

# VOZEL – ZASTAREL IN LE REDKO UPORABEN VEZNI ELEMENT – ALI JE UPORABEN TUDI V ZDAJŠNJEM ČASU V SODOBNI INDUSTRIJI?

Blaž Jelenc, Janez Tušek

## Izvleček:

Predstavili bomo pakirni oz. mesarski vozle, ki je izjemno uporaben v okoliščinah, ko je treba z vrvjo kaj povezati ali pa privezati. Analizirali bomo tudi napetosti v vrvi in sile trenja med vrvjo in predmetom priveza. Iz opisanih primerov uporab bo razvidno, da ima vozle nekakšno univerzalno uporabnost, saj zlahka nadomesti bolj ozko usmerjene sisteme privezovanja (ali povezovanja), kot npr. elastične trakove in povezovalne trakove (gurtne).

## Ključne besede:

pakirni vozle, uporaba vozlov, trenje med vrvjo in kontaktno površino.

## 1 Uvod

Vozle je prav gotovo najstarejši vezni element, ki je poznan že od vsega začetka človekovega delovanja. Z razvojem tehnike so se razvijali tudi vozli. Z razvojem novih umetnih materialov, kot so najlon, kevlar, dyneema se je odprla zelo široka možnost uporabe vozlov v sodobnem svetu, v vsakdanjem življenju in tudi v industriji. Poznamo zelo različne vozle, ki se delijo po področjih uporabe, po načinu izdelave in podobno. Tako poznamo mornarske vozle, taborniške vozle, kirurške vozle, mesarske vozle, plezalne vozle, pakirne vozle itd.

Glede na trajnost zveze poznamo lahko razdružljive in težko ali celo nerazdružljive vozle. Vozle lahko delimo še glede na vrsto obremenitve, glede na vrsto materiala, iz katerega so izdelane vrvi, in podobno.

## 2 Euler-Eytelweinova enačba

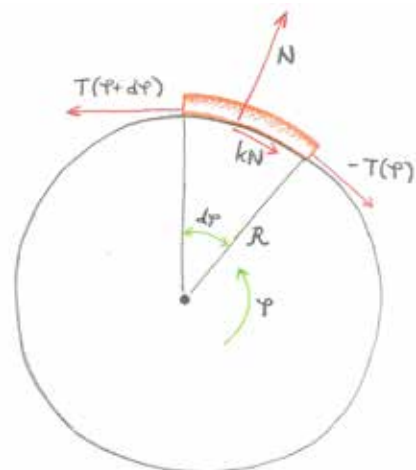
Ko uporabljamo vrv npr. pri plezanju ali na jadnici, je pogosto dobro vedeti, kako trenje vpliva na napetosti v vrvi, ko je ta navita okoli cilindra. Odvisnost med napetostjo v vrvi in trenjem med vrvjo in podlago, na katero je vrv navita, je dana preko Euler-Eytelweinove enačbe [10]

$$T(\varphi) = T_0 e^{k\varphi}, \quad (1)$$

kjer je  $T_0$  začetna napetost (oz. sila) v vrvi,  $k$  je koeficient trenja med vrvjo in podlago,  $\varphi$  je kot, ki ga obsega navita vrv, in  $T(\varphi)$  je napetost v vrvi pri kotu  $\varphi$ .

Enačbo zlahka izpeljemo ob pomoči *slike 1*. Predpostavljamo, da je vsak del vrvi točno na meji zdrsa (oziroma lahko tudi enakomerno drsi). Na majhen delček vrvi dolžine  $Rd\varphi$  delujejo sile podlage  $N$ , sila trenja  $kN$  ter sili  $T(\varphi + d\varphi)$  in  $-T(\varphi)$  na obeh koncih koščka. Pogoji za ravnovesje v smeri, pravokotni na podlago, nam da enakost  $N = Td\varphi$ , ravnovesje v smeri podlage pa

$$T(\varphi + d\varphi) - T(\varphi) = kT(\varphi)d\varphi,$$



Slika 1: K izpeljavi Euler-Eytelweinove enačbe

Dr. **Blaž Jelenc**, univ. dipl. mat., Univerza v Ljubljani, Fakulteta za matematiko in fiziko; prof. dr. **Janez Tušek**, univ. dipl. inž., TKC d. o. o., Ljubljana

kar da diferencialno enačbo oblike  $T'(\varphi) = kT(\varphi)$ , katere rešitev je ob začetnem pogoju  $T(0) = T_0$ , prav Euler-Eytelweinova enačba (1). Opazimo, da napetost v vrvi raste eksponentno s kotom, kar pomeni, da se je hitro možno z zadostnim navitjem ročno upreti poljubno veliki sili.

**Primer 2.1.** Koeficient trenja med pnevmatiko in asfaltno podlago je približno 0,72. Denimo, da hočemo zaustaviti 10-tonski tovornjak tako, da vrv navijemo okoli kovinskega cilindra. Koliko navojev je potrebnih, če hočemo tovornjak ročno zaustaviti tako, da potrebna sila ne bo preseгла 100 N? Predpostavimo, da je koeficient trenja med vrvjo in kovinskim cilindrom enak 0,15. Iščemo torej kot  $\varphi$ , pri katerem velja

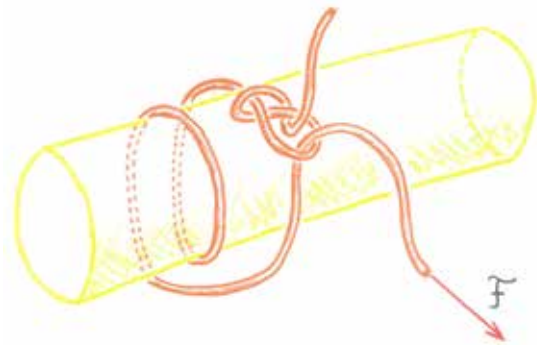
$$0,72 \cdot 10000 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 100 \text{ N} \cdot e^{0,1\varphi}$$

Rezultat je  $\varphi = 43,7$ , kar je približno 7 navojev vrvi okoli cilindra.

Zanimiva opazka v Euler-Eytelweinovi enačbi je tudi, da radij cilindra  $R$  ne nastopa v enačbi, ampak je pomemben le kot, ki ga obsega navitje vrvi. Dejansko je le izpeljava enačbe nekoliko bolj pregledna, če si mislimo, da je vrv navita na cilindar, v resnici pa lahko gre za skoraj vsakršno obliko (glej [2]).

### 3 Pakirni – mesarski vozle

Pakirni – mesarski vozle je precej znan vozle in se večinoma uporablja pri zavezovanju paketov ali pa pri povezovanju mesa, da ne razpade med peko. Vrvice, ki se uporabljajo pri tem opravilu, so značilno tanke, narejene iz bombaža ali kakšnega drugega naravnega vlakna. Struktura vozla je takšna (glej sliko 2), da je vrvica podvržena velikemu trenju in se lahko hitro strga, če nismo pazljivi. Prava moč tega vozla se pokaže, ko za vezanje uporabimo močnejše vrvi, odporne na trenje (npr. statične plezalne vrvi). Če uporabimo takšno vrv (navadno gre za dvojno pleteno), se bo morebiti poškodoval le



Slika 2 : Pakirni – mesarski vozle.

zunanjemu varovalni plašč vrvi in bo torej možno vozle zategniti do skrajnih meja trdnosti vrvi. Takšne vozle iz vrvi močnejših materialov lahko uporabljamo tudi v strojništvu.

Naj bo  $\kappa$  koeficient trenja med dvema vrvicama in  $k$  koeficient trenja med vrvico in podlago. Denimo, da vrvico zategujemo s silo  $F_0$ . Napetost se v vrvici, ko gre skozi zanko, zmanjša na  $F_0 e^{-\kappa\pi}$ . Če je vozle v ravnovesju, potem mora biti napetost v vrvici, ki drži zanko enaka  $F_0 (1 + e^{-\kappa\pi})$  (glej sliko 3a).

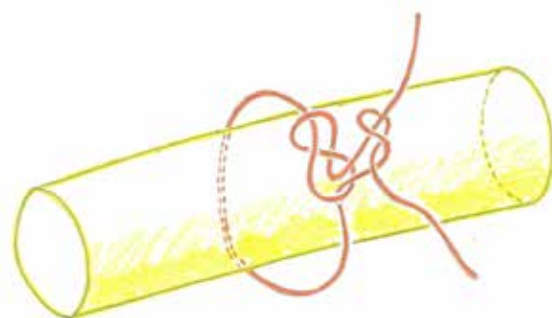
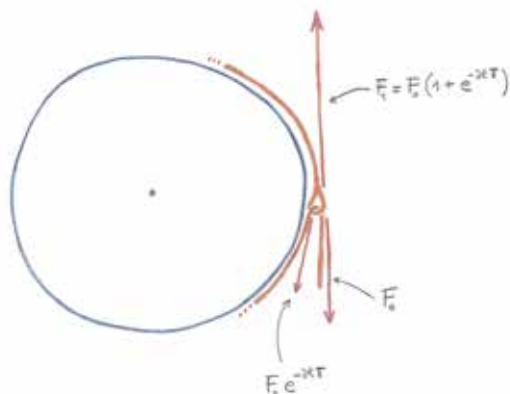
Naj bo  $n$  število ovojev vrvice. Na začetku vrvice v zanki je napetost enaka  $F_0 e^{-\kappa\pi}$ , torej je največja možna napetost v vrvici na delu, ki drži zanko, enaka  $F_0 e^{-\kappa\pi} e^{2k\pi n}$ . Dobimo torej naslednji pogoj. Če velja

$$F_0(1 + e^{-\kappa\pi}) > F_0 e^{-\kappa\pi} e^{2k\pi n} \quad (2)$$

potem zanka drsi po podlagi, tj. vozla ne moremo zategniti, ker celoten ovoj drsi. Pogoj (2) lahko reformuliramo na naslednji način:

**Pogoj 3.1.** Naj bo  $\kappa$  koeficient trenja med dvema vrvicama,  $k$  koeficient trenja med vrvico in podlago in  $n$  število navojev vrvice. Navitje ne drsi oziroma vozle lahko zategnemo natanko tedaj, ko velja

$$n \geq \frac{\ln(e^{\kappa\pi} + 1)}{2\pi k} \quad (3)$$



Slika 3 : (a) Sile v vozlu. (b) Dodaten varovalni vozle.

**Preglednica 1 :** Rezultati meritev koeficientov trenja med izbranimi kombinacijami materialov.

$\kappa$ oz. $k$	Smrekov les	Plastika	Najlon vrv	Dyneema vrv	Posmoljena vrv
Smrekov les			0,29	0,16	0,27
Plastika			0,19	0,12	0,14
Najlon vrv			0,16		
Dyneema vrv				0,096	
Posmoljena vrv					0,25

Vidimo, da je treba število ovojev povečati, če je  $k$  majhen in  $\kappa$  velik. Če je  $\kappa$  zanemarljiv, potem mejna vrednost trenja med vrvjo in podlago  $k = \frac{\ln(2)}{2\pi} \cong 0,11$  zadošča, da je potreben le en ovoj.

Vozel s slike 2 ima tudi dobro lastnost, da se mala zanka stiska pri zategovanju vozla in dejansko ostane stisnjena, kar pomeni, da vozle ostane zategnjen, ko popustimo napetost. Kljub temu se vozle tipično zavaruje na način, ki ga prikazuje *slika 3b*.

#### 4 Primeri uporabe mesarskega vozla

Praden opišemo različne primere uporabe mesarskega vozla, si pogledjmo nekaj koeficientov trenja med paroma vrvi ( $\kappa$ ) in nekaj koeficientov trenja med vrvjo in podlago ( $k$ ), za pogoste tipe vrvi in tipe podlage (les, plastika ...).

Koeficient trenja bomo izmerili s pomočjo klanca. Klado, ovito z vrvjo, bomo postavili na klanec (podlaga bo iz izbranega materiala) in izmerili mejni kot  $\varphi_{max}$  pri katerem klada zdrсне. Koeficient trenja  $k$  je potem

$$k = \tan \varphi_{max} \tag{4}$$

Princip meritve je skiciran na *sliki 4*.

Rezultati meritev so v zapisani v *preglednici 1*. Zapisane so le relevantne kombinacije materialov, druge kombinacije materialov, kot na primer trenje med lesom in plastiko, za naše primere ne bo pomembno.

Na podlagi meritev koeficientov trenja si pogledjmo še mejno število ovojev, ki nam ga da pogoj 3.1.

Spomnimo se, da je mejno število navojev dano z neenačbo  $n \geq \frac{\ln(e^{\kappa\pi} + 1)}{2\pi k}$  (3). V razpredelnico 2 bomo zapisali navzgor (na celo število) zaokrožene vrednosti količine  $\frac{\ln(e^{\kappa\pi} + 1)}{2\pi k}$ .

Vidimo, da zadoščata 1-2 ovoja, da vozle lahko zategnemo. Razpredelnico koeficientov trenja je treba jemati z nekoliko previdnosti. Razpredelnica je narejena na majhnem številu meritev, poleg tega pa imajo lahko navidez podobni materiali precej različne lastnosti. Na primer, če namesto smrekovega lesa vzamemo bukov les, se trenje občutno zmanjša, poleg tega tudi plastika v razpredelnici ni natančno specificirana (meritev je bila izvedena na plastični rezalni deski). Iz izkušenj lahko dejansko rečemo, da pogosto dva ovoja zadoščata precej neodvisno od vrvi in materiala podlage.

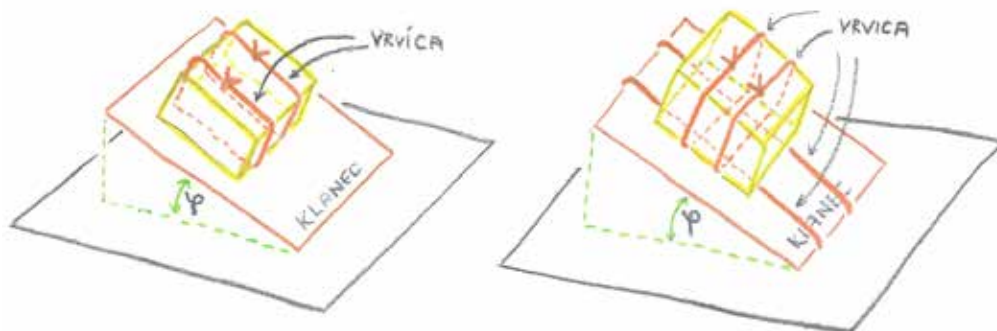
Poglejmo si sedaj še nekaj primerov uporab.

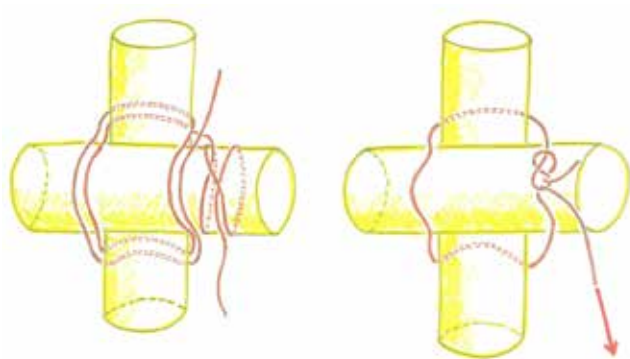
#### 4.1 Izdelava lesenih struktur

Mesarski vozle je primeren za izdelavo lesenih struktur, kot so npr. taborniški signalni stolp, okvir Ötzijevega nahrbtnika, lestev, okvir šotora ... *Slika 5* prikazuje tipičen princip vezi v leseni strukturi ter vez, narejeno z mesarskim vozlom.

*Slika 6a* prikazuje primer modifikacije držala tricikla (originalno držalo je bilo prekratko).

**Slika 4 :** Meritev trenja med vrvico in podlago in med dvema vrvicama.





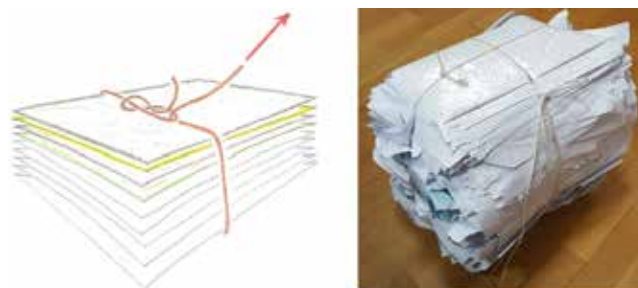
**Slika 5 :** Izdelava lesene konstrukcije. Levo je običajni postopek povezovanja, desno pa je uporaba mesarskega vozla.



**Slika 6a :** Modifikacija držala tricikla.

## 4.2 Povezovanje šopa

Pri obnovi stanovanja ali pospravljanju pisarne se nabere ogromno starega papirja (stari časopisi, deli kartonastih škatel ...). Mesarski vozla tudi tu lahko zelo učinkovito uporabimo, da ta raztreseni material povežemo v togo celoto, ki jo lahko brez nevšečnosti transportiramo (slika 6b).



**Slika 6b :** Povezovanje odpadnega papirja.

## 4.3 Napenjanje vrvi za perilo

Preden človek obvlada nekaj uporabnih vozlov, je pogosto problem napeti vrv med dvema točkama, ker ni jasno, na kakšen, čim bolj enostaven način, vrv zategniti in nato zavezati, da se bo napetost obdržala. Obstaja sicer kar nekaj različnih načinov, kako napeti vrv. Oglejmo si le izpeljanko na podlagi mesarskega vozla, ki jo prikazuje slika 7.

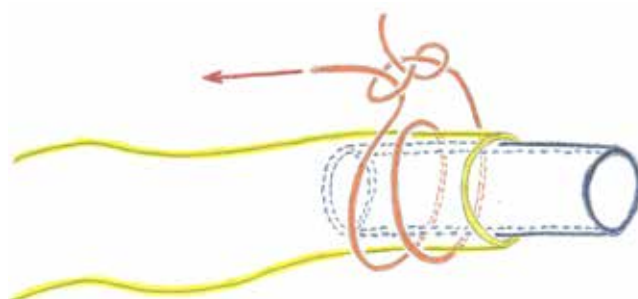


**Slika 7 :** Napenjanje vrvi za sušenje perila.

## 4.4 Nadomestilo objemk za cevi

Če hočemo na vrtno cev priključiti kakšen priključek in ta ne tesni dovolj, lahko namesto kovinske objemke uporabimo mesarski vozla (slika 8a). Ker gre navadno za gumijaste cevi, moramo le paziti, da vrvice ne zategnemo toliko, da bi prerezali cev.

Slika 8b prikazuje zatesnitev odtočne cevi pralnega stroja. V tem primeru je utor na robu cevi preozek in navidna kovinska objemka (s polžem) ni prišla v poštev.



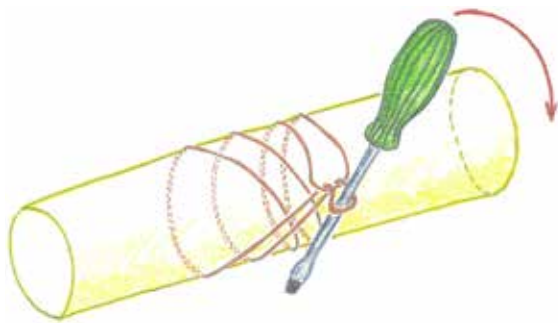
**Slika 8a :** Nadomestek objemk za cevi.

## 4.5 Zategovanje vijakov

Podrazdelek ni toliko uporaba mesarskega vozla, je bolj uporaba trenja med vrvjo in površino. Poglejmo si kar ekstremen primer, in sicer, ali bi lahko z vrvico zategnili oz. odtegnili vijake na kolesu avtomobila. Priporočljiv navor, s katerim naj bi vijake zategnili, je okoli 130 Nm. Matica vijaka ima premer 17 mm. Potrebna sila na robu vijaka, ki nam da ustrezen navor, je potem okoli 15 000 N. Glede na sliko 9a, je sila v vrvici pod



**Slika 8b :** Zatesnitev odtočne cevi pralnega stroja.



*Slika 9a : Zategovanje, odtegovanje vijaka.*

zanko enaka 7500 N, medtem ko je sila v vrvi nad zanko za faktor  $(1 + e^{-\kappa x})$ -krat večja, torej okoli 13 500 N (tu smo vzeli dyneema vrvico, kjer je  $\kappa = 0,096$ ).

Dyneema vrvica debeline 5 mm ima natezno trdnost 1400 kg, tako da bi dejansko lahko takšno vrvico uporabili pri zamenjavi kolesa avtomobila. Problem bi bila lahko le platišča, ki so pogosto takšna, da so vijaki pogrezneni in s tem nedostopni za opisani način zategovanja oz. odtegovanja. Bolj ustrezni so tudi vijaki z večjo glavo, na katero lahko navijemo več ovojev.

*Slika 9b* prikazuje bolj vsakdanji primer odvijanja in privijanja mrežice vodovodne pipe z vrvico. Mrežica je bila ravno dovolj močno privita, da se je ni dalo odtegniti brez pripomočkov, na voljo pa so bile le bolj majhne kombinirane klešče, ki se niso razprle dovolj široko.

## 4 Zaključek

Predstavljen je mesarski voz, ki je precej enostaven, vendar izredno uporaben. Iz opisanih uporab je tudi razvidno, da gre za pomemben voz, ki ga velja uvrstiti v repertoar ročnih spretnosti (sem bi sodilo še zelo veliko drugih vozlov). Uporaba in opis vozla sta pospremljena z nekoliko matematične analize trenja in napetosti v vrvi, od koder se vidi, na kakšen način prilagodimo uporabo vozla za različne tipe vrvic in podlag. Zainteresirane bralce bo gotovo zanimal tudi eden najbolj znanih člankov o analizi stabilnosti vozlov za privezovanje [3]. Najobširnejši opis vseh mogočih vozlov in uporab vrvi najdemo v [1]. Nekoliko manj obsežne zbirke pa so naslednje [2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10].



*Slika 9b : Privijanje in odvijanje mrežice vodovodne pipe.*

Kot je bilo omenjeno v razdelku 3, so za uporabo mesarskega vozla najprimernejše vrvi, ki so odporne na trenje, to pa so npr. dvojno pletene statične plezalne ali navtične vrvi, vite najlonske vrvi. Vrvi iz vlaken dyneema so zelo trdne in odporne na trenje, vendar so tudi zelo neraztegljive, kar je včasih neugodno. Poleg tega so tudi bistveno dražje od ostalih tipov vrvi. Zelo uporabne so tudi posmoljene najlonske vrvi (t. i. tarred bank line) zaradi nekoliko večjega trenja in boljše obstojnosti.

## Literatura

- [1] C.W. Ashley. The Ashley Book of Knots. Faber&Faber, 1993.
- [2] Stephen W. Attaway. The mechanics of friction in rope rescue, 1999. [http://www.jrre.org/att\\_friect.pdf](http://www.jrre.org/att_friect.pdf).
- [3] Benjamin F. Bayman. Theory of hitches. American Journal of Physics, 45(2):185–190, 1977.
- [4] G.L. Findley. Rope Works Plus. BooksurgeLlc, 2007.
- [5] R. Graumont. Handbook of Knots. Cornell boaters library. Cornell Maritime Press, 1945.
- [6] R. Graumontand J.J. Hensel. Encyclopedia of Knots and Fancy Rope Work. Cornell Maritime Press, 1952.
- [7] R. Graumontand J.J. Hensel. Splicing wire and fiber rope. Cornell Maritime Press, 1955.
- [8] B. Merry. The Splicing Handbook, Third Edition: Techniques for Modern and Traditional Ropes. McGraw-Hill Education, 2011.
- [9] H.G. Smith. The Arts of the Sailor: Knotting, Splicing and Rope work. Dover Maritime. Dover, 1990.
- [10] Wikipedia. Capstan equation, 2009. [Online; accessed 28-August-2018].

## Knot - an obsolete and rarely used connecting element or a useful accessory for modern day industry

### Abstract:

We will present the packer's knot, also known as the butcher's knot, which is incredibly useful in all situations where things have to be tied up together with a rope. We will also analyze the tension in the rope and the friction between the rope and the surface of contact. It will be evident from the examples, that the knot has an almost universal applicability, and it can easily substitute more specialized tying systems, such as bungee cords or ratchet straps.

### Keywords:

packer's knot, applications of knots, friction between the rope and the surface of contact.