

# Odkrivanje Keplerjevih zakonov s pomočjo interaktivne table in programa *Algodo*

dr. Bor Gregorčič

Oddelek za fiziko in astronomijo, Univerza v Uppsali, Švedska

## Povzetek

V zadnjih desetih letih so interaktivne table v slovenskih šolah postale precej razširjene. Čeprav gre pravzaprav za velike zaslone na dotik, se pogosto uporabljajo podobno kot navaden projektor, povezan z računalnikom, in običajna tabla za pisanje, le da je »črnilo« elektronsko. V članku predstavim način uporabe interaktivne table, ki izkorišča njen veliki zaslon na dotik. Z uporabo programa *Algodo* se lahko tabla prelevi v okolje, ki omogoča interaktivno raziskovanje gibanja planetov okrog Sonca. Dijaki oz. učenci lahko ustvarjajo planete in jih mečejo v tire okrog Sonca. Pri tem se odprejo nove možnosti za učenje o gibanju nebesnih teles in odkrivanje Keplerjevih zakonov na nekoliko drugačen način.

**Ključne besede:** Keplerjevi zakoni, interaktivna tabla, program *Algodo*, interaktivno raziskovanje gibanja planetov okrog Sonca, gibanje nebesnih teles

## Discovering Kepler's Laws Using an Interactive Whiteboard and *Algodo* Software

### Abstract

In the last decade interactive whiteboards have become widespread in Slovenian schools. Although they are essentially large touchscreens, their use is often limited to what appears to be a combination of a traditional computer projector and an ordinary whiteboard with electronic "ink". In this article I present a way of using the interactive whiteboard that takes advantage of its large touch-sensitive screen. Combining the interactive whiteboard with *Algodo* software can enable interactive exploration of the motion of planets around the Sun. Students can create planets and send them into orbits around the Sun by throwing them. In the process, new possibilities arise for learning about celestial motion and discovering Kepler's laws in a new and unconventional way.

**Keywords:** Kepler's laws, interactive whiteboard, *Algodo* software, interactive exploration of the motion of planets around the Sun, celestial motion

### Uvod

Interaktivne table so marsikje že lep čas del šolskega inventarja. Ponekod so na voljo zgolj v določenih učilnicah, drugod pa so nameščene kar v vseh ali skoraj vseh učilnicah. Kljub začetnemu navdušenju in upom nekaterih, da bo interaktivna tabla spremenila pouk in ga ponesla v 21. stoletje, se je pogosto izkazalo, da interaktivne table niso prinesle velikih sprememb načina

poučevanja. Pogosto jih učitelji uporabljajo kot neprestano vklopljeni projektor, na katerem lahko prikazujejo slike, video vsebine in animacije, včasih pa celo predstavitve v PowerPointu. Čeprav je zaslon interaktivne table občutljiv na dotik (s prstom ali posebnim peresom), se njegova uporaba pogosto ne razlikuje veliko od uporabe navadne table za pisanje in risanje. Možnosti drugačne uporabe, ki jih učiteljem in tistim, ki sprejemajo odloči-

tve o nakupu nove tehnologije, predstavljajo trgovci, so morda vizualno privlačne in na prvi pogled obljublajo popestritev pouka. Toda če novih možnosti ne spremlja tehtna vsebinska in pedagoška osvežitev, lahko uporaba bleščečih trikov po nekaj učnih urah izgubi čar. Uporaba interaktivne table se seveda razlikuje od šole do šole, od predmeta do predmeta in od učitelja do učitelja. Ciljni uporabniki mnogih možnosti interaktivne table so učitelji in učenci v nižjih razredih osnovne šole. Učitelj fizike, ki ima v glavnem opravka z nekoliko starejšimi mladostniki, se tako lahko povsem upravičeno vpraša, ali interaktivna tabla ponuja kakšno pomembno prednost ali možnost, ki je ne bi ponujala veliko cenejša kombinacija navadne table in običajnega projektorja. Navsezadnje lahko prek projekcije rišemo in pišemo tudi, če računalniški zaslon projiciramo na navadno belo tablo.

V tem prispevku bom predstavil način uporabe interaktivne table, ki izkorišča njen zaslon na dotik za dejavnost, pri kateri lahko učenci ali dijaki z metanjem planetov v tire okrog Sonca odkrivajo Keplerjeve zakone [1]. Moj namen je učitelju fizike predstaviti način uporabe interaktivne table, ki izkorišča tisto, kar takšno tablo resnično loči od navadnega projekcijskega platna. Obenem želim poudariti, da bo takšna uporaba zares dodala vrednost pouku le, če bodo učenci ali dijaki aktivno vpleteni v upravljanje interaktivne table. Metanje planetov v tire okrog Sonca je dober primer učenja z gibanjem. Najrazburljivejše pri tem pa je, da se lahko s pomočjo interaktivne table z gibanjem učimo o pojavih, ki več velikostnih redov presega naše vsakdanje okolje in izkušnje.

## Algodoo

*Algodoo* ([www.algodoo.com](http://www.algodoo.com)) je prosto dostopen program, ki uporabniku omogoča izgradnjo dvodimenzionalnih prizorov, ki se podreajo zakonom klasične mehanike [2]. *Algodoo* je videti podobno kot mnogim bolj poznani *Slikar*, le da se v prvem ob pritisku na gumb »Play« pred nami odvijajo prizori, ki so mehanska posledica tega, kar smo pred tem zgradili z uporabo grafičnih orodij. Tako bodo na primer v zraku narisane oblike padle na tla in se tam prevračale, dokler se ne ustavijo, ali pa se skotalile po ustvarjeni poševni podlagi, če le niso preveč oglate. Telesom lahko spreminjamo lastnosti, kot sta gostota in elastičnost, pa tudi videz – barvo in prosojnost. Spreminjamo lahko tudi splošnejše parametre, kot sta zračni upor in težni pospešek.

*Algodoo* nam lahko pomaga pri razlagi, razčiščevanju ali raziskovanju preprostih modelov fizikalnih pojavov. Ker se vsak prizor lahko shrani kot majhna datoteka, lahko učenci ali dijaki v šolo prinesejo prizore, ki so jih ustvarili doma, na svojem računalniku lahko nadaljujejo delo, ki so ga pričeli v šoli, ali pa med seboj in z učiteljem preko elektronske pošte izmenjujejo interaktivne prizore v obliki majhnih datotek. Po mojih izkušnjah se mladi zelo hitro priučijo uporabe programa *Algodoo*. Ta

jim dopušča možnost ustvarjalnega udejstvovanja, kar pogosto privede do zanimivih stvaritev in izumov. Glavni izziv za učitelja pa je, kako tovrstni ustvarjalni zagon uporabiti za učenje.

## Keplerjevi zakoni v programu Algodoo

Da bi program *Algodoo* lahko uporabili za odkrivanje in preučevanje Keplerjevih zakonov in nebesne mehanike, moramo najprej pripraviti primeren »prizor« v samem programu. Najprej moramo izklopiti homogeno težnostno polje, ki kaže navzdol. To storimo s klikom na gumb, na katerem je narisano jabolko (desno spodaj na sliki 1). Izklopiti moramo tudi zračni upor. To storimo s klikom na sosednji gumb, na katerem je zelena kroglica. Nato se moramo znebiti tal. To lahko storimo s preprostim klikom na tla in s pritiskom na tipko »Delete« ali »Backspace« na tipkovnici ali pa z desnim klikom na tla in izbiro možnosti »Erase«.

Z desnim klikom na katerokoli telo dostopamo do menija lastnosti tega telesa. V meniju »Material« lahko spremenimo njegovo gostoto, elastičnost in, najpomembneje za naš primer, kako močno privlači druga masivna telesa. To je s fizikalnega vidika tako, kot da bi lahko vsakemu telesu posebej nastavili gravitacijsko konstanto. Upoštevati moramo, da je *Algodoo* le program, ki nam omogoča modeliranje nekaterih pojavov. Z učenci in dijaki lahko tudi spregovorimo o pomembnih razlikah med modeli, ki jih znanstveniki ustvarijo, in o njihovih omejitvah.

Model, kjer ima vsako telo svojo »gravitacijsko konstanto«, je primeren, saj lahko le-to nastavimo le za Sonce. Na novo ustvarjeni planeti z gravitacijsko konstanto nič se bodo tako privlačili le s Soncem, ne pa med sabo. To je dobro, če se želimo od začetka izogniti motnjam, ki bi »kvarile« lepe eliptične tire planetov okrog Sonca.

Naslednji korak, ki ga upravičimo z vidika idealizacije modela osončja, je, da Sonce »pripnemo« na ozadje (to storimo v meniju »Geometry actions«, prav tako dostopnem z desnim klikom na Sonce – glej sliko 1). S tem Soncu preprečimo majhne premike zaradi sil, s katerimi nanj delujejo krožeči planeti. Na ta način ponovno preprečimo motnje v tirih planetov, ki bi nastopile zaradi spreminjajoče se lege Sonca v primeru več sočasno krožečih planetov. Tako tiri ostanejo nespremenjeni ves čas. Z razmislekom in poenostavitvijo modela osončja na zgornja načina smo bili primorani ozavestiti dva mehanizma, ki povzročita majhne motnje v tirih planetov – privlak drugih planetov in gibanje Sonca samega. Morda pa to ni nekaj, s čimer bi učence in dijake radi spoznali že na samem začetku obravnave gibanja planetov.

Ker ima program svoje tehnične omejitve in najboljše deluje pri telesih in parametrih določene velikosti, je pomembno, kako veliko Sonce ustvarimo in kako velika je njegova »gravitacijska konstanta« (pravilna izbira velikosti parametrov pride do izraza zlasti pri trkih teles,



**Slika 1:** Sonce (rumene barve) z odprtim menijem, v katerem lahko spreminjamo njegove lastnosti. Na desni strani je planet (sive barve). Ob pritisku na gumb »Play« (sredina spodaj) bo planet padel in obmiroval na površju Sonca. Tam ga lahko poberemo z orodjem »Grab« (levo, pod svinčnikom, je označeno z roko z iztegnjenim prstom).

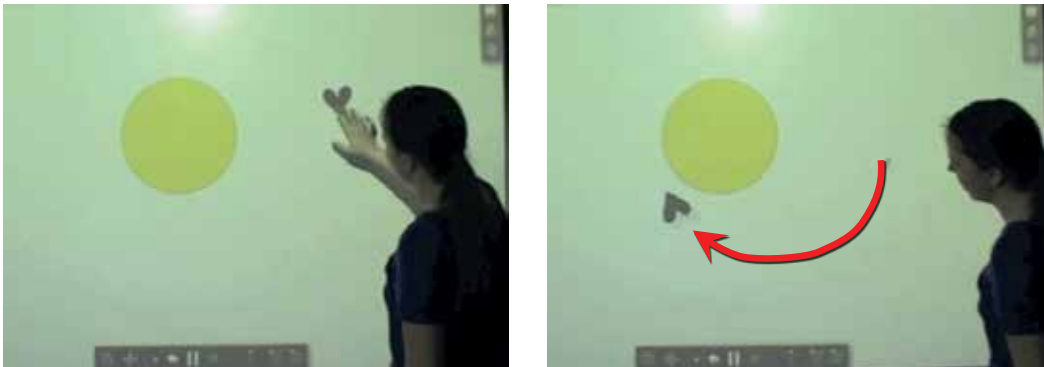
kjer program »pobežlja«, če so telesa premajhna in sile prevelike). Za lažji začetek priporočam, da v programu *Algodoo* odprete spletno knjižnico prizorov (gumb s planetom Zemlja na levi strani) in v iskalno vrstico vpišete »Kepler«. Iskanje vam bo med nekaj prizori prikazalo tudi prizor, ki sem ga ustvaril sam (avtor: Bor Gregorčič, naslov: Orbital motion). Trenutno se prizor nahaja na drugi strani zadetkov. Druga možnost dostopa do prizora je, da ga prenesete z naslednje povezave [3]. V prizoru je že vse pripravljeno za risanje in metanje planetov v tiri okrog Sonca na sredini prizora. Če vas zanimajo natančne vrednosti mase, velikosti in »gravitacijske konstante« za Sonce v prizoru, ki sem ga pripravil, si jih lahko ogledate v meniju, do katerega dostopate z desnim klikom na Sonce (glej sliko 1).

## Metanje planetov

Ko pritisnemo »Play« in narišemo planet na neki oddaljenosti od Sonca, bo ta padel naravnost proti Soncu. Z izbiro orodja, označenega s prstom v orodni vrstici (»Grab«), lahko na Soncu ležeči planet poberemo ter ga enostavno vržemo. Pri tem se lahko naučimo, da planeti,

ki jih vržemo naravnost proti ali stran od Sonca, potujejo po ravni črti, in če jih ne vržemo stran od Sonca s preveliko hitrostjo, znova padejo na Sončevo površino. Če želimo planet spraviti v tir okrog Sonca, ga moramo vreči tako, da ima njegova hitrost neničelno komponento tudi v tangentialni smeri (slika 2). Tudi to ni zadosten pogoj. Kmalu ugotovimo, da planeta ni tako zelo lahko spraviti v eliptični tir. Pogosto ga vržemo s premajhno ali preveliko hitrostjo. Pomembno je tudi, kje ga izpustimo. Če ga izpustimo blizu Sončevega površja, ga moramo vreči hitreje, kot pa če ga izpustimo daleč stran od Sonca. Skoraj gotovo nam bo planet po kakšnem premočnem metu ušel iz vidnega polja. Z orodjem »Zoom« lahko oddaljimo pogled in preverimo, kje je in ali nam je povsem ušel. Če ga ne najdemo več, lahko ustvarimo nov planet ali pa prikličemo starega nazaj z uporabo gumba »Undo« (ob gumbu »Play«), ki bo prizor povrnil v stanje pred metom.

Ko planet spravimo v tir, ki nam je všeč, lahko njegovo pot opazujemo tudi s pomočjo orodja slednik (tracer). Slednik je orodje, ki ga dodamo na planet in za seboj na ozadju pušča sled poljubnega trajanja. Na planet ga dodamo preko menija »Geometry actions«, dostopnega z desnim klikom na planet (desni klik lažje izvedemo, če



**Slika 2:** Na interaktivni tabli lahko planete zgrabimo kar z dotikom (s prstom ali posebnim peresom). Ta način interakcije z digitalnim okoljem omogoča, da planete vržemo v tir in se pri tem učimo s telesno dejavnostjo. Tovrstna interakcija je veliko bolj preprosta kot metanje z miško. Parametri, ki določajo tir planeta (smer, velikost hitrosti in lokacija meta), so tako lahko neposredno utelešeni prek izvedbe samega meta. Na sliki je študentka s prstom vrgla planet v tir okrog Sonca. Rdeča puščica prikazuje njegovo pot v prvi sekundi po metu.

simulacijo za krajši čas ustavimo s ponovnim pritiskom na »Pause« spodaj). Trajanje slednika lahko določimo v njegovem meniju, ki je dostopen z desnim klikom na slednik. Po mojih izkušnjah učenci ali dijaki pogosto sami predlagajo uporabo slednika oz. vprašajo, ali tovrstno orodje obstaja.

### Prvi Keplerjev Zakon

Za namen odkrivanja prvega in drugega Keplerjevega zakona je dobro, če je tir opazovanega planeta dovolj izrazita elipsa, da jo od kroga lahko razločimo že na pogled. Če trajanje slednika dovolj podaljšamo, bo izrisal sklenjeno elipso, po kateri planet vedno znova obhaja Sonce. Da gre res za elipso, lahko tudi preverimo. Dva ali trije učenci ali dijaki lahko z uporabo kosa vrvice in pisala (ali pa zgolj prsta) poskusijo doseči ujemanje elipse na zaslonu interaktivne table in elipse, ki jo sami izrišejo na tablo s programom *Algodo*. Pri tem morajo ugotoviti, kam morajo postaviti gorišča (prste, ki držijo konca vrvice na tabli) in kako dolga mora biti vrstica.

Risanje elipse na tablo preko oblike, ki jo izrisuje slednik, je dejavnost, pri kateri lahko učenci ali dijaki preverijo hipotezo, da je tir eliptičen. Več kot to: pri risanju postane očitno, da mora biti eno izmed gorišč elipse, ki jo narišejo s pomočjo vrvice, v središču Sonca. Več različnih primerov elips ko narišejo na tak način, večje je lahko njihovo zaupanje v hipotezo, da so tiri planetov elipse in da je eno od gorišč teh elips vedno tam, kjer je Sonce. Tako lahko odkrijejo prvi Keplerjev zakon.

### Drugi Keplerjev zakon

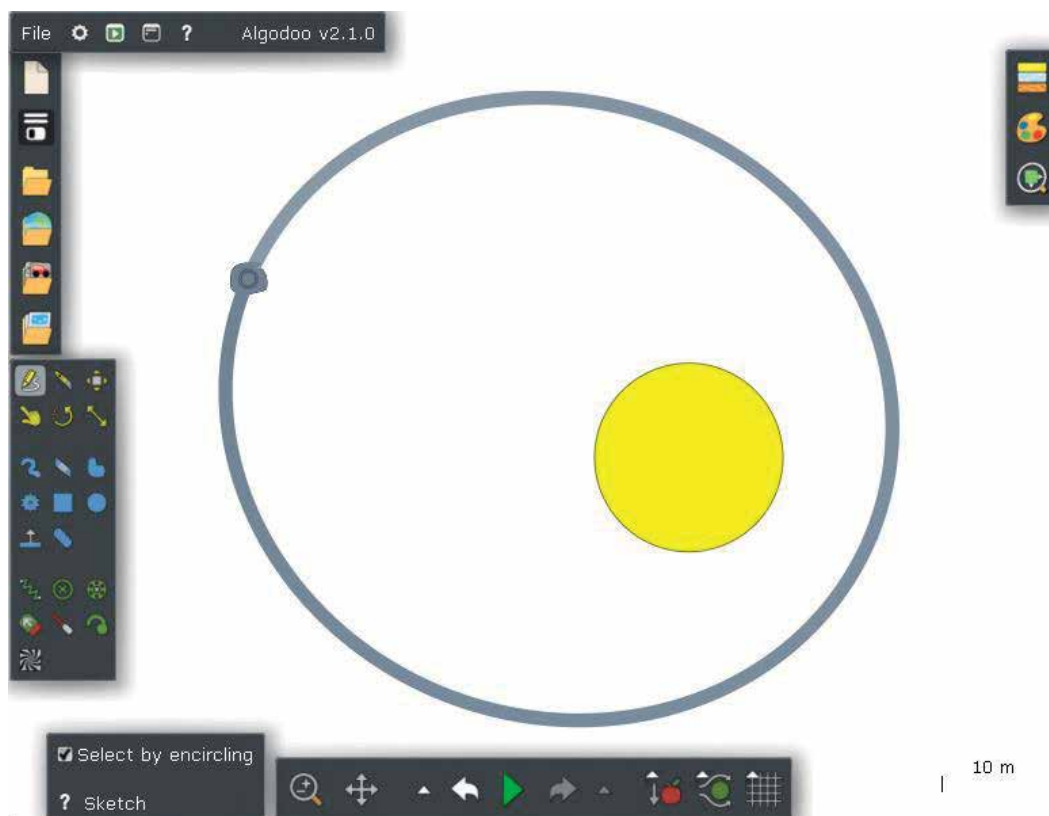
Uporabnost slednika se ne konča pri prvem Keplerjevem zakonu. Če njegovo trajanje zmanjšamo, lahko opazujemo spreminjanje njegove dolžine, ko se planetu spre-

minja hitrost. To je opazno zlasti pri bolj ekscentričnih tirih, kjer se hitrost planetu močno spreminja v odvisnosti od njegove oddaljenosti od Sonca. Kvalitativnemu opazovanju spreminjajoče se hitrosti planeta lahko dodamo še meritev ploščine, ki jo zveznica med planetom in Soncem opiše v določenem časovnem intervalu. Pri tem si spet pomagamo s slednikom. Tega nastavimo na kratek čas (zgolj nekaj sekund ali še manj) in z njegovo pomočjo narišemo obliko, kot je to prikazano na sliki 4. Pri tem uporabimo orodje, označeno s svinčnikom (levo zgoraj v orodni vrstici), in poskrbimo, da ni izbrana možnost »Select by encircling« v spodnjem levem kotu. Med risanjem mora biti simulacija začasno ustavljena. Narisano obliko lahko začasno umaknemo in priprnemo na ozadje nekje, kjer ne bo motila nadaljnega gibanja planeta, nato pa ponovimo postopek na drugem mestu. Z desnim klikom na narisano obliko in izbiro menija »Information« (glej sliko 1) lahko razberemo ploščino narisane oblike. Če smo pri risanju natančni, se lahko prepričamo, da imajo različne oblike, narisane po istem postopku za isti planet, res zelo podobno ploščino, v skladu z drugim Keplerjevim zakonom.

### Tretji Keplerjev Zakon

*Algodo* omogoča preprosto pošiljanje planetov v krožne tire s pomočjo vgrajenega orodja, saj je krožne tire z metanjem precej težko doseči. Tretji Keplerjev zakon za primer krožnih tirov je najlažje raziskati, če okrog Sonca sočasno kroži več planetov na različnih razdaljah. Zakon povezuje radij kroženja planetov ( $r$ ) ter njihove obhodne čase ( $t_0$ ) ( $r^3/t_0^2 = \text{konst.}$ , za vse planete, ki krožijo okrog Sonca).

Narišemo lahko več planetov na različnih razdaljah (morda na začetku celo poravnane v isti črti, ki poteka skozi središče Sonca) in jih izberemo z obkrožanjem z



**Slika 3:** Na sliki je planet s pripetim slednikom, ki za seboj pušča sled, ki je dovolj dolgotrajna, da izriše celoten eliptični tir planeta. Z opazovanjem gibanja in sledi, ki jo pušča, lahko opazimo, da planet vedno znova potuje po istem tiru.

orodjem svinčnik (tokrat mora biti možnost »Select by encircling« izbrana). Nato z desnim klikom izberemo kateregakoli izmed izbranih planetov in v meniju »Velocities« (glej sliko 1) kliknemo na gumb »Send into orbit«. To bo vse izbrane planete poslalo v krožne tire okrog Sonca. Ko poženemo simulacijo s pritiskom na gumb »Play«, lahko opazimo, da so obhodni časi planetov različni. Z uporabo ročne štoparice (program na žalost nima vgrajene štoparice) in vgrajene mreže, s katero si lahko pomagamo meriti razdalje (gumb desno spodaj, zraven gumba za zračni upor in težnost), pa lahko izvedemo celo meritve in ustvarimo tabelo obhodnih časov in pripadajočih polmerov kroženja. Odločitev za kvantitativno obravnavo tretjega Keplerjevega zakona z uporabo *Algodooja* je seveda prepuščena učitelju. Morda je na tem mestu zanimivejša uporaba meritev dejanskih obhodnih časov pravih planetov in njihove oddaljenosti od Sonca, osončje v programu *Algodoo* pa lahko služi kot zanimiva vizualizacija, ki jo soustvarijo dijaki in učitelj.

### Vključitev učencev in dijakov v proces raziskovanja in ustvarjanja

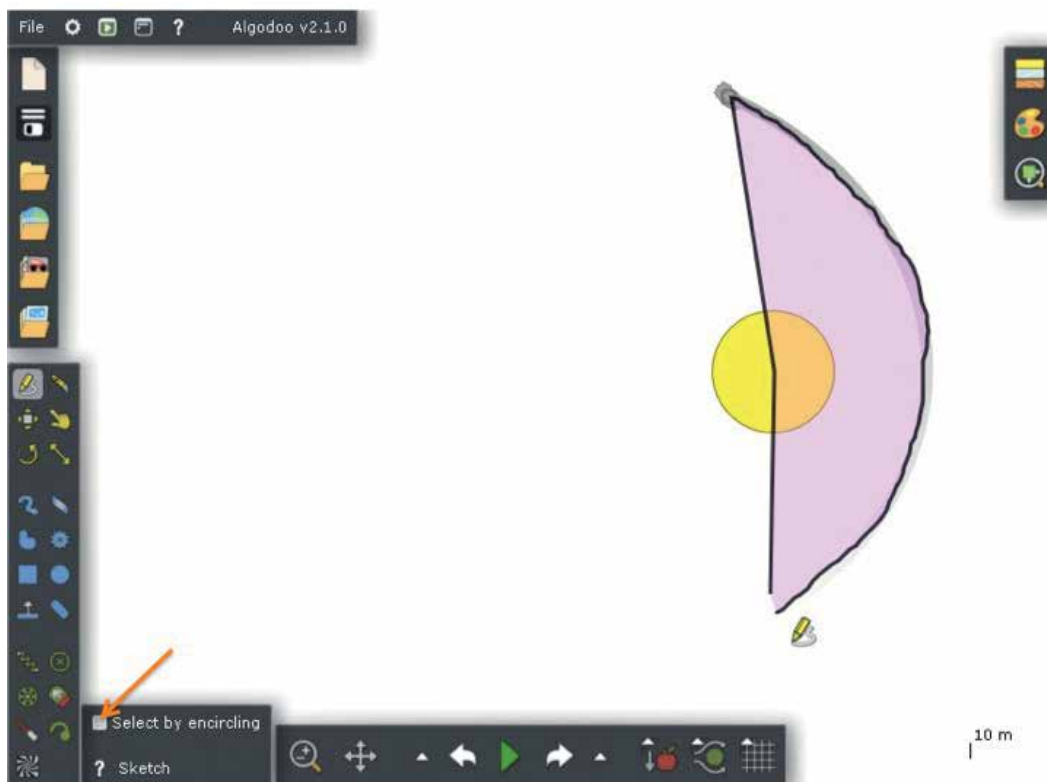
V članku je predstavljena zbirka dejavnosti, ki jo lahko v razredu skupaj izvedejo dijaki oz. učenci in učitelj. Pri

vsaki od predstavljenih dejavnosti lahko aktivno vključujemo učence in dijake. Ti lahko rišejo in mečejo planete v tire, rišejo elipse na interaktivno tablo preko programa *Algodoo*, rišejo oblike za primerjavo ploščin pri drugem Keplerjevem zakonu in rišejo ter izbirajo lokacijo in barvo planetov pri dejavnosti, povezani s tretjim Keplerjevim zakonom.

Če se odločimo uporabiti interaktivno tablo in program *Algodoo* pri pouku fizike, ne smemo pozabiti na idejo soustvarjanja. Učenci in dijaki se bodo počutili bolj vključene in bodo z večjim zanimanjem spremljali učno uro, če bodo imeli možnost in priložnost prispevati k izgradnji in oblikovanju virtualnega sveta na interaktivni tabli. Učiteljem fizike priporočam, da se s programom seznanijo dovolj dobro, da bodo hitro prepoznali produktivne ideje dijakov in jim dovolili, da jih uresničijo, ter jim pri tem pomagali. Hkrati pa morajo učitelji poznati tudi omejitve predstavljene tehnologije, da se lahko izogonejo neželenim izidom ali tehničnim težavam. Te bodo najlažje spoznali z eksperimentiranjem s programom *Algodoo*.

Po mojih izkušnjah se dijaki na program *Algodoo* hitro privadijo in čeprav so sprva morda sramežljivi, se vedoželjni dijaki po navadi opogumijo in izkoristijo priložnost za novo izkušnjo. Najbolj zanimivo pri tem je, da





**Slika 4:** Če je trajanje slednika nekoliko krajše (zgolj nekaj sekund), si z njim lahko pomagamo pri risanju oblik, katerih ploščine bomo primerjali, ko bomo preverjali drugi Keplerjev zakon. Ko rišemo takšno obliko, mora biti izklopljena možnost »Select by encircling« (levo spodaj označena s puščico).

dijaki, ki pograbijo priložnost za uporabo interaktivne table na nov način, niso nujno tisti, ki jim gre fizika najbolj od rok.

Reševanje problemov na tabli je za mnoge dijake in učence stresno in neprijetno. Uporaba table na tukaj predstavljen način je lahko nekakšna osvežitev in prevetritev vloge table pri pouku fizike in ima potencial, da pritegne tudi tiste dijake, ki si pri fiziki po navadi ne želijo stopiti pred tablo. Pri tovrstni uporabi interaktivne table dijakom lahko pomaga poznavanje sodobnih tehnologij, kot so pametni telefoni in tablice, s katerimi so večinoma seznanjeni že iz otroštva. Preko izkušenj z uporabo tovrstnih naprav so mnogi pravzaprav že dobro pripravljeni na uporabo interaktivne table, ki v tem primeru spominja bolj na naprave z zaslonom na dotik kot pa na klasično šolsko tablo. Morda je to tudi eden od mehanizmov, ki lahko interaktivno tablo približa dijakom oz. učencem in jih po nekoliko drugačni poti pritegne k sodelovanju pri pouku fizike.

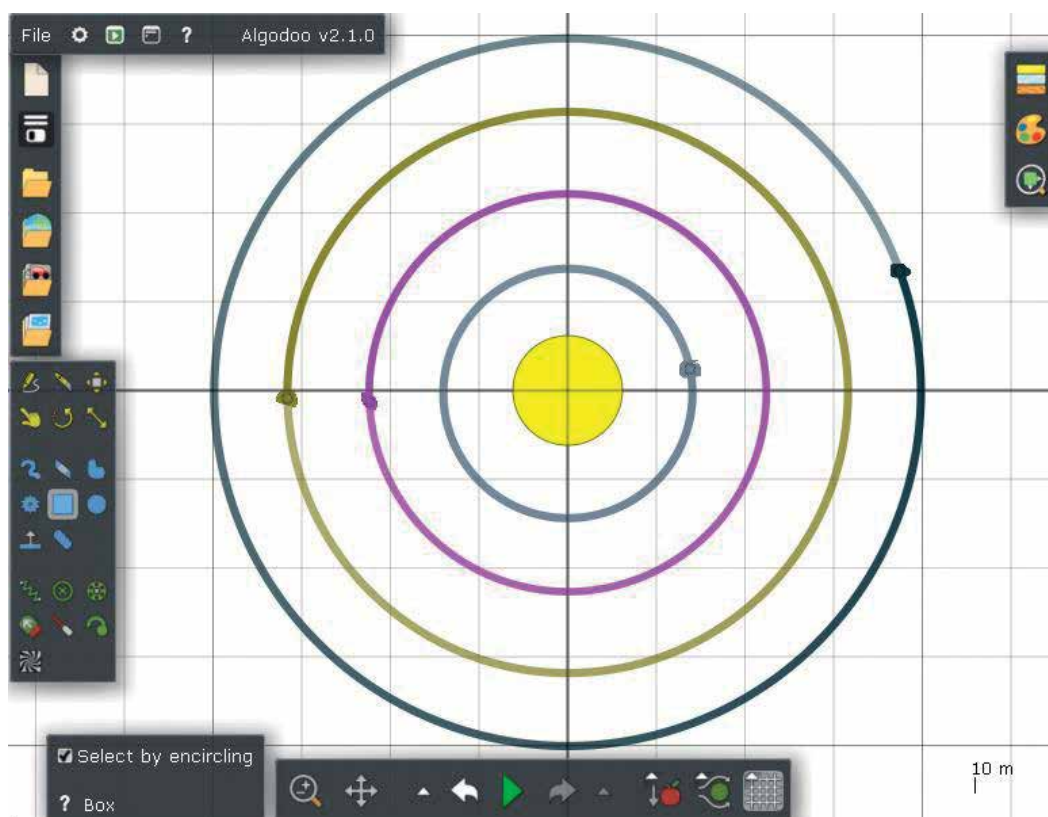
## Zaključek

Učitelje fizike bi ob tej priložnosti rad spodbudil, da program *Algodoo* preskusijo, najprej sami, potem pa tudi v razredu. Program je prosto dostopen za okolji MacOS

in Windows, za uporabo na iPadu pa moramo odšteti okrog pet evrov. Primeri, predstavljeni v tem članku, lahko služijo kot zaključena učna enota ali pa zgolj kot inspiracija za razvoj novih vsebin. Uporabnost programa *Algodoo* prav tako ni omejena zgolj na interaktivno tablo, a se njuna kombinacija pogosto izkaže za še posebej primerno, saj zmanjša potrebo po »skakanju« med računalnikom in tablo in omogoča bolj intuitivno interakcijo, kot je na primer metanje planetov. Za konec bi rad spet poudaril, da prava prednost in vrednost programa *Algodoo* v povezavi z interaktivno tablo tiči v možnosti, da se učenci in dijaki hitro ter na intuitiven način naučijo njune uporabe in postanejo ustvarjalni udeleženci pouka fizike.

## Zahvala

Rad bi se zahvalil prof. dr. Gorazdu Planinšiču in prof. dr. Eugenii Etkini za filozofijo poučevanja, ki je usmerjala oblikovanje učnih vsebin, opisanih v tem članku.



**Slika 5:** Algodoo omogoča samodejno pošiljanje planetov v krožne tire. S pomočjo ročne štoparice in vgrajene mreže (gumb desno spodaj) pa lahko posebni primer tretjega Keplerjevega zakona za krožne tire kvantitativno obravnavamo tudi z uporabo meritev iz okolja Algodoo.

## Viri

- [1] Gregorcic, B. (2015). Exploring Kepler's laws using an interactive whiteboard and Algodoo, *Physics Education*, **50**, str. 511.
- [2] Gregorcic, B. in Bodin, M. (2017). Algodoo: A tool for encouraging creativity in physics teaching and learning, *Physics Teacher*, **55**, str. 25.
- [3] Gregorcic, B. (3. 1. 2017). *Orbital Motion (prizor v programu Algodoo)* <http://www.algodoo.com/al-gobox/details.php?id=115043>