Računanje začetnih pogojev pri ogrevanju blokov v globinskih pečeh

UDK: 621.783.224.2:621.78.01.6
ASM/SLA: F 21 b

Božidar Brudar

UVOD

Tehnologija ogrevanja blokov v globinskih pečeh je predvsem odvisna od tega, koliko toplote prinese s seboj blok iz jeklarne. To upoštevamo na ta način, da razdelimo bloke na vroče, tople in hladne in jih glede na začetno toplotno vsebnost tudi različno ogrevamo. Kako pomembni so začetni pogoji, pove dejstvo, da na primer vroči bloki prinesejo s seboj iz jeklarne tudi do 80 % toplote, ki je potrebna za valjanje.[1]

Začetno temperaturno porazdelitev in s tem tudi začetno toplotno vsebnost v bloku ob zalaganju v globinsko peč pa lahko določimo na več načinov.

Vroče bloke lahko postavimo na tla ob pečeh, da se hladijo na zraku. Nato pa merimo, kako se s časom spreminja temperatura na površini bloka. Iz teh podatkov nato izračunamo začetno temperaturno porazdelitev. Predpostavljamo namreč, da gre za ohlajanje s sevanjem v prostor s konstantno temperaturo. Če na primer predpostavljamo, da pada začetna temperatura v prerezu bloka po paraboli 2. reda, lahko iz tega izračunamo tudi temperaturo v sredini prereza. Ta izračun pa seveda temelji na predpostavki, da se je blok ohlajal s sevanjem in da je začetna temperatura v prerezu razmeroma enostavna funkcija koordinat.

Pri višjih temperaturah taka predpostavka v glavnem ustreza, pri nižjih (okrog 500 °C in manj) pa konvekcije ne bi smeli zanemariti. Posledica tega je, da so začetne temperature, izračunane s predpostavko, da gre za sevanje, v takem primeru nekoliko napačne. Da bi se temu izognili, smo razvili posebno metodo, kjer s pomočjo regresijske analize določimo začetne temperature, ne da bi bilo treba vedeti, za kakšne vrste izmenjave toplote pri tem gre.

Zaenkrat praktičnih meritev še ni bilo dovolj. Pomagali smo si z izračunanimi vrednostmi, tako da smo si izmislili neko začetno temperaturno porazdelitev in študirali ohlajanje s sevanjem s pomočjo matematičnega modela. (Računalniški program za ta model je katalogiziran pod oznako ARO 15). Izračunali smo, kako se spreminjajo temperature na površini.

Nato pa smo po posebnem postopku poskušali iz tako dobljenih temperatur na površini nazaj izračunati začetno temperaturno porazdelitev po prerezu.

Metoda je zanimiva predvsem zato, ker z njo določimo začetne pogoje, ne da bi poznali robne pogoje. Z drugimi besedami povedano: računalnik sam poišče najbolj ustrezne robne in začetne pogoje.

ENODIMENZIONALNI PRIMER

Za začetek smo si izbrali preprost primer, iz katerega se vidi osnovna ideja za računanje nazaj.

Predpostavljamo, da imamo opraviti z dvostranskim ohlajanjem neskončne plošče. Debelino smo razdelili na 8 enakih delov z dolžino 1. Imamo torej opraviti z 9 mrežnimi točkami, začetna temperatura naj bo povsod 1000 °C. Toplotno enačbo rešujemo numerično z metodo končnih diferenc. Temperaturo v posameznih mrežnih točkah zapišemo v obliki T (I, J), pri čemer pomeni I mrežno točko, J pa zaporedno številko časovnega koraka.

Predpostavljamo, da je časovni korak izbran tako, da je temperatura v točki nekje v sredini plošče ob nekem času enaka aritmetični sredini temperatur v sosednjih točkah v predhodnem koraku:

$$T\,(I, J+1) = \frac{1}{2} \cdot [T\,(I-1, J) + T\,(I+1, J)] \qquad (1)$$

Po tem predpisu lahko izračunamo temperature v notranjih točkah ob diskretnih časih, ki se ločijo med seboj za 1 časovni korak, ki naj bo tudi enak 1.

Na robu naj se toplota ves čas izmenjuje z okolico s temperaturo 0 °C s konvekcijo s konvekcijskim koeficientom 1. Mislimo si, da so vse enačbe že zapisane v brezdimenzijski obliki in tudi brezdimenzijska toplotna prevodnost naj bo 1. Temperaturni gradient zapišemo v enostavni obliki:

$$\text{grad } T\,(1, J) = T\,(2, J) - T\,(1, J) \qquad (2)$$

dr. Božidar Brudar je vodja razvoja matematičnih raziskav v Železarni Jesenice

Če upoštevamo omenjene predpostavke, lahko trdimo, da je:

$$T\ (2,J) - T\ (1,J) = T\ (1,J) \tag{3}$$

oziroma:

$$T\ (1,J) = \frac{1}{2}\ T\ (2,J) \tag{4}$$

Po teh predpisih lahko za omenjeni primer izračunamo temperature v vsaki točki ob določenih časih.

Tabela I. prikazuje, kako takšno računanje poteka v času naprej. Vsaka vrstica v tabeli I. predstavlja temperature v posameznih časovnih korakih.

Poskušajmo sedaj obdelavo obrniti nazaj!

Mislimo si, da natančno poznamo robne vrednosti (I = 1 ali I = 9) in poskusimo izračunati začetne vrednosti.

Če vemo, da je na robu ohlajanje s konvekcijo z $\alpha = 1$ v prostor s temperaturo 0 °C, vemo tudi, da je temperatura v točkah, ki so za 1 mrežno razdaljo pod površino (I = 2 in I = 8) v tem primeru enaka dvakratni temperaturi na površini.

$$T\ (2,J) = 2 \cdot T\ (1,J) \tag{5}$$

Tako dobimo v naši shemi na levi in na desni po 2 stolpca. Iz formule (1) pa lahko izrazimo tudi:

$$T\ (I+1,J) = 2 \cdot T\ (I,J+1) - T\ (I-1,J) \tag{6}$$

Če začnemo tako računati od točke na robu v zadnjem časovnem koraku (J = 10), lahko postopno določimo temperaturo v točki, ki je za 1 časovni korak prej in 1 krajevni korak bliže sredini. Na ta način zgradimo v obratni smeri celotno shemo številk iz tabele I.

Natančnost žepnega kalkulatorja zadošča.

Manjka nam le sredina pri končnih korakih (J ≧ 8). Če želimo na ta način izračunati začetno temperaturo (J = 0) v vseh točkah, moramo očitno imeti zadosti izmerjenih temperatur na površini, da pridejo enkrat do izraza na površini tudi temperature v najbolj notranjih točkah. V našem primeru bi potrebovali vsaj 3 časovne korake. Zanimivo je, da s takim računanjem dobimo popolnoma enake vrednosti, kot so zapisane v tabeli I nad lomljeno črto.

Če torej natančno poznamo robni pogoj, lahko iz tega izračunamo prave začetne vrednosti. Če pa bi začeli z napačnimi robnimi pogoji, bi postopek seveda enako potekal, le v stolpcu v sredini (I = 5) bi dobili dvoje vrednosti temperatur, z leve in z desne strani, za katere pa toplotna enačba ne bi bila izpolnjena. To bi bilo tudi znamenje, da z robnim pogojem nekaj ni v redu. Robni pogoj je treba izbrati tako, da je tudi v stičnih točkah izpolnjena toplotna enačba.

Naše raziskave so potekale v tej smeri.

Prva težava, ki se je pojavila, je bila v natančnosti robnih temperatur. Če temperature na robu zaokrožimo na celo stopinjo in uporabimo opisani postopek za računanje temperatur v času nazaj, pridemo do rezultatov, ki jih prikazuje tabela II. Razlike med tabelo I in II so očitne, saj se temperature v stolpcu 5 razlikujejo tudi za več kot 20 °C od pravih vrednosti v tabeli I. To je razumljivo, če si ogledamo formulo (6). Ko namreč računamo temperature v notranjih točkah, se napaka, ki smo jo pri zaokrožitvi naredili na robovih, samo še veča. Druga težava je v tem, ker v splošnem ne poznamo robnih pogojev.

Če zadosti natančno poznamo vrednosti na robovih, lahko izračunamo začetne temperature dokaj točno.

TABELA I.

J/I	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
1	500	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	500
2	375	750	1000	1000	1000	1000	1000	700	375
3	343,75	687,5	875	1000	1000	1000	875	687,5	343,75
4	304,6875	609,375	843,75	937,50002	1000	937,50002	843,75	609,375	304,6875
5	287,109375	574,21875	773,43751	921,87501	937,50001	921,87501	773,43751	574,21875	287,10937
6	265,13672	530,27344	748,04688	855,46876	921,87500	855,46876	748,04688	530,27344	265,13672
7	253,2959	506,5918	692,8711	834,96094	855,46882	834,96094	692,8711	506,5918	253,2959
8	236,54175	473,0835	670,77637	774,16996	834,96094	774,16996	670,77637	473,0835	236,54175
9	226,82953	453,65906	623,62673	752,86865	774,16996	752,86865	623,62673	453,65906	226,82953
10	212,614065	425,22813	603,26385	698,8983	752,86850	698,8983	603,26385	425,22813	212,61406

Postopek računanja nazaj smo poskušali izpopolniti s tem, da smo predpostavljali, da velja na robu v splošnem:

$$T(2, J) - T(1, J) = a_1 \cdot T(1, J) + a_2 \cdot T^2(1, J) + a_3 \cdot T^3(1, J) \quad (7)$$

Uporabili smo robne vrednosti, zapisane v tabelah I in II. V enačbah (5) in (6) smo upoštevali nastavek (7). Tako smo postopoma izračunali temperature v stolpcu (5), izražene s koeficienti a_1, a_2 in a_3. Nato pa smo zahtevali, da morajo biti a_1, a_2 in a_3 takšni, da je toplotna enačba izpolnjena. Trdili smo, da mora veljati, da je vsota kvadratov razlik (S) med T (5, J + 1) in T (4, J) minimalna:

$$S = \sum_{J=1}^{6} [T(5, J+1) - T(4, J)]^2$$

Veljati morajo tudi enačbe:

$$\frac{\partial S}{\partial a_1} = 0$$

$$\frac{\partial S}{\partial a_2} = 0$$

$$\frac{\partial S}{\partial a_3} = 0$$

Tako smo dobili 3 enačbe za 3 neznanke a_1, a_2 in a_3. V primeru, ko smo upoštevali robne temperature iz tabele I, smo dobili pravilen rezultat:

$$a_1 \approx 1, a_2 = a_3 = 0.$$

V primeru zaokroženih vrednosti robnih temperatur iz tabele II, pa so bili rezultati $a_1 \neq a_2 \neq \neq a_3 \neq 0$ in tudi napaka v začetnih vrednostih temperature je bila več kot 20 %.

Očitno je, da zaradi naraščajoče napake pri računanju nazaj ni mogoče zadosti dobro ugotoviti začetnih pogojev. Robne temperature bi morale biti izredno natančno poznane.

Ker v praktičnih primerih ni možnosti, da bi merili temperature na robovih tako natančno, smo metodo iskanja začetnih pogojev nekoliko spremenili.

V večini primerov, ki nas v praksi zanimajo, navadno vemo, kakšna je v grobem začetna porazdelitev temperature. Pri vročih blokih na primer, ki jih pripeljemo v valjarno, že vemo, da gre za vroče jedro, oziroma da je v središču temperatura najvišja in da potem pada proti površini bloka po bolj ali manj komplicirani funkciji oddaljenosti od središča. Poleg tega navadno vemo tudi, da gre pri tem na površini za ohlajanje in da je toplotni tok na površini neka funkcija temperaturnih razlik med površino in okolico.

DOLOČANJE ZAČETNIH IN ROBNIH POGOJEV PRI ENODIMENZIONALNEM PRIMERU

Uporabili smo robne vrednosti za temperature, ki smo jih izračunali za prvih 10 korakov, zaokroženo na stopinje. Ker je problem s tabele II simetričen, smo študirali le eno polovico, t. j. od prvega do petega stolpca.

Predpostavili smo, da lahko začetno temperaturo zapišemo v obliki:

$$T(I, 0) = a_1 + a_2 \cdot (5 - I) + a_3 \cdot (5 - I)^2 \quad (8)$$

Pri tem so koeficienti a_1, a_2 in a_3 še neznani. Za začetne temperature v notranjih točkah dobimo naslednje izraze:

$T(5, 0) = a_1$
$T(4, 0) = a_1 + 1 \cdot a_2 + 1 \cdot a_3$
$T(3, 0) = a_1 + 2 \cdot a_2 + 4 \cdot a_3$
$T(2, 0) = a_1 + 3 \cdot a_2 + 9 \cdot a_3$

TABELA II.

J/I	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1000	1000	1000	1000	1004	1000	1000	1000	1000
1	500	1000	1000	1002	1004	1002	1000	1000	500
2	375	750	1001	1002	995	1002	1001	750	375
3	344	688	876	998	996	998	876	688	344
4	305	610	843	936	997	936	843	610	305
5	287	574	773	920	947	920	773	574	287
6	265	530	747	860	925	860	747	530	265
7	253	506	695	836	857	836	695	506	253
8	237	474	671	776		776	671	474	237
9	227	454	625				625	454	227
10	213	426						426	213

Temperature na površini (I = 1) so pa znane vrednosti, konstantne, in jih ne izražamo s parametri a_1, a_2 in a_3. Temperature v naslednjih vrsticah (J > 0) pa izrazimo s pomočjo formule (1), podobno kot smo zgradili tabelo I. Temperature, ki jih tako dobimo v notranjih točkah naše sheme, se v splošnem izražajo kot linearna kombinacija parametrov a_1, a_2 in a_3 ter robnih vrednosti temperatur (I = 1).

V splošnem bi lahko zapisali temperaturo na mestu (I, J) v obliki:

$$T(I, J) = n_1(I, J) \cdot a_1 + n_2(I, J) \cdot a_2 + n_3(I, J) \cdot a_3 + n_4(I, J) \cdot 1$$

V $n_4(I, J)$ se skrivajo robne temperature $T(1, J)$.

Neznanke a_1, a_2 in a_3 bomo določili iz pogoja, da je toplotni tok na površini neka še neznana funkcija površinske temperature in da velja pri J>0:

$$T(2, J) - T(1, J) = a_4 \cdot T(1, J) + a_5 \cdot T^2(1, J) + a_6 \cdot T^3(1, J) \qquad (10)$$

$$n_1(2, J) \cdot a_1 + n_2(2, J) \cdot a_2 + n_3(2, J) \cdot a_3 + n_4(2, J) \cdot 1 - T(1, J) = a_4 \cdot T(1, J) + a_5 \cdot T^2(1, J) + a_6 \cdot T^3(1, J),$$

oziroma

$$T(1, J) - n_4(2, J) = n_1(2, J) \cdot a_1 + n_2(2, J) \cdot a_2 + n_3(2, J) \cdot a_3 - a_4 \cdot T(1, J) - a_5 \cdot T^2(1, J) - a_6 \cdot T^3(1, J) \qquad (11)$$

Takih izrazov (11) lahko zapišemo J.

Parametre a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 in a_6 je treba izbrati tako, da bo to ustrezalo sistemu J enačb s 6 neznankami.

Pomagamo si z multiplo linearno regresijo[2]

Leve strani enačb so odvisne spremenljivke, na desni pa so zapisane neodvisne: $n_1(2, J)$, $n_2(2, J)$, $n_3(2, J)$, $T(1, J)$, $T^2(1, J)$, $T^3(1, J)$. Parametri a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 in a_6, ki nas zanimajo, so pa regresijski koeficienti.

Izraz (11) je v bistvu regresijska enačba, v kateri je konstantni člen (presek) enak nič.

Zato poiščemo pri vseh 63 možnih kombinacijah neodvisnih spremenljivk tisto regresijsko formulo, pri kateri je presek[2] minimalen. Robne vrednosti smo vzeli iz tabele II. V tabeli III. so navedene odvisne in neodvisne spremenljivke (X) po formuli (11) za ta primer za prvih 10 korakov:

Iščemo torej odvisnost $X_7(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6)$. Pri tem upoštevamo vse možne kombinacije neodvisnih spremenljivk. Najboljša je tista regresijska kombinacija, pri kateri je vsota absolutnih vrednosti preseka in standardne napake ocene minimalna.

$$S = |\sigma_E| + |\text{presek}|$$

Standardna napaka ocene, ki predstavlja odstopanje od regresijske formule, se manjša z naraščajočim številom neodvisnih spremenljivk. Najboljša kombinacija, tista, pri kateri je S minimalen, je $X_7(X_1, X_4)$.

V tabeli IV. so navedeni regresijski koeficienti (r. k.) za najboljše kombinacije s pripadajočimi vrednostmi $t_{r.k.}$

Izboljšava, ki v regresijski analizi nastopi, ko zajamemo več spremenljivk, navadno nima statističnega pomena (nizke vrednosti t). Zato je edina prava rešitev $X_7(X_1, X_4)$ z regresijskima koeficientima $a_1 = 1000$ in $a_4 = 1$, kar odlično ustreza izbranim začetnim pogojem. Začetno temperaturno porazdelitev lahko zapišemo v skladu z enačbo (8) in z upoštevanjem vrednosti t takole:

$$T(I, 0) = (1000{,}70 \pm 5{,}15)$$

Tudi če bi upoštevali katero drugo selekcijo iz tabele IV, bi prišli do praktično enakih pogojev.

Na ta način s pomočjo računalnika iz vrednosti na površini izračunamo temperaturno porazdelitev in poiščemo tudi pravi robni pogoj. V našem primeru sta spremenljivki 5 in 6 praktično odpadli.

Tabela III.

J	X_1 $n_1(2, J)$	X_2 $n_2(2, J)$	X_3 $n_3(2, J)$	X_4 $n_4(2, J)$	$X_5 \cdot 10^3$ $n_5(2, J)$	$X_6 \cdot 10^5$ $n_6(2, J)$	X_7 $T(1, J) - n_4(2, J)$
1	0,5	1	2	375	250	1250	0
2	0,5	1	2,5	344	141	527	125
3	0,375	0,5	1,0	305	118	407	31,5
4	0,375	0,625	1,375	287	93	284	70,5
5	0,3125	0,375	0,750	265	82	236	25,125
6	0,3125	0,5	1,0625	253	70	186	47,25
7	0,26563	0,3125	0,625	237	64	162	12,0625
8	0,26563	0,42188	0,890625	227	56	133	29,6875
9	0,226563	0,265625	0,531250	213	52	117	— 0,32812
10	0,226563	0,359375	0,757813	204	45	97	14,28125

Tabela IV.

	S = 1,05 $X_7(X_1, X_4)$		S = 1,79 $X_7(X_1, X_2, X_4)$		S = 1,59 $X_7(X_1, X_3, X_4)$		S = 2,02 $X_7(X_1, X_2, X_3, X_4)$	
	regresijski koeficient	$t_{r.k.}$	r. k.	$t_{r.k.}$	r. k.	$t_{r.k.}$	r. k.	$t_{r.k.}$
a_1	1000,70	194	994,16	111	994,19	87	1002,02	66
a_2			2,39	0,90			10,52	0,87
a_3					0,71	0,65	3,29	0,69
a_4	1,002	167	1,001	163	0,999	129	1,012	58
a_5								
a_6								

DOLOČANJE ZAČETNIH IN ROBNIH POGOJEV PRI DVODIMENZIONALNEM PRIMERU

Izbrali smo si primer, ko študiramo ohlajanje četrtine pravokotnika (9 × 5 mrežnih točk) z začetno temperaturno porazdelitvijo, ki jo prikazuje tabela V: Temperatura vzdolž simetrale pravokotnika pada po paraboli 2 reda od začetnih 1000 °C v središču (I = 9, J = 5) na 730 °C (J = 5), oziroma 840 °C (I = 9).

Tabela V.

I/J	1	2	3	4	5
1	570	640	690	720	730
2	633	703	753	783	793
3	688	758	808	838	848
4	735	805	855	885	895
5	773	842	892	923	933 K = 0
6	802	872	922	952	962
7	823	893	943	973	983
8	836	906	956	986	996
9	840	910	960	990	1000

Ta primer bi ustrezal ohlajanju jeklene gredice z dimenzijami 0,530 × 0,285 m (ρ = 7850 kgm^{-3}, λ = 21 $Wm^{-1}K^{-1}$, Cp = 714 $Jkg^{-1}K^{-1}$) s sevanjem (ε = 1) v prostor, ki ima stalno temperaturo 0 °C. Če si izberemo takšen krajevni korak, znaša časovni korak 1 min. Ohlajanje zasledujemo 11 minut.

S pomočjo računalniškega programa ARO 15 smo izračunali temperature na robu pravokotnika v posameznih časovnih korakih K. V tabelah VI. in VII. je prikazano, kako se s časom spreminjajo temperature vzdolž posameznih robov pravokotnika (Stopinje so zaokrožene na cele vrednosti).

Na podlagi vrednosti iz tabel VI. in VII. smo poskušali najti začetne temperature v prerezu pravokotnika.

Podobno kot pri enodimenzionalnem primeru smo tudi tu zapisali začetno temperaturno porazdelitev v obliki:

$$T(I, J, O) = a_1 + a_2 \cdot (9 - I) + a_3 \cdot (9 - I)^2 + a_4 \cdot (5 - J) + a_5 \cdot (5 - J)^2 + a_6 \cdot (9 - I) \cdot (5 - J) \quad (12)$$

Tabela VI.

K/I	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	570	633	688	735	773	802	823	836	840
1	642	642	688	727	758	782	798	808	812
2	642	642	684	721	750	773	788	797	801
3	640	641	681	715	743	764	780	788	792
4	637	638	677	710	737	757	772	781	784
5	634	635	673	705	731	751	765	774	776
6	630	632	669	700	726	745	759	767	769
7	627	629	665	696	721	740	753	760	763
8	624	625	660	691	716	734	747	755	757
9	621	622	657	686	710	729	742	749	752
10	617	618	653	682	705	724	737	744	747
11	614	615	649	678	701	719	731	739	741

Tabela VII.

K/J	1	2	3	4	5
0	570	640	690	720	730
1	642	641	683	708	716
2	642	641	677	701	709
3	640	639	673	695	701
4	637	635	668	688	696
5	634	632	664	683	690
6	630	629	660	679	685
7	627	626	656	674	680
8	624	623	652	669	676
9	621	620	648	665	670
10	617	616	644	661	666
11	614	613	639	657	662

Temperature na robovih T (1, J, K) in T (I, 1, K) so konstantne in se ne izražajo s parametri $a_1 - a_6$. V dveh dimenzijah naj formuli (1) ustreza formula (13):

$$T(I,J,K+1) = \frac{1}{4} \cdot [T(I+1,J,K) + T(I-1,J,K) + T(I,J+1,K) + T(I,J-1,K)] \quad (13)$$

Podobno kot pri enodimenzionalnih primerih dobimo v splošnem za temperaturo v mrežni točki (I, J, K) naslednji izraz:

$$T(I,J,K) = n_1(I,J,K) \cdot a_1 + n_2(I,J,K) \cdot a_2 + n_3(I,J,K) \cdot a_3 + n_4(I,J,K) \cdot a_4 + n_5(I,J,K) \cdot a_5 + n_6 \cdot (I,J,K) \cdot a_6 + n_7(I,J,K) \cdot 1 \quad (14)$$

V spremenljivki $n_7(I,J,K)$ se skrivajo vrednosti na robovih, ki jih po K korakih »potegne« v notranjost formula (13).

Neznanke $a_1 - a_6$ bomo določili iz pogoja, da je toplotni tok na površini neka še neznana funkcija površinske temperature in da velja pri $K > 0$:

$$-3 \cdot T(1,J,K) + 4 \cdot T(2,J,K) - T(3,J,K) = a_7 \cdot T(1,J,K) + a_8 \cdot T^2(1,J,K) + a_9\, T^3(1,J,K) + a_{10} \cdot [T(1,J,K) + 273]^4 \quad (15)$$

oziroma:

$$-3 \cdot T(I,1,K) + 4 \cdot T(I,2,K) - T(I,3,K) = a_7 \cdot T(I,1,K) + a_8 \cdot T^2(I,1,K) + a_9 \cdot T^3(I,1,K) + a_{10} \cdot [T(I,1,K) + 273]^4 \quad (16)$$

Tabela VIII

S	Spremenljivke	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9	a_{10}
2,38	1, 3, 5, 10	997,49 (435)		−4,19 (133)		−9,86 (85)					−159,17 (56)
3,86	1, 2, 3, 5, 10	997,44 (188)	−0,07 (0)	−4,18 (32)		−9,85 (35)					−159,09 (24)
7,30	1, 2, 3, 4, 5, 10	997,42 (88)	−0,08 (0)	−4,16 (14)	−1,41 (0)	−9,43 (3)					−158,11 (10)
8,55	1, 3, 4, 5, 10	997,49 (71)		−4,18 (20)	−1,44 (0)	−9,44 (2)					−158,19 (8)
9,47	1, 3, 5, 9	995,14 (717)		−4,15 (218)		−9,78 (138)				−391,61 (90)	
10,90	1, 2, 3, 5, 9	995,24 (226)	+0,21 (0)	−4,18 (38)		−9,81 (41)				−392,30 (28)	
13,97	1, 3, 5, 6, 10	984,16 (38)		−3,95 (9)		−8,85 (5)	−0,34 (1)				−146,66 (5)
16,16	1, 2, 3, 4, 5, 9	995,26 (72)	0,19 (0)	−4,16 (12)	−2,23 (0)	−9,14 (2)				−388,59 (8)	
16,41	1, 3, 4, 5, 6, 10	984,10 (27)		−3,94 (6)	−0,10 (0)	−8,84 (2)	−0,34 (0)				−146,64 (4)
16,99	1, 3, 4, 5, 9	995,18 (66)		−4,13 (18)	−2,29 (0)	−9,11 (2)				−387,70 (7)	
18,57	1, 3, 4, 10	991,16 (286)		−3,88 (88)	−30,66 (54)						−129,84 (33)
19,17	1, 2, 3, 4, 10	990,97 (214)	−0,69 (1)	−3,79 (35)	−30,42 (39)						−129,37 (24)
19,65	1, 3, 4, 5, 6, 9	984,33 (41)		−3,94 (10)	−1,19 (0)	−8,60 (3)	−0,27 (0)			−364,20 (6)	

Če v izrazih (15) in (16) upoštevamo nastavek (14), lahko zapišemo na primer izraz (15) v taki obliki:

$$\begin{aligned} &-3 \cdot T(1,J,K) + 4 \cdot n_7(2,J,K) - n_7(3,J,K) = \\ &= a_1 \cdot [-4 \cdot n_1(2,J,K) + n_1(3,J,K)] + \\ &+ a_2 \cdot [-4 \cdot n_2(2,J,K) + n_2(3,J,K)] + \\ &+ a_3 \cdot [-4 \cdot n_3(2,J,K) + n_3(3,J,K)] + \\ &+ a_4 \cdot [-4 \cdot n_4(2,J,K) + n_4(3,J,K)] + \\ &+ a_5 \cdot [-4 \cdot n_5(2,J,K) + n_5(3,J,K)] + \\ &+ a_6 \cdot [-4 \cdot n_6(2,J,K) + n_6(3,J,K)] + \\ &+ a_7 \cdot T(1,J,K) + a_8 \cdot T^2(1,J,K) + a_9 \cdot \\ &\cdot T^3(1,J,K) + a_{10} \cdot [T(1,J,K) + 273]^4 \qquad (17) \end{aligned}$$

Namesto izraza (16) bi dobili nekaj podobnega.

Takih enačb (17) lahko zapišemo $[(5-1) + (9-1)] \cdot K$.

Odločili smo se za $K = 10$ in prišli na ta način do sistema 120 enačb z 10 neznankami. (ARO 03)

Iščemo torej takšno regresijsko odvisnost, pri kateri je standardna napaka ocene minimalna in obenem tudi minimalen presek. Zasledovali smo vsoto absolutnih vrednosti: $S = |\sigma_E| + |\text{presek}|$

Možnih kombinacij neodvisnih spremenljivk je nekaj čez 1000.

(Če bi namesto absolutnih vrednosti računali vsoto kvadratov, bi dobili minimum pri istih selekcijah). V tabeli VIII. so zapisane samo tiste selekcije, pri katerih je $S < 20$. Obenem so navedeni regresijski koeficienti, ki pripadajo posameznim spremenljivkam. V oklepajih so navedene pripadajoče vrednosti t. Najboljša selekcija je seveda prva v tabeli VIII. Tudi zaradi nizkih vrednosti t pri raznih dodatnih spremenljivkah ostanemo pri prvi selekciji.

Če upoštevamo še standardne napake regresijskih koeficientov, zapišemo rezultat takole:

$$\begin{aligned} T(I,J,0) &= (997{,}49 \pm 2{,}29) - (4{,}19 \pm 0{,}03) \cdot \\ &(9-I)^2 - (9{,}86 \pm 0{,}12) \cdot (5-J)^2 \qquad (18) \end{aligned}$$

Zanimivo je primerjati vrednosti iz tabele V. z vrednostmi, ki bi jih izračunali po formuli (18).

Tabela IX.

I/J	1	2	3	4	5
1	572 (2)	641 (1)	690	719 (1)	729 (1)
2	634 (1)	703	753	782 (1)	792 (1)
3	689 (1)	758	807 (1)	837 (1)	847 (1)
4	735	804 (1)	853 (2)	883 (2)	893 (2)
5	773	842	391 (1)	921 (2)	930 (3)
6	802	871 (1)	920 (2)	950 (2)	960 (2)
7	823	892 (1)	941 (2)	971 (2)	981 (2)
8	836	905 (1)	954 (2)	983 (3)	993 (3)
9	840	909 (1)	958 (2)	988 (2)	997 (3)

V tabeli IX. so zapisane izračunane temperature, zaokrožene na stopinjo.

V oklepaju so podane absolutne vrednosti razlik temperatur med tabelama V. in IX.

Povprečno odstopanje temperatur v mrežnih točkah od pravih vrednosti znaša 1,6 K.

Tako smo torej s tem postopkom tudi za dvodimenzionalni model poiskali pravilen začetni pogoj.

Poskušali smo s kombinacijami več spremenljivk od $X_7 - X_{10}$, vendar se to ni obneslo zaradi tega, ker programa za multiplo regresijo in postopno regresijo ne dasta enakih točnosti pri izračunu regresijskih koeficientov.

Zanimiv je tudi regresijski koeficient $a_{10} = 159{,}2 \pm 2{,}8$. Iz tega bi lahko določili Stefanovo konstanto sevanja

$\sigma = \dfrac{a_{10} \cdot \lambda}{2 \cdot R}$, kar bi dalo v našem primeru vrednost

$\sigma = 5{,}58\ (1 \pm 0{,}018) \cdot 10^{-8}\ Wm^{-2}\ K^{-4}$

ZAKLJUČEK

Z opisano metodo reševanja toplotne enačbe v obratni smeri je torej mogoče z dokaj veliko natančnostjo izračunati začetne pogoje in robne pogoje.

Prednost te metode je v tem, ker ne izhajamo iz predpostavk o sevanju črnega telesa[1].

Tudi najbolj ustrezni robni pogoj izračunamo, čeprav ga morda niti ne bi mogli opredeliti z znanimi fizikalnimi zakoni o prevajanju toplote. To pa nič ne škodi.

Blok sam je neke vrste računalnik in s toplotno enačbo, ki jo rešujemo v notranjosti, odloča o tem, kakšni so bili začetni in kakšni robni pogoji, da se je hladil tako, kot smo izmerili.

Metoda je pomembna za določanje začetne toplotne vsebnosti v blokih, ki jih ogrevamo v globinskih pečeh.

Zelo uporabna bi bila tudi pri spremljanju EPŽ postopka. Temperature na površini bloka namreč lahko zelo natančno merimo in nato po opisani metodi izračunamo temperaturno porazdelitev v notranjosti, tudi v tistem delu bloka, ki se nahaja v kristalizatorju.

Literatura

1. B. Brudar: Izdelava matematičnega modela za ogrevanje jekla v industrijskih pečeh, Železarski zbornik 8, (1974) št. 4, str. 223—234

2. IBM Scientific Subroutine Package (360 A — CM — 03 X) Version III., str. 404—407

ZUSAMMENFASSUNG

Die Zeit die nötig ist dass sich ein stählerner Block im Tiefofen auf die Walztemperatur erwärmt ist vor allem von den Anfangsbedingungen abhängig. Da die gegossenen Blöcke, noch heiss und ungestrippt zusammen mit den Kokillen, aus dem Stahlwerk ins Walzwerk transportiert werden, ist die anfängliche Temperaturverteilung nicht bekannt. Wenn aber ein Block aus der Kokille gezogen wird und an der Luft abkühlt, können aus den Abkühlungskurven die Anfangstemperaturen ausgerechnet werden. Es wird dabei allgemein angenommen, dass es sich um eine Abkühlung durch Strahlen handelt, und auf diesem Grund werden dann die Parametern ausgerechnet, mit welchen die anfängliche Temperaturverteilung in der Mitte des Querschnittes beschrieben werden kann. Diese Parametern werden so bestimmt, dass der ausgemessene und ausgerechnete Zeitverlauf der Temperatur an der Blockoberfläche möglichst gut übereinstimmen.

In diesem Artikel werden mit Hilfe mathematisch statischer Methoden die Anfangsbedingungen ausgesucht, ohne vorauszusetzen um was für Arten der Randbedingungen sich dabei handelt. Auch diese werden nähmlich durch unbekannte Parametern beschrieben. Danach werden mit Hilfe des Rechners optimale Anfangs und Randbedingunggen zugleich ausgesucht. Die Rechnung beruht auf dem Temperaturverlauf der Oberläche die gemessen werden kann. Die Methode ist sehr erfolgsversprechend vor allem bei der Simulierung des ESU Verfahrens.

SUMMARY

The time of heating of a steel ingot in a soaking pit to the temperature necessary for hot rolling strongly depends on the initial conditions. In our case the initial temperature distribution is not known because the hot ingots are transfered in moulds from the steel plant to the rolling mill. If the ingot is stripped and left to cool in the air the initial temperatures could be calculated from the time dependence of the surface temperatures. Usualy the radiative boundary condition is supposed and the parameters characterizing the initial temperature in the crosssection are calculated. These parameters are chosen so that the experimental and the calculated time dependence of the surface temperatures agree as much as possible.

In this article using the methods of mathematical statistics the initial conditions are found without knowing the type of the boundary conditions. They are namely also described by the unknown parameters. By means of the computer the optimal initial and boundary conditions are found simultaneously taking in to account the temperatures measured on the surface.

The method seems to be very promising with the mathematical simulations of the ESR procedure.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Время, которое необходимо, чтобы блум согрелся в нагревательном колодце на температуру, которая соответствует прокатки зависит главным образом от начальных условиях. Так как блумы вместе с изложницами доставляется из сталеплавильного цеха в прокатный цех ещё в горячем состоянии мы ещё не знаем начальные температурные распределения. Если же мы блум вытяним из изложницы и оставим, чтобы он охладился на воздухе, мы имеем возможность из кривых охлаждения вычислить начальные температуры. При этом мы обыкновенно предполагаем, что охлаждение происходит излучением теплоты, и на этом основании мы вычисляем параметры, с которыми определяем начальное температурное распределение в середине разреза. Эти параметры мы определим таким образом, чтобы отмеренный и вычеслинный временный температурный ход на поверхности блума между собой чем больше согласовался.

В статье приведено, что нам надо при помощи математической статистики определить начальные условия не взяв во внимание виды оконечных условий на которые это относиться. Также и эти мы опиши с неизвестными параметрами. Затем мы, при применении счетчика определим одновременно оптимальные начальные и оконечные условия. При этом мы берем во внимание температурный ход на поверхности, которого мы имеем возможность измерять. Этот метод много обещает в особенности при симулировании способа ЭШП-а.