PRESEK
List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652
Letnik **24** (1996/1997)
Številka 1
Strani 34–38

Goran Sebolič in Mirko Cvahte:

RAKETA NA VODO IN STISNJEN ZRAK

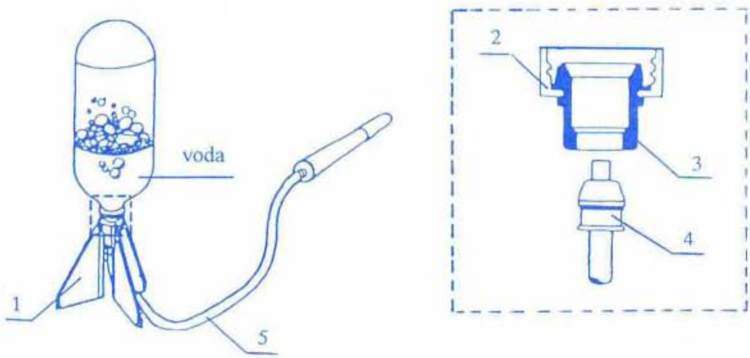
Ključne besede: fizika, modelarstvo, rakete.

Elektronska verzija: http://www.presek.si/24/1284-Sebolic-Cvahte.pdf

RAKETA NA VODO IN STISNJEN ZRAK

Rakete poganjajo motorji, v katerih izgorevajo eksplozijske snovi. Pri tem nastajajo plini, ki z veliko hitrostjo iztekajo iz rakete, in jo potiskajo. Raketa, ki jo sestavimo sami, uporablja za pogon stisnjen zrak in vodo. Ob izstrelitvi smo presenečeni, saj raketa leti zelo visoko, do 40 m. Taka raketa je vabljiva igrača, saj jo lahko po nekaj minutah ponovno izstrelimo, pogonsko gorivo pa je zastonj. Seveda bi želeli izmeriti, kako visoko raketa zares leti, hkrati pa nas zanima, če bi lahko z znanjem, ki smo si ga pridobili v šoli, približno napovedali, kako visoko bo letela.

Najprej si oglejmo sestavo take rakete. Njen trup je enainpollitrska plastenka (Bibita, Stil,...). Ostale sestavne dele lahko kupimo[1] ali pa si jih sposodimo pri učitelju fizike na šoli, saj mnogo šol to didaktično igračo že ima. Raketo pripravimo tako, kot kaže slika 1.



Slika 1. Sestavni deli rakete: 1 smerna krilca, 2 zamašek z odprtino, 3 gumijasto tesnilo, 4 ventil, 5 plastična cev. Na desni so deli 2, 3 in 4 povečani.

Najprej v plastenko nalijemo približno četrt litra vode in nanjo privijemo zamašek z odprtino (2), v katerem je gumjasto tesnilo (3). V odprtino vtaknemo ventil (4) s cevjo (5). Skozi cev z navadno kolesarsko tlačilko tlačimo zrak. Ko je v plastenki dovolj velik tlak, ta izrine ventil iz tesnila, voda začne iztekati in raketa se prične dvigati.

[1] Pooblaščeni distributer: ATRAKTOR, Tržaška 2, Ljubljana, tel. 061-1251259

Dobro je, če raketi nekoliko preoblikujemo sprednji del. Od druge plastenke odrežemo zgornji del in ga z lepilnim trakom prilepimo na vrh rakete ter privijemo še zamašek ali pokrov od razpršilke (slika na zadnji strani ovitka). S tem zmanjšamo koeficient upora, raketa pa je tudi bolj odporna pri padcih na tla. Pri merjenjih dodamo še merilnik tlaka.

Če želimo izračunati, kako visoko bo raketa letela, moramo najprej ugotoviti hitrost, ki jo doseže med pospeševanjem, nato pa izračunati še dvižno višino.

Pospeševanje rakete

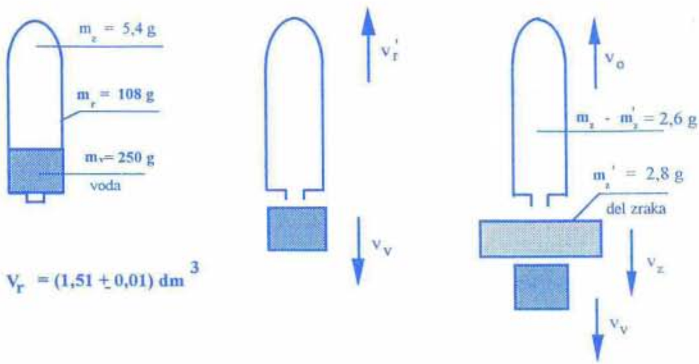
Raketa se pospešuje tako dolgo, dokler iz nje ne iztečeta vsa voda in zrak. Upočasneni videoposnetek je pokazal, da voda izteče v približno 0,1 sekunde, raketa pa se pri tem dvigne le za slab meter. Zrak nato izteče še v krajšem času in raketa ima na višini približno 1 meter že največjo hitrost v_0.

Pred izstrelitvijo sta v raketi voda in zrak pri povišanem tlaku. Ko nadtlak izrine ventil iz rakete, iz nje najprej izteče voda, nato pa še nekaj zraka. Zrak se pri tem adiabatno razpenja, zato se mu temperatura zniža. Notranja energija zraka se zmanjša, zato pa se povečajo kinetična energija vode, zraka in rakete.

Pri našem poskusu sta bila pred izstrelitvijo v raketi z maso $m_r = (0{,}108 \pm 0{,}001)$ kg in prostornino $V_r = (1{,}510 \pm 0{,}001)$ l zrak s temperaturo $T_1 = (15 \pm 1)$°C in tlakom $p_1 = (3{,}55 \pm 0{,}01)$ bara ter voda z maso $m_v = (0{,}250 \pm 0{,}001)$ kg (slika 2a).

Ko je nadtlak izrinil ventil iz rakete, je najprej iztekla voda, zrak pa se je adiabatno razpel (slika 2b). Tlak za trenutek, ko je iztekla vsa voda, izračunamo z enačbo za adiabatno spremembo $p_1 V_1^k = p_2 V_2^k$, pri čemer je $k = c_p/c_v$. Za zrak je $k = 1{,}40$. Iz zgornje enačbe dobimo tlak $p_2 = 2{,}76$ bara. Za adiabatno spremembo velja tudi plinska enačba $\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}$. Iz obeh enačb dobimo temperaturo, na katero se ohladi zrak $T_2 = T_1 (\frac{p_1}{p_2})^{\frac{1-k}{k}}$; v našem primeru je $T_2 = 268$ K. Izračunamo še končno temperaturo zraka, ko se zrak v raketi z 2,76 bara razpne na končni tlak 1 bar (slika 2c). Končna temperatura je $T_3 = T_1 (\frac{p_1}{p_3})^{\frac{1-k}{k}} = 201$ K. Zrak se je tako ohladil za (87 ± 3) K. Spremembo notranje energije izračunamo iz enačbe $\Delta W_n = m_z \cdot c_{vz} \cdot (T_3 - T_1) = -(340 \pm 20)$ J. Maso zraka v raketi m_z smo izračunali iz plinske enačbe $p_1 V_1 = m_z R T_1 / M_z$, specifična toplota zraka pa je $c_{vz} = 720$ J/kgK.

Pred izstrelitvijo: Potem, ko izteče samo voda: Potem, ko izteče tudi del zraka:



Podatki za zrak v plastenki:

$\mathbf{p_1 = 3{,}55}$ **bar**	$p_2 = 2{,}76$ bar	$\mathbf{p_3 = 1{,}00}$ **bar**
$\mathbf{V_1 = V_r - V_v = 1{,}26}$ $\mathbf{dm^3}$	$\mathbf{V_2 = V_r = 1{,}51}$ $\mathbf{dm^3}$	
$\mathbf{T_1 = 288}$ **K**	$T_2 = 268$ K	$T_3 = 201$ K
(a)	(b)	(c)

Slika 2. Tri faze pospeševanja rakete: na sliki 2a raketa še miruje, slika 2b prikazuje trenutek, ko je iz rakete iztekla ravno vsa voda, slika 2c pa prikazuje konec pospeševanja, ko je iz plastenke iztekel že del zraka. Indeks r se nanaša na raketo, v na vodo in z na zrak. Vse izmerjene vrednosti so zapisane v povdarjenem tisku, izračunane pa v navadnem.

Naš sistem so raketa in voda ter zrak v njej. Hitrost rakete po pospeševanju izračunamo iz energijskega zakona $\Delta W_n + \Delta W_k + \Delta W_p = A + Q$. Izkaže se, da lahko pri nadaljnem računu zanemarimo ΔW_p. Upočasnjeni videoposnetek leta rakete je pokazal, da se raketa pospešuje le do višine približno 1m in tako sprememba potencialne energije sistema ne predstavlja niti 1% spremembe notranje energije. Podrobnejši račun pokaže, da lahko zanemarimo tudi delo sile upora zraka med pospeševanjem. Sprememba je adiabatna, ker poteka tako hitro, da je $Q \approx 0$ J dober približek. Tako dobimo, da je $\Delta W_k = -\Delta W_n = (340 \pm 20)$ J.

Raketa, zrak in voda pridobijo med pospeševanjem toliko kinetične energije, kot je zmanjšanje notranje energije zraka

$$\frac{m_r \cdot v_0^2}{2} + \frac{m_z' \cdot v_z^2}{2} + \frac{m_v \cdot v_v^2}{2} = \Delta W_k. \tag{1}$$

Tudi sunka sile teže in upora zraka sta zanemarljivo majhna in se zato ohranja gibalna količina (slika 2c)

$$m_r \cdot v_0 = m_z' \cdot v_z = m_v \cdot v_v. \tag{2}$$

V enačbah (1) in (2) so neznane vse tri hitrosti. Če jih hočemo izračunati, potrebujemo še eno enačbo. To dobimo za prehod iz stanja 1 v stanje 2 (slika 2). Zopet zapišemo enačbi za ohranitev kinetične energije in gibalne količine:

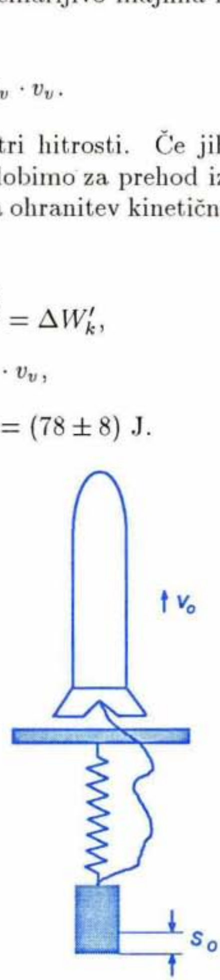
$$\frac{(m_r + m_z) \cdot {v'}_r^2}{2} + \frac{m_v \cdot v_v^2}{2} = \Delta W_k', \tag{3}$$

$$(m_r + m_z) \cdot v_r' = m_v \cdot v_v, \tag{4}$$

kjer je $\Delta W_k' = -\Delta W_n' = m_z \cdot c_{vz} \cdot (T_2 - T_1) = (78 \pm 8)$ J.

Reševanje sistema enačb (1) do (4) je zamudno. Nazadnje dobimo kvadratno enačbo za hitrost rakete v_0, katere rešitev je $v_0 = (42 \pm 4)$ m/s. Hitrost vode je $v_v = (14 \pm 1)$ m/s in hitrost zraka $v_z = (390 \pm 20)$ m/s.

Ker zaradi nekaterih predpostavk in približkov izračunani hitrosti v_0 nisva povsem zaupala, sva jo tudi izmerila, podobno kot merimo hitrosti izstrelkov z balističnim nihalom, kjer je odmik klade sorazmeren s hitrostjo izstrelka, ki se zarije v klado.



Slika 3. Merjenje začetne hitrosti z balističnim nihalom.

Na močno vzmet sva obesila 5 kg utež (slika 3), med raketo in utež privezala 1,5 m dolgo vrvico in raketo izstrelila. Izmeriti je bilo potrebno amplitudo s_0, za kolikor je raketa izmaknila utež iz ravnovesne lege. Hitrost rakete sva izračunala podobno, kot izračunamo hitrost izstrelka pri merjenju z balističnim nihalom, kjer je hitrost premosorazmena odmiku nihala in krožni frekvenci nihala $v_0 = s_o\omega$. Tako izmerjena hitrost rakete je bila $v_0 = (44 \pm 4)$ m/s, kar se, v mejah natančnosti pri merjenjih, ujema z izračunano vrednostjo.

Izračun dvižne višine rakete

Po pospeševanju se raketa začne gibati pojemajoče, saj nanjo delujeta zaviralni sili: teža in upor zraka. Za raketo zapišemo Newtonov zakon $ma = -F_g - F_u$ ali

$$m\Delta v/\Delta t = -mg - c\rho v^2 S/2, \tag{5}$$

pri čemer je m masa rakete, c koeficient upora, S prečni presek rakete in ρ gostota zraka.

S preprostim računalniškim programom lahko dvižno višino izračunamo numerično. Na začetku je hitrost v enaka hitrosti v_0, ki jo že poznamo. Iz enačbe (5) izračunamo spremembo hitrosti Δv v časovnem intervalu Δt, ki si ga določimo sami (npr. 0,1 s). Tako dobimo hitrost po prvi desetinki sekunde $v_1 = v_0 - \Delta v$, pot v prvi desetinki pa izračunamo iz $\Delta h_1 = (v_0 + v_1)/2 \cdot \Delta t$. Postopek nadaljujemo, dokler hitrost ni enaka nič, celotno dvižno višino pa dobimo kot vsoto majhnih poti $h = \Delta h_1 + \Delta h_2 + \ldots$ V našem primeru smo dobili $h = (43 \pm 4)$ m.

Pri zgornjem računu smo upoštevali koeficient upora rakete $c = 0{,}43 \pm 0{,}04$. Izmerili smo ga tako, da smo raketo spuščali s 25 m visokega mostu in pri tem natančno merili čas padanja.

Seveda smo hoteli tudi izmeriti, če raketa zares leti tako visoko, kot smo teoretično izračunali, namreč do višine $h = (43 \pm 4)$ m. Merjenje dvižne višine ni preprosto. Merili smo tako, da smo raketo izstreljevali v brezvetrju. Za njen rep smo privezali lahek sukanec, ki je ležal na tleh, navit v zankah s premerom nekaj decimetrov. Dvižna višina je bila kar enaka dolžini odvitega sukanca, pri čemer smo upoštevali le rezultate poskusov, ko je raketa padla na tla blizu izstrelišča. Povprečna vrednost dvižnih višin iz 14 poskusov je bila $h = (38 \pm 3)$ m. Iz rezultatov se vidi, da se izračunana in izmerjena višina v mejah natančnosti pri merjenjih ujemata.

Goran Sabolič, Mirko Cvahte