pri prehodu z neke lamele na sosednjo kratkosklene po eno (debelo) tuljavo. Enako velja za valovito navitje (sl. 4.21).

Zankasto navitje na sliki 4.18 je narisano nekoliko drugače, kot je to običaj pri risanju navijalnih shem. Slika prikazuje navitje s pogledom v smeri gredi in komutatorja (kolektorja). Podatki za sliko 4.18 so naslednji:  $2p = 4$ ,  $Q = 17$ ,  $u = 1$ ,  $K = uQ = 17$ . Glede na  $Q_p = 17/4 = 4,25$  izberemo širino  $Y_1 = 4$  (oziroma podano z utori, v katerih ležijo stranice tuljav, kot korak 1 – 5) in širino pomika (napredovanja) enohodnega navitja  $Y = m = 1$  ter izračunamo vezalno širino  $Y_2 = 3$ .

Pri večhodnem zankastem navitju je treba enačbo (4.12) za izračun paralelnih vej razširiti tako, da velja:

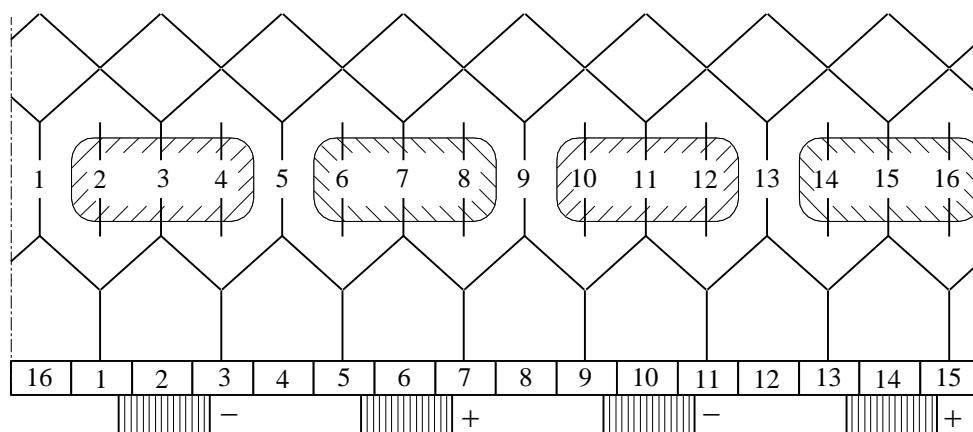
$$2a = 2p m. \quad (4.12a)$$





Sl. 4.18 Enohodno nekrižano zankasto navitje za:  
 $p = 2$ ,  $Q = 17$ ,  $u = 1$ ,  
 $Y_1 = 4$ ,  $Y_2 = 3$ ,  $Y = 1$ ,  
 korak 1 – 5

Za boljše razumevanje večhodnega zankastega navitja je na sliki 4.19 prikazano dvohodno navitje s podatki:  $2p = 4$ ,  $Q = 16$ ,  $u = 1$ ,  $K = uQ = 16$ . Glede na število utorov na pol  $Q_p = 16/4 = 4$  je širina tuljave  $Y_1 = Q_p = 4$ , premik navitja  $Y = m = 2$  in po enačbi (4.8) vezalna širina  $Y_2 = 2$  ter po enačbi (4.12a) število paralelnih vej  $2a = 8$ . S temi podatki je na sliki 4.19 narisana le polovica navitja, ki je zaradi  $t = 2$  sklenjena sama vase. Druga polovica navitja zaradi boljše preglednosti slike ni narisana. Ščetke so širše, kot je širina ene lamele, ker dobimo dve galvanjsko ločeni navitji in je treba dovajati oziroma odvajati napetost z obeh delov navitja.



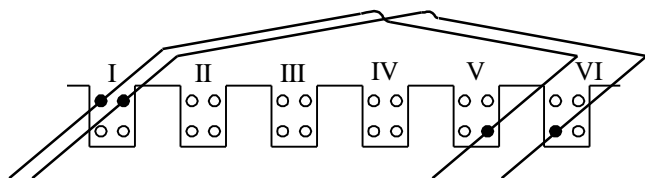
Sl. 4.19 Shema polovice dvohodnega nekrižanega zankastega navitja za:

$$p = 2, Q = 16, u = 1, m = 2, Y_1 = 4, Y_2 = 2, Y = 2, \text{ korak } 1 - 5$$

V primeru, da ima navitje več paralelnih vej, je mogoče, da inducirana napetost v posameznih vejah ne bo enaka. Ta neenakost nastopi iz konstrukcijskih razlogov ali zaradi različnih magnetnih lastnosti železa. Da se izognemo izenačevalnim tokovom preko ščetk, ki poslabšajo predvsem komutacijo, vgrajujemo izenačevalne zveze. Z

njimi povežemo točke navitja na komutatorju ali izjemoma v glavah. Izenačevalni tokovi tečejo tedaj namesto preko ščetk po teh zvezah. O izenačevalnih zvezah je natančneje napisano v [2].

Poseben primer predstavlja stopničasto navitje. Takšno navitje je izvedljivo za primer stroja, ki ima več kot eno tuljavo v utoru ( $u > 1$ ) in za primer, da  $Y_{11}/u$  ni celo število ( $Y_{11}$  je lamelna širina  $Y_{11} = uQ/(2p)$ ). Za primer dveh tuljav v utoru konča prva tuljava v petem in druga v sosednjem šestem utoru, kot je prikazano na skici slike 4.20. Stopničasto navitje ima določeno prednost pri komutaciji in manjšo valovitost enosmerne napetosti. Iz tehnoloških razlogov je takšno navitje težje izvedljivo, če ima tuljava vodnike. Zato je navitje običajno paličasto in izvedljivo za stroje z večjim presekom.



Sl. 4.20 Skica prostorske razporeditve tuljav v utoru

### 4.2.3 Valovito navitje

Izvedbo valovitega navitja prikazuje že slika 4.15. Na njej vidimo, da se z vezalno širino (ali korakom) ne vračamo, ampak napredujemo v smeri koraka tuljave. Posamezna veja navitja je sedaj pod vsemi poli. Pri zankastem navitju je posamezna veja le pod enim polom. Pogoji simetrije so sedaj drugačni, ker je posamezna veja pod vsemi poli. Za simetrično valovito navitje velja:

$$Q/a = \text{celo število}, \quad (4.14a)$$

$$K/a = \text{celo število}, \quad (4.14b)$$

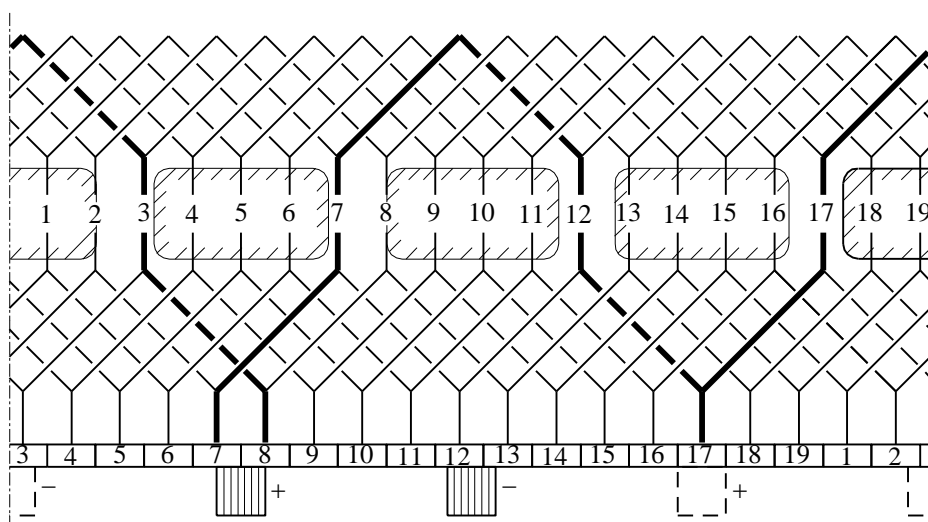
$$p/a = \text{celo število}. \quad (4.14c)$$

S stališča inducirane napetosti je ugodno, če je širina tuljave  $Y_1 = 180$  električnih stopinj. Za enako vezalno širino bi dobili premersko navitje  $Y = 360^\circ$ , ki ga izračunamo glede na število lamel  $Y = K/p$ . S takšno širino bi se navitje zaključilo samo vase že po prvem obhodu, česar ne želimo. Pomik navitja zato ne sme biti premerski, ampak ga moramo povečati ali zmanjšati vsaj za eno lamelo. Za pomik navitja velja enačba:

$$Y = \frac{K \pm 1}{p}. \quad (4.15)$$

Za lažje razumevanje valovitega navitja je na sliki 4.21 narisana shema navitja za podatke:  $p = 2$ ,  $Q = 19$ ,  $u = 1$ . Izračunamo:  $Q_p = 4,75$ ,  $K = 19$ ,  $Y = (19 \pm 1)/2 = 10$  ali 9. Odločimo se za predznak + in s tem za pomik navitja  $Y = 10$ , širina tuljav  $Y_1 = 5$

in vezalna širina  $Y_2 = 5$ . Po izvedbi je to križano navitje, ker se glava križa z vezalnim vodnikom. Znak "+" v enačbi (4.15) pomeni križano in "-" nekrižano navitje.



Sl. 4.21 Shema križanega valovitega navitja za:

$$p = 2, Q = 19, u = 1, K = 19, Y_1 = 5, Y_2 = 5, Y = 10, \text{ korak } 1 - 6$$

Navitje na sliki 4.21 zglada večhodno, ker se šele po več obhodih sklene samo vase. Toda navitje je le enkrat sklenjeno samo vase, zato ne smemo govoriti, da je to večhodno navitje.

Če položimo ščetke na komutator za nek poljuben trenutek vrtenja in sledimo smeri toka, dobimo le en par paralelnih vej. Zato bi lahko odstranili en par ščetk, ker sta oba para na enakem potencialu. S tem bi povečali gostoto toka v preostalem paru ščetk; to pa ni vedno mogoče. Mogoče je le takrat, ko gostota toka v preostalem paru ščetk ne presega maksimalne dovoljene vrednosti. Velja namreč, da imamo pri enohodnem valovitem navitju na obodu kotve le dve paralelni veji ( $2a = 2$ ). Če želimo več paralelnih vej, moramo spremeniti pomik navitja. Enačbo (4.15) preuredimo tako, da namesto števila ena postavimo  $a$  in dobimo:

$$Y = \frac{K \pm a}{p}. \quad (4.16)$$

Po prvem obhodu oboda kotve se ne vračamo v sosednji utor, ampak v  $\pm a$ -ti utor. Za oznako pomika smo vzeli črko " $a$ ", ki nam določa tudi mogoče število paralelnih vej na polovici kotve. Pri valovitem navitju so v serijo vezane tuljave  $p$  polovih parov. Zato dobimo za  $m$ -hodno navitje mogoče število paralelnih vej:

$$2a = 2m. \quad (4.17)$$

Za valovito navitje velja, da dobimo " $t$ " ločenih navitij, če je  $t$  največji skupni delitelj med pomikom navitja  $Y$  in številom  $m$ . Kot za zankasto navitje velja tudi za valovito navitje, da je širina ščetk širša kot širina lamel za  $t > 1$ . Valovito navitje

je predvsem primerno za stroje z visokimi napetostmi pri manjših tokovih. Obratno velja za zankasto navitje, ki je primerno za stroje z nizkimi napetostmi in velikimi tokovi. Pri valovitem navitju uporabljamo izenačevalne zveze le, če je navitje večhodno ( $m > 1$ ). Tedaj je mogoče, da je potencial posameznih paralelnih vej pri valovitem navitju med seboj različen in ga z njimi izenačimo.

#### 4.2.4 Splošna teorija navitij komutatorskih strojev

S primerjavo zankastega in valovitega navitja pridemo do zaključka, da ima vsako navitje svoje prednosti in slabosti in je od tega odvisna njihova uporaba pri gradnji strojev. Najbistvenejša razlika je število paralelnih vej. Zankasto navitje ima  $p$ -krat več paralelnih vej, če sta obe  $m$ -hodni. Ta lastnost jih izenači le pri dvopolnih strojih, pri vseh ostalih strojih, posebej še večpolnih, ima valovito navitje mnogo več učinkovitih ovojev.

Torej velja, da potrebuje manjši stroj pri enaki gostoti magnetnega pretoka zaradi manjše dolžine in premera rotorja ter majhne obodne hitrosti več zaporedno vezanih ovojev za enako nazivno napetost. Posebej neugodno je, če ima manjši stroj visoko napetost in večji stroj nizko napetost. Zato se navitje izbira glede na napetost. Tako se uporablja valovito navitje za majhne stroje in višje napetosti in zankasto navitje za velike stroje in nižje napetosti. Obstaja področje majhnih strojev, kjer je mogoče le valovito navitje. Za področje srednjih strojev se uporabljata obe. Kadar je le mogoče, se uporablja valovito navitje zaradi prednosti v obratovanju enosmernih strojev. To še posebej velja za stroje, ki so bolj obremenjeni in izkoriščeni.

Treba je omeniti še eno lastnost enosmernih strojev, ki jih loči od ostalih vrst strojev. Kadar govorimo, da je neki stroj zelo izkoriščen ali obremenjen v električnem in magnetnem smislu, mislimo na izmenične rotacijske stroje. Pri teh strojih je mogoča velika gostota magnetnega polja v železnem jedru in velika gostota električnega toka v vodnikih. V enosmernem stroju je tem zahtevam dodana še zahteva po dobri komutaciji. Sama poraba oziroma izbira navitja izhaja tudi iz zahteve za dobro komutacijo, tj. spremembo smeri toka v vodnikih pri prehodu nevtralne cone. Pri večjih močeh so zaradi večjega toka pa tudi porasta napetosti, odvisno od izvedljivosti navitja, problemi spremembe smeri toka večji. Popolno razumevanje problemov navitja dobimo zato le z dobrim poznavanjem teorije komutacije, ki bo prikazana pozneje.

Iz dosedanje razlage bi lahko mislili, da sta valovito in zankasto navitje dve ločeni vrsti navitja. Kot dokaz za potrditev ali zavrnitev te teze vzemimo primer na sliki 4.18 s podatki:  $2p = 4$ ,  $Q = 17$ ,  $u = 1$ ,  $Y_1 = 4$ ,  $Y_2 = 3$ ,  $Y = 1$ . Navitje je torej nekrižano ( $Y > 0$ ). Poskusimo vzeti namesto vezalne širine  $Y_2 = 3$ , ko se vračamo,

vezalno širino  $Y_2 = 14$ , ki povečuje smer gibanja v desno. Pomik navitja bo sedaj  $Y = Y_1 + Y_2$  ( $Y = 4 + 14 = 18$ ) utorov ali  $1 + 18 = 19$  utorov in zato se navitje nadaljuje v drugem utoru ( $19 - 17 = 2$ ). Dobimo križano valovito navitje, ki se fizikalno ne razlikuje od zankaste izvedbe na sliki 4.18. Imenujemo ga valovito navitje "druge vrste". Slabost takšne izvedbe navitja so bistveno daljše povezave in zato je tudi večja poraba bakra. Takšno navitje se ne uporablja v gradnji večjih strojev. Istočasno lahko ugotovimo, da križano valovito navitje po smeri inducirane napetosti ustreza nekrižanemu zankastemu navitju. To velja za gibanje v desno. Nasprotno velja, da dobimo pri gibanju v levo križano zankasto navitje in nekrižano valovito navitje.

Zaključimo lahko, da mora obstajati neka skupna teorija za obe vrsti navitij. Izrazimo jo lahko s splošno enačbo (4.16) za valovito navitje, ki jo razširimo v obliko:

$$Y = \frac{nK \pm a}{p}. \quad (4.16a)$$

V starejši literaturi [2] najdemo, da je  $n$  pozitivno celo število, vključujoč število 0. Oznaka plus pred  $a$  velja za navitja, ki nadaljujejo desno od začetnega utora, in minus za ona, ki nadaljujejo levo. Dobimo naslednje izvedbe:

za  $n = 0$  dobimo zankasto navije, če je  $a$  deljivo s  $p$ ,

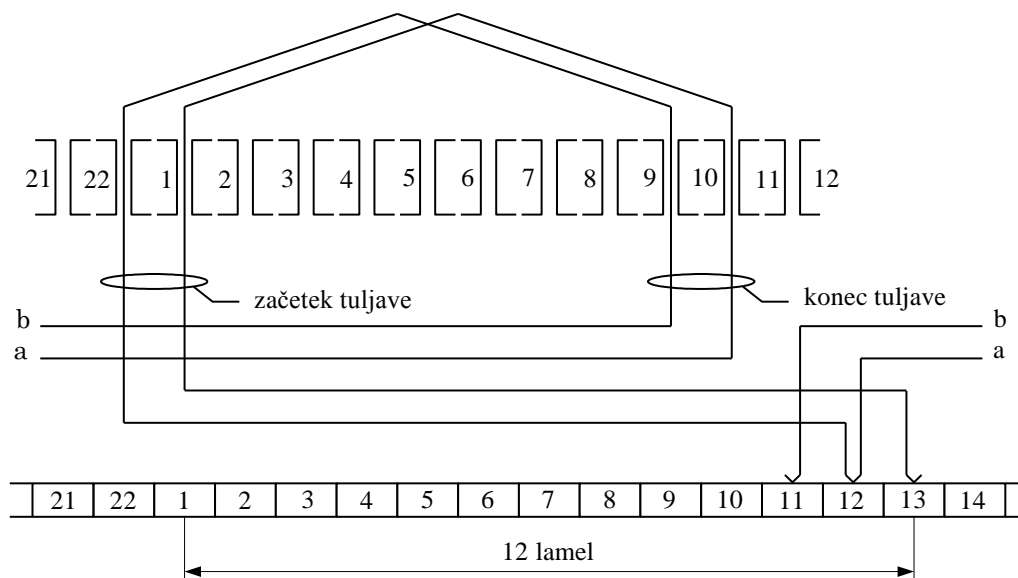
za  $n = 1$  dobimo valovito navitje prve vrste, tj. normalno valovito,

za  $n = 2, 3$  ali več dobimo valovito navitje druge, tretje, ... vrste.

Z razvojem navijalnih strojev za velike serije izmeničnih komutatorskih motorjev majhnih moči za pogon ročnih orodij ali sesalnih enot so se pojavile tudi drugačne rešitve. Tako so uporabna tudi navitja, za katera velja v enačbi (4.16a), da je  $n = -1$ , tj. navitja, pri katerih sta vezalna širina in pomik navitja negativna. Navadno je lahko negativen le pomik navitja. Primer takšnega navitja ameriške firme Globe prikazuje sliki 4.22. Podatki za ta primer so naslednji:  $2p = 2$ ,  $Q = 22$ ,  $u = 1$ ,  $Q_p = 11$ ,  $Y_1 = 9$  (navitje je skrajšano), po enačbi (4.16a) je  $Y = (-1 \cdot 22 - 1)/1 = -23$  za  $n = -1$  in po enačbi (4.9) je  $Y_2 = Y - Y_1 = -23 - 9 = -32$ . Na osnovi teh podatkov je na sliki 4.22 narisano ustrezno dvoplastno valovito navitje prve vrste.

Navitje na sliki 4.22 ima v bistvu enake lastnosti kot križano zankasto navitje s podatki za širine:  $Y_1 = 9$ , pomik navitja  $Y$  izračunamo po enačbi (4.16a) in je za  $n = 0$  enak  $Y = -a/p = -1$  in po enačbi (4.8) izračunamo še vezalno širino  $Y_2 = Y_1 - Y = 10$ . Razlika teh podatkov glede na sliko 4.22 je v bistveno krajši vezalni širini (koraku). Daljša vezalna širina na sliki 4.22 je pogojena s tehnološkimi rešitvami pri navijalnem stroju. Nekaj večja je zaradi tega le poraba bakra; to pa pri majhnih strojih ni tako bistveno. Na sliki 4.22 je viden tudi premik nevtralne cone

za utor (proti smeri vrtenja), ker je vezalna širina (v lamelnih delitvah) enaka dvanajstim lamelam, za premersko širino pa bi morala biti ta enaka enajstim lamelam.



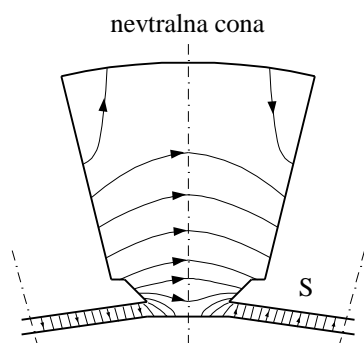
Sl. 4.22 Shema enohodnega nekrižanega valovitega navitja za:

$$p=1, Q=22, u=1, m=1, Y_1=9, Y_2=-32, Y=-23, \text{ korak } 1-10$$

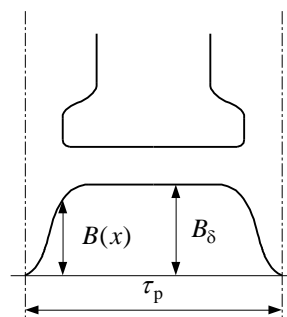
## 4.3 TEORIJA ENOSMERNIH STROJEV

### 4.3.1 Inducirana napetost

Predpostavimo, da teče v vzbujalnem navitju tok  $I_v$  in da se stroj vrti s konstantno hitrostjo  $n$ . Vzbujalni tok ustvari magnetno napetost  $\Theta_v = I_v N_v$ , ki požene v stroju magnetni fluks. Nas zanima predvsem tisti del fluksa, ki prehaja iz vzbujalnega pola preko zračne reže v rotor (kotvo) in obratno. To je glavni fluks  $\Phi_g$ , za razliko od razsipanega  $\Phi_\sigma$ , ki ne prehaja čez zračno režo, ampak med poli (sl. 4.23).



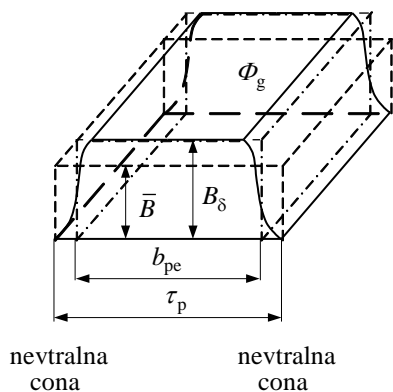
Sl. 4.23 Slika magnetnega polja v prostem teku za polovo delitev



Sl. 4.24 Slika porazdelitve magnetnega polja  $B$  po obodu kotve pod enim polom v prostem teku

V zračni reži dobimo magnetno polje gostote magnetnega pretoka  $B(x)$ , ki je funkcija položaja, kot je prikazano na sliki 4.24.

Za celoten fluks  $\Phi_g$  pod enim polom velja enačba:



$$\Phi_g = l \int_0^{\tau_p} B(x) dx. \quad (4.18)$$

Fluks  $\Phi_g$  lahko ponazorimo kot volumen geometrijskega telesa, narisan s polno črto na sliki 4.25. Ekvivalentni volumen ima tudi kvader z robovi  $B_\delta$ ,  $l$  in  $b_{pe} = \alpha \tau_p$ , če je  $\alpha$  faktor prekrivanja pola. Vrednosti za  $\alpha$  so:

$\alpha = 0,6 \div 0,7$  za stroj s pomožnimi poli;

Sl. 4.25 Fluks pola na obodu kotve  $\alpha = 0,65 \div 0,75$  za stroj brez pomožnih polov.

Z upoštevanjem  $b_{pe}$  pišemo enačbo (4.18) za fluks pola:

$$\Phi_g = b_{pe} l B_\delta. \quad (4.19)$$

Enak volumen bi imel tudi kvader s stranicami  $\bar{B}$ ,  $l$  in  $\tau_p$ , kjer velja:

$$\Phi_g = \tau_p l \bar{B}. \quad (4.20)$$

$\bar{B}$  je srednja vrednost gostote magnetnega pretoka na razdalji polovega koraka. Z upoštevanjem enačbe za obodno hitrost, za katero velja:  $v = D\pi n = 2p\tau_p n$ , če je  $n$  število vrtljajev v sekundi, dobimo po enačbi (4.1) inducirano napetost v vodniku  $\bar{E} = \bar{B}lv = 2pn\Phi_g$ .

Navitje ima  $z/2a$  vodnikov, vezanih v serijo, zato bo inducirana napetost kotve:

$$E = \frac{z}{2a} \bar{E} = \frac{2pz}{2a} n \Phi_g = 4pn \frac{N}{2a} \Phi_g = 4pn N_a \Phi_g. \quad (4.21)$$

$N_a = N/(2a)$  so efektivni ovoji in produkt  $pn$  je frekvenca v kotvi (rotorju) inducirane napetosti. Za izdelan stroj velja, da so  $p$ ,  $z$  in  $a$  konstante, zato uvedemo izraz za konstrukcijsko konstanto napetosti  $k_e = pz/a$ , kjer velja:

$$E = k_e n \Phi_g = K_E \Omega_m. \quad (4.22)$$

$K_E = k_e \Phi_g / (2\pi)$  je koeficient magnetnega fluksa. Pri konstantnem  $\Phi_g$  je  $K_E$  konstanta, inducirana napetost pa je proporcionalna kotni hitrosti  $\Omega_m$ . Inducirano napetost po enačbi (4.21) ali (4.22) koristimo kot generatorski izvor napetosti. Ta se porabi kot padec napetosti na uporuh kotve ( $R_a$ ) in padec na ščetkah (komutatorju)  $\Delta U_c$  tako, da je napetost na sponkah generatorja:

$$U = E - I_a R_a - \Delta U_c. \quad (4.23)$$

Pri motorju velja obratno, da se pritisnjena napetost na sponkah porabi kot padec napetosti na upornosti kotve, kot padec na ščetkah (komutatorju) in za premagovanje inducirane napetosti. Pri tem velja:

$$U = E + I_a R_a + \Delta U_c. \quad (4.24)$$

### 4.3.2 Vrtilni moment

Vrtilni moment dobimo neposredno iz mehanske moči:

$$P_m = M \Omega_m = FD2\pi n = \frac{I_a}{2a} N \bar{B} l \tau_p 4pn = 4pn \frac{N}{2a} \Phi_g I_a = EI_a. \quad (4.25)$$

Produkt  $E I_a$  predstavlja tudi notranjo električno moč stroja. Ta je enaka mehanski moči stroja, če zanemarimo vrtilni moment trenja in ventilacije. Z upoštevanjem enačbe (4.22) za inducirano napetost  $E$  sledi:

$$M = \frac{P_m}{\Omega_m} = \frac{E I_a}{2\pi n} = \frac{k_e}{2\pi} \Phi_g I_a = k_m \Phi_g I_a = K_M I_a. \quad (4.26)$$

$k_m$  je konstrukcijska konstanta vrtilnega momenta:  $k_m = k_e / (2\pi)$ . Koeficient magnetnega fluksa  $K_M$  je enak kot v enačbi (4.22). Koeficient ima v enačbi (4.22) enoto  $V \cdot s / \text{rad}$ , v enačbi (4.26) pa  $N \cdot m / A$ . V kataloških podatkih za enosmerne servomotorje proizvajalci pogosto podajajo vrednosti koeficientov magnetnega fluksa za izračun vrtilnega momenta kot  $C_M$  ali  $K_M$  in inducirane napetosti kot  $C_E$  ali  $K_E$ , vendar slednjega pri  $n = 1000 \text{ min}^{-1}$ . Enačbo (4.26) je mogoče izpeljati tudi iz enačbe za silo (4.2) oziroma vrtilni moment (4.3) z upoštevanjem efektivnega števila ovojev kotve  $N_a = z / (4a)$  in enačbe za glavni fluks (4.20).

### 4.3.3 Reakcija kotve

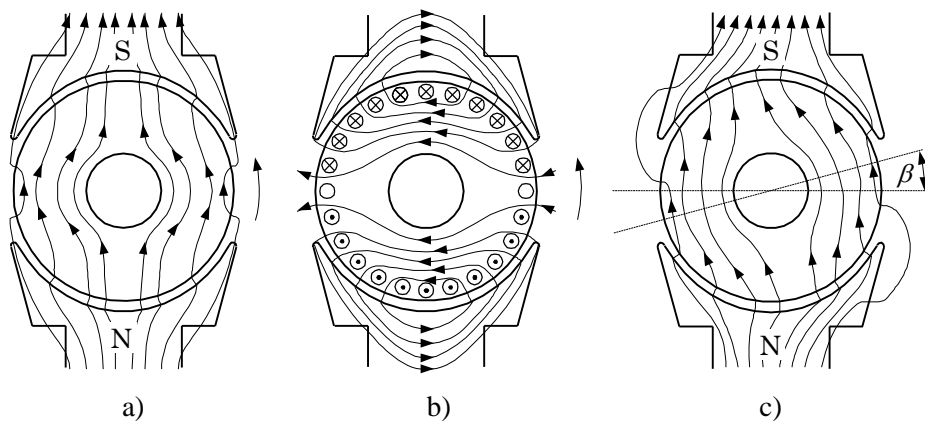
V primeru, ko enosmerni stroj obremenimo, bo v navitju kotve stekel bremenski tok. Ta tok ustvari z ovoji kotve novo magnetno polje. Skupaj z vzbujalnim poljem, ki ga imamo v prostem teku stroja, ustvarita ti polji rezultirajoče polje. Zaradi tega se bo polje spremenilo po velikosti in smeri v posameznih delih stroja. Seveda se bo s tem spremenila fizikalna slika delovanja stroja. Celoten pojav in posledice tega pojava imenujemo reakcijo kotve.

Za boljše razumevanje je na sliki 4.26 prikazan vpliv reakcije kotve na razporeditev polja v zračni reži in njeni bližini. Slika 4.26a prikazuje polje neobremenjenega stroja, slika 4.26b polje reakcije kotve, slika 4.26c pa rezultirajoče magnetno polje.

Če primerjamo sliki 4.26a in 4.26c, vidimo dve bistveni razliki:

- 1) polje v zračni reži ni več razporejeno homogeno;
- 2) nevtralna cona je premaknjena iz simetrale med poli za kot  $\beta$ .

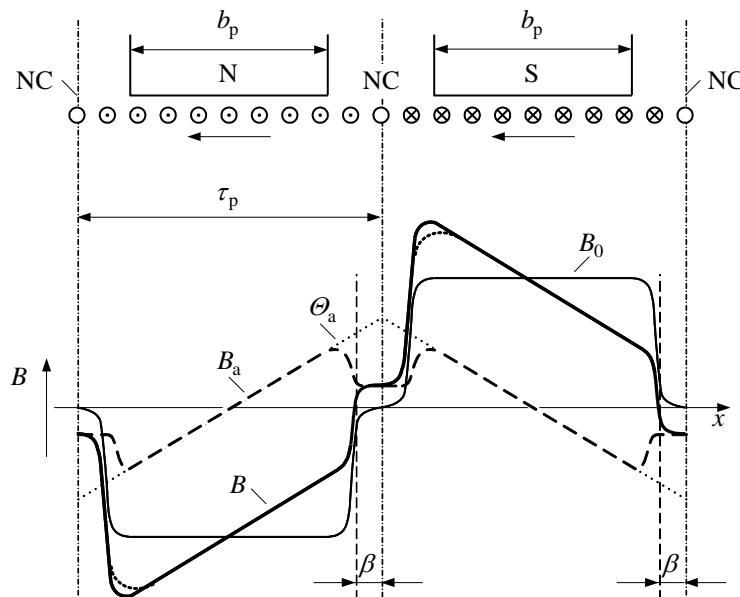




Sl. 4.26 Magnetno polje enosmernega stroja:

- a) prosti tek – vzbujanje samo z vzbujalnim navitjem;
- b) nevzbujan stroj, toda vzbujan s tokom kotve;
- c) vzbujan in obremenjen stroj

Za lažje razumevanje sprememb v stroju je na sliki 4.27 prikazano dogajanje v stroju oziroma vpliv reakcije kotve na magnetno polje zračne reže. Na sliki 4.27 sta prikazana vzbujalna pola v razvitem stanju in potek polja v zračni reži zaradi vpliva posameznih komponent vzbujanja.



Sl. 4.27 Prostorska porazdelitev magnetnega polja obremenjenega enosmernega stroja – generatorja

Slika 4.27 je narisana za generatorsko obratovanje stroja. S tanko črto je označena gostota magnetnega pretoka v prostem teku  $B_0$ . Vzbujanje reakcije kotve  $\theta_a$  je označeno s pikicami. To vzbujanje se menja po smeri glede na simetralo pola in je po obodu enakomerno razporejeno. Vzbujanje reakcije kotve je stopničasto, ker je navitje kotve razporejeno v utore. Polje je zaradi reakcije kotve  $B_a$  pod poli enakega



Bremenski tok v kotvi ("armaturi")  $I_a$  ustvari vzbujanje  $\Theta_a$ . Njegovo vzbujačno delovanje nadomestimo s tokovno oblogo  $A$ . Izraz za tokovno oblogo poznamo že iz izmeničnih strojev:

$$A = \frac{I_a}{2a} \frac{z}{2p\tau_p} = \frac{I_a}{2a} \frac{z}{D\pi}. \quad (4.27)$$

Pod sredino pola, glede na sliko 4.27, ni vpliva reakcije kotve. Na eni strani nam od sredine na razdalji  $x$  zaradi reakcije kotve vzbujanje pada za vrednost  $xA$ , zato polje pada. Če je  $x$  enak polovici širine pola  $b_p/2$ , je vzbujanje zaradi vpliva reakcije kotve  $\Theta_a/2 = b_p A/2$ . Zaradi zmanjšanja rezultirajočega vzbujanja in s tem polja, je inducirana napetost manjša in po sliki 4.28 enaka razdalji  $\overline{aH}$ . Nasprotno je na drugi strani pola večje rezultirajoče vzbujanje  $\Theta_{\text{rez}} = \Theta_0 + \Theta_a/2$  in s tem polje ter inducirana napetost, ki je enaka razdalji  $\overline{dG}$  na sliki 4.28. Razvidno je, da povečanje napetosti  $e_1 = \overline{cd}$  ni enako zmanjšanju  $e_2 = \overline{ab}$ . Po Simpsonu je mogoče izračunati približno zmanjšanje napetosti:

$$\Delta E = E - \frac{E - e_2 + 4E + E + e_1}{6} = \frac{e_2 - e_1}{6}. \quad (4.28)$$

Bolj točno je mogoče določiti zmanjšanje napetosti z naslednjim grafičnim postopkom. Trikotnik pod nazivno napetostjo  $E_0$  s površino  $S_1$  ima oglišča  $a, b, K$ , trikotnik nad nazivno napetostjo pa površino  $S_2$  ter oglišča  $K, c, d$ . Če potujemo po karakteristiki od točke  $K$  do točke  $C$ , dobimo trikotnika s površino  $S'_1$  in  $S'_2$  ter z oglišči  $a, h, C$  in  $C, g, d$ . Točka  $C$  je izbrana za pogoj  $S'_1 = S'_2$ . Razdalja  $\overline{CF}$  je inducirana napetost, ki je zaradi reakcije kotve manjša za razdaljo  $\overline{KB}$ ; to bi odgovarjalo zmanjšanju vzbujanja v vrednosti  $\overline{FD}$ . Ker je to zmanjšanje posledica nasičenja, ki deluje kot nek negativni padeč magnetne napetosti, ga označimo z  $V_{\text{nas}}$ , to je z indeksom nas. Vrednost  $V_{\text{nas}}$  se menja v odvisnosti od obremenitve približno po enačbi:

$$V_{\text{nas}} \approx V_{\text{nasN}} \left( \frac{I_a}{I_{aN}} \right)^2. \quad (4.29)$$

Enačba (4.29) velja, če obratuje stroj nekje na kolenu krivulje.

Zaključimo lahko, da moramo pri obremenitvi povečati vzbujanje za vpliv reakcije kotve  $\Theta_{\text{nas}} = V_{\text{nas}}$ , da ostane inducirana napetost enaka kot v prostem teku.

#### 4.3.3.2 Povečanje izgub v železu zaradi reakcije kotve

Kot že vemo, imamo v rotorju izmenične električne tokove in s tem tudi izmenično magnetno polje. Izgube v železu rotorja so sorazmerne neki potenci frekvence rotorskih veličin in kvadratu gostote magnetnega pretoka. Zaradi reakcije kotve

gostota magnetnega pretoka v zračni reži (sl. 4.27) ni več konstantna. Podobno se menja tudi gostota magnetnega pretoka v zobeh rotorja, zato velja, da bodo izgube v zobeh pri obremenitvi narasle po enačbi:

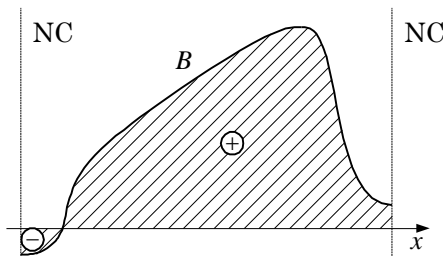
$$P_{\text{Fez}} \approx P_{\text{Fez0}} \left( \frac{B_{z\text{max}}}{B_{z0}} \right)^2 \approx P_{\text{Fez0}} \left( \frac{B_{\delta\text{max}}}{B_{\delta0}} \right)^2. \quad (4.30)$$

Indeks nič v enačbi (4.30) pomeni vrednosti v prostem teku. V jarmu rotorja ostanejo izgube približno konstantne. Prečno polje reakcije kotve nanje ne vpliva.

#### 4.3.3.3 Premik nevtralne cone zaradi reakcije kotve

Do dodatnega vpliva reakcije kotve pride v primeru, ko ostanejo ščetke v geometrijski nevtralni coni, reakcija kotve pa povzroči premik polja. Pri tem pride do dodatnega zmanjšanja inducirane napetosti kotve  $E$ . Ta je proporcionalna linijskemu integralu polja za polov lok po enačbi (4.18); to je identično površini, označeni s "+" in "-", na sliki 4.29.

Rezultirajoča površina je manjša, vendar to zmanjšanje ni ravno veliko. Drugo negativno delovanje nastopi v tuljavi, ki komutira oziroma se v njej menja smer toka. Normalno ta tuljava ne objema glavnega fluksa. Zaradi reakcije kotve, to je premika nevtralne cone, ta tuljava objema glavno polje, zato se v njej inducira napetost, to pa neugodno vpliva na potek komutacije. Posledica je povečano iskrenje.



Sl. 4.29 Zmanjšanje polja pola zaradi reakcije kotve

#### 4.3.3.4 Povečanje napetosti med lamelami zaradi reakcije kotve

Na lamele komutatorja je vezan začetek in konec vektorjev napetosti posameznih tuljav. Ker je med njimi potencialna razlika, so lamele med seboj izolirane. Ta napetost ne sme biti prevelika. Pri napetosti  $U$  na sponkah stroja bo med sosednjimi lamelami srednja vrednost napetosti:

$$\bar{E}_K = \frac{2pU}{K}. \quad (4.31)$$

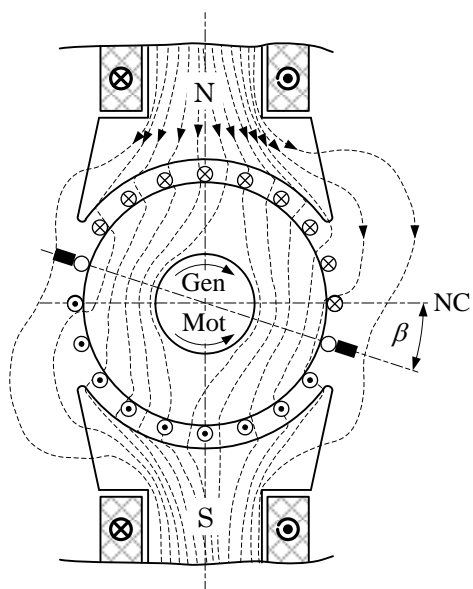
Glede na praktične izkušnje je dopustna vrednost  $\bar{E}_K = 16 \div 20$  V. Dejansko je pod polovimi čevlji inducirana napetost večja kot blizu nevtralne cone, torej je odvisna od razdelitve polja pod poli. Lahko bi rekli, da je napetost med lamelami odvisna od

faktorja prekrivanja pola  $\alpha$  in je  $E_K = \bar{E}_K / \alpha$ . Za  $\alpha = 0,6 \div 0,72$  dopuščamo med lamelami napetost  $E_K = 22 \div 30 \text{ V}$ . V prostem teku je napetost tuljave pod poli (po enačbi  $E_K = N_t B l v$ ) sorazmerna gostoti magnetnega pretoka  $B_0$ , ki je praktično konstantna. Pri obremenitvi pride do deformacije polja, zato se napetost med določenimi lamelami poveča, iskrenje pa se spremeni v električni lok. Pri težki komutaciji nastane ta lok po celem komutatorju in ga imenujemo krožni ogenj. Ta se širi in vzdržuje naraščanje napetosti med lamelami zaradi reakcije kotve.

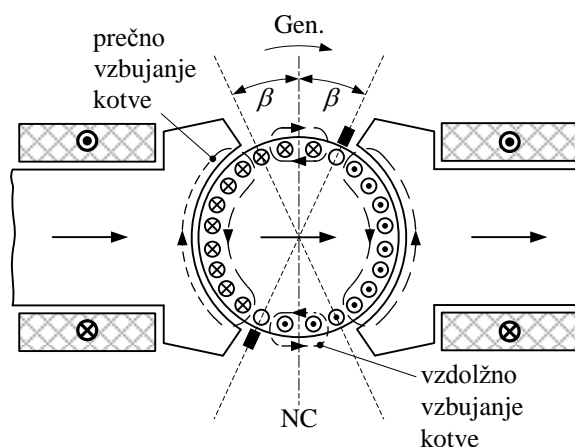
#### 4.3.3.5 Posledice premika ščetk iz nevtralne cone

Vemo, da pride zaradi reakcije kotve do premika nevtralne cone za kot  $\beta$  (sl. 4.27). Prvi način za zmanjšanje posledic reakcije kotve je premik ščetk iz geometrijske nevtralne cone v dejansko nevtralno cono.

Pri generatorju premaknemo ščetke za kot  $\beta$  v smeri vrtenja, pri motorju proti smeri vrtenja (sl. 4.30). Pri premiku nastanejo tudi nekatere neugodne posledice. Pri motorjih se poveča hitrost vrtenja in stroj je nestabilen (se zaletava). Sam premik velja le za neko določeno obremenitev in ni mogoč pri strojih, ki imajo v nevtralni coni pomožne ali komutacijske pole.



Sl. 4.30 Premik ščetk iz geometrijske v stvarno nevtralno cono



Sl. 4.31 Vz dolžno in prečno vzbujanje kotve pri premiku ščetk

Magnetno polje ima zaradi reakcije kotve pri premaknjenih ščetkah vzdolžno in prečno komponento, kot se lepo vidi na sliki 4.31. Vzdolžno in prečno komponento magnetne napetosti za polov par dobimo iz enačbe za tokovno oblogo (4.27):

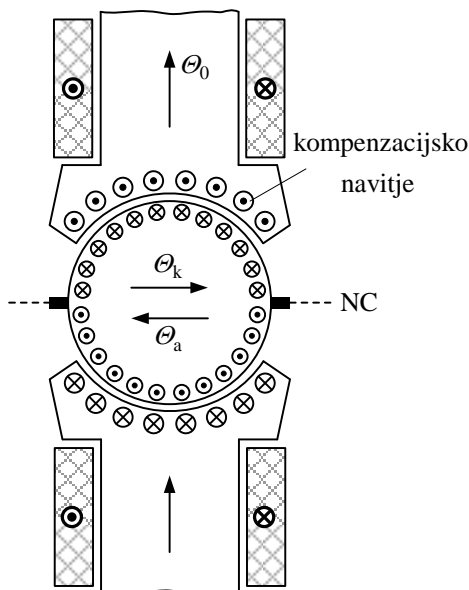
$$\Theta_{\text{ad}} = \frac{I_a z}{4 a p} \frac{2 p \beta}{\pi}, \quad (4.32a)$$

$$\Theta_{\text{aq}} = \frac{I_a z}{4ap} \frac{\pi - 2p\beta}{\pi}. \quad (4.32b)$$

Vzdolžna magnetna napetost  $\Theta_{\text{ad}}$  ustvari polje, ki je nasprotno glavnemu polju in ga zmanjšuje. S tem se še dodatno zmanjša inducirana napetost zaradi reakcije kotve.

#### 4.3.3.6 Kompenzacijsko navitje

Reakcijo kotve lahko odstranimo z uvedbo kompenzacijskega navitja. Skozi kompenzacijsko navitje teče bremenski tok. Nameščeno je vzdolž oboda zračne reže v polovih čevljih, kot je prikazano na sliki 4.32.



Sl. 4.32 Namestitvev kompenzacijskega navitja

Tokovna obloga kompenzacijskega navitja mora biti enaka oblogi kotve, vendar nasprotne smeri, zato je kompenzacijsko navitje vezano v proti stiku z rotorjem.

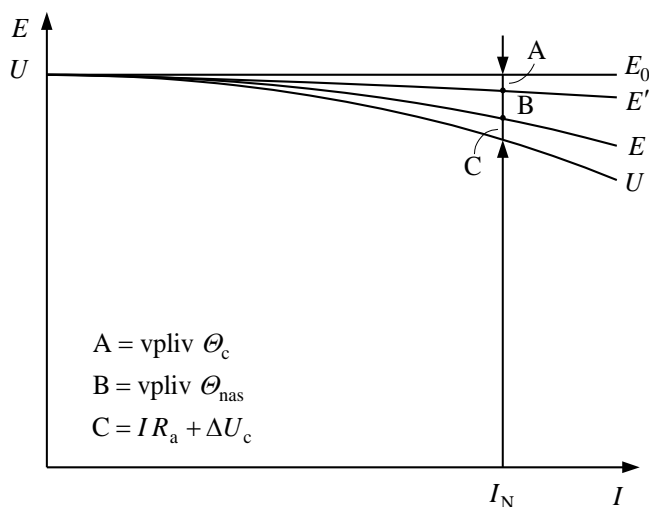
V prostoru med poli določen vpliv reakcije kotve ostane, saj tu ni kompenzacijskega navitja, vendar je tu vpliv manjši zaradi velike zračne reže med poli.

Z uvedbo kompenzacijskega navitja odstranimo večino posledic neenakomerne porazdelitve polja v zračni reži zaradi reakcije kotve.

#### 4.3.3.7 Napetost na sponkah stroja

V prostem teku nam vzbujanje ustvari glavni fluks, zaradi katerega se inducira napetost  $E_0$ . V primeru, če so ščetke komutatorja premaknjene iz geometrijske nevtralne cone, nam vzdolžno polje reakcije kotve zaradi premika ščetk komutatorja  $\Theta_c$ , ki je posledica obremenitve stroja ( $\Theta_c = \Theta_{\text{ad}}$  po enačbi 4.32a), zmanjšuje glavni fluks. Tako dobimo znižanje inducirane napetosti po krivulji  $E' = f(I)$  na sliki 4.33. Kot vidimo, napetost pada z obremenitvijo. Nadaljnje znižanje inducirane napetosti nam zaradi nasičenja povzročijo fiktivni amper-ovoji  $\Theta_{\text{nas}}$  (krivulja E).

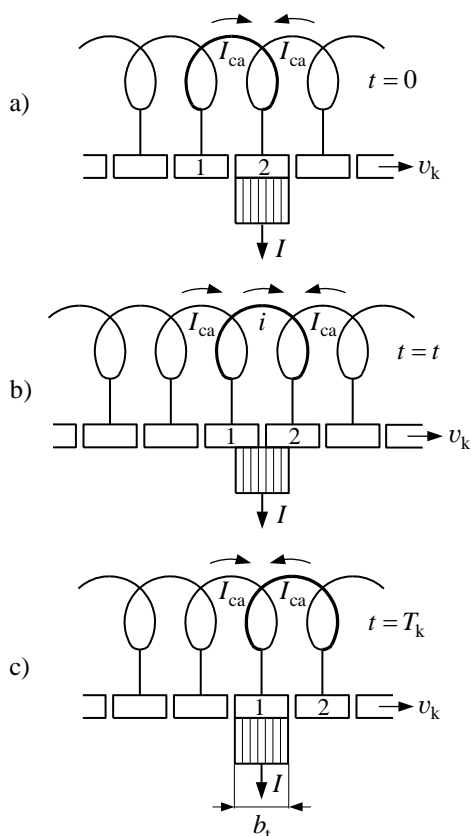
Napetost na sponkah  $U$  dobimo, če odštejemo še padec napetosti v tokokrogu kotve na upornosti  $R_a$  in padec na ščerkah (komutatorju)  $\Delta U_c$ . Ker je napetost na sponkah funkcija bremenskega toka, govorimo tudi o zunanji karakteristiki.



Sl. 4.33 Zunanja karakteristika enosmernega generatorja

#### 4.3.4 Komutacija

Osnovno fizikalno sliko procesa komutacije smo spoznali že v poglavju 4.1.2. Jasno je, da pride v tuljavi, ki leži v nevtralni coni, pri prehodu iz polja enega pola v polje nasprotnega pola do spremembe smeri inducirane napetosti. Pri tem se v tej tuljavi



Sl. 4.34 Trije karakteristični trenutki pri komutaciji

menja tudi smer toka, kot je to prikazano na slikah 4.34a do 4.34c. Do prihoda tuljave pod ščetko teče v njej tok ene paralelne veje. Po prehodu ščetke teče v tuljavi tok druge paralelne veje. V vmesnem času (sl. 4.34b) je tuljava preko sosednjih lamel in ščetke kratko vezana. V tem času mora tok kratko vezane tuljave pasti na nič in zatem narasti v nasprotno smer. Včasih se zgodi, da tok v času komutacije ne spremeni smeri, lamela tuljave (št. 2) pa kljub temu zapusti ščetko in prekine stik. V tem primeru se pojavi iskra (električni lok), ki vzdržuje kratki stik, dokler sprememba toka ni dokončna.

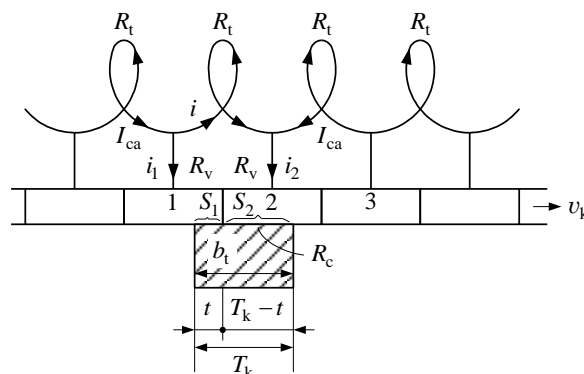
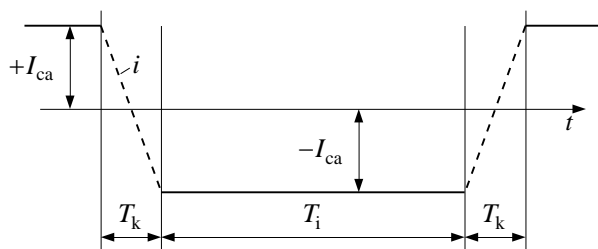
Po klasični teoriji komutacije menimo, da je proces komutacije vklapljanje in izklapljanje induktivnega tokokroga s pomočjo kontakta: ščetka – komutator. Po novejši energetski teoriji je komutacija kompliciran elektromehanski dinamični proces.

#### 4.3.4.1 Linearna komutacija

Pri izvajanju enačbe za potek toka v tuljavi, ki komutira po klasični teoriji komutacije, predpostavimo:

- 1) vsa kontaktna površina ščetka – komutator enakomerno vodi tok,
- 2) prehodna upornost, ščetka – komutator, ni odvisna od gostote toka in velikosti kontaktne površine.

Pri ugotavljanju poteka toka v tuljavi, ki komutira na sliki 4.34, predpostavimo še, da je širina lamele enaka širini ščetke, če zanemarimo vmesno izolacijo. Časovni potek toka v tuljavi, ki komutira, je narisano na sliki 4.35. Pri tem označimo tok veje  $I_{ca} = I/(2a)$  po enačbi (4.13b).  $T_k$  – čas trajanja komutacije in  $T_i$  – čas konstantnega toka. Vidimo, da se tok tuljave v času  $T_k$  spremeni od  $+I_{ca}$  na  $-I_{ca}$ . Časovni potek v času  $T_k$  ni poznan in je označen s črtkano črto.



Sl. 4.35 Časovni potek toka v tuljavi

Sl. 4.36 Tuljava v času komutacije

Časovni potek toka v času komutacije dobimo s pomočjo Kirchhoffovih zakonov ob upoštevanju vseh elementov, ki vplivajo na potek toka. Med te elemente štejemo inducirane napetosti v tem krogu:

- 1) inducirano napetost zaradi lastnega polja tuljave,
- 2) inducirano napetost zaradi prečnega polja kotve oziroma rezultirajočega polja, če ima stroj še komutacijske pole,
- 3) inducirano napetost zaradi glavnega polja.

Na sliki 4.36 je prikazana tuljava v času komutacije. Vidimo, da je čas komutacije  $T_k$  odvisen od tangencialne širine ščetke  $b_t$  (prikazana tudi na sliki 4.44) in obodne hitrosti komutatorja  $v_k$ .



$$T_k = \frac{b_t}{v_k} = \frac{b_t}{v_a} \frac{D_a}{D_k} = \frac{\tau_u}{v_a}, \quad (4.33)$$

kjer je  $D_a$  premer rotorja,  $D_k$  premer komutatorja,  $\tau_u = b_t D_a / D_k$  utorna delitev na obodu rotorja ter  $v_a$  obodna hitrost rotorja. Tokova tuljave, ki iz lamele 1 in 2 prehajata na ščetko, označimo z  $i_1$  in  $i_2$ . Po prvem Kirchhoffovem zakonu dobimo povezavo s tokom veje rotorja:

$$i_1 = I_{ca} - i, \quad (4.34a)$$

$$i_2 = I_{ca} + i. \quad (4.34b)$$

Trenutna vrednost toka  $i$  v enačbah (4.34a) in (4.34b) je funkcija elementov komutacijskega tokokroga. V tem tokokrogu imamo po sliki 4.36 naslednje ohmske upornosti, ki vplivajo na potek toka:

- 1) upornost tuljave  $R_t$ ,
- 2) upornost dovodnih vodnikov na lameli  $R_v$ , vključno z upornostjo lamele,
- 3) prehodno upornost ščetka – komutator  $R_c$ .

Za lažji izračun zanemarimo upornost  $R_t$  in  $R_v$ . Upoštevamo samo prehodni upornosti obeh delov ščetke, ki ju izračunamo po enačbah:

$$R_1 = R_c \frac{S_c}{S_1}, \quad (4.35a)$$

$$R_2 = R_c \frac{S_c}{S_2}. \quad (4.35b)$$

Za površino posameznih delov ščetke  $S_1$  in  $S_2$  glede na celotno površino ščetke  $S_c$ , s katero drsi po komutatorju – kolektorju, na sliki 4.36, veljata izraza:

$$S_1 = S_c \frac{t}{T_k}, \quad (4.36a)$$

$$S_2 = S_c \frac{T_k - t}{T_k}. \quad (4.36b)$$

Po drugem Kirchhoffovem zakonu velja:

$$i_1 R_1 - i_2 R_2 = 0. \quad (4.37)$$

Z upoštevanjem enačb (4.34), (4.35) in (4.36) v enačbi (4.37) dobimo enačbo, ki nam opiše potek toka  $i$  v tuljavi, ki komutira:

$$i = I_{ca} \left( 1 - 2 \frac{t}{T_k} \right). \quad (4.38)$$

Enačba (4.38) je enačba premice, zato imenujemo takšno vrsto komutacije linearno.

Potek toka v času komutacije je narisano na sliki 4.37.

Z upoštevanjem vseh uporov tuljave, ki komutira na sliki 4.36, napišemo napetost zanke:

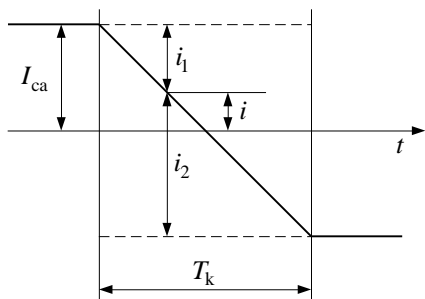
$$i_1 R_v + i_1 R_l - i_2 R_2 - i_2 R_v - i R_t = 0. \quad (4.39)$$

S pomočjo enačb (4.34), (4.35) in (4.36) dobimo rešitev za tok tuljave v času komutacije:

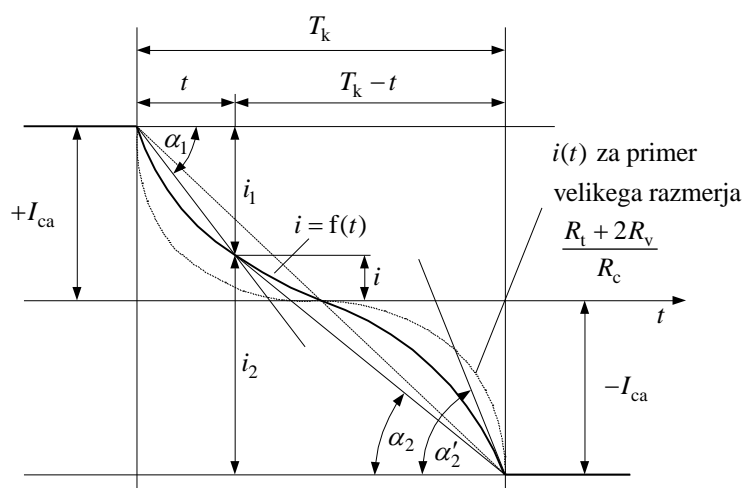
$$i = I_{ca} \frac{1 - 2 \frac{t}{T_k}}{1 + \frac{R_t + 2R_v}{R_c} \frac{t}{T_k} \left(1 - \frac{t}{T_k}\right)}. \quad (4.40)$$

Enačba (4.40) se razlikuje od enačbe (4.38) zaradi dodatnega izraza v imenovalcu.

Potek toka za enačbo (4.40) vidimo na sliki 4.38.



Sl. 4.37 Linearna komutacija



Sl. 4.38 Uporovna komutacija

Glede na različne časovne trenutke na sliki 4.38 velja:

za  $t = \frac{T_k}{2}$   $i = 0$ , kot za linearno komutacijo slika 4.37

za  $t < \frac{T_k}{2}$   $i > 0$ , toda manjši kot na sliki 4.37

za  $t > \frac{T_k}{2}$   $i < 0$ , toda absolutno večji kot na sliki 4.37.

Potek toka  $i$  ni več linearen, ampak ukrivljen.

Gostoto toka pod ščetko (sl. 4.38) izrazimo na naslednji način:

$$J_1 = \frac{i_1}{S_1} = \frac{T_k i_1}{S_c t} = k_c \frac{i_1}{t} = k_c \tan \alpha_1 \quad (4.41a)$$

in podobno

$$J_2 = k_c \tan \alpha_2, \quad (4.41b)$$

kjer je  $k_c$  koeficient komutatorja odvisen od hitrosti vrtenja komutatorja.

Gostoto toka na odhajajočem robu ščetke  $J'_2$  predstavimo z velikostjo  $\tan \alpha'_2$ , ki ga določa kot  $\alpha'_2$  med tokom  $-I_{ca}$  in tangento na tok  $i = f(t)$ . Tok  $i$  določa po enačbi (4.40) karakteristično razmerje  $(R_t + 2R_v)/R_c$ . Če to razmerje narašča, narašča tudi kot  $\alpha'_2$  in s tem gostota toka na odhajajočem robu ščetke. To je eden mogočih vzrokov za slabo komutacijo. Za dobro komutacijo potrebujemo torej ščetke z relativno veliko prehodno upornostjo  $R_c$ .

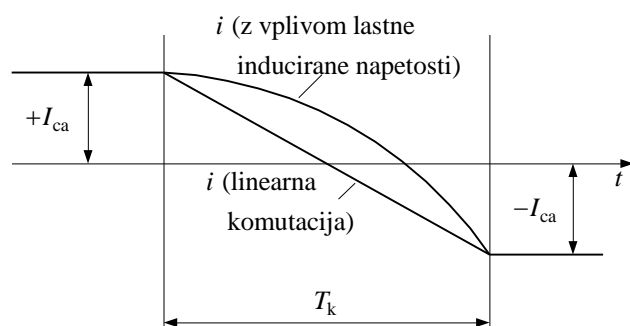
#### 4.3.4.2 Vpliv lastne inducirane napetosti na komutacijo

Na osnovi drugega Kirchhoffovega zakona bi morali v tuljavi, ki komutira, oziroma zanki upoštevati še inducirane napetosti zaradi vpliva magnetnih polj. Da ne izgubimo fizikalnega pregleda, upoštevamo, če zanemarimo upornosti  $R_v$  in  $R_t$ , le vpliv inducirane napetosti zaradi lastnega magnetnega polja tuljave. Izhajamo torej iz linearne komutacije. Po Faradayevem zakonu je inducirana napetost zaradi lastnega polja:

$$e_t = -N_t \frac{d\Phi_{\sigma t}}{dt} = -L_{\sigma t} \frac{di}{dt}, \quad (4.42)$$

kjer je  $\Phi_{\sigma t}$  razsipani fluks tuljave,  $L_{\sigma t}$  pa njena induktivnost.

Inducirana napetost  $e_t$  nasprotuje spremembi toka, zato sprememba toka zaostaja glede na potek pri linearni komutaciji. Približen potek vidimo na sliki 4.39.



Sl. 4.39 Vpliv lastne inducirane napetosti na komutacijo

Vrednosti za  $e_t$  bi dobili, če bi poznali potek toka  $i(t)$ . Z upoštevanjem vseh upornosti in induciranih napetosti zanke bi dobili rešitev za tok z diferencialno enačbo. Bolj enostavno rešitev za srednjo vrednost te napetosti  $\bar{E}_t$  dobimo, če predpostavimo linearen potek toka "i" v tuljavi, ki komutira.

Razsipani fluks  $\Phi_{\sigma t}$  je sorazmeren tokovni oblogi  $A$ :

$$\Phi_{\sigma t} = \zeta \tau_u A l, \quad (4.43)$$

kjer je

- $A$  tokovna obloga po enačbi (4.27),
- $\zeta$  Hobartov koeficient induktivnosti in znaša pri običajno grajenih strojih  $(4 \div 6 \div 8) \cdot 10^{-6}$  (V·s/(A·m)),
- $\tau_u$  utorna delitev na rotorju po enačbi (4.33),
- $l$  dolžina stranice tuljave v utoru rotorja.

Lastna inducirana napetost po enačbi (4.42) ter s pomočjo (4.43) in (4.33) je sedaj:

$$\bar{E}_t = 2N_t \zeta v_a A l. \quad (4.44)$$

Inducirana napetost v komutirajoči tuljavi znatno poslabša komutacijo. Pri tem vidimo, da je odvisna od rotorskega toka  $I$ , ki določa tokovno oblogo  $A$  in od hitrosti vrtenja kotve ("armature")  $v_a$ . Ostali členi v enačbi (4.44) so konstantni. Pri manjših strojih problem komutacije ni tako velik. Načini za zmanjšanje vpliva glede na enačbo (4.42) oziroma (4.44):

- 1) zmanjšanje  $di/dt$ , to pomeni zmanjšanje toka ali hitrosti vrtenja,
- 2) zmanjšanje induktivnosti  $L_t$  z zmanjšanjem  $N_t$ , to je delitvijo tuljave na delne tuljave ( $u > 1$ ),
- 3) komutacijski (pomožni) poli, ki inducirajo protinapetost  $E_{kp}$  napetosti  $\bar{E}_t$ .

Komutacijske pole namestimo v nevtralno cono, kjer vzbujajo polje  $B_{\delta kp}$ . V ostalem prostoru, kjer tuljave ne komutirajo, tega polja ne potrebujemo, zato so poli ozki in dani s širino ščetke.

Magnetno polje komutacijskih polov  $B_{\delta kp}$  inducira v času komutacije napetost:

$$E_{kp} = 2B_{\delta kp} l v_a N_t. \quad (4.45)$$

Če naj gibalna napetost  $E_{kp}$  popolnoma kompenzira lastno inducirano napetost  $\bar{E}_t$ , moramo izenačiti izraza (4.44) in (4.45), da dobimo znano Pichelmayerjevo formulo:

$$B_{\delta kp} = \zeta A = \zeta \frac{I_a z}{2a D \pi}. \quad (4.46)$$

Gostota polja pomožnih polov je torej odvisna od velikosti toka obremenitve. Ker mora biti  $E_{kp}$  nasproten  $\bar{E}_t$ , so komutacijski poli vezani z rotorjem tako, da deluje komutacijsko navitje s svojim vzbujanjem  $\mathcal{O}_{kp}$  proti reakciji kotve  $\mathcal{O}_a$ , kot je prikazano na sliki 4.40.

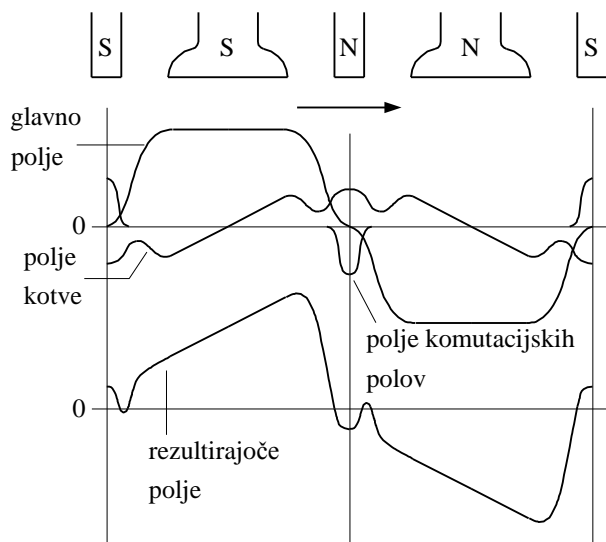
Na sliki 4.40 vidimo razporeditev komutacijskih polov, ki velja za generator. Za motor velja nasprotna smer vrtenja ali nasprotna razporeditev komutacijskih polov.

Kakšne krivulje toka dobimo v odvisnosti od dimenzioniranja komutacijskih pomožnih polov, prikazuje slika 4.41. Krivulji 1 in 2 dobimo pri preslabih komutacijskih polih (podkomutacija), krivuljo 3 pri idealnem stanju (čisto linearna komutacija), krivulji 4 in 5 pri optimalnem stanju (rahla nadkomutacija) ter krivulji 6 in 7 pri premočnih komutacijskih polih (nadkomutacija). Nad – in podkomutacija povzročita iskrenje (na prihajajočih oziroma odhajajočih robovih med ščetkami in lamelami).

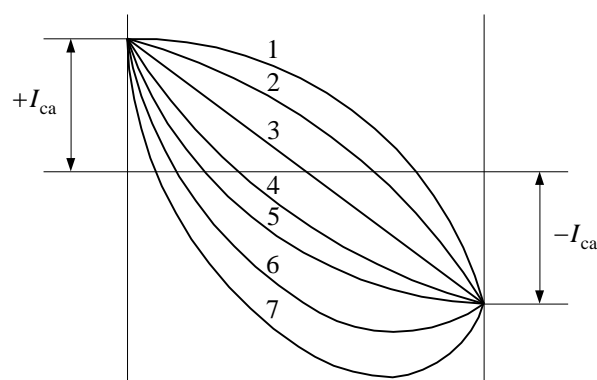
V primeru, ko ima stroj še kompenzacijsko navitje, je zahtevano vzbujanje komutacijskih polov:

$$\Theta_{kp} = \Theta_a - \Theta_{komp} + V_{komut}, \quad (4.47)$$

kjer je  $\Theta_{komp}$  vzbujanje kompenzacijskega navitja in  $V_{komut}$  potrebna magnetna napetost magnetnega kroga komutacijskih polov.



Sl. 4.40 Razdelitev magnetnega polja pri stroju s komutacijskimi poli

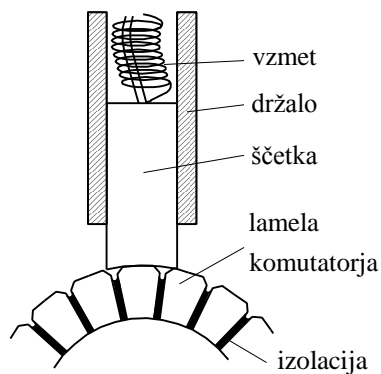


Sl. 4.41 Komutacijske krivulje toka

## 4.4 SKLOP ZA KOMUTACIJO

### 4.4.1 Sklop za klasično komutacijo

V sklop za klasično komutacijo štejemo naslednje dele: komutator, ščetke in držala ščetk. Komutator je nataknen na gred rotorja in se z njim vrti. Na njegove lamele so vezani izvodi tuljav. Ščetke s svojimi držali so nameščene na statorju in mirujejo. Izmed vseh delov sklopa za komutacijo je največji problem s komutatorjem pri vrtenju, to smo spoznali že pri teoriji komutacije. Čim večja je hitrost vrtenja stroja in čim večji so tokovi, tem večje so težave. Pri majhnih strojih teh težav ni. Najbolj enostavni sklop za komutacijo, ki se uporablja pri malih strojih, prikazuje slika 4.42.



Sl. 4.42 Enostavni sklop za komutacijo

Z razvojem elektronike je nastal tudi sklop za elektronsko komutacijo, kjer je klasični sklop za komutacijo zamenjan z elektronikom. Govorimo o elektronsko komutiranih strojih (motorjih). Ti stroji se gradijo le za manjše moči.

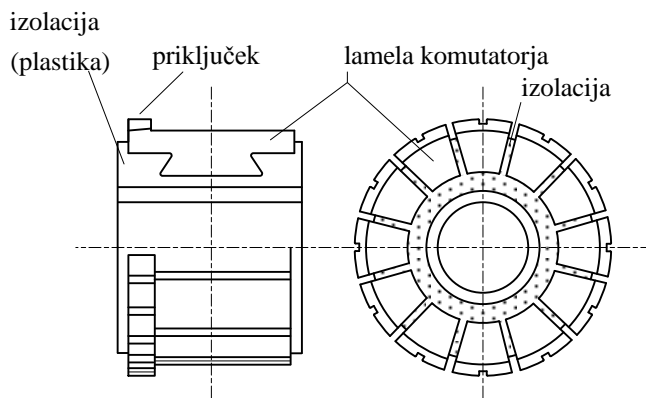
#### 4.4.1.1 Komutator

Standardni komutator ima lamele iz bakra. Te morajo biti izolirane med seboj kakor proti stroju. Podvržene so centrifugalnim in termičnim silam, zato se ne smejo deformirati.

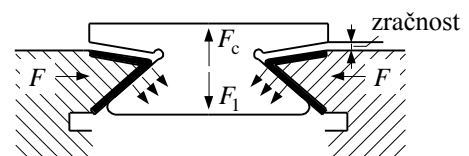
Poznamo dve osnovni izvedbi konstrukcije komutatorja:

1) Mali komutatorji za motorje malih moči imajo lamele vezane s plastično maso, kot je to prikazano na sliki 4.43a. Plastična masa nadomešča pesto komutatorja in istočasno služi tudi za izolacijo. Prstani z obeh strani mehansko ojačajo plastično maso.

2) Večji komutatorji so grajeni v izvedbi z lastovičjim repom (sl. 4.43b). Pri tem ločimo še turbo ali diskasto izvedbo za stroje z veliko obodno hitrostjo. Seveda je treba dodati, da imamo diskasto izvedbo tudi pri majhnih strojih ploščate izvedbe, ki nima lastovičjega repa.



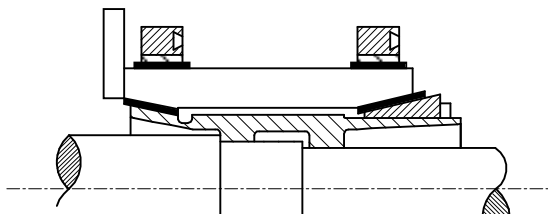
Sl. 4.43a Izvedba komutatorja s plastično maso



Sl. 4.43b Izvedba komutatorja z lastovičjim repom

Pri izvedbi z lastovičjim repom so lamele stisnjene med dva konusa. Na lastovičji rep lamel pritiskata konusa s silo  $F$ , toda le z notranje strani, kot kaže slika 4.43b. Rezultirajoča sila v lameli  $F_1$  drži v obratovanju ravnotežje centrifugalni sili  $F_c$ . Med lamelami komutatorja in obema konusoma je izolacija (debela črna črta).

Pri turbo komutatorju na sliki 4.43c stiskajo lamele jekleni obroči, montirani na zunanost komutatorja. Tudi tu so lamele izolirane glede na jeklene obroče in proti gredi (debela črna črta).



Sl. 4.43c Izvedba turbo komutatorja

Komutator ima lamele, ki so med seboj izolirane s plastiko (sl. 4.43a) ali pri večjih komutatorjih z mikanitom. Najmanjši komutatorji imajo lamele izolirane le z zrakom. Med lamelami torej ni izolacije. Na komutator se prispajkajo ali privarijo dovodi tuljav. V ta namen ima komutator zareze ali v posebnih primerih zastavice.

Pri najmanjših komutatorjih imajo posamezne lamele kljuke za pritrnitev dovodov tuljav in jih zato imenujemo kljukasti komutatorji oziroma kljukasti kolektorji.

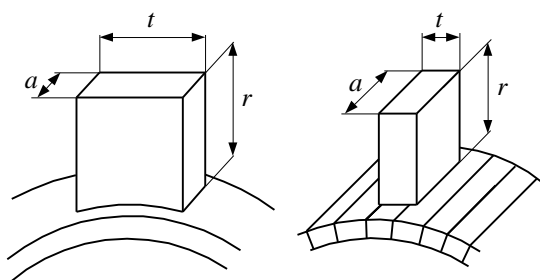
#### 4.4.1.2 Ščetke

Ščetke ustvarijo stik med mirujočimi sponkami stroja in vrtečim se rotorjem. Ščetke delimo glede na vrsto materiala in postopek izdelave na oglene, ogleno grafitne, grafitne, elektro grafitne, kovinsko grafitne in grafitne, vezane s smolami.

Najugodnejšo vrsto materiala izberemo s poskusi. Predhodno naštetih materialih imajo določene lastnosti, kot so: specifična upornost, trdota, dovoljena gostota toka, obodna hitrost, padec napetosti, koeficient trenja in dovoljeni pritisk. Tipični važnejši podatki za ogleno grafitne ščetke bi bili: specifična upornost  $30 \div 800 \mu\Omega\text{m}$ , gostota toka  $5 \div 7 \text{ A/cm}^2$ , obodna hitrost do  $20 \text{ m/s}$ , padec napetosti na paru ščetk  $\approx 2,8 \text{ V}$ , pritisk  $21 \text{ kPa}$ . Takšne ščetke se uporabljajo pri malih enosmernih in univerzalnih motorjih za napetosti do  $220 \text{ V}$ .

Ščetke se mnogo hitreje obrabijo (tudi več stokrat) kot sam komutator, zato jih je treba pogosto menjavati. Hitreje se obrabijo ščetke za negativne pole.

Vsaka ščetka ima seveda priključni vodnik, kot je vidno tudi na sliki 4.42. Ta priključni vodnik je drobno žičen, ker se ščetka med obratovanjem trese. Na dovodni vodnik je običajno prispajkana kabelska stopica ali kabelski čevljev.

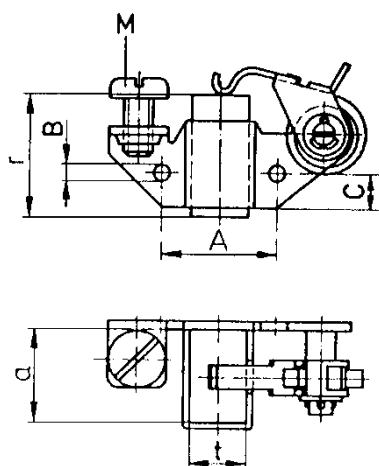


Sl. 4.44 Standardne dimenzije ščetk

Ščetke imajo po mednarodnih (IEC) priporočilih standardizirane dimenzije, kot je prikazano na sliki 4.44. Ščetke in njihova držala označimo v naslednjem zaporedju:  $t \times a \times r$ , kjer je  $t$  – tangencialna,  $a$  – aksialna in  $r$  – radialna dimenzija.

#### 4.4.1.3 Držala ščetk

Držala ščetk so važen konstrukcijski element. Večinoma so izvedena za radialno držanje ščetk. Mogoča so še poševna držala, ki omogočajo vrtenje rotorja le v eni smeri. To je reakcijska izvedba držal. Najenostavnejši primer držala v obliki tulca prikazuje že slika 4.42.



Sl. 4.45 Držalo ščetke

Na sliki 4.45 vidimo primer držala za majhne enosmerne in univerzalne motorje, ki je prirejeno za pritrnitev na izolirni obroč. Držalo ima odprtino za vstavitve ščetke in vzmet, ki pritiska na ščetko. Konstrukcija držala mora omogočiti približno konstantni pritisk na ščetko, neodvisno od njene obrabe. Seveda obstajajo tudi držala, pri katerih je mogoče reguliranje pritiska.

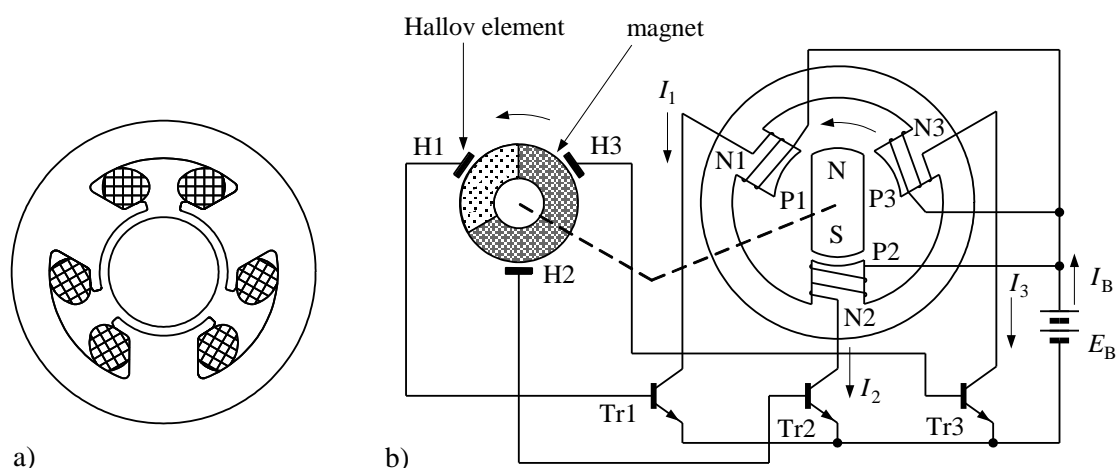
#### 4.4.2 Sklop za elektronsko komutacijo

V primeru, ko funkcijo komutatorja in ščetk zamenjamo z mirujočim stikalom, govorimo o enosmernem stroju (DC motorju) brez ščetk. Pri takšnem motorju je bolje, da imamo vzbujanje v obliki trajnega magneta na rotorju in navitje kotve na statorju. Tak DC motor je sedaj podoben sinhronskemu izmeničnemu motorju (AC). Razlika je v tem, da ima DC motor tipala za ugotavljanje položaja rotorja (polov magneta), ki dajo signale za krmiljenje elektronskih stikal. Glede na vrsto vgrajenih tipal imamo: 1) Hallove elemente, 2) foto diode in foto tranzistorje, 3) induktivne dajalnike. Največ se uporabljajo Hallovi elementi, ki so v novejšem času kar integrirani z ojačevalcem v čip ali krajše Hall IC. Izhodni signal čipa vodi močnostne stikalne tranzistorje za krmiljenje toka v navitju kotve.

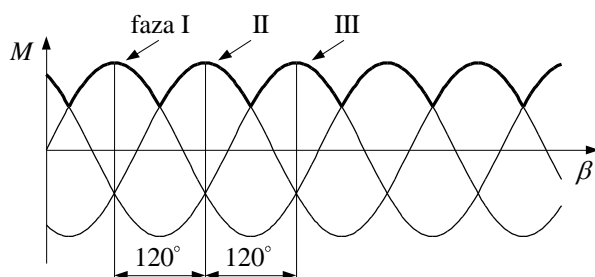


Tudi navitje kotve je lahko različnih izvedb. Govorimo o enofaznem, dvofaznem, trifaznem in štirifaznem sistemu, ki ga imenujemo tudi dvofazni sistem s spremenljivo polarnost Hallovih elementov. Slabe lastnosti enofaznega in dvofaznega sistema so velike pulzacije vrtilnega momenta, o čemer smo že govorili v uvodu za normalni enosmerni stroj z eno ali dvema tuljavama v kotvi. Za lažje razumevanje je na sliki 4.46 prikazana shema trifaznega motorja s stalno polarnost (unipolarna izvedba) in s Hallovimi elementi za krmiljenje stikalnih tranzistorjev.

Na sliki 4.47 je prikazan pulzirajoči vrtilni moment v odvisnosti od kota vrtenja pri napajanju posameznih faz z enosmernim tokom. Tudi na tej sliki je vidna precejšnja pulzacija vrtilnega momenta. Točke maksimalnega vrtilnega momenta posameznih faz so za trifazni sistem (sl. 4.47) premaknjene za  $120^\circ$ .



Sl. 4.46 Shema elektronsko komutiranega trifaznega motorja: a) presek  
b) shema delovanja



Sl. 4.47 Vrtilni moment v odvisnosti od položaja rotorja

## 4.5 VRSTE ENOSMERNIH STROJEV

### 4.5.1 Vrste vzbujanja

Pri normalnih enosmernih strojih imamo za vzbujanje elektromagnete, to je pole z vzbujaalnimi navitji. Druga možnost je vzbujanje s trajnimi magneti. V tem primeru se pogosto uporablja elektronska namesto klasične komutacije.

Če ostanemo pri klasičnem načinu vzbujanja, imamo pri njem na polovih čevlji eno ali več vzbujalnih navitij. To nam predstavlja en tokokrog. Drugi tokokrog vključuje navitje kotve, morebitno kompenzacijsko navitje in navitje komutacijskih polov. Glede na to, kako sta ta dva tokokroga med seboj vezana, ločimo različne vrste enosmernih strojev, ki imajo različne obratovalne lastnosti. Kljub temu ostane osnovno delovanje stroja enako, kot smo ga opisali v prejšnjih poglavjih.

Če se vrnemo k vzbujalnemu tokokrogu, smo omenili, da ima ta eno ali več vzbujalnih navitij, ki tvorijo rezultirajoče vzbujanje. Glede na to, kako je vzbujanje posameznih navitij odvisno od raznih fizikalnih veličin ( $I$ ,  $U$ ), se menjajo lastnosti strojev. Posamezna navitja si lahko med seboj pomagajo ali nasprotujejo. Skupno rezultirajoče vzbujanje ustvari glavni fluks stroja  $\Phi_g = f(\Theta)$ .

Glede na to, kako so vzbujalna navitja vezana, ločimo naslednje osnovne vrste vzbujanja.

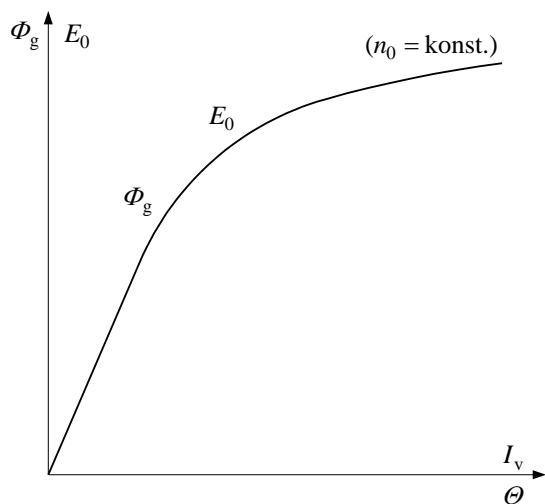
- 1) Tuje vzbujanje. Vzbujalno navitje je priključeno na zunanji vir napetosti in je neodvisno od dogajanj v stroju.
- 2) Vzporedno (paralelno) vzbujanje. Vzbujalno navitje je vezano paralelno k rotorskemu tokokrogu.
- 3) Zaporedno (serijsko) vzbujanje. Vzbujalni krog je vezan zaporedno s tokokrogom rotorja.
- 4) Sestavljeno (kompavndno) vzbujanje. To je kombinacija paralelnega in serijskega vzbujanja glede na rotorski tokokrog.

#### 4.5.2 Karakteristika prostega teka

Karakteristika prostega teka (KPT) je osnovna karakteristika stroja, ki daje odvisnost inducirane napetosti na sponkah stroja od vzbujalnega toka ( $I_v$ ) pri konstantni hitrosti vrtenja. Takšno karakteristiko kaže slika 4.48. Glede na potek KPT ugotovimo tudi lastnosti magnetnega kroga stroja. Inducirana napetost stroja  $E$  je namreč funkcija fluksa  $\Phi_g$ . Ta je odvisen od vzbujanja in magnetne upornosti poti fluksa. Magnetna upornost se spreminja v odvisnosti od magnetilne krivulje. Na KPT opazimo vpliv nasičenja, zato je podobna magnetilni krivulji. Običajno imamo inducirano napetost tudi, ko je  $\Theta = 0$ . To je remanentna napetost.

V primeru, ko imamo samo eno vzbujalno navitje, velja, da je  $\Theta_v = I_v N_v$ . Ker je po enačbi (4.22)  $E = f(\Phi_g)$ , lahko pri konstantnih vrtljajih spremenimo KPT v funkcijo  $\Phi_g = f(I_v)$ . Sedaj izberemo razne izvore vzbujalnega toka tako, da je vzbujalni tok oziroma vzbujanje odvisno tudi npr. od napetosti na sponkah, toka kotve itd.

Različno vzbujani enosmerni stroji imajo pri obremenitvi različne lastnosti, zato je mogoče govoriti o različnih zunanjih karakteristikah strojev.



Sl. 4.48 Karakteristika prostega teka

Zunanja karakteristika enosmernega generatorja nam pove odvisnost napetosti na sponkah od bremenskega toka pri  $n = \text{konst.}$

Zunanja karakteristika enosmernega motorja nam pove odvisnost vrtljajev od bremenskega vrtilnega momenta pri  $U = \text{konst.}$

Lastnosti enosmernih strojev oziroma njihove zunanje karakteristike so odvisne od vrste vzbujanja oziroma njihove vezave.

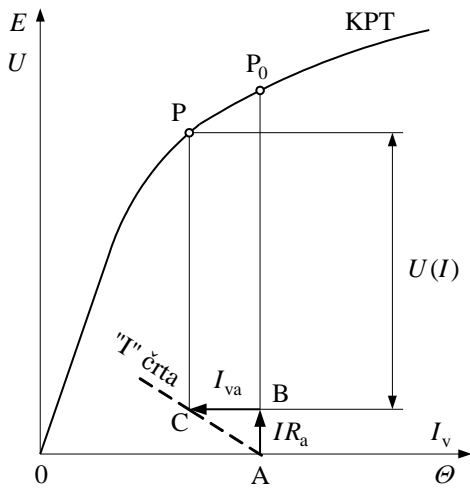
### 4.5.3 Zunanja karakteristika po metodi "I" črte

Proučevanje lastnosti enosmernih strojev po metodi "I" črte je podobno proučevanju asinhronskega stroja s pomočjo krožnega diagrama ali s tokovnimi karakteristikami pri sinhronskem stroju. Razlika je v tem, da "I" črta ne temelji na analitičnem postopku. Gre za formalno geometrijsko prikazovanje fizikalnih veličin pri različnih pogonskih stanjih.

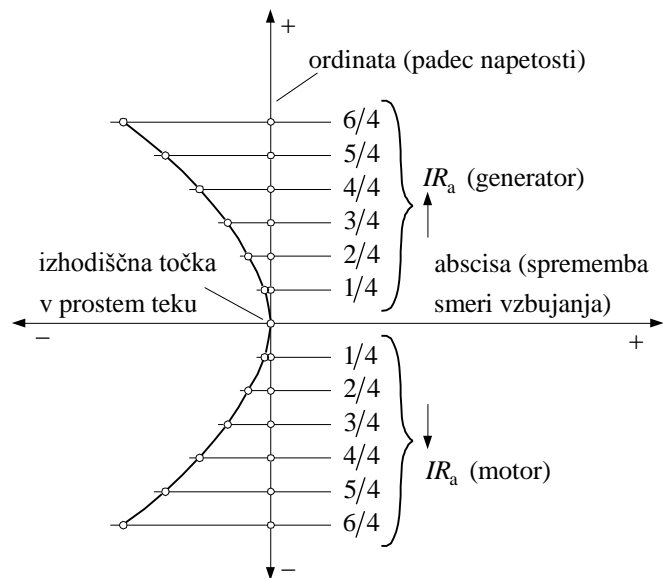
Primer konstrukcije "I" črte bomo razložili na enosmernem generatorju s tujim vzbujanjem. Izhodišče za razlago je karakteristika prostega teka  $E(\Theta)$ , merjena pri konstantnih vrtljajih kotve, ki jo bomo koristili pri spremembi bremenskega toka kot krivuljo napetosti na sponkah stroja  $U(\Theta)$ . Pri tem moramo dopustiti, da skrajna točka C rezultirajočega vzbujanja, upošteva reakcijo kotve (razdalja  $\overline{BC}$  na sliki 4.49, ki je sorazmerna  $\overline{FD} = V_{\text{nas}}$  na sliki 4.28), potuje v smeri abscisne osi ( $\Theta_{\text{rez}} = \overline{OA} - \overline{BC}$ ) in je pri tem premaknjena za padec napetosti  $IR_a$  (razdalja  $\overline{AB}$ ) v smeri ordinatne osi. Tako opisana črta pri spremembi toka bremena predstavlja že "I" črto, kot kaže slika 4.49. Glede na to predstavlja "I" črta kombinacijo geometrijskih mest točk rezultirajočih amper-ovojev in ohmskega padca napetosti enosmernega stroja v odvisnosti od spremembe bremenskega toka; od tod tudi ime "I" črta.

Padec magnetne napetosti  $V_{\text{nas}} = \Theta_{\text{nas}}$  zaradi nasičenja, kot posledico reakcije kotve (slika 4.28), napišemo v obliki  $\Theta_{\text{nas}} = I_{\text{va}} N_v$ . Delež zmanjšanja vzbujanja  $I_{\text{va}}$  zaradi reakcije kotve je  $I_{\text{va}} = K_I I$ .  $K_I$  je tokovna prestava. Napetost na sponkah za določeno obremenitev  $I$  je vertikalna razdalja od "I" črte do KPT.

Samo "I" črto je mogoče risati v merilu neodvisno od karakteristike prostega teka. V tem primeru rišemo na absciso spremembe vzbujanja, na ordinato pa padce napetosti. Na sliki 4.50 je narisana "I" črta za različne vrednosti obremenitve.



Sl. 4.49 Konstrukcija "I" črte za tuje vzbujani generator



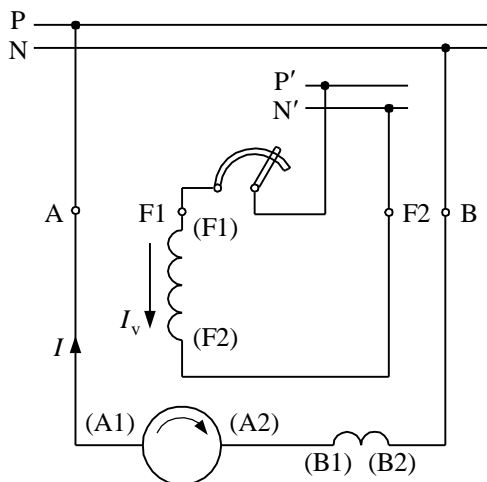
Sl. 4.50 Splošna konstrukcija "I" črte

"I" črta na sliki 4.50 ni prema črta, temveč kriva črta, ki nastane zaradi nelinearnega vpliva reakcije kotve zaradi nasičenja.

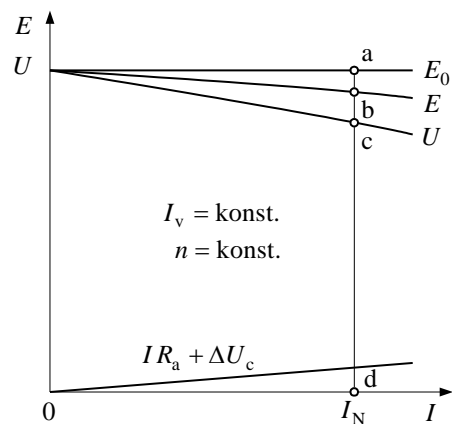
#### 4.5.4 Osnovne vrste enosmernih generatorjev

##### 4.5.4.1 Generator s tujim vzbujanjem

Shema generatorja s tujim vzbujanjem, pri katerem je tokokrog rotorja ločen od vzbujalnega tokokroga (izvor P'N'), prikazuje slika 4.51. Generator inducira napetost, ki požene tok iz pozitivne sponke (A1) v omrežje PN, iz omrežja pa preko sponk komutacijskih polov (B1) in (B2) v negativno sponko (A2).



Sl. 4.51 Generator s tujim vzbujanjem in komutacijskimi poli

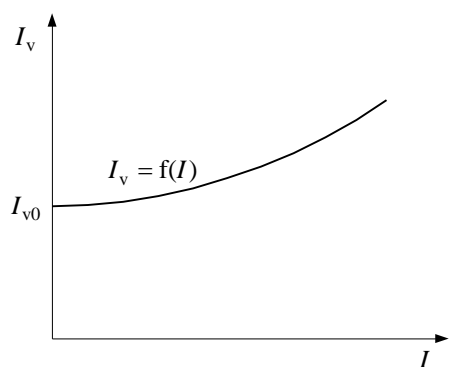


Sl. 4.52 Zunanja karakteristika generatorja s tujim vzbujanjem

Ker smo o karakteristiki prostega teka  $E = f(I_v)$  že govorili, se posvetimo kar zunanji karakteristiki  $U = f(I)$ .

Pri obremenitvi npr. z  $I_N$ , se inducirana napetost zmanjša zaradi reakcije kotve ( $\Delta E = \overline{ab}$ ), pri čemer dobimo zunanjo karakteristiko  $U = f(I)$ , kot je prikazano na sliki 4.52.

Dodatno zmanjšanje napetosti povzroči padec v kotvi  $\Delta U = IR_a + \Delta U_c$ , tj. padec v navitju rotorja in komutatorju. Padec ( $\Delta U = \overline{bc}$ ) odštejemo od notranje napetosti  $E$ , da dobimo napetost na sponkah  $U$ . Pri tem vidimo, da ima generator s tujim vzbujanjem precej neodvisno napetost  $U$  na sponkah od bremenskega toka  $I$ . Govorimo o trdi karakteristiki napetosti. Če preobremenimo generator, napetost  $U$  pada. Pri neki obremenitvi  $I_k$  bi bila inducirana napetost  $E$  enaka padcu napetosti  $\Delta U$ . Stroj obratuje tedaj v kratkem stiku.



Zanimiva je tudi regulacijska krivulja. Dobimo jo, če pri konstantni napetosti na sponkah generatorja iščemo odvisnost vzbujalnega toka od bremenskega toka, kot je prikazano na sliki 4.53. V regulacijski krivulji je zajet vpliv reakcije kotve in padcev napetosti.

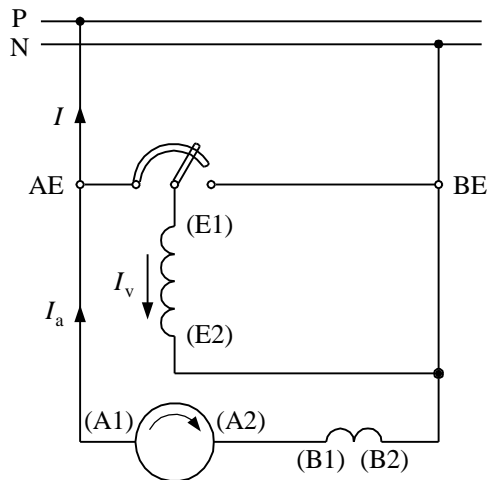
Sl. 4.53 Regulacijska krivulja

#### 4.5.4.2 Generator s paralelnim vzbujanjem

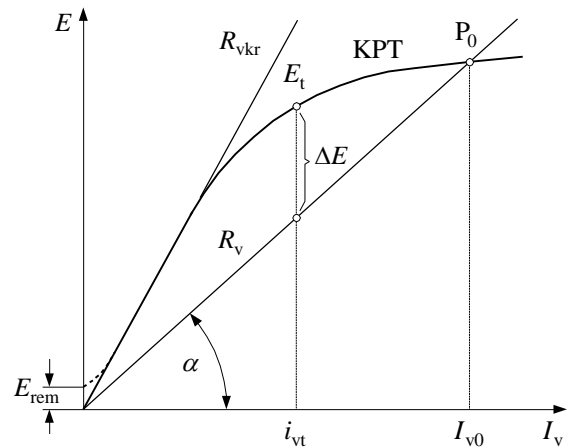
Za razliko od generatorja s tujim vzbujanjem ima ta generator napetost na vzbujalnem navitju enako napetosti rotorskega tokokroga. Tok kotve  $I_a$  se deli na vzbujalni tok  $I_v$  in tok bremena  $I$  tako, da je  $I_a = I + I_v$ , kot je razvidno iz slike 4.54.

Generator s paralelnim vzbujanjem se lahko z vrtenjem rotorja sam vzbudi. To pomeni, da se mu dvigne napetost na sponkah, zaradi česar ga imenujemo samovzbujalni. Proces samovzbujanja je mogoč, če je v železu ostal nek remanentni magnetizem. Ta inducira minimalno napetost  $E_{rem}$  pri vrtenju rotorja, tudi če je  $I_v = 0$ . Minimalna inducirana napetost požene v vzbujalnem krogu z upornostjo  $R_v$  tok  $I_v = E_{rem}/R_v$ . Sedaj se poveča napetost na višjo vrednost. To dvigovanje traja tako dolgo, dokler ne pridemo do točke  $P_0$  (sl. 4.55), ki je določena s premico pod kotom  $\alpha$ :

$$\tan \alpha = \frac{E}{I_v} = R_v. \quad (4.48)$$



Sl. 4.54 Generator s paralelnim vzbujanjem



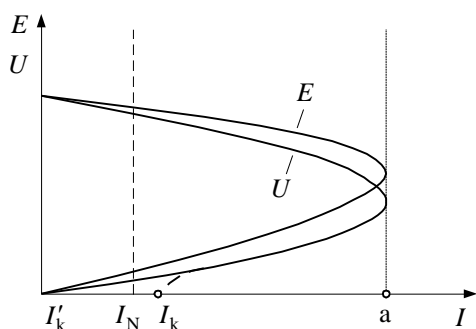
Sl. 4.55 Prikaz samovzbujanja

Samo dviganje napetosti je počasno, ker se mu upira induktivnost vzbujalnega navitja  $L_v$ . Vzbujalni tok  $i_{vt}$  dviguje razlika napetosti po enačbi:

$$\Delta E = E_t - i_{vt} R_v = L_v \frac{di_{vt}}{dt}. \quad (4.49)$$

V primeru, da generator nima remanentne napetosti, je treba na sponke vzbujalnega navitja (E1) in (E2) dovesti napetost tujega vira, da steče nek začetni tok. Potrebno je še poudariti, da se stroj vzbudi samo, če upornost vzbujalnega kroga  $R_v$  ni prevelika. Maksimalno dovoljeno oziroma kritično upornost  $R_{vkr}$  določa tangenta na KPT.

Zunanja karakteristika generatorja s paralelnim vzbujanjem (sl. 4.56) je podobna zunanji karakteristiki generatorja s tujim vzbujanjem, vendar je nekoliko mehkejša. Z naraščanjem bremenskega toka  $I$  namreč pada vzbujalna napetost in z njo tudi vzbujalni tok.

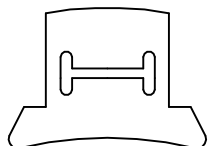


Sl. 4.56 Zunanja karakteristika generatorja s paralelnim vzbujanjem

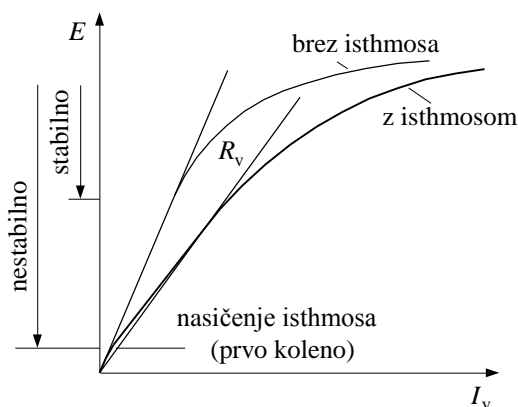
Pri prekoračitvi določene obremenitve (kritična točka "a" na abscisi (sl. 4.56)) se napetost sesede in tok pade v točko kratkega stika  $I_k$ . Tok kratkega stika je enak nič ( $I'_k$ ), če stroj nima preostale – remanentne napetosti.

Če se vrnemo k sliki 4.55, ki prikazuje samovzbujanje, velja ta slika tudi za regulacijo napetosti. Na sliki 4.54 imamo v vzbujalnem tokokrogu upor, s katerim reguliramo nagib samovzbujalne premice.

Rekli smo že, da je upornost mogoče povečati le do kritične vrednosti, ki predstavlja tangento na KPT. V področju tangente bo regulacija napetosti nestabilna. Stroj torej ne more delati v nenasičenem področju KPT, zato je mogoče izdelati pole z zožitvijo (grško isthmos), kot kaže slika 4.57. V tem primeru se KPT splošči, področje regulacije napetosti oziroma področje stabilnega obratovanja se poveča (sl. 4.58).



Sl. 4.57 Izvedba pola z zožitvijo



Sl. 4.58 Karakteristiki prostih tekov brez in z zožitvijo

Samovzbujalna premica namreč pri uporabi zožitve seka KPT že pri nizkih vrednostih napetosti.

#### 4.5.4.3 Generator s serijskim vzbujanjem

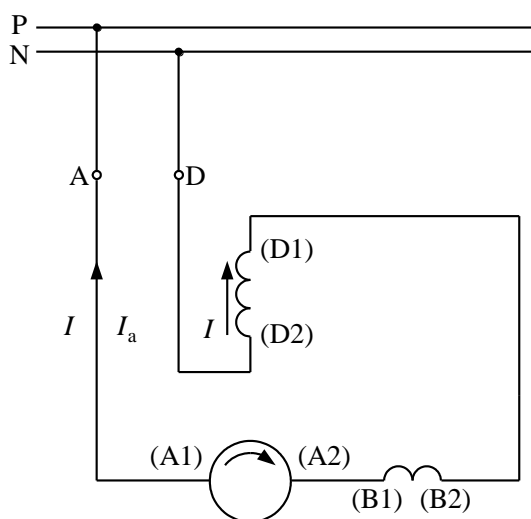
Na sliki 4.59 vidimo vezavo generatorja s serijskim vzbujanjem. Tok kotve je istočasno vzbujalni tok in tok obremenitve ( $I = I_a = I_v$ ).

Pri generatorju s serijskim vzbujanjem je vzbujalna napetost odvisna od inducirane napetosti. Ta požene skozi vzbujalno navitje tok  $I$ , ki je odvisen od celotne upornosti generatorja in upornosti bremena ( $R_b$ ). Pri tem velja:

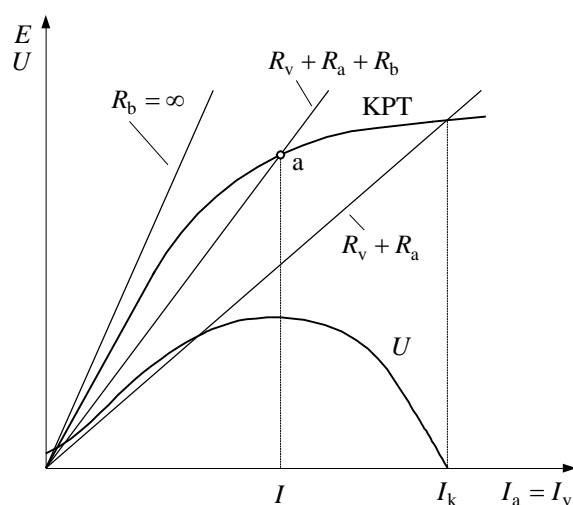
$$E = I(R_v + R_a + R_b) = I R_c. \quad (4.50)$$

Samovzbujalna premica je določena z vrednostjo  $R_v + R_a$ , delovna točka "a" s celotno upornostjo  $R_c$ . Napetost serijskega generatorja  $U$  dobimo, če od inducirane napetosti  $E$  odštejemo padec napetosti v stroju. Pri tem velja, da je napetost na sponkah  $U(I_v) = U(I_a) = U(I)$ . Pri nazivnih vrtljajih v prostem teku ( $R_b = \infty$ ) tok ne teče, tudi vzbujanja ni, na sponkah imamo remanentno napetost. V kratkem stiku ( $R_b = 0$ ) teče tok  $I_k$  pri  $U = 0$ . Celoten potek napetosti od prostega teka do kratkega stika podaja slika 4.60 (zunanja karakteristika). Tako vidimo, da se pri

generatorju s serijskim vzbujanjem zelo menja napetost, zato se takšni generatorji v glavnem ne uporabljajo.



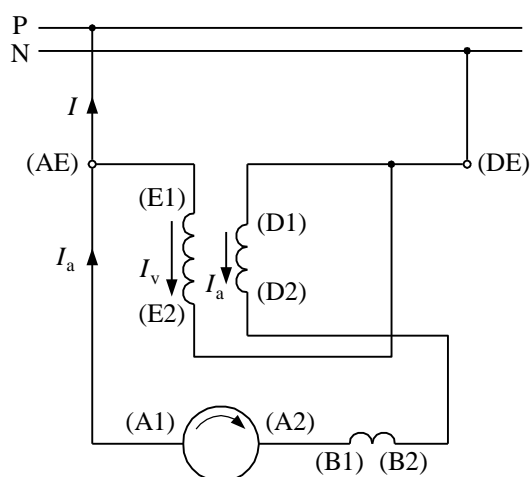
Sl. 4.59 Generator s serijskim vzbujanjem



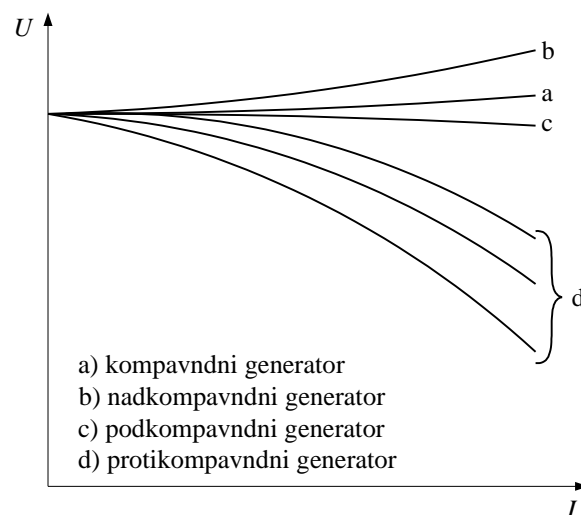
Sl. 4.60 Karakteristika prostega teka in zunanja karakteristika za generator s serijskim vzbujanjem

#### 4.5.4.4 Generator s sestavljenim (kompavndnim) vzbujanjem

Generator s sestavljenim ali kompavndnim vzbujanjem ima paralelno in serijsko vzbujanje na glavnih polih. Pri tem sta mogoči dve varianti. Prva je, da serijsko vzbujanje podpira paralelno vzbujanje kot na sliki 4.61, druga, da mu nasprotuje.



Sl. 4.61 Generator s kompavndnim vzbujanjem



Sl. 4.62 Zunanje karakteristike kompavndnega generatorja

V prvem primeru imamo še tri možnosti:

- 1) serijsko vzbujanje kompenzira vpliv reakcije in padcev napetosti (krivulja a na sliki 4.62), zato govorimo o popolnoma kompavndnem stroju;



- 2) serijsko vzbujanje je močnejše. Napetost na sponkah raste z obremenitvijo (krivulja b na sliki 4.62). To je nadkompavndni generator.
- 3) Pri podkompavndnem generatorju (krivulja c na sliki 4.62) napetost blago pada z obremenitvijo.

V drugem primeru, to je v primeru protikompavndnega generatorja (krivulje d na sliki 4.62), napetost na sponkah močno pada z obremenitvijo. Takšna izvedba stroja se uporablja le v izjemnih primerih.

#### 4.5.5 Motorji za enosmerni tok

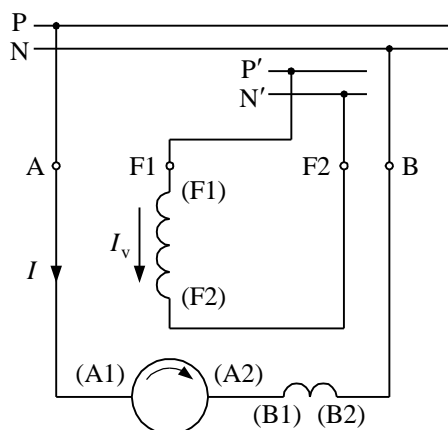
Glede na to, da lahko dela vsak generator kot motor in obratno, veljajo za motorje enake sheme kot za generatorje. Pri enaki smeri vrtenja motorja in generatorja se menjajo le smeri tokov na sponkah.

##### 4.5.5.1 Motor s tujim vzbujanjem

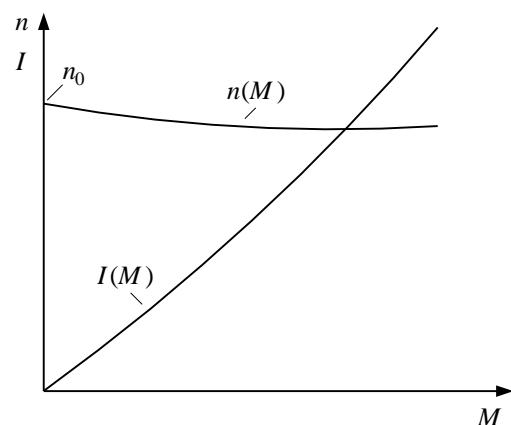
Shema vezave za motor s tujim vzbujanjem je narisana na sliki 4.63. Že vnaprej nas zanima, kako določimo zunanjo karakteristiko motorja (to je odvisnost vrtljajev  $n$  od vrtilnega momenta motorja  $M$ , ki je prikazana na sliki 4.64).

V stacionarnem stanju lahko pri katerikoli obremenitvi stroja izračunamo vrtljaje iz enačbe (4.22):

$$n = \frac{1}{k_e} \frac{E}{\Phi_g}. \quad (4.51)$$



Sl. 4.63 Motor s tujim vzbujanjem



Sl. 4.64 Zunanja karakteristika za motor s tujim vzbujanjem  $n(M)$  in karakteristika toka  $I(M)$

$\Phi_g$  je pri konstantnem vzbujanju odvisen od reakcije kotve. Pri konstantni omrežni napetosti  $U$  in v stacionarnem obratovanju, to je pri nespremenljivem bremenskem toku, mora biti inducirana napetost takšna, da bo ravnotežje v tokokrogu kotve po

drugem Kirchhoffovem zakonu  $E = U - IR_a - \Delta U_c$  (po enačbi 4.24). V nestacionarnem obratovanju se pojavi še dodatna (lastna) inducirana napetost  $L_a dI/dt$ , kjer je  $L_a$  induktivnost tokokroga kotve. Pri zunanji karakteristiki nas zanima le stacionarno stanje. Enačbo za vrtljaje (4.51) lahko z upoštevanjem drugega Kirchhoffovega zakona pišemo v obliki:

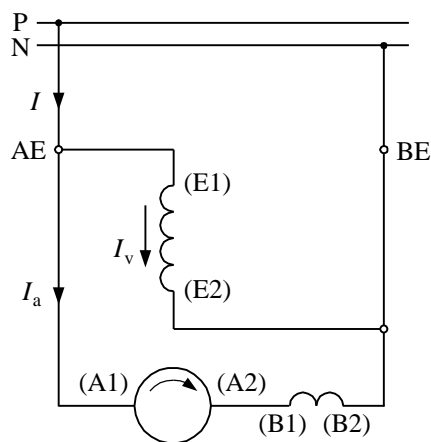
$$n = \frac{1}{k_e} \frac{U - IR_a - \Delta U_c}{\Phi_g}. \quad (4.52)$$

Če predpostavimo, da je motor kompenziran, bo  $\Phi_g = \text{konst.}$  za vrtilni moment pa velja enačba (4.26):  $M = k_m \Phi_g I$ ; vrtilni moment bo proporcionalen toku. Po enačbi (4.52) se z naraščanjem toka (vrtilnega momenta) poveča padec napetosti, vrtljaji počasi padajo. V primeru, da stroj ni kompenziran, pada zaradi reakcije kotve tudi  $\Phi_g$  in od določene obremenitve vrtljaji rastejo, tj. nestabilno področje obratovanja. Vpliv reakcije kotve je pri večjih obremenitvah približno kvadraten (enačba 4.29).

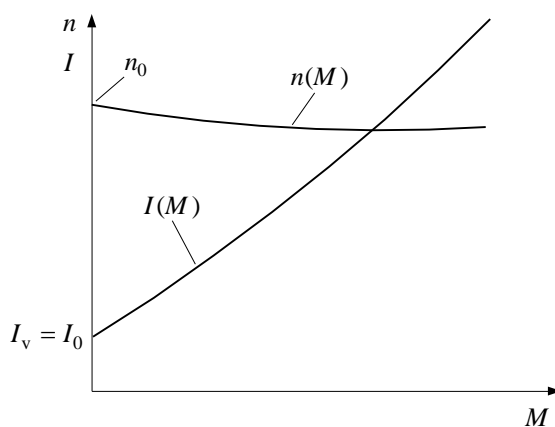
Na sliki 4.64 je prikazana tudi karakteristika toka  $I(M)$ .

#### 4.5.5.2 Motor s paralelnim vzbujanjem

Za motor s paralelnim vzbujanjem je prikazana shema vezave na sliki 4.65. Paralelni vzbujalni krog napaja sedaj isto omrežje kot kotvo. Če je skupno omrežje dovolj togo, ni razlike v obratovanju enega ali drugega motorja, zato veljajo za oba motorja enake zunanje karakteristike (sl. 4.66). Formalno je razlika le pri izračunu toka motorja. Pri motorju s tujim vzbujanjem je tok omrežja enak toku motorja  $I = I_a$ , pri motorju s paralelnim vzbujanjem je tok omrežja večji od toka kotve za vzbujalni tok  $I = I_a + I_v$ , kot kaže krivulja toka  $I(M)$  (sl. 4.66). Pri računanju vrtljajev po enačbi (4.52) računamo padec napetosti s tokom  $I_a = I - I_v$ .



Sl. 4.65 Motor s paralelnim vzbujanjem



Sl. 4.66 Zunanja karakteristika za motor s paralelnim vzbujanjem  $n(M)$  in karakteristika toka  $I(M)$

### 4.5.5.3 Motor s serijskim vzbujanjem

Shema vezave za motor s serijskim vzbujanjem je prikazana na sliki 4.67. Za vrtilni moment motorja velja enačba (4.26)  $M = k_m \Phi_g I = K_M I$ . V serijski vezavi je v nenasičenem stroju  $\Phi_g$  sorazmeren toku  $I$ , tj. koeficientu fluksa oziroma vrtilnega momenta  $K_M = k_1 I = \text{konst.}$ , zato velja:

$$M = k_1 I^2. \quad (4.53)$$

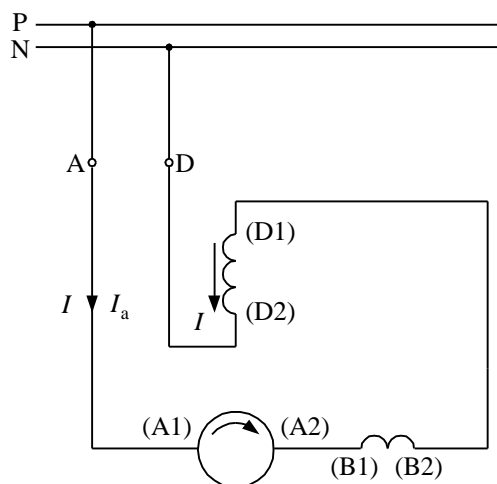
Iz enačbe (4.51) dobimo vrtljaje nenasičenega stroja:

$$n = \frac{1}{k_2} \frac{E}{I}.$$

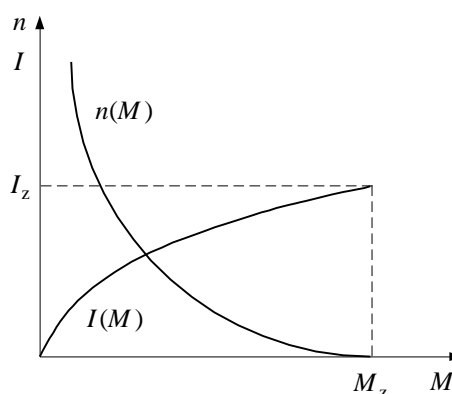
Z upoštevanjem enačbe (4.53), to je izraza za tok motorja, izračunamo vrtljaje kot funkcijo vrtilnega momenta:

$$n = k_3 \frac{E}{\sqrt{M}}. \quad (4.54)$$

Pri manjših obremenitvah je vrtilni moment po enačbi (4.53) sorazmeren  $I^2$ , medtem ko po enačbi (4.54) vrtljaji padajo. Pri večjih obremenitvah pride do nasičenja, zato vrtljaji padajo počasneje, ker fluks ni več sorazmeren toku. Vrtljaji padejo na nič pri vrtilnem momentu  $M_z$ , to je v kratkem stiku, kot kaže slika 4.68. Razen vrtljajev je narisana še krivulja toka  $I(M)$ .



Sl. 4.67 Motor s serijskim vzbujanjem



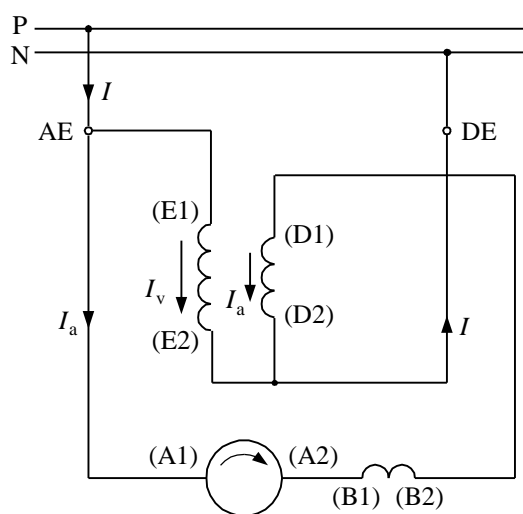
Sl. 4.68 Zunanja karakteristika za motor s serijskim vzbujanjem  $n(M)$  in karakteristika toka  $I(M)$

Pri motorju s serijskim vzbujanjem nas še posebej zanima področje malih obremenitev. Pri mali obremenitvi je majhen bremenski tok in z njim glavni fluks, zato morajo po enačbi (4.51) porasti vrtljaji. Teoretično je mogoče, da v popolnoma

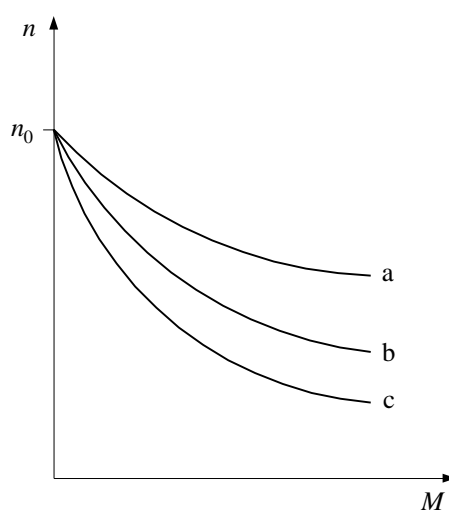
neobremenjenem stanju vrtljaji porastejo v neskončnost, vendar se to praktično ne zgodi zaradi trenja v ležajih in trenja ščetk. Kljub vsemu lahko pride do takšnega dviga vrtljajev, ki mu pravimo pobeg, da pride do poškodb stroja. Tega seveda ne smemo dopustiti.

#### 4.5.5.4 Motor s sestavljenim (kompavndnim) vzbujanjem

Tak motor ima najmanj dve vzbujalni navitji: paralelno in serijsko. Serijsko navitje običajno pomaga paralelnemu, zato govorimo o kompavndnem vzbujanju, kot kaže vezava na sliki 4.69. Pri protikomavndnem vzbujanju, ki je pri motorju redkost, si vzbujanji navitij nasprotujeta.



Sl. 4.69 Motor s kompavndnim vzbujanjem



Sl. 4.70 Zunanja karakteristika kompavdnega motorja

Zunanje karakteristike kompavdnega motorja (sl. 4.70) so odvisne od tega, katero navitje ima večji vpliv. Motor ima mehkejšo karakteristiko, če prevladuje serijsko navitje in tršo, če prevladuje paralelno navitje. V prostem teku ima stroj vrtljaje  $n_0$ , ki jih določa paralelno vzbujanje.

#### 4.5.6 Označevanje sponk navitij

Glede na to, da veljajo za označevanje sponk navitij priporočila IEC, so vse sheme za generatorje in motorje označene po teh priporočilih. Po starih pravilih so veljale drugačne oznake. Ker je še vedno precej strojev označenih po starih pravilih, je v tabeli 4.1 dana primerjava med novimi in starimi oznakami.

V primeru, ko je navitje deljeno, pride po priporočilih IEC 34-8 pred črko še številka, npr. za komutacijske pole (1B1) – (1B2) in (2B1) – (2B2). Zunanje sponke stroja označimo samo s črkami posameznih navitij. Na sliki 4.68 je primer kompavdnega motorja, označenega z AE za skupno sponko med kotvo in

paralelnim vzbujanjem ter z DE za skupno sponko med serijskim in paralelnim vzbujanjem. Omeniti velja, da je za desno smer vrtenja sponka kotve označena z (A1) pozitivne polarnosti, za levo smer vrtenja pa negativne polarnosti.

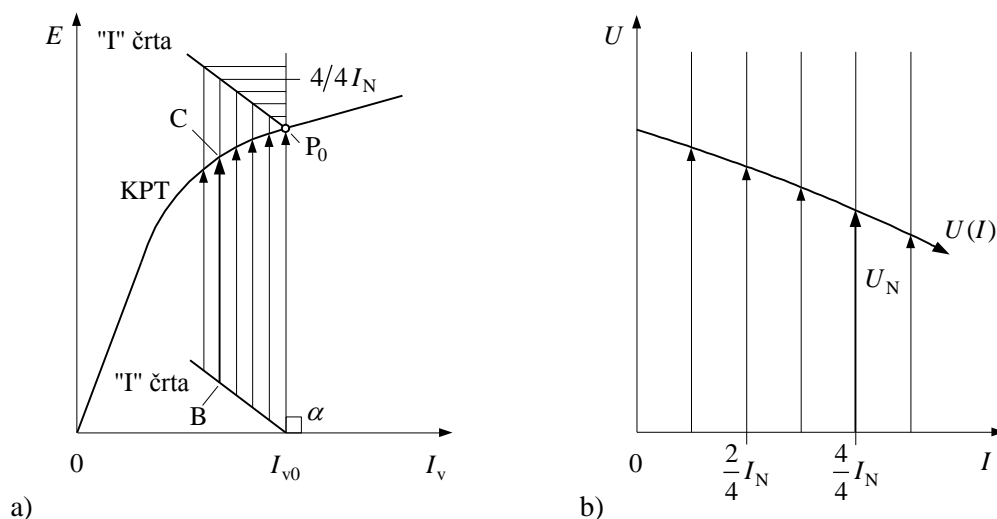
Tabela 4.1 Oznake sponk strojev

Vrsta navitja	IEC pravila	Stare oznake
kotva	(A1) – (A2)	A – B
komutacijsko	(B1) – (B2)	G – H
kompensacijsko	(C1) – (C2)	G – H
serijsko	(D1) – (D2)	E – F
paralelno	(E1) – (E2)	C – D
tuje	(F1) – (F2)	I – K

#### 4.5.7 Konstruiranje zunanjih karakteristik generatorjev

Zunanje karakteristike različnih izvedb enosmernih generatorjev so prikazane v poglavju 4.5.4, kako jih določimo s pomočjo "I" črte, je prikazano v tem poglavju. Za določitev zunanje karakteristike predpostavimo, da je "I" črta premica. Vrednosti za bremenski tok spreminjamo od  $I = (1/4 - 5/4) I_N$ , to je za pet točk. Mogoča je tudi drugačna razdelitev toka.

Na sliki 4.71a je prikazana konstrukcija "I" črte za generator s tujim vzbujanjem.



Sl. 4.71 Konstrukcija zunanje karakteristike s pomočjo "I" črte za generator s tujim vzbujanjem

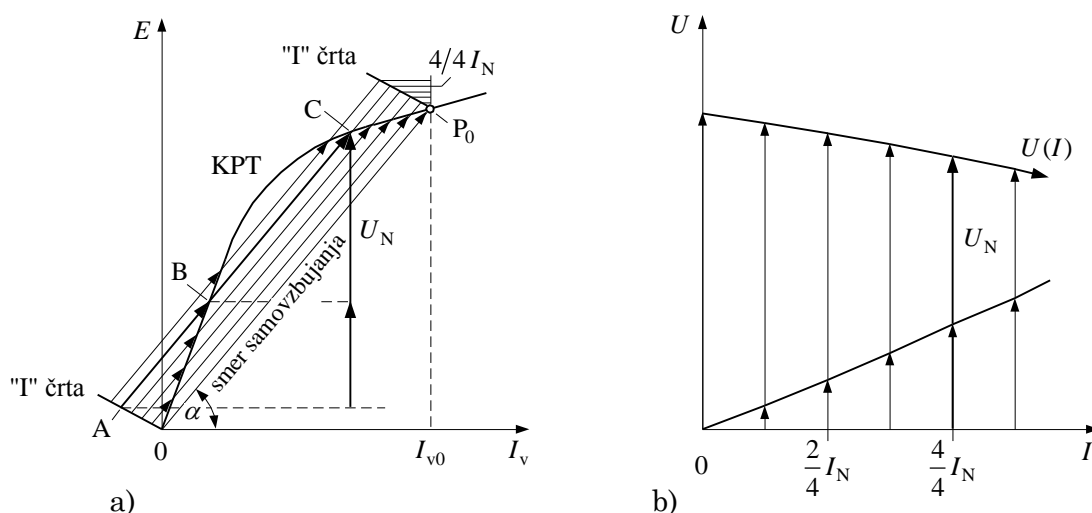
Dejansko imamo dve "I" črti: prvo v točki  $I_{v0}$ , drugo, pomožno, v točki prostega teka  $P_0$  (za katero velja  $\overline{P_0 I_{v0}} = E_0$ ). Če zvežemo točke za enako obremenitev na zgornji

in spodnji "I" črti, dobimo za vsako obremenitev napetost, sorazmerno oddaljenosti od spodnje "I" črte do karakteristike prostega teka. Na sliki 4.71b je narisana zunanja karakteristika  $U = f(I)$ , ustrezno rezultatom na sliki 4.71a. Iz razmerja razdalj dobimo napetost na sponkah

$$\text{generatorja: } U = E_0 \frac{\overline{BC}}{P_0 I_{v0}}.$$

Padci napetosti in ustrezne reakcije kotve so na sliki 4.71a nesorazmerno veliko narisani, da je slika bolj pregledna. Zunanja karakteristika je sorazmerno mehka.

Na naslednji sliki (72a) sta postavljeni dve "I" črti na KPT generatorja s paralelnim vzbujanjem. Točke posameznih obremenitev na obeh "I" črtah povežemo z daljicami, ki so paralelne z daljico samovzbujanja, ta pa povezuje koordinatno izhodišče s točko prostega teka  $P_0$ .



Sl. 4.72 Konstrukcija zunanje karakteristike s pomočjo "I" črte za generator s paralelnim vzbujanjem

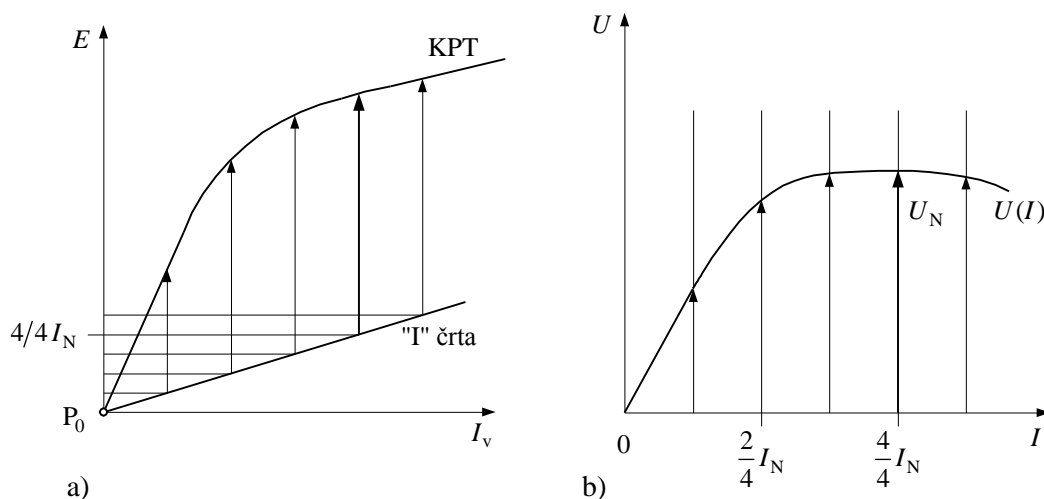
Odčitane vrednosti za razdaljo od spodnje "I" črte do KPT moramo pred risanjem zunanje karakteristike (sl. 4.72b) množiti s sinusom kota samovzbujanja, da dobimo pravo vrednost za napetost  $U$ . Glede na sliko velja:

$$\sin \alpha = \frac{\overline{P_0 I_{v0}}}{\overline{P_0 O}} = \frac{E_0}{P_0 O}.$$

Pri tem vidimo, da dobimo za neko obremenitev dve vrednosti za napetost na sponkah, pri čemer spodnja krivulja na sliki 4.72b predstavlja nestabilno obratovanje. Napetost na sponkah dobimo iz razmerja:

$$U = \overline{AC} \sin \alpha = E_0 \frac{\overline{AC}}{P_0 O} \text{ oziroma } U = \overline{AB} \sin \alpha = E_0 \frac{\overline{AB}}{P_0 O}.$$

Kljub temu, da se serijski generator praktično ne uporablja, je zanimiva konstrukcija njegove zunanje karakteristike. Kot vidimo na sliki 4.73, pade točka prostega teka  $P_0$  v izhodišče koordinatnega sistema. Padeč napetosti rišemo navzgor kot pri ostalih generatorjih. Rezultirajoče vzbujanje, ki ga rišemo desno od vrednosti za ustrezen padeč napetosti, določa "I" črta. Vrednost za napetost je vertikalna razdalja od "I" črte do KPT. V točki kratkega stika bi "I" črta sekala KPT, zato bi napetost  $U$  padla na vrednost nič.



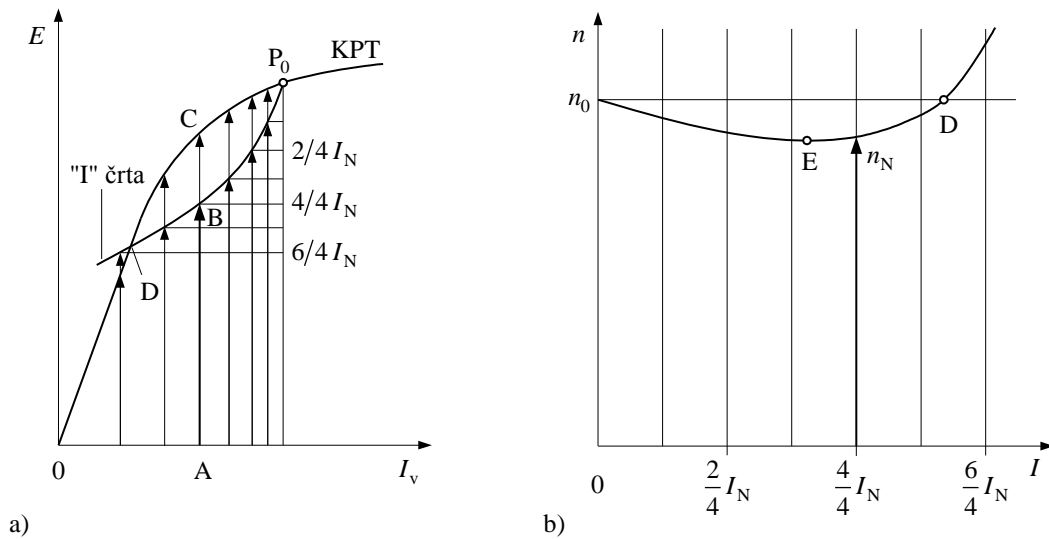
Sl. 4.73 Konstrukcija zunanje karakteristike s pomočjo "I" črte za generator s serijskim vzbujanjem

#### 4.5.8 Konstruiranje karakteristik hitrosti vrtenja motorjev

Tudi karakteristiko hitrosti vrtenja  $n(I)$  dobimo s pomočjo "I" črte. Postopek je podoben kot za zunanjo karakteristiko generatorja, zato si ga oglejmo na primeru motorja s tujim ali paralelnim vzbujanjem (sl. 4.74a). Izhodišče je zopet KPT. Od izhodiščne točke  $P_0$  navzdol narišemo padeč napetosti. Ta ima glede na generator namreč drugačno smer zaradi drugačne smeri toka. Z upoštevanjem reakcije dobimo "I" črto, ki je na sliki 4.74a prikazana kot kriva črta, to je za primer motorja z močno reakcijo.

Izhodišče za določitev karakteristike vrtljajev so vrtljaji  $n_0$ , pri katerih je posneta KPT. Pri konstantni pritisnjeni napetosti in pri konstantnem vzbujanju se mora pri obremenitvi motorja spremeniti njegovo število vrtljajev. Po enačbi (4.51) so namreč vrtljaji odvisni od inducirane napetosti v števcu in glavnega fluksa v imenovalcu. Inducirana napetost je odvisna od obremenitve, to je od padca napetosti, fluks od reakcije kotve. Vrtljaji padajo, če števec v enačbi (4.51) hitreje pada kot imenovalec. Razlika vrtljajev bo vertikalna razdalja med "I" črto in KPT ( $-\Delta n = \overline{BC}$ ). Vrtljaje za neko obremenitev, npr.  $I = I_N$ , dobimo iz razmerja:

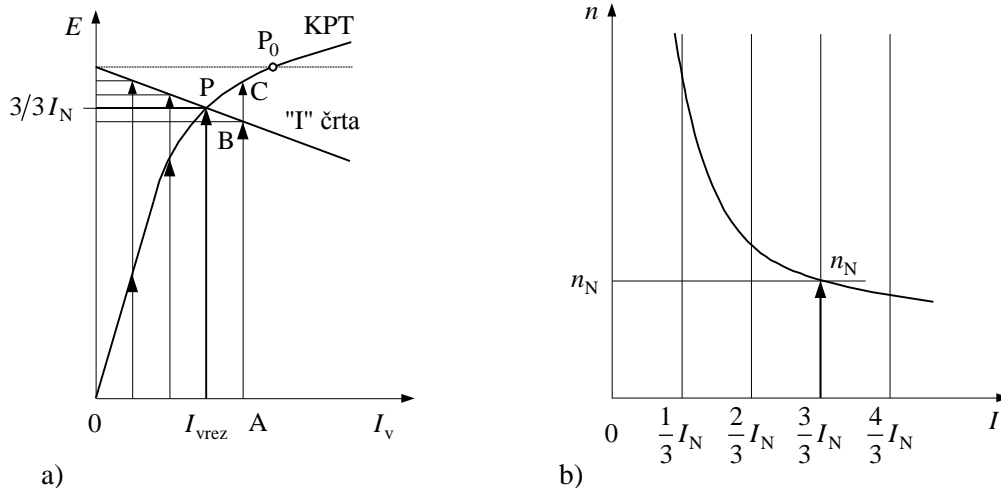
$$n = n_0 \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}. \quad (4.55)$$



Sl. 4.74 Konstrukcija karakteristike hitrosti vrtenja  $n(I)$  za motor s tujim ali paralelnim vzbujanjem po metodi "I" črte

Zanimiva je še točka D, v kateri je  $n = n_0$ . Od točke E, to je od neke obremenitve, začnejo vrtljaji zopet rasti, kar nas privede v nestabilno področje obratovanja in je posledica zmanjšane fluksa zaradi povečanja reakcije kotve.

Na sliki 4.75a je narisana konstrukcija "I" črte za serijski motor. "I" črta je pri serijskem motorju narisana v točki  $I = I_v = 0$  in preseka KPT (merjeno pri nazivnih vrtljajih  $n_N$ ) v točki P pri obremenitvi  $I = I_N$ .



Sl. 4.75 Konstrukcija karakteristike hitrosti vrtenja  $n(I)$  za motor s serijskim vzbujanjem po metodi "I" črte

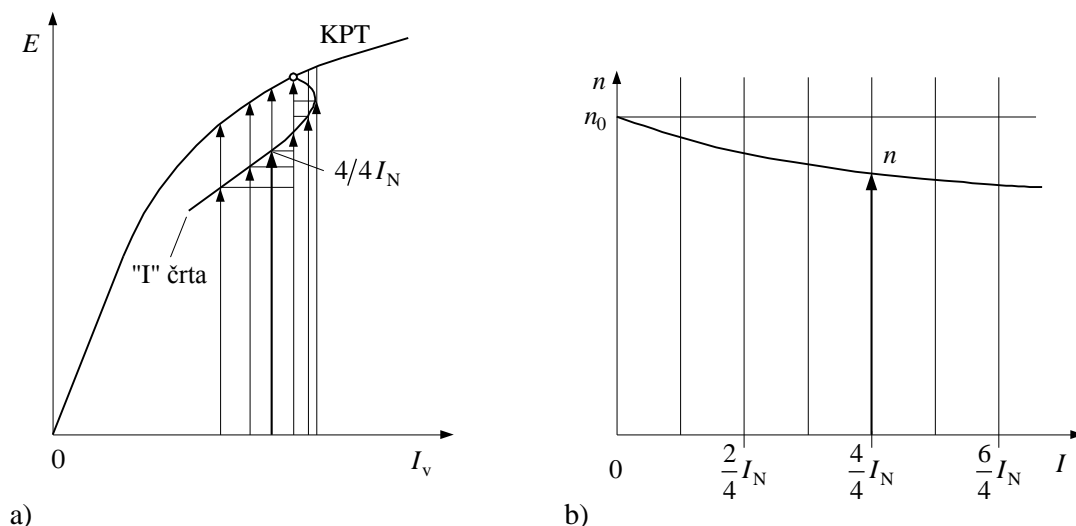
Za poljubno obremenitev dobimo vrtljaje iz razmerja podobno kot v enačbi (4.55):



$$n = n_N \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}. \quad (4.55a)$$

Za izhodišče vzamemo za razliko od enačbe (4.55) nazivne vrtljaje  $n_N$ .

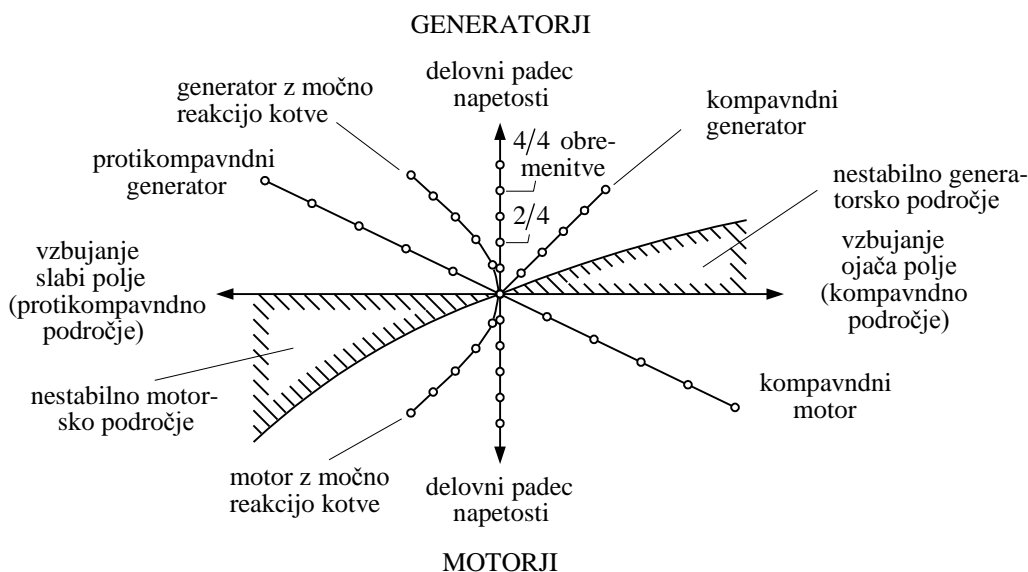
Na sliki 4.76a je narisana primer za kompavndni motor, to je paralelni motor z dodatkom serijskega vzbujanja. Obratovanje stroja je stabilno, saj mu s povečano obremenitvijo padajo vrtljaji.



Sl. 4.76 Konstrukcija karakteristike  $n(I)$  za kompavndni motor po metodi "I" črte

#### 4.5.9 Ocena lastnosti strojev z "I" črto

"I" črta nam pove, kako se bo stroj obnašal v pogonu. Osnova za proučevanje je slika 4.77. Na njej je prikazana KPT v okolici točke  $P_0$ , to je točke prostega teka.



Sl. 4.77 "I" črte za različne enosmerne stroje

Nad abscisno osjo je področje generatorskega obratovanja, kjer je padec napetosti pozitiven ( $\Delta U > 0$ ), pod abscisno osjo je področje motorskega obratovanja ( $\Delta U < 0$ ).

Prikazano je tudi področje kompavnidnega generatorja ali motorja, ki je desno od osnovne "I" črte ter obratno protikomavnidno področje, levo od osnovne "I" črte. Na sliki 4.77 je označeno tudi področje nestabilnega delovanja za generator in motor. Za generator je to desno označeno področje nad abscisno osjo in pod KPT, kjer z obremenitvijo napetost generatorja raste. Levo označeno področje nestabilnega obratovanja motorja leži pod abscisno osjo in nad KPT. To je področje, kjer motorju z obremenitvijo rastejo vrtljaji.

#### 4.5.10 Zagon in spreminjanje hitrosti vrtenja enosmernih motorjev

##### 4.5.10.1 Zagon enosmernih motorjev

Predpostavimo, da je na vzbujen paralelni motor v trenutku vklopa pritisnjena polna napetost. Pri tem vemo, da je takrat inducirana napetost enaka nič, ker so tudi vrtljaji enaki nič. Pritisnjeni napetosti torej drži ravnotežje le padec napetosti v tokokrogu kotve. V trenutku vklopa nastane zelo velik tokovni sunek. Vrednost zagonskega toka oziroma toka kratkega stika določa enostavna enačba:

$$I_z = \frac{U}{R_a}. \quad (4.56)$$

Pri serijskem motorju je treba vrednosti za upornost kotve  $R_a$  prišteti še upornost vzbujalnega navitja. V praksi največkrat ne želimo tako velikega tokovnega sunka, kot ga dobimo po enačbi (4.56), zato tok omejimo z dodatnim uporom, ki ima običajno več stopenj in ga imenujemo zaganjalnik. Zagonski tok motorja je mogoče zmanjšati tudi z napetostjo. Zelo enostavno je to takrat, kadar je kotva napajana iz krmiljenega usmernika.

##### 4.5.10.2 Spreminjanje hitrosti vrtenja enosmernih motorjev

Enačbo za število vrtljajev (4.52) je mogoče spremeniti v enačbo za kotno hitrost  $\Omega_m$ . Zaradi boljše preglednosti zanemarimo padec napetosti na ščetkah in pišemo z upoštevanjem enačbe (4.26):

$$\Omega_m = 2\pi n = \frac{U - I_a R_a}{K_E} = \frac{U}{K_E} - \frac{R_a M}{K_E K_M} \frac{U}{U} = \Omega_{m0} \left( 1 - \frac{M}{M_z} \right) = \Omega_{m0} (1 - kM), \quad (4.57)$$

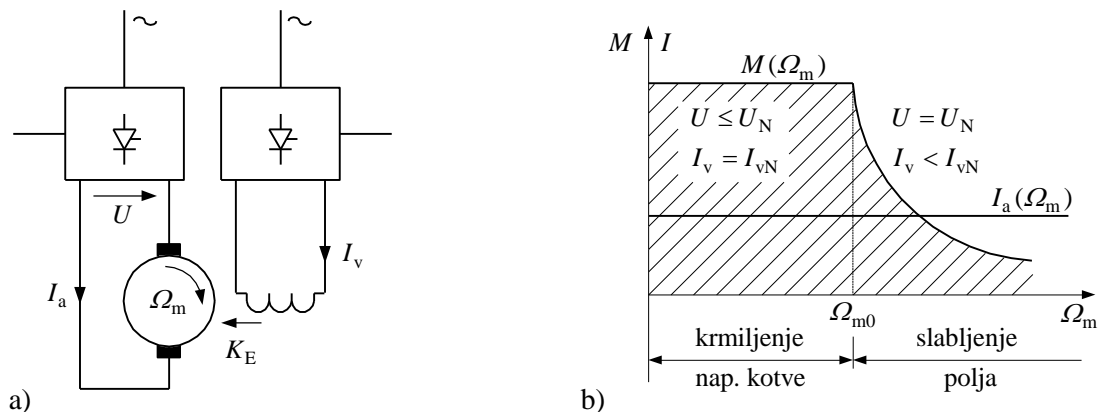
kjer je  $k$  koeficient spremembe kotne hitrosti.

Pri spreminjanju hitrosti vrtenja opazujemo najprej možnosti na motorju s tujim vzbujanjem oziroma paralelnim vzbujanjem. Glede na enačbo (4.57) imamo dve

osnovni možnosti:

- 1) krmiljenje napetosti kotve  $U$ ,
- 2) krmiljenje polja  $K_M = k_m \Phi_g$ .

Za spreminjanje hitrosti vrtenja potrebujemo torej dva krmiljena usmernika (sl. 4.78a). Pri spreminjanju hitrosti vrtenja je mogoča še sprememba padca napetosti z dodatnim uporom  $R_d$  v tokokrogu kotve. Ta možnost ima enak pomen, kot če vršimo spreminjanje hitrosti s spremembo napetosti. Tak dodatni upor imenujemo krmilni upor. V današnjem obdobju elektronike upor ni gospodaren, zato je bolj običajno krmiljenje napetosti s krmiljenim usmernikom. V tem primeru spreminjamo napetost od 0 do nazivne vrednosti. V kolikor ima stroj tujo ventilacijo, lahko obratuje v celem področju, to je od 0 do  $\Omega_{m0}$  s konstantnim tokom in po enačbi (4.26) tudi s konstantnim vrtilnim momentom ( $M = K_M I_a$ ), kot kaže slika 4.78b. Področje nad  $\Omega_{m0}$  dobimo, če slabimo polje s krmiljenjem vzbujaalne napetosti. Pri slabljenju polja moramo biti previdni, ker je mogoče, da motor "pobegne". V področju slabljenja polja pri konstantnem bremenskem toku vrtilni moment upada.



Sl. 4.78 a) Krmiljena usmernika, b) področje obratovanja

Če v enačbi (4.57) upoštevamo, da rotor stoji,  $\Omega_m = 0$ , izračunamo zagonski vrtilni moment pri nazivnem toku v kotvi:  $M_z = K_M U / R_a$ .

V primeru, ko zavrtimo rotor v nasprotno smer ( $-\Omega_m$ ), preidemo v zavorno obratovanje ali področje generatorskega zaviranja. Ta prehod je mogoč v primeru, če je vrtilni moment bremena večji od vrtilnega momenta motorja.

Pri serijskem motorju ni mogoče ločeno krmiliti napetosti in vzbujaanja. Vzbujaalni tok je pri serijskem motorju namreč enak kar toku kotve ( $I = I_a = I_v$ ). S spremembo napetosti menjamo hkrati tudi vzbujaanje, zato se pri serijskem motorju redko spreminja hitrost vrtenja. To se npr. dela pri motorjih za električno vleko, kjer se v tem primeru koristi poseben soupor (shunt) k vzbujaalnemu navitju.

#### 4.5.11 Nestacionarno obratovanje enosmernih motorjev

Znano je, da katerakoli sprememba fizikalnih veličin enosmernih strojev povzroči spremembo vseh ostalih. Pri priključku napetosti v enosmernem tokokrogu se tok ne menja v trenutku, ampak po prehodnem pojavu, ki ga določa časovna konstanta kroga  $T = L/R$ . Tukaj govorimo o električni vztrajnosti. Pri enosmernih motorjih imamo dva kroga: vzbujanje in kotvo ter dve časovni konstanti, od katerih je časovna konstanta za vzbujalni krog  $T_v$  veliko večja od časovne konstante kotve  $T_a$  ( $T_v \approx (5 \div 20)T_a$ ).

Naslednja vztrajnost je mehanska vztrajnost stroja, ki jo predstavljajo mase rotorja in bremena, tj. vztrajnostni moment  $J$ . Glede na povedano, lahko zapišemo osnovne enačbe za nestacionarni pogon motorja:

$$U = R_a I_a + E + L_a \frac{dI_a}{dt}, \quad (4.58a)$$

$$E = K_E \Omega_m, \quad (4.58b)$$

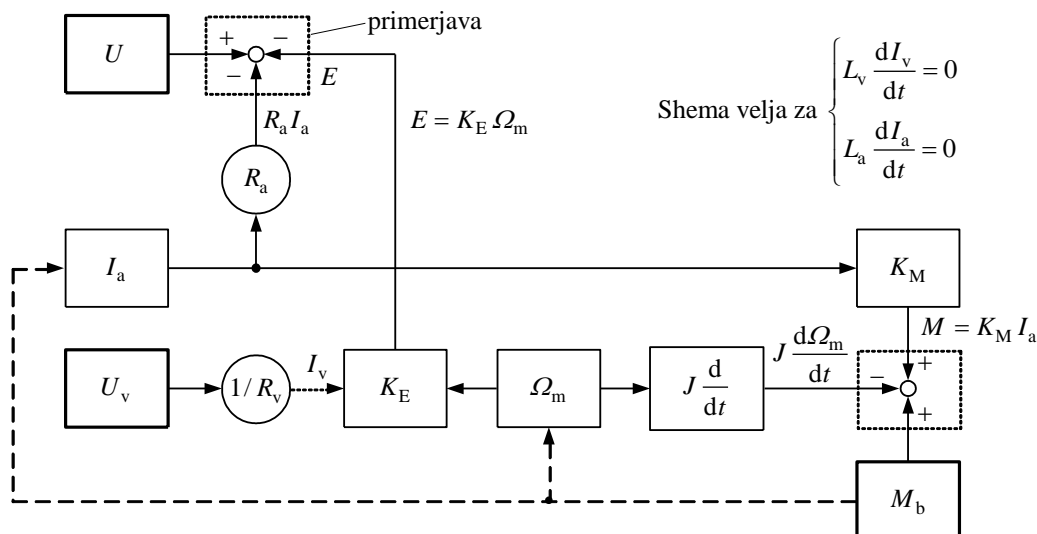
$$U_v = R_v I_v + L_v \frac{dI_v}{dt}, \quad (4.58c)$$

$$M = K_M I_a, \quad (4.58d)$$

$$J \frac{d\Omega_m}{dt} = M + M_b. \quad (4.58e)$$

Za motor velja, da je vrtilni moment  $M > 0$  in za breme  $M_b < 0$ .

Na sliki 4.79 je prikazan vpliv enačb (4.58) v obliki blok sheme oziroma fizikalnega modela enosmerne stroja za relativno počasne spremembe  $L_a dI_a/dt = 0$  in  $L_v dI_v/dt = 0$ . V stacionarnem obratovanju je  $d/dt = 0$ . Tako pridemo do znanih enačb, ki smo jih spoznali že v prejšnjih poglavjih.



Sl. 4.79 Blok shema enosmerne stroja

#### 4.5.12 Enačbe za tuje vzbujeane enosmerne stroje v stacionarnem obratovanju

Na osnovi predhodnih izvajanj je mogoče podati naslednje pomembne enačbe:

a) generator

$$U = E - I R_a$$

$$U = k_e n \Phi_g - I R_a$$

$$P_{el} = U I = E I - I^2 R_a$$

$$P_m = E I = P_{notr} = P_{el} + P_{Cu}$$

$$P_{el} = U I = P_m - P_{Cu}$$

b) motor

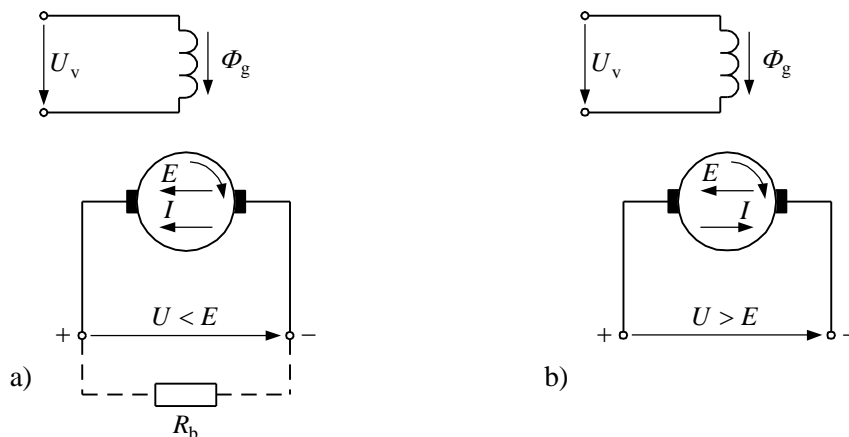
$$E = U - I R_a$$

$$n = \frac{U - I R_a}{k_e \Phi_g}$$

$$M_{notr} = k_m \Phi_g I = \frac{P_m}{\Omega_m}$$

$$P_m = E I = P_{notr} = P_{el} - P_{Cu}$$

$$P_{el} = U I = P_m + P_{Cu}$$



Sl. 4.80 Enosmerni stroj: a) generator, b) motor

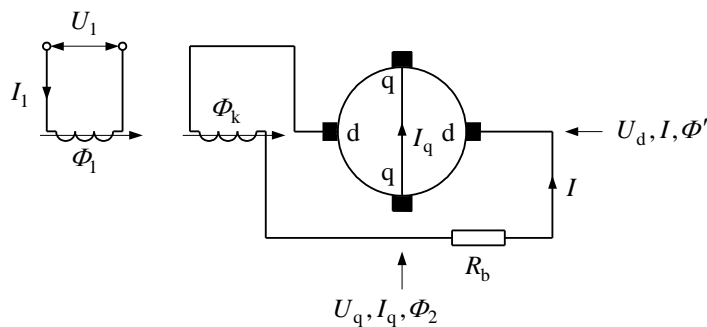
## 4.6 POSEBNI ENOSMERNI STROJI

Posebni enosmerni stroji so izvedeni iz normalnih enosmernih strojev. Z razvojem elektronike je njihov pomen zelo upadel, zato jih danes ni več veliko v pogonu. Eden takšnih strojev, ki so ga še nedavno uporabljali kot vzbujačnik pri sinhronskih generatorjih, je amplidin.

### 4.6.1 Amplidin

Amplidin je v bistvu enosmerni stroj, ki se uporablja kot ojačevalnik moči. Vsak normalni enosmerni generator je v svojem bistvu ojačevalnik moči. Vhodna električna moč (vzbujalna moč) znaša običajno okoli 1 % izhodne električne moči rotorja. Ojačanje bo torej približno stokratno. Če normalnemu tuje vzbujevanemu enosmernemu

generatorju vezemo na kratko ščetke, bo v rotorju stekel zelo velik tok. Na rotor namestimo še drugi par ščetk, ki sta glede na prvi par ščetk premaknjeni za  $90^\circ$ . Prvi osnovni par ščetk leži pravokotno oziroma prečno na osnovno vzbujalno navitje, to je v q-osi, drugi par v smeri vzbujalnega navitja, to je v d-osi. Rotorsko navitje, ki je preko prvega para ščetk kratkosklenjeno, ustvari rotorsko vzbujanje, ki je približno stokrat večje od osnovnega vzbujanja ter v rotorju inducira napetost, ki je maksimalna ravno takrat, ko leži drugi par ščetk v osi osnovnega vzbujanja, to je pravokotno na rotorsko vzbujanje.



Sl. 4.81 Shema vezave amplidina

Iz doslej povedanega, izračunamo za označene veličine na sliki 4.81 ojačanje na sponkah d-osi:

$$U_d I \approx 100 U_q I_q \approx 10000 U_1 I_1.$$

Tok  $I$ , ki teče preko potrošnika, povzroči v rotorju reakcijo, ruši osnovno vzbujanje ter s tem tudi napetost  $U_q$ . Zaradi tega mora imeti amplidin kompenzacijsko navitje, ki s svojim fluksom  $\Phi_k$  popolnoma kompenzira fluks reakcije kotve  $\Phi'$ .

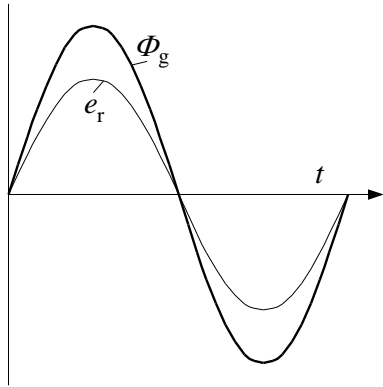
## 4.7 IZMENIČNI KOMUTATORSKI STROJI

Za priključek enosmernega stroja na izmenično omrežje potrebujemo pretvornik izmenične napetosti v enosmerno, to je usmernik. Zgodovinsko gledano takšna pretvorba ni bila vedno mogoča, zato so gradili komutatorske stroje za direktni priklop na izmenično omrežje. Izmenični komutatorski stroji so bili razviti le kot motorji, nikoli kot generatorji. Z razvojem elektronike so posamezne izvedbe izumrle. Ostal je le enofazni komutatorski stroj malih moči, katerega uporaba se je celo razširila, predvsem za male gospodinjske aparate. Poznamo ga tudi pod imenom univerzalni motor, ker ga je mogoče priključiti na enosmerno in izmenično napetost.

### 4.7.1 Inducirane napetosti enofaznega komutatorskega stroja

Pri fizikalni razlagi induciranih napetosti izhajamo iz enake konstrukcije, kot jo ima standardni enosmerni stroj na sliki 4.4. Ta ima na izraženih polih statorja

vzbujalno navitje, v rotorju pa navitje kotve. V primeru, ko priključimo na vzbujalno navitje izmenično napetost, bo tudi glavni fluks izmeničen, torej časovno spremenljiv  $\Phi_g(t)$ , kot kaže slika 4.82.



Sl. 4.82 Časovni potek fluksa in inducirane napetosti

Na ščetkah dobimo pri vrtenju rotorja z  $n$  vrtljaji, enako kot pri enosmernem stroju, gibalno (rezalno) ali rotacijsko inducirano napetost  $e_r$ , ki ima na sliki 4.82 podobno obliko kot fluks  $\Phi_g$ . Ta napetost je sedaj izmenična, kot je izmeničen glavni fluks in je z njim v fazi. Gibalno inducirano napetost dobimo po enačbi (4.21). Namesto s palicami "z", bomo računali z efektivnimi ovoji kotve  $N_a = z/(4a)$ .

Za glavno polje, ki je sedaj izmenično, zamenjamo fluks v enačbi (4.21) z njegovo amplitudno (temensko) vrednostjo. Ker nas pri vrednosti za inducirano napetost zanima njena efektivna vrednost, moramo napetost deliti še s  $\sqrt{2}$ . Deljenje s  $\sqrt{2}$  je podobno kot v primeru transformatorske enačbe za izračun inducirane napetosti v izmeničnem polju. Spremenjena enačba (4.21) za gibalno inducirano napetost bo sedaj:

$$E_r = 2\sqrt{2} pn N_a \hat{\Phi}_g, \quad (4.59)$$

kjer smo v enačbi upoštevali efektivne ovoje kotve  $N_a = z/(4a)$ .

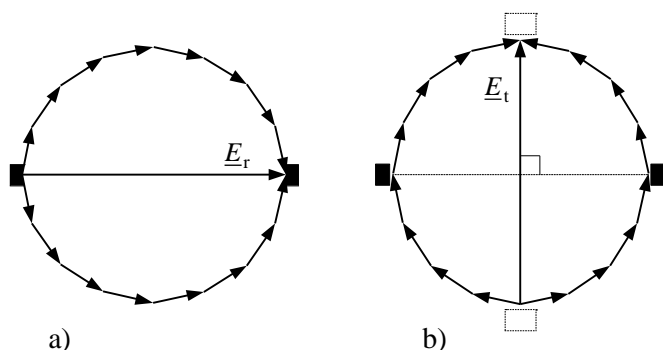
Pri sinusni razdelitvi polja po obodu stroja je mogoče inducirane napetosti zaradi gibanja palic prikazati kot vektorje, vsoto vseh napetosti pa kot mnogokotnik. Kot vemo, leži rezultanta napetosti v osi nevtralne cone, kot je prikazano na sliki 4.83a, na ščetke pa deluje polna napetost  $E_r$ .

Izmenično polje inducira v navitju kotve, po Faradayevem zakonu neodvisno od tega, če se rotor vrta ali miruje, še transformatorsko napetost. Efektivno vrednost te napetosti izračunamo po znani enačbi:

$$E_t = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f N_a f_n \hat{\Phi}_g, \quad (4.60)$$

kjer je  $f$  omrežna frekvenca in  $f_n$  faktor navitja.

Faktor navitja  $f_n$  je pri neskončnem številu utorov v kotvi  $f_n = 2/\pi$ , ker je razmerje med geometrijsko in aritmetično vsoto kazalcev napetosti potencialnega kroga enako razmerju  $2r/(\pi r) = 2/\pi$  (sl. 4.83a).



Sl. 4.83 Inducirani napetosti enofaznega komutatorskega stroja:  
 a) gibalna napetost  
 b) transformatorska napetost

Enačba (4.60) dobi tako naslednjo obliko:

$$E_t = 2\sqrt{2} f N_a \hat{\Phi}_g. \quad (4.61)$$

V primeru, ko se rotor vrti sinhrono, velja za frekvenco enačba  $f = pn$ . Tedaj bo gibalna napetost po enačbi (4.59) enaka transformatorski enačbi (4.61), to je  $E_r = E_t$ .

Maksimalno transformatorsko napetost bodo imele tuljave v nevtralni coni, ker objemajo celoten glavni fluks ( $\Phi_g$ ). Vsota napetosti da ponovno napetostni mnogokotnik (sl. 4.83b). Za ščetke v nevtralni osi je vsota transformatorske napetosti enaka nič. Maksimalna bi bila, če bi imeli postavljene ščetke pod poli (črtkana lega na sliki 4.83b). Za transformatorsko napetost je pomembno, da na delovanje stroja nima vpliva, če so ščetke v nevtralni coni. Vpliv dobimo le, če so ščetke izven nevtralne cone, sicer ima transformatorska napetost vpliv le na komutacijo.

Dejansko se inducira napetost transformacije tudi v vzbujalnem navitju, vendar jo obravnavamo kot padeč napetosti, o čemer bomo govorili v nadaljevanju.

#### 4.7.2 Izračun vrtilnega momenta

Vrtilni moment enofaznega komutatorskega stroja izračunamo po enačbi (4.26). Zaradi izmeničnih veličin toka kotve  $i(t)$  in glavnega fluksa  $\Phi_g(t)$  velja:

$$M(t) = k_m \Phi_g(t) i(t). \quad (4.62)$$

Za izmenični veličini tok in fluks, ki imata fazni premik  $\varphi'$ , veljata enačbi:

$$i(t) = I\sqrt{2} \sin(\omega t), \quad (4.63)$$

$$\Phi_g(t) = \hat{\Phi}_g \sin(\omega t - \varphi'). \quad (4.64)$$

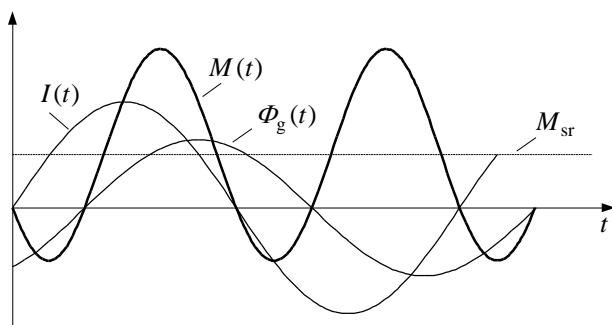
Z uvrstitvijo enačb (4.63) in (4.64) v enačbo (4.62) ter upoštevanjem trigonometrijske transformacije za produkt dveh sinusov, je izraz za trenutno vrednost vrtilnega momenta:



$$M(t) = \frac{k_m}{\sqrt{2}} \hat{\Phi}_g I (\cos \varphi' - \cos(2\omega t - \varphi')). \quad (4.65)$$

Vrtilni moment motorja ima torej dve komponenti: – prva je srednja vrednost, okoli katere niha vrtilni moment z dvojno frekvenco, kot je prikazano na sliki 4.84. Pomembna je predvsem srednja vrednost vrtilnega momenta po enačbi (4.65):

$$M_{sr} \approx \frac{k_m}{\sqrt{2}} \hat{\Phi}_g I \cos \varphi'. \quad (4.66)$$



Sl. 4.84 Vrtilni moment enofaznega komutatorskega stroja

Sedaj primerjajmo enačbi (4.66) in (4.26) oziroma pogledjmo, kakšen bo vrtilni moment istega stroja po obeh enačbah. Pri tem vemo, da je efektivna vrednost toka ekvivalentna enosmernemu toku. Efektivna vrednost magnetnega fluksa je za  $\sqrt{2}$  manjša od maksimalne vrednosti in šele maksimalna vrednost fluksa izmeničnega stroja je enaka

fluksu v enosmernem stroju. To pomeni, da je vrtilni moment izmeničnega stroja manjši od vrtilnega momenta enosmernega stroja za:

$$M_{\approx} = M = \frac{\cos \varphi'}{\sqrt{2}}. \quad (4.67)$$

Če izrazimo fluks  $\hat{\Phi}_g$  iz enačbe (4.59) in ga vstavimo v enačbo (4.66) ter upoštevamo še, da je  $N_a = z/(4a)$  ter  $k_m = pz/(2\pi a)$ , dobimo vrednost vrtilnega momenta:

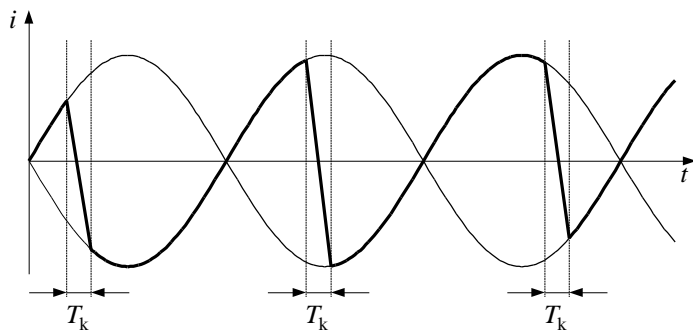
$$M = \frac{E_r}{\Omega_m} I \cos \varphi'. \quad (4.68)$$

Iz enačbe (4.68) izračunamo sedaj vrednost za mehansko moč, ki jo ima motor:

$$P = M \Omega_m = E_r I \cos \varphi'. \quad (4.69)$$

### 4.7.3 Komutacija enofaznega komutatorskega stroja

Fizikalno so dogajanja v času komutacije v izmenično napajanem stroju enaka kot v enosmernem stroju. Čas trajanja komutacije  $T_k$  je v obratovanju mnogo krajši od periode izmeničnega toka s frekvenco 50 Hz. Slika 4.85 prikazuje obliko toka v tuljavi, ki komutira. Na njej vidimo, da se tok po komutaciji spreminja po sinusoidi, torej ostane izmeničen.



Sl. 4.85 Oblika toka v tuljavi, ki komutira

Glavni problem komutacije izmeničnih strojev je dodatna napetost transformacije, ki se inducira v tuljavi, ki komutira. Pri tem nastane seveda tudi napetost samoindukcije kot pri enosmernem stroju. To je mogoče kompenzirati s komutacijskimi poli, medtem ko transformatorske napetosti ni mogoče kompenzirati in še dodatno slabša komutacijo.

Kot smo že videli na sliki 4.83, je transformatorska napetost maksimalna ravno v smeri ščetk in zato največja v tuljavi, ki komutira, ker ta objema celotni glavni fluks. Ta napetost ne sme preseči vrednosti 2,5 do 3 V efektivne vrednosti med lamelami za normalno delovanje stroja.

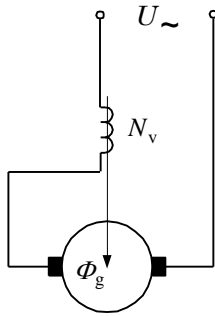
#### 4.7.4 Enofazni komutatorski motor v serijski vezavi

Odgovor na vprašanje, zakaj serijska vezava, nam daje enačba vrtilnega momenta motorja (4.68). Vrtilni moment po tej enačbi je največji, če sta bremenski tok in fluks motorja v fazi. To je značilno za serijsko vezavo, ker bremenski tok teče tudi skozi vzbujalno navitje. To ustvari fluks, ki je v fazi s tokom. Ti motorji se še danes uporabljajo v dveh primerih. Prvi primer množične uporabe so mali univerzalni motorji za gospodinjske aparate in ročna orodja, moči od 5 do 1000 W in do 40.000 ( $\text{min}^{-1}$ ). Priključijo se lahko na enosmerno in izmenično napetost. Drugi primer uporabe je električna vleka, ki v novejšem času že prehaja na druge izvedbe. Mali univerzalni motor ne potrebuje niti komutacijskih polov niti kompenzacijskega navitja. Splošna prednost serijskih motorjev je v velikem zagonskem vrtilnem momentu.

##### 4.7.4.1 Nadomestno vezje motorja v serijski vezavi

Vezavo motorja vidimo na sliki 4.86. Pritisnjeni napetosti držijo ravnotežje padci na ohmskih uporih kotve  $R_a$  in vzbujalnega navitja  $R_v$  ter ustrezni padci na induktivnih uporih  $X_a$  in  $X_v$ . Tok ( $I = I_a = I_v$ ) skozi vzbujalno navitje z  $N_v$  ovoji vzbudi glavni fluks, katerega amplituda je:

$$\hat{\Phi}_g = \frac{\sqrt{2} I L_v}{N_v} = \frac{\sqrt{2} I X_v}{\omega N_v}. \quad (4.70)$$



Sl. 4.86 Enofazni komutatorski motor v serijski vezavi

Glavni fluks ustvari transformatorsko in gibalno napetost. Prva se v tokokrogu motorja ne pojavi, če ležijo ščetke v nevtralni coni. Gibalna oziroma rezalna inducirana napetost  $E_r$  je sorazmerna fluksu  $\Phi_g$  in je z njim v fazi. Ker je fluks v fazi s tokom ( $\varphi' = 0$ ), je tudi  $E_r$  v fazi z njim. Z upoštevanjem enačbe (4.70) za glavni fluks, dobi enačba (4.59) za  $E_r$  naslednjo obliko:

$$E_r = \frac{2}{\pi} \frac{pn}{f} \frac{N_a}{N_v} X_v I. \quad (4.71)$$

Frekvenca omrežja  $f$  in število polovih parov  $p$  določata sinhronsko število vrtljajev  $n_s = f/p$ . Enačba (4.71) dobi sedaj obliko:

$$E_r = \frac{2}{\pi} \frac{N_a}{N_v} X_v \frac{n}{n_s} I = c \frac{n}{n_s} I, \quad (4.72)$$

kjer je  $c$  konstanta nenasičenega stroja

$$c = \frac{2}{\pi} \frac{N_a}{N_v} X_v. \quad (4.73)$$

Povedali smo že, da je  $E_r$  v fazi z  $I$ , zato lahko pišemo vrednost za  $E_r$  s pomočjo fiktivne upornosti  $R'$ :

$$E_r = IR', \quad (4.74)$$

če je ta upornost

$$R' = c \frac{n}{n_s}. \quad (4.75)$$

Fiktivna upornost  $R'$ , ki predstavlja rezalno napetost, se po enačbi (4.75) menja z vrtljaji motorja  $n$ . Z upoštevanjem spremenljive fiktivne nadomestne upornosti je narisano nadomestno vezje (sl. 4.87).

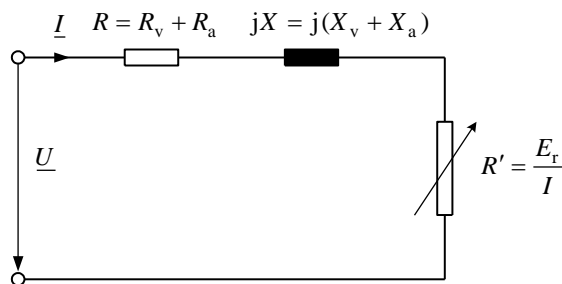
Fiktivna nadomestna upornost  $R'$  predstavlja tudi mehansko moč stroja, saj velja, da je  $P = IE_r = I^2 R'$ ; to ustreza enačbi (4.69) za primer, ko je fazni premik  $\varphi' = 0$ .

Nadomestno vezje za enofazni komutatorski stroj na sliki 4.87 je podobno kot za rotorski tokokrog asinhronskega stroja. Iz nadomestnega vezja dobimo enačbo za tok:

$$\underline{I} = \frac{U}{R + c \frac{n}{n_s} + jX}. \quad (4.76)$$

Enačba (4.76) predstavlja enačbo za krožnico. Največji tok po enačbi (4.76) dobimo za motorsko obratovanje, ko se motor ne vrti,  $n = 0$  in velja:

$$I_z = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X^2}}. \quad (4.77)$$

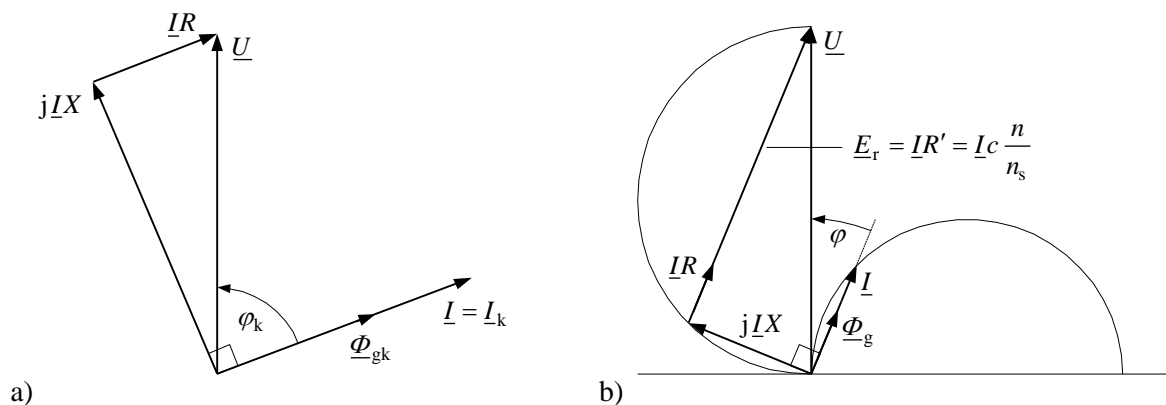


Sl. 4.87 Nadomestno vezje enofaznega komutatorskega motorja v serijski vezavi

#### 4.7.4.2 Kazalčni diagram

Pri risanju kazalčnega diagrama bomo posebej obravnavali primer za motor v kratkem stiku ( $n = 0$ ) in ločeno za neko poljubno število vrtljajev ( $n \neq 0$ ). V primeru, ko so vrtljaji  $n = 0$ , bo tudi  $E_r$  po enačbi (4.72) enak nič. Pritisnjene napetosti držijo ravnotežje le padci napetosti:

$U = I_z \sqrt{R^2 + X^2}$ , kot kaže slika 4.88a.



Sl. 4.88 Kazalčni diagram za enofazni komutatorski motor:

- a) mirujoči motor  $n = 0$
- b) vrteči se motor  $n \neq 0$

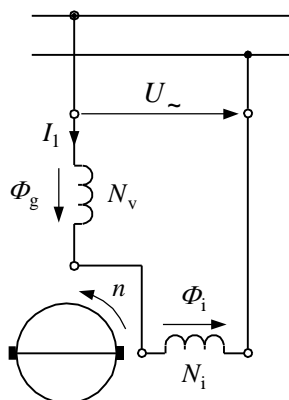
V primeru vrtečega se motorja imamo še rezalno napetost  $E_r$ , ki je v fazi z glavnim fluksom  $\Phi_g$  in s tokom  $I$  (sl. 4.88b). Tok  $I$  je pri enaki pritisnjene napetosti omrežja  $U$  manjši kot na sliki 4.88a. Manjši je tudi fazni kot ( $\varphi < \varphi_k$ ), faktor moči pa boljši.

Pri malih komutatorskih strojih doseže faktor moči  $\cos \varphi \approx 0,95$ . Pri malem številu vrtljajev (majhna  $E_r$ ) bo motor jemal iz omrežja le jalovo energijo, zato njegovo obratovanje ni gospodarno.

Kljub vsem problemom pri komutaciji in relativno slabem izkoristku se mali enofazni komutatorski (univerzalni) motorji proizvajajo v velikih serijah, predvsem za gospodinjske aparate. Njihova glavna prednost je zelo visok zagonski vrtilni moment, zato jih še ne bo tako kmalu nadomestil motor kakšne druge izvedbe.

#### 4.7.5 Repulzijski motor

Repulzijski motor danes nima več velikega praktičnega pomena. Gradijo ga le še za manjše moči v enofazni izvedbi. Ima podobne karakteristike kot enofazni serijski komutatorski motor. Prednost ima v enostavnem krmiljenju hitrosti vrtenja. Njegova slabost je otežena komutacija. Opisan bo zato, ker nam razširja fizikalna dogajanja o električnih strojih.



Sl. 4.89 Enofazni repulzijski motor

Repulzijski motor ima dve statorski navitji: vzbujalno in indukcijsko. Naviti sta v utore ali na izražene pole. Na rotorju ima kratkosklenjeno komutatorsko navitje.

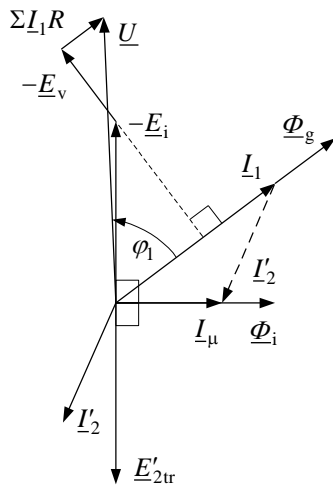
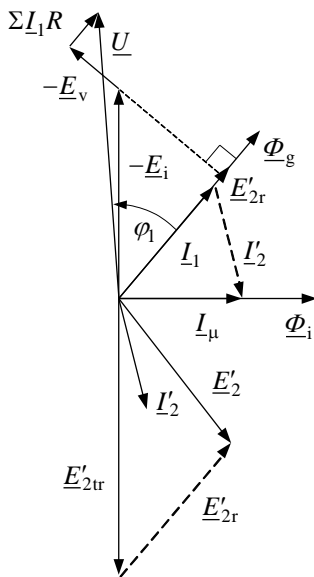
Opazujemo dogajanje:

- a) v času mirovanja in
- b) pri vrtenju rotorja

a) Mirujoči rotor  $n = 0$

$\Phi_g(I_1)$  ne povzroči rotacijske inducirane napetosti, ampak le transformatorsko napetost. Ta na kratkosklenjenih ščetkah ne pride do izraza. Fluks indukcijskega navitja  $\Phi_i(I_1)$  inducira transformatorsko napetost  $E_{2tr}$ , ki požene skozi kratkosklenjeno komutatorsko navitje tok  $I_2$ :

$$I_2 = \frac{E_{2tr}}{\sqrt{R_2^2 + X_2^2}}. \quad (4.78)$$

Sl. 4.90 Kazalčni diagram za  $n = 0$ b) Vrteči se rotor  $n \neq 0$ Sl. 4.91 Kazalčni diagram za  $n \neq 0$ 

Princip delovanja je od tod dalje enak kot za primer z dvema navitjema. V primeru, da je  $\alpha = 0$ , bo celotni fluks vzbujalni.

Stroj miruje v prostem teku pri toku v rotorju  $I_2 = 0$ . Za  $\alpha = 90^\circ$  bo  $E_{2tr}$  sorazmeren  $\Phi_g$ . To je kratki stik stroja (transformatorja), saj bo tok  $I_2$  po enačbi (4.78) največji. Vrtilnega momenta ni, saj se os ščetk ujema z osjo vzbujalnega navitja in navitje kotve ni sklenjeno z glavnim fluksom.

Transformatorska napetost, povzročena zaradi  $\Phi_i$ , ima največjo vrednost v položaju ščetk, prikazanih na sliki 4.89.  $\Phi_g$  in  $\Phi_i$  sta krajevno premaknjena za  $90^\circ$ , časovno pa manj kot  $90^\circ$  (sl. 4.90). Tako dobimo neke vrste vrtilno polje.

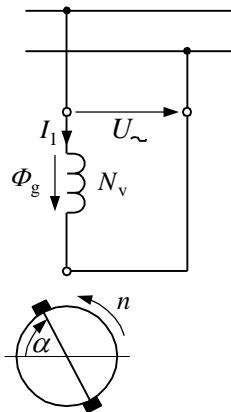
Amper-ovoji rotorja in amper-ovoji indukcijskega navitja se do določene vrednosti kompenzirajo (kratkosklenjeni sekundar transformatorja). Pritisnjeni napetosti držijo ravnotežje ohmski padci vzbujalnega in indukcijskega navitja ter v njih inducirane napetosti  $E_v(\Phi_g)$  in  $E_i(\Phi_i)$ . Rotor se zavrti zaradi sile med  $\Phi_g$  in tokom v rotorju  $I_2$ .

Pri vrtenju rotorja se pojavi še napetost zaradi rotacije  $E_{2r}$ , ki je v fazi z glavnim fluksom  $\Phi_g$ . Zato dobimo v rotorju rezultirajočo napetost:

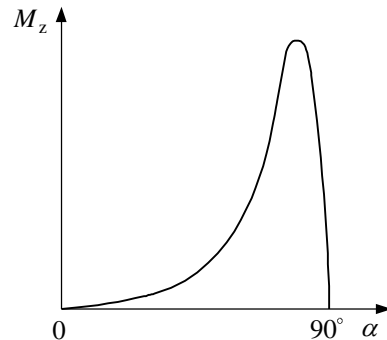
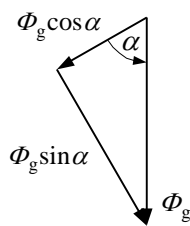
$$\underline{E}_2 = \underline{E}_{2tr} + \underline{E}_{2r}. \quad (4.79)$$

Zaradi manjše skupne inducirane napetosti v rotorju bo za  $n \neq 0$  tok  $I_2$  manjši kot za  $n = 0$ . Manjši je tudi fazni kot  $\varphi_1$  in tok  $I_1$ .

Enostavni repulzijski motor ima le eno navitje na statorju. Statorsko navitje razdelimo na dve fiktivni komponenti, ki ustvarita dve polji:  $\Phi_g \cos \alpha$  in  $\Phi_g \sin \alpha$ .



Sl. 4.92 Enostavni repulzijski motor



Sl. 4.93 Odvisnost zagonskega vrtilnega momenta od kota zasuka ščetk

Zagonski vrtilni moment je odvisen od kota zasuka ščetk, kot ga prikazuje slika 4.93. Smer vrtenja repulzijskega motorja menjamo z zasukom ščetk v nasprotno stran ( $-\alpha$ ) po sliki 4.92.

#### 4.8 DODATEK ZA EKVIVALENTNO ZRAČNO REŽO

Potek polja zračne reže za lok posameznega utora  $\tau_u$  zaradi odprtine utora ni enakomeren, ampak je podoben kot na sliki 2.36 oziroma za lok dveh polov enosmernega stroja enak poteku na sliki 1.5. Za izračun potrebne magnetne napetosti pa je pomembna maksimalna vrednost polja ( $B_{\max}$ ), medtem ko se navadno podaja srednja vrednost polja ( $\bar{B}$ ), ki jo dobimo iz srednje vrednosti fluksa. Razmerje obeh podaja iz literature poznan Carterjev faktor:

$$k_c = \frac{B_{\max}}{\bar{B}}. \quad (4.80)$$

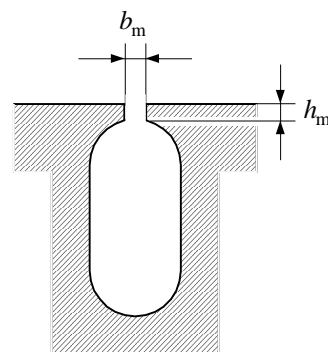
Carterjev faktor se izračuna iz razmerja:

$$k_c = \frac{\tau_u}{\tau_u - \gamma \delta}. \quad (4.81)$$

Za številčno vrednost  $\gamma$  velja enačba:

$$\gamma \approx \frac{(b_m / \delta)^2}{5 + b_m / \delta} \quad (4.82)$$

z dimenzijami na sliki 4.94.



Slika 4.94 Skica polzaprtega utora

Izračun za vrednost  $\gamma$  velja z napako, manjšo od 10 odstotkov, če je razmerje ( $b_m / \delta$ ) v mejah  $1 < b_m / \delta < \infty$ . V primeru, da imata tako stator kot rotor odprte utore, dobimo dva Carterjeva faktorja. Skupni Carterjev faktor bo tako:

$$k_c \approx k_{cs} k_{cr}. \quad (4.83)$$

Glede na poznan  $\bar{B}$ , in ne lokalni  $B_{\max}$ , izračunamo potrebno vrednost magnetne napetosti zračne reže:

$$\Theta_{\delta} = \frac{B_{\max}}{\mu_0} \delta = \frac{k_c \bar{B}}{\mu_0} \delta = \frac{\bar{B}}{\mu_0} \delta_e. \quad (4.84)$$

Z  $\delta_e$  je v enačbi (4.84) označena ekvivalentna (namišljena) zračna reža za ustrezen gladki stator ali rotor.

## 4.9 LITERATURA ZA KOMUTATORSKE STROJE

- [1] A. Dolenc, B. Jurković, Kolektorski strojevi, Sveučilište u Zagrebu, 1963
- [2] B. Jurković, Z. Smolčić, Kolektorski strojevi, Školska knjiga Zagreb, 1986
- [3] P. Jereb, Osnove električnih strojev, Fakulteta za elektrotehniko v Ljubljani, 1975
- [4] R. Richter, Elektrische Maschinen I, Birkhauser Verlag, Basel und Stuttgart, 1967
- [5] T. Kenjo and S. Nagamori, Permanent-Magnet and Brushless DC Motors, Claredon Press, Oxford, 1985
- [6] Z. Smolčić, D. Ban, Asinhroni i kolektorski strojevi, Zbirka riješenih zadataka, Sveučilište u Zagrebu, 1978
- [7] J. Pustola, T. Sliwinski, Kleine Einphasenmotoren, VEB Verlag Technik, Berlin, 1962
- [8] IEC Recommendation, Rotating electrical machines, Part 8, Terminal markings and direction of rotation of rotating machine, Publication 60034-8, Genève, Suisse, 1972
- [9] IEC Standard, Letter symbols to be used in electrical technology, Publication 27-4, © IEC 1985, Genève, Suisse



## 5 SEZNAM SPREMENLJIVK

- $a$  število paralelnih vej izmeničnih strojev str. 22, število paralelnih vej polovice oboda komutatorskega stroja str. 262;  $a$  (m) vzdolžna (aksialna) dimenzija ščetk
- $A$  (m<sup>2</sup>) površina ali presek str. 14;  $A$  (A/m) tokovna obloga str. 42
- $b$  (m) oznaka za širino po IEC 27-4 str. 54, lok str. 62
- $b$  ( $T = V \cdot s / m^2 = N / (A \cdot m)$ ) trenutna vrednost gostote magnetnega pretoka str. 8
- $B$  ( $T = V \cdot s / m^2 = N / (A \cdot m)$ ) gostota magnetnega pretoka str. 3
- $c$  (J/(kg·K)) specifična toplota str. 71;  $c$  (Ω) konstanta motorja str. 313
- $C$  (W/(m<sup>2</sup>·K<sup>4</sup>)) sevalna konstanta str. 70
- $d$  operator odvajanja funkcije str. 3
- $D$  (m) premer statorske izvrtine str. 5;  $D$  trikotna vezava navitja str. 37
- $e$  (V) trenutna vrednost inducirane napetosti str. 13;  $e = 2,7182818$  Eulerjevo število str. 48
- $E$  (V) efektivna vrednost inducirane napetosti str. 15
- $f$  (Hz = s<sup>-1</sup>) frekvenca str. 9
- $f_n$  faktor navitja str. 7, ki je enak produktu pasovnega in tetivnega faktorja str. 21
- $F$  (N) sila magnetnega polja na tokovodnik str. 83
- $G$  operatorski koeficient str. 216
- $h$  (m) oznaka za višino po IEC 27-4 str. 54
- $h$  (A/m) trenutna vrednost magnetne poljske jakosti str. 48
- $H$  (A/m) magnetna poljska jakost str. 5
- $i$  (A) trenutna vrednost toka str. 8
- $I$  (A) vrednost enosmernega toka str. 5; efektivna vrednost toka str. 8
- $j = e^{j\pi/2}$  fazni premik v kompleksni ravnini str. 51
- $J$  (A/m<sup>2</sup>) gostota toka str. 44;  $J$  (kg·m<sup>2</sup>) vztrajnostni moment str. 181
- $k$  faktor str. 58, število str. 60;  $k$  (1/(T<sup>2</sup>·kg)) koeficient str. 66;  $k$  (A<sup>2</sup>s) koeficient str. 110;  $k$  (A/cm<sup>2</sup>) koeficient str. 281;  $k$  (VAs)<sup>-1</sup> koeficient str. 304
- $K_L$  (Ω·s) konstanta za izračun induktivnosti str. 52;  $K$  prestava (transformacijsko razmerje) str. 53;  $K$  število lamel komutatorja str. 258
- $l$  (m) vzdolžna (aksialna) dolžina (paketa stroja) str. 3
- $L$  (H = Ω·s) induktivnost str. 49
- $m$  število faz navitja izmeničnega stroja str. 10;  $m$  (kg) masa str. 65
- $m$  znak za merilo str. 93, število hodov komutatorskega navitja str. 261

- $M$  (N·m) vrtilni moment (navor sile) str. 83  
 $n$  (s<sup>-1</sup>) ali (min<sup>-1</sup>) število vrtljajev str. 9;  $n$  prestavno razmerje asinhronskega stroja str. 80, število celih polovih delitev str. 239  
 $N$  število ovojev str. 4  
 $o$  (m) odprtina utorov str. 43  
 $p$  število polovih parov str. 5  
 $P$  (W) izgube moči str. 64, delovna moč str. 91  
 $q$  število utorov na pol in fazo str. 16  
 $Q$  število utorov str. 16;  $Q$  (V·A) jalova moč str. 128  
 $r$  (m) polmer (potencialnega) kroga str. 18, radialna dimenzija ščetk str. 286  
 $r$  relativna upornost str. 220  
 $R_m$  ( $H^{-1} = (\Omega \cdot s)^{-1}$ ) magnetna upornost str. 3;  $R$  ( $\Omega$ ) ohmska upornost str. 64  
 $s$  slip (asinhronski stroj) str. 81, Laplaceov operator str. 215  
 $S$  (m<sup>2</sup>) površina ali presek str. 43  
 $t$  (s) čas str. 8;  $t$  (m) tangencialna dimenzija ščetk str. 286  
 $T$  (s) perioda ponavljanja str. 15, časovna konstanta str. 71  
 $u$  (V) trenutna vrednost napetosti str. 47  
 $u$  število glavnih polov str. 239, število stranic tuljav na plast v utoru str. 258  
 $U$  (V) efektivna vrednost napetosti str. 51  
 $v$  (m/s) hitrost str. 9  
 $V$  (m<sup>3</sup>) volumen str. 219;  $V$  (A) padec magnetne napetosti str. 273  
 $x$  (m) koordinata (abscisa) str. 3;  $x$  relativna vrednost reaktance str. 170  
 $X$  ( $\Omega$ ) induktivna upornost str. 47  
 $y$  faktor razmerja dejanske in nazivne frekvence str. 184  
 $Y$  zvezdna vezava trifaznega navitja str. 37  
 $Y_Q$  širina tuljav izmeničnih strojev str. 19;  $Y_1$  širina tuljav komutatorskih strojev str. 260,  $Y_2$  vezalna širina in  $Y$  širina pomika navitja str. 260  
 $z$  število vodnikov (tuljave) str. 16, število zob str. 239  
 $Z$  ( $\Omega$ ) impedanca (kompleksna upornost) str. 88  
 $\alpha$  (rad., °) električni ali mehanski kot str. 16;  $\alpha$  (W/(m<sup>2</sup>·K)) koeficient str. 69  
 $\alpha$  transformacijska konstanta str. 120;  $\alpha$  (rad., °) kot nagiba delovne premice str. 209;  $\alpha$  (rad., °) koračni kot str. 238;  $\alpha$  faktor prekrivanja pola str. 269  
 $\beta$  faktor oblike, razmerja med maksimalno in srednjo vrednostjo gostote magnetnega pretoka str. 50; faktor oblike str. 171

- $\beta$  (rad., °) električni ali mehanski kot  $\beta_m$  str. 61;  $\beta$  (m) lok str. 239
- $\gamma$  (rad., °) notranji (interni) kot str. 120
- $\delta$  (rad., °) kolesni kot ali kot polovega kolesa str. 164
- $\delta$  (m) ali  $\delta_e$  (m) ekvivalentna zračna reža str. 4
- $\Delta$  matematični znak za razliko str. 43
- $\zeta$  ( $V \cdot s / (A \cdot m)$ ) koeficient razsipanja str. 281
- $\eta$  izkoristek str. 68
- $\vartheta$  (rad., °) električni kot str. 6;  $\vartheta$  (°C) temperatura str. 6
- $\vartheta$  (rad.·s) normirana vrednost kota str. 214
- $\theta$  (A) trenutna vrednost magnetne napetosti (vzbujanja) str. 6
- $\Theta$  (A) magnetna napetost (vzbujanje) str. 12;  $\Theta$  (K) absolutna temperatura str. 70
- $\kappa$  pomožna veličina str. 56
- $\lambda$  magnetna prevodnost na enoto dolžine str. 54
- $\Lambda$  ( $H = \Omega \cdot s$ ) magnetna prevodnost str. 50
- $\Lambda_t$  (W/K) toplotna prevodnost str. 69
- $\mu$  časovni red harmonskih komponent nasičenja str. 11
- $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  ( $V \cdot s / (A \cdot m)$ ) permeabilnost praznega prostora str. 4
- $\nu$  prostorski red harmonskih komponent str. 13
- $\xi$  brezdimenzijska prevodnost str. 65
- $\pi = 3,1415926$  Ludolfovo število str. 5
- $\rho$  ( $\Omega \cdot mm^2 / m$ ) specifična električna upornost str. 46
- $\rho$  dušilni faktor polja str. 147
- $\sigma$  faktor razsipanja polja str. 60
- $\Sigma$  matematični operator vsote str. 7
- $\tau$  (m) lok na obodu stroja str. 5, utorna delitev str. 42;  $\tau_r$  (°) lok polove delitve rotorskih zob str. 239
- $\phi$  (Wb = V·s) trenutna vrednost fluksa str. 48
- $\Phi$  (Wb = V·s) magnetni pretok – fluks str. 14
- $\Phi_t$  (W) toplotni tok str. 69
- $\varphi$  (rad.) fazni kot ali kot premika str. 91
- $\psi$  (V·s) trenutna vrednost magnetnega sklepa str. 47
- $\Psi$  (V·s) magnetni sklep str. 193
- $\omega$  (rad./s) električna kotna frekvenca (krožna frekvenca) str. 8
- $\Omega_m$  (rad./s) mehanska kotna hitrost (krožna hitrost) str. 67

# ELEKTRIČNI ROTACIJSKI STROJI

IVAN ZAGRADIŠNIK,<sup>1</sup> BOJAN SLEMNIK<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Univerza v Mariboru, Fakulteta za elektrotehniko, računalništvo in informatiko, Maribor, Slovenija

ivan.zagradsnik@guest.um.si

<sup>2</sup> Relief d.o.o., Maribor, Slovenija

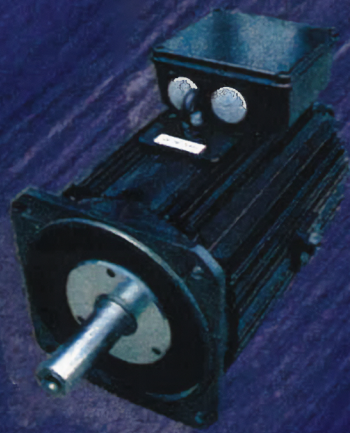
bojan.slemnik@relief.si

**Povzetek** Uvod: osnovne oblike magnetnega kroga rotacijskih strojev, vrtilno magnetno polje ter harmonske komponente magnetnega polja, navitja izmeničnih strojev, faktorji navitja različnih vrst navitij, inducirane napetosti v navitju, opis tokovne obloge, reaktanca navitij, izgube in izkoristek ter segrevanje in ohlajevanje strojev. Asinhronski stroj: opis gradnje in način delovanja, analitična obravnava, obratovanja na togem omrežju, zagoni motorjev in spreminjanje hitrosti vrtenja ter vrtilnega momenta, zaviranje, asinhronski generator, enofazni asinhronski motorji. Sinhronski stroj: opis gradnje in način delovanja, obratovanje na togem omrežju, analitična obravnava, obratovanje nenasičenega stroja na togem in lastnem omrežju, obravnava nasičenega stroja, nestacionarno obratovanje, vzbujalni sistemi in uporaba trajnih magnetov za vzbujanje, sinhronski motorji s trajnimi magneti, koračni motorji. Komutatorski stroj: opis gradnje in način delovanja, navitja, teorija enosmernih strojev, problemi komutacije, elektronska komutacija, karakteristike različnih električnih vezav statorja in rotorja, spreminjanje hitrosti vrtenja, izmenični (univerzalni) komutatorski stroji.

**Ključne besede:**

elektromagnetika, navitja izmeničnih strojev, asinhronski stroj, sinhronski stroj, komutatorski stroj





Univerza v Mariboru

---

Fakulteta za elektrotehniko,  
računalništvo in informatiko