

pregledni znanstveni članek  
prejeto: 2005-06-17

UDK [51+534](091):929 Tartini G.

## PIRANČAN TARTINI S KOMBINACIJSKIM TONOM PROTI D'ALEMBERTU

Stanislav JUŽNIČ

Institut za matematiko, fiziko in mehaniko, SI-1000 Ljubljana, Jadranska 19  
e-mail: stanislav.juznic@fmf.uni-lj.si

### IZVLEČEK

*Opisani so matematični in fizikalni dosežki violinista Tartinija iz Pirana. Njegove razmeroma samosvoje matematične ideje niso imele pravega odmeva, medtem ko so se njegova fizikalna dognanja razvila v enega od temeljev sodobne akustike. Večji vpliv Tartinijevih idej na tedanjo matematiko so zavirala pomembna dela njegovih sodobnikov, predvsem D'Alemberta in Eulerja. Kot protiutež Tartinijevim težavam med matematiki so Helmholtz, Reyleigh in drugi fiziki stoletje po Tartinijevi smrti potrdili njegove teorije zvoka.*

**Ključne besede:** Tartini, Piran, Koper, Padova, kombinacijski ton, zgodovina akustike, zgodovina matematike

### IL PIRANESE TARTINI CON IL SUO SUONO DI COMBINAZIONE CONTRO D'ALEMBERT

#### SINTESI

*L'articolo descrive le conquiste del violinista piranese Tartini nel campo della matematica e della fisica. Mentre le sue curiose idee matematiche ebbero un'accoglienza alquanto tiepida, le sue scoperte dei fenomeni fisici rappresentano uno dei capisaldi dell'acustica moderna. Ad impedire un'influenza maggiore delle idee di Tartini sulla matematica di quel periodo furono la diffusione di opere importanti di altri autori, in particolare quelle di D'Alembert e di Euler. Come contrappeso ai problemi che Tartini riscontrò tra i matematici, le sue teorie del suono furono confermate un secolo dopo la sua morte da Helmholtz, Rayleigh ed altri fisici.*

**Parole chiave:** Tartini, Pirano, Capodistria, Padova, suono di combinazione, storia dell'acustica, storia della matematica

## UVOD

Tartini je uspel kot glasbenik, vendar se je želel uveljaviti še v matematičnih vedah. Od kod so izviral njegove znanstvene ideje in kako so odmevale med sodobniki in poznejšimi rodovi?

## ŽIVLJENJEPIS

Herman Koroški je v svojih Esencah izrecno povezal glasbo z gibanjem planetov; podobno starejšemu Bociju in poznejšemu Keplerju je vsakemu gibanju pripisal poseben zvok. Zvoki nebesnih harmonij vplivajo na naš svet pod seboj tako, kot nihanje žice izzove vibriranje druge žice. Mark Avrelj (\* 121; cesar 161; † 180) je med prvimi opisal zemeljsko harmonijo kot oponašanje nebesne; podobno teorijo glasbe je objavil že Koprčan Peter Pavel Vergerij (Vergerius, Vergerio mlajši, \* okoli 1498 Koper; † 4. 10. 1565 Tübingen) in z njo vplival na Tartinija (Dadić, 1991, 144).

Že hindujski matematiki so radi uporabljali kombinatoriko v poeziji in glasbi; njihove ideje je prevzel Leibniz med preučevanjem vzhodnih kultur (Cooke, 1997, 364). Seveda sta dobili kombinatorika in verjetnostna teorija poleg številnih privržencev kmalu še marsikaterega nasprotnika; takšna je pač usoda vseh velikih novosti. Daniel Bernoulli je v razpravi, objavljeni šele leta 1770, dokazoval, da cepljenje proti kozam zmanjšuje umrljivost; jezni d'Alembert mu je že 12. novembra 1760 pred pariško akademijo očital koristljubno pihanje na mlin državnih interesov (Sheynin, 1982, 248, 271; D'Alembert, 1761; Bernoulli, 1770; Maistrov, 1974, 126). Cepljenje je imelo prav tako globoko politično ozadje v naših deželah in v celotni habsburški monarhiji; tako so koprski piaristi nabavili francosko knjigo o cepljenju, ki jo je v italijanščino prevedel dr. Angelo Gatti v Benetkah leta 1768. Prav tisti čas je Marija Terezija razrešila vse dvome in nagovorila Nizozemca Ingenhousza, da je cepil njene otroke na dunajskem Schönbrunn. Ingenhousz je študiral v Louvainu v Belgiji. Po priporočilu angleškega kralja Jurija III. ga je na Dunaj povabil van Swieten skupaj z botanikom Jacquinom. 14. maja 1768 je Ingenhousz prišel v cesarsko mesto; novembra 1775 je že dokaj v letih poročil Jacquino sestro Agato. Mariji Tereziji je bil Ingenhousz tako zelo všeč, da ga je vzela za zdravnika cesarske družine namesto van Swietena. Februarja 1768 je Ingenhousz v Londonu prevedel Franklinovo knjigo o elektriki, 1. novembra 1783 pa je Franklinu posvetil svojo dunajsko knjigo o fizikalnih poskusih (Beale, 1999, 11).

D'Alembert ni kritiziral le D. Bernoullija, temveč celo Boškovića (Todhunter, 1962, 333) in našega matematika – glasbenika Giuseppeja Tartinija. Ni presenetljivo, da je bil Tartini ravno Pirančan – v njegovem času je bila beneška Istra v marsičem naprednejša od drugih

delov današnjega slovenskega ozemlja. Že v 17. stoletju so Pirančani imeli dva učitelja; eden je poučeval matematiko, drugi pa retoriko in humanistiko. V Ljubljani so ta čas protestantske šole že ukinili, jezuiti pa so svoje šole začeli spravljati v red.

Tartinijev oče Giovanni Antonio se je okoli leta 1685 preselil iz Firenc v Piran. Istrsko zaledje je bilo tedaj že opustošeno od uskoških vojn med Benečani in Habsburžani, predvsem med letoma 1615 in 1617 (Mihelič, 1997, 79, 90); zato so nujno potrebovali sposobne trgovce Tartinijevega kova. Tartinijeva mati je bila iz ene najstarejših piranskih plemiških družin. Od devetih otrok so ji trije umrli že v zibelki. Najstarejši sin Domenico je prevzel očetovo delo solnega pisarja, Antonio je po študiju bogoslovja namesto Giuseppeja postal duhovnik, Pietro je prevzel notarsko pisarno v Piranu, hčeri Maria Madalena in Caterina pa sta se dobro poročili (Simič, Žitko, 2000, 34, 77). Medtem je posel s soljo cvetel in Tartiniji so si v Strunjanu uredili vilo z vinogradi in oljkami.

Giuseppe Tartini je od leta 1704 do 1707 študiral filozofijo, matematiko in retoriko na plemiškem kolegiju (*Colegio dei Nobili*) v Kopru; stavbo so pozidali nekaj let prej, v njej pa je danes gimnazija z italijanskim učnim jezikom. Učitelji piaristi (*Scolopi delle scuole Pie*) so Tartiniju vsadili ljubezen do matematičnih ved. Piariste je ustanovil Galilejev prijatelj Španec Giuseppe Calasanzio, danes Slovencem znan kot svetnik Jožef Kalasanec (\* 1558; † 1648). Med najpomembnejšimi piaristi matematiki Tartinijevega časa je bil Ljubljčan Podhorski, avtor štirih matematičnih knjig (Fischer, 1985, 21; Hoyer, 1992, 16). Leta 1734 je v Augsburgu objavil razpravo o mistiki števil, še posebno tistih v Stari zavezi.

Prvo šolo so piaristi ustanovili v Italiji leta 1597. Že leta 1621 so se začeli uveljavljati na Poljskem, kjer so leta 1642 ustanovili kolegij v Varšavi, leta 1664 pa v Krakovu. Za razliko od jezuitov se piaristi niso preveč ukvarjali z visoko politiko in jim ni bilo toliko do spovedniških položajev na dvorih. Radi so poučevali celo na osnovnih šolah, jezuiti pa so se temu izogibali (Adamczyk, 1995, 30).

Pomembni piarist Odoardo Corsini (\* 1702; † 1765) je začel študirati pri piaristih v Fananu; v noviciat je vstopil v Firencah in tam postal docent filozofije. Nato je skoraj do smrti v Pisi učil logiko, metafiziko, etiko in literaturo. Vmes je od leta 1754 do 1760 opravljal važne upravne službe za piariste v Rimu, nato pa je postal knjižničar nadvojvode Francesca III. Esteja v Firencah. Slovel je kot strokovnjak za kronologijo, epigrafijo, filologijo, numizmatiko, pa tudi matematiko, fiziko in hidravliko. Sodeloval je celo z Grandijem; kot mladenič mu je poslal rešitev kvadrature kroga, v kateri je slavni Grandi blagohotno našel napako. Corsini je bil profesor metafizike in moralke v Pisi, pozneje pa celo general reda piaristov. Leta 1743 je izdal fiziko s filozofijo, ki jo je enajst let pozneje Bernard Ferdinand Erberg (\* 1718; † 1773) nabavil za jezuitski kolegij v Ljubljani.

Najboljši fizik med piaristi je bil gotovo Giambattista Beccaria (Giacomo Battista (Beccheria, \* 31. 10. 1716 Mondova; † 27. 5. 1781 Torino), profesor eksperimentalne fizike na univerzi v Torinu in zagovornik Franklinove teorije elektrike. Tartini se je z njim dopisoval o svojih delih. Beccarijev učenec je bil Giovan Francesco Cigni (\*1734; † 1790), posredno pa še piarist Carlo Battista Barletti (\* 1735 Roccasecca v provinci Alessandria; † 1800). Barletti je leta 1751 v Ženevi zagovarjal Beccarijevo enofluidno teorijo in razmišljal o prenosu električne energije na velike razdalje, kar je postalo priljubljeno šele precej pozneje. Barletti je leta 1771 svojo milansko knjigo posvetil grofu Firmianu, ministru Marije Terezije za Lombardijo. Barletti je predaval fiziko na univerzi v Paviji v času, ko so tam predavali še Bošković, Spalazzani, Scopoli in pozneje Volta. Podobno Volti in v nasprotju z Galvanijem je Barletti prav rad sodeloval s francoskimi revolucionarnimi zasedbenimi četami, zato so ga habsburško-ruske enote leta 1799 zaprle; težave so pospešile Barlettijevo smrt naslednje leto.

Piarist Remigio S. Döttler je nasledil Ambschlla na dunajski univerzi in objavil učbenik fizike, ki so ga uporabljali celo pri nas. Genovski univerzitetni profesor fizike piarist Michele Alberto Bancalari (\* 1805 Chiavari pri Genovi) je prvi opazoval diamagnetizem plamena. O svojem odkritju je poročal 21. julija 1847 fizikalni skupini 9. zborovanja italjanskih naravoslovcev v razpravi o univerzalnosti magnetizma. V tem času so Gratian Marx in drugi piaristi vodili reforme habsburškega šolstva. Red je prav tedaj dosegel kar največjo veljavo tako v znanosti kot v šolstvu.

Giuseppe Tartini se je pri piaristih dobro izobrazil. Namenjen je bil v piranski minoritski samostan blizu domače hiše; vendar je fant leta 1710 raje odšel na univerzo v Padovo. Tartinijev oče je podpiral padovske minorite in je vzdrževal pri njih družinsko grobnico; vanjo so v neoznačenih grobovih pokopavali Tartinije. Zato je dosegel, da so padovski minoriti pomagali nekoliko preneglemu Giuseppeju ob mladostnih težavah, ki so ga kaj hitro dobile v precep.

Tartini je na univerzi v Padovi vpisal pravo, poslušal pa je še filozofijo, bogoslovje in literaturo. Padovska univerza je slovela že od Galilejevih dni, ko so Galileo in Cesare Cremona skupaj s Federicom Cornerjem v Padovi ustanovili akademijo *Dei Ricovrati* ob udeležbi številnih jezuitskih znanstvenikov. Široko zasnovano izobraževanje je Tartini kmalu zamenjal za študij glasbe in še posebej violine. Postal je izreden, nepremagljiv sabljač; obenem se je zanimal za matematiko in astronomijo, še posebno zaradi kombinacij tonov v glasbi.

Tartinijev učitelj na padovski univerzi je bil markiz Giovanni Poleni (Poléni, \* 23. 8. 1683 Benetke; † 14. 11. 1761 Padova), ki je padovskim študentom predaval astronomijo od leta 1705 in fiziko od leta 1715. Leta 1748 je Poleni objavil dopolnitev Boškovičevih predlogov za obnovo in zaščito kupole sv. Petra v Rimu. Leta

1709 je objavil opis zobatega kolesa s spremenljivim številom zob. Izredno idejo so, žal, uporabili komaj poldrugo stoletje pozneje. Poleni je vodil hidravlična dela za Beneško republiko v spodnji Lombardiji, še posebej pa je skrbel za varovanje pred poplavami.

Nikolaus I. Bernoulli (Niklaus, 10. 10. 1687 Basel; † 29. 11. 1759) je na padovski univerzi predaval matematiko od leta 1716 do 1719, ko ga je nasledil Poleni. Tako je Bernoulli prišel v Padovo že po koncu Tartinijevih študentskih dni in ni vplival na njegova prva matematična raziskovanja. Škotski raziskovalec teorije verjetnosti Stirling se je leta 1717 odpravil na Beneško in nekaj let sodeloval z Nikolausom I. Bernoullijem do njegove vrnitve v Basel. Nikolaus I. je zaslovel leta 1713 s peterburškim paradoksom, enim osnovnih trdih orehov teorije verjetnosti. Peterburško uganko so zapovrstjo skušali streti prav vsi velikani tedanje matematike. Nikolaus I. Bernoulli se je ukvarjal s teorijo verjetnosti in z integralnim računom, sredi stoletja pa si je veliko dopisoval z Eulerjem. Nikolausova in Stirlingova teorija verjetnosti sta vplivali na Tartinijeva razmišljanja o kombinacijskih tonih, ko se je mladi violinist prav med Nikolausovimi predavanji iz Assisija vrnil na Beneško.

29. julija 1710 se je Tartini že ob začetku svojih univerzitetnih študijev poročil z dve leti starejšo Padovanko Elisabetto, ki jo je zaradi siromaštva z doto podprl kardinal Giorgio Cornaro, padovski škof. Kmalu po poroki je Tartiniju v nepojasnjenih okoliščinah umrl oče. Nevesta ni bila kardinalova sorodnica in poroka ni bila skrivnostna kot, je zgodbo spletla poznejša legenda; dekle pa je bilo, žal, res nižjega stanu od Tartinija. V gmotni stiski je pravkar poročeni Tartini našel zatočišče pri stricu Giovanniju Torreju v osrednjem frančiškanskem samostanu v Assisiju. Tam sta ga oče Boeme in sloviti Čeh Černohorský usmerjala v študij glasbe (Simič, Žitko, 2000, 45, 49, 55, 56).

Po legendi naj bi v času odkritja "tretjega tona" leta 1714 Tartini od božjepotnikov iz Padove zvedel za pomilostitev svoje neveste, ki naj bi mu omogočila vrnitev v Padovo; seveda je ta navedba znova predvsem plod domišljije, ki spada k polepšanim življenjepisom slovitih glasbenikov. Naslednja leta (1715-1720) je Tartini večinoma preživel v Benetkah ob raziskovanju tretjega tona, sestavljenega in kombinacijskega z razliko frekvenc dveh istočasno zaigranih harmoničnih tonov. S svojim odkritjem se je spustil na spolzka tla tedaj priljubljene kombinatorike; to mu je, seveda, prislužilo še marsikatero gorke s strani poklicnih matematikov.

Leta 1721 je Tartini postal prvi violinist v baziliki sv. Antona v Padovi. V Pragi je najprej igral ob kronanju Karla VI., očeta Marije Terezije; zlato mesto mu je bilo všeč in kmalu je poučeval v praški palači grofa Kinskyja od leta 1724 do 1726 (Capri, 1945, 48, 54, 487; Hoyer, 1992, 19). Giuseppejeva tedanja pisma bratu Domeniku Tartiniju so shranjena v Pragi.

Tartinijev prijatelj, Koprčan Carli, je študiral v Padovi

od leta 1739 do 1742. Leta 1745 so na padovski univerzi ustanovili katedro za teorijo navtike in ladijske arhitekture; dobil jo je komaj petindvajsetletni Carli (Sangalli, 2001, XVIII-XIX, 47, 51; del Negro, 1997; Hoyer, 1992, 18), ki je do leta 1749 predaval še astronomijo. Carli je leta 1740 in pozneje o Tartinijevem Traktatu poročal svojemu bratu. 21. avgusta 1743 je Carli iz Benetk pisal prijateljsko pismo o glasbi Tartiniju v Padovo (Tartini, 1896, 5). Leta 1761 je Carli odprl predilnico v Kopru (Petrobelli, 1992, 45, 81; Capri, 1954, 53); pri poslih je žal sledil tedaj modnim načelom visokih krogov, ki pa se v praksi niso posebno obrestovala. Tako so sposobni ljudje tiste dobe združevali izobrazbo in posel. Pozneje je Carli vodil komisijo za imenovanje Boškovića na katedro v Paviji aprila 1763. Po Carliju se danes imenuje italijanska gimnazija v Kopru.

### KOMBINACIJSKI TON

Po vrnitvi v Padovo je Giuseppe Tartini leta 1727 ali 1728 odprl lastno "Šolo narodov" (Petrobelli, 1992, 6; Kokole, 2002, 13). Zaradi delne paralize desne roke je po letu 1740 težko nastopal. Zato se je tembolj posvečal teoriji glasbe, ki jo je v Evropi začel Joseph Sauveur (\* 1653; † 1716) leta 1701.

Seveda so vsi raziskovalci matematične teorije glasbe izhajali iz razdelitve kanona Evklidove šole. Dva glasbena tona tvorita interval, ki ga lahko izrazimo s številskim razmerjem. O glasbi je pisal Descartes v *Compendium Musicae*, Galileo na koncu prvega dne svojih *Discorsi*, Mersenne v mogočni razpravi *L'Harmonie Universelle*, pozneje pa Kircher in Leibniz. Descartesova šola se je izkazala za najbolj plodno, saj je bil Sauveur študent kartezijanca Rohaulta in nato profesor na *Collège de France*; zaslovel je s prvim točnim računanjem nihajnih časov zvoka. Sauveur je v pismih od leta 1700 do 1713 natančno opisal pojav prepletanja nihanja višjih tonov. Bil je gluhonem do sedmega leta starosti. Pri akustičnih poskusih so mu pomagali poklicni glasbeniki, tako da se je do neke mere navzel idej, podobnih Rameaujevim.

Sauveurjevo raziskovanje nihanja strune je nadaljeval leta 1715 Brook Taylor, član Kraljeve družbe v Londonu od leta 1712 in njen stalni tajnik od leta 1714 do 1718. Žal Taylorjeva teorija diferencialnih enačb strune pred Eulerjem ni požela primerne pozornosti. Taylor, ki je izhajal iz bogate angleške družine, se je že zgodaj začel zanimati za risanje in glasbo. Študiral je na Cambridgeu od 3. aprila 1703 do leta 1709, dne 3. aprila 1712 pa so ga člani londonske Kraljeve družbe izvolili v svoje vrste. Istega leta je kot član komisije razsojal spor med Newtonom in Leibnizom o prvenstvu pri izumu infinitezimalnega računa; seveda je bilo mnenje komisije vnaprej predvidljivo. Leta 1714 je Taylor za štiri leta prevzel tajništvo Kraljeve družbe. Leta

1715 je objavil svojo znamenito teorijo vrst, kjer je razpravljal še o vibracijah strun. Ni iskal uporabne enačbe gibanja strune; raje je opisal oscilacije prožne strune po podobnosti s periodičnim nihanjem matematičnega nihala, ki sta ga opisala že Galileo in predvsem Huygens. V isti razpravi je objavil svoj znameniti razvoj v vrsto; njegov pomen je obelodanil šele Lagrange leta 1772, naziv Taylorjeva vrsta pa je začel uporabljati l'Huilier v Ženevi leta 1786. Istega leta 1715 je Taylor priobčil še razpravo o linearni perspektivi in z njo vplival na našega G. Gruberja. Taylor je uporabljal višjo matematiko, tako da so mu v bolj tehniških vedah nerazgledani umetniki le stežka sledili.

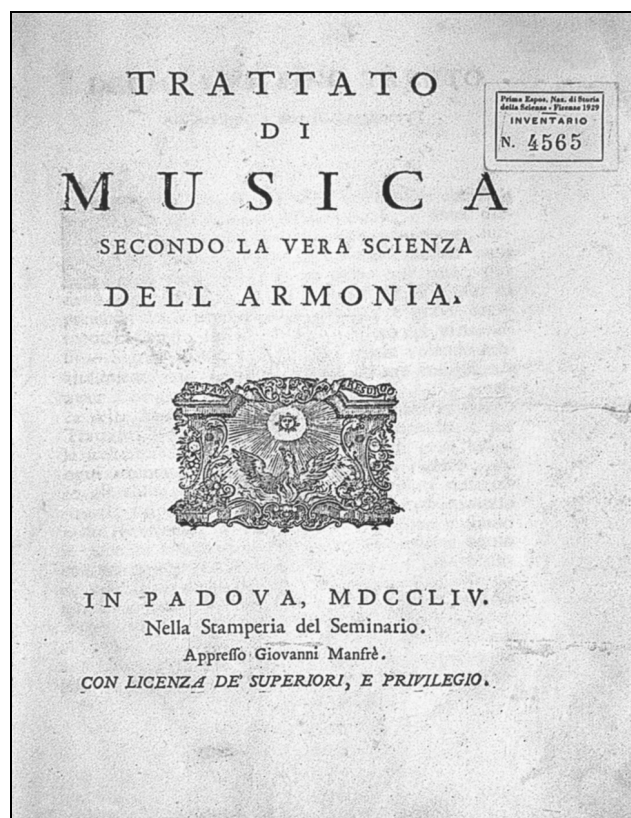
Samuel Reyher (\* 1635; † 1714) je leta 1693 novo znanost imenoval "akustika"; naziv se je prijel in ga uporabljamo še danes. Mersenne je skupaj z drugimi pariškimi akademiki preizkušal topove in meril hitrost zvoka. Razmišljal je o uporabi zraka za čim daljši dolet. V vakuumu bi bil ta kot 45°, v zraku pa je seveda manjši. Po letu 1636 je opisoval višje harmonike strune kot večkratnike osnovne frekvence, ki jih je pri orgelskih piščalih v istem času ugotavljal Sauveur. Matematika glasbe je bila seveda povsem v jezuitskem duhu, ki je nadaljeval zadnji del srednjeveškega *quadriviuma* z matematično obravnavo glasbenih intervalov.

Euler je imel dober nos za uporabo matematike; razumel je, da tedanja glasba Bacha in Händla ob Rameaujevih teorijah kar kliče po matematični obravnavi. Delo v tej smeri je Euler načrtoval že leta 1726; naslednje leto je v Baslu primerjal zvoke strun z zvoki pihal. Še istega leta 1727 se je preselil v Peterburg in zato objavo obsežnejše raziskave glasbe odložil vse do leta 1739. Izhajal je iz Mersennovih odkritij in v pismu svojemu učitelju Johannu Bernoulliju zatrjeval, da hoče glasbo znova izpostaviti kot del matematike (Theile, 1982, 48-49) po ideji, ki jo je med bivanjem na Dunaju Leibniz opisal v pismu Goldbachu 17. aprila 1712: "Glasba je okultna uporaba aritmetike, ki se je naš um ne zaveda". Euler je med prvimi obravnavo dveh tonov na intervalu razširil na večje število zvokov. Žal je Eulerjev pristop, podobno starejšemu Taylorjevemu, prinašal preveč glasbe za matematike in preveč matematike za glasbenike. Za razliko od Tartinija je Euler uporabljal eksponentne funkcije ob razvojih v vrsto; to je bilo skoraj poldrugo stoletje po iznajdbi logaritmov še vedno novost. Svojega tekmeča d'Alemberta je Euler seveda kritiziral, češ da je njegov pristop preveč samovoljen in pretirano oddaljen od resničnih principov harmonije, ki so bili cilj vseh raziskav od Keplerja dalje.

Priseljeni Parižan Rameau je svojo teorijo glasbe začel objavljati že pred Eulerjem med letoma 1722 in 1737. V Parizu se je dobro znašel kot organist, saj je med svoje prijatelje prišteval celo Voltaira. Ostro je zavrnil d'Alembertove ideje, čeprav ga je d'Alembert v uvodu Enciklopedije sprva zelo hvalil, podobno kot

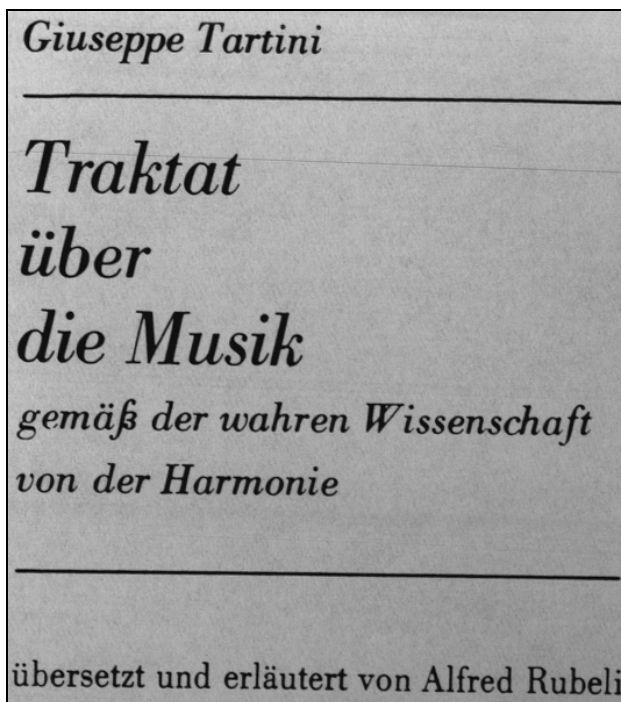
Buffona. Oba je namreč nameraval pridobiti za delo pri Enciklopediji. Grof Buffon je ponudbo zviška zavrnil, Rameau pa je kot strokovnjak pozneje odkril nekaj očitnih pomot v Rousseaujevih sestavkih o glasbi za Enciklopedijo. Zato se je d'Alembert v tehničnih člankih Enciklopedije ostro spravil nad Rameauja in celo nad Tartinija, Rameau pa mu je očitke pridno vračal (D'Alembert, 1960, 140, 148–149). D'Alembert je leta 1752 svojo teorijo glasbe objavil kot kritiko Rameauja, ki ga je proglasil tako rekoč za nasprotnika enciklopedistov. S tem je d'Alembert poglobil prepad med glasbeniki in "geometri".

Tartini se je dopisoval z d'Alembertom glede njegovega uvoda o glasbi v francoski Enciklopediji; kot platonist je Tartini kritiziral Rousseaujeve ideje (Kokole, 2002, 68; Petrobelli, 1992, 138). D'Alembert je leta 1757 v Enciklopediji sprva pohvalno omenil Tartinija; d'Alembertov uvod v sedemnajst delov Enciklopedije, ki jih je Diderot izdal od leta 1745 do 1775, je veliko pripomogel k uspehu projekta. Odmeven uvod je postal celo glavni povod za d'Alembertovo izvolitev v prestižno in bogato pariško akademijo.



Sl. 1: Naslovnica italijanskega originala Tartinijeve glasbeno-matematične teorije iz leta 1754.

Fig. 1: Cover of the Italian original of Tartini's musical-mathematical theory, dated 1754.



Sl. 2: Nemški prevod Tartinijeve glasbeno-matematične teorije, objavljen leta 1966.

Fig. 2: German translation of Tartini's musical-mathematical theory, published in 1966.

Leta 1758 je d'Alembert prekinil stike z Diderotom kot urednikom Enciklopedije in podprl zmernejšo Voltairovo smer. Leta 1759 je obravnaval Tartinijevo skladbo *Didone abbandonata* iz leta 1734 v polemiki z violinistom Stefanom Contijem. Tartini je to sonato za violino v g-molu napisal po libretu, ki je deset let prej prinesel slavo mlademu Rimljanu Metastasiu.

Pozneje, leta 1762 je d'Alembert povsem obrnil list in Tartinijev opis kombinacijskega tona v Traktatu proglasil za nerazumljiv (Stillwell, 2000, 274; Cavallini, 1992, XX; Tartini, 1966, 64). D'Alembertov preskok je bil povezan s Tartinijevim občudovanjem Boškovića. Pri francoski akademiji je Bošković pač prijateljeval z d'Alembertovim zapriseženim nasprotnikom Buffonom po načelu diplomata Benjamina Franklina: "Za prijatelja si izberi najhujšega sovražnika voditelja družbe, v kateri se nameravaš uveljaviti".

Leta 1779 je d'Alembert že po Tartinijevi smrti v drugi izdaji svoje kritike Rameauja omenil "zelo lepa" Tartinijeva raziskovanja kombinacijskih tonov iz leta 1754. Vendar je Tartinijeva "knjiga napisana na tako nejasen način, da je o njej težko dati kakršno koli sodbo... zaželeno bi bilo, da bi avtor najel znanstvenika, izvedenega v glasbi in v pisanju, ki bi jasneje izpeljal Tartinijeve ideje" (D'Alembert, 1779, XIX–XX, XXX).

Tartini je seveda že prej slišal za d'Alembertovo nasprotovanje in takšne zavrnitve ni mogel pustiti neka-

znovane. Ostro je kritiziral d'Alembertovo trditev o nekoristnosti fizikalnih in matematičnih razmišljanj o teoriji glasbe, saj bi sicer razvrednotil osnovne ideje svojega Traktata (Capri, 1945, 461, 463). Rousseau je leta 1768 bolj cenil Tartinija (Horvat, 1997, 34); tudi on se je zavedal težke berljivosti Traktata, vendar je imel občutek za lepoto Tartinijevih idej. Rousseauju je s Tartinijevim posredovanjem v Benetkah naslednje leto odgovoril Tartinijev učenec Alexander Ferdinand knez von Thurn und Taxis (\* 21. 3. 1704 Frankfurt na Majni; † 17. 3. 1773 Regensburg) v anonimnem spisu na petnajstih straneh leta 1769 (Tartini, 1966, 24). Thurn und Taxis je utemeljil nemško poštno službo. Od leta 1739 do smrti je zasedal položaj generalnega višjega poštnega mojstra. 1. februarja 1743 mu je Karel VII. (\* 1697; 1741 kralj Češke, 1742 cesar; † 1745) predal široka pooblastila, s katerimi je Thurn und Taxis pozneje izpeljal preselitev dvora volilnega kneza iz Frankfurta na Maini v Regensburg. S svojimi poštnimi zvezami je pomagal pri dostavi številnih Tartinijevih pisem. Kot generalni poštni mojster ga je po smrti nasledil sin Karl Anselm grof Thurn und Taxis (\* 2. 6. 1733 Frankfurt; † 13. 1. 1805 Winzer) in pošto vodil do smrti.

Tartini je bil nad kritikami svojega Traktata razočaran, saj si je obetal ponovno odkritje principov matematične harmonije, obstoj najvišje znanosti, ki združuje geometrijo, matematiko, glasbo in astronomijo v Keplerjevem ali celo Platonovem duhu. Med pisanjem Traktata je leta 1751 in 1752 o svojem delu poročal kar v šestindvajsetih pismih (Petrobelli, 1992, 149). Pričakoval je ogromno. Traktat ni izšel v Padovi brez Tartinijeve privolitve; to je bržkone le pripovedka (Simić, Žitko, 2000, 61), saj se je knjiga prebila skozi cenzuro in izšla z uradnim dovoljenjem.

12. marca 1751 je Tartini v pismu patru Giambattistu Martiniju (Giovanni Battista, \* 24. 4. 1706; † 4. 8. 1784) napovedal izid svojega Traktata. Martinija je prosil za posredovanje pri bolonjskem matematiku Paolu Battisti Balbiju (\* 1693; † 1772). Tartini je zelo hvalil Balbija v upanju, da bo pregledal rokopis Traktata in pomagal pri iskanju pravih matematičnih izrazov. Žal Martinij in d'Alembert nista posvetila prave pozornosti Tartinijevim odkritjem (Capri, 1945, 409, 411; Tartini, 1966, 18).

Tartini je uporabil Keplerjev opis harmonije kot fizikalne kategorije. Upošteval je Parmenidovo enotnost in Keplerjev sistem planetov, določen z njihovo povprečno oddaljenostjo od Sonca. Po Galilejevem vzoru je uporabil podobnost med nihalom in zvokom. V rokopisih, ohranjenih v Piranu, je Tartini obravnaval harmonijo, razmerja, zvok, Pitagorov trikotnik, Platonov opis točke, črte in ploskve, Maupertiusov princip najmanjše akcije, kvadrature kroga ter Platonovega Timaja in Republiko (Capri, 1945, 490–494, 501–505; Tartini, 1977, 1, 574). Ob prebiranju Republike se je še posebej ustavil pri četrti knjigi ob opisu astronomije. V rokopisu o Platonovih krogih se je Tartini malo pred smrtjo oprl pred-

vsem na novo obsežno delo Giuseppeja Marzuccoja o kvadraturi kroga, objavljeno v Neaplju leta 1757 in ne leto pozneje, kot je pomotoma navajal Tartini. Svojo obravnavo je povezal s štirimi pravilnimi liki, med njimi predvsem s Platonovim pentagonom. Upošteval je tri Platonove principe: naravo celote, naravo različnosti in substanco. Najpogosteje je citiral razmeroma staro raziskovanje kvadrature kroga in števila  $\pi$  Ludolfa von Ceulena (Tartini, 1977, 1, 8, 11, 70, 94, 161, 277, 279, 309, 385, 399, 439, 443), ki je bil Tartiniju tudi sicer zelo blizu. Oba sta bila prvovrstna sabljača; Ludolf se je celo preživljal s poukom sabljanja, medtem ko Tartini podobnega načrta ni nikoli uresničil. Ludolf je bil v Nemčiji in v naših krajih zelo priljubljen, saj so še v 19. stoletju predvsem Nemci število  $\pi$  radi imenovali kar po njem.

Tartini si je dopisoval z G. A. Colombom, Boškovića pa je hvalil kot največjega matematika Evrope (Capri, 1945, 448, 505). Pisal je najbolj znamenitim znanstvenikom svoje dobe: G. Riccatiju, Algarottiju, Jacquierju, Le Seuru, Lalandeju, d'Alembertu, Beccariaju, Nolletu in Eulerju (Tartini, 1896, 70). Tartini je priimek Jacquier napačno navedel kot "Pachier" (Tartini, 1977, 20). Francesco Algarotti (\* 1712 Benetke; † 1764 Pisa) je bil poet, pisatelj in glasbeni kritik. Leta 1733 se je spoprijateljil z Voltairom, madame Émile du Chatelet in pozneje celo s pruskim kraljem Friderikom. Še posebej je zaslovel leta 1737 s knjigo o Newtonovem nauku za dame ter s potopisom *Viaggi di Russia*, ki ga je leta 1760 posvetil fiziku in umetniku Scipionu Maffei ju. Takoj po smrti objavljena Algarottijeva zbrana dela v osmih knjigah so nabavili tudi na liceju v Ljubljani. V prvi knjigi je poljudno opisal Newtonovo optiko, ostalih pa ni posvetil matematičnim vedam.

Profesorja matematike in manjša brata frančiškana Le Seur iz Parme in Jacquier z univerze *La Sapienza* v Rimu sta bila tesna Boškovičeva prijatelja. Med letoma 1739–1742 sta objavila obrazložen prevod Newtonovih Principov; Jacquier je v italijanščino prevedel še Taylorjevo knjigo. Jacquier in Le Seur sta leta 1742 Boškoviću pomagala načrtovati popravilo razpok na kupoli rimske cerkve svetega Petra. Tako je bil Tartini tesno povezan z italijanskimi boškovičevci in je veliko pripomogel k uveljavitvi Boškovičevega matematičnega opisa sveta v severni Italiji.

Tartini je izhajal iz Pitagorove (Tartini, 1896, 109, 116–117; Zavagna, 1877; Cantor, 1908, 4: 601) in Platonove matematike in je bolj filozofiral, kot eksperimental. Na Traktat ni bilo velikega odmeva, ki si ga je Tartini želel – Giambattista Martini je kritiziral že rokopis pred natisom, grof Giordano Riccati (\* 25. 2. 1709 Castelfranco pri Trevisu; † 20. 7. 1790) pa je v pismu iz Trevisa 12. februarja 1760 zavračal Tartinijevo definicijo kroga kot glasbenik, arhitekt in matematik. Giordano je pisal razprave o zvoku strun leta 1767, o nihanju membrane pa je poročal akademiji v Padovi leta

1786 (Horvat, 1997, 32; Tartini, 1896, 73). Giordanova kritika na temelju nove Eulerjeve teorije glasbe je bila zelo odmevna, saj je bil sin matematika grofa Jacopa-Francesca Riccatija. Jacopa-Francesca so kot siroto vzgojili jezuiti v Bresciji, po študiju v Padovi od leta 1693 do leta 1696 pa je predaval v Padovi, na Dunaju, v Peterburgu in od leta 1747 v Trevisu. Giordanova brata sta bila matematika Vincenzo Riccati in Francesco Riccati. Vincenzo Riccati je raziskoval rekurenčne vrste, integrale, nedoločene rezultate pri deljenju neskončnega z neskončnim in ničle z ničlo.

Tartini je o Giordanovih stališčih pisal dne 6. februarja 1760 iz Padove (Tartini, 1896, 118; Cantor, 1908, 4: 779, 1081). Žal je Tartini objavil svoj traktat ob nepravem času, saj je pred njim leta 1739 "nezmotljiv" Euler priobčil svojo teorijo glasbe. Tartini ni dovolj dobro poznal niti Eulerjevega matematičnega jezika, tako da mu gotovo ni bil kos pri reševanju enačb.

V *Traktatu o glasbi* se je Tartini večinoma ukvarjal s harmonijo in ne z melodijo ali z ritmom. Podobno profesorju glasbe Rameauju je upošteval Eulerjev, Mairanov in d'Alembertov točkovni sistem. Dobro se je zavedal vedno večjega Eulerjevega vpliva na tedanje matematike; zato je uporabil Eulerjevo enačbo za zakon vibracij z dodatnimi diferencami za zvok (Tartini, 1896, 119, 125, 126, 128-129, 138; Capri, 1945, 53, 64, 422-423, 453, 472, 487-488).

Leta 1781 je matematik van der Monde zavrnil Tartinijev in Rameaujev sistem, medtem ko je le Jean Adam Serre (\* 1704) sprejel Tartinijeve ideje. Kemik in likovni umetnik Serre je v Parizu leta 1753, tik pred izidom Traktata, pojasnil fizikalno ozadje Tartinijevih idej kot nepopolno, vendar pa nikakor ne nepravilno. Tartini mu je odgovoril leta 1767 in razočaran ugotavljal, da kot ljubiteljski matematik ne požanje prave pozornosti poklicnih matematikov, pa čeprav bi izračunal samo kvadrato kroga (Capri, 1945, 418, 415; Tartini, 1966, 21-22, 383, 396; Tartini, 1977, 383, 439).

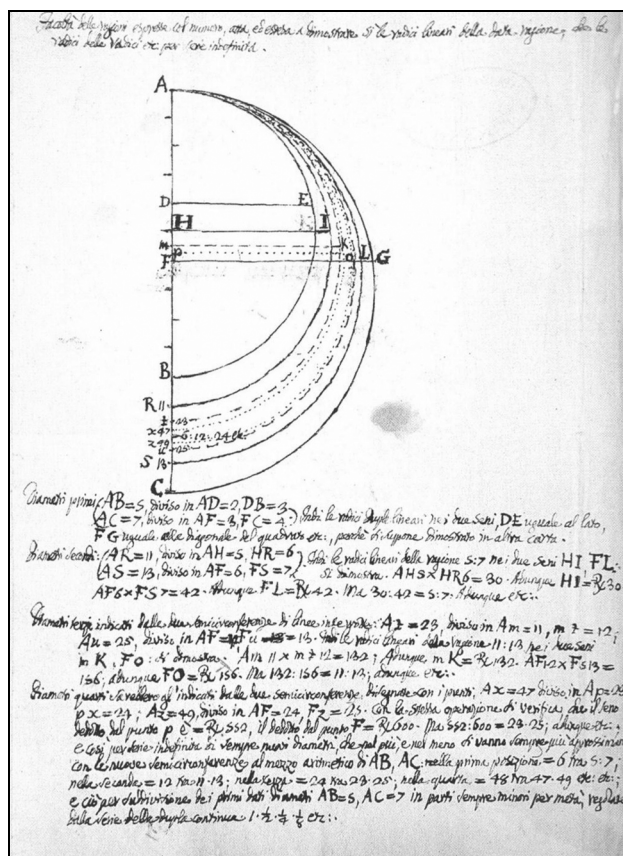
Tartini je rad razpravljal o matematičnih lastnostih kroga in kvadrata z Aristotelovim izrazoslovjem. Vibracije je opisal po d'Alembertovih teorijah in upošteval Kircherjevo raziskovanje violine (Capri, 1945, 53, 64, 372, 422-423, 426; Kircher, 1650); stari mojster Kircher je bil slejkoprej priznana veličina med glasbeniki, čeprav je njegova zvezda med fiziki že zašla.

Leta 1765 je Tartini v Padovi pripovedoval astronomu Lalandeju svoje sanje o pogodbi s hudičem med pisanjem Vragovega trilčka leta 1713. Vrag je sonato zaigral, vendar je zburjeni mojster ni znal prav ponoviti in je v jezi hotel kar razbiti drago violino. Lalande je zgodbo objavil v svojem italijanskem potopisu in iz nje naredil legendo (Simić, Žitko, 2000, 8, 45-46, 50, 56, 59, 62, 75; Capri, 1945, 19, 26, 69, 177, 380, 400; Tartini, 1896, 77; Lalande, 1769, 8: 292-294; Amiable, 1889, 12), ki se dobro sliši še danes. Lalande se je med istim potovanjem oglasil celo pri papežu Klementu XIII.,

vendar nista uspela ravno uskladiti svojih prepričanj. V Italiji je Lalande ostal vse leto 1765/66, obiskal pa je še Švico, Nemčijo in Nizozemskom, prava "velika tura", značilna za mlade izobražence tistih dni.

Pozneje se je Lalande kot vodilni pariški prostozidar dopisoval z Vego o znanosti in še posebej o novem francoskem desetiškem merskem sistemu. Njun "poštar" je bil slovenski prostozidar in iluminat Kobencel (Povšič, 1957, 3: 99; Wagner, 2003, 60), habsburški ambasador v Parizu od leta 1801 do 1805. Tako je Lalande po vrsti sodeloval s tremi zelo pomembnimi izobraženci z današnjega slovenskega ozemlja: s Tartinijem, Kobencelom in Vego. Lalande je umrl, ko je bil Cauchy star komaj 18 let; le-ta pa je tri desetletja po Lalandejevi smrti med dveletnim bivanjem v Gorici postal nova izjemno vplivna vez med pariškimi in slovenskimi znanstveniki.

Tartini je seveda usmerjal predvsem glasbenike Paganinija in Leopolda Mozarta (Simić, Žitko, 2000, 92), očeta Amadeusa Mozarta. Med najboljšimi in, seveda, najlepšimi Tartinijevimi učenkami je bila Laura Maddalena Lombardini, poročena Sirmen (\* 1745; † 1818), ki je prav tako rada skladala sonate.



Sl. 3: Tartinijevi matematični rokopisi v piranskem arhivu.

Fig. 3: Tartini's mathematical manuscripts at the Piran Archives.

Tartini je pisal o prvih šestih alikvotnih tonih, odkritje harmoničnega kroga in tretji kombinacijski ton pa je imel za svoja največja uspeha (Horvat, 1997, 35, 37). S kombinacijskim tonom kot matematično novostjo žal ni imel prave sreče, saj ga je še po Tartinijevi smrti ostro kritiziral španski matematik Antonio Eximeno y Pujader (\* 1729; † 1808/9) v italijanskem jeziku. Eximeno y Pujader je menil, da je glasba vrsta jezika, ki nima nič skupnega z matematiko; stališče je bilo podobno starejšemu d'Alembertovemu do nepoklicnih posegov v matematiko (Tartini, 1966, 27).

Tartinijeva uporaba tedaj moderne kombinatorike, ki je žela velike uspehe v Nemčiji, seveda ni bila nič nenavadnega. Ideja je kar visela v zraku, tako da je Rameau naštel poleg Tartinija še kar tri "odkritelje" kombinacijskega tona: Sorgeja, Romieuja in Serreja. Organist Georg Andreas Sorge (\* 1703; † 1778) je pojav opazil leta 1740. Romieu je bil advokat v Montpellierju; reševal je celo poljedelske, meteorološke in kemijske probleme. Ob tem se je seznanil z novimi prijemi statistike in kombinatorike. 29. aprila 1751 je v Montpellierju pred *Société Royale des Sciences* prvič poročal o svojih poskusih s kombinacijskimi toni.

Čeprav je Tartini kombinacijski ton odkril že na začetku svoje kariere, leta 1714 v Anconi, je o njem začel objavljati šele štiri desetletja pozneje (Tartini, 1966, 31, 60, 61, 65). Skliceval se je na Platonov opis "zvoka med zvoki", ki naj bi ga Platon objavil na šesti strani svojega Timaja. V resnici je Platon pisal o zvoku le na sklepnih straneh ob koncu dialoga Timaj (Tartini, 1977, 21; Platon, 1977, 93-94, 109-110). Po Platonu počasnejši zvoki ujamejo prej prispele hitreje, ki že počasi zamirajo; zato se hitrejši zvoki prilagodijo nihanju na novo prihajajočih počasnejših tonov. Počasnejši toni tako ne povzročajo nereda s svojim novim gibanjem, temveč povzročijo sklopitev visokih in nizkih zvokov, sozvočje počasnejšega gibanja z zamirajočim hitrejšim. Tako tvorijo božanske harmonije. Podobno se dogaja pri toku vode, streli, privlačni sili jantarja ali magnetu. Pri Platonu ni prostora za vakuum zaradi neprestanega kroženja snovi. Tartini je tu očitno nekoliko pomešal pojma frekvence in hitrosti zvoka.

Poleg harmonične povprečne vrednosti je Tartini uporabljal še protiharmonično; pri tem je menil, da je sistem tonov mogoče zgraditi le s pomočjo harmonične matematike:

Aritmetična povprečna vrednost =  $ar = (a + b)/2$

Geometrijska povprečna vrednost =  $g = \sqrt{a \cdot b}$

Harmonična povprečna vrednost =  $h = 2 \cdot a \cdot b / (a + b)$

Protiharmonična povprečna vrednost =  $ph = (a^2 + b^2) / (a + b)$

Velja:

$$g^2 = ar \cdot h$$

$$ar = (h + ph) / 2$$

Harmonična delitev naj bi nastopala pri durovem, aritmetična delitev pa pri molovem akordu (Tartini, 1966, 38-40, 55, 173). O protiharmonični konstrukciji kroga je pisal že jezuit Zacharia (Tartini, 1977, 280).

### Vplivi na matematične vede

Tartini je vedel, da vsak ton spremlja vrsta višjih harmoničnih tonov, njihovo nihanje pa nosi temeljni ton. Bolj ali manj močno zvenenje višjih tonov določa barvo temeljnega tona. Le sozvoek vseh tonov opiše kombinacijski ali diferenčni ton, kot so dognali šele Tartini in njegovi sodobniki. Danes so te ideje naravnost razvidne iz Fourierjeve analize, ki pa je bila objavljena komaj pol stoletja po Tartinijevi smrti. Tako je bil Tartini do neke mere Fourierjev predhodnik, čeravno je Fourier izhajal iz raziskovanj prevajanja toplote in ne zvoka.

Thomas Young je Tartinijevo odkritje tretjega oslabljenega glasbenega tona s frekvenco enako razliki obeh osnovnih pojasnjeval kot problem psihologije. Menil je, da tretji ton v resnici ne obstaja zunaj našega ušesa; pripisal ga je kar samemu organu sluha. Ko se dva fizikalna zvena (alitona) le malo razlikujeta, povzročita njuna interferenca zvezno naraščanje in padanje jakosti zvoka. Rezultate poznamo kot (Tartinijeve) udarce; ko postanejo hitrejši, jih je vedno težje razlikovati med seboj. Young je domneval, da pri dovolj veliki množici udarcev uho ne razlikuje več posameznih udarcev in jih sliši kot enoten glasbeni ton; enako uho opravi z navadnimi valovi zvoka, ko se jih v ušesu dovolj namnoži. Po Youngovem mnenju tretji ton sploh ne obstaja v zraku sam zase, temveč povzroči le zavest pri poslušalcu; zato pojav lahko ojačimo le z ojačevanjem zvokov, ki ga povzročajo. Helmholtz je s poskusi dokazal Youngovo zmoto; Tartini je pravilno opisal tretji ton kot povsem fizikalni pojav, ki nastane neodvisno od človeških čutil (Tartini, 1977, 31, 329, 354; Ravnikar, 1992, 41, 44). Tartini je tretji ton upravičeno primerjal s svetlobo, ki obstaja ne glede na naše oko po znanem latinskem reku: "*nihil in intellectu quod prius non fuerit in sensu*".

Helmholtz se je naučil tretje tone ojačevati z rezonatorji; znal jih je celo zaznati z vibrirajočimi membranami brez pomoči človekovega ušesa. Pojasnil je, da lahko Tartinijev kombinacijski ton in ostale "rezultirajoče zvoke" pojasnimo z upoštevanjem kvadratov in višjih potenc amplitude vibracij v enačbah za opis gibanja substance valov zvoka (Hopkinson, 1872, 25).



Tako je stoletje po Tartiniju Helmholtz pravilno pojasnil pojav s pomočjo tedaj že mnogo razvitejše kombinatorike: nihanje kombinacijskih tonov kaže razliko med nihanji danih tonov. Helmholtz je bil med najpomembnejšimi podporniki Boltzmannove kombinatorike v statistični teoriji toplote iz leta 1884 predvsem s svojo teorijo monocikličnih sistemov kot termodinamskih modelov.

Helmholtz je od leta 1858 do 1871 poučeval anatomijo v Heidelbergu, kjer se je družil s profesorjem fizike Kirchhoffom in profesorjem kemije Bunsenom. Leta 1869 se jim je pridružil še novi heidelberški profesor matematike Königsberger, ki ga je Helmholtz spoznal že kot študenta v Königsbergu. Leta 1863 je Helmholtz objavil svojo slovito fiziološko teorijo s poglobljeno uporabo matematike za študij glasbe. Uporabljal je mikroskope italijanskega anatoma Cortija za študij delovanja ušesa in organov sluha. Markiz Alfonso Corti (\* 1822; † 1888) je zaslovel leta 1851 z odkritjem po njem imenovanega spiralastega organa v ušesu.

Helmholtz se je strinjal s Tartinijem, da dva odpeta ali zaigrana tona dajeta kombinacijski ton prvega reda. Kombinacijski ton nato z obema osnovnima tonoma daje dva kombinacijska tona drugega reda, katerih frekvenci sta razliki med frekvencama kombinacijskega tona prvega reda in frekvencama obeh osnovnih tonov. Obenem nastanejo še kombinacijski toni višjih redov, ki jih je Helmholtz preučeval s posebej prirejeno napravo za ojačitev tonov višjih redov. Helmholtz je sicer odkritje kombinacijskih tonov pripisal Sorgeju, Tartinija pa je občudoval kot največjega teoretika glasbenih vprašanj. Seveda je poznal d'Alembertovo kritiko Tartinija. D'Alembert naj bi kot matematik problem skupaj z Rameaujem veliko jasneje postavil; vendar je že sam d'Alembert opazil pomanjkljivosti v svojem pionirskem sistemu obravnave konsonance (Tartini, 1966, 56–57; Helmholtz, 2003, 2: 106, 254, 379–381).

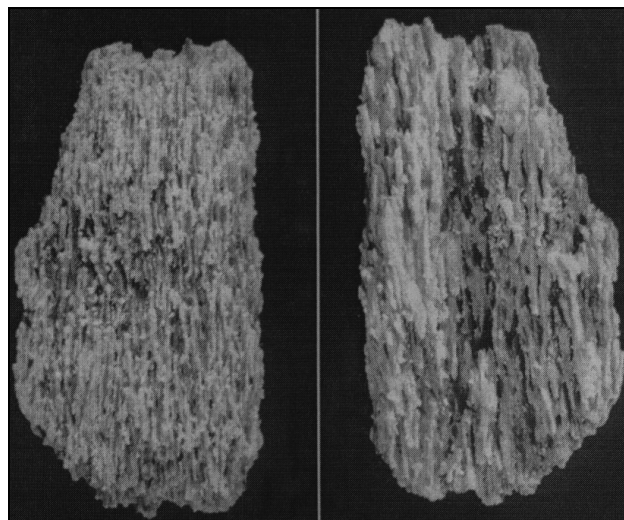
Helmholtz je s poskusi dokazal, da pravilo za računanje frekvence kombinacijskega tona v mnogih primerih ne velja za šibka osnovna tona. Dokazoval je, da kombinacijski ton lahko nastane celo zunaj ušesa; v to so mnogi dvomili pred eksperimentalno potrditvijo Rückerja in Edserja (Rayleigh, 1955, 2: 438–440; Rayleigh, 1945, 456; Rücker, Edser, 1895, 357). Arthur William Rücker (\* 1848; † 1915) je istočasno objavil še knjigo o Helmholtzovih fizikalnih raziskovanjih. Rücker je bil od leta 1886 do 1901 profesor matematike in fizike na Kraljevem kolegiju znanosti v Londonu, Edser pa mu je pomagal pri meritvah. Rücker je bil član Kraljeve družbe v Londonu; leta 1891 je dobil kraljevo odlikovanje, leta 1902 pa je postal plemič. V Londonu se je ukvarjanje z znanostjo seveda zelo splačalo.

Številni drugi Angleži so se prav tako zanimali za Tartinijeve ideje. Benjamin Stillingfleet (\* 1702; † 1771) in William Jackson (\* 1730; † 1803) sta že leta 1771 objavila kritiko Tartinijevega Traktata. Stoletje za njima

je leta 1872 mladi John Hopkinson (\* 1849; † 1898) objavil lastno teorijo udarcev. Hopkinson je prejšnje leto osvojil prvo mesto ob koncu svojih matematičnih študijev na kolegiju sv. Trojice v Cambridgeu; tako je bil poln novih idej. Izhajal je iz enačbe gibanja drugega reda, ki jo je Earnshaw opisal pred londonsko Kraljevo družbo leta 1860; iz nje je izpeljal zgodnje Helmholtzove pojasnitve. Ob razvoju v Fourierovo vrsto je upošteval le člene do drugega reda. Iz vsakega para sinusno oblikovanih tonov sta izhajala dva rezultirajoča tona, eden višji in drugi nižji od svojih komponent:

$$(A B (\gamma + 1)/4)(x/a^2)(m+n) \sin(m+n)t - ((m-n) \sin(m-n)t)$$

Tu je  $\gamma$  razmerje med specifičnima toplotama pri stalnem tlaku in pri stalni prostornini. Tako je Hopkinson lahko izračunal število Tartinijevih udarcev v kateri koli točki (Hopkinson, 1872, 27).



**Sl. 4: Hopkinsonova razmišljanja o Tartinijevi akustiki.**  
**Fig. 4: Hopkinson's views of Tartini's acoustics.**

Hopkinson se je v naslednjih letih posvetil predvsem praktični uporabi elektrike. Žal se je prav v najbolj obetavnih letih skupaj s sinom in dvema hčerkama tragično ponesrečil med poletnim planinarjenjem v švicarskih Alpah. Davyjeva ljubezen do alpskih lepot je tudi njemu vzela mero.

Tartinijevo raziskovanje je s Helmholtzovimi in Rayleighovimi (1878) odkritji postalo del sodobne fizike kombinacijskih tonov. Leto dni po obravnavi Tartinijeve akustike je lord Rayleigh postal direktor Cavendishovih laboratorijev v Cambridgeu po smrti prvega direktorja Maxwella; vpliven položaj je dal Rayleighovim raziskovanjem Tartinijevih idej še dodatno težo. Rayleigh je službo je sprejel le za pet let, saj je bila prav tedaj njegova zemljiška posest Terling v začasni gmotni stiski.

Lord Rayleigh je postal član londonske Kraljeve družbe leta 1873, njen tajnik leta 1885 in predsednik med letoma 1905–1908. Od leta 1876 do 1878, ko je v drugem delu svoje Teorije zvoka opisal Tartinijeve ideje, je bil Rayleigh predsednik londonske matematične družbe in je leta 1909 dobil njeno zlato medaljo; med drugim se je ukvarjal z Besselovimi, Laplaceovimi in Legendreovimi funkcijami. Leta 1904 je dobil Nobelovo nagrado za devet let starejše odkritje plina argona. Poskusi so se mu posrečili v lastnem laboratoriju na posestvu Terling, kjer je prav tako raziskoval akustiko Tartinijevih kombinacijskih tonov z razmeroma ceneni napravami. Leta 1879 je Rayleigh objavil razpravo o potujočih valovih. Ideja se je sprva zdela uporabna zgolj za opise potresov, dokler se ni sto let pozneje začela

razvijati v danes zelo vplivno teorijo solitonov. Skupaj s Crookesom in drugimi velikani viktorijanske Anglije se je Rayleigh seveda prav rad ukvarjal s skrivnostnimi parapsihološkimi raziskovanji.

#### SKLEP

Tartinijevo raziskovanje teorije akustike kombinacijskih tonov ima precejšnjo veljavo še danes. Njegovi dosežki so prvi odmevni poseg raziskovalcev s slovenskega narodnostnega ozemlja v kombinatoriko. Tartini je resda ciljalo veliko višje v svetu matematike; kljub temu pa bi bil morda le zadovoljen, da je njegovo delo z velikimi črkami zapisano v zgodovino matematičnih ved, predvsem seveda akustike.

## TARTINI OF PIRAN, WITH HIS COMBINATION TONE, AGAINST D'ALEMBERT

Stanislav JUŽNIČ

Institute of Mathematics, Physics and Mechanics, SI-1000 Ljubljana, Jadranska 19

e-mail: stanislav.juznic@fmf.uni-lj.si

#### SUMMARY

*The article describes the achievements of the Piran violinist Tartini in mathematics and physics. It also speculates on the reasons why Tartini's original mathematical ideas have remained relatively little known, while his ideas in physics have come to represent one of the foundation stones of modern acoustics. In looking for possible causes preventing a greater influence of Tartini's ideas on the mathematics of his period we have studied the works of prominent contemporaries of Tartini, especially the mathematicians D'Alembert and Euler. Unfortunately, the lead mathematicians of his time published their mathematical studies of music parallel to Tartini, but on a higher professional level. With his mathematical knowledge, Tartini was not able to compete with them, irrespective of the depth of his ideas. He was thus rather disappointed at the unexpectedly lukewarm reception of his Treatise, published the same year mathematician Jurij Vega was born. The article points out another parallel between Tartini and Vega: they both cooperated with Paris astronomer, mathematician and freemason Lalande.*

*Although Tartini aspired to glory in mathematics, he achieved it in physics. His research into the combination tone and other novelties in the theory of sound were fully corroborated, thanks to more improved experimental equipment, only a century after his death. Tartini's discoveries were cited with great respect by all prominent researchers of acoustics of the late 19<sup>th</sup> century, in particular by Helmholtz and the Nobel Prize winner Rayleigh, confirming his importance in the field of the theory of sound.*

**Key words:** Tartini, Piran, Koper, Padua, combination tone, history of acoustics, history of mathematics

#### LITERATURA

**Adamczyk, M. J. (1995):** Szkoły pijarskie w Podolinie i ich związki z Polską 1643–1848. Wrocław, Wydawnictwo Uniwersytetu Wrocławskiego.

**D'Alembert, J. I. R. (1752):** *Eléments de musique suivant les principes de M. Rameau.* Pariz (ponatis 1779).

**D'Alembert, J. I. R. (1960):** Uvod v Enciklopedijo. Ljubljana, Cankarjeva založba.

**Amiable, L. (1889):** *Le franc-maçon Jérôme Lalande.* Pariz, Charavay frères, Libraires-éditeurs.

**Barletti, C. B. (1771):** *Nuove sperienze elettriche secondo la teoria del Sig. Franklin e le produzioni del P. Beccaria.* Milano.

- Barletti, C. B. (1772):** *Physica apocymena*. Pavia.
- Beale, C. T. (1999):** *Who was Ingen Housz, Anyway*. Wiltshire, Calne Town Council.
- Bonato, A. (1981):** *Gli Studi Elettrici nell '700: Padre Carlo Battista Barletti*. *Archivum Scholarum Piarum* 5/9. Rim, 147–184.
- Beccaria, G. B. (1753):** *Dell'elettricismo artificiale e naturale libri due*. Torino.
- Cantor, M. B. (1908):** *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*. 4. del. Leipzig, B. G. Treubner.
- Capri, A. (1945):** *Giuseppe Tartini*. Milano, Garzanti.
- Cavallini, I. (1992):** *Giuseppe Tartini e l'Istria*. V: Inaugurazione del monumento a Giuseppe Tartini in Pirano. Trieste – Rovigno, Centro di Ricerche Storiche.
- Cavallini, I. (1996):** *Da Gianrinaldo Carli a Tartini: genio, imitazione, stile sentimentale e patetico: le prospettive della critica tartiniana nella seconda meta del settecento*. *Quaderni istriani št. 7/8*. Udine, Del Bianco, 27–38.
- Cooke, R. (1997):** *The History of Mathematics. A Brief Course*. New York, John Willey & Sons, Inc.
- Dadić, Ž. (1991):** *Egzaktne znanosti hrvatskoga srednjovjekovlja*. Zagreb, Globus.
- Fischer, K. A. F. (1985):** *Verzeichnis der Piaristen der deutschen und böhmischen Ordensprovinz, Cataliogus generalis provinciae Germanicae et Bohemicae ordinis scholarum Piarum*. Munchen, R. Oldenburg Verlag.
- Helmholtz, H. (2003):** *Gesamelte Schriften. Band II. Die Lehre von der Tonempfindungen als physiologische Grundlage für die Theorie der Musik*. Hildesheim – Zürich – New York, Olms-Weidmann.
- Hopkinson, J. (1872):** *The Mathematical Theory of Tartini's Beats*. *The Messenger of Mathematics New Series*, No. 14. London. 25–28.
- Horvat, B. (1997):** *Tartini, matematik ali diletant? V: Kokole, M. (1997) (ed.): Giuseppe Tartini in njegov čas. Zbornik referatov z mednarodnega kolokvija 5. Aprila 1997 v Piranu*. Ljubljana, ZRC SAZU, 31–39.
- Hoyer, S. A. (1992):** *Hiša Tartini v Piranu: zgodovinski razvoj in likovna oprema*. Koper, Lipa.
- Johnson, F. (1985):** *Tartini's Trattato di musica secondo la vera scienza dell'armonia: an Annotated translation with Commentary*. Doktorska disertacija. University of Indiana.
- Kircher, A. (1650):** *Musurgia universalis, sive Ars magna consoni et dissoni in X. libros digesta*. Rim, dediči Francisca Corbellettija.
- Kokole, M. (ed.) (1997):** *Giuseppe Tartini in njegov čas. Zbornik referatov z mednarodnega kolokvija 5. Aprila 1997 v Piranu*. Ljubljana, ZRC SAZU.
- Kokole, M. (ed.) (2002):** *Tartini maestro narodov in kulturno življenje v obalnih mestih današnje Slovenije med 16. in 18. stoletjem*. Ljubljana, ZRC SAZU.
- Lalande, J. J. L. F. (1769, 1786):** *Voyage en l'Italie, contenant l'histoire & les anecdotes les plus singulieres de l'Italie, & sa description; les usages, le gouvernement, le commerce, la littérature, les arts, l'histoire naturelle, & les antiquités; avec des jugemens sur les ouvrages de peinture, sculpture & architecture, & les plans de toutes les grandes villes d'Italie*, 8. part. Pariz, Veuve Desaint.
- Marzucco, G. (1757):** *Riflessioni intorno alla quadratura del cerchio, e delle curve*. Napoli, Nella Stamperia di v. Azzolino.
- Mihelič, D. (1997):** *Piran Tartinijevega časa*. V: Kokole, M. (ed.) (1997): *Giuseppe Tartini in njegov čas. Zbornik referatov z mednarodnega kolokvija 5. Aprila 1997 v Piranu*. Ljubljana, ZRC SAZU, 74–94.
- Del Negro, P. (1997):** *Alcune note su Gian Rinaldo Carli tra Padova e Venezia*. *Acta Histriae* V. Koper, 135–156.
- Petrobelli, P. (1967):** *Tartini, le sue idee e il suo tempo*. *Nuova Rivista Musicale Italiana* 1/4. Torino, Edizioni RAI, 662. Ponatis (1992): *Lucca, Libreria Musicale Italiani*.
- Platon (1977):** *Timeus and Critias*. Middlesex, Penguin Books.
- Povšič, J. (1957):** *Vega in Lalande. Obzornik za matematiko in fiziko 5/3*. Ljubljana, Društvo matematikov, fizikov in astronomov, 97–100.
- Ravnikar, B. (1992):** *Tartini in kombinacijski toni. Muzikološki zbornik 28*. Ljubljana, 41–46.
- Rayleigh, J. W. S. (1894, 1945):** *The Theory of Sound*. New York, Dover.
- Rayleigh, J. W. S. (1955):** *Teorija zvuka*. Moskva, Gosudarstvenno izdateljstvo tehniko-teoretičeskoj literaturi.
- Rücker, A. W., Edser, E. (1895):** *On the Objective Reality of Combination Tones*. *Philosophical Magazine* (5), Vol. 39/239. London, 341–357.
- Rücker, A. W. (1895):** *Physical Work of von Helmholtz*. London.
- Sangalli, M. (2001):** *Università Accademie Jesuiti. Cultura e religione a Padova tra cinque e seicento*. Padova, Edizioni Lint MMI.
- Serre, J. A. (1753):** *Observations sur les principes de l'harmonie occasionnées par quelques ecrits modernes sur ce sujet, & particulièrement par l'article fondamental de m. d'Alembert dans l'Encyclopedie, le Traité de théorie musicale de m. Tartini, et le Guide harmonique de m. Geminiani*. Geneve, H.-A. Gosse & J. Gosse.
- Serre, J. A. (1986):** *Translation and commentary of Observations sur les principes de l'harmonie written by Jean-Adam Serre and including a translation of the article Fondamental written by Jean Le Rond d'Alembert*. Florida (tipkopsis).
- Sheynin, O. B. (1982):** *On the History of Medical Statistics*. *Archives for History of Exact Sciences* 26/3. Berlin – New York, Springer, 241–286.
- Simić-Sime, S., Žitko, D. (2000):** *Giuseppe Tartini*. Ljubljana, Institut za komunikacije in informatiko.
- Stillingfleet, B., Jackson, W. (1771):** *Observations on the Present state of Music in London*.
- Stillwell, J. (2000):** *Mathematics and Its History*. New York, Springer.

**Tartini, G. (1754):** Trattato di musica secondo la vera scienza dell'armonia. Padova, Nella Stamperia del Seminario. Appresso Giovanni Manfrè.

**Tartini, G. (1966):** Traktat über die Musik gemäss der wahren Wissenschaft von der Harmonie übersetzt und erläutert von Alfred Rubeli. Düsseldorf, Gesellschaft zur Förderung der systematischen Musikwissenschaften.

**Tartini, G. (1896):** Inaugurazione del monumento a Giuseppe Tartini in Pirano. Trieste – Rovigno – Fiume, Università popolare di Trieste/Rovigno, Unione Italiana Fiume.

**Tartini, G. (1977):** Scienza Platonica fondata nel Cerchio. Padova, Cedam-Casa Editrice Dott. Antonio Milani.

**Taxis, A. F. von T. (1769):** Risposta di un'anonimo al celebre Sig. Rouseau: circa al suo sentimento in proposito d'alcune proposizioni del Sig. Giuseppe Tartini. Venezia, Antonio de Castro alla Libreria della Costanza.

**Theile, R. (1982):** Leonard Euler. Leipzig, B. G. Teubner.

**Todhunter, I. (1962):** A History of the Mathematical Theories of Attraction and the Figure of the Earth. New York, Dover.

**Wagner, G. (2003):** Bruder Mozart. Freimaurerei im Wien des 18. Jahrhunderts. Wien, Amalthea.

**Zavagna, E. (1877):** Scienza dei triangoli pitagorici dipendente da tre mezzi determinati dalle proporzioni geometriche discrete di questa scienza di cui sono una parte integrale.