

Matematično modeliranje rotacijskega litja — analiza termomehanskega stanja v orodju

Mathematical Modelling of Rotary Casting — Thermomechanical Analysis of a Mould

B. Štok, N. Mole, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za strojništvo

Od stopnje poznavanja vplivov, ki opredeljujejo spremembo obdelovanca na njegovi poti skozi tehnološki proces, je odvisna tehnična izvedba postopka, od te pa kvaliteta končnega izdelka ter gospodarnost postopka. Matematično modeliranje fizikalnih problemov lahko predstavlja ob ustrezni računalniški implementaciji izredno močno orodje v rokah projektanta tehnološkega procesa. Čeprav je zmožnost verodostojnega popisa fizikalnega dogajanja v procesu s pomočjo računskega modela pogojena predvsem s stopnjo našega znanja, je vrednost takšnega, z matematičnim modeliranjem ter ustrezno računalniško simulacijo podprtega pristopa predvsem v omogočanju razpoznavanja in razumevanja fenomenologije procesa ter razširitve vedenja o vzročnih povezavah med posameznimi, v procesu prisotnimi parametri.

Obravnavano je modeliranje termomehanskega stanja v orodju pri postopku rotacijskega litja. Za doseganje zahtevane natančnosti končnega izdelka predstavlja kokila kot orodje, ki je izpostavljeno cikličnemu obremenjevanju v pogojih izrazitega temperaturnega spreminjanja, izredno pomemben element. Možnost vplivanja, ki je projektantu sicer dana z izbiro začetnih parametrov procesa, dobi ob ustrezni računalniški podpori bistveno močnejšo, predvsem pa strokovno utemeljeno vlogo.

Ključne besede: matematično modeliranje, računalniška simulacija, termomehanska stanja, nizko-ciklično obremenjevanje

A quality of the final product and economy of a technological process itself are greatly influenced by the actual stage of common knowledge on the role of individual parameters involved in the transformation of a workpiece on its way through the process. The mathematical modelling of physical problems when properly implemented by computer techniques, seems to have become a powerful tool in design of technology. Though being aware that the degree of an authentic description of physical phenomena by a computational means remains strongly dependent on the actual knowledge of the problem, it is well recognized that computer simulation offers a vast possibility to improve our insight into phenomena, thus upgrading our knowledge.

The paper is concerned with a modelling of the thermomechanical state in a mould during rotary casting. Regarding the achievement of the demanded quality of a product the mould, being itself exposed to large cyclic temperature variations, plays an important role. The essential role of an engineer to bring decisions on design and process is professionally more reliable when aided by a computer simulation.

Key words: mathematical modelling, computer simulation, thermomechanical state, low-cyclic loading

1 Uvod

Izbira ustreznega tehnološkega postopka, ki naj iz materiala določenih lastnosti ter oblike zagotovi končni izdelek zahtevanih lastnosti, predstavlja ključno in morda tudi najbolj zahtevno nalogo v fazi projektiranja proizvodnje nekega izdelka. Za uspešno razrešitev te naloge je potrebno temeljito poznavanje vplivov, ki pogojujejo spremembo obdelovanca na njegovi poti skozi tehnološki proces. Od stopnje poznavanja teh vplivov, med katere uvrščamo na eni strani vplive, ki so pogojevani s samo fenomenologijo materialnih sprememb, na drugi strani pa vplive, ki so pogojevani z delovanjem orodja na obdelovanec, je odvisna tehnična izvedba postopka, od te pa kvaliteta končnega izdelka ter gospodarnost postopka.

Glede na zahtevano kompleksno znanje, ki ga dandanes zaradi specifičnosti in specialnosti posameznih segmentov v procesu projektiranja ne more obvladati en sam človek, lahko že možnost podrobnejše analize enega samega segmenta bistveno vpliva na kvaliteto končnega izdelka. Tak pomemben segment predstavlja orodje, katerega obnašanje med samim tehnološkim postopkom pogojuje kvaliteto končnega izdelka v tistem delu, ko gre za izpolnjevanje zahtevane natančnosti geometrije in kvalitete površine. Glede na to, da je odziv orodja pogojevan s spremembo termomehanskega stanja v njem, je poznavanje termomehanskega stanja v materialu orodja oz. ustrezna analiza, ki omogoča njegovo določitev, ključnega pomena za pravilno konstrukcijo le-tega. Ker pa je termomehansko stanje v orodju izključno pogojeno s tehnološkim procesom, je ob dani

možnosti ustrezne analize termomehanskega stanja mogoče optimirati tehnološke parametre procesa za doseganje zahtevanih lastnosti končnega izdelka, ne nazadnje pa tudi za povečanje življenjske dobe orodja.

V prispevku obravnavamo razvoj termomehanskega stanja v orodju — kokili pri postopku rotacijskega litja. Glede na to, da je prikazana analiza izvedena ob ustreznem matematičnem modelu, katerega odziv je morebiti sporen predvsem zaradi neustrezne eksperimentalne verifikacije vanj vključenih materialnih lastnosti, je rezultate smiselno obravnavati kvalitativno, kar pa ne zmanjšuje pomena te analize.

2 Matematično modeliranje rotacijskega litja

Postopek rotacijskega litja spada med tiste termomehanske probleme, kjer ima razvoj temperaturnega polja v orodju izrazit vpliv na deformacijsko-napetostno polje ter njegovo časovno spreminjanje. Ker nudi računalniška simulacija rotacijskega litja v kokilo vse potrebne elemente za optimiranje procesa, jo je smiselno izvesti že v fazi projektiranja procesa. Seveda temelji takšna simulacija na ustreznem poznavanju za proces značilnih mehanizmov, na osnovi katerih je izdelan ustrezen matematični model. Čeprav je njegova zmožnost verodostojnega popisa fizikalnega dogajanja v procesu pogojena predvsem s stopnjo našega znanja, je vrednost takšnega, z matematičnim modeliranjem ter ustrezno računalniško simulacijo podprtega pristopa predvsem v omogočanju razpoznavanja fenomenologije procesa ter vzročnih povezav med posameznimi, v procesu prisotnimi parametri.

2.1 Osnovne enačbe termomehanskega problema

Termomehansko stanje, ki ga v celoti opredeljujeta temperaturno in deformacijsko-napetostno polje, je v splošnem posledica dveh zunanjih učinkov. Zaradi toplotnega neravnotežja v primeru izpostavljenosti telesa določene začetne temperature vplivu okolice drugačne temperature ali drugih zunanjih posrednikov toplote pride v celotnem sistemu telo-okolica do procesa vzpostavljanja toplotnega ravnotežja. Temperaturno polje $T(x_k, t)$ v opazovanem telesu je zaradi tega prostorsko in časovno spremenljivo. Drugi učinek, ki se prvenstveno odraža v deformiranju telesa, zaradi tega pa tudi v ustreznem napetostnem stanju, predstavlja obremenitev telesa. Le-ta se lahko pojavlja bodisi neposredno v obliki statične obtežbe, bodisi posredno v obliki obtežbe, inducirane zaradi temperaturno nastalih deformacij. Polji, tako deformacijsko $\varepsilon_{ij}(x_k, t)$, kakor tudi napetostno $\sigma_{ij}(x_k, t)$, sta prav tako kot temperaturno polje prostorsko in časovno spremenljivi.

Določitev termomehanskega stanja v obravnavanem telesu sledi iz rešitve sistema diferencialnih enačb, ki popisujejo dano fenomenologijo. Za razrešitev obravnavanega problema lahko uporabimo nevezano teorijo termomehanike, v okviru katere lahko temperaturi del problema rešimo neodvisno od mehanskega. Tako določeno temperaturno polje predstavlja ob preostali mehanski obremenitvi telesa osnovo za določitev deformacijsko-napetostnega polja.

2.1.1 Toplotna analiza

Temperaturno polje $T(x_k, t)$ določimo na osnovi toplotne analize, ki je definirana z enačbo prenosa toplote ter pripadajočimi začetnimi in robnimi pogoji. V tenzorski obliki

zapišemo enačbo prenosa toplote na sledeči način

$$C\dot{T} = (kT_{,i})_{,i} + Q, \quad x_k \in \Omega(t), \quad (1)$$

pri čemer je T temperatura, C toplotna kapaciteta, k toplotna prevodnost in Q toplotni izvor. Simbola $(\dot{\quad})$ in $(\quad)_{,i}$ označujeta časovni odvod $(\dot{\quad}) = \frac{\partial(\quad)}{\partial t}$ ter odvod po krajevni koordinati x_i ($(\quad)_{,i} = \frac{\partial(\quad)}{\partial x_i}$). Če zasledovanje obravnavanega problema opredelimo časovno z intervalom $t \geq 0$, mora temperaturno polje $T(x_k, t)$, ki sledi kot rešitev enačbe (1), zadostiti začetnim in robnim pogojem

$$\begin{aligned} T(x_k, 0) = T^*(x_k, 0) &= T_0(x_k), & x_k \in \Omega(0) \\ H_T(T, x_k, t) &= 0, & x_k \in \Gamma(t), \end{aligned} \quad (2)$$

ki so predpisani v območju $\Omega(0)$ ter na ograji $\Gamma(t)$ tega območja. Funkcija $H_T(T, x_k, t)$ predstavlja implicitno obliko možnih robnih pogojev, ki jih za $t > 0$ ob razdelitvi ograje $\Gamma(t)$ v skladu z

$$\Gamma_T \cup \Gamma_q = \Gamma, \quad \Gamma_T \cap \Gamma_q = \emptyset$$

delimo na bistvene

$$T(x_k, t) = T^*(x_k, t), \quad x_k \in \Gamma_T(t) \quad (3)$$

in naravne

$$q = -kT_{,i}n_i, \quad x_k \in \Gamma_q(t). \quad (4)$$

Bistveni robni pogoji določajo velikost temperature $T(x_k, t)$ na delu ograje $\Gamma_T(t)$, medtem ko naravni robni pogoji določajo intenzivnost izmenjave toplote na delu ograje $\Gamma_q(t)$, katere normalo določa vektor n_i . Slednji vključujejo predpisani toplotni tok q_0 skozi ograjo, toplotni tok zaradi konvekcije q_c in toplotni tok zaradi sevanja q_r .

$$q = q_0 + q_c + q_r. \quad (5)$$

Velikost toplotnega toka zaradi konvekcije q_c je definirana z enačbo

$$q_c = \alpha_c(T - T_{ac}), \quad (6)$$

velikost toplotnega toka zaradi sevanja q_r pa z enačbo

$$q_r = \varepsilon\sigma(T^4 - T_{ar}^4) = \alpha_r(T - T_{ar}), \quad (7)$$

pri čemer je T temperatura ograje območja, T_{ac} in T_{ar} ustrezni temperaturi okolice, α_c in α_r koeficienta konvekcije in sevanja, ε koeficient emisivnosti in σ Stefanova konstanta. Koeficient sevanja α_r je glede na obliko enačbe (7) definiran v skladu z

$$\alpha_r = \varepsilon\sigma(T^2 + T_{ar}^2)(T + T_{ar}).$$

2.1.2 Deformacijsko-napetostna analiza

Deformacijsko-napetostno polje $\varepsilon_{ij}(x_k, t)$, $\sigma_{ij}(x_k, t)$ določimo na osnovi deformacijsko-napetostne analize, ki jo definira sistem diferencialnih enačb (8–10) s pripadajočimi začetnimi in robnimi pogoji (11–13). Glede na nestacionarno temperaturnega polja, katerega posledica je tudi nestacionarno deformacijsko-napetostno polje, je sistem evolucijskih in konstitucijskih enačb problema smiselno zapisati v obliki,

$$\dot{\sigma}_{j_i j} + \dot{f}_i = 0 \quad (8)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(\dot{u}_{i j} + \dot{u}_{j i}), \quad x_k \in \Omega(t), \quad (9)$$

$$\dot{\sigma}_{ij} = H_{ijkl}\dot{\varepsilon}_{kl} - \frac{E\alpha}{1-2\nu}\dot{T}\delta_{ij} \quad (10)$$

kjer predstavlja enačba (8) ravnotežne enačbe, enačba (9) zvezo med pomiki in deformacijami in enačba (10) reološko zvezo med napetostmi in deformacijami. V primeru, ko je tenzor snovnih lastnosti H_{ijkl} odvisen od trenutne temperature ter predhodne zgodovine plastičnega deformiranja

$$H_{ijkl} = H_{ijkl}(\varepsilon_p, T),$$

popisuje zapisana reološka odvisnost termoplastični odziv materiala.

Polja pomikov $u_i(x_k, t)$, deformacij $\varepsilon_{ij}(x_k, t)$ in napetosti $\sigma_{ij}(x_k, t)$, ki sledijo kot rešitev sistema enačb (8–10), morajo zadostiti začetnim in robnim pogojem v območju $\Omega(t)$ ter na ograji $\Gamma(t)$ območja. V trenutku začetka opazovanja ($t = 0$) je termomehansko stanje ob temperaturi $T_0(x_k)$ določeno še z začetnim stanjem mehaniških veličin

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}(x_k, 0) &= \sigma_{ij}^0(x_k) \\ \varepsilon_{ij}(x_k, 0) &= \varepsilon_{ij}^0(x_k), \quad x_k \in \Omega(0) \\ u_i(x_k, 0) &= 0 \end{aligned} \quad (11)$$

v območju $\Omega(0)$ ter na ograji $\Gamma(0)$ tega območja.

Ob razdelitvi ograje $\Gamma(t)$ v skladu z

$$\Gamma_u \cup \Gamma_\sigma = \Gamma, \quad \Gamma_u \cap \Gamma_\sigma = \emptyset$$

je za $t > 0$ možno tudi robne pogoje v primeru deformacijsko-napetostne analize razdeliti na bistvene

$$u_i = u_i^*(x_k, t), \quad x_k \in \Gamma_u(t) \quad (12)$$

in naravne

$$\sigma_{ji} n_j = p_i^*(x_k, t), \quad x_k \in \Gamma_\sigma(t). \quad (13)$$

Bistveni robni pogoji določajo velikost pomika $u_i(x_k, t)$ na delu ograje $\Gamma_u(t)$, medtem ko naravni robni pogoji podajajo velikost zunanje obremenitve na delu ograje $\Gamma_\sigma(t)$, katere normalo določa vektor n_i .

Postopek reševanja termomehanskega problema, katerega rešitev sledi iz sistemov diferencialnih enačb (1) in (8–10) ob izpolnitvi pripadajočih začetnih in robnih pogojev, je prikazan v delu¹.

2.2 Matematični popis materialne nelinearnosti

Termomehanski problemi, v katerih predstavlja termalni šok poglaviti vir spremembe termomehanskega stanja, so zaradi izrazitih temperaturnih sprememb praviloma po svoji naravi nelinearni. Določena nelinearnost, ki pa v primeru elastičnega odziva snovi ni nujno izrazita, je pogojena že s temperaturno odvisnostjo snovnih lastnosti. Bistveno večja je nelinearnost, do katere pride zaradi izrazitih krajevnih sprememb temperaturnega polja, kar ima za posledico temperaturne deformacije. Notranje obremenitve, ki jih te deformacije povzročijo, praviloma presežejo mejo linearnega elastičnega odziva. Sam pojav neelastičnega odziva je še stopnjevan z zniževanjem meje plastičnega tečenja materiala pri višjih temperaturah.

Konstitucijske enačbe (10) nelinearnost v smislu neelastičnega odziva že vključujejo, vendar je za pravilno identifikacijo odziva potrebno opredeliti ustrezni kriterij.

Če vlogo meje tečenja predstavimo s parametrom plastičnega tečenja K , lahko ugotovimo, da je velikost tega odvisna od trenutne temperature T ter predhodnega

plastičnega deformiranja, upoštevanega v obliki akumulirane ekvivalentne plastične deformacije ε_p , torej velja

$$K = K(T, \varepsilon_p).$$

Spreminjanje parametra plastičnega tečenja K v skladu z

$$\frac{\partial K(T, \varepsilon_p)}{\partial \varepsilon_p} > 0 \quad (14)$$

opredeljuje pojav, ki ga imenujemo utrjevanje materiala.

Glede na to, da je narava odziva, opredeljenega z reološko zvezo (10), pogojena s trenutnim termomehanskim stanjem, vpeljemo funkcijo stanja F v skladu z enačbo

$$F(\sigma_{ij} - \alpha_{ij}, T, \varepsilon_p) = f(\sigma_{ij} - \alpha_{ij}) - K(T, \varepsilon_p), \quad (15)$$

kjer predstavlja $f(\sigma_{ij} - \alpha_{ij})$ obremenitveno funkcijo, ki ima vlogo enosnega napetostnega ekvivalenta za primerjavo v diagramu $\sigma - \varepsilon$ enosnega nateznega preizkusa. Tenzorska veličina α_{ij} , katere vloga se v primeru anizotropnega plastičnega deformiranja odraža v preslikavi originalnega napetostnega prostora σ_{ij} v napetostni prostor $\sigma_{ij} - \alpha_{ij}$, je odvisna od razvoja plastičnih deformacij

$$\alpha_{ij} = \alpha_{ij}(\varepsilon_{kl}^p).$$

V primeru $\alpha_{ij} = 0$ gre za izotropni odziv, medtem ko $\alpha_{ij} \neq 0$ opredeljuje anizotropni odziv. Veljavnost odvisnosti (14) pogojuje v primeru izotropnega odziva povsem izotropno utrjevanje, ne glede na značaj obremenjevanja. Anizotropni odziv pa že v svoji osnovi predstavlja utrjevanje, ki nima izotropnega značaja. V primeru, ko izkazuje parameter plastičnega tečenja K lastnost ($\frac{\partial K}{\partial \varepsilon_p} = 0$), opredeljuje ta odziv posebno vrsto anizotropnega utrjevanja, poznanega kot kinematično utrjevanje. Le-to opisuje znani Bauschingerjev efekt.

Možna termomehanska stanja, ki jih opredeljuje funkcija stanja $F(\sigma_{ij}, \alpha_{ij}, T, \varepsilon_p)$, izpolnjujejo naslednjo relacijo

$$F(\sigma_{ij}, \alpha_{ij}, T, \varepsilon_p) \leq 0. \quad (16)$$

Termomehansko stanje, za katerega velja

$$F(\sigma_{ij}, \alpha_{ij}, T, \varepsilon_p) < 0, \quad (17)$$

je karakterizirano z elastičnim odzivom pri poljubni spremembi tega stanja. Morebitno plastično deformiranje pa je pogojeno izključno z izpolnitvijo enačbe

$$F(\sigma_{ij}, \alpha_{ij}, T, \varepsilon_p) = 0 \quad (18)$$

kot potrebnim pogojem in

$$dF = 0 \quad (19)$$

kot zadostnim pogojem².

3 Analiza termomehanskega stanja v kokili

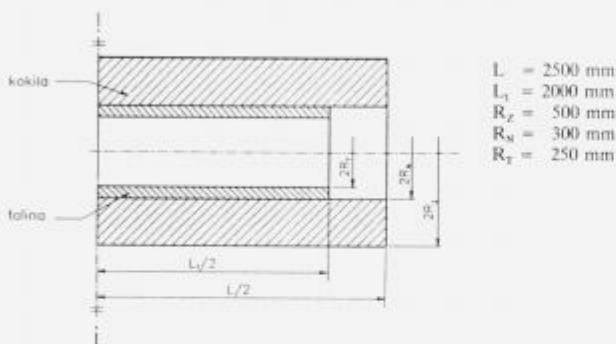
Glede na ciklično naravo obremenjevanja kokile ter termalni šok, kateremu je izpostavljena le-ta ob začetku vsakega obremenitvenega cikla, je pričakovati, da pride v kokili do pojava plastičnih deformacij, saj se meja plastičnega tečenja pri povišani temperaturi bistveno zmanjša. Hkrati obstoja zaradi cikličnega obremenjevanja, pri katerem prehajajo napetosti v posameznem ciklu iz tlačnih v natezne,

velika možnost anizotropnega plastičnega deformiranja, kar je odvisno seveda od uporabljenega materiala.

Materiali, ki izkazujejo kinematično utrjevanje pri izmeničnem obremenjevanju, dajejo možnost hitrejše deformacijske stabilizacije v smislu elastičnega odziva. V analizi obravnavanega primera je privzet Pragerjev model³ anizotropnega utrjevanja.

3.1 Podatki o analiziranem primeru

V procesu rotacijskega litja je kokila izpostavljena cikličnemu obremenjevanju. Kokilo pred začetkom vsakega obremenitvenega cikla predgrejemo na 423 K. Obremenitveni cikel časovno razdelimo na čas vliivanja taline v kokilo, ki traja 1 minuto ($0 < t \leq 60$ s), nakar sledi strjevanje ter ohlajanje vlite taline v času nadaljnjih 19 minut ($60 \text{ s} < t \leq 1200$ s). V analizi predpostavimo, da kokilo zatem ohladimo na temperaturo predgretja ($1200 \text{ s} < t \leq t_k$).



Slika 1. Geometrijski podatki o kokili in talini.
Figure 1. Data on geometry of mould and melt.

Mere kokile in debelina vlite taline so podane na sliki 1. Začetne in robne pogoje, katerih posledica je temperaturno polje $T(r, \varphi, z, t)$ v kokili, opredeljujejo enačbe

$$T(r, \varphi, z, 0) = 423 \text{ K}, \quad r, \varphi, z \in \Omega(0) \quad (20)$$

in

$$\begin{aligned} q^*(R_Z, \varphi, z, t) &= \alpha_c [T(R_Z, \varphi, z, t) - T_{ac}], \\ &\quad \varphi, z \in \Omega(t) \\ q^*(R_N, \varphi, z, t) &= 0, \quad \frac{L_1}{2} < |z| < \frac{L}{2} \wedge \varphi \in \Omega(t) \\ q^*(R_N, \varphi, z, t) &= q_{tal}, \quad |z| \leq \frac{L_1}{2} \wedge \varphi \in \Omega(t) \quad (21) \\ q^*(r, \varphi, \pm \frac{L}{2}, t) &= \alpha_c [T(r, \varphi, \pm \frac{L}{2}, t) - T_{ac}], \\ &\quad r, \varphi \in \Omega(t) \end{aligned}$$

pri čemer je Ω območje kokile, T_{ac} temperatura okolice konstantne velikosti $T_{ac} = 288 \text{ K}$ in α_c koeficient prestopnosti ($\alpha_c = 10 \text{ W/m}^2\text{K}$). Toplotni tok q_{tal} je toplota, ki prehaja iz ohlajajoče se taline v kokilo.

Napetosti $\sigma_{ij}(r, \varphi, z, t)$, deformacije $\epsilon_{ij}(r, \varphi, z, t)$ in pomiki $u_i(r, \varphi, z, t)$ so ob pričetku prvega cikla pri temperaturi 423 K nični, nato pa se stanje ob pričetku naslednjih ciklov spreminja v skladu z zgodovino deformiranja. Na začetku n -tega cikla, katerega časovni interval definiramo

v skladu z $(n-1)t_k < t \leq nt_k$, velja

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}^n(r, \varphi, z, (n-1)t_k) &= \sigma_{ij}^{n-1}(r, \varphi, z, (n-1)t_k) \\ \epsilon_{ij}^n(r, \varphi, z, (n-1)t_k) &= \epsilon_{ij}^{n-1}(r, \varphi, z, (n-1)t_k), \\ u_i^n(r, \varphi, z, (n-1)t_k) &= 0 \end{aligned} \quad (22)$$

$r, \varphi, z \in \Omega((n-1)t_k)$.

Robni pogoji na ograji Γ območja Ω so definirani z enačbami

$$\begin{aligned} \sigma_{ji}(R_N, \varphi, z, t)n_j(R_N, \varphi, z) &= 0 \\ \sigma_{ji}(R_Z, \varphi, z, t)n_j(R_Z, \varphi, z) &= 0, \quad \varphi, z \in \Omega(t) \\ \sigma_{ji}(r, \varphi, \pm \frac{L}{2}, t)n_j(r, \varphi, \pm \frac{L}{2}) &= 0 \end{aligned} \quad (23)$$

in veljajo za celoten čas obremenjevanja.

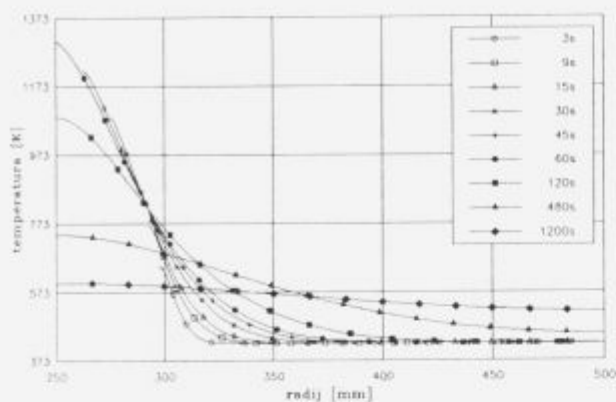
Za kokilo smo privzeli material, ki se v primeru nastanka plastičnih deformacij linearno utrjuje. Temperatura taline, ki priteče v kokilo, je temperatura tališča $T_{tal} = 1473 \text{ K}$. Ob predpostavki, da rotacija kokile preprečuje naravno mešanje taline, je bil upoštevan le toplotni tok zaradi prevoda toplote v smeri kokile, medtem ko je bilo sevanje taline v notranjost kokile zanemarjeno zaradi visoke temperature okoliškega zraka. Ob predpostavki, da teče toplotni tok med talino in kokilo neovirano, smo fazo vliivanja taline v kokilo modelirali tako, da smo debelino taline v kokili večali korakoma ($\Delta t = 1.5 \text{ s}$). Pred ponovnim vliivanjem taline v kokilo smo le-to ohladili na temperaturo predgretja 423 K.

Ob zanemaritvi robne motnje ob koncih kokile je možno razvoj termomehanskega stanja v kokili obravnavati kot povsem radialni problem, tako v pogledu toplotne, kakor tudi deformacijsko-napetostne analize. Za izračun deformacijsko-napetostnega stanja v kokili smo predpostavili ravninsko deformacijsko stanje. S privzetjem ravninskega deformacijskega stanja ($\epsilon_{zz} = 0$) smo sicer naredili določeno napako, saj deformacija ϵ_{zz} v realnem primeru, predvsem zaradi spremenljivega temperaturnega polja v radialni smeri, ni enaka nič, vendar to kvalitativno ne vpliva bistveno na deformacijsko-napetostno stanje.

3.2 Analiza rezultatov simulacije

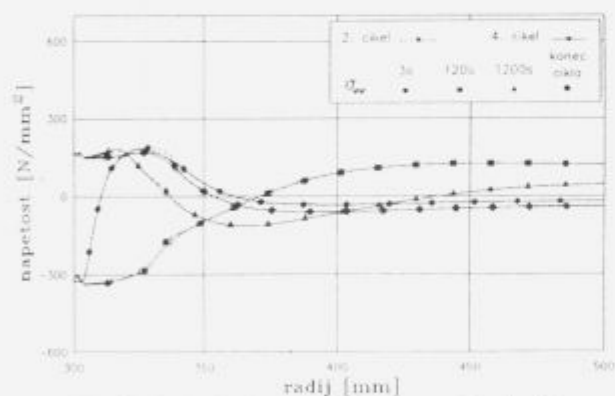
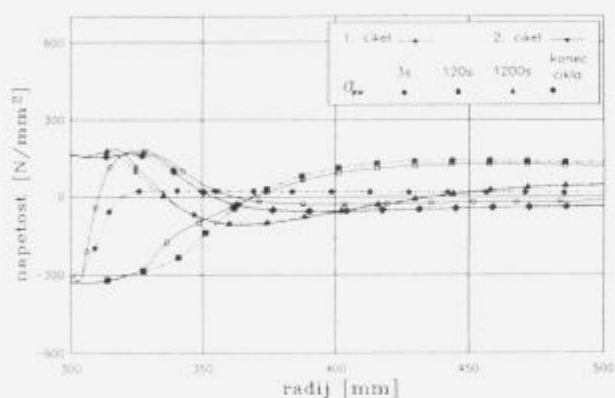
Nestacionarno temperaturno polje (slika 2) predstavlja obremenitev kokile, zaradi katere se kokila neenakomerno deformira, te deformacije pa so razlog za nastanek notranjih napetosti v kokili. Časovno in prostorsko spreminjanje temperaturnega polja je zaradi nespremenjenih začetnih in robnih pogojev toplotne analize v vsakem obremenitvenem ciklu enako, kar pa ne velja za spreminjanje deformacijsko-napetostnega polja. To postane zaradi razvoja plastičnih deformacij odvisno od zgodovine deformiranja, kar se odraža v začetnih robnih pogojih deformacijsko-napetostne analize posameznega obremenitvenega cikla.

Iz primerjave rezultatov prvega in drugega cikla (slika 3) je razviden vpliv plastičnega deformiranja v prvem obremenitvenem ciklu na nastanek zaostalnih napetosti v kokili ob koncu cikla. Po nekaj opravljenih ciklih se časovni in prostorski razvoj napetostnega stanja bistveno ne razlikuje več, kar je posledica plastične utrditve materiala, zaradi katere postane celotni odziv kokile skoraj v celoti elastičen. Ko analiziramo časovno spreminjanje napetostnega stanja v okviru posameznega obremenitvenega cikla, ugotovimo, da pride po določenem času na notranjem robu



Slika 2. Temperaturno polje v talini in kokilu za različne časovne trenutke.

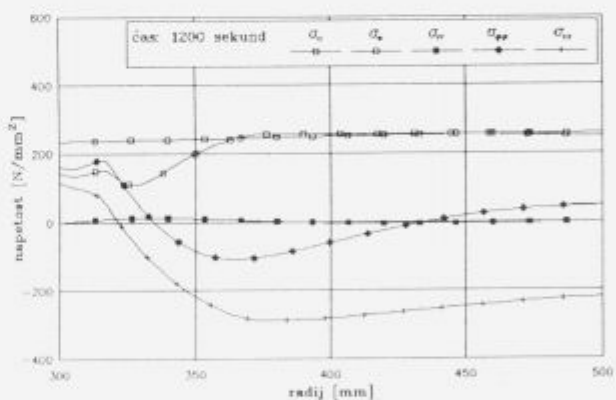
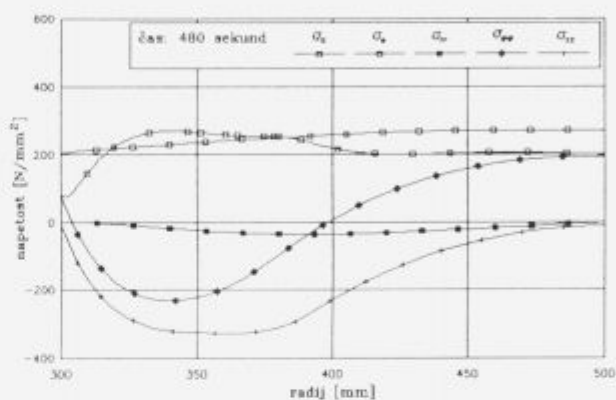
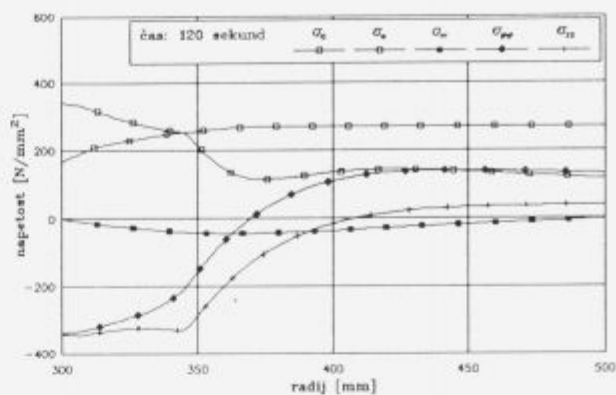
Figure 2. Temperature field in melt and in mould at various times.



Slika 3. Potek cirkularne napetosti $\sigma_{\varphi\varphi}$ v začetnih ciklih obremenjevanja kokile.

Figure 3. Variation of circular stress $\sigma_{\varphi\varphi}$ in the initial loading cycles.

do natezih cirkularnih $\sigma_{\varphi\varphi}$ in aksialnih σ_{zz} napetosti, kar bi lahko bilo razlog za nastanek razpok (slika 4). Na začetku obremenitvenega cikla prihaja na notranjem robu kokile do tlačnih napetosti zaradi naglega povišanja temperature, na kar se material odzove z izrazito tendenco širjenja volumna, ki ji nasprotuje hladnejši del okolice. Te napetosti so tako velike, da se material plastično deformira. Ker se v drugi polovici obremenitvenega cikla notranji rob, ki je na višji temperaturi, hitreje ohlaja, pride do ponovitve opisanega pojava v nasprotni smeri. Natezne napetosti, ki



Slika 4. Časovno spreminjanje napetostnega stanja v okviru obremenitvenega cikla.

Figure 4. Time variation of the stress state within a loading cycle.

se zaradi tega pojavijo, se zatem ohranijo do konca obremenitvenega cikla.

4 Zaključne ugotovitve

Prikazana računalniška simulacija rotacijskega litja nedvoumno potrjuje velike zmožnosti, ki jih nudi matematično modeliranje naravnih procesov. V okviru stopnje poznavanja fenomenologije fizikalnega problema in njegove matematične formulacije je dandanes možno z numerično analizo problemu pripadajočega matematičnega modela računalniško simulirati odziv modela na zunanjo obremenitev, s tem pa v bistvu v okviru zmožnosti modela dobiti

popis dogajanja realnega problema. Čeprav je zmožnost verodostojnega popisa fizikalnega dogajanja v procesu s pomočjo računskega modela pogojena predvsem s stopnjo našega znanja, je vrednost takšnega, z matematičnim modeliranjem ter ustrezno računalniško simulacijo podprtega pristopa predvsem v omogočanju kvalitativnega razpoznavanja in razumevanja fenomenologije procesa ter razširitve vedenja o vzročnih povezavah med posameznimi, v procesu prisotnimi parametri.

5 Literatura

- ¹ N. Mole: Numerično modeliranje termoelasto-plastičnih problemov, magistrsko delo, Fakulteta za strojništvo, Ljubljana, 1991

- ² N. Mole, B. Štok: Analiza vpliva plastičnega utrjevanja v primeru cikličnega obremenjevanja termoplastičnih problemov, Kuhljevi dnevi '92, Portorož, 1992
- ³ Thermal Stresses III, Edited by Richard B. Hetnarski, Elsevier Science Publishers B.V., New York, 1989
- ⁴ B. Štok, N. Mole, J. Srna: Finite Difference Thermo-Plastic Stress Analysis of Cyclically Thermally Loaded Problems, Proceedings of Nonlinear Engineering Computations — NEC91, Swansea, 1991
- ⁵ N. Mole, B. Štok: Numerična simulacija procesa rotacijskega litja v kokilo, Kuhljevi dnevi '91, Lipica, 1991
- ⁶ B. Štok, N. Mole: On the Calculation of Cyclic Thermo-Plastic Stress Problems, Theoretical and Applied Rheology — XIth International Congress on Rheology, Brussels, 1992