Dra. MOČNIKA

POUKA U RAČUNICI.

I. RAZDIO

PRIGOTOVIO

V. M. GOLUB.

D^RA. FRANJE VITEZA MOCNIKA

POUKA U RAČUNICI

ZA

NIŽE RAZREDE GYMNASIJÂ.

I. RAZDIO.

PETO HRVATSKO IZDANJE PO NJEMAČKOM DVADESET I DEVETOM

PRIGOTOVIO

V. M. GOLUB.

KRUTO VEZANA STOJI **65** NOVČ.

U ZAGREBU 1887.

TROŠKOM I NAKLADOM KR. DALM.-HRV.-SLAV. ZEM. VLADE.

Ova knjiga ne smije se skuplje prodavati, nego za cienu na prednjoj strani naznačenu.

Tiskara „Narodnih Novinah“ u Zagrebu.

I. Računanje sa neimenovanimi i jednoimenimi cielimi i desetinskimi brojevi.

§. 1.

Treba li za više stvarî iste vrsti kazati, koliko ih je, tada se uzme jedna takova stvar za jedinicu, te se izpituje, koliko se puta ta jedinica nalazi u zadanoj množini stvarî iste vrsti. Izraz, koji nam to pokazuje, zove se brojem. Pošto jedinica pokazuje, da jedna stvar ima samo jedan put, može se i jedinica smatrati brojem.

Broj, koji izražava samo množinu jedinicâ a ne i vrst njihovu, zove se neimenovanim brojem; broj pak, koji izražava ne samo množinu nego i vrst jedinicâ, zove se imenovanim brojem. Tri je neimenovan, tri forinte imenovan broj.

Imenovan broj može biti jedno- ili višeimen. Ako su u broju jedinice samo jednog imena, na pr. četiri forinte, zove se on jednoimenim; ako je pak u njem jedinicâ raznih imena, koje idu ipak u istu vrst, tada se on zove višeimenim, na pr. četiri forinte i tri novčića.

Računati reći će, iz zadanih brojeva stanovitimi izmjenami iznaći druge iskane brojeve. Svaka izmjena broja biva tim, da se propisanim načinom poveća ili umanji.

Iskani broj, što ga računom dobijemo, zove se posljedak ili iznosak (resultat) računa.

Nauk o brojevih i njihovih izmjenah zove se računicom (Arithmetika).

I. Tvorba brojeva.

Desetični cieli brojevi.

§. 2.

Svako tvorenje brojeva počinje postavljanjem jedinice i to, jer se jedinica može opet i opet pridodati i postaloj već množini jedinicâ pridodanom pomisliti, ide bez kraja i konca. Brojeve tvoriti onako, kao što oni zasobičnim pridodavanjem jedinice postaju, reći će brojiti. Mi brojimo: jedan, dva, tri, četiri, pet, šest, sedam, osam, devet, itd., a te brojeve izražavamo pismeno sliedećimi znakovi (znamenkami): 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, itd. Niz tih brojeva zove se naravskim brojnim nizom.

Brojevi, što postaju opetovanim pridodavanjem jedinice, zovu se cielimi brojevi.

Svi cieli brojevi, bili oni mà koliki, dadu se sa njekoliko rieči točno i izvjestno imenovati, a sa još manje znamenâ pismeno izraziti. Pri tom se držimo načela, da stanovit broj nižih jedinica smatramo udilj novom višom jedinicom sliedećega višega reda, koja kao takova i posebno ime dobije. Takovo predstavljanje brojeva zove se brojni sustav.

U našem **desetičnom sustavu brojnom** čini po deset jedinica jednoga reda jedinicu sliedećega višega reda. Od jedinice počevši broji se poznatimi imeni brojeva: jedan, dva, . . . do deset. Deset prvobitnih jedinica ili jedinaka čini novu višu jedinicu, koja se zove deseticom; deset desetica čini sto ili stoticu, deset stotica tisuću ili tisućicu (hiljadu), deset tisuća čini desettisuću ili desettisućicu, deset desettisuća stotisuću ili stotisućicu, deset stotisuća milion ili milionicu, itd. Svaki je broj sastavljen od jedinica, desetica, stotica, . . . a odredjen je podpuno, ako se točno naznači, koliko je u njem jedinica, desetica, stotica, . . .

Sa ustmenim izricanjem brojeva slaže se i njihovo pismeno predočivanje. Tomu se hoće samo znamenaka za prvih devet brojeva, naime 1, 2, . . . 9, i znamen 0 (ništica), kojim se kaže, da u stanovitu redu ne ima ni jedne jedinice. Da se pak sastavljanjem tih deset znamenaka uzmognu svi mogući brojevi izraziti, uzeto je, da svaka znamenka na prvom mjestu, brojeći s desna, znači jedinice, a na svakom sliedećem mjestu na lievo da znači deset puta onoliko, koliko vriedi na najbližem predjašnjem mjestu. Po tom svaka znamenka, brojeći s desna, znači na drugom mjestu toliko desetica, na trećem toliko stotica, na četvrtom toliko tisućica, itd., koliko na prvom mjestu izražava jedinica. Ništica sama po sebi ne ima nikakove vriednosti, te znači samo, da ne ima jedinicâ stanovita reda.

Po tom se desetični brojni sustav, u kojem je deset osnovnim brojem, osniva na dva sliedeća zakona:

1. Deset jedinica jednoga reda čini svagda jednu jedinicu obližnjega višega reda.

2. Svaka znamenka vriedi na svakom mjestu deset puta toliko, koliko na obližnjem mjestu na desno.

Svaka znamenka u napisanu broju ima dvostruku vriednost: vriednost znamenke same po njezinu obliku, koja naznačuje množinu jedinica, i vriednost mjestnu, koja joj pripada po njezinu mjestu i naznačuje red jedinica. Tako n. pr. u broju 4444 svaka znamenka znači četiri, no ona vriedi na prvom mjestu, počev s desna, četiri jedinice, na drugom četiri desetice, na trećem četiri stotice, na četvrtom četiri tisućice.

§. 3.

Umjeća, brojeve izpravno pisati i napisane izpravno čitati, zove se obrojivanje (numeratio).

Redni brojevi našega desetičnoga sustava dadu se veoma zgodno s desna na lievo razdieliti na razrede po tri mjesta, u kojih su po redu jedinice, desetice, stotice. Tri najniža mjesta jesu upravo jedinice, desetice, stotice; u sliedećem prvom razredu jesu jedinice, desetice, stotice od tisuća, a u daljnom još sliedećem razredu stoje jedinice, desetice, stotice od miliona, itd. Takova razdioba brojeva bitno olakšava shvaćanje i pismeno izražavanje njihovo.

Od sada ćemo kratkoće radi jedinice, desetice, stotice, tisućice, desettisućice, stotisućice, milionice, . . . označivati redom sa *J*, *D*, *S*, *T*, *Dt*, *St*, *M*, . . .

Zadatci za čitanje i pisanje brojeva.

1. 200, 735, 364, 285, 511, 749, 180, 690, 906, 101.

2. Pet sto, dvjesta i trideset i osam, sedam sto i petdeset i jedan, šest sto i dvadeset, četiri sto i četiri.

*

3. 3000, 9548, 4212, 6336, 2800, 5230, 7508, 1046, 8003.

4. Dvie tisuće i četrdeset, pet tisuća sedam sto i devetdeset i četiri, osam tisuća i tri, jedna tisuća trista i deset, tri tisuće dvadeset i pet.

5. 10000, 5700, 36200, 38090, 27026, 80912, 12345; 630427, 938824, 732284, 815500, 493220, 409010.

6. Koncem godine 1880. bilo je u Beču 726105 stanovnika.

7. Dvanaest tisuća osam sto i dvanaest, petdeset tisuća sedam sto dvadeset i četiri, četrdeset i sedam tisuća trista i petdeset, osamdeset tisuća osamdeset i jedan, četiri sto i sedam tisuća dvjesta i jedanaest.

8. Koliko desettisućica ima u broju 61735; koliko ima u njem tisućica, stotica, desetica, jedinica?

$$\begin{aligned} 61735 &= 6Dt \ i \ 1T \ 7S \ 3D \ 5J \\ &= 61T \quad i \ 7S \ 3D \ 5J \\ &= 617S \quad i \ 3D \ 5J \\ &= 6173D \quad i \ 5J \\ &= 61735J. \end{aligned}$$

9. Tako isto naznači sastavnine ovih brojeva: 6458, 23719, 40821, 325368, 752379.

10. Čitaj: 3212654, 8900278, 3418509, 9284073, 1050090; 51379486, 20416829, 538191378, 3546790814.

11. Sunce je 1413879 puta toliko, kolika je naša zemlja.

12. Kad bi tko svakoga časka (sekunda) brojio jedan, trebovao bi, dok nabroji jedan milion, jedanaest dana, trinaest sati, četrdeset šest časova i četrdeset časaka; a da nabroji jedan bilion, trebao bi trideset jednu tisuću sedam sto i devet godina, dvie sto osamdeset devet dana, jedan sat, četrdeset i šest časova i četrdeset časaka.

Desetinski brojevi.

§. 4.

Svaka jedinica može se razdieliti na jednake česti ili se dade pomisliti, da je na jednake česti razdieljena. Broj, u kojem je samo jedna čest ili više jednakih česti jedinice, zovemo čestnikom, čestnim brojem (Bruch, fractio) sproću ciela broja, u kojem je jedinica sama jedan put ili više puta.

Ako se u cielu broju, napisanu po desetičnom zakonu, ide s lieva na desno, to svaka sliedeća znamenka vriedi samo desetu čest onoga, što je vriedila na predjašnjem mjestu, i tim se dodje napokon do jedinicâ. No može se brojni niz po istom zakonu nastaviti takodjer niže jedinicâ; jedinica može se razdieliti na deset jednakih česti i takova jedna čest, desetina, smatrati nižom jedinicom, zatim deseta čest jedne desetine, t. j. jedna stotina, smatrati jedinicom još nižega reda, i tako se nastavljenim dieljenjem može doći do brojnih jedinica, koliko nas volja malenih.

Suglasno s tim možemo po desetičnom zakonu takodjer niz znamenaka nastaviti od jedinicâ još dalje na desno tako, da znamenka na prvom mjestu za jedinicami znači desetine, na drugom stotine, na trećem tisućine, itd. Nastavljajući tako niz znamenaka treba samo kakvim znakom predočiti, gdje prestaju jedinice; takav je znak točka, postavljena oviše jedinicam na desno, i zove se desetinskom točkom. Znamenke pred desetinskom točkom, zovu se desetinkami. Dakle 444444·44444 znači nam sliedeće

Ciela:						Desetinke:				
4	4	4	4	4	4·	4	4	4	4	4
stotisućice	desettisućice	tisućice	stotice	desetice	jedinice	desetine	stotine	tisućine	desettisućine	stotisućine

Broj, koji ima desetinaka, zove se desetinskim brojem ili desetinskim čestnikom (Decimalzahl, Decimalbruch).

Desetine, stotine, . . . zovu se takodjer niži redni brojevi za razliku od desetica, stotica, . . . koje se zovu viši redni brojevi.

Od sada ćemo kratkoće radi desetine, stotine, tisućine, desettisućine, . . . označivati sa *d*, *s*, *t*, *dt*, . . .

§. 5.

Desetinski broj čitamo, izrekav najprije ciela, a zatim ili svaku pojedinu desetinku bud s njezinom mjestnom vriednosti bud bez te, ili sve desetinke s njihovom skupnom vriednosti.

Na pr. 47·385 čita se:

a) 47 cieli, 3*d*, 8*s*, 5*t*; ili

b) 47 cieli sa desentikami 3, 8, 5; ili napokon

c) 47 cieli, 385 tisućina.

Drugi je način čitanja najobičniji.

Čitaj sliedeće desetinske brojeve: 32·517, 7·0703, 0·005, 3·14159, 0·5596, 17·008, 80·072, 0·480107, 0·20903, 725·008, 0·036, 28·00074.

Da desetinski čestnik napišemo, pišu se najprije ciela, pak se postavi desetinska točka, a zatim pojedine desetinke redom njihove mjestne vriednosti. Ne ima li cielî ili pojedinih desetinaka, postave se mjesto njih ništice.

Na pr. 13 cieli, 5*s*, 6*t*, piše se: 13·0506; 7*d*, piše se: 0·7.

Napiši sliedeće desetinske brojeve:

1. *a)* 5 cieli, 3*d*; *b)* 28 cieli, 4*d*, 7*s*, 1*t*;

2. *a)* 110 cieli, 35*t*; *b)* 7 tisuća 28 cieli, 4*s*, 9*t*;

3. *a)* 7 stotisućina; *b)* 39 tisuća 91 milionina.

Ako se desetinskomu broju pripiše na desno jedna ili više ništica, njegova se vriednost ne izmieni, jer i onda pojedine znamenke zadrže svoju prijašnju vriednost. Dakle je

$$8·7 = 8·70 = 8·700 = 8·7000 = 8·70000.$$

Rimski znaci brojeva.

§. 6.

Dosad upotrebljavane znamenke zovu se arabske. Osim njih upotrebljavaju se kadkada i rimske znamenke.

Rimljani imadoše sedam brojnih znakova:

	I,	V,	X,	L,	C,	D,	M.
za	1,	5,	10,	50,	100,	500,	1000.

Timi znamenkami izražavali su Rimljani, valjano ih sastavljajući, sve ostale brojeve po sliedećih zakonih:

1. Ako više jednakih pismena stoji jedno uz drugo, tada ona znamenuju toliko, kolika im je vriednost, kad se skupa uzmu; na primjer:

II	znači	2,	XXX	znači	30,
III	„	3,	CCC	„	300.

2. Ako za višim znamenom brojnim stoji niži znamen, tada vriednost višega postane većom za onoliko, koliko niži vriedi, na pr.:

VI	znači	6,	XXVI	znači	26,
VIII	„	8,	CXV	„	115,
LX	„	60,	DCLX	„	660.

3. Ako niži znamen brojni stoji pred višim, tada vriednost višega znamena postane za onoliko manjom, koliko niži vriedi, na pr.:

IV	znači	4,	XIX	znači	19,
IX	„	9,	XLIII	„	43,
XL	„	40,	XCIV	„	94,
XC	„	90,	MDCCCLXXIX	„	1879.

Čitaj: VII, XIII, XV, XXIV, XLI, LXI, XCI, CIX, CXI, CMXIX, MCCCXIV, MDCCXL.

Napiši rimskimi znamenkami sve brojeve od 1 do 20; zatim 28, 49, 84, 365, 719, 930, 1344, 1799, 1875, 1887.

---

2. Sbrajanje neimenovanih i jednoimenih cielih i desetinskih brojeva.

§. 7.

Sbrajati reći će, iskati broj, u kojem je toliko jedinica, koliko ih imaju dva ili više zadanih brojeva skupa uzetih. Zadani brojevi zovu se pribrojnici (summandi, addendi); broj, koji se sbrajanjem dobije, zove se sbrojem (summa).

Da se broju 3 pribroji drugi broj 4, treba samo u naravskom nizu brojeva, počevši od broja 3, za onoliko jedinica dalje brojiti koliko ih broj 4 pokazuje; broj 7, koji se tim načinom dobije, jest iskani sbroj.

Znak sbrojbe je osovljeni krst +, koji se čita **više** ili **i**, te se stavlja medju pribrojnike. Medju pribrojnike i sbroj piše se znak jednakosti = (jednako), a taj pokazuje, da su brojevi ili skupovi brojeva, medju kojimi taj znak stoji, jednake vriednosti. Na pr.: $3 + 4 = 7$ čita se: 3 više 4 jednako je 7, ili 3 i 4 je 7.

Treba li sbrojiti više nego dva broja, tada se sbroju dviju brojeva pribroji treći, a novomu sbroju četvrti broj, itd.

Vježbe (Računanje u glavi).

§. 8.

1. Broji 1 do 100, pribrajajući svaki put po 1; naime $1 + 1 = 2$, $2 + 1 = 3$, $3 + 1 = 4$, . . .

2. Broju 1 pribroji 2, sbroju tomu opet 2, i tako svakomu sbroju opet 2.

3. Počni sa 2, pak pribrajaj tomu sve po 2.

4. Pribrajaj po 3 dalje:
a) od 1 do 100, *b)* od 2 do 101, *c)* od 3 do 102.

5. Istim načinom broji:
a) pribrajajući 4 počev od 1, 2, 3, 4;
b) „ 5 „ „ 1, 2, 3, 4, 5;
c) „ 6 „ „ 1, 2, ... 5, 6;
d) „ 7 „ „ 1, 2, ... 6, 7;
e) „ 8 „ „ 1, 2, ... 7, 8;
f) „ 9 „ „ 1, 2, ... 8, 9.

6. Koliko je $7 + 4$? Pribroji k tomu još 8. Koliko je dakle $7 + 4 + 8$?

7. *a)* $5 + 2 + 9$. *b)* $8 + 3 + 9$. *c)* $7 + 7 + 5$.
$8 + 9 + 4$. $6 + 8 + 7$. $9 + 8 + 6$.

8. *a)* Kad se u naravskom nizu brojeva, počevši od 5 po 3 jedinice, zatim počevši od 3 po 5 jedinica pribraja, koji se brojevi dobiju u jednom i drugom slučaju?
b) Koliko je $7 + 4$? Koliko je $4 + 7$?
c) $2 + 5 + 8$. $5 + 2 + 8$. $8 + 2 + 5$.
$2 + 8 + 5$. $5 + 8 + 2$. $8 + 5 + 2$.

Množina jedinicâ, što su u pribrojnicih, ostane ista, bili oni u kojem god redu; s toga mora i sbroj ostati isti.

Isti pribrojnici dadu svakim redom isti sbroj. (Zakon o promjenjivanju pribrojnika).

9. Na koliko se načina može *a)* od brojeva 3, 4 i 5, *b)* od brojeva 2, 3, 4 i 5 stvoriti sbroj?

10. *a)* $7 + 5 + 9 + 5$. *b)* $3 + 2 + 9 + 8 + 4$.
$2 + 7 + 8 + 9$. $6 + 9 + 3 + 7 + 5$.

11. *a)* $4 + 7 + 9 + 6 + 5$. *b)* $9 + 2 + 9 + 8 + 5 + 3$.
$6 + 8 + 4 + 5 + 7$. $5 + 6 + 8 + 7 + 4 + 9$.

12. Sbroji sve brojeve od 1 do 9.

13. Koliko je 5 desetica i 3 desetice? koliko je $20 + 10$, $30 + 40$, $40 + 50$, $50 + 60$, $80 + 30$, $70 + 90$?

14. Koliko je 4 stotice i 5 stotica? koliko je $300 + 100$, $700 + 200$, $400 + 300$, $600 + 400$?

15. *a)* Koliko je $56 + 3$?
$$50 + 6 + 3 = 50 + 9 = 59.$$

Jedinice se pribroje jedinicam, desetice ostanu neizmienjene.

b) Koliko je 56 i 30?

$$50 + 6 + 30 = 50 + 30 + 6 = 80 + 6 = 86.$$

Desetice se pribroje deseticam, jedinice ostanu neizmienjene.

Sbroju se njeki broj pribroji, ako ga pribrojimo samo jednomu pribrojniku.

16. Koliko je $34 + 10$, $28 + 20$, $47 + 30$, $61 + 20$, $76 + 30$?

17. Koliko je $365 + 20$, $330 + 200$, $560 + 300$, $257 + 400$?

18. *a)* Koliko je $46 + 7$? Mjesto da se u brojnom nizu broji od 46 napried za $7 = 4 + 3$, može se napried brojiti najprije za 4 a po tom za 3: dakle je

$$46 + 7 = 46 + 4 + 3 = 50 + 3 = 53.$$

b) Sbroji 46 i 52. Koliko je 46 i 50? — i k tomu još 2?

$$46 + 52 = 46 + 50 + 2 = 96 + 2 = 98.$$

Mjesto da se broju pribroji sbroj, možemo mu pribrojnike jedan za drugim pojedince pribrojiti.

Kadkad se postupa i obratno:

Mjesto da se broju pribroji više brojeva jedan za drugim, pribroji mu se sbroj tih brojeva u jedan put. N. pr.:

$$245 + 37 + 63 = 245 + 100 = 345.$$

19. Koliko je $67 + 21$, $52 + 41$, $58 + 42$, $317 + 69$?

20. Koji je broj za 36 veći od 51?

21. Imam u glavi jedan broj; ako od njega odbijem 27, ostane mi još 65; koji mi je broj u glavi?

22 Sbroji još sliedeće brojeve:

a) 50	*b)* 12	*c)* 81	*d)* 63	*e)* 53
17	57	19	39	19
43	83	64	23	48

23. *a)* $19 + 28 + 37 + 46$. *b)* $25 + 34 + 19 + 80$.

24. Koliko je $317 + 268$? 317 i 200 je . . . , i 60 je . . . . i 8 je . . .

25. Koliko je $436 + 324$, $321 + 654$, $818 + 172$?

26. Sliedeće pribrojnike poredjaj tako, da se sbrojbe probitačno ujednostruče:

a) $455 + 123 + 208 + 77 + 45 + 92$.

b) $63 + 28 + 116 + 272 + 37 + 84$.

27. Koliko je 4000 i 3000, $2800 + 4000$, $4108 + 500$?

28. Sbroji $5680 + 4007$, $2036 + 4040$.

Sbrajanje cielih brojeva.

§. 9.

Neka nam treba odrediti sliedeće sbrojeve:

a) $2457 + 4132$; *b)* $693 + 458 + 357$.

a) $2457 = 2T\ 4S\ 5D\ 7J$

$4132 = 4T\ 1S\ 3D\ 2J$

Sbroj $6T\ 5S\ 8D\ 9J = 6589$.

b) 693 $7J + 8J + 3J = 18J = 1D\ 8J$.

458 $1D + 5D + 5D + 9D = 20D = 2S\ 0D$.

357 $2S + 3S + 4S + 6S = 15S$.

1508

Dakle se sbroje najprije jedinice, onda desetice, stotice, . . . Svaki sbroj ima istu mjestnu vriednost sa sbrojenimi jedinicami; ako je on dvoznamenkost, onda njegove desetice znače jedinice obližnjega višega reda.

Ako se pribrojnici poradi lakšega priegleda pišu jedan pod drugim, tada jedinice istoga reda treba da su jedne pod drugimi, dakle jedinice pod jedinicami, desetice pod deseticami, i t. d.

Da se učini prokušnja (proba), t. j. da se izpita izpravnost sbroja, možemo upotrebiti zakon o promjenjivanju pribrojnika, pošto pribrojnike, ako su n. pr. jedan pod drugim napisani te prije ozdol gore sbrojeni, sada sbrojimo ozgor dolje. Dobije li se u obadva slučaja isti sbroj, možemo ga smatrati izpravnim, jer uz izmienjeni poredjaj znamenaka ne može se lako obadva puta učiniti ista pogrješka.

Zadatci.

1. 38 Veli se: 7 i 4 je 11, i 8 je **19**, ostane 1;
94 1 i 6 je 7, i 9 je 16 i 3 je **19**.
67 Znamenke ovdje krupnije natiskane odmah se za izgovaranja napišu.
199

2. Sbroji sliedeće brojeve, i to najprije osovne, po tom razite nizove; onda sbroji od osovnih, a po tom od razitih nizova postavše sbrojeve.

$34 + 56 + 36 + 27 + 69 + 43 + 87 + 24$

$57 + 21 + 90 + 67 + 58 + 64 + 35 + 48$

$19 + 56 + 76 + 34 + 65 + 50 + 89 + 57$

$42 + 60 + 45 + 86 + 99 + 17 + 25 + 60$

$68 + 80 + 26 + 77 + 58 + 69 + 43 + 54$

3. 926 Kad se je u vježbi napredovalo, izgovaraju se za sbrajanja samo sbrojevi. Ovdje treba govoriti:

926	2, 6, 11, 17, 1;
835	7, 16, 19, 21, 2;
794	6, 13, 21, **30**.
462	
3017	

4.

a)	*b)*	*c)*	*d)*	*e)*
8063	9007	2468	4178	7085
2497	98	1357	5264	926
811	1697	753	5355	182
2371	790	840	7246	6469

5. U zadatcih pod 4. učini prokušnju, sbrojiv pribrojnike obratnim redom.

6. U sliedećem četverokutu sbroji najprije one brojeve, što su jedan pod drugim, onda one, što su jedan do drugoga, napokon one, što su u oba dvokutnična reda.

924	4928	2272	6776	4620
6160	2464	6468	4312	616
2156	7700	4004	308	5852
7392	3696	1540	5544	1848
3388	1232	5236	3080	7084

7. Kolik je osmi broj u nizu brojeva, koji počinje sa 2096 i u kojem je svaki sliedeći broj za 214 veći od prijašnjega? Kolik je sbroj svih tih brojeva?

8. Išti sbroj od 5 brojeva: prvi je 3087, drugi za 690 veći od prvoga, treći za 516 veći od drugoga, četvrti za 407 veći od trećega, a peti za 375 veći od četvrtoga.

9. Sbroji sliedeće brojeve kao u zadatku 2.:

41782 + 29714 + 80518 + 26396 + 73614
71396 + 29592 + 75801 + 34567 + 90123
95703 + 88466 + 54953 + 63780 + 77266
18278 + 91705 + 27265 + 53927 + 84706
89924 + 93364 + 62879 + 27048 + 60973

10. *a)*

a)	b)	c)	d)
158724	303235	1234567	3098752
306315	684450	2345678	8345097
30880	471899	3456789	58091
246727	4206	4567890	937248
150236	81183	5678901	5630956
9876	790547	6789012	1907338

11. U zadatcih pod 10. učini prokušnju preobrativ poredjaj pribrojnika.

Sbrajanje desetinskih brojeva.

§. 10.

Sbrajanje desetinskih brojeva obavlja se kao i sbrajanje cielih brojeva počevši od najnižega mjesta. Ako se pribrojnici pišu jedan pod drugim, tada moraju biti ciela pod cielimi, desetine pod desetinami, stotine pod stotinami, i t. d., dakle i desetinske točke jedna pod drugom. N. pr.:

5·82	
7·37	6, 14, 21, 23*s* dadu **3***s* i 2*d*;
3·48	2, 6, 9, 17*d* dadu **7***d* i 1*J*; desetinska točka;
9·06	10, 13, 20, **25***J*.
25·73	

Zadatci.

1.	1·76	Izgovaraj: 5;
	3·08	4, 12, 18, 1;
	2·645	7, 14, 1; desetinska točka;
	7·485	3, 6, 7.

2. 3·62 + 9·57 + 8·26 + 2·95 + 7·08 + 5·39.

3. 37 3 + 30·3 + 3·84 + 7·29 + 3·90 + 67·2.

4. 24·7 + 528 + 0·75 + 37·6 + 8·35.

5. 3·142 + 4·586 + 5·92 + 6·364 + 7·703.

6. 38·3 + 20·95 + 60·14 + 505 + 60·39 + 724·9.

7. 1·4 + 91·025 + 8·79 + 24·21 + 0 8 + 1·848 + 35·791.

8. 0·5 + 0·25 + 0·125 + 0·0626 + 0·03125.

9. Sbroji tri broja, od kojih je prvi 8·12, drugi za 8·79 veći od prvog a treći za 10·35 veći od drugoga.

10. Od njekoga broja oduzeto je 37·865 pak je preostalo još 53·196; kolik je bio onaj broj?
11. Koji je broj za 74·865 veći nego 42·73 + 91·68?
12. 315·247 + 93·07 + 100 + 0·39747 + 293·2973 + 67·84.
13. 165·8 + 307·405 + 509·7628 + 769·208 + 725 + 70·464 + 690·5237.
14. 87·549 + 297·315 + 934·046 + 971·5411 + 84·3139 + 51·698 + 35·8423.
15. 25480·7 + 4183·5 + 82091·08 + 7831·359 + 5092·4 + 1357 + 631·997.

Sbrajanje jednoimenih brojeva.

§. 11.

Pri sbrajanju imenovanih brojeva treba da su zadani brojevi istog imena, koje se ime dade i sbroju.

Zadatci. (Za pismenu a dielomice i za ustmenu vježbu.)

1. Njeka gimnazija ima u I. razredu 50, u II. 45, u III. 43, u IV. 37, u V. 44, u VI. 32, u VII. 29 a u VIII. 30 učenika; koliko je svega učenika u istoj gimnaziji?
2. Koliko dana ima u prostoj godini od 1. Siečnja do 15. Svibnja?
3. Koliko je dana u prestupnoj godini od 1. Siečnja do konca svakoga pojedinoga mjeseca?
4. Njetko je rodjen godine 1819, a umro je u dobi od 53 godine; koje je godine umro?
5. Krstaški ratovi Kršćanâ za svetu zemlju počeli su godine 1096, a trajali su 195 godina; koje su godine završeni?
6. Njeki gospodar kuće prima godišnje najamnine od pet stranaka pojedince: 196 for., 230 for., 380 for., 300 for., 335 for.; koliko prima svega?
7. Njeki trgovac dobije 5 bačava kave, koje su pojedince težke 220, 224, 222, 327 i 231 *kg*; koliko su *kg* sve težke?
8. Na njekom sedmičnom sajmu prodano je: 432 *hl* pšenice, 305 *hl* raži, 287 *hl* ječma i 613 *hl* zobi; koliko je *hl* prodano svega žitka?
9. Njetko ima 3 glavnice; prva nosi godišnje 62·35 for., druga 27·68 for., treća 85·395 for. dobíti; kolika je godišnja dobít od sve 3 glavnice?

10. A je za 7·825 m uzvišenije nego B, B za 12·15 m uzvišenije nego C, C za 9·023 m uzvišenije od D; za koliko A nadvisuje D?

11. Uzmemo li, da tielo s visine prosto padajući prvoga časka prevali 4·904 m, a svakoga sliedećega časka za 9·808 m više nego li prijašnjega: *a)* koliko je prostora ono padanjem prevalilo drugoga, trećega i četvrtoga časka? *b)* koliko za sva četiri časka?

12. Četiri šibke od zlata težke su pojedince 1·375, 1·248, 0·9315, 0·85 *kg*; kolika im je sva težina?

13. Njetko ima 31·284 *ha* oranice, 0·95 *ha* vrta, 11·256 *ha* livadâ i 38·5 *ha* šume; koliko mu je sve zemljište?

14. U njekoj zemlji urodilo je za četiri zasobične godine 83560, 69012, 64805, 60500 *hl* vina; koliko za sve 4 godine?

15. Za njeki zajednički posao dao je A 2956·6 for., B za 532·2 for. više nego A, a C za 464·2 for. više nego B. Dobitak od toga posla razdieljen je tako, da je A dobio 739·15 for., B za 133·05 for. više nego A, a C za 116·05 for. više nego B. Koliko su svi skupa uložili, i kolik je bio sav dobitak?

16. Dohodci njeke željeznice bjehu: u Siečnju 755952 for., u Veljači 778879 for., u Ožujku 891363 for., u Travnju 840504 for., u Svibnju 914154 for., u Lipnju 976083 for.; koliko za svih šest mjeseci?

17. Češka ima po posljednjem popisu naroda 5560819, Moravska 2153407, Slezka 565475 stanovnika; koliko je stanovnika u sve tri zemlje?

---

3. Odbijanje neimenovanih i jednoimenih cielih i desetinskih brojeva.

§. 12.

Sbrojbi je protivna odbitba. Odbijati reći će, iz sbroja dviju brojeva i jednog od obiju pribrojnika iskati drugi pribrojnik. Zadani sbroj zove se odbitbenikom (minuend), zadani pribrojuik odbitkom (subtrahend), iskani pribrojnik zove se ostatkom ili razlikom (residuum, diferencija). Kad ostatak pribrojimo odbitku, dobije se odbitbenik.

Znak odbitbe je razita crtica ili potez — i izgovara se **manje** (minus); odbitbenik se stavlja pred, a odbitak za potezom: na pr. 8 — 3 = 5 čita se: 8 manje 3 jednako je 5, ili: 3 od 8 ostane 5.

Od svake sbrojbe dviju brojeva, na pr. 8 + 5 = 13, nastanu obratom dva zadatka odbitbe, kako već osim zadana svaki put sbroja 13, odbitbenika, bude kao odbitak zadan ili prvi pribrojnik 8 ili drugi pribrojnik 5. Ako je prvi pribrojnik 8 zadan kao odbitak, tada se ište, koliko još treba k 8 pribrojiti, da dobijemo 13; mora se u brojnom nizu brojiti od 8 napried, dok dospijemo do 13; tako sbrojbom nadjeni broj 5 jest iskani drugi pribrojnik, razlika. Bude li pak drugi pribrojnik 5 zadan kao odbitak, tada nam treba iskati, kojemu bi se broju 5 pribrojilo, da dobijemo 13; t. j. koliko od 13 još preostane, ako se pribrojenih 5 opet odbroji; tako preostavši broj 8 jest iskani prvi pribrojnik, ostatak.

Budući pak da je za sbroj svejedno, koji je od dviju pribrojnika prvi ili drugi, to je takodjer za razliku svejedno, dà li se pri odbijanju upotrebi prva ili druga od gore naznačenih rješitaba. U prvom zadatku dobije se razlika 5 takodjer tim, da se od 13 odbroji 8, u drugom pak zadatku dobije se razlika 8 i tim, ako se k 5 pribroji toliko, da dospijemo na 13.

Po tom se odbitba dviju brojeva može izvesti dvojakim načinom: ili tim, ako se odbitku pribroji toliko jedinica, da dobijemo odbitbenik; ili tim, da se od odbitbenika toliko jedinica odbroji, koliko ih naznačuje odbitak. Na pr. u zadatku 13 — 5 veli se: 5 i **8** je 13, ili 5 od 13 ostane **8**.

Vježbe u glavi.

§. 13.

1. Broji od 100 nazad, svaki put za 1 manje; naime 100, 99, 98, 97, . . .
2. Koje brojeve dobijemo, kad se u naravskom nizu brojeva *a)* od 100, *b)* od 99 sve za 2 a 2 jedinice nazad ide?
3. Umanji *a)* 100 za 3 i svaki novi ostatak opet za 3; onda tako isto *b)* 99, *c)* 98.

4. Broji počevši od 100 za 4 nazad; po tom tako isto počev od 99, 98, 97.

5. Broji u nazad:

a) za 5 počev od 100, 99, 98, 97, 96;
b) „ 6 „ „ 100, 99, ... 96, 95;
c) „ 7 „ „ 100, 99, ... 95, 94;
d) „ 8 „ „ 100, 99. ... 94, 93;
e) „ 9 „ „ 100, 99, ... 93, 92.

6. Odbroji 4, 5, 6, 7, 8, 9 od 13.

7. Za koliko jedinica treba u naravskom nizu brojeva počev od 8 brojiti napried, da se dodje do broja 15?

8. Koliko treba pribrojiti k 6, 7, 8, 9, da se dobije 14?

9. Odredi sliedeće razlike:

a) 11 — 3, 25 — 8, 37 — 4, 43 — 7, 54 — 6, 60 — 5.
b) 52 — 9, 93 — 4, 17 — 6, 65 — 8, 82 — 5, 29 — 7.

10. U brojnom nizu broji od 15 jedan put najprije za 4 a po tom za 5 nazad, drugi put pak najprije za 5 a po tom za 4 nazad. Koji ćeš broj dobiti svaki put?

$$15 - 4 - 5 = 15 - 5 - 4 = 6.$$

Ako od kojega broja treba dva broja odbiti, tada je po iznosak svejedno, mà se oni kojim god redom odbili.

11. U naravskom brojnom nizu broji od 8 najprije za 7 napried a po tom za 5 nazad; zatim broji od 8 najprije za 5 nazad a po tom za 7 napried. Do kojega broja dopreš u svakom slučaju?

$$8 + 7 - 5 = 8 - 5 + 7 = 10.$$

Ako kojemu broju treba njeki drugi broj pribrojiti i od njega koji treći broj odbiti, tada je po iznosak svejedno, kojim se redom sbroji ili odbije.

12. *a)* 26 — 5 — 6. *b)* 35 — 8 — 3 — 5.
31 — 8 — 1. 59 — 2 — 9 — 7.

13. *a)* 4 + 9 — 5. *b)* 78 + 6 — 5 — 4.
35 — 7 + 5. 46 — 8 + 4 — 6.

14. Koliko ostane, ako se 3 desetice odbiju od 8 desetica? Koliko je 70 — 20, 90 — 30, 80 — 50, 120 — 40, 160 — 80?

15. Koliko ostane, ako se 5 stotica odbije od 12 stotica? Koliko je 800 — 300, 900 — 200, 1500 — 700?

16. Odbroji 10 od 200, 60 od 300, 70 od 420.

17. *a)* Koliko je 68 — 5?

$$60 + 8 - 5 = 60 + 3 = 63.$$

Jedinice se odbiju od jedinicâ, desetice ostanu neizmienjene.

b) Koliko je 68 — 50?

$$60 + 8 - 50 = 60 - 50 + 8 = 10 + 8 = 18.$$

Desetice se odbiju od deseticâ, jedinice ostanu neizmienjene.

Od sbroja se njeki broj odbije, ako ga odbijemo samo od jednoga pribrojnika.

18. Koliko ostane, kada se odbije 10 od 25, 20 od 35, 40 od 78, 60 od 96?

19. Koliko je 126 — 50, 153 — 80, 149 — 90, 118 — 30?

20. 98 — 40 + 80 — 50 + 20 — 60.

21. *a)* Koliko je 63 — 8? Mjesto da se u brojnom nizu od 63 postupi za 8 = 3 + 5 nazad, može se najprije za 3 i po tom još za 5 nazad postupiti; dakle je:

$$63 - 8 = 63 - 3 - 5 = 60 - 5 = 55.$$

b) Od 67 odbij 24. Od 67 odbij najprije 20, ostane 47, od toga odbiv još 4, ostanu 43.

$$67 - 24 = 67 - 20 - 4 = 47 - 4 = 43.$$

Mjesto da se od kojega broja odbije sbroj, možemo od njega pojedine pribrojnike jedan za drugim odbiti.

Njeki je put probitačno upotrebiti i obratnu poučku:

Mjesto da se od kojega broja više brojeva jedan za drugim odbije, možemo u jedan put odbiti njihov sbroj.

Na pr. 397 — 38 — 62 = 397 — 100 = 297.

22. Koliko ostane, kad se odbije 16 od 78, 23 od 65, 38 od 80, 18 od 45, 36 od 71, 88 od 124?

23. Razlika je dviju brojeva 27, veći je broj 56; kolik je manji broj?

24. Koliko treba pribrojiti k 31, 45, 67, da se dobije 100?

25. 85 — 24, 67 — 26, 94 — 34, 74 — 53, 83 — 51.

26. 62 — 34, 54 — 27, 86 — 18, 36 — 29, 64 — 37.

27. *a)* 34 + 56 — 42. *b)* 100 — 28 — 42.

28. Odbij 185 od 749. Od 749 odbij najprije 100, ostane ti . . . ; odatle 80, ostane . . . ; odatle još 5, ostane . . .

29. Koliko je 466 — 149, 393 — 208, 586 — 250, 423 — 173, 832 — 565, 706 — 658?

30. *a)* Njeki otac ima 41, njegov sin 12 godina; 1) za koliko je otac stariji od sina; 2) kolika je razlika u dobi obojice bila prije 10 godina; 3) kolika će im razlika dobi biti poslije 10 godina?

b) Koliko je 54 — 6, 64 — 16, 74 — 26?

Razlika se ne izmieni, ako se odbitbeniku i odbitku isti broj pribroji, ili od obojega isti broj odbije.

Ta se poučka može kadkad s probitkom upotrebiti; na pr.:

$$853 - 298 = 855 - 300 = 555,$$
$$648 - 203 = 645 - 300 = 345.$$

Odbijanje cielih brojeva.

§. 14.

Neka se odrede sliedeće razlike:

a) 5978 — 3242; *b)* 845 — 216.

Tuj se radi o tom, da odredimo, koliko jedinicam svakoga reda u odbitku treba pribrojiti, da dobijemo jedinice istoga reda u odbitbeniku.

$$\begin{array}{rrl} a) & 5978 = & 5T\ 9S\ 7D\ 8J \\ & 3242 = & 3T\ 2S\ 4D\ 2J \\ \hline & \text{razlika} & 2T\ 7S\ 3D\ 6J = 2736; \end{array}$$

$$\begin{array}{rrr} & & 15 \\ b) & 845 = & 8S\ 4D\ 5J \\ & 216 = & 2S\ 1D\ 6J \\ & & 2 \\ \hline & 629 = & 6S\ 2D\ 9J \end{array}$$

Da se u primjeru *b)* uzmognu odbiti jedinice od jedinicâ, pribroji se jedinicam odbitbenika još 10 jedinica, a toga radi treba i odbitak, da razlika ostane neizmienjena, za 1 deseticu povećati. Tako će biti: $6J$ i $9J$ je $15J$; kod desetica treba onda $2D$ odbiti od $4D$, čim se dobiju $2D$ kao ostatak; napokon: $2S$ i $6S$ je $8S$.

Odbijajući dakle brojeve, pribroji se redom, počevši od jedinicâ, svakoj znamenci odbitka toliko, da se dobije nad njom stojeća znamenka odbitbenika, a pribrojeni tako broj piše se svaki put u ostatak. Ako je koja znamenka odbitka veća od istomjestne znamenke odbitbenikove, tada treba toj posljednjoj pribrojiti 10 i onda odbiti; ali s toga se mora zajedno i znamenka na obližem višem mjestu odbitka za 1 povećati.

Da se tko osvjedoči o izpravnosti odbitbe, treba mu samo ostatak pribrojiti odbitku, a tim će, ako je dobro odbijeno, izaći odbitbenik. Druga je prokušnja (proba) za izpravnost ostatka u tom, da se ostatak odbije od odbitbenika, čim se dobije odbitak.

Odbitba se može upotrebiti i kao prokušnja za izpravnost sbrojbe. Ako se naime svi pribrojnici osim jednoga sbroje, pa se tako dobiveni sbroj odbije od sbroja svih pribrojnika, tada, ako je sbrojba valjana, mora izaći izostavljeni pribrojnik.

Zadatci.

1.

967	Govori se:	2 i 5 je 7;
592		9 i 7 je 16, 1;
375		6 i 3 je 9.

2. Koji broj treba pribrojiti k 208, da se dobije 419?

3.

a) 865	*b)* 698	*c)* 739	*d)* 905	*e)* 724
342	173	486	637	298

4.

a) 677	*b)* 694	*c)* 300	*d)* 834	*e)* 543
316	452	85	508	268

5. Sa zadatci pod 4. učini prokušnju.

6. *a)* $347 + 906 - 468$. *b)* $981 - 483 + 297$.

7. Od 1000 treba odbiti brojeve 234, 423 i 342; ili $1000 - (234 + 423 + 342)$.

8. Koji broj pribrojen k 2109 dade sbroj 8056?

9.

a) 4066	*b)* 9521	*c)* 5187	*d)* 3854
2135	670	2468	1577

10. *a)* $25368 - 14843$. *b)* $84691 - 80079$.

*

11. Sa zadatci pod 9. i 10. učini prokušnju.

12. 24680 — 18772 + 97531 — 68024.

13. Za koliko je sbroj 25936 + 57108 veći od sbroja 31527 + 40874?

14. Za koliko je razlika 81352 — 62586 manja od razlike 72542 — 53079?

15. Neka se sbroje brojevi 325467, 527496, 907245, 48394, pak neka se od njihova sbroja odbiju redom prva tri pribrojnika; kolik je ostatak?

16. Od 401894 neka se odbiju brojevi 139214, 91078, 35709, 102775.

$$\begin{array}{r} 401894 \\ 139214 \\ 91078 \\ 35709 \\ 102775 \\ \hline 33118 \end{array}$$

Mjesto da se tu najprije sbroje oni brojevi, što ih treba odbiti, pak da se njihov sbroj od zadanoga odbitbenika odbije, može se sa sbrajanjem onih brojeva, što ih treba odbiti, odmah spojiti i odbitba od odbitbenika. Pošto su naime jedinice svih odbitaka sbrojene, traži se odmah, koliko njihovu sbroju 26 treba još pribrojiti, da se dobije obližnji viši broj, koji na mjestu jedinica ima znamenku 4 odbitbenika, t. j. da se dobije 34; 26 i 8 jesu 34; tih 8 pribrojenih jedinica napiše se odmah za izgovaranja kao ostatak. One 3 desetice iz dobivena sbroja 34 pribroje se deseticam odbitka, a zatim se postupa kao i kod jedinica. Pri tom se veli: 5, 14, 22, 26, i 8 jesu 34, 3; 10, 17, 18, i 1 je 19, itd.

17. 5248901 — (863147 + 168854 + 279039 + 996489).

18. 71357093 — (684260 + 925476 + 1043325 + 842079).

19. Izvrši još jedan put sbrojbe u §. 9., zadatku 10. i prokušaj ih odbitbom izostaviv prvi pribrojnik.

Odbijanje desetinskih brojeva.

§. 15.

Desetinski brojevi odbijaju se istim načinom kao i cieli brojevi. Napiše li se odbitak pod odbitbenikom, tada treba desetinske točke staviti jednu pod drugu. N. pr.

$$\begin{array}{r} 8{\cdot}09 \\ 5{\cdot}453 \\ \hline 2{\cdot}637 \end{array}$$

3*t* i 7*t* je 10*t*, 1; 6*s* i 3*s* je 9*s*;
4*d* i 6*d* je 10*d*, 1; 6*J* i 2*J* je 8*J*.

Zadatci.

1. 34·56   Izgovaraj: 2 i 4 je 6; 9 i 6 je 15, 1;
   6·92   desetinska točka;
   27·64   7 i 7 je 14, 1; 1 i 2 su 3.

2. Koji je broj za 2·678 manji od 8·765?
3. Za koliko je 61·43 *a*) veće od 23·958, *b*) manje od 70?
4. Razlika dviju brojeva jest 5·593, veći je broj 12·75; kolik je manji?
5. Odbij i učini prokušnju:

a)	*b*)	*c*)	*d*)
28·355	85·7	9·04	1000
16·79	9·416	0·2607	16·667

6. *a*) 38·593 — 15·838, *b*) 67·859 — 48·369, *c*) 73·314 — 8·2076, *d*) 5·3415 — 0·88723.
7. Prokušaj odbitbe pod 6.
8. 35·1097 + 27·4066 — 41·0365 — 10·3721.
9. Kolik je sbroj triju brojeva, od kojih je prvi 128·794, drugi za 53·165 manji od prvoga, a treći za 9·98 manji od drugoga?
10. Neka se od 152·4405 odbiju brojevi 9·1085, 20·3668, 17·4519.
11. 7901·305 — (206·0408 + 123·456 + 789·012 + 135·79 + 802·406 + 918·273).

Odbijanje jednoimenih brojeva.

§. 16.

Pri odbitbi imenovanih brojeva treba da su odbitbenik i odbitak istog imena, koje ime dobije i ostatak.

Zadatci. (Za pismenu a dielomice i ustmenu rješitbu.)

1. Od 1 trube platna, koja je 52*m* duga, odreže se 35*m*; koliko još metara preostane?
2. Njeki sin, kada mu je bilo 47 godina, izgubio je svojeg otca od 75 godina; za koliko je otac bio stariji od sina?
3. Njeka je roba kupljena za 350 for., a prodana za 408 for.; koliko je pri tom dobiveno?
4. Njeki trgovac proda robe za 824·64 for. i tim dobije 76·08 for.; po što je on tu robu kupio?

5. Njetko za četvrt godine primi 900 for., a izda 813 for.; koliko je on uštedio?
6. Od 750 *kg* kave prodade se jedno za drugim: 128, 57, 105 *kg*; koliko je kave još preostalo?
7. Od oranice, koja ima 4·42 *ha*, prodadu se 2·0825 *ha*; koliko još preostane?
8. Ameriku je Columbus odkrio godine 1492.; koliko je sada godina poznata?
9. Car i kralj Franjo I. rodio se god. 1768, u dobi od 24 godine započeo vladati a umrie god. 1835; *a)* koje je godine počeo vladati, *b*) u kojoj je dobi umro?
10. Godine 1880. brojilo se od izumljenja parnih strojeva 181 godina, od izumljenja knjigotiskarstva 440 godina a od izumljenja našega papira 629 godina; koje se je godine svaki od tih izuma sbio?
11. Koliko dana ima u prvih šest mjeseci proste godine manje nego li u šest posljednjih?
12. Njetko je dugovao 742·5 for., pak treba da još odplati 318·75 for.; koliko je već odplatio?
13. Njeki otac ostavi starijemu sinu 6840 for., a mladjemu za 1580for. manje; koliko dobiju obadva sina skupa?
14. Mjesto je A za 128 *m* uzvišenije nego B, B za 87 *m* uzvišenije nego C, a C za 68 *m* niže nego D: za koliko A nadvisuje D?
15. Dužina nihala, koje se svakoga časka zanihne jedan put, čini na krajniku 996·088 *mm*, na polutniku 990·891 *mm*; kolika je razlika obiju dužina?
16. Gradac u Štajerskoj imadjaše godine 1820. 36012 stanovnika, a godine 1880. 97791; za koliko se je stanovničtvo medjutim umnožilo?

---

4. Množenje neimenovanih i jednoimenih cielih i desetinskih brojeva.

§. 17.

Ponovno sbrajanje jednog istoga pribrojnika dovodi nas na množbu ili množitbu (multiplicatio). Množiti reći će, jedan broj toliko puta kao pribrojnik uzeti, koliko puta to kaže drugi broj. N. pr. 5 množiti sa 3 znači 5 uzeti 3puta kao pribrojnik, a tim se dobije $5 + 5 + 5 = 15$.

Broj, koji se uzimlje više puta kao pribrojnik, zove se množbenikom (multiplicandus), onaj pak, koji pokazuje, koliko puta treba množbenik uzeti, zove se množilom (multiplicator). Broj, koji dobijemo množenjem, zove se umnožkom (product). Množbenik i množilo zovu se još i činbenici (factori) umnožka.

Množilo je svagda neimenovano; množbenik može biti i imenovan, pak je tada i umnožak imenovan ter sa množbenikom istoimen.

Znak množbe je kosi krst $\times$ ili takodjer točka. Na pr.: $5 \times 3 = 15$ ili $5 . 3 = 15$ čita se: 5 umnoženo sa 3 jednako je 15, ili: 3puta 5 je 15; 5 je tuj množbenik a 3 množilo.

Pod umnožkom od više nego li dva broja razumije se končani umnožak, koji dobijemo. ako se umnožak prvih dviju brojeva umnoži sa trećim brojem, taj novi umnožak sa četvrtim brojem, itd.

Prve vježbe (Računanje u glavi).

§. 18.

1. Koliko je 1put 1, 1put 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9?
2. Koliko je 2puta 1, 2puta 2, 3, ... 8, 9?
3. Koliko je 3gubo od 1, 2, 3, ... 8, 9?
4. koliko je 4puta 1, 4puta 2, 3, ... 8, 9?
5. Koliko je 5puta 1, 5puta 2, 3, ... 8, 9?
6. Koji niz brojeva dobijemo, ako brojeve 1, 2, 3, ... 8, 9 po redu 6puta kao pribrojnike stavimo?
7. Koliko je 7puta 1, 7puta 2, 3, ... 8, 9?
8. Koliko je 8puta 1, 8puta 2, 3, ... 8, 9?
9. Koji je broj 9puta veći nego 1, 2, 3, ... 8, 9?

Posljedci predjašnjih vježba čine tako zvani jedan put jedan vriednostî znamenaka, što treba dobro upamtiti.

10. Od svaka dva uporedo, pa tako isto od svaka dva jedan pod drugim stojeća obližnja broja, a da ih same ne izrečeš, naznači odmah umnožak:

2	9	7	1	3	5	6	4	8
4	5	1	9	2	7	3	8	6
9	3	6	2	4	6	8	2	7
8	4	9	5	7	6	5	3	2

11. *a)* Koliko je 5×3? Koliko 3×5?

Razstavi li se 5 na pet jedinica, pak se te razitim redom predoče ter 3 takova reda jedan pod drugim napišu:

$$\begin{matrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{matrix}$$

to očevidno dobijemo jednako, sbrojile se jedinice svih razitih ili svih osovnih redova. Sbrojimo li jedinice razitih redova, dobit ćemo 5 jedinica 3 puta, ili 5×3; sbrojimo li jedinice osovnih redova, dobit ćemo 3 jedinice 5puta. Dakle je $5 \times 3 = 3 \times 5 = 15$.

Umnožak se ne izmieni, ako mu činbenike medju se promienimo. (Zakon o promjenjivanju činbenika.)

b) Treba li više nego dva broja množiti, n. pr. 3, 4 i 5, tada možemo, da se umnožak ne izmieni, dva a dva zasobična činbenika medju se promieniti i ponovljenom promjenom svaki činbenik postaviti na svako mà koje mjesto.

c) $\underbrace{3.4}.5 = \underbrace{3.5}.4 = 5.\underbrace{3.4} = \underbrace{5.4}.3 = 4.\underbrace{5.3} = 4.\underbrace{3.5} = 60.$

Takodjer je uz više nego dva činbenika po umnožak svejedno, kojim se redom oni umnože.

12. Koliko je 1put 10, 2puta 10, 3puta 10, . . . 9puta 10?

13. Koliko je 1put 100, 2puta 100, . . . 9puta 100?

14. Koliko je 2puta 4 desetice? Koliko je 2puta 50, 3puta 40, 5puta 60, 7puta 30, 9puta 80?

15. Koliko je 3puta 2 stotice? Koliko je 2puta 400, 5puta 700, 4puta 500, 7puta 600, 8puta 900?

16. Koliko je 10puta 1, 10puta 2, 10puta 3, 4, ... 9? Sto dakle bude od jedinicâ, ako se 10puta uzmu?

17. Koliko je 10puta 10, 10puta 20, 10puta 50, 10puta 80? Sto dakle bude od deseticâ, ako se 10puta uzmu?

18. Koliko je 100puta 1, 100puta 2, 100puta 3, 4, ... 9? Što bude od jedinicâ, ako se uzmu 100puta?

19. Koliko je 100puta 10, 20, 50, 90? Što bude od deseticâ, ako se uzmu 100puta?

20. Koliko je 4puta 20? Koliko je 4puta 6? Koliko je dakle 4puta 26?

$$26 \times 4 = 20 \times 4 + 6 \times 4 = 80 + 24 = 104.$$

S b r o j s e s n j e k i m b r o j e m u m n o ž i, a k o m u s v a k i p r i b r o j n i k s i s t i m b r o j e m u m n o ž i m o i d o b i v e n e p o č e s t n e u m n o ž k e s b r o j i m o.

21. Koliko je 2 puta, 3 puta, . . . 9 puta *a)* 11, *b)* 12, *c)* 15, *d)* 16?

22. Koliko je 3 puta 18, 4 puta 21, 5 puta 34, 6 puta 53, 2 puta 127?

23. Uzmi svaki od brojeva:
a) 25, *b)* 84, *c)* 45, *d)* 78, *e)* 51, *f)* 94, *g)* 36
m) 2 puta, *n)* 3 puta, *o)* 7 puta, *p)* 8 puta, *q)* 9 puta.

24. Koliko je 15 puta 30?

Mjesto da se 30 postavi 15 puta kao pribrojnik, možemo, budući da je $15 = 3 \times 5$, najprije svaka 3 od jednakih pribrojnika u jedan sbroj skupa shvatiti; tim se dobije 5 jednakih sbrojeva, koje još treba sbrojiti, što bude, ako jedan od tih sbrojeva sa 5 umnožimo.

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & 30 & & 30 & & 30 & & 30 & & 30 \\ & & 30 & & 30 & & 30 & & 30 & & 30 \\ & & \underline{30} & & \underline{30} & & \underline{30} & & \underline{30} & & \underline{30} \\ 30 \times 15 & = & 90 & + & 90 & + & 90 & + & 90 & + & 90 = 90 \times 5 = 450, \end{array}$$

$$\text{dakle } 30 \times 15 = 30 \times 3 \times 5 = 90 \times 5 = 450.$$

D a s e k o j i b r o j s n j e k i m u m n o ž k o m o d d v i j u č i n b e n i k a u m n o ž i, m o ž e m o g a u m n o ž i t i s j e d n i m č i n b e n i k o m, p a i z n o s a k s d r u g i m č i n b e n i k o m.

25. Koliko je 20 puta 8? 20 je 2×10; dakle mjesto da se množi sa 20, umnoži se najprije sa 2 a iznosak još sa 10; 2 puta 8 je 16, 10 puta 16 je 160.

26. Koliko je 20 puta 10, 30 puta 30, 50 puta 40?

27. Koliko je 20 puta 12, 30 puta 15, 60 puta 13?

28. Koliko je 12 puta 35?

Iznosak je jednak, da li se 12 kusova koje robe plati u jedan put, ili najprije 10 kusova a po tom još 2 kusa po 35 novč.

$$35 \times 12 = 35 \times 10 + 35 \times 2 = 350 + 70 = 420.$$

B r o j s e s n j e k i m s b r o j e m u m n o ž i, a k o g a s a s v a k i m p r i b r o j n i k o m u m n o ž i m o i d o b i v e n e p o č e s t n e u m n o ž k e s b r o j i m o.

29. Koliko je 13 puta 20, 17 puta 51, 24 puta 33, 22 puta 350?

Množenje cielih brojeva.

§. 19.

a) Množenje s jednoznamenkastim brojem.

Neka na pr. broj 132 treba umnožiti sa 3.

$$\begin{array}{r} 132 \\ 132 \\ \underline{132} \\ 396 \end{array} \qquad \text{množbenik } \underline{132 \times 3} \text{ množilo} \qquad 396 \text{ umnožak}$$

3 puta $2J$ je $6J$,
3 puta $3D$ je $9D$,
3 puta $1S$ jesu $3S$.

Koju mjestnu vriednost ima umnožak, ako se jedinice, desetice, stotice, . . . umnože sa jedinicami?

Neka se još 456 umnoži sa 8.

$$\begin{array}{l} 456 \times 8 \\ \hline 3648 \end{array}$$

8 puta $6J$ je $48J$, t. j. $8J$ i $4D$;
8 puta $5D$ je $40D$, i $4D$, jesu $44D$, t. j. $4D$ i $4S$;
8 puta $4S$ jesu $32S$, i $4S$ je $36S$.

Dakle s jednoznamenkastim množilom umnožimo, ako se redom umnože jedinice, desetice, stotice, . . . množbenika i dobiveni umnožci napišu kao jedinice istoga reda; ako je pak umnožak dvoznamenkast, tada ćemo na dotično mjesto staviti samo jedinice onoga reda, desetice pak kao jedinice obližnjega višega reda pribrojiti umnožku obližnje više znamenke.

b) Množenje s kojim brojem višega reda.

D a s e k o j i b r o j u m n o ž i sa 10, 100, 1000 . . . , treba samo svakoj njegovoj znamenci dati 10 puta, 100 puta, 1000 puta. . . veću vriednost, što se sbude, pripisavši množbeniku na desno 1, 2, 3, . . . ništice. N. pr.:

$$\begin{array}{c} 318 \times 10 \\ \hline 3180 \end{array} \qquad \begin{array}{c} 709 \times 100 \\ \hline 70900 \end{array} \qquad \begin{array}{c} 850 \times 1000 \\ \hline 850000 \end{array}$$

Umnoži svaki od rednih brojeva

1, 10, 100, 1000, 10000, 100000

sa svakim rednim brojem

1, 10, 100, 1000, 10000, 100000.

Koji se redni broj dobije svaki put kao umnožak?

Posljedci su u sliedecem pregledalu, koje čini jedan dio tako zvanoga j e d a n p u t j e d a n m j e s t n i h v r i e d n o s t i.

J	*D*	*S*	*T*	*Dt*	*St*	
D	*S*	*T*	*Dt*	*St*	*M*	
S	*T*	*Dt*	*St*	*M*	*Dm*	
T	*Dt*	*St*	*M*	*Dm*	*Sm*	
Dt	*St*	*M*	*Dm*	*Sm*	*Tm*	
St	*M*	*Dm*	*Sm*	*Tm*	*Dtm*	

U tom pregledalu, koje treba dobro upamtiti, umnožak od kojega god rednoga broja u najvišem razitom stupcu i kojega god rednoga broja u prvom osovnom stupcu nalazi se u presjecištu obiju stupaca.

c) Množenje s višeznamenkastim brojem.

Ako je množilo n. pr. $40 = 4 \times 10$ ili $400 = 4 \times 100$, tada se množbenik umnoži najprije sa 4, a zatim još sa 10 ili dotično sa 100, pripisavši prvomu umnožku jednu ili dvie ništice.

Treba li na pr. 649 umnožiti sa 435. tada se množbenik uzme najprije 400 puta, zatim 30 puta, napokon 5 puta, i dobiveni se počestni umnožci sbroje.

Dakle dobijemo

	649×435	ili	649×435
400 puta 649 . . .	259600		2596
30 puta 649 . . .	19470		1947
5 puta 649 . . .	3245		3245
	282315		282315

Ništice na desno u počestnih umnožcih samo su za to, da prvoj od 0 različnoj znamenci a po tom i ostalim znamenkam pokažu pravo mjesto; s toga se one mogu i izostaviti. čim o mjestnoj vriednosti tih znamenaka ne uzmogne nastati nikakova dvojba, što je tuj slučaj, budući da najniža od 0 različna znamenka svakoga počestnog umnožka mora značiti jedinice istoga reda, kao i znamenka množila, s kojom je umnoženo.

Kojim se redom množi sa pojedinimi znamenkami množila, to je svejedno, samo ako se počestni umnožci po svojem položaju kako treba jedan pod drugim napišu. Čini se obćenito, da je najsgodnije, množiti najprije sa najvišom znamenkom množila, pak onda po redu sa nižimi znamenkami, pri čem se svaki sliedeći počestni umnožak pomakne za jedno mjesto dalje na desno i zatim počestni umnožci, kako su napisani, sbroje.

Bude li u množilu na njegovih unutrašnjih mjestih koja ništica, ta se pri množenju preskoči, no zato se obliže sliedeći počestni umnožak pomakne za dva mjesta dalje na desno.

Najbolje se izpravnost množbe prokuša, ako činbenike medju se promienimo i po tom množbu još jedan put obavimo; dobije li se tim opet isti umnožak, tada ga smijemo smatrati izpravnim.

d) Računski probitci.

1. Ako se množilo dade razstaviti na dva činbenika, s kojimi je laglje množiti, tada se množbenik množi najprije s jednim činbenikom a po tom umnožak s drugim činbenikom. N. pr.

$$\begin{array}{rl} 51046 & \times\, 24 \\ \hline & \times\, 4 \\ 204184 & \\ \hline & \times\, 6 \\ 1225104 & \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{rl} 21596 & \times\, 350 \\ \hline & \times\, 7 \\ 151172 & \\ \hline & \times\, 50 \\ 7558600 & \end{array}$$

2. Ako je prva ili posljednja znamenka u množilu 1, tada se množbenik ostavi neizmienjen kao počestni umnožak te znamenke, pak se množi samo s ostalimi znamenkami množila, a tim dobiveni počestni umnožci podpišu se kako treba. Na pr.

$$\begin{array}{rl} 15308 & \times\, 13 \\ 45924 & \\ \hline 199004 & \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{rl} 40925 & \times\, 301 \\ 122775 & \\ \hline 12318425 & \end{array}$$

3. Ako je množilo 11, tada se prva desna znamenka množbenika napiše neizmienjena, zatim se prvoj znamenci pribroji druga, drugoj treća, itd. Na pr.:

$$\begin{array}{rl} 79264 & \times\, 11 \\ 79264 & \\ \hline 871904 & \end{array} \qquad \text{kraće} \quad \begin{array}{rl} 79264 & \times\, 11 \\ \hline 871904 & \end{array}$$

Zadatci.

1. $\begin{array}{rl} 3716 & \times\, 4 \\ \hline 14864 & \end{array}$ Izgovaraj: **24**, 2; 4, **6**; **28**, 2; 12, **14**.

2. Umnoži s 2, 3, 4, ... 8, 9 sliedeće brojeve:

24, 714, 956, 512, 382, 4067, 8406,
87, 508, 484, 205, 475, 2596, 9057.

3. Umnoži broj 5 sa samim sobom, umnožak opet sa 5, itd., dok dobiješ 5 umnožaka; *a)* kolik je posljednji umnožak, *b)* kolik je sbroj svih umnožaka?

4. *a)* 13794 × 2. *b)* 29078 × 6.

5. Umnoži 91072 sa 3, umnožak sa 4, a novi umnožak opet sa 5.

6. Umnoži 905347 6 puta zasobce sa 3, isto toliko puta sa 4, 5, 6, 7, 8, 9.

7. *a)* 49758 × 10. *b)* 69450 × 100.
1982523 × 60. 193146 × 5000.

8. Umnoži 5798 sa 10, 100, 1000, 30, 500, 8000.

9. Koliko je 5016237 × 9 + 83406 × 2000?

10. Odredi još prije obavljene množbe mjestnu vriednost najviše znamenke umnožkom:

a) 563 × 37; *b)* 9154 × 266;
c) 13048 × 74; *d)* 38701 × 453;
e) 29207 × 4014; *f)* 64075 × 12345.

11. Izaberi u uzporednoj množbi koju god znamenku jednoga počestnog umnožka, pak joj odredi mjestnu vriednost po mjestnoj vriednosti znamenaka, od kojih je množenjem nastala.

$$\begin{array}{r} 5\underline{1}79 \times 36\underline{4}8 \\ \hline 15537 \\ 31074 \\ 20\underline{7}16 \\ 41432 \\ \hline 18892992 \end{array}$$

N. pr.: Znamenka 7 trećega počestnog umnožka postala je množenjem 1 *S* sa 4 *D*; ta dakle znamenka ima mjestnu vriednost *S* × *D*, t. j. *T*.

12. Tako isto postupaj u množbah:

a) 7927 × 3462; *b)* 15824 × 6159.

13. Odredi umnožak od svaka dva uporedo i od svaka dva jedan pod drugim stojeća broja, pak učini prokušnju promjenom činbenika:

3179	5084	2263	4706	5328
4826	7519	9081	8530	6407.

14. Kolik je 5206 kratnik *a*) od 49032? *b*) od 52963?

15. *a*) 470300 × 51207. *b*) 85290 × 14930.
89370 × 38147. 21092 × 49753.

16. Umnoži svaki od brojeva *a*) 63758, *b*) 29370, *c*) 57012 sa svakim od brojeva *m*) 6120, *n*) 33049, *p*) 32678, pak učini prokušnju promjenom činbenika.

17. 41397 × 80902 × 4630.

18. 5602 × 7981 × 3596 × 4085.

Odredi upotrebom probitaka:

19. *a*) 76263 × 27. *b*) 32289 × 72.
90648 × 45. 56071 × 36.

20. *a*) 809175 × 48. *b*) 126054 × 54.
287050 × 64. 293491 × 630.

21. *a*) 17052 × 17. *b*) 92478 × 144.
947063 × 51. 708347 × 601.

22. *a*) 439251 × 61. *b*) 135709 × 321.
580463 × 19. 688437 × 159.

23. $\underline{738526 \times 11}$ Izgovaraj: 6, 8, 7; 13, 1;
8123786 9, 12, 1; 4, 11, 1; 8.

24. *a*) 561289 × 11. *b*) 834190 × 11.
806509 × 11. 688437 × 11.

25. Svaki od brojeva 34129, 93256, 170948 umnoži 4 puta zasobce sa 11.

Množenje desetinskih brojeva.

§. 20.

a) Množenje desetinskoga broja s jednoznamenkastim cielim brojem.

Neka treba n. pr. 0·836 umnožiti sa 7.

$\underline{0{\cdot}836 \times 7}$ 7 puta 6*t* jesu 42*t*, ili 2*t* i 4*s*;
5·852 7 puta 3*s* je 21*s*, i 4*s* je 25*s*, ili 5*s* i 2*d*;
7 puta 8*d* je 56*d*, i 2*d* je 58*d*, ili 8*d* i 5*J*.

Koju mjestnu vriednost ima umnožak, ako se desetine, stotine, tisućine, . . . umnože sa jedinicami?

b) Množenje desetinskoga broja s višim rednim brojem.

Da se desetinski broj umnoži sa 10, 100, 1000, . . . treba svakoj njegovoj znamenci dati 10 puta, 100 puta, 1000 puta,. . . višu vriednost. To se sbude, pomaknuv desetinsku točku za 1, 2, 3,. . . mjesta na desno. N. pr.

0·345 × 10	5·082 × 100	6·47 × 100	0·89 × 1000
3·45	508·2	647	890

Koji se redni broj dobije, ako svaki od rednih brojeva:

1, 0·1, 0·01, 0·001, 0·0001, 0·00001

zasobce sa rednimi brojevi

1, 10, 100, 1000, 10000, 100000

umnožimo?

Posljedci se nalaze u sliedećem jedan put jedan mjestnih vriednosti razsežućem pregledalu:

J	*d*	*s*	*t*	*dt*	*st*	
D	*J*	*d*	*s*	*t*	*dt*	
S	*D*	*J*	*d*	*s*	*t*	
T	*S*	*D*	*J*	*d*	*s*	
Dt	*T*	*S*	*D*	*J*	*d*	
St	*Dt*	*T*	*S*	*D*	*J*	

c) Množenje desetinskoga broja s višeznamenkastim cielim brojem.

Da se desetinski broj umnoži n. pr. sa 30 = 3 × 10 ili sa 300 = 3 × 100, umnožimo ga najprije sa 3, pa zatim još umnožak dotično sa 10 ili 100, pomaknuvši desetinsku točku za 1 ili 2 mjesta na desno.

Neka se umnoži 5·903 sa 257.

```
                       5·90 3 × 257
200 puta 5·903 ... 11 80·6
 50 puta 5·903 ...  2 95·15
  7 puta 5·903 ...    41·321
                   15 17·071
```

Najniža znamenka 1 umnožka postala je množenjem najniže znamenke 3 množbenika sa jedinicami 7 množila; s toga ona mora imati sa posljednjom jednaku mjestnu vriednost, t. j. u umnožku mora biti upravo toliko desetinskih mjesta kao u množbeniku.

d) Množenje desetinskoga broja s nižim rednim brojem.

Množenje sa 0·1, 0·01, 0·001, . . . kako je u §. 17. razjašnjeno, ne ima nikakova smisla. Ako će ono imati značenja, treba pojam množbe zgodno razsegnuti.

Imamo $0·1 \times 10 = 1$, $0·1 \times 100 = 10$, $0·1 \times 1000 = 100$.

Uzmemo li sada da je zakon o promjenjivanju činbenika obćenito valjan, tada je takodjer

$10 \times 0·1 = 1$, $100 \times 0·1 = 10$, $1000 \times 0·1 = 100$.

Na tom se osniva sliedeći razjašnjaj:

Množiti koji broj sa 0·1 reći će, uzeti njegovu desetu čest.

Tako isto sliedi:

Množiti koji broj sa 0·01, 0·001, . . . reći će, uzeti njegovu 100tu, 1000nu . . . čest.

Dakle da se desetinski broj umnoži sa 0·1, 0·01, 0·001, treba od vriednosti svake njegove znamenke uzeti 10tu, 100tu, 1000nu čest. To se poluči pomaknuvši desetinsku točku za 1, 2, 3 mjesta na lievo. N. pr.

$52·3 \times 0·1$	$75·6 \times 0·01$	$9·28 \times 0·001$
5·23	0·756	0·00928.

Koji se redni broj dobije, ako svaki od rednih brojeva

1, 0·1, 0·01, 0·001, 0·0001, 0·00001

zasobce sa rednimi brojevi

1, 0·1, 0·01, 0·001, 0·0001, 0·00001

umnožimo?

Posljedci su u sliedećem jedan put jedan mjestnih vriednosti završujućem pregledalu.

J	*d*	*s*	*t*	*dt*	*st*	
d	*s*	*t*	*dt*	*st*	*m*	
s	*t*	*dt*	*st*	*m*	*dm*	
t	*dt*	*st*	*m*	*dm*	*sm*	
dt	*st*	*m*	*dm*	*sm*	*tm*	
st	*m*	*dm*	*sm*	*tm*	*dtm*	

e) Množenje desetinskoga broja s višeznamenkastim desetinskim brojem.

Neka se odrede sliedeći umnožci:

a) 48·57 × 0·03, *b)* 70·98 × 0·006.

a) 48·57 × 0·03
1·4571

7*s* × 3*s* dade 21*dt*; znamenka 1 stoji na 4tom desetinskom mjestu.

b) 70·98 × 0·006
0·42588

8*s* × 6*t* dade 18*st*; s toga znamenka 8 dodje na 5to desetinsko mjesto.

Neka se sad 23·56 umnoži sa 3·789.

	23·56 × 3·789
23·56 × 3 ...	70·68
23·56 × 7 ...	16·492
23·56 × 8 ...	1·8848
23·56 × 9 ...	0·21204
	89·26884.

Tako isto dobije se

15·3 × 3·14	4·23 × 0·01307
45·9	0·0423
1·53	1269
612	2961
48·042	0·0552861.

Pošto se najniža znamenka u umnožku dobije, umnoživ najnižu znamenku množbenika sa najnižom znamenkom množila, lako se razabira, da umnožak mora imati toliko desetinskih mjesta kao obadva činbenika skupa.

Zadatci.

1. 5·367 × 4
21·468

Izgovaraj: 28, 2; 24. 26, 2; 12, 14, 1; desetinska točka; 20, 21.

2. Umnoži sa 2, 3, 4, ... 8, 9 sliedeće brojeve:
5·2, 27·5, 4·19, 76·9, 2·18. 0·1937, 6·712,
0·66, 1·67, 7·09, 43·5, 8·03, 0·3385, 2·198.

3. *a)* 7·245 × 6. *b)* 3·1416 × 3 × 5.

4. 78·932 × 2 × 6 × 8.

5. 135·79 × 2 × 3 × 5 × 7.

6. 640·28 × 6 × 6 × 6 × 6.

7. Umnoži 39·2507 zasobce 4 puta sa 3, tako isto sa 4, 7, 8, 9.

8. *a)* 3926·08 × 100. *b)* 1·3472 × 1000.

9. Umnoži broj 3·8016 sa 10, 100, 1000, 10000, 100000, 1000000.

10. *a)* 79·056 × 20. *b)* 5·2403 × 400.

11. *a)* 0·91 × 58. *b)* 4·301 × 92.
0·418 × 82. 12·856 × 37.

12. *a)* 0·336 × 432. *b)* 2·7136 × 703.
5·092 × 693. 0·0795 × 2618.

Izračunaj upotrebiv probitke:

13. *a)* 0·7912 × 32. *b)* 25·4426 × 56.
7·8507 × 49. 19·0837 × 350.

14. *a)* 6·1384 × 19. *b)* 6·78913 × 11.
32·7051 × 401. 0·54265 × 110.

15. Umnoži 87·35 sa 0·1, 0·01, 0·001.

16. Kolik je umnožak od 5 činbenika, od kojih je svaki 0·8?

17. Načini umnožak od 6 jednakih činbenika, od kojih je svaki
a) 0·2, *b)* 0·5, *c)* 0·9.

18. *a)* 39·56 × 1·2. *b)* 4·2789 × 7·5.
60·58 × 3·7. 0·4065 × 0·92.

Prije obavljene množbe u zadatcih 19. i 20. odredi mjestnu vriednost najvišoj i najnižoj znamenci umnožka.

19. *a)* 628·49 × 0·327. *b)* 1·8516 × 51·8.
c) 3074·18 × 0·0656. *d)* 727·391 × 0·857.

20. *a)* 72·462 × 13·907. *b)* 330·57 × 28·38.
c) 81·427 × 643·27. *d)* 8313·52 × 0·00665.

21. Izradi sliedeće umnožke pak za koju god u počestnih umnožcih odabranu znamenku odredi mjestnu vriednost po načinu njezina postajanja:
a) 34·141 × 9·864. *b)* 5·7719 × 0·057.
c) 0·81302 × 0·129. *d)* 0·7264 × 0·3642.

22. Umnoži svaka dva uporedo i svaka dva jedan pod drugim stojeća broja pak učini prokušnju promjenom činbenika:

15·328	6·2104	8·4025	3·1416	14·8875
5·789	0·0175	0·0957	12·8572	0·53644.

23. Koliki su umnožci, što se dobiju, ako svaki od brojeva *a)* 3709·2, *b)* 566·25, *c)* 10·8273 umnožimo sa samim sobom?

24. Kolik je umnožak od triju činbenika, od kojih je svaki jednak *a*) 0·108, *b*) 29·05, *c*) 31·554?

Množenje jednoimenih brojeva.

§. 21.

Zadatci.

1. 1*hl* vina stoji 48 for., po što je 9*hl*?

1*hl* vina stoji 48 for., 9*hl* je 9 puta 1*hl*, dakle 9*hl* stoji 9 puta 48 for. = 432 for.

2. Po što je 8*a* zemljišta, kojega 1*a* stoji *a*) 17 for., *b*) 23 for., *c*) 30 for., *d*) 36·75 for.?

3. 1*dm* sukna stoji 0·34 for.; po što je 1*m*?

4. 1*l* vina stoji 0·48 for.; po što je 1*hl*?

5. 1*kg* šećera stoji 0·36 novč.; po što je 1*g*?

6. 1*m* stoji 7·28 for.; po što je *a*) 35*m*? *b*) 72·25*m*?

7. Od 1*kg* čista srebra kuje se 90 forinti austrijske vriednosti; koliko forinti od 236*kg*?

8. Promjer nove austrijske dvoforintače ima 36*mm*, a promjer forintače 29*mm*; koju ćemo dužinu dobiti, ako 2 dvoforintače i 32 forintače postavimo istim pravcem jednu uz drugu?

9. Koju vriednost ima u austr. vr. 2408 franaka po 0·485 for.?

10. Ako je 1*hl* vina kupljen za 23 for. a 32*hl* prodadu se za 832 for., koliko se prodajom dobije?

11. *A* dade *B*-u 118*hl* ječma po 5 for. a dobije za to od *B*-a 14*hl* vina po 21 for.; koliko novaca treba mu još od *B*-a iskati?

12. Njetko kupi 17*ha* oranice po 955 for., 4*ha* livadâ po 583 for. i 22*ha* šume po 295 for.; koliko svega treba da plati?

13. Ako 1*ha* oranice daje poprieko 13*hl* žita, koliko ga urodi *a*) na 9*ha*? *b*) na 15*ha*? *c*) na 29·75*ha*?

14. Njeka glavnica dade za jednu godinu 173·41 for. dobíti; koliko za 2·5 godine?

15. Po što je 13·25*hl*, ako 1*hl* stoji 4·83 for.?

16. Po što je 58·75*m* njeke tkanine po 5·64 for.?

17. Njeki parovoz prevali za 1 sat 25·76*km*; koliko za 3·75 sata?

18. Bačva sa kavom težka je 218·25*kg*, a prazna bačva ima 37·5 *kg*; po što je sva kava, ako *kg* čiste kave stoji 1·52 for.?

19. Zvuk prevali svakoga časka 332·25 *m*; koliko prevali svjetlo, koje se 926406 puta brže širi nego zvuk?

20. Štajerska ima plošninu od 22354·75 km^2; koliko je stanovničtvo te zemlje, ako se na 1 km^2 računa poprieko 54 stanovnika?

---

5. Dieljenje neimenovanih i jednoimenih cielih i desetinskih brojeva.

§. 22.

Množenju je protivno dieljenje. Dieliti reći će, iz umnožka dviju činbenika i jednoga od tih činbenika iskati drugi činbenik. Na pr. 20 je umnožak obiju činbenika 5 i 4; iz umnožka 20 i jednoga činbenika 5 iskati drugi činbenik, reći će: 20 dieliti sa 5. Zadani umnožak zove se diobenikom (dividend), poznati činbenik djelilom (divisor), nepoznati činbenik, koji se ište, količnikom (quotient). Ako se količnik umnoži s djelilom, mora se dobiti diobenik.

Znak diobe je dvotočka :, koja pokazuje, da broj pred dvotočkom treba dieliti brojem za njom; ili crtica, nad kojom je diobenik a pod njom dielilo. N. pr.:

$20 : 4$ ili $\frac{20}{4}$ čita se: 20 razdieljeno sa 4 ili 4 u 20.

Svaka množba dviju brojeva, na pr. $5 \times 4 = 20$, pruža svojim obraćajem dva pojmom različita zadatka diobe, kako je već osim zadana svaki put umnožka 20, diobenika, zadan kao djelilo ili množbenik 5 ili množilo 4.

Bude li množbenik 5 zadan kao djelilo, tada treba iskati onaj broj, koji pokazuje, koliko bismo puta morali 5 staviti kao pribrojnik, da diobenik 20 dobijemo kao sbroj. Taj broj 4 dobijemo, ako ištemo, koliko se puta dielilo 5 dade odbiti od diobenika 20, ili koliko se puta djelilo 5 u diobeniku 20 sadržava. Dioba je iztražba sadržavanja, mjerenje.

Bude li pak množilo 4 zadano kao djelilo, tada nam treba iskati onaj broj, koji 4 puta stavljen kao pribrojnik dade diobenik

20 za sbroj. Taj se broj nadje, ako diobenik na 4 jednake česti razdielimo. Dioba je tuj dieljenje.

Razlika medju obadvie vrsti diobe iztiče se još jasnije na imenovanih brojevih. Na pr.

Zadatak množbe: 1 *m* stoji 5 for., po što su 4 *m*? Odgovor: 5 for. $\times$ 4 = 20 for.

Obadva odatle nastajuća zadatka diobe jesu:

a) 1 *m* stoji 5 for.; koliko se metara dobije za 20 for.? Tuj su umnožak i množbenik zadani, pak se ište množilo. S toga se izvodi: za 5 for. dobije se 1 *m*, za 20 for. dobit će se 1 *m* toliko puta, koliko se puta 5 for. u 20 for. sadržava, dakle 4 puta 1 *m*, t. j. 4 *m*. Tu se 20 for. mjeri sa 5 for., te imamo 20 for. : 5 for. = 4. Ako se dioba imenovanih brojeva upotrebi za rješitbu zadatka o mjerenju, tada diobenik i djelilo moraju kao umnožak i množbenik biti istoimeni; količnik je pak kao množilo svagda neimenovan; tek inim izvadjanjem može on dobiti njeko ime, kao u navedenom primjeru „metar“.

b) 4 *m* stoje 20 for., po što je 1 *m*? Tu su umnožak i množilo zadani, pak se ište množbenik. S toga se izvodi: 1 *m* je 4ta čest od 4 *m*, zato 1 *m* stoji samo 4ti dio od 20 for. Dakle se 20 for. razdieli na 4 jednake česti, pa koliko for. jedna takova čest ima, toliko će for. stajati 1 *m*, te tako dobijemo: 20 for. : 4 = 5 for. Upotrebi li se dioba imenovanih brojeva kao dieljenje, tada djelilo mora kao množilo svagda biti neimenovano, a količnik je kao množbenik istoimen sa diobenikom kao umnožkom.

Dieljenje se dade svagda svesti na mjerenje. Treba li na pr. 20 dieliti sa 4, tada se mora iskati 4ti dio od 20; taj se nadje, ako od svaka 4, što su u 20, uzmemo svagda samo 1; tim se dobije 1 toliko puta, koliko puta 4 ima u 20, t. j. 4ti je dio od 20 toliko, koliko se puta 4 sadržava u 20. Zato koliko su god obadvie vrsti diobe, mjerenje i dieljenje, pojmom različite, ipak obadvie za isti diobenik i isto djelilo, ne osvrćući se na imenovanja, dadu isti broj za količnik, te se zato u izvršbi svode na jednu jedinu vrst računa.

Izvršba diobe nije u naravskom nizu brojeva svagda moguća. Ne može se na pr. naći nijedan cio broj, koji bi bio 3ći dio od 20; 6 je premaleno a 7 već preveliko. Tu treba zadovoljiti se sa približnim iznoskom te količnik uzeti toliki, kako se već dade, dakle odrediti najveći broj, koji umnožen sa djelilom dade umnožak ne veći od diobenika. Odredi li se količnik takovim načinom, tada medju diobenikom ter umnožkom od količnika i djelila obstoji još razlika, koja se zove ostatak diobe ili diobeni ostatak. U tom dakle slučaju treba umnožku od količnika i djelila pribrojiti još ostatak, da se dobije diobenik. Tako imamo $20 : 3 = 6$ sa ostatkom 2, te s toga $6 \times 3 + 2 = 20$.

Prve vježbe (Računanje iz glave).

§. 23.

Koliko se puta sadržava?

1. 1 u 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9?
2. 2 u 2, 4, 6, 8, 11, 12, 14, 16, 18?
3. Koliko se puta nalazi 2 u 7? Koliko još preostane?
4. Koliko se puta nalazi 2 u 3, 19, 13, 15, 9, 17, a koliko svaki put preostane?

Koliko se puta nalazi

5. 3 u 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27; u 7, 20, 14, 26?
6. 4 u 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36; „ 6, 15, 21, 34?
7. 5 u 5. 10. 15, 20. 25, 30, 35, 40, 45; „ 9, 22, 33, 49?
8. 6 u 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54; „ 8, 13, 34, 53?
9. 7 u 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63; „ 10, 25, 36, 60?
10. 8 u 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72; „ 18, 30, 45, 69?
11. 9 u 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81; „ 12, 38, 64, 78?

Koliko je:

12. polovina od 8, 9, 16, 15, 3, 11, 7, 18, 13, 15?
13. trećina „ 6, 24, 18, 13, 26, 8, 19, 25, 15, 22?
14. četvrtina „ 20, 7, 14, 35, 32, 17, 10, 37, 23, 30?
15. petina „ 15, 26, 9, 36, 40, 12, 23, 45, 34, 18?
16. šestina „ 24, 13, 32, 8, 55, 46, 49, 36, 23, 50?
17. sedmina „ 49, 64, 10, 37, 60, 42, 18, 29, 40, 13?
18. osmina „ 16, 43, 26, 68, 61, 50, 40, 39, 12, 77?
19. devetina „ 63, 10. 46, 36, 74, 26, 58, 19, 85, 70?
20. Koliko se puta 10 sadržava u 30? Koliko puta 10 u 50, 20, 80, 60, 40? Što bude od deseticâ, ako se razdiele sa 10?
21. Koliko je 10ti dio od 100, od 500, 700, 900? Što bude od stoticâ, ako se razdiele sa 100?
22. Koliko se puta sadržavaju 2 desetice u 6 desetica, koliko puta 20 u 100, 30 u 180, 50 u 200, 60 u 360, 80 u 320. 90 u 270?

23. Koliko je 80 : 20, 120 : 30, 233 : 50, 137 : 40, 311 : 60?

24. Kolik je 100ti dio od 1000, 4000, 7000, 8000? Što bude od tisućâ, ako se razdiele sa 100?

25. Koliko se puta 3 stotice sadržavaju u 15 stotica? Koliko puta 400 u 1200, 500 u 2000, 600 u 4200?

26. Kolik je dio 100, 200, 400 od 800?

27. Kolika je polovina od 20? Polovina od 8? Kolika je dakle polovina od 28?

$$28 : 2 = 20 : 2 + 8 : 2 = 10 + 4 = 14.$$

Sbroj se njekim brojem razdieli, ako mu svaki pribrojnik istim brojem razdielimo i dobivene počestne količnike sbrojimo.

28. Koliko se puta 4 sadržava u 56? 56 je 40 + 16; 4 u 40 ide 10 puta, 4 u 16 ide 4 puta, dakle 4 u 56 sadržava se 14 puta.

29. Neka se sa 2, 3, 4, . . . 8, 9 razdieli svaki od sliedećih brojeva:
a) 82, 59, 15, 24, 46, 64, 30, 72, 51. 28, 7, 36;
b) 20, 65, 9, 52, 12, 40, 49, 68, 34. 83, 55, 25.

30. Koliko se puta sadržava 2 u 106, 3 u 216, 9 u 648, 4 u 114, 8 u 528, 7 u 580, 5 u 372, 6 u 213?

31. Koliko je 5 puta 6ti dio od 138; 7 puta 8mi dio od 280; 8 puta 5ti dio od 345?

32. *a*) Razdieli 60 na 4 jednaka diela, pak svaki takav dio još na 3 jednaka diela. Koliko jednakih dielova dobiješ, i kolik je svaki dio? Kako se dakle može svaki broj razdieliti na 12 jednakih čésti?

$$60 : 12 = (60 : 4) : 3 = 15 : 3 = 5.$$

b) Kolik je 6ti dio od 4toga diela broja 120? Kolik je 24ti dio od 120?

Mjesto da se koji broj dieli umnožkom od dviju brojeva, razdielimo ga najprije jednim činbenikom a zatim posljedak drugim činbenikom.

33. Kolik je 15ti dio od 135, 16ti dio od 352, 32gi dio od 448, 45ti dio od 945?

34. Svota od 80 for. razdieli se medju 10 osoba na jednake dielove; koliko ih dobije svaka? Koliko dobije jedna osoba, ako se dvoguba, troguba svota razdieli medju 2 puta, 3 puta toliko osoba? Koliko dobije svaka osoba, ako se 5ti dio svote razdieli medju 5tim dielom osobâ?

Količnik se ne izmieni, ako diobenik i djelilo sa istim brojem umnožimo, ili obadva istim brojem razdielimo

Dieljenje cielih brojeva.

§. 24.

a) Dieljenje jednoznamenkastim brojem.

Diobenik 936 : 3 djelilo	$9S : 3 = 3S$,
	$3D : 3 = 1D$,
312 količnik	$6J : 3 = 2J$.

Koju mjestnu vriednost dobije količnik, ako se jedinice, desetice, stotice, . . . razdiele jedinicami?

2738 : 6

456 ostatak 2

Budući da $2T$ razdieljene sa 6 ne dadu nikakovih T, s toga se uzme odmah $27S$ za prvi počestni diobenik.

$27S$: 6 dade $4S$, ostanu još $3S$;

$3S$ i $3D$ jesu $33D$, $33D$: 6 dade $5D$, ostanu $3D$;

$3D$ i $8J$ je $38J$, $38J$: 6 dade $6J$, ostanu $2J$ kao ostatak.

Dieljenje se dakle započne kod najvišega mjesta pak se onda nastavi sve do jedinica. Ostane li od kojega počestnoga diobenika kakov ostatak, taj se pretvori u jedinice nižega reda i ujedini sa znamenkom diobenika, koja je na nižem mjestu.

b) Dieljenje višim rednim brojem.

Da se koji broj razdieli sa 10, 100, 1000, treba od svake znamenke diobenikove uzeti 10ti, 100ti, 1000ni dio. To biva, ako se od cieloga broja 1, 2, 3 znamenke na desno odciepe; na lievo ostavše znamenke jesu količnik, a desno odciepljene jesu ostatak diobe. Na pr.:

283.0 : 10	373.00 : 100	16.549 : 1000
283	373	17, ostatak 549.

c) Dieljenje višeznamenkastim brojem.

Koliko se puta 92 sadržava u 31924?

31924 : 92 = 347
276
432
368
644
644
0

92 u 319 (pokušav 9 u 31) idu 3puta, dakle se u 319S nalaze 300puta; prva dakle znamenka 3 količnika znači S. Umnože li se zatim 92J sa 3S ter umnožak 276S odbije od 319S, to ostanu 43S, i 2D diobenika k tomu, jesu 432D. 92 u 432 (9 u 43) idu 4puta, dakle se u 432D nalaze 40puta; s toga se u količnik napišu 4D. Odbije li se umnožak $92J \times 4D = 368D$ od 432D, to ostanu 64D, i 4J k tomu, jesu 644J. 92 u 644 (9 u 64) nalazi se 7puta; dakle je količnikova treća znamenka 7. 7puta 92 jesu 644; ne ima dakle nikakova ostatka.

P r v a z n a m e n k a k o l i č n i k a ima jednaku mjestnu vriednost sa najnižom znamenkom prvoga počestnoga diobenika.

Počestni umnožci od djelila i svakokratne znamenke količnikove odbijaju se navadno o d m a h z a m n o ž e n j a od dotičnih počestnih diobenika, te se pišu samo ostatci. Ona dioba gore prikazala bi se ovako:

31924 : 92
432   347
644
0

Veli se: 92 u 319 (9 u 31) **3**puta; 3puta 2 je 6 i **3** je 9; 3puta 9 je 27 i **4** je 31. K ostatku 43 snimi 2; 92 u 432 (9 u 43) **4**puta; 4puta 2 je 8 i **4** je 12, ostane 1; 4puta 9 je 36 i 1 je 37 i **6** su 43; itd.

P r o k u š n j a z a i z p r a v n o s t d i o b e biva tim, da se dobiveni količnik sa djelilom umnoži i pretekavši možda ostatak umnožku pribroji; ako je izpravno dieljeno, izići će tim na vidjelo diobenik.

Dioba služi takodjer kao p r o k u š n j a z a m n o ž b u. Razdielimo li umnožak jednim činbenikom, mora izići drugi činbenik.

d) Računski probitci.

1. A k o s e d j e l i l o d a d e r a z s t a v i t i n a d v a č i n b e n i k a, kojima se može zgodno dieliti, tada se dieli najprije jednim činbenikom a zatim posljedak drugim činbenikom. N. pr.

146055 : 35	171192 : 56
——— : 5	——— : 7
29211	24456
——— : 7	——— : 8
4173	3057

2. Broj se razdieli sa 25, umnoživši ga sa 4 a umnožak razdjelivši sa 100. Broj se razdieli sa 125, umnoživši ga sa 8 a umnožak razdjelivši sa 1000.

Jer se količnik ne izmieni, ako se diobenik i djelilo sa 4 ili sa 8 umnoži.

6149 50 : 25	392 875 : 125
—— × 4	—— × 8
24598,00	3143,000

3. Broj se umnoži sa 25, umnoživši ga sa 100 a umnožak razdjelivši sa 4. Broj se umnoži sa 125, umnoživši ga sa 1000 a umnožak razdjelivši sa 8. N. pr.

3158700 × 25	42609000 × 125
—— : 4	—— : 8
789675	5326125

Zadatci.

1. 21564 : 6 = 3594   Reci: 6 u 21 **3puta**; u 35 **5puta**; u 56 **9puta**; u 24 **4puta**.

2. *a*) 128 : 4.   *b*) 357 : 7.   *c*) 472 : 8.

3. Razdieli sa 2, 3, 4. . . . 8, 9 svaki od sliedećih brojeva:
a) 288, 318, 702, 193, 560, 906, 444, 832;
b) 456, 465, 465, 464, 645, 654, 789, 987;
c) 1240, 3418, 2195, 5436, 2348, 4786.

4. Polusbroj dviju brojeva zove se računičnim osredkom. Kolik je računični osredak medju 1205 i 4317, 1418 i 8324, 2704 i 4136?

5. *a*) 398024 : 8.   *b*) 906144 : 3.

6. Koliko se puta 7 sadržava u 132076?

7. Kolik je 4ti dio od 290356?

8. Ako je 621360 umnožak od dva broja i 8 jedan mu činbenik, kolik je drugi činbenik?

9. Koji broj treba umnožiti sa 3, da dobijemo 123456?

10. Koji se broj dade od 835245 odbiti 9puta?

11. Razdieli 8849408 sa 4, taj i svaki sliedeći količnik sa 4; kolik je 5ti količnik?

12. *a*) 135000 : 100.   *b*) 289462 : 1000.

13. 61025 : 83 = 735
292
435
20 ostatak

Izgovaraj: 83 u 610 **7**puta; 21 i **9** je 30, 3; 56, i **2** je 61.
83 u 292 **3**puta; 9 i **3** je 12, 1; 24, 25 i **4** je 29; i t. d.

14. Obavi sliedeće diobe i svaki put učini takodjer prokušnju.

a) 58056 : 82. *b)* 12035 : 29.
28567 : 53. 30048 : 58.
11016 : 51. 78310 : 67.

15. Tako isto:

a) 489168 : 516. *b)* 238400 : 298.
388240 : 240. 293962 : 847.
5228724 : 6137. 3804423 : 5604.

Izračunaj, upotrebiv probitke:

16. *a)* 466320 : 48. *b)* 887247*2* : 56.
100856 : 28. 5185728 : 64.

17. *a)* 930450 : 25. *b)* 524625 : 125.
2369575 : 25. 1398750 : 125.

18. *a)* 123456 × 25. *b)* 93078 × 125.
413210 × 25. 75542 × 125.

19. Koji broj, umnožen sa razlikom brojeva 5724 i 4912, dade sbroj od brojeva 2345670 i 5222170 kao umnožak?

20. Umnožak dviju brojeva manji je za 1392 nego 45624998, a jedan mu je činbenik 6958; kolik je drugi činbenik?

21. Obavi još jedanput množbe u §. 19, zadat. 10. pak ih prokušaj diobom.

Dieljenje desetinskih brojeva.

§. 25.

a) Dieljenje desetinskoga broja višim rednim brojem.

D a se desetinski broj razdieli sa 10, 100, 1000, t. j. da se od vriednosti svake znamenke uzme 10ti, 100ti, 1000ni dio, treba samo desetinsku točku pomaknuti za 1, 2, 3 mjesta na lievo. N. pr.

61·48 : 10	34·56 : 100	2354·2 : 1000.
6·148	0·3456	2·3542

b) Dieljenje desetinskoga broja kojim god cielim brojem.

2·568 : 6	$25d : 6 = 4d$, ostane $1d$;
0·428	$16s : 6 = 2s$, ostanu $4s$;
	$48t : 6 = 8t$.

Razdielimo li desetine, stotine, tisućine, . . . jedinicami, tada dobijemo opet jedinice istoga reda.

847·85 : 31 = 27·35	
227	$84D$: 31 dadu $2D$,
10 8	$227J$: 31 dade $7J$,
1 55	$108d$: 31 dade $3d$,
0	$155s$: 31 dade $5s$.

Desetinski čestnik dieli se dakle kao cio broj pak se u količniku postavi desetinska točka prije, nego li će se uzeti u račun desetine diobenika.

Prva znamenka količnika ima i tuj jednaku mjestnu vriednost sa najnižom znamenkom prvoga počestnoga diobenika.

Preteče li pri diobi kakov ostatak, tada mu, budući da se vriednost desetinskoga broja dometanjem ništica ne izmieni, možemo kao i svakomu sliedećemu ostatku pripisati ništicu, pak diobu nastaviti. Na pr.:

$303{\cdot}8_{00}$: 56		19·934 : 317	
23 8	5·425	914	0·06288 . .
1 40		2800	
280		2640	
0		104	

Takav postupak može se upotrebiti takodjer pri diobi cielih brojeva, ako na kraju ima kakov ostatak, budući da svaki cio broj možemo predočiti kao desetinski broj, ako mu na desno postavimo desetinsku točku i zatim pripišemo ništicâ, koliko nas volja. Pri tom se postavi u količniku desetinska točka, kada je ostatku pripisana prva ništica. Na pr.:

$5802{\cdot}_{00}$: 75		836 : 234	
552	77·36	1340	3·572 . .
27 0		1700	
4 50		620	
0		152	

c) Dieljenje desetinskim brojem.

Budući da se zasobične znamenke količnika dobiju, obavljajući diobu bez obzira na desetinske točke kao i pri cielih brojevih, radi se tu samo još o tom, da se odredi mjestna vriednost tih znamenaka, za što je dovoljno, pronaći mjestnu vriednost prvoj znamenci količnika. To pak može se iz jedan put jedan mjestnih vriednosti iznaći obraćajem, staviv svaki put pitanje: s kojim rednim brojem treba umnožiti redni broj najniže znamenke u djelilu, da se dobije redni broj najniže znamenke u prvom počestnom diobeniku? U ostalom može se mjestna vriednost prve količnikove znamenke i bez toga upravo odrediti. Ako je djelilo cio broj te s toga najniža znamenka djelila znači jedinice, zna se već, da prva znamenka u količniku ima jednaku mjestnu vriednost sa najnižom znamenkom prvoga počestnoga diobenika. Znači li pak najniža znamenka djelila desetine, stotine, tisućine . . ., te je po tom djelilo 10ti, 100ti, 1000ni . . . dio predjašnjega djelila, to će količnik biti 10puta, 100puta, 1000puta kolik predjašnji, i s toga je vriednost prve znamenke u količniku dotično za jedno, dva, tri . . . mjesta viša nego mjestna vriednost najniže znamenke u prvom počestnom diobeniku. Na pr.:

22875·72 : 73·3 = 316·4
1185
462 7
28 92
0

Najniža znamenka u prvom počestnom diobeniku 2287 znači D, u djelilu d.

Sada se pita: s čim treba d umnožiti, da se dobiju D? Prva dakle znamenka 3 količnika znači S.

Ili upravo: vriednost prve znamenke 3 mora biti za jedno mjesto viša nego li D, dakle znači S.

3·79623 : 68·72 = 0·05524 . .
36023
16630
28860
1372

Najniža je znamenka prvoga počestnoga diobenika dt, a djelila s.

s treba umnožiti sa s, da se dobiju dt; dakle prva znamenka 5 količnika znači s.

Ili: prva znamenka 5 količnika ima za 2 mjesta višu vriednost nego li dt, znači dakle s.

Zadatci:

1. Razdieli sa 2, 3, 4, . . . 8, 9 svaki od sliedećih brojeva:
a) 50·4, 24·8, 7·63, 0·918, 32·2, 4·32;
b) 37·86, 8·796, 0·9480, 3·262, 6·425, 75·84.

2. Razdieli broj 135·79 sa 10, 100, 1000, 10000, 100000.

Za sliedeće diobe učini takodjer prokušnju.

3. *a*) 139·5 : 31. *b*) 130·83 : 21.
136·62 : 23. 5·93524 : 18.

4. *a*) 379·42 : 0·4. *b*) 39·83 : 0·7.
3·14155 : 0·5. 0·07614 : 0·06.

5. *a*) 285·59 : 5·3. *b*) 248·67 : 0·81.
1391·52 : 7·4. 530·955 : 0·057.

6. Razdieli svaki od brojeva *a*) 90889, *b*) 272·667, *c*) 45·4445 svakim od brojeva *m*) 0·97, *n*) 48·5, *o*) 291.

7. *a*) 10147·8 : 329. *b*) 24·0484 : 0·472.
270·2146 : 8·69. 540·9835 : 0·02447.

8. *a*) 389·007 : 0·52. *b*) 0·784 : 3·08.
7·3402 : 0·0098. 616·337 : 0·2569.

9. *a*) 4·554144 : 1·506. *b*) 1 : 3·14159.
0·06584508 : 0·3451. 7·470799 : 0·00917.

10. Razdieli 5409835 sa *a*) 4·61, *b*) 23·47, *c*) 491·8.

11. Koliko se puta mora 4·2052 uzeti kao pribrojnik, da se dobije 12640·8312?

12. Razdieli *a*) 89990166, *b*) 2149·09526 svakim od brojeva *m*) 599, *n*) 25·039, *o*) 364·13.

Dieljenje jednoimenih brojeva.

§. 26.

Zadatci.

1. Njetko kupi 8 *hl* vina za 336 for.; što ga stoji 1 *hl*?

1 je *hl* 8mi dio od 8 *hl*; s toga 1 *hl* stoji samo 8mi dio od 336 for., dakle 42 for.

2. Njetko kupi 9 *ha* livade za 3780 for.; po što je 1 *ha*?

3. 1 *m* svilene tkanine stoji 12 for.; po što je 1 *dm*?

4. 1 *hl* ulja težak je 95 *kg.*; koliko teži 1 *l*?

5. 1 rizam papira stoji 6·4 for.; po što ga je 1 knjiga?

6. Jedan zdenac na ciev daje svaka 4 časa po 55 *l* vode, drugi za 7 časova 84 *l*; koji je zdenac izdašniji?

7. U njekom mlinu samelje se za 15 dana 36300 *kg* brašna; koliko za 1 dan?

8. Njeki činovnik ima godišnje plaće 2100 for.; koliko svakoga mjeseca?

9. Godišnja dobít od njeke glavnice čini 258·36 for.; kolika je dobít za 1 mjesec?

10. Njeki se točak na putu od 1241·5 *m* okrene 382 puta; kolik mu je obseg?

11. 1 *m* sukna stoji 5 for.; koliko se *m* dobije za 135 for.?

Dobije se toliko puta 1 *m*, koliko se puta 5 for. sadržava u 135 for.

135 for. : 5 for. = 27.

Dakle se 1 *m* dobije 27 puta, t. j. 27 *m*.

12. Ako 1 *kg* stoji 0·5 for., koliko se *kg* dobije za 37 for.?

13. Koliko je gradilište, koje stoji 14400 for., ako se m^2 plati sa 9 for.?

14. Za 16·15 *m* plati se 69·55 for.; koliko za 1 *m*?

15. 2976 for. razdieli se medju više osoba tako, da svaka dobije 24 for.; koliko ima osoba?

16. 59415 for. treba medju 255 osoba jednako razdieliti; koliko dodje na jednu osobu?

17. U njekom rastilu ima u pravilnih redovih 31928 sadjenica, i u svakom redu po 104 sadjenice; koliko ima redova?

18. U *A* opali se top; koliko će vremena trebati motritelju u daljini od 8000 *m* da čuje prasak topa, ako zvuk za jedan časak prevali 332·25 *m*?

19. Njekom je željeznicom godine 1885. razvezeno 1250855 putnika; koliko ih ide poprieko na jedan dan?

20. Visina njekih stuba treba da je 4 *m*, a visina svakoga stupnja 0·125 *m*; koliko će stupnjeva morati stube dobiti?

21. 38 *m* sukna stoji 266 for.; *a)* po što je 1 *m*, *b)* koliko stoji 29 *m*?

22. Njeki trgovac kupi 186 rizama papira po 4·2 for., a proda ih sa dobitkom od 104·16 for.; po što je 1 rizam prodao?

23. Njeki je trgovac kupio 75 *m* sukna za 336 for.; koliko *m* mora on prodati po 5·4 for., da dobije 31·28 for.?

24. 0·741893 myriametra čini 1 zemljopisnu milju; koliko zemljopisnih milja čini 1 myriametar?

25. Koliko for. austr. vr. čini 2127·5 njemačkih maraka, ako se 1 marka računa po 60·4 novč. austr. vr.?

26. Tobolac, napunjen sa 500 austr. forintača, teži 6·2 *kg*; prazan tobolac teži 0·027161 *kg*; kolika je težina jedne forintače?

27. Njetko ima godišnju plaću od 945 for., osim toga od svojih glavnica godišnje dobíti 400 for., pak od svoje uzgredne zaslužbe 240 for.; koliko smije svaki dan potrošiti, ako hoće da uštedi godišnjih 250 for.?

28. Njeka zemlja ima 2462886 stanovnika, od kojih idu poprieko 72 na površje od 1 km^2; koliko km^2 čini svekoliko površje te zemlje?

29. Vojvodstvo Solnogradsko na površju od 7154·54 km^2 ima 163570 stanovnika; koliko stanovnika ide poprieko na 1 km^2?

30. Godine 1882. umrlo je u njekoj zemlji 61320 od 2207520 stanovnika; *a*) koliko je bilo poprieko mrtvaca na 1 dan, *b*) na koliko stanovnika ide po 1 mrtvac?

31. Ako se 3·45 *hl* vina po 24 for. smieša sa 5·55 *hl* po 30 for., koliku vriednost ima 1 *l* te smjese?

32. Njetko kupi 10 *kg* šećera po 34 novč., 10 *kg* po 35 novč. i 40 *kg* po 39 novč.; koliko stoji poprieko 1 *kg*?

33. Njetko ima od njeke robe 60 *kg* po 60 novč. i 80 *kg* po 55 novč.; on doda k tomu još 100 *kg* treće vrsti, pak tim dobije smjesu, koje *kg* stoji 50 novč.; po što je *kg* posljednje vrsti?

II. Djelivost brojeva.

---

§. 27.

Velimo, da je koji broj djeliv drugim, ako on njim razdieljen dade za količnik cio broj. N. pr. broj 24 je sa 6 djeliv, jer 24 sa 6 razdieljeno dade 4 za količnik te ne ostane nikakov ostatak; naprotiv 27 nije sa 6 djelivo, jer razdjeliv 27 sa 6 još nješto preteče.

Ako je koji broj djeliv drugim, tada se djelilo zove mjerom diobenika, a diobenik se zove mnogokratnikom djelila. N. pr. 6 je mjera od 24, a 24 je mnogokratnik od 6.

Brojevi, koji su djelivi samo sa 1 i sami sobom, zovu se prvotni brojevi (Primzahlen); n. pr. 1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17. Brojevi, koji su ne samo sa 1 i sami sobom, nego i drugimi brojevi djelivi, zovu se sastavljeni ili složeni brojevi; n. pr. 12 je djelivo sa 1 i 12, ali osim toga još i sa 2, 3, 4, 6; 12 je dakle složen broj.

Naznači sve prvotne brojeve od 1 do 100.

Razpoznaja djelivosti.

§. 28.

1. Svaki je broj, koji ima na kraju 1, 2, 3, ... ništice, mnogokratnik od 10, 100, 1000, ... i s toga je djeliv sa 10, 100, 1000, ...

2. Svaki se broj dade razstaviti na dvie sastavnine, od kojih je jedna mnogokratnik od 10, a druga je znamenka jedinicâ; n. pr. $57876 = 57870 + 6$; $21335 = 21330 + 5$.

Pošto je svaki mnogokratnik od 10 djeliv sa 10, dakle takodjer sa 2 i sa 5, to stoji samo do znamenke jedinica, da li je sav bro djeliv sa 2 ili 5.

Ako je znamenka jedinica djeliva sa 2, t. j. ako je ona 0, 2, 4, 6 ili 8, tada je broj sam djeliv sa 2. Brojevi, koji su mnogokratnici od 2, zovu se tâki brojevi, ostali su pak, kao 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, ... lihi brojevi.

Ako je znamenka jedinicâ djeliva sa 5, t. j. ako je na najnižem mjestu 0 ili 5, to je broj sam djeliv sa 5.

3. Svaki broj dade se razstaviti na dvie sastavnine, od kojih je jedna mnogokratnik od 100, a u drugoj su dvie najniže znamenke; n. pr.

$$2548 = 2500 + 48; \quad 375375 = 375300 + 75.$$

Mnogokratnik od 100 djeliv je sa 4 i sa 25; ako su i dva najniža mjesta djeliva sä 4 ili 25, tada je i broj sam djeliv.

4. Svaki broj dade se razstaviti na dvie sastavnine, od kojih je jedna mnogokratnik od 1000, a u drugoj su tri najniže znamenke; n. pr.

$$31624 = 31000 + 624; \quad 79875 = 79000 + 875.$$

Budući da je mnogokratnik od 1000 djeliv sa 8 i sa 125, to sliedi:

Broj je djeliv sa 8 ili sa 125, ako su mu tri najniža mjesta, smatrana brojem, djeliva sa 8 ili 125.

5. Svaki broj može se razstaviti na dvie sastavnine, od kojih jedna ima same mnogokratnike od 9, a druga je sbroj svih znamenaka broja. Tako n. pr. 5724 ima sliedeće dielove:

$$
\begin{aligned}
5000 &= 1000 \,.\, 5 = 999 \,.\, 5 + 5 \\
700 &= 100 \,.\, 7 = 99 \,.\, 7 + 7 \\
20 &= 10 \,.\, 2 = 9 \,.\, 2 + 2 \\
4 &= \;.\;.\;.\;.\;.\;.\; 4 \\
\text{s toga je } 5724 &= 999 \,.\, 5 + 99 \,.\, 7 + 9 \,.\, 2 \\
&+ 5 + 7 + 2 + 4.
\end{aligned}
$$

Prva sastavnina, u kojoj su sami mnogokratnici od 9, djeliva je sa 3; ako je druga sastavnina, t. j. sbroj znamenaka, djeliva sa 3, tada je djeliv i sav broj. Dakle je takodjer razstavljeni broj 5724 djeliv sa 3, jer mu je sbroj znamenaka $5 + 7 + 2 + 4 = 18$ sa 3 djeliv.

Tako isto sliedi takodjer: Broj je djeliv sa 9, ako mu je sbroj znamenaka sa 9 djeliv.

6. Ako je koji broj djeliv i sa 2 i sa 3, mora on biti takodjer sa 2×3 t. j. sa 6 djeliv.

Dakle su sa 6 djelivi svi tâki brojevi, kojim je sbroj znamenaka djeliv sa 3.

7. Imamo

$$
\begin{aligned}
10 &= 1 \,.\, 11 - 1; & 100 &= 9 \,.\, 11 + 1; \\
1000 &= 91 \,.\, 11 - 1; & 10000 &= 909 \,.\, 11 + 1; \\
100000 &= 9091 \,.\, 11 - 1; & 1000000 &= 90909 \,.\, 11 + 1;
\end{aligned}
$$

i t. d.

Odatle sliedi, da se svaki broj može razstaviti na dvie sastavnine, od kojih jedna ima same mnogokratnike od 11. Tako n. pr. 281743 ima sliedeće sastavnine:

$$
\begin{aligned}
200000 &= 18182 \,.\, 11 - 2 \\
80000 &= 7272 \,.\, 11 + 8 \\
1000 &= 91 \,.\, 11 - 1 \\
700 &= 63 \,.\, 11 + 7 \\
40 &= 4 \,.\, 11 - 4 \\
3 &= \;.\;.\;.\;.\; 3 \\
\text{s toga je } 281743 &= 18182 \,.\, 11 + 7272 \,.\, 11 + 91 \,.\, 11 + 63 \,.\, 11 + 4 \,.\, 11 \\
&+ (8 + 7 + 3) - (2 + 1 + 4).
\end{aligned}
$$

Jedna sastavnina, u kojoj su sami mnogokratnici od 11, djeliva je sa 11; ako je i razlika $(8+7+3)-(2+1+4)$ djeliva sa 11 ili jednaka sa 0, tada je i sav broj 281743 sa 11 djeliv.

S toga je broj djeliv sa 11, ako mu je razlika medju sbrojevi znamenaka na tâkih i lihih mjestih 0 ili sa 11 djeliva.

Zadatci.

1. Za sve složene brojeve medju 1 i 100 naznači, kojimi su od brojeva 2, 3, 4. 5, 6, 8, 9, 10, 11, 25 djelivi.

2. Koji su od brojeva 138, 759, 1235, 2184, 19326, 93128, 13020, 35731, 24689, 75314 djelivi sa 2, a koji niesu?

3. Od brojeva: 152, 372, 574, 1380, 2324, 198760, 293456, 135731 naznači one, koji su djelivi sa 4.

4. Koji su od brojeva 352, 1630, 2876, 4756, 9492, 12748, 22062, 25864, 30508 djelivi sa 2, koji takodjer sa 4, a koji i sa 8?

5. Koji su od brojeva 35, 120, 1225, 2300, 2375, 3500, 38405, 312750, 278000 djelivi samo sa 5, koji takodjer sa 10, 25, 100 125, 1000?

6. Koji su od brojeva 273, 1540, 5926, 8028, 12345, 20475, 38124, 67089, 705426, 791426, 310629 djelivi sa 3, koji zajedno sa 9, a koji niesu ni sa 9 ni sa 3?

7. Koji su od brojeva 870, 1258, 5082, 5184, 27082, 31406, 560742, 934316 djelivi sa 6?

8. Koji su od brojeva 737, 2516. 3904, 17820, 37191, 56789, 265474, 847165, 5063487 djelivi sa 11?

9. Naznači, s kojimi su od brojeva 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 25, 100, 125 djelivi sliedeći brojevi:

a) 312, 8316, 3975, 57585, 23584, 740024, 652400;

b) 396, 1840, 5715, 31750, 50787, 714282, 1000342;

c) 375, 3450, 7132, 24377, 250875, 219350, 221625.

Razstavljanje na činbenike.

§. 29.

Jednoviti ili prvotni činbenici kojega broja jesu oni prvotni brojevi, od kojih je on umnožkom.

*

Razdieli li se koji sastavljen broj jednim od svojih prvotnih činbenika, tada je količnikom umnožak od svih ostalih činbenika onoga broja.

S toga da se sastavljen broj razstavi na svoje jednovite činbenike, treba ga razdieliti najmanjim prvotnim brojem, kojim je djeliv, bez obzira na 1; količnik treba opet razdieliti najmanjim prvotnim brojem, kojim je djeliv, ne izuzev ni prijašnji prvotni broj, i tako se postupa sa svakim sliedećim količnikom, dok se za količnik ne dobije prvotan broj sàm. Upotrebljena jedno za drugim djelila i posljednji količnik jesu prvotni činbenici zadanoga broja.

Neka je n. pr. 420 zadani broj, to dobijemo

$$\begin{array}{rcl} 420 : 2 = 210 \\ 210 : 2 = 105 \\ 105 : 3 = 35 \\ 35 : 5 = 7 \end{array} \qquad \text{ili} \qquad \begin{array}{r|l} 420 & 2 \\ 210 & 2 \\ 105 & 3 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \end{array}$$

dakle je $420 = 2 \,.\, 2 \,.\, 3 \,.\, 5 \,.\, 7$.

Razstavljanje na prvotne činbenike obavi se kod manjih brojeva lako u glavi.

Zadatci.

1. Sve sastavljene brojeve medju 1 i 100 razstavi na prvotne činbenike u glavi.

Razstavi na jednovite činbenike:

2.	*a)* 360,	*b)* 300,	*c)* 648,	*d)* 936.
3.	*a)* 930,	*b)* 540,	*c)* 680,	*d)* 1540.
4.	*a)* 1155,	*b)* 924,	*c)* 1050,	*d)* 2646.
5.	*a)* 990,	*b)* 2900,	*c)* 13552,	*d)* 13860.

Najveća zajednička mjera.

§. 30

Ako su dva ili više brojeva djelivi istim brojem, to se taj zove zajedničkom mjerom onih brojeva; n. pr. 8 je zajednička mjera od 24 i 16, tako isto 5 je zajednička mjera od 10, 20, 50. Najveći broj, kojim su dva ili više brojeva djelivi, zove se najvećom zajedničkom mjerom tih brojeva; n. pr. 12, 24, 36, 60 imaju za zajedničke mjere brojeve 2, 3, 4, 6, 12, no broj 12 je njihova najveća zajednička mjera.

Brojevi, koji osim 1 ne imaju druge zajedničke mjere, zovu se prvotni brojevi medju sobom ili neosebnimi (relativnimi) prvotnimi brojevi; n. pr. 5 i 13, 7 i 15, 9 i 25.

§. 31.

Razstavimo li dva ili više brojeva na njihove prvotne činbenike, to je umnožak od onih činbenika, koji su u svih zadanih brojevih zajednički, sigurno zajednička mjera tih brojeva; no ona je takodjer najveća, jer, čim bi joj se još koji drugi činbenik pridodao, ne bi više novim umnožkom svi zadani brojevi bili djelivi.

Treba li n. pr. iskati najv. z. mjeru od 180 i 420, to imamo:

180	2	420	2
90	2	210	2
45	3	105	3
15	3	35	5
5	5	7	7

Izluče li se obima brojevima zajednički činbenici 2, 2, 3, 5, to preostanu neosebni prvotni činbenici 3 i 7; dakle ta dva broja ne imaju osim 2, 2, 3, 5 više nijednoga zajedničkoga činbenika i s toga je njihova najveća zajednička mjera umnožak

$$2 . 2 . 3 . 5 = 60.$$

Najveću zajedničku mjeru zadanih brojeva, n. pr. od 180 i 420 predočit ćemo sa $M(180, 420)$. Dakle je

$$M(180, 420) = 60.$$

Za manje brojeve može se najveća zajednička mjera odrediti u glavi.

Zadatci.

Odredi sliedeće najveće zajedničke mjere:

1. *a)* $M(8, 12)$. *b)* $M(28, 42)$.
$M(15, 36)$. $M(420, 630)$.
$M(24, 60)$. $M(18, 30, 48)$.

2. *a)* $M(105, 165)$. *b)* $M(114, 630)$.

3. *a)* $M(468, 624)$. *b)* $M(252, 448)$.

4. *a)* $M(576, 1080)$. *b)* $M(954, 2295)$.

5. *a)* $M(294, 336, 504)$. *b)* $M(378, 882, 1386)$.

6. *a)* $M(312, 468, 1092)$. *b)* $M(336, 1152, 2016)$.

§. 32.

Najv. z. mjera dviju brojeva može se odrediti i ne razstavljajući ih na prvotne činbenike.

Neka se n. pr. ište najv. z. mjera od 365 i 73. Budući da ona ne može biti veća nego što je manji od obiju brojeva, pokuša se najprije, da li se 73 ne sadržava u 365 bez ostatka.

$$365 : 73 = 5.$$

Pošto se tu dioba i zbilja obavi bez ostatka, to je broj 73 sâm iskana najv. z. mjera.

U ostalom pri diobi većinom preteče kakav ostatak. Postupak, kojim se u tom slučaju nadje najv. z. mjera, osniva se na ponovnoj upotrebi poučke: Najveća zajednička mjera medju djelilom i diobenim ostatkom zajedno je najveća zajednička mjera medju diobenikom i djelilom.

Izpravnost te poučke dade se lako razabrati. Obćenito je

$$\text{diobenik} = \text{djelilo} \times \text{količnik} + \text{ostatak}.$$

Odatle najprije sliedi, da svaka zajednička mjera diobenika i djelila mora biti takodjer zajedničkom mjerom djelila i ostatka, te da obratno svaka zajednička mjera djelila i ostatka mora biti takodjer zajedničkom mjerom diobenika i djelila; jer, ako se tom mjerom na jednoj strani znaka jednakosti obavi dioba bez ostatka, mora to isto biti i na drugoj strani.

No imaju li diobenik i djelilo svagda istu zajedničku mjeru kao djelilo i ostatak, to i najv. z. mjera medju djelilom i ostatkom mora biti takodjer najv. z. mjera medju diobenikom i djelilom.

Neka nam treba iskati najv. z. mjeru medju 4277 i 637.

$$4277 : 637 = 6 \text{ sa ostatkom } 455.$$

Pošto se znade, da diobenik 4277 i djelilo 637 imaju istu najv. z. mjeru kao djelilo 637 i ostatak 455, to ćemo odmah iskati najv. z. mjeru medju manjima brojevima 637 i 455.

$$637 : 455 = 1 \text{ sa ostatkom } 182.$$

Sada će se opet, mjesto medju 637 i 455, iskati najv. z. mjera medju 455 i 182.

$$455 : 182 = 2 \text{ sa ostatkom } 91.$$

Budući da je najv. z. mjera medju 182 i 91 takodjer najv. z. mjera medju 455 i 182, to imamo dalje

$$182 : 91 = 2.$$

Dakle je 91 najv. z. mjera medju 182 i 91, poradi toga takodjer medju 455 i 182, s toga i medju 637 i 455, dakle takodjer medju 4277 i 637.

S toga se može račun staviti ovako:

637	7277	6	$M(4377,\ 637) = M(637,\ 455)$.
182	455	1	$M(637,\ 455) = M(455,\ 182)$.
0	**91**	2	$M(455,\ 182) = M(182,\ 91)$.
		2	$M(182,\ 91) = \mathbf{91}$.

Taj naznačeni postupak, kojim se odredi najv. z. mjera dviju brojeva, poznat je pod imenom verižne diobe (Kettendivision).

Neka treba odrediti najv. z. mjeru za više nego dva broja, n. pr. za 1248, 1872 i 2288.

Najprije se ište najv. z. mjera prvih dviju brojeva 1248 i 1872. Budući da ona ima sve zajedničke činbenike obiju prvih brojeva, to treba samo još za tu mjeru i za treći broj 2288 iskati najv. z. mjeru; ta pak onda sadržava sve zajedničke činbenike zadanih brojeva 1248, 1872 i 2288 te je dakle njihova najv. z. mjera. Račun stoji:

1248	1872	1	624	2288	3	$M(1248,\ 1872) = 624$;
	624	2	**208**	416	1	$M(624,\ 2288) = 208$;
					2	$M(1248,\ 1872,\ 2288) = 208$.

Zadatci.

1. *a)* $M(5072,\ 1585)$. *b)* $M(21712,\ 6785)$.

2. *a)* $M(581,\ 830)$. *b)* $M(3811,\ 721)$.

3. *a)* $M(23343,\ 3012)$. *b)* $M(9889,\ 2552)$.

4. *a)* $M(8008,\ 2156)$. *b)* $M(2703,\ 8540)$.

5. *a)* $M(24569,\ 17143)$. *b)* $M(39951,\ 22581)$.

6. *a)* $M(6630,\ 9061)$. *b)* $M(84535,\ 122496)$.

Izpitaj izpravnost sliedećih naznačaja:

7. $M(6919,\ 1309) + M(25728,\ 8241) = M(10476,\ 1552)$.

8. $M(6630,\ 9503) - M(27898,\ 198690) = M(15288,\ 47481)$.

Odredi

9. *a)* $M(435,\ 522,\ 667)$. *b)* $M(8178,\ 10092,\ 28797)$.

10. $M(16614,\ 21726,\ 22365,\ 23430)$.

11. $M(241164,\ 291060,\ 167706,\ 208824)$.

Najmanji zajednički višekratnik.

§. 33.

Broj, koji je sa dva ili sa više drugih brojevah djeliv, zove se zajedničkim mnogokratnikom tih brojeva; n. pr. 24 je djelivo sa 8 i 12, dakle je 24 zajednički mnogokratnik od 8 i 12. Najmanji broj, koji je sa više drugih brojeva djeliv, zove se najmanjim zajedničkim mnogokratnikom tih brojeva; n. pr. brojevom 3, 4, 6, 10 zajednički su mnogokratnici brojevi 60, 120, 180, 240, . . . no broj 60 je najmanji zajednički mnogokratnik onih brojeva.

Najmanji zajednički mnogokratnik zadanih brojeva označivat ćemo pismenom m; n. pr. $m(8, 12) = 24$.

Ako se više brojeva medjusobno množi, to je umnožak svagda njihov zajednički mnogokratnik. Ako su ti brojevi medjusobno prvotni brojevi, to je njihov umnožak zajedno njihov najmanji zajednički mnogokratnik; no ako su dva ili više izmedju tih brojeva djelivi kojim zajedničkim brojem, to oni imaju takodjer manjih zajedničkih mnogokratnika, nego što je njihov umnožak.

§. 34.

Za brojeve, koji se lako razstavljaju, odredjuje se najm. z. mnogokratnik razstavljanjem na prvotne činbenike, i to jednim od sliedećih načina:

a) Svaki prvotni činbenik uzme se toliko puta, koliko ga u kojem broju ima najčešće.

Ako n. pr. treba odrediti najm. z. mnogokratnik od 24, 36, 60, imamo

$$24 = 2 . 2 . 2 . 3, \quad 36 = 2 . 2 . 3 . 3, \quad 60 = 2 . 2 . 3 . 5.$$

Svaki zajednički mnogokratnik od 24, 36, 60 mora imati

činbenik 2 najmanje 3 puta,
„ 3 „ 2 puta, i
„ 5 „ 1 put;

s toga je umnožak, u kojem su samo činbenici 2 . 2 . 2 . 3 . 3 . 5, najmanji z. mnogokratnik onih brojeva, dakle je

$$m(24, 36, 60) = 2 . 2 . 2 . 3 . 3 . 5 = 360.$$

b) Započne se sa najvećim zadanim brojem, pak mu se od ostalih brojeva malo po malo pridodadu činbenici, kojih još ne ima.

Ako n. pr. treba iskati $m(16, 45, 60)$, to imamo:

najveći je broj 60, . . . 2 . 2 . 3 . 5;
od $16 = 2 . 2 . 2 . 2$ činbenika 2 ne ima 2puta . . . 2 . 2 . 3 . 5 . 2 . 2 ;
od $45 = 3 . 3 . 5$ „ 3 „ „ 1put. . . 2.2.3.5.2.2.3,
dakle je $m(16, 45, 60) = 2 . 2 . 2 . 2 . 3 . 3 . 5 = 720$.

Taj je postupak probitačan osobito onda, ako se najm. z. mnogokratnik odredjuje u glavi.

c) Pokle su od zadanih brojeva oni, koji se sadržavaju u većih bez ostatka, izostavljeni, izluče se iz ostalih brojeva malo po malo prvotni činbenici, dok napokon samo preostanu neosebno (medjusobno) prvotni brojevi. Umnožak od tih prvotnih brojeva i od izlučenih zasobce prvotnih činbenika jest najm. z. mnogokratnik zadanih brojeva. N. pr.

2, 4, 5, 8, 10, 15, 36	
4, 5, 15, 18	2
2, 15, 9	2
2, 5, 3	4

$m(2, 4, 5, 8, 10, 15, 36) = 2 . 5 . 3 . 2 . 2 . 3 = 360.$

Zadatci.

Odredi:

1. *a)* $m(6, 8)$. *b)* $m(3, 5, 6)$. *c)* $m(4, 6, 9)$.
$m(9, 12)$. $m(2, 7, 12)$. $m(8, 15, 20)$.

2. *a)* $m(5, 6, 10, 12)$. *b)* $m(6, 15, 20, 30)$.
$m(5, 12, 16, 20)$. $m(2, 5, 16, 25)$.

3. $m(2, 3, 5, 8, 12, 18, 28, 40)$.

4. $m(2, 4, 8, 16, 3, 9, 27, 6, 12, 24)$.

5. $m(2, 3, 7, 8, 16, 20, 35, 42, 50)$.

6. $m(5, 12, 8, 10, 21, 28, 30, 15, 60)$.

7. $m(16, 12, 9, 8, 25, 15, 24, 54)$.

8. $m(12, 27. 36, 28, 35, 54, 96, 112)$.

§. 35.

Da se odredi najm. z. višekratnik dviju većih brojeva, ište se najprije verižnom diobom njihova najv. z. mjera. Budući da količnici, što se dobiju, ako se dva broja svojom najv. z. mjerom razdiele, ne mogu više imati nikakova zajedničkoga činbenika, to, da se najm. z. mnogokratnik dviju brojeva nadje, smijemo samo k jednomu broju još količnik, što se dobije dieljenjem drugoga broja najv. zajedničkom mjerom, primetnuti kao činbenik.

Ako su n. pr. brojevi 1254 i 1653 zadani, to imamo

1254	1653	1	$M(1254, 1653) = 57$,
57	399	3	$1254 : 57 = 22$,
	0	7	$m(1254, 1653) = 1653 . 22 = 36366$.

Da se tim načinom nadje najm. z. mnogokratnik za dva ili više brojeva, ište se najm. z. mnogokratnik prvih dviju brojeva, zatim od dobivena tako najm. z. mnogokratnika i trećega broja, i t. d. Najposlije nadjeni najm. z. mnogokratnik zajedno je najm. z. mnogokratnikom svih zadanih brojeva.

Zadatci.

1. *a)* $m(249, 913)$. *b)* $m(713, 837)$.
2. *a)* $m(438, 949)$. *b)* $m(481, 1110)$.
3. *a)* $m(845, 1183)$. *b)* $m(1104, 897)$.
4. *a)* $m(2167, 1379)$. *b)* $m(3009, 2183)$.
5. *a)* $m(507, 1183, 1521)$. *b)* $m(1073, 1102, 1258)$.
6. $m(1555, 2177, 3421, 4043)$.

III. Računanje s običnimi čestnici.

§. 36.

Broj, koji jednu čest jedinice sadržava jedan put ili više puta, zove se čestnikom (fractio, Bruch). Da se čestnik predoči, trebaju dva broja: nazivnik, koji pokazuje, na koliko je jednakih česti jedinica razdieljena, i brojnik, koji pokazuje koliko je takovih česti uzeto. Nazivnik se piše pod brojnikom, a medju njima postavi se crtka.

N. pr. u čestniku $\frac{3}{8}$ ili $^3/_8$ (tri osmine) 8 je nazivnik i pokazuje, da je jedinica razdieljena na 8 jednakih česti; 3 je brojnik i naznačuje, da je jedna takova čest, naime $^1/_8$, uzeta 3puta.

Čestnici takovim oblikom predočeni zovu se običnimi čestnici za razliku od desetinskih čestnika (§. 4), koji se pišu bez nazivnika.

Svaki se čestnik može smatrati naznačenim količnikom, u kojem je brojnik diobenikom a nazivnik djelilom.

Čestnik $^4/_5$ znači 4puta 5tu čest od 1 cieloga. Količnik 4 : 5 znači 5tu čest od 4 ciela; no da se 5ta čest od 4 ciela odredi, razdieli se svako pojedino cielo na 5 jednakih česti te od svakoga uzme 1 čest; s toga se i tu dobije 4puta 5ta čest od 1 cieloga. Dakle je

$$^4/_5 = 4 : 5.$$

Čestnik, kojemu je brojnik manji od nazivnika, zove se pravim; n. pr. $^1/_2$, $^2/_3$, $^5/_8$. Prav čestnik je manji od 1.

Čestnik, kojemu je brojnik jednak nazivniku ili veći od nazivnika, zove se nepravim; n. pr. $^2/_2$, $^6/_3$, $^5/_4$, $^{13}/_8$. Neprav čestnik ili je jednak sa 1 ili veći od 1.

Broj, koji je sastavljen od ciela broja i pridjenuta mu čestnika, zove se mješovitim brojem; n. pr. $1^3/_4$, $5^7/_{10}$.

Vježbe (u glavi).

§ 37.

Polovine, četvrtine i osmine.

1. Kako postanu čestnici $^1/_2$, $^1/_4$, $^1/_8$, $^3/_4$, $^5/_8$, $^{10}/_8$?
2. Koliko polovinâ ima 1, 2, 7, 15 cieli; $4^1/_2$, $9^1/_2$, $17^1/_2$?
3. Koliko četvrtinâ ima 1, 2, 5, 12 cieli; $1^1/_4$, $3^3/_4$, $12^1/_4$?
4. Koliko osminâ ima 1, 3, 7, 14 cieli; $1^1/_8$, $4^3/_8$, $10^7/_8$?
5. Koliko je cieli

a) $^2/_2$, $^4/_2$, $^{10}/_2$, $^{26}/_2$, $^{48}/_2$; $^5/_2$, $^9/_2$, $^{19}/_2$, $^{53}/_2$?
b) $^4/_4$, $^8/_4$, $^{20}/_4$, $^{32}/_4$, $^{60}/_4$; $^5/_4$, $^{14}/_4$, $^{41}/_4$, $^{82}/_4$?
c) $^8/_8$, $^{16}/_8$, $^{40}/_8$, $^{72}/_8$, $^{96}/_8$; $^9/_8$, $^{20}/_8$, $^{37}/_8$, $^{95}/_8$?

6. Koliko je četvrtinâ $^1/_2$, $^2/_2$, $^5/_2$, $^9/_2$, $^{17}/_2$, $^{47}/_2$?
7. Koliko je osminâ $^1/_2$, $^3/_2$, $^7/_2$, $^{15}/_2$, $^{21}/_2$, $^{35}/_2$?
8. Koliko je osminâ $^1/_4$, $^2/_4$, $^5/_4$, $^{13}/_4$, $^{27}/_4$, $^{51}/_4$?
9. Koliko je polovinâ $^2/_4$, $^6/_4$, $^{10}/_4$, $^{18}/_4$, $^{34}/_4$, $^{76}/_4$?

10. Koliko je polovinâ $\frac{4}{8}$, $\frac{12}{8}$, $\frac{20}{8}$, $\frac{36}{8}$, $\frac{56}{8}$, $\frac{84}{8}$?

11. Koliko je četvrtinâ $\frac{2}{8}$, $\frac{6}{8}$, $\frac{18}{8}$, $\frac{42}{8}$, $\frac{66}{8}$, $\frac{92}{8}$?

12. *a)* $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$. *b)* $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$. *c)* $\frac{3}{8}+\frac{1}{8}$. *d)* $2\frac{1}{2}+4\frac{1}{2}$.
$\frac{3}{2}+\frac{1}{2}$. $\frac{3}{4}+\frac{1}{4}$. $\frac{5}{8}+\frac{3}{8}$. $5\frac{3}{4}+3\frac{3}{4}$.
$4\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$. $\frac{1}{4}+3\frac{3}{4}$. $4\frac{7}{8}+\frac{5}{8}$. $8\frac{1}{8}+2\frac{3}{8}$.

13. $\frac{1}{2}+\frac{3}{4}=\frac{2}{4}+\frac{3}{4}=\frac{5}{4}=1\frac{1}{4}$.

14. Koliko je $\frac{7}{4}+\frac{1}{2}$; $\frac{5}{8}+\frac{1}{2}$; $\frac{3}{4}+\frac{7}{8}$; $3\frac{1}{2}+5\frac{3}{8}$?

15. *a)* $\frac{5}{2}-\frac{1}{2}$. *b)* $\frac{3}{4}-\frac{1}{4}$. *c)* $\frac{7}{8}-\frac{3}{8}$. *d)* $\frac{3}{4}-\frac{1}{2}$.
$3-\frac{1}{2}$. $5-\frac{3}{4}$. $7\frac{5}{8}-2\frac{3}{8}$. $1\frac{1}{8}-\frac{1}{4}$.
$3\frac{1}{2}-\frac{1}{2}$. $4\frac{1}{4}-\frac{3}{4}$. $\frac{7}{8}-\frac{3}{4}$. $12\frac{1}{2}-10\frac{5}{8}$.

16. Koliko je
a) $\frac{1}{2}\times 4$; $\frac{1}{4}\times 9$; $\frac{3}{4}\times 12$; $\frac{3}{8}\times 3$; $\frac{7}{8}\times 6$?
b) $1\frac{1}{2}\times 7$; $5\frac{1}{2}\times 8$; $3\frac{3}{4}\times 5$; $9\frac{5}{8}\times 10$?

17. Koliko se puta sadržava
a) $\frac{1}{2}$ u $\frac{5}{2}$; $\frac{3}{4}$ u $\frac{15}{4}$; $1\frac{1}{4}$ u $8\frac{3}{4}$; $2\frac{5}{8}$ u $7\frac{7}{8}$?
b) $\frac{1}{2}$ u 2; $\frac{1}{4}$ u $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{8}$ u $\frac{1}{4}$; $1\frac{1}{4}$ u $7\frac{1}{2}$?

18. Kolika je 5ta čest od $\frac{15}{2}$, $\frac{25}{4}$, $\frac{45}{8}$?

19. Kolika je polovina od $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$?

20. Odredi $\frac{49}{2}:7$; $2\frac{1}{4}:3$; $11\frac{1}{4}:9$; $3\frac{3}{4}:2$.

21. Koliko je novčića $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$ for.?

22. Koliko je *dkg* $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$ *kg*?

23. Koliko je *l* $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$ *hl*?

24. Koliko je sati $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{7}{8}$ dana?

§. 38.

Trećine, šestine i dvanaestine.

1. Kako se dobiju čestnici $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{11}{12}$?

2. Koliko je trećinâ 1, 2, 8 cieli; $1\frac{1}{3}$, $4\frac{2}{3}$, $13\frac{1}{3}$?

3. Koliko je šestinâ 1, 3, 12 cieli; $2\frac{1}{6}$, $5\frac{5}{6}$, $9\frac{1}{6}$?

4. Koliko je dvanaestinâ 1, 5, 9 cieli; $3\frac{1}{12}$, $4\frac{5}{12}$, $7\frac{7}{12}$?

5. Koliko je cieli u $\frac{3}{3}$, $\frac{18}{3}$; $\frac{6}{6}$, $\frac{30}{6}$; $\frac{12}{12}$, $\frac{72}{12}$?

6. Izluči ciela iz $\frac{5}{3}$, $\frac{14}{3}$, $\frac{31}{3}$, $\frac{53}{3}$; $\frac{7}{6}$, $\frac{19}{6}$, $\frac{41}{6}$, $\frac{73}{6}$; $\frac{13}{12}$, $\frac{25}{12}$, $\frac{65}{12}$.

7. Koliko je *a)* šestinâ, *b)* dvanaestinâ $\frac{1}{3}$, $\frac{5}{3}$, $\frac{11}{3}$, $\frac{29}{3}$?

8. Izrazi $\frac{1}{6}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{11}{6}$, $\frac{35}{6}$ dvanaestinami.

9. Koliko je trećina od $^1/_2$, od $^1/_4$? Koliko je šestina od $^1/_2$?
10. Koliko je šestinâ $^1/_2$, $^3/_2$, $^7/_2$, $^{13}/_2$, $^{25}/_2$?
11. Koliko je dvanaestinâ $^1/_2$, $^5/_2$, $^{19}/_2$; $^1/_4$, $^3/_4$, $^{17}/_4$?
12. Izrazi jednakimi čestmi: *a)* $^1/_3$, $^5/_6$; *b)* $^2/_3$, $^5/_{12}$; *c)* $^1/_2$, $^5/_6$; *d)* $^1/_2$, $^2/_3$; *e)* $^2/_3$, $^3/_4$.
13. Koliko je polovinâ $^3/_6$, $^{21}/_6$, $^{57}/_6$; $^6/_{12}$, $^{42}/_{12}$, $^{78}/_{12}$?
14. Koliko je trećinâ $^2/_6$, $^{20}/_6$, $^{56}/_6$; $^4/_{12}$, $^{28}/_{12}$, $^{64}/_{12}$?
15. Izrazi $^3/_{12}$, $^{39}/_{12}$ četvrtinami, $^2/_{12}$, $^{46}/_{12}$ šestinami.
16. *a)* $^2/_3 + {}^1/_3$. *b)* $^5/_6 + {}^1/_6$. *c)* $^7/_{12} + {}^5/_{12}$. *d)* $8^5/_6 + 3^5/_6$.
$1^1/_3 + 4^1/_3$. $^{19}/_6 + {}^5/_6$. $^{11}/_{12} + {}^7/_{12}$. $10^5/_{12} + 9^{11}/_{12}$.
17. $^2/_3 + {}^3/_4 = {}^8/_{12} + {}^9/_{12} = {}^{17}/_{12} = 1^5/_{12}$.
18. $^2/_3 + {}^1/_6$; $^5/_6 + {}^7/_{12}$; $^3/_4 + {}^1/_6$; $2^1/_2 + 5^1/_3$; $8^{11}/_{12} + 7^3/_4$.
19. $^5/_6 - {}^1/_6$; $^3/_4 - {}^7/_{12}$; $^{11}/_{12} - {}^5/_6$; $^3/_4 - {}^2/_3$; $^7/_{12} - {}^1/_2$.
20. $8 - 2^2/_3$; $5^1/_3 - 2^1/_4$; $7^5/_{12} - 3^1/_6$; $13^2/_3 - 8^5/_6$.
21. $^2/_3 \times 6$; $^5/_6 \times 5$; $^1/_6 \times 18$; $^7/_{12} \times 10$; $^{11}/_{12} \times 9$.
22. $8^1/_3 \times 3$; $9^2/_3 \times 7$; $12^5/_6 \times 9$; $15^7/_{12} \times 6$.
23. $3 : {}^1/_3$; $8 : {}^2/_3$; $^5/_6 : {}^5/_{12}$; $^1/_2 : {}^1/_6$; $^1/_3 : {}^1/_{12}$.
24. $1^2/_3 : {}^5/_6$; $12^1/_2 : {}^5/_6$; $9^3/_4 : 1^1/_{12}$; $33^3/_4 : 1^2/_3$.
25. Koliko je 5ta čest od $^{25}/_3$, $^{35}/_6$, $7^1/_{12}$?
26. Koliko je mjeseci $^1/_3$, $^2/_3$, $^1/_6$, $^5/_6$, $^1/_{12}$, $^7/_{12}$ godine?
27. Koliko je sati $^1/_3$, $^2/_3$, $^1/_6$, $^5/_6$, $^1/_{12}$, $^{11}/_{12}$ dana?
28. Koliko je časova (minuta) $^1/_3$, $^2/_3$, $^1/_6$, $^1/_{12}$, $^7/_{12}$, $^{11}/_{12}$ sata?

§. 39.

Petine i desetine.

1. Kako postanu čestnici $^1/_5$, $^2/_5$, $^4/_5$; $^1/_{10}$, $^3/_{10}$ $^7/_{10}$?
2. Koliko je petinâ 1, 2, 7 cieli; $1^1/_5$, $5^3/_5$, $8^4/_5$?
3. Koliko je desetinâ 1, 3, 10, cieli; $1^3/_{10}$, $4^7/_{10}$, $5^9/_{10}$?
4. Koliko je cieli $^5/_5$ $^{15}/_5$, $^{55}/_5$; $^{10}/_{10}$, $^{40}/_{10}$, $^{70}/_{10}$?
5. Koliko je cieli $^6/_5$, $^{12}/_5$, $^{33}/_5$, $^{64}/_5$; $^{13}/_{10}$, $^{37}/_{10}$?
6. Koliko je desetinâ $^1/_5$, $^3/_5$, $^7/_5$, $^{19}/_5$, $^{42}/_5$?
7. Koliko je desetinâ $^1/_2$, $^3/_2$, $^9/_2$, $^{15}/_2$, $^{31}/_2$?
8. Koliko je petinâ $^2/_{10}$, $^6/_{10}$, $^{28}/_{10}$ $^{40}/_{10}$, $^{62}/_{10}$?
9. Koliko je polovinâ $^5/_{10}$, $^{25}/_{10}$, $^{30}/_{10}$, $^{55}/_{10}$, $^{90}/_{10}$?

10. *a)* $^3/_5 + {}^4/_5$. *b)* $5^2/_5 + 6^1/_5$. *c)* $^2/_5 + {}^7/_{10}$. *d)* $^1/_2 + {}^3/_5$.
$^7/_{10} + {}^3/_{10}$. $3^2/_{10} + 2^7/_{10}$. $^1/_2 + {}^9/_{10}$. $7^3/_{10} + 4^1/_2$.

11. *a)* $^9/_{10} - {}^3/_{10}$. *b)* $6^4/_5 - 3^2/_5$. *c)* $^1/_5 - {}^1/_{10}$. *d)* $8^7/_{10} - 3^1/_2$.
$5 - {}^2/_5$. $7^1/_{10} - 2^3/_{10}$. $^1/_2 - {}^2/_5$. $6^1/_5 - 5^1/_2$.

12. $^3/_5 \times 6$; $^7/_{10} \times 5$; $9^3/_{10} \times 8$; $13^4/_5 \times 10$.

13. $^4/_5 : {}^1/_5$; $1 : {}^1/_5$; $2^2/_5 : {}^3/_5$; $2^7/_{10} : {}^3/_{10}$.

14. Kolika je 4ta čest od $^{24}/_5$, $^{36}/_5$; trećina od $^9/_{10}$, $^{36}/_{10}$, $5^1/_{10}$?

15. Naznači $^1/_5$ ($^2/_5$, $^4/_5$) for., *m*, *hl*, *kg*, rizma, sata, jedinicami obližnjega nižeg imenovanja.

16. Tako isto $^1/_{10}$ ($^3/_{10}$, $^7/_{10}$) for., *m*, *hl*, *kg*, rizma, sata.

Preobrazovanje čestnikâ.

§. 40.

Preobrazovanje nepravih čestnika u mješovite brojeve.

1. Svaki neprav čestnik može se pretvoriti u cio ili mješovit broj.

Treba li n. pr. iz neprava čestnika $^{27}/_4$ izlučiti ciela, to se izvadja: 4 su četvrtine 1 cielo, s toga je 27 četvrtina toliko cieli, koliko se puta 4 sadržava u 27, dakle 6 cieli, i još preostanu 3 četvrtine.

$$^{27}/_4 = 27 : 4 = 6^3/_4.$$

2. Svaki mješovit broj može se pretvoriti u neprav čestnik.

Neka n. pr. treba $3^7/_8$ preobrazovati u neprav čestnik. Izvodi se: 1 cielo ima 8 osmina, s toga su 3 ciela 3puta 8 = 24 osmine, i k tomu 7 osmina je 31 osmina; dakle

$$3^7/_8 = \frac{3 \times 8 + 7}{8} = {}^{31}/_8.$$

Zadatci.

1. Koliko je cieli u $^6/_6$, $^{50}/_6$, $^{29}/_7$, $^{58}/_8$, $^{70}/_9$, $^{83}/_{10}$, $^{55}/_{12}$?

(Ovdje navedeni i u ovom odsjeku dalje sliedeći zadatci neka se, koliko to dopušta jednostavnost brojeva, rieše u glavi.)

2. Išti ciela iz sliedecih čestnika:

$^7/_3$, $^{35}/_5$, $^{57}/_6$, $^{31}/_7$, $^{85}/_9$, $^{13}/_{11}$, $^{25}/_{12}$, $^{71}/_{15}$, $^{87}/_{20}$, $^{100}/_{25}$.

3. Sliedeće čestnike pretvori u mješovite brojeve:

$\frac{105}{32}$, $\frac{117}{37}$, $\frac{80}{17}$, $\frac{257}{84}$, $\frac{1320}{57}$, $\frac{1041}{416}$, $\frac{2177}{208}$, $\frac{50713}{471}$, $\frac{31073}{1000}$.

4. Pretvori 1, 3, 6, 9, 13, 25, 128 u čestnike, kojim je nazivnik *a)* 10, *b)* 25, *c)* 60, *d)* 100.

Sliedeće mješovite brojeve pretvori u neprave čestnike:

5. $3^4/_5$, $12^3/_7$, $9^9/_{10}$, $3^8/_{15}$, $14^2/_9$, $21^3/_4$, $102^7/_{12}$, $58^9/_{20}$.

6. $9\frac{13}{16}$, $27\frac{43}{81}$, $41\frac{31}{400}$, $84\frac{32}{125}$, $702\frac{27}{400}$, $37\frac{217}{422}$, $581\frac{147}{1000}$.

§. 41.

Proširivanje čestnikâ.

Ako se u čestniku $^3/_5$ brojnik umnoži n. pr. sa 4, to se dobije 4puta toliko česti, koliko ih je prijašnji čestnik imao; no ako se zajedno i nazivnik umnoži sa 4, to pojedine česti novoga čestnika postanu 4puta manje, nego prijašnje; novi dakle čestnik ima 4puta toliko, no 4puta manjih česti, te je on s prijašnjim čestnikom jednake vriednosti; s toga je

$$^3/_5 = \frac{3 \times 4}{5 \times 4} = {}^{12}/_{20}.$$

Dakle se vriednost čestnika ne izmieni, ako mu se brojnik i nazivnik s istim brojem umnože.

Pretvorivši čestnik $^3/_5$ u $^{12}/_{20}$, izmienio mu se je oblik, no vriednost ostala je neizmienjena.

Preobrazovanje čestnika množenjem brojnika i nazivnika s istim brojem zove se proširivanjem (razsezanjem) čestnika.

Proširivanjem može se svaki čestnik, ne izmjeniv mu vriednosti, pretvoriti u drugi čestnik, kojemu je nazivnik mnogokratnikom prijašnjega nazivnika.

Da se n. pr. $^7/_{12}$ pretvori u čestnik, kojemu je nazivnik 48, treba $^7/_{12}$ sa 48 : 12, t. j. sa 4 proširiti; s toga imamo račun:

$$48 : 12 = 4,\ 7 \times 4 = 28, \text{ dakle } ^7/_{12} = {}^{28}/_{48}.$$

U glavi se računa: jedno cielo ima $^{48}/_{48}$, $^1/_{12}$ ima $^4/_{48}$, $^7/_{12}$ je dakle $^{28}/_{48}$.

Proširivanjem može se takodjer više čestnika svesti na zajednički nazivnik, čim je taj djeliv svimi nazivnici zadanih čestnika. Da se računi, koliko je god moguće, jednostavno izvedu, čestnici se obično svadjaju na najmanji zajednički nazivnik; a taj je najmanji broj, koji je djeliv svimi zadanimi nazivnici, dakle njihov najmanji zajednički mnogokratnik.

Zadatci.

1. Svedi *a*) čestnike $^1/_2$, $^3/_5$ na nazivnik 10;

b) „ $^3/_4$, $^5/_6$, $^7/_{10}$ „ „ 60;

c) „ $^1/_2$, $^2/_3$, $^3/_4$, $^4/_5$, $^5/_6$ „ „ 120.

2. Svedi čestnike $^3/_4$, $^5/_6$, $^7/_{10}$ na najmanji zajednički nazivnik.

$v(4, 6, 10) = 60$

$^3/_4$	15	45	$^3/_4 = {^{45}/_{60}}$,
$^5/_6$	10	50	$^5/_6 = {^{50}/_{60}}$,
$^7/_{10}$	6	42	$^7/_{10} = {^{42}/_{60}}$.

Ili: $1 = {^{60}/_{60}}$;

$^1/_4 = {^{15}/_{60}}$, $^3/_4 = {^{45}/_{60}}$;

$^1/_6 = {^{10}/_{60}}$, $^5/_6 = {^{50}/_{60}}$;

$^1/_{10} = {^6/_{60}}$, $^7/_{10} = {^{42}/_{60}}$.

Takovo predočivanje pristaje uz tečaj misli ustmenoga računanja.

Sliedeće čestnike predoči sa najm. z. nazivnikom:

3. *a*) $^3/_{10}$, $^7/_{15}$. *b*) $^3/_4$, $^5/_{14}$. *c*) $^{13}/_{25}$, $^8/_{15}$.

4. *a*) $^4/_9$, $^{11}/_{17}$. *b*) $^7/_{12}$, $^{13}/_{20}$. *c*) $^{16}/_{21}$, $^{37}/_{70}$.

5. *a*) $^1/_2$, $^2/_5$, $^3/_8$. *b*) $^2/_3$, $^3/_4$, $^4/_5$. *c*) $^5/_6$, $^7/_{12}$, $^{19}/_{24}$.

6. *a*) $^2/_3$, $^5/_8$, $^{11}/_{12}$, $^{13}/_{15}$. *b*) $^3/_5$, $^7/_8$, $^{11}/_{14}$, $^5/_{18}$, $^{19}/_{30}$.

7. *a*) $\frac{17}{44}$, $\frac{35}{72}$, $\frac{29}{56}$. *b*) $\frac{11}{15}$, $\frac{18}{35}$, $\frac{24}{55}$, $\frac{98}{105}$.

8. *a*) $\frac{37}{108}$, $\frac{113}{132}$, $\frac{79}{162}$. *b*) $\frac{91}{120}$, $\frac{147}{264}$, $\frac{103}{198}$, $\frac{211}{495}$.

§. 42.

Pokraćivanje čestnikâ.

Ako se u kojem čestniku $^{12}/_{20}$ brojnik razdieli n. pr. sa 4, to se dobije 4puta manje česti; no ako se zajedno i nazivnik razdieli sa 4, to pojedine česti novoga čestnika postanu 4puta veće; s toga se dobije 4puta manje, ali 4puta tolikih česti, dakle je tom diobom čestniku samo oblik, a ne vriednost izmienjena; zato imamo

$$^{12}/_{20} = \frac{12 : 4}{20 : 4} = {^3/_5}.$$

Dakle se vriednost čestnika ne izmieni, ako mu se brojnik i nazivnik istim brojem razdiele.

Preobrazovanjem čestnika razdjelivši mu brojnik i nazivnik istim brojem može se čestnik pokratiti, t. j., ne izmjeniv mu vriednosti, manjima brojevima predočiti. No to se može sbiti samo onda, ako brojnik i nazivnik imaju zajedničku mjeru.

Zadatci.

1. *a)* $\frac{8}{14} = \frac{4}{7}$; *b)* $\frac{420}{510} = \frac{42}{51} = \frac{14}{17}$.

Pokrati sliedeće čestnike koliko je god moguće:

2. $^{12}/_{18}$, $^{15}/_{24}$, $^{10}/_{25}$, $^{18}/_{30}$, $^{20}/_{36}$, $^{25}/_{40}$, $^{36}/_{54}$, $^{48}/_{60}$, $^{44}/_{66}$.
3. $\frac{75}{200}$, $\frac{192}{240}$, $\frac{102}{153}$, $\frac{135}{480}$, $\frac{666}{909}$, $\frac{1625}{2000}$, $\frac{410}{2520}$. $\frac{960}{1728}$.
4. Pokrati još sliedeće čestnike, ištući verižnom diobom medju brojnikom i nazivnikom najv. z. mjeru:

$\frac{805}{966}$, $\frac{2924}{5117}$, $\frac{803}{1752}$, $\frac{741}{1254}$. $\frac{791}{1243}$, $\frac{2567}{6191}$, $\frac{1707}{2845}$.

Sbrajanje i odbijanje čestnikâ.

§. 43.

Sbrajanje čestnikâ.

5 devetina i 2 devetine je 7 devetina; ili

$$^5/_9 + {}^2/_9 = {}^7/_9.$$

Čestnici jednakih nazivnika sbrajaju se, sbrojivši im brojnike a zajednički nazivnik zadržavši kao nazivnik.

Zadatci.

1. $^4/_{15} + {}^7/_{15} + {}^{11}/_{15} = {}^{22}/_{15} = 1^7/_{15}$.
2. *a)* $^3/_{20} + {}^7/_{20} + {}^9/_{20}$. *b)* $5^3/_8 + 6^7/_8 + 8^5/_8$.
3. $12\frac{7}{32} + 44\frac{17}{32} + 10 + 18\frac{23}{32} + 7\frac{29}{32}$.
4. Imamo četiri broja; prvi je $8^4/_5$, a svaki sliedeći za $2^3/_5$ veći od predjašnjega; kolik je sbroj svih?
5. Sbroji čestnike $^3/_5$, $^5/_6$ i $^7/_{10}$

$$m\,(5,\ 6,\ 10) = 30$$

$^3/_5$	6	18
$^5/_6$	5	25
$^7/_{10}$	3	21

$$\frac{64}{30} = \frac{32}{15} = 2\frac{2}{15}.$$

6. *a)* $^2/_3 + {}^5/_6$. *b)* $^7/_8 + {}^5/_6$.
7. *a)* $^1/_2 + {}^3/_4 + {}^5/_8$. *b)* $^2/_3 + {}^4/_5 + {}^7/_9$.
8. *a)* $^7/_8 + {}^5/_{12} + {}^{11}/_{20}$. *b)* $^{17}/_{18} + {}^{16}/_{27} + {}^{13}/_{36} + {}^{14}/_{15}$.
9. *a)* $8^3/_4 + 5^7/_{12} + 6^{13}/_{30}$. *b)* $12^7/_{10} + 13^8/_{15} + 25^{19}/_{24}$.

10. $4\frac{5}{6} + 8\frac{13}{21} + 5\frac{20}{33} + 3\frac{29}{36} + 7\frac{37}{54}$.

11. $25\frac{17}{48} + 32\frac{23}{72} + 15\frac{11}{63} + 24\frac{7}{36} + 30\frac{31}{98}$.

12. Izpitaj izpravnost sliedećih naznačaja:

a) $\frac{3}{4} + \frac{1}{2} + \frac{5}{6} \times \frac{7}{10} = \frac{2}{3} + \frac{7}{12} + \frac{3}{5} + \frac{14}{15}$.

b) $\frac{2}{9} + \frac{7}{12} + \frac{9}{14} + \frac{29}{63} = \frac{3}{7} + \frac{13}{18} + \frac{8}{21} + \frac{11}{36}$.

c) $\frac{13}{44} + \frac{47}{75} + \frac{53}{165} + \frac{217}{275} = \frac{29}{60} + \frac{23}{66} + \frac{39}{100} + \frac{107}{132}$.

13. Kolik je sbroj od pet brojeva, od kojih je prvi $731\frac{11}{12}$, a svaki sliedeći od predjašnjega veći za $27\frac{3}{5}$?

14. Njetko je dužan da plati $37\frac{3}{4}$ for., $15\frac{7}{10}$ for., $22\frac{13}{20}$ for., $5\frac{16}{25}$ for. i $12\frac{1}{2}$ for.; koliko svega?

15. Stranice trokuta iznose $225\frac{1}{2}\,m$, $173\frac{3}{4}\,m$ i $205\frac{2}{5}\,m$; kolik mu je obseg?

16. Njeki vodnjak (Wasserbehälter) puni se kroz tri cievi; prva ciev sama napuni za 1 sat $\frac{1}{3}$ vodnjaka, druga za isto vrieme $\frac{1}{4}$, a treća $\frac{1}{6}$. Koji će dio vodnjaka biti napunjen za jedan sat, ako voda kroz sve tri cievi zajedno teče?

17. Jedan vodeni šmrk može vodu, što je u njekom rudniku, izcrpsti za 15 dana, a drugi za 12 dana; koji će dio vode obadva šmrka zajedno izcrpsti za jedan dan?

18. Koliko stoji izkapanje zdenca duboka $8\,m$, ako to kopanje za prvi m stoji $3\frac{3}{4}$ for. a za svaki daljni m $\frac{4}{5}$ for. više nego za predjašnji?

§. 44.

Odbijanje čestnikâ.

7 osmina manje 5 osmina jesu 2 osmine; ili

$$\frac{7}{8} - \frac{5}{8} = \frac{2}{8}.$$

Čestnici jednakih nazivnika odbiju se, ako brojnike odbijemo a zajednički nazivnik zadržimo kao nazivnik. Imaju li čestnici nejednake nazivnike, to se oni svedu najprije na zajednički nazivnik a zatim odbiju.

Zadatci.

1. *a)* $\frac{8}{9} - \frac{5}{9}$. *b)* $\frac{11}{12} - \frac{5}{12}$. *c)* $\frac{23}{30} - \frac{13}{30}$.

2. *a)* $8\frac{3}{7} - 3$. *b)* $12\frac{7}{10} - 9$. *c)* $9\frac{8}{15} - 2\frac{2}{15}$.

3. *a)* $1 - \frac{5}{6}$. *b)* $5 - \frac{9}{16}$. *c)* $15 - 10\frac{3}{4}$.

4. *a)* $8\,{}^{9}/_{16} - 5\,{}^{13}/_{16}$. *b)* $57\frac{59}{100} - 38\frac{83}{100}$.

5. Odbij ${}^{2}/_{9}$ od ${}^{5}/_{12}$.

$$m\,(9,\ 52) = 36$$

$$\begin{array}{lr|c} \frac{5}{12} & 3 & 15 \\ \frac{2}{9} & 4 & 8 \\ \hline & & \frac{7}{36} \end{array}$$

$\frac{5}{12} = \frac{15}{36}$; $\frac{2}{9} = \frac{8}{36}$. Ako se sada $\frac{8}{36}$ od $\frac{15}{36}$ odbije, to ostane $\frac{7}{36}$.

6. *a)* ${}^{8}/_{9} - {}^{7}/_{8}$. *b)* ${}^{17}/_{20} - {}^{3}/_{5}$. *c)* ${}^{13}/_{18} - {}^{3}/_{10}$.

7. *a)* ${}^{15}/_{28} - {}^{4}/_{21}$. *b)* ${}^{9}/_{16} - {}^{5}/_{12}$. *c)* ${}^{19}/_{25} - {}^{11}/_{30}$.

8. *a)* $\frac{53}{60} - \frac{13}{25}$. *b)* $\frac{59}{84} - \frac{71}{112}$. *c)* $\frac{209}{480} - \frac{253}{600}$.

9. *a)*
$$\begin{array}{r} 19\frac{7}{8} \\ 7\frac{2}{3} \\ \hline 12\frac{5}{24} \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} \multicolumn{2}{c}{24} \\ \hline 3 & 21 \\ 8 & 16 \\ \hline \multicolumn{2}{c}{5} \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} 35\frac{2}{9} \\ 21\frac{7}{12} \\ \hline 13\frac{23}{36} \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} \multicolumn{2}{c}{36} \\ \hline 4 & 8 + 36. \\ 3 & 21 \\ \hline \multicolumn{2}{c}{23} \end{array}$$

10. *a)* $23\frac{13}{15} - 18\frac{17}{25}$. *b)* $19\frac{53}{60} - 15\frac{47}{48}$.

11. *a)* $129\frac{13}{24} - 105\frac{27}{32}$. *b)* $52\frac{71}{300} - 25\frac{103}{250}$.

12. Za koliko čestnik $\frac{37}{48}$ postane veći ili manji, ako se *a)* brojniku i nazivniku 5 pribroji, *b)* od brojnika i nazivnika 5 odbije?

13. Za koliko čestnik $\frac{5408}{7219}$ postane veći ili manji, ako se u brojniku i nazivniku *a)* posljednja, *b)* dvie posljednje znamenke na desno izostave?

14. Imamo ove čestnike: ${}^{1}/_{2}$, ${}^{1}/_{4}$, ${}^{1}/_{8}$, ${}^{1}/_{16}$, ${}^{1}/_{32}$, ${}^{1}/_{64}$; za koliko je sbroj dviju prvih čestnika manji od 1? — za koliko sbroj prvih triju, četiri, pet, šest čestnika?

15. Imamo četiri broja: prvi je $25\,{}^{1}/_{3}$, drugi za $8\,{}^{3}/_{4}$ veći od prvoga, treći za $12\,{}^{3}/_{5}$ manji od drugoga, a četvrti je jednak razlici medju prvim i trećim; kolik je sbroj od sva četiri broja?

16. Njeki činovnik primi za jedan mjesec $87\,{}^{1}/_{4}$ for. plaće, a izda $74\,{}^{3}/_{5}$ for.; koliko uštedi?

17. Tri vreće sa rižom (pirinčem) u njih teže $125\,{}^{3}/_{5}$, $127\,{}^{7}/_{10}$, $128\,{}^{1}/_{4}$ *kg*; prazne vreće teže $8\,{}^{1}/_{2}$, $8\,{}^{3}/_{5}$, $8\,{}^{3}/_{4}$ *kg*; koliko je riže u svih vrećah?

18. Iz jedne bačve, koja drži $32\,{}^{1}/_{4}$ *hl* vina, napune se tri manje bačve, od kojih prva ima $7\,{}^{1}/_{2}$, druga $6\,{}^{3}/_{4}$, treća $6\,{}^{7}/_{20}$ *hl*; koliko vina preostane još u velikoj bačvi?

Množenje i dieljenje čestnikâ.

§. 45.

Množenje čestnika sa cielim brojem.

Uzme li se brojnik čestnika n. pr. 5puta tolikim, to množina česti, dakle i sâm čestnik bude 5puta toliki. Uzme li se nazivnik čestnika 5puta manjim, t. j. uzme li se od njega 5ta čest, to dobijemo 5puta tolike česti, dakle i sâm čestnik 5puta toliki.

S toga se čestnik sa cielim brojem umnoži, ako se ili brojnik sa cielim brojem umnoži ili nazivnik njim razdieli.

N. pr. $^7/_{10} \times 5 = \frac{7 \times 5}{10} = {}^{35}/_{10} = {}^7/_2$; ili

$$^7/_{10} \times 5 = \frac{7}{10:5} = {}^7/_2.$$

Drugi je postupak probitačniji, no upotrebljiv samo onda, ako je nazivnik čestnika cielim brojem djeliv.

$$^5/_8 \times 8 = 5, \quad ^{12}/_{25} \times 25 = 12.$$

Čestnik umnožen sa svojim nazivnikom dade brojnik za umnožak.

Zadatci.

1. *a)* $^8/_{11} \times 7$. *b)* $^5/_{12} \times 8$. *c)* $^3/_{10} \times 5$.
   $^7/_{12} \times 5$. $^{11}/_{15} \times 6$. $^{17}/_{30} \times 15$.

2. *a)* $\frac{37}{64} \times 5$. *b)* $\frac{59}{63} \times 16$. *c)* $\frac{21}{112} \times 337$.

3. $\frac{13}{18} \times 12 = \frac{156}{18} = 8\frac{12}{18} = 8\frac{2}{3}$; ili $\frac{13}{\cancel{18}_{3}} \times \cancel{12} = \frac{26}{3} = 8\frac{2}{3}$.

Ako nazivnik čestnika i cieli broj imaju zajedničku mjeru, to se množba ujednostruči, ako se oni još prije množenja onom mjerom razdiele.

4. *a)* $\frac{10}{21} \times 14$. *b)* $\frac{25}{32} \times 36$. *c)* $\frac{17}{21} \times 15$.

5. *a)* $\frac{17}{30} \times 20$. *b)* $\frac{112}{125} \times 75$. *c)* $\frac{83}{150} \times 105$.

6. $5\frac{3}{4} \times 7$; ili $5\frac{3}{4} \times 7 = \frac{23}{4} \times 7 = \frac{161}{4} = 40\frac{1}{4}$.
   $\overline{40\frac{1}{4}}$

Pri prvom načinu množbe veli se: 7puta $^3/_4$ je $^{21}/_4$, t. j. 5 cieli i $^1/_4$, 7puta 5 je 35, i 5 je 40.

7. *a)* $19\frac{5}{8} \times 9$. *b)* $18\frac{7}{12} \times 11$. *c)* $19\frac{23}{25} \times 37$.

8. *a)* $91\frac{7}{12} \times 61$. *b)* $12\frac{37}{40} \times 25$. *c)* $31\frac{12}{27} \times 18$.

9. *a)* $89\frac{8}{35} \times 55$. *b)* $45\frac{107}{125} \times 105$. *c)* $271\frac{39}{160} \times 93$.

10. *a)*

$$\begin{array}{r l} 53\frac{7}{12} & \times 35 \\ \hline & \times 5 \\ 267\frac{11}{12} & \\ \hline & \times 7 \\ 1875\frac{5}{12} & \end{array}$$

b) $23\frac{9}{16} \times 45$.

c) $17\frac{13}{32} \times 56$.

d) $241\frac{125}{236} \times 72$.

11. 1 *q* stoji $35\frac{17}{25}$ for.; koliko stoji *a)* 10 *q*, *b)* 43 *q*?

12. Kolik je obseg kolesa (točka), koje ima 48 zubaca, ako su ti $4\frac{3}{5}$ *cm* medjusobno udaljeni?

13. Austrijska forintača teži $\frac{1}{81}$ *kg*; koliko teži *a)* 98 for.? *b)* 162 for.? *c)* 500 for.?

14. Jedan ruski rubalj vriedi 1 for. $61\frac{23}{25}$ novč. a. vr.; koliko u a. vr. iznose *a)* 204 rublja? *b)* 793 rublja? *c)* 2465 rubalja?

§. 46.

Dieljenje čestnika cielim brojem.

Uzme li se brojnik čestnika 4puta manjim, to množina česti, dakle i sâm čestnik bude 4puta manji. Uzme li se nazivnik čestnika 4puta tolikim, to svaka pojedina čest, dakle i sâm čestnik bude 4puta manji.

Čestnik se dakle cielim brojem razdieli, ako mu se ili brojnik cielim brojem razdieli, ili nazivnik s njim umnoži.

N. pr. $^8/_9 : 4 = \frac{8 : 4}{9} = {^2/_9}$; ili

$$^8/_9 : 4 = \frac{8}{9 \times 4} = {^8/_{36}} = {^2/_9}.$$

Prvi je postupak probitačniji, no samo onda upotrebljiv, ako je brojnik cielim brojem djeliv.

Zadatci.

1. *a)* $^{10}/_{11} : 2$. *b)* $^9/_{10} : 3$. *c)* $^8/_{15} : 4$.

$^7/_9 : 3$. $^{11}/_{15} : 2$. $^{21}/_{25} : 8$.

2. $\frac{8}{15} : 12 = \frac{8}{180} = \frac{2}{45}$; ili $\frac{\overset{2}{\cancel{8}}}{15} : \overset{3}{\cancel{12}} = \frac{2}{45}$.

3. *a*) $\frac{15}{16} : 20$. *b*) $\frac{12}{33} : 14$. *c*) $\frac{35}{43} : 21$.

4. $9\frac{1}{8} : 5 = 1\frac{33}{40}$; ili $9\frac{1}{8} : 5 = \frac{73}{8} : 5 = \frac{73}{40} = 1\frac{33}{40}$.

Pri prvom načinu diobe veli se: 5ta čest od 9 je 1, ostanu 4; 4 ciela su $^{32}/_{8}$ i $^{1}/_{8}$ jesu $^{33}/_{8}$; 5ta čest od $^{33}/_{8}$ jesu $^{33}/_{40}$.

5. *a*) $12^{6}/_{7} : 3$. *b*) $17^{3}/_{4} : 5$. *c*) $59^{7}/_{10} : 8$.

6. *a*) $307\frac{17}{28} : 9$. *b*) $342\frac{9}{11} : 23$. *c*) $1346\frac{13}{25} : 31$.

7. *a*) $517\frac{3}{8} : 36$ *b*) $1907\frac{7}{24} : 56$.

$$\begin{array}{l} 517\frac{3}{8} : 36 \\ \hline : 6 \\ 86\frac{11}{48} \\ \hline : 6 \\ 13\frac{107}{288} \end{array}$$

c) $9248\frac{17}{20} : 45$.

d) $6804\frac{7}{10} : 28$.

8. $9\,m$ stoji $38\frac{1}{4}$ for.; po što je $1\,m$?

9. $1\,hl$ stoji 18 for.; koliko se *hl* dobije za $499\frac{1}{2}$ for.?

10. U njekom razredu sa 45 učenika 1 učenik ima $10^{1}/_{2}$ godina, 17 ih ima po 11, 15 po $11^{2}/_{3}$, 11 po 12, a 1 ima 13 godina; kolika je popriečna dob jednomu učeniku toga razreda.

11. Ako se $24\,hl$ pšenice po $6^{1}/_{4}$ for. i $16\,hl$ po $6^{1}/_{5}$ for. smieša te se prodajom hoće dobiti 7ma čest ciene; koliko iznosi dobitak i po što se mora *hl* tako smiešane pšenice prodati?

§. 47.

Množenje sa čestnikom.

Neka treba koji broj umnožiti sa $^{3}/_{4}$. Tu bi po razjašnjaju množbe u §. 17. trebalo zadani broj staviti $^{3}/_{4}$puta kao pribrojnik, koji zadatak ne ima očevidno nikakova smisla. S toga ćemo ustanovljeni prvobitno za ciele brojeve pojam množbe ovdje razsegnuti (razširiti) tako, da on bude upotrebljiv i za čestnike.

Mjesto izraza „4tu čest kojega broja uzeti“ običava se takodjer krače reći: „$^{1}/_{4}$ broja uzeti,“ ili broj sa $^{1}/_{4}$ umnožiti.

Tako se isto za zadatak: „4tu čest kojega broja 3puta uzeti,“ upotrebljava kraći način izražavanja: „$^{3}/_{4}$ broja uzeti“, ili „broj $^{3}/_{4}$puta uzeti, ili „broj sa $^{3}/_{4}$ umnožiti“.

S toga umnožiti koji broj sa čestnikom znači, zasobce ga nazivnikom razdieliti i sa brojnikom umnožiti, ili ga najprije sa brojnikom umnožiti pak zatim nazivnikom razdieliti.

Na tu razsegu množbenoga pojma dovode nas takodjer zadatci svakdanjega života. Da se obćenito iz iznoska jedinice nadje iznosak istovrstne množine, umnoži se iznosak jedinice sa brojem. koji izražava množinu. Stoji li n. pr. 1 *m* 5 for., to $^3/_4$ *m* stoje 5 for. $\times$ $^3/_4$. Što taj umnožak znači, vidi se, ako zadatak zaista riešimo; imamo naime:

1 *m* stoji 5 for :
$^1/_4$ *m* stoji 4tu čest od 5 for., dakle $^5/_4$ for.;
$^3/_4$ *m* stoje 3puta toliko što $^1/_4$ *m*, dakle $^5/_4$ for. $\times$ 3;
s toga je 5 for. $\times$ $^3/_4$ = $^5/_4$ for. $\times$ 3.

Treba li umnožiti čestnik sa čestnikom, n. pr. $\frac{3}{5}$ sa $\frac{7}{8}$, to po prijašnjem razjašnjaju dobijemo

$$\tfrac{3}{5} : 8 = \frac{3}{5 \times 8}; \frac{3}{5 \times 8} \times 7 = \frac{3 \times 7}{5 \times 8}; \text{ dakle}$$

$$^3/_8 \times {}^7/_8 = \frac{3 \times 7}{5 \times 8}.$$

Dakle umnožak dviju čestnika jest čestnik, kojemu je brojnikom umnožak od brojnikâ, a nazivnikom umnožak od nazivnikâ u zadanih čestnicih.

Zadatci.

1. *a*) 12 $\times$ $^1/_6$. *b*) 10 $\times$ $^2/_5$. *c*) 13 $\times$ $^3/_8$.
25 $\times$ $^4/_5$. 26 $\times$ $^7/_9$. 15 $\times$ $^9/_{11}$.

2. *a*) 613 $\times$ $^5/_8$.
$306^1/_2$ . . $^1/_2$
$76^5/_8$ . . $^1/_8$ = $^1/_4$ od $^1/_2$.
$383^1/_8$.

b) 938 $\times$ $^3/_8$.
c) 159 $\times$ $^7/_{12}$.
d) 207 $\times$ $^{11}/_{20}$.

3. *a*) $^3/_8$ $\times$ $^5/_7$. *b*) $^7/_{19}$ $\times$ $^5/_{12}$. c) $^9/_{10}$ $\times$ $\frac{3}{5}$.

4. $\frac{8}{15} \times \frac{7}{12} = \frac{56}{180} = \frac{14}{45}$; ili $\frac{\overset{2}{8}}{15} \times \frac{7}{\underset{3}{12}} = \frac{14}{45}$

Ako brojnik jednoga i nazivnik drugoga čestnika imaju zajedničku mjeru, tada se oni još prije množenja pokrate.

5. *a*) $\frac{3}{8} \times \frac{18}{25}$. *b*) $\frac{15}{34} \times \frac{4}{9}$. *c*) $\frac{35}{48} \times \frac{20}{21}$.

6. $3^1/_2 \times 6^2/_3 = {}^7/_2 \times {}^{20}/_3 = {}^{70}/_3 = 23^1/_3$.

7. *a*) $7 \times 6^4/_5$. *b*) $15 \times 9^3/_8$. *c*) $18 \times 7^7/_9$.

8. *a*) $4^3/_4 \times {}^4/_5$. *b*) $8^3/_5 \times {}^8/_9$. *c*) $25^1/_2 \times {}^7/_{10}$.

9. *a*) $7^2/_5 \times 3^1/_4$. *b*) $12^2/_3 \times 9^5/_8$. *c*) $21^3/_4 \times 12^5/_9$.

10. Umnoži 209 sa $8^3/_4$.

Poradi $8^3/_4 = 8 + {}^1/_2 + {}^1/_4$ ili $8^3/_4 = 9 - {}^1/_4$ imamo

$$\begin{array}{rl} \underline{209 \times 8^3/_4} & \\ 1672\ldots . & 8 \\ 104^1/_2 \ldots & {}^1/_2 \\ \underline{52^1/_4} \ldots & {}^1/_4 \\ 1828^3/_4 & \end{array} \qquad \text{ili} \qquad \begin{array}{rl} \underline{209 \times 8^3/_4} & \\ 1881\ldots . & 9 \\ \text{odbiv}\ \underline{52^1/_4} \ldots & {}^1/_4 \\ 1828^3/_4 & \end{array}$$

11. *a*) $905 \times 9^7/_8$. *b*) $315 \times 24^3/_8$. *c*) $1234 \times 17^{11}/_{12}$.

12. *a*) $357^5/_6 \times 57^{13}/_{15}$. *b*) $835\frac{37}{20} \times 198\frac{25}{72}$.

13. *a*) $3\frac{1}{2} \times \frac{7}{10} \times 2\frac{4}{5}$. *b*) $2\frac{11}{50} \times \frac{12}{25} \times \frac{10}{27} \times \frac{15}{16}$.

14. Za koliko je umnožak čestnikà ${}^1/_2$, ${}^2/_3$, ${}^3/_4$ i ${}^4/_5$ manji od njihova sbroja?

15. Po što su ${}^4/_5\,kg$, ako $1\,kg$ stoji $1^9/_{20}$ for.

16. Obodnica je kruga $3\frac{1}{7}$ puta, točnije $\frac{355}{113}$ puta kolik promjer; *a*) kolika je za svaku od tih naznaka obodnica kruga, kojemu je promjer $4\,m$ $7\,dm$; *b*) kolika je razlika obiju iznosaka?

17. Tri osobe imaju $385^1/_5$ for. da medju se razdiele tako, da *A* dobije ${}^3/_{10}$, *B* ${}^1/_4$ a *C* ostatak; koliko dodje na svaku osobu?

18. *B* ima $2^1/_2$ puta toliko novaca koliko *A*, *C* $1^1/_7$ puta koliko *B*, *D* pak samo ${}^3/_8$ puta koliko *B*; Ako sada *A* ima $45^3/_5$ for., koliko ima *a*) svaki od ostalih, *b*) koliko imaju svi skupa?

§. 48.

Dieljenje čestnikom.

Ako se u broju predočenu čestnikom brojnik i nazivnik medju se premiene, to se novi broj zove **obraćenom** ili **uzajamnom** (recipročnom) **vriednosti** zadanoga broja. Tako je

${}^5/_4$ uzajamna vriednost od ${}^4/_5$,
5 „ „ „ ${}^1/_5$.

Naznači uzajamne vriednosti ovim brojevom:

${}^2/_3$, ${}^5/_2$, ${}^1/_4$, 6, $2^1/_2$, $3^5/_8$.

Svaki broj umnožen sa svojom uzajamnom vriednosti dade 1 za umnožak; n. pr.

$$\frac{4}{5} \cdot \frac{5}{4} = 1, \qquad \frac{1}{5} \cdot 5 = 1.$$

Neka sada treba 7 dieliti sa $\frac{1}{5}$. Količnik je onaj broj, koji umnožen sa djelilom $\frac{1}{5}$ dade diobenik 7, t. j. od kojega je 5ta čest 7. Broj pak, kojega je 5ta čest 7, jest 5erokratnik od 7: dakle je

$$7 : \frac{1}{5} = 7 \times 5.$$

Sličnimi izvodjaji razvij, da je

$$7 : \frac{1}{2} = 7 \times 2, \qquad 7 : \frac{1}{3} = 7 \times 3.$$

Dakle da koji broj razdielimo sa $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$, umnoži se on sa uzajamnom im vriednosti 2, 3, 5.

Neka još treba 7 dieliti sa $\frac{4}{5}$. Tu se hoće da nadjemo broj, koji sa $\frac{4}{5}$ umnožen, t. j. od kojega 5ta čest 4puta uzeta, dade 7. Broj, koji 4puta uzet dade 7, jest 4ti dio od 7; broj pak, od kojega već 5ta čest 4puta uzeta dade 7, jest 5puta toliki, dakle 5puta 4ta čest od 7, t. j. $7 \times \frac{5}{4}$; s toga je

$$7 : \frac{4}{5} = 7 \times \frac{5}{4}.$$

Dokaži istim načinom izpravnost ovih količnika:

$$7 : \frac{2}{3} = 7 \times \frac{3}{2}, \qquad 7 : \frac{3}{4} = 7 \times \frac{4}{3}.$$

Odatle sliedi poučka:

Broj se čestnikom razdieli, umnoživši ga sa uzajamnom vriednosti čestnika.

Na tu poučku dovode nas takodjer rješitbe zadataka iz svakdanjega života. N. pr. $\frac{4}{5}$ *hl* stoje 7 for.; po što je 1 *hl*? Ako bi 4 *hl* stajala 7 for., to bi 1 *hl* stajao 4tu čest od 7 for., trebalo bi dakle 7 for. dieliti sa 4; stoje li sada $\frac{4}{5}$ *hl* 7 for., to će se, da dobijemo cienu za 1 *hl*, 7 for. dieliti sa $\frac{4}{5}$, s toga 1 *hl* stoji $7 : \frac{4}{5}$. Što ta dioba znači, razabere se odmah, ako riešimo zadatak običnimi izvodjaji.

Stoji li $\frac{4}{5}$ *hl* 7 for., to stoji

$\frac{1}{5}$ *hl* 4tu čest od 7 for.;

1 *hl* stoji onda 5puta toliko, dakle 5puta 4tu čest od 7 for.

S toga treba 7 for. zasobce sa 4 razdieliti i sa 5 umnožiti, t. j.

$$7 \text{ for.} : \frac{4}{5} = 7 \text{ for.} \times \frac{5}{4}.$$

Često se množba i dioba čestnikâ zajedno sastanu.

Neka treba n pr. $^7/_{10} \times {}^3/_8$ razdieliti sa $^{11}/_{15}$. Imamo

$$\frac{^7/_{10} \times {}^3/_8}{^{11}/_{15}} = \frac{7 \times 3 \times \overset{3}{\cancel{15}}}{\underset{2}{\cancel{10}} \times 8 \times 11} = {}^{63}/_{176}.$$

Količnik se ne izmieni, ako mu se diobenik i djelilo sa istim brojem umnože ili istim brojem razdiele. Umnoži li se tuj diobenik i djelilo sa 10, to 10 kao nazivnik u diobeniku odpadne, a nadodje kao činbenik u djelilo. Tako isto množenjem sa 8 priedje nazivnik 8 diobenika kao činbenik u djelilo, a množenjem sa 11 nazivnik 11 djelila kao činbenik u diobenik. Nastavši tim čestnik onda se pokrati sa 5 (čim je 10 i 15 djelivo).

Ako ima mješovitih brojeva, oni se pretvore u neprave čestnike. N. pr.

$$\frac{2^1/_2 \times 3^3/_5}{1^3/_4} = \frac{^5/_2 \times {}^{18}/_5}{^7/_4} = \frac{\cancel{5} \times 18 \times \overset{2}{\cancel{4}}}{\cancel{2} \times \cancel{5} \times 7} = {}^{36}/_7 = 5^1/_7.$$

Zadatci.

1. *a)* $12 : {}^1/_3$. $15 : {}^3/_4$. *b)* $42 : {}^7/_{10}$. $36 : {}^4/_5$. *c)* $504 : {}^5/_8$. $5 : 3^2/_3$.
2. *a)* $^1/_2 : {}^3/_8$. *b)* $^5/_6 : {}^1/_9$. *c)* $^7/_{12} : {}^9/_{16}$.
3. *a)* $^3/_{10} : 3^2/_5$. *b)* $^{11}/_{12} : 2^3/_4$. *c)* $5^1/_4 : {}^7/_{10}$.
4. *a)* $^7/_{10} : {}^3/_8$. *b)* $3^4/_5 : {}^5/_6$ *c)* $9^1/_2 : {}^8/_{15}$.
5. *a)* $17\frac{16}{21} : \frac{11}{12}$. *b)* $18\frac{7}{15} : 3\frac{3}{10}$. *c)* $7\frac{3}{8} : 3\frac{11}{20}$.
6. *a)* $92^1/_3 : 2^6/_7$. *b)* $702 : 12^2/_3$. *c)* $25^7/_9 : 15^1/_{18}$.
7. *a)* $258\frac{23}{50} : \frac{127}{130}$. *b)* $728\frac{325}{628} : 57\frac{137}{250}$.
8. *a)* $^5/_8 \times {}^3/_4 : {}^{10}/_{13}$. *b)* $3^1/_2 \times 9 : 5^3/_4$.
9. *a)* $\frac{2^7/_{10} \cdot 35^1/_2 \cdot {}^2/_3}{37^1/_5 \cdot {}^3/_4}$. *b)* $\frac{5^1/_2 \cdot {}^3/_4 \cdot 3^5/_6 \cdot 6^1/_4}{2^3/_4 \cdot 4^1/_5 \cdot 34}$.
10. Od kojega broja iznosi $\frac{27}{32}$ za $72\frac{5}{8}$ više nego li $\frac{13}{16}$ od $588\frac{17}{85}$?
11. Koji je to broj, od kojega $\frac{23}{40}$ iznose za $15\frac{3}{25}$ manje, nego $\frac{31}{48}$ od $2358\frac{17}{30}$?
12. Po što je 1 *m*, ako $^3/_4$ *m* stoje 36 novč.?
13. Trgovac dobije prodajom njeke robe $25^3/_4$ for., i to na svakom *kg* $^1/_{10}$ for.; koliko je *kg* prodao?
14. Glasnik prevali za jedan sat $4^3/_8$ *km*; za koliko će vremena prevaliti 210 *km*?
15. Oranica, koja je velika $2^1/_4$ *ha*, proda se za 2520 for.; koliko stoji 1 *ha*?

16. Njetko kupi za $28\frac{4}{5}$ for. šećera i kave, i to od svakoga za polovinu iznoska; ako 1 *kg* šećera stoji $\frac{9}{25}$ for. a 1 *kg* kave $1\frac{3}{5}$ for., koliko je on kupio šećera a koliko kave?

17. Što je probitačnije, kupiti $8\frac{1}{2}$ *kg* njeke robe za $13\frac{13}{50}$ for., ili $10\frac{3}{4}$ *kg* iste robe za $17\frac{1}{5}$ for.?

18. U bačvu, koja drži 56 *l*, teče voda kroz dvie cievi; prva ciev sama napuni bačvu za 16 časova (minuta), druga za 12 časova; *a*) koliko vode daje svaka ciev za 1 čas, *b*) za koliko će se časova bačva napuniti, ako iz obiju cievi zajedno bude voda tekla?

Pretvaranje običnih čestnika u desetinske čestnike i obratno.

§. 49.

Desetinski brojevi kao čestnici.

Desetinski brojevi dadu se shvaćati dvojakim načinom. Možemo ih predočiti kao razsegu (proširenje) desetičnoga brojnoga sustava preko ili niže jedinicâ pak onda s njimi računati po zakonih desetičnih brojeva, kako je to u I. odsjeku ove knjige bivalo. No mogu se desetinski brojevi takodjer smatrati čestnicî, i u tom slučaju podpisavši im nazivnike predočiti u obliku običnih čestnika. Tako je

$$0\cdot1 = \tfrac{1}{10},\quad 0\cdot01 = \tfrac{1}{100},\quad 0\cdot001 = \tfrac{1}{1000},$$
$$0\cdot7 = \tfrac{7}{10},\quad 0\cdot53 = \tfrac{53}{100},\quad 0\cdot029 = \tfrac{29}{1000},$$
$$2\cdot3 = \tfrac{23}{10},\quad 5\cdot41 = \tfrac{541}{100},\quad 0\cdot627 = \tfrac{627}{1000};\ \text{i t. d.}$$

Predoče li se desetinski brojevi u obliku čestnika, to se i za njih mogu upotrebiti zakoni razvijeni za računanje s običnimi čestnici. N. pr.

$$0\cdot534 \times 2\cdot67 = \tfrac{534}{1000} \times \tfrac{267}{100} = \tfrac{142578}{100000} = 1\cdot42578.$$

§. 50.

Pretvaranje običпа čestnika u desetinski čestnik.

Da se običan čestnik pretvori u desetinski čestnik, treba samo brojnik razdieliti nazivnikom. N. pr.

$\frac{7}{8} = 7_0 : 8 = 0\cdot875, \qquad \frac{113}{25} = 113 : 25 = 4\cdot52.$

60	130
40	50
0	0.

Završi li se dioba bez ostatka, to se dobiveni desetinski čestnik zove končanim ili završenim. Taj slučaj nastane samo onda, ako je nazivnik običnoga čestnika 2 ili 5, ili pak umnožak, u kojem ne ima činbenika različita od 2 i 5. U svakom drugom slučaju ne svrši se dioba bez ostatka, te se onda desetinski čestnik zove bezkončanim. N. pr.

$\frac{8}{11} = 8_0 : 11 = 0\cdot7272\ldots \qquad \frac{97}{15} = 97 : 15 = 6\cdot466\ldots$

30	70
80	100
30	100
8	10.

Ako se dioba ne svršuje bez ostatka, to se nastavljajući računanje mora jedan od pretekavših već ostataka svakako opet pojaviti te će se s toga i u količniku znamenke, što su već jedan put nastale, istim redom povratiti. Desetinski čestnik, u kojem se jedna znamenka ili niz znamenaka svagda povraća, zove se povratnim (periodskim), a niz znamenaka, što se ponavljaju, zove se povraćajem (periodom).

Svaki bezkončan desetinski čestnik, koji postane od obična čestnika, jest povratan.

Obično se povraćaj napiše samo jedan put, no prva i posljednja njegova znamenka označe se točkom iznad njih. S toga je:

$$\frac{8}{11} = 0\cdot\dot{7}\dot{2}; \qquad \frac{97}{15} = 6\cdot4\dot{6}.$$

Kako već povraćaj počinje na prvom desetinskom mjestu ili istom na kasnijem mjestu, zove se povratni desetinski čestnik čisto-povratnim ili mješovito-povratnim.

Čisto-povratan desetinski čestnik postane od obična čestnika, ako mu nazivnik ne ima činbenika 2 niti 5; mješovito-povratan pak postane od obična čestnika, kojemu nazivnik ima 2 ili 5 pa i druge prvotne činbenike.

Zadatci.

Pretvori sliedeće obične čestnike u desetinske čestnike:

1. $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{7}{4}$, $\frac{19}{25}$, $\frac{25}{8}$, $\frac{101}{125}$, $\frac{29}{16}$, $\frac{73}{625}$, $\frac{37}{64}$.

2. $\frac{2}{3}, \frac{5}{9}, \frac{7}{11}, \frac{40}{33}, \frac{20}{27}, \frac{31}{37}, \frac{602}{111}, \frac{5}{7}, \frac{11}{13}$.

3. $\frac{5}{6}, \frac{14}{15}, \frac{25}{12}, \frac{217}{330}, \frac{49}{54}, \frac{25}{36}, \frac{216}{275}, \frac{51}{88}, \frac{197}{296}$.

§. 51.

Pretvaranje desetinskoga čestnika u običan čestnik.

1. Da se končan desetinski čestnik pretvori u običan čestnik, napiše se on sa svojim nazivnikom. N. pr.

$$0{\cdot}75 = \tfrac{75}{100} = \tfrac{3}{4}; \qquad 0{\cdot}048 = \tfrac{48}{1000} = \tfrac{6}{125}.$$

2. Neka treba čisto-povratan desetinski čestnik $0{\cdot}\dot{3}\dot{7}$ pretvoriti u običan čestnik. Povraćaj ima dvie znamenke. S toga ako nastavljajući se bez konca desetinski čestnik 0·373737 . . umnožimo sa 100 pak od toga odbijemo zadani čestnik, to će u razlici desetinke odpasti; imamo

$$\left.\begin{array}{r} \text{100kratni čestnik} = 37{\cdot}3737\,.\,. \\ \text{1kratan čestnik} = 0{\cdot}3737\,.\,. \end{array}\right\} \text{odbijeno}$$
$$\overline{\text{99kratni čestnik} = 37.}$$

s toga je čestnik sam $= \frac{37}{99}$; dakle je

$$0{\cdot}\dot{3}\dot{7} = \tfrac{37}{99}.$$

Istim postupkom dobijemo:

$$0{\cdot}\dot{6} = \tfrac{6}{9}; \qquad 0{\cdot}\dot{2}\dot{3} = \tfrac{23}{99}; \qquad 0{\cdot}\dot{4}0\dot{1} = \tfrac{401}{999}.$$

Koji zakon vlada u dobivenih običnih čestnicih?

3. Treba li mješovito-povratni desetinski čestnik pretvoriti u običan čestnik, umnoži se on, kako su već pred povraćajem 1, 2, 3, . . . desetinska mjesta, sa 10, 100, 1000, ... čim se dobije čisto-povratan desetinski čestnik; taj treba onda samo pretvoriti u običan čestnik, koji se još dotično sa 10, 100, 1000, . . . razdieli. N. pr.

$$0{\cdot}5\dot{2} = 5{\cdot}\dot{2} : 10 = 5\tfrac{2}{9} : 10 = \tfrac{47}{90}.$$
$$0{\cdot}06\dot{7} = 6{\cdot}\dot{7} : 100 = 6\tfrac{7}{9} : 100 = \tfrac{61}{900}.$$
$$0{\cdot}81\dot{2}\dot{6} = 81{\cdot}\dot{2}\dot{6} : 100 = 81\tfrac{26}{99} : 100 = \tfrac{8095}{9900}.$$

Zadatci.

Pretvori sliedeće desetinske čestnike u obične čestnike.

1. 0·4, 0·63, 6·48, 0·15, 0·025, 0·064, 3·1225.

2 $0\cdot\dot{5}$, $0\cdot\dot{3}$, $0\cdot\dot{7}\dot{2}$, $3\cdot\dot{4}\dot{2}$, $0\cdot\dot{0}\dot{6}$, $8\cdot9\dot{8}$, $0\cdot\dot{5}0\dot{4}$.
3. $0\cdot\dot{4}2\dot{8}$, $2\cdot\dot{9}3\dot{6}$, $0\cdot\dot{4}2\dot{3}$, $0\cdot\dot{8}43\dot{9}$, $7\cdot\dot{5}23\dot{0}$.
4. $0\cdot5\dot{8}$, $0\cdot8\dot{3}$, $2\cdot4\dot{8}$, $0\cdot08\dot{3}$, $0\cdot42\dot{6}$, $9\cdot82\dot{6}$.
5. $0\cdot1\dot{9}\dot{6}$, $0\cdot3\dot{0}\dot{6}$, $0\cdot57\dot{2}\dot{7}$, $5\cdot52\dot{2}\dot{6}$, $0\cdot152\dot{9}\dot{6}$.

IV. Računanje sa višeimenimi brojevi.

Razstavljanje.

§. 52.

Jedinice višeg imenovanja pretvoriti u jedinice nižeg imenovanja iste vrsti, reći ce: razstaviti ih ili raztvoriti (resolvirati). Broj, koji pokazuje, koliko jedinica nižeg imenovanja ima u jedinici višeg imenovanja, zove se razstavnim ili pretvornim brojem, razstavnikom ili pretvornikom medju ta dva imenovanja.

Razstavljanje imenovana broja na niže imenovanje biva množenjem sa dotičnim razstavnikom (pretvornikom). N. pr.

Koliko časova ima 21 sat?

1 sat ima 60 časova; dakle je iskani broj časova 60 puta toliki kao zadani broj sati; s toga je

$$\begin{array}{l} 21 \times 60 \\ \hline 1260 \text{ časova.} \end{array}$$

Pri imenovanih brojevih, kojih imenovanja pripadaju desetinskomu sustavu, t. j. kojim su razstavnici (pretvornici) 10, 100, 1000, može se posljedak razstavljanja namah naznačiti; n. pr.

$8\,m\ 7\,dm = 87\,dm;$ $\qquad 12\,hl\ 8\,l = 1208\,l.$

Zadatci.

1. Koliko je malutčiča 5 stupnjeva 14 malutaka 53 malutčića?

5^0 je $5 \times 60 = 300'$ i $14'$ k tomu je $314'$; $314'$ je $314 \times 60 = 18840''$ i $53''$ k tomu je $18893''$.

$$\begin{array}{r} 5^0\ 14'\ 53'' \\ \hline 314' \\ \hline 18893''. \end{array}$$

2. Koliko je dana
a) 7 mjes. 24 dana? *b*) 3 godine 8 mjes. 15 dana?

3. Koliko časaka iznosi
a) 51 čas 13 časaka? *b*) 18 sati 35 časova 40 časaka?

4. Koliko časaka ima prosta godina?

5. Koliko je novčića
a) 39 for. 28 novč.? *b*) 250 for. 90 novč.? *c*) 310 for. 45 novč.?
d) 4 for. 13 novč.? *e*) 45 for. 9 novč.? *f*) 206 for. 5 novč.?

6. Koliko je novčića *a*) 0·37 for.? *b*) 0·085 for.? *c*) 13·59 for.?

7. Koliko je *cm* *a*) 8 *m*? *b*) 5 *dm* 8 *cm*? *c*) 6·35 *m*?

8. Koliko je cm^2 *a*) 8 dm^2? *b*) 7 m^2 15 dm^2? *c*) 0·7586 m^2?

9. Koliko je *l* *a*) 37 *hl*? *b*) 2 *hl* 55 *l*? *c*) 0·385 *hl*?

10. Koliko je *g* *a*) 35 *kg*? *b*) 4 *kg* 8 *dkg*? *c*) 138 *kg*?

11. Koliko je araka papira
a) 5 knjiga 15 araka? *b*) 4 rizma 7 knjiga 12 araka?

12. Koliko stupanja, malutaka i malutčića iznosi 43·275 stupnja?

$$
\begin{array}{l}
43{\cdot}2\,75^0 = 43^0\ 16'\ 30''. \\
\hline
1\,6\cdot50' \\
\hline
3\,0\cdot0''
\end{array}
$$

13. Koliko je mjeseci i dana $^{13}/_{60}$ godine?

$^{13}/_{60} \times 12 = {^{13}/_5} = 2^3/_5$ mjes. $^{13}/_{60}$ godine $=$ 2 mjes. 18 dana
$^3/_5 \times 30 = 18$ dana.

14. Koliko je mjeseci $^1/_2$, $^2/_3$, $^3/_4$, $^5/_6$, $^7/_{15}$, $^8/_{25}$ godine?

15. Sunčana godina ima 365·24222 dana; za koliko je sati, časova i časaka veća nego gradjanska godina od 365 dana?

16. Koliko je novčića $^3/_4$, $^4/_5$, $^8/_{10}$, $^{11}/_{25}$, $^{37}/_{50}$ for.?

17. Koliko je forinti i novčića
a) 3·92 for.? *b*) 155·0$\dot{7}$ for.? *c*) 207·535 for.? *d*) $87\frac{16}{25}$ for.?

18. Koliko je *m*, *dm*, *cm* i *mm*
a) 5·397 *m*? *b*) 318·091 *m*? *c*) 0·9075 *m*? *d*) $4\frac{77}{200}$ *m*?

19. Koliko je *ha*, *a* i m^2
a) 129·235 *ha*? *b*) 6·2325 *ha*? *c*) 49·7801 *ha*? *d*) $^{11}/_{40}$ *ha*?

20. Koliko je *kg*, *dkg*. i *g*
a) 7·345 *kg*? *b*) 0·075 *kg*? *c*) 25·803 *kg*? *d*) $7\frac{91}{125}$ *kg*?

Stezanje.

§. 53.

Jedinice kojega nižeg imenovanja pretvoriti u jedinice višeg imenovanja iste vrsti, reći će: stegnuti ih (reducirati).

Stezanje imenovana broja u više imenovanje biva razdjelivši onaj broj dotičnim pretvornim brojem.

Koliko je dana 816 sati? — 1 dan ima 24 sata; dakle je iskani broj dana 24ta čest zadanoga broja sati; s toga je

816 : 24 = 34 dana.

Pri imenovanih brojevih, koji su postali po desetinskom sustavu, može se posljedak stezanja namah naznačiti.

Zadatci.

1. Koliko je dana, sati i časova 31024 časa?

31024 (časa) : 60
4 časa 517 (sati) : 24
37 21 dan
13 sati

dakle je: 31024 časa = 21 dan 13 sati 4 časa.

Stegni u ciela višeg imenovnnja:

2. *a*) 148134 časka. *b*) 28481 malutčića.

3. *a*) 356 novč. *b*) 3809 novč. *c*) 79085 novč.

4. *a*) 2735 *cm.* *b*) 19628 *mm.* *c*) 544063 *mm.*

5. *a*) 5563 dm^2. *b*) 31446 *a.* *c*) 850582 m^2.

6. *a*) 7048 *g.* *b*) 94722 *dg.* *c*) 92258 *mg.*

7. Vrieme od jednog uštapa do drugoga iznosi 2551442 časka; koliko je to dana, sati, časova i časaka?

8. Knjiga od 14 tiskanih araka izišla je u jednom izdanju od 4500 primjeraka; koliko je trebalo za nju rizama papira?

9. Stegni $83^0\ 56'\ 24''$ u stupnjeve.

$24 : 60 = 0{\cdot}4'$ dakle $83^0\ 56'\ 24'' = 83{\cdot}94^0$
$56{\cdot}4 : 60 = 0{\cdot}94^0$;

Stezanje bi se moglo izvesti takodjer u običnih čestnicih:

$24 : 60 = {}^{24}/_{60} = {}^{2}/_{5}{}'$ dakle $83^0\ 56'\ 24'' = 83^{47}/_{50}{}^0$.
$56^2/_5 : 60 = {}^{282}/_{300} = {}^{47}/_{50}$;

Pretvori *a*) u desetinski čestnik, *b*) u običan čestnik višeg imenovanja:

10. *a*) 16 novč., *b*) $8\frac{1}{2}$ novč., *c*) 1365 novč.
11. *a*) 4 *dm*, *b*) $37\frac{1}{4}$ *dm*, *c*) 564 *cm*.
12. *a*) 13·5 *a*, *b*) $602\frac{1}{2}$ *l*, *c*) 28·4 *dkg*.

Stegni u desetinski čestnik višeg imenovanja:

13. *a*) 12 for. 24 novč. *b*) 75 for. $8\frac{1}{2}$ novč.
14. *a*) 5 *m* 3 *dm* 8 *cm* 1 *mm*. *b*) 1 m^2 83 dm^2 5 cm^2 23 mm^2.
15. *a*) 3 m^3 618 dm^3 708 cm^3. *b*) 35 *hl* 87 *l* 7 *dl*.
16. *a*) 29 *kg* 4 *dkg* 5 *g*. *b*) 3 *g* 4 *dg* 9 *mg*.
17. *a*) 53° 15′ 6″. *b*) 12 dana 18 sati 45 časova.

Sbrajanje višeimenih brojeva.

§. 54.

Pri sbrajanju višeimenih brojeva počne se sa brojevi najnižeg imenovanja, a sbroj svakog imenovanja, ako u njem ima cielî obližnjega višeg imenovanja, stegne se u to više imenovanje. Mogu se takodjer svi pribrojnici svesti na isto najviše ili najniže imenovanje pak zatim sbrajanje obaviti.

Zadatci.

1.	308 for.	45 novč.	ili	308·45 for.
	92 „	88 „		92·88 „
	157 „	64 „		157·64 „
	250 „	75 „		250·75 „
	809 for.	72 novč.	„	809·72 for.

Sbroji sliedeće višeimene brojeve:

2. *a*) 23 *m* 7 *dm* 8 *cm* 5 *mm*. *b*) 247 *ha* 38 *a* 15 m^2.
47 „ 3 „ 4 „ 8 „ 109 „ 74 „ 8 „
16 „ 9 „ 6 „ 7 „ 328 „ 9 „ 76 „

3. *a*) 123 *hl* 83 *l* *b*) 58 *kg* 75 *dkg* 8 *g*
86 „ 72 „ 32 „ 19 „ 6 „
174 „ 60 „ 19 „ 6 „ 5 „

4.	*a)* 57 dana 19 sat. 47 časova.	*b)* $95^{0}\,47'\,51''$.
	16 „ 22 „ 14 „	$51^{0}\,18'\,40''$.
	38 „ 8 „ 55 „	$32^{0}\,53'\,39''$.

5. Njeki trgovac ima sliedeće tražbine: 351 for. 84 novč., 247 for. 73 novč., 480 for. 76 novč., 37 for. 8 novč., 147 for. 68 novč.; kolika mu je svakolika tražbina?

6. Od dviju vrtova jedan ima 148 m^2 24 dm^2, a drugi je za 137 m^2 18 dm^2 veći; kolika su obadva skupa?

7. Europa je medju $11^{0}\,50'\,20''$ zapadne i $60^{0}\,30'$ iztočne dužine od Pariza; koliko stupnjeva dužine obseže taj dio svieta?

8. Zemljopisna je širina Trsta $45^{0}\,38'\,8''$, Beč je za $2^{0}\,34'\,27''$ sjeverniji od Trsta, a Prag je $1^{0}\,51'\,54''$ sjeverniji od Beča; kolika je zemljopisna širina Beča i Praga?

9. U Parizu je pôdne za 48 časova 19 časaka kasnije nego u Pragu; koliko pokazuje sat u Pragu, kada je u Parizu 3 sata 55 časova 40 časaka?

10. Njetko se rodio 5. Siečnja 1809, a umro je u dobi svojoj od 60 godina, 6 mjeseci i 12 dana; kojega se dana to sbilo?

Vrieme rodjenja:	1808 godina	— mjes.	4 dana	posl. Is.
Trajánje života:	60 „	6 „	12 „	„ „
Vrieme smrti:	1868 godina	6 mjes.	16 dana	posl. Is.

Dakle je umro 17. Srpnja 1869.

11. Car i kralj Franjo Josip I. rodio se 18. kolovoza 1830. i preuzeo je vladu u dobi od 18 godina 3 mjeseca 14 dana; kada je to bilo.

12. Car Josip II. rodio se 13. Ožujka 1741, a umro je u dobi od 48 godina 11 mjeseci i 7 dana; kada je umro?

13. Schiller se je rodio 10. Studenoga 1759. i živio je 45 godina 5 mjeseci 29 dana; kada je umro?

14. Vrieme od jednog uštapa do drugoga, mjesečev (synodski) mjesec, iznosi 29 dana 12 sati 44 časa 3 časka; ako je uštap dne 18. Svibnja u 5 sati 27 časova 28 časaka pod večer, kada će nastati uštap najbliži?

Odbijanje višeimenih brojeva.

§. 55.

Odbijanje višeimenih brojeva počinje takodjer pri najnižem imenovanju. Ako je u kojem imenovanju broj odbitka veći nego odbitbenika, to se taj, da uzmognemo odbiti, poveća za toliko jedinica, koliko ih ima obližnja viša jedinica, no zatim se, da razlika ostane neizmienjena, takodjer odbitak u obližnjem višem imenovanju poveća za 1. Pri imenovanjih desetinske razdiobe najjednostavnije je, odbitbenik i odbitak predočiti kao desetinske čestnike najvišeg imenovanja.

Zadatci.

1. Od $135^0\ 48'\ 37''$ neka se odbije

$\underline{62^0\ 25'\ 52''}$; koliko preostane?

$73^0\ 22'\ 45''$.

Odbij:

2. *a)* 81 *m* 61 *cm* 5 *mm*
27 „ 67 „ 8 „

b) 650 m^2 47 dm^2 55 cm^2
278 „ 8 „ 64 „

3. *a)* 5 *ha* 28 *a*
97 „ 25 m^2

b) 53 *hl* 9 *l*
14 „ 72 „

4. *a)* 789 *g* 502 *mg*
291 „ 375 „

b) 662 for. 37 novč.
284 „ 8 „

5. *a)* 15 godina 5 mjes.
6 „ 8 „

b) 23 dana 12 sati 35 časova
9 „ 20 „ 48 „

6. Od oranice, koja ima 2 *ha* 54·7 *a*, posije se površina od 1 *ha* 81·5 *a* pšenicom, a ostatak ražju; kolika je ražna površina?

7. Željeznička pruga od Beča do Trsta iznosi 577 *km* 340 *m*; ako pak pruga od Beča do Mürzzuschlaga iznosi 118 *km* 289 *m*, a od Mürzzuschlaga do Ljubljane 314 *km* 118 *m*, kolika je pruga od Ljubljane do Trsta?

8. Sbroj triju kutova u trokutu čini 180^0; kolik je treći kut, ako obadva druga kuta čine $57^0\ 25'\ 46''$ i $71^0\ 53'\ 50''$?

9. Innsbruck ima $9^0\ 3'\ 41''$, Beč $14^0\ 2'\ 36''$, Lavov $21^0\ 42'\ 40''$ iztočne dužine od Pariza; za koliko je stupnjeva dužine Lavov iztočniji nego svaki od druga dva grada?

10. Njeka ura ide za 13 časova 8 časaka prerano; ako pak ona pokazuje 7 sati 3 časa, koje je onda pravo vrieme?

11. Kada ura u Gradcu pokazuje 4 sata 52 časa 18 časaka, pokazat će ura u Parizu 3 sata 59 časova 50 časaka; koliko je sati u Parizu, kada ura u Gradcu pokazuje 8 sati 23 časa 48 časaka?

12. Njetko se rodio 3. Lipnja 1802, a umro je 25. Rujna 1877; koju je dob doživio?

Vrieme smrti:	1876 god.	8 mjes.	24 dana	posl. Is.
„ rodjenja:	1802 „	5 „	2 „	„ „
Dob:	75 god.	3 mjes.	22 dana	

13. Carica Marija Terezija rodila se 13. Svibnja 1717, a umrla je 29. Studenoga 1780; koju je dob dosegla?

14. Cesar Franjo I. umro je 2. Ožujka 1835. u dobi od 67 godina 18 dana; kada se je rodio?

15. Njeka glavnica bila je plativa dne 1. Srpnja 1885., no ona je plaćena za 3 mjeseca 24 dana ranije; kada se je to sbilo?

Množenje višeimenih brojeva.

§. 56.

Da se višeimen broj umnoži sa neimenovanim brojem, treba jedinice svakog imenovanja, počevši od najnižega, umnožiti, pak dobivene od nižih imenovanja umnožke stegnuti. Ako je pretvorni broj 10, 100, 100, to se račun načini najjednostavnijim, kada se zadan višeimeni broj pretvori u desetinski čestnik najvišeg imenovanja pak zatim množba obavi.

Zadatci.

1. Umnoži 14 dana 12 sati sa 9.

14 d. 12 st. $\times$ 9 — 12 st. $\times$ 9 = 108 st. = 4 d. 12 st.

130 d. 12 st. — 14 d. $\times$ 9 = 126 d.; 126 d + 4 d. = 130 d.

2. 37 for. 65 novč. $\times$ 31

37·65 for. $\times$ 31
1129·5
1167·15 for. = 1167 for. 15 novč.

3. *a)* 25 *m* 3 *dm* 38 *mm* $\times$ 25. *b)* 37 *km* 287 *m* $\times$ 9.

4. *a)* 7 *ha* 5·2 *a* $\times$ 146. *b)* 15 *hl* 56 *l* $\times$ 39.

5. *a)* 8 *kg* 47 *dkg* $\times$ 64. *b)* 317 for. 84 novč. $\times$ 542.

6. Ako 1 dukat vriedi 5 for. 79 novč., koliko iznosi 25 dukata?

7. Jedan *hl* ječma teži 64 *kg* 15 *dkg*; koliko teži 43 *hl*?

8. Koliko je duga uzica, što se oko vretena, kojemu je obseg 3 *dm* 5 *cm* 8 *mm*, dade omotati 158puta?

9. Mjesečni mjesec ima 29 dana 12 sati 44 časa 3 časka; koliko iznosi 12 mjesečnih mjeseci?

10. Trgovac kupi 128 *m* 28 *cm* po 8 for. 54 novč. *m*, i 106 *m* 52 *cm* po 6 for. 12 novč. *m*; svu robu proda po 7 for. 92 novč. *m*; koliko je pri tom dobio ili izgubio?

11. Dva tjelesa krenu u isti mah s istoga mjesta, *a)* istim, *b)* suprotnim smjerom. Ako prvo svakoga časa prevali 38 *m* 2·5 *dm*, drugo 32 *m* 1·8 *dm*, kolika će u svakom od ona dva slučaja biti medju njima daljina poslije 56 časova?

12. Koliko je god stupnjeva dužine jedno mjesto dalje prema iztoku od drugoga, toliko je puta ondje podne za 4 časa ranije, t. j. svakoj razlici dužine od 1^0 pripada razlika vremena od 4 časa. Iz naznačaja u §. 55., zadatku 9 odredi, koje je vrieme u Parizu, Innsbrucku, Lavovu, kada je u Beču 11 sati 52 časa 15 časaka prije podne.

13. Ako se sunčana godina, koja ima 365 dana 5 sati 48 časova 48 časaka, računa po 365 dana, pak se poradi izostavljenoga svaka četvrta kao prestupna godina uzme sa 366 dana, kolika bude pogrješka, što se takovim računanjem učini za 400 godina?

Dieljenje višeimenih brojeva.

§. 57.

a) Treba li višeimen broj razdieliti neimenovanim brojem (zadatak dieljenja), to se diele jedinice svakog imenovanja počevši od najvišega, a svaki tim dobiveni ostatak razstavi se u niže imenovanje, kojemu se pribroje jedinice istog imenovanja, što su u diobeniku. Višeimeni broj može se takodjer najprije pretvoriti u najniže ili najviše imenovanje pak zatim dieliti. N. pr.

Koliko je 26ti dio luka od $116^0\ 34'$?

$116^0\ 34' : 26$		ili	$116^0\ 34' : 26$	
12^0	$4^0\ 29'$		6994	$269'$
$754'$			179	$= 4^0\ 29'$
234			234	
0			0	

b) Treba li višeimen broj razdieliti drugim imenovanim brojem (zadatak mjerenja), to se obadva najprije svedu na isto imenovanje.

Zadatci.

1. *a*) 530 for. 84 novč. : 23. *b*) 9225 for. 30 novč. : 382.
2. *a*) 120 *km* 509 *m* : 37. *b*) 289 *kg*. 674 *g* : 57.
3. *a*) 128 for. 76 novč. : $^3/_4$. *b*) 257 m^2 $25^1/_2$ dm^2 : $3^1/_3$.
4. 28 *hl* vina kupljeno je za 710 for. 64 novč.; po što je 1 *hl*?
5. Parovoz prevali za 1 sat 30 *km* 720 *m*; koliko za 1 čas?
6. 31 for. 50 novč. : 2 for. 25 novč.
7. 1108 *kg* 14 *dkg* : 5 *kg* 6 *dkg*.
8. 107^0 32′ 45″ : 2^0 1′ 45″.
9. Za stube 5 *m* 6 *cm* visoke trebaju stupnji po 2 *dm* 3 *cm* visoki; koliko će stupanja imati stube?
10. Obodnica kruga ima 360^0; kolik je dio obodnice luk od 2^0 48′ 45″?
11. Za 19 for. 75 novč. kupi se 1 *hl*. vina; koliko se *hl* dobije *a*) za 256 for. 75 novč., *b*) za 730 for. 75 novč.?
12. Vretenke parovoza imju 3 *m* 77 *cm* u obsegu; koliko okretaja moraju učiniti, da prevale željezničku prugu medju Bečom i Lincom, koja ima 188 *km* 890 *m*?
13. Za 98 *m* 7 *cm* plati se 666 for. 36 novč.; po što je 1 *m*?
14. Jedan *hl* piva stoji 15 for. 5 novč.; koliko se *l* dobije za 53 for. 94 novč.?
15. Krčmar kupi 4 *hl* vina po 30 for. 40 novč., 2 *hl* po 24 for. 28 novč. i 3 *hl* po 22 for.; koliko ga stoji 1 *l* popriečno?
16. 8 tuceta rubaca kupljeno je za 43 for. 84 novč.; po što treba prodati svaki rubac, ako se hoće na svakom tucetu dobiti 88 novč.?
17. Srebrna zdjela teži 7 *kg*, u svakom je *kg* 750 *g* čista srebra; ako se za zdjelu plati 516 for. 60 novč., po što je računan 1 *kg* čista srebra?
18. U Petrogradu je pôdne za 55 časova 45·6 časaka ranije nego u Beču, koji ima 14^0 2′ 36″ iztočne dužine (od Pariza); koju iztočnu dužinu ima Petrograd? (§. 56, zadat. 12.)

V. Pokraćena množba i dioba.

§. 58.

Pokraćivanje desetinskih brojeva.

Ako desetinski broj ima mnogo desetinaka, to je često nješto koliko nižih desetinskih mjesta s obzirom na svojstvenost zadatka za upotrebu sasvim bez vriednosti. U takovih slučajevih pokrati se desetinski broj, t. j. zadrži se od njega samo toliko desetinaka, koliko ih zahtieva potreba računa. Da je desetinski broj pokraćen, naznačuje se pridjenutimi točkami, n. pr 5·36 . . .

Ostavi li se pri pokraćivanju desetinskoga broja znamenka na najnižem zadržanom mjestu neizmienjena, ako je sliedeća joj znamenka manja od 5, a naprotiv se izpravi (corrigira), t. j. za 1 povisi, ako je sliedeća znamenka 5 ili veća od 5, to pogrješka, t. j. razlika medju zadanim i pokraćenim desetinskim brojem, nije veća od polujedinice na najnižem zadržanom mjestu. N. pr., ako se pokraćuje do tri desetinska mjesta, meće se 7·156 . . . mjesto 7·15635, i 4·803 . . . mjesto 4·80273.

Zadatci.

1. Kolika je pogrješka, ako se mjesto 0·236782 postavi *a)* 0·2367, *b)* 0·2368? Koja je pogrješka manja?

2. Pokrati sliedeće desetinske brojeve:

a) 0·6034, 3·49712, 2·88747, 12·317162;
b) 5·0468, 2·17392, 9·25866, 0·0735.

do 3 desetinska mjesta i svaki put naznači takodjer pogrješku.

3. Tako isto sliedeće desetinske brojeve:

a) 6·3854, 39·7328, 5·3406, $0·\dot{6}$, $0·\dot{6}\dot{3}$;
b) 1·1977, 5·08276, 3·81549, 0·999995.

4. Odredi sliedeće čestnike do 5 desetinskih mjesta što više točno:

$$\frac{15}{28},\ \frac{382}{207},\ \frac{41}{129},\ \frac{293}{563}.$$

5. Pokrati broj 3·15784 *km* tako, da pogrješka bude *a)* manja od $^1/_2\,m$, *b)* manja od $^1/_2\,dm$.

§. 59.

Pokraćena množba.

Hoće li se umnožak dviju desetinskih brojeva razviti samo do stanovita desetinskoga mjesta a pri tom ukloniti se svakomu suvišnomu računanju, to se upotrebi *pokraćena množba.*

Neka n. pr. treba umnožak 328·47156 × 0·09 do tri desetinska mjesta, t. j. tako odrediti, da su tisućine najniže mjesto umnožka.

$$\begin{array}{l} 327{\cdot}47156 \times 0{\cdot}09 \\ \hline 29{\cdot}562 \end{array}$$

Sa s treba umnožiti d, da se dobiju t; dakle proračunanje umnožka počinje sa 4 d; ostala niža mjesta množbenika izostave se. Samo se najbliža desna znamenka 7 još umnoži, pošto desetice umnožka od nje i 9 dadu već tisućine; jer $7s \times 9s = 63dt = 6t\ 3dt$. Desetice 6 toga umnožka pribroje se umnožku $4d \times 9s = 36t$ kao izpravak (correctura) pak se zatim množe sliedeća viša mjesta množbenika.

Izgovara se: 63, 6 kao izpravak; 36, 42, 4;
72, 76, 7; 18, 25, 2; 27, 29.

Tako isto umnoži do 3 destk. uklanjajući se svakomu nepotrebnu računanju 51·67834 *a*) sa 800, *b*) sa 5, *c*) sa 0·006.

Napiši pod množbenik 35·7915 znamenke množila 24·678 obratnim redom tako, da znamenka jedinica u množilu dodje pod *a*) desetine, *b*) stotine, *c*) tisućine množbenika, pak zatim odredi mjestnu vriednost umnožka od svake dvie znamenke, što su jedna nad drugom.

$$a)\ \begin{array}{r} 35{\cdot}7915 \\ \underline{876\,42} \\ \hline \end{array} \qquad b)\ \begin{array}{r} 35{\cdot}7915 \\ \underline{87\,642} \\ \hline \end{array} \qquad c)\ \begin{array}{r} 35{\cdot}7915 \\ \underline{8\,7642} \\ \hline \end{array}$$

Napiše li se množilo obratnim redom pod množbenik, to umnožak od svake dvie znamenke, što su jedna nad drugom, ima svagda istu mjestnu vriednost s onom znamenkom množbenika, pod kojom su jedinice množila.

Neka se sada umnožak 8·5432 × 7·916 odredi do tisućina.

$$a)\ \begin{array}{r|l} 8{\cdot}543 & 2 \times 7{\cdot}916 \\ \hline 59\,802 & 4 \\ 7\,688 & 88 \\ 85 & 432 \\ 51 & 2592 \\ \hline 67{\cdot}627 & 9712 \end{array} \qquad b)\ \begin{array}{r} 8{\cdot}5432 \\ 6\,197 \\ \hline 59\,802 \\ 7\,689 \\ 85 \\ 51 \\ \hline 67{\cdot}627 \end{array} \qquad c)\ \begin{array}{r} 8{\cdot}5432 \\ 6\,197 \\ \hline 59\,802_4 \\ 7\,688_9 \\ 85_4 \\ 51_3 \\ \hline 67{\cdot}628 \end{array}$$

Budući da se tuj ištu samo tri prve desetinke umnožka, to je u nazočnoj podpunoj množbi *a*) račun na desnoj strani poteza suvišan; on se može uštediti tim, da sa svakom znamenkom množila umnožimo najprije onu znamenku množbenika, od koje nastanu u umnožku tisućine, a po tom njegove daljne više znamenke. Tisućine pak u umnožku dobiju se, ako

sa $7J$ množila umnožimo $3t$ množbenika,
„ $9d$ „ „ $4s$ „
„ $1s$ „ „ $5d$ „
„ $6t$ „ „ $8J$ „

Najjednostavnije je, znamenke množila napisati pod množbenik takovim redom, da umnožak od svake dvie znamenke, što su jedna pod drugom, znači tisućine. Zaradi toga treba samo jedinice 7 množila postaviti pod tisućine 3 množbenika, a ostale znamenke množila napisati obratnim redom, kao što u nazočnom računu *b*). Umnoži li se onda sa svakom znamenkom množila stojeće nad njom mjesto pak viša mjesta množbenika, to najniža mjesta svih počestnih umnožaka znače tisućine; s toga se počestni umnožci napisuju tako, da njihova najniža mjesta budu upravo jedno pod drugim. Poradi veće točnosti umnoži se sa svakom znamenkom množila takodjer znamenka množbenika, što je za jedno mjesto dalje na desno. no od toga umnožka zadrže se samo najbliže desetice, koje znače tisućine, pak se te kao izpravak (correctura) pribroje prvomu umnožku, što će se napisati.

U predjašnjem primjeru *b)* računa se i govori:

14, 1 kao izpravak; 21, 22, 2; 28, 30, 3; 35, 38, 3; 56, 59;
27, 3 kao izpravak; 36, 39, 3; 45, 48, 4; 72, 76;
4, 0 kao izpravak; 5; 8:
30, 3 kao izpravak; 48, 51.

Tako dobiveni počestni umnožci sbroje se.

U računu *b*) pojedini počestni umnožci točni su istina do jedne polujedinice najnižega mjesta, no njihovom sbrojbom može se pogrješka povećati te s toga najniže mjesto glavnog umnožka nije pouzdano. Točnost pak toga mjesta može se postići tim, da se u svakom počestnom umnožku ne izpravi samo iskano najniže mjesto. nego, kao u predjašnjem računu *c*), još sliedeća mu niža znamenka što se više može točno razvije, pak iz sbroja tih znamenaka nastavši izpravak istom u končanom umnožku upotrebi.

Razloženi tu postupak pokraćene množbe za desetinske brojeve može se upotrebiti takodjer pri množbi cielih brojeva, ako se hoće u umnožku dobiti samo njekoliko najviših mjesta.

Zadatci.

Odredi pokraćenom množbom:

1.	*a)* 7·0572 × 3·885	*b)* 128·7654 × 0·813	s 3 dtk.
2.	*a)* 17·4315 × 3·1416	*b)* 157·34 × 0·0763	
3.	*a)* 2·057 × 4·867	*b)* 0·56105 × $0·\dot{7}$	
4.	*a)* 5·902 × 2·468	*b)* 9·1347 × 8·35	s 2 dtk.
5.	*a)* 36·41 × 0·0207	*b)* 0·895 × 1·07	
6.	*a)* 35·239 × 78	*b)* 41·506 × 9·43	s 1 dtk.
7.	*a)* 58·36 × 5·39	*b)* 2·791 × 0·982	
8.	*a)* 9·0256 × 4·325	*b)* 69·2345 × 0·1573	s 4 dtk.
9.	4·05672 × 9·16035 × 0·08773		

10. 1·045 × 1·045 × 1·045 × 1·045 × 1·045 sa 6 dtk.

11. Išti ciela umnožka 128·975 × 602·736 × 71·068.

12. Odredi umnožak 310786 × 45067 do miliona.

13. Po što je 37·3456 *ha*, ako 1 *ha* stoji 941·34 for.? (s 3 dtk.)

14. Njeka glavnica daje 43·578 for. godišnje dobíti; koliko za 2·862 godine? (3 dtk.)

15. Daljina mjeseca od zemlje iznosi 58·525 polumjera zemaljskoga polutnika; koliko to čini, ako se polumjer zemaljskoga polutnika uzme po 859·44 zemljopisnih milja? (1 dtk.)

§. 60.

Pokraćena dioba.

Hoćemo li u količniku da dobijemo samo stanovitu množinu desetinaka, to se upotrebljava pokraćena dioba. Ta je obrat pokraćene množbe, gdje no se množbenik malo po malo za jedno mjesto pokraćuje. Bitnost je pokraćene diobe u sliedećem:

Po mjestnoj vriednosti prve znamenke količnikove i po množini zahtievanih u njem desetinaka razabira se, koliko svega znamenaka treba u količniku odrediti. Zatim se toliko najviših znamenaka djelila, koliko ih iskani količnik mora imati, uzme za pokraćeno djelilo, pak se od diobenikovih znamenaka zadrži samo prvi počestni diobenik, koji pripada pokraćenu djelilu. Po tom se s prvom znamenkom količnika umnoži najprije najviša u djelilu izostavljena znamenka, pak se dobiveni od toga umnožka izpravak pribroji umnožku od pokraćena djelila i prve znamenke količnika, koji se umnožak odbije od diobenika. Pretekavšemu ostatku ne pripisuje se nikakova nova znamenka, već se u djelilu s desna izostavi jedna znamenka, pak se to postupanje nastavi dok u djelilu ne bude više nikakove znamenke.

Ima li u djelilu manje znamenaka, nego što ih količnik mora imati, to pokraćena dioba istom kasnije tečajem računa nastane.

Postupak pokraćene diobe može se upotrebiti takodjer pri diobi cielih brojeva, ako se hoće u količniku dobiti samo njekoliko najviših mjesta.

Zadatci:

1. Sliedeće diobe izvedi pokraćeno tako, da se pri prvoj počestnoj diobi upotrebi čitavo zadano djelilo.

a) 19·339 : 8·153 = 2·372
3 033
587
16

b) 37·086 : 3·267.
c) 9·3678 : 1·0634.
d) 15·894 : 0·8635.

2. Tako isto
a) 52·92478 : 6·239. *b)* 5·79 : 0·873.

3. Odredi sliedeće količnike do tisućina.

876·54|38 : 18.957|9 = 46·236
118 22
4 48
69
12
1

Budući da prva količnikova znamenka 4 znači desetice, to treba u količniku odrediti svega 5 mjesta; s toga se uzme 18·957 kao pokraćeno djelilo a 876·54 kao diobenik.

Odredi pokraćeno sliedeće količnike:

4. *a)* 43·534 : 31·607 *b)* 0·8463 : 0·001581 } sa 4 mjesta.
5. *a)* 100 : 3·1416 *b)* 0·00257 : 2·97416 }
6. *a)* 0·9275 : 0·3702 *b)* 3·49358 : 23·86 } sa 3 dtk.
7. *a)* 0·78432 : 0·8932 *b)* 284·069 : 27·523 }
8. *a)* 5·49825 : 1·3219 *b)* 791·5046 : 876·189 (5 mjesta).
9. Odredi 2345·21 : 9·18 sa 6 mjesta.

Tu nastane pokraćeni postupak istom tečajem računa.

10. *a*) 3·7984 : 48·7, *b*) 430 : 0·717 (4 mjesta).

11. Odredi količnik 35874137 : 8435 do stotica.

12. U Beču na površini od 59·01 km^2 živi 726105 stanovnika; koliko ih ide na 1 km^2? (Cieli broj.)

13. Njetko je dužan da iznos od 2000 for. plati poslije 15 godina; ako pak svaka forinta, koju bi on sada platio, izdavanjem na dobít poslije onoga vremena dosegne vriednost od 2·078928 for., koliko mora on odmah platiti, da onaj dug bude podmiren?

VI. Omjeri i razmjeri.

I. Omjeri.

§. 61.

Diobom dviju brojeva u smislu mjerenja (§. 22) izpituje se, koliko se puta drugi broj sadržava u prvom. U tom slučaju količnik obiju brojeva zove se omjerom prvoga broja prema drugomu. Ako n. pr. 15 treba u smislu mjerenja dieliti sa 5, t. j. odrediti, koliko se puta 5 sadržava u 15, tada nam količnik 15 : 5 izražava omjer medju 15 i 5 te se kao takav čita: 15 stoji prema 5, ili krace: 15 prema 5. Diobenik 15 zove se prednjakom, djelilo 5 zadnjakom, a izračunani količnik 3 izložnikom (exponent) omjera.

Članovi omjera ili su obadva neimenovani ili obadva imenovani; u drugom slučaju moraju oni biti istovrstni, dakle da se mogu učiniti istoimenima. Omjer, kojega su članovi neimenovani brojevi, zove se brojnim omjerom ili omjerom brojeva; omjer, kojega su članovi imenovani brojevi, zove se olinskim omjerom ili omjerom olina.

Iz nazočnih razjašnjaja sliedi:

1. Izložnik omjera jednak je prednjaku razdieljenu zadnjakom.

2. Prednjak omjera jednak je zadnjaku umnoženu sa izložnikom.

3. Zadnjak omjera jednak je prednjaku razdieljenu izložnikom.

§. 62.

Omjeri, koji imaju isti izložnik, zovu se jednaki.

Svaki omjer olina dade se predočiti kao omjer brojeva. Tako je omjer 10 for. : 5 for. istoznačan sa omjerom 10 : 5, jer obadva imaju isti izložnik.

Omjer ostane neizmienjen, dok mu se god ne izmieni izložnik.

S toga se omjer ne izmieni, ako obadva člana s istim brojem umnožimo ili istim brojem razdielimo, jer u obadvu slučaja izložnik ostane neizmienjen.

Izmjena omjerova oblika množenjem njegovih članova služi nam za to, da omjer, kojega članovi imaju čestnika, predočimo cielima brojevima. N. pr.

$$\frac{5 : \frac{2}{3}}{15 : 2} \times 3 \qquad \frac{\frac{2}{3} : \frac{3}{5}}{10 : 9} \times 15 \qquad \frac{2\frac{1}{3} : 1\frac{5}{6}}{14 : 11} \times 6$$

Izmjenjujući omjerov oblik diobom možemo svaki omjer, kojega su članovi istim brojem djelivi, pokratiti. N. pr.

$$\frac{20 : 8}{5 : 2} : 4 \qquad \frac{12 : 6}{2 : 1} : 6 \qquad \frac{100 : 48}{25 : 12} : 4$$

Zadatci.

1. Išti izložnike sliedećim omjerom:

18 : 12, 12 : 18, 35 : 28, 28 : 35 240 : 360, 1024 : 36.

2. Odredi prednjak omjeru, kojega je zadnjak *a)* 3, *b)* 8, *c)* $5\frac{1}{2}$, a njegov izložnik 3.

3. Išti zadnjak omjeru, kojega je prednjak *a)* 10, *b)* 22, *c)* $8\frac{3}{4}$ a njegov izložnik 5.

4. Sliedeće omjere predoči cielima brojevima:

$\frac{1}{2} : \frac{3}{5}$, $2\frac{3}{4} : 3\frac{5}{6}$, $7\frac{1}{8} : 2\frac{3}{10}$, $19\frac{5}{16} : 17\frac{7}{12}$.

5. Kako stoje medjusobno dva čestnika jednakih nazivnika?

6. Pokrati sliedeće omjere:

16 : 36, 57 : 18, 50 : 65, 72 : 56, 375 : 90.

7. Sliedeći omjeri neka se svedu na oblik najjednostavniji, t. j. predoče cielima brojevima a po tom, ako može biti, pokrate:

a) $4 : 6^2/_3$ *b)* $12^7/_6 : 8^4/_7$ *c)* $^{15}/_{16} : 3^3/_4$
$5^1/_5 : 7^1/_9$ $11^3/_5 : 2^4/_5$ $12{\cdot}5 : 6{\cdot}5$
$3^3/_8 : 8^2/_5$ $1^7/_8 : {}^6/_7$ $8{\cdot}25 : 7{\cdot}5$.

8. Kako stoji 5*m* prema 2*dm*?

9. Kako stoji brzina kazala za časove na uri prema brzini kazala za satove?

10. Zrno iz topa prevali za jedan časak 228 *m*, a zvuk 332 *m*; kako te dvie brzine stoje medjusobno?

11. Od dviju parovoza prevali jedan svakoga časa 500 *m*, a drugi 550 *m*; kako stoje medju sobom njihove brzine?

12. Od dviju parovoza prevali jedan 1 *km* za 2 časa, a drugi za $2^1/_2$ časa; kako stoji brzina prvoga parovoza prema brzini drugoga?

13. *A* ide za 3 sata tako daleko kao *B* za 4 sata; kako stoje njihove brzine?

14. Njeka cesta uzlazi na 1 *m* dužine za 3 *cm*; kolik je omjer uzlaza?

15. 100 zemljop. milja = 742 *km*; u kojem su omjeru 1 zemljop. milja i 1 *km*?

16. Jedan dm^3 zlata teži $19^8/_{25}$ *kg*, jedan dm^3 srebra $10^1/_2$ *kg*; kakav je omjer medju tima težinama?

17. 1 *kg* zlata računa se po 1395 for., 1 *kg* srebra po 90 for.; u kakovu je omjeru vriednost zlata prema vriednosti srebra?

18. Krug, kojemu je promjer 1 *m*, ima obodnicu $3^1/_7$ *m*; kakav je omjer medju promjerom i obodnicom?

19. Njeki otac ima 36, a sin mu 9 godina. U kakovu je omjeru otčeva dob prema sinovoj dobi; kakav im je omjer bio prije 6 godina?

20. Jedan *hl* pšenice stoji 6 for. 60 novč., a jedan *hl* ječma 4 for. 80 novč.; kako stoje medju sobom ciena pšenice i ciena ječma?

21. Od dviju točkova, kojih zubci zahvaćaju jedan u drugi, ima prvi 28, a drugi 36 zubaca; u kakovu su omjeru brzine osuka od prvog i drugoga točka?

22. Iznos od 350 for. razdieljen je medju dvojicu tako, da je *A* dobio 210 for., a *B* ostatak; po kojem je omjeru dieljeno?

23. Njeki vodnjak može se napuniti iz dvie cievi, i to iz prve cievi za 2 sata 24 časa, a iz druge za 3 sata 18 časova; u kojem su omjeru množine vode, što za istoga vremena na jednu i drugu ciev procure?

24. Tielo padajući prosto prevali za jedan časak 4·9 *m*, za dva časka 19·6 *m*, za tri časka 44·1 *m*; kako prva prevaljena pruga stoji prema drugoj, a kako prema trećoj?

---

2. Razmjeri.

§. 63.

Izjednačenje dviju jednakih omjera zove se razmjerom (proportio). N. pr. $10 : 5 = 12 : 6$ jest razmjer, pak se čita: 10 stoji prema 5, kao što 12 stoji prema 6, ili kraće: 10 prema 5 kao 12 prema 6; 10 je prvi, 5 drugi, 12 treći a 6 četvrti član razmjera. Prvi i četvrti član zovu se izvanjima ili vanjskima, a drugi i treći unutrašnjima članovima.

Razmjer, u kojem su drugi i treći član jednaki, zove se postojanim razmjerom, i svaki unutrašnji član srednjom mjerstvenom razmjernicom ili mjerstvenim srednjakom medju obadva izvanja člana. N. pr. $24 : 12 = 12 : 6$ jest postojan razmjer, 12 je mjerstveni srednjak medju 24 i 6.

U razmjeru može biti takodjer imenovanih brojeva, samo obadva člana svakoga omjera moraju biti istoimena; na primjer $12 m : 4 m = 30$ for. : 10 for. Takav razmjer zove se razmjerom olina za razliku od razmjera brojnoga, kojega su članovi neimenovani brojevi.

Kao što se svaki omjer olina može predočiti kao omjer brojeva, tako se i svaki razmjer olina može predočiti kao razmjer brojeva.

Poradi lakšega priegleda osnovnih zakona, što će se ovdje za razmjere izvesti, označivat ćemo prvi član sa a, drugi sa b, treći sa c, četvrti sa d a izložnik obiju jednakih omjera sa e tako, da nam $a : b = c : d$ predočuje razmjer, u kojem je $a : b = e$ i $c : d = e$.

§. 64.

1. Budući da je $a = b \times e$ i $d = \frac{c}{e}$, to množenjem dobijemo

$a \times d = b \times e \times \frac{c}{e}$, ili $a \times d = b \times c$, t. j.

U svakom je brojnom razmjeru umnožak izvanjih članova jednak umnožku unutrašnjih članova.

$10 : 5 = 12 : 6; \qquad 10 \times 6 = 5 \times 12.$

S toga u postojanom razmjeru $9 : 6 = 6 : 4$ mjerstveni srednjak umnožen sam sa sobom mora dati umnožak obiju drugih brojeva, dakle je $6 \times 6 = 9 \times 4$.

Računični srednjak dviju brojeva (§. 24, zadat. 4) pribrojen sam sebi mora dati sbroj tih brojeva.

2. Obratno: Od dva jednaka umnožka, koji imaju po dva činbenika, može se svagda načiniti razmjer, uzevši činbenike jednog umnožka za izvanje, a drugog umnožka za unutrašnje članove.

Ako je $a \times d = b \times c$, to nam, razdjelivši na obje strane sa $d \times b$, sliedi

$$\frac{a \times d}{d \times b} = \frac{b \times c}{d \times b}, \text{ dakle } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \text{ ili}$$
$$a : b = c : d.$$

Iz $12 \times 4 = 6 \times 8$ sliedi razmjer $12 : 6 = 8 : 4$.

S toga se izpravnost razmjera spoznaje ne samo po jednakosti izložnika u obadva omjera, nego takodjer po jednakosti umnožaka od izvanjih i unutrašnjih članova.

3. Od $a \times d = b \times c$, razdjelivši na obje strane najprije sa d, zatim sa a, dobijemo

$$a = \frac{b \times c}{d}, \quad d = \frac{b \times c}{a}; \text{ t. j.}$$

Svaki izvanji član razmjera jednak je umnožku unutrašnjih članova razdieljenu drugim izvanjim članom.

N. pr. u razmjeru $10 : 15 = 2 : 3$ imamo

$$10 = \frac{15 \times 2}{3}, \quad 3 = \frac{15 \times 2}{10}.$$

4. Iz $b \times c = a \times d$, razdjelivši na obje strane najprije sa c, zatim sa b, sliedi

$$b = \frac{a \times d}{c}, \quad c = \frac{a \times d}{b}; \text{ t. j.}$$

Svaki unutrašnji član razmjera jednak je umnožku izvanjih članova razdieljenu drugim unutrašnjim članom.

N. pr. u razmjeru $6 : 2 = 15 : 5$ imamo

$$2 = \frac{6 \times 5}{15}, \quad 15 = \frac{6 \times 5}{2}.$$

§. 65.

Razmjeru se može raznim načinom oblik izmieniti, a da ne prestane biti izpravan, samo ako pri tih izmjenah izložnik obiju omjera ostane neizmienjen, ili umnožak izvanjih članova ostane jednak umnožku unutrašnjih članova. Odatle sliedi:

1. Ako se u razmjeru istovrstnih ili neimenovanih brojeva 1. izvanji članovi medju sobom, ili 2. unutrašnji članovi medju sobom, ili 3. izvanji članovi sa unutrašnjima članovima promiene, to svakom takovom promjenom dobijemo opet razmjer.

Iz razmjera $a : b = c : d$ sliede takodjer razmjeri:

1) $d : b = c : a$,
2) $a : c = b : d$,
3) $b : a = d : c$.

Promjena izvanjih članova sa unutrašnjima dopustljiva je u obće za svaki razmjer.

2. Ako se u kojem god razmjeru jedan izvanji i jedan unutrašnji član sa istim brojem umnoži ili istim brojem razdieli, to se dobije opet razmjer.

Množenjem jednoga izvanjega i jednog unutrašnjega člana može se svaki razmjer, u kojem ima čestnika, predočiti cielima brojevima; s pomoću diobe pak može se razmjer, imaju li jedan izvanji i jedan unutrašnji član zajedničku mjeru, njom pokratiti.

3. Umnože li se u dva brojna razmjera istomjestni članovi medju sobom, to umnožci čine opet razmjer.

Imamo li $A : B = C : D$, dakle $A \times D = B \times C$,
i $a : b = c : d$, dakle $a \times d = b \times c$,

to je takodjer $A \times a : B \times b = C \times c : D \times d$.

Jer je $A \times a \times D \times d = B \times b \times C \times c$.

Veli se, da je posljednji razmjer od zadana dva razmjera sastavljen ili složen.

Tako razmjeri $6 : 3 = 8 : 4$
i $2 : 5 = 6 : 15$

dadu sastavljen razmjer $6 \times 2 : 3 \times 5 = 8 \times 6 : 4 \times 15$,
ili $12 : 15 = 48 : 60$.

4. Ako je $a : b = c : d$ razmjer sa izložnikom e, to se b u a sadržava e puta, u $a + b$ dakle $(e + 1)$ put; tako se isto d u c sadržava e puta, u $(c + d)$ dakle $(e + 1)$ put. S toga je

$$(a + b) : b = (c + d) : d,$$

ili ako se unutrašnji članovi promiene,

$$(a + b) : (c + d) = b : d.$$

No iz $a : b = c : d$ sliedi $a : c = b : d$; s toga je takodjer

$$(a + b) : (c + d) = a : c.$$

U svakom razmjeru istovrstnih ili neimenovanih brojeva sbroj dviju prvih članova stoji prema sbroju dviju posljednjih članova, kao prvi član prema trećemu, ili kao drugi prema četvrtomu.

N. pr. iz razmjera $24 : 8 = 18 : 6$ sliedi takodjer $(24 + 8) : (18 + 6) = 24 : 18$ i $= 8 : 6$.

5. Sličnimi izvadjanji dodje se i na poučku:

U svakom razmjeru istovrstnih ili neimenovanih brojeva razlika dviju prvih članova stoji prema razlici dviju posljednjih članova, kao prvi član prema trećemu, ili kao drugi prema četvrtomu.

N. pr. iz razmjera $24 : 8 = 18 : 6$ sliedi takodjer

$$(24 - 8) : (18 - 6) = 24 : 18 \text{ i } = 8 : 6.$$

§. 66.

Iz razmjera, u kojem su tri člana poznata, naći nepoznati član, reći će: razmjer riešiti. Nepoznati član označuje se jednim od pismena x, y, z.

Razmjer se rieši, ako $a)$ ištemo izložnik poznatog omjera pak s njegovom pomoću odredimo nepoznati član drugog omjera, ili *b)* kod brojnih razmjera još jednostavnije po poučkah 3. i 4. u §. 64.

N. pr. za razmjer $x : 3 = 30 : 5$ nadje se:

$a)\ 30 : 5 = 6, \quad x = 3 \times 6 = 18$; ili

$$b)\ x = \frac{3 \times 30}{5} = 18 \text{; s toga je}$$

$$18 : 3 = 30 : 5 \text{ podpun razmjer.}$$

Čini se da je tu najbolje iz razmjera, ne svadjajući ga najprije na jednostavniji oblik, odmah iskati nepoznati član.

Zadatci.

Iz sliedećih jednakih umnožaka neka se načine razmjeri, a iz njih neka se promjenom članova izvedu novi razmjeri.

1. *a)* $12 \times 4 = 6 \times 8$. *b)* $10 \times {}^2/_3 = 5 \times 1^1/_3$.

2. *a)* $4^1/_2 \times 1^1/_3 = 3 \times 2$. *b)* $3^1/_2 \times {}^3/_5 = 4^1/_5 \times {}^1/_2$.

Sliedeće razmjere izrazi najmanjimi cielimi brojevi:

3. *a)* $x : 18 = 24 : 21$. *b)* $x : 15 = 8 : 6$.

4. *a)* $5^1/_5 : 6^2/_9 = 18 : x$. *b)* ${}^1/_4 : {}^2/_3 = {}^5/_8 : x$.

5. *a)* $x : 13^{13}/_{48} = 27^9/_{14} : {}^{33}/_{84}$. *b)* $1^1/_{16} : x = 4^1/_8 : 5^1/_5$.

Rieši sliedeće razmjere:

6. *a)* $3 : 4 = 5 : x$. *b)* $3 : x = 6 : 36$.

7. *a)* $63 : 21 = 45 : x$. *b)* $77 : 56 = x : 15$.

8. *a)* $88 : x = 72 : 63$. *b)* $x : 15 = 165 : 66$

9. *a)* $7^4/_5 : 2^1/_6 = x : 5^5/_8$.

$$x = \frac{7^4/_5 \times 5^5/_8}{2^1/_6} = \frac{39 \,.\, 45 \,.\, 6}{5 \,.\, 8 \,.\, 13} = 20^1/_4.$$

10. *a)* $5^1/_3 : 7^3/_4 = x : 2^1/_2$. *b)* $x : {}^7/_9 = 3^1/_3 : 5$.

11. *a)* $14 : 4^3/_8 = x : 5^1/_4$. *b)* $x : 10^1/_2 = 4^2/_7 : 9^1/_3$.

12. *a)* $1^5/_9 : x = 3^{23}/_{25} : 4^4/_5$. *b)* $17^1/_7 : 12^2/_{41} = 14^2/_9 : x$.

13. *a)* $10^{11}/_{12} : x = 13^{14}/_{15} : 18^{19}/_{20}$. *b)* $9^{17}/_{18} : 10^1/_9 = 27^3/_8 : x$.

14. *a)* $243^5/_{32} : 317^{11}/_{24} = x : 55^{29}/_{60}$. *b)* $4{\cdot}35 : x = 3{\cdot}18 : 2{\cdot}31$.

15. *a)* $2{\cdot}5 : 0{\cdot}5 = x : 0{\cdot}4$. *b)* $x : 0{\cdot}45 = 16{\cdot}625 : 9{\cdot}5$.

---

3. Jednovito pravilo trojno.

§ 67.

Za dvie oline veli se da su medjusobno **ovisne**, ako izmjenu jedne oline sliedi takodjer izmjena druge.

*

1. Stoje li dvie vrsti brojeva medju sobom tako, da 2-, 3-, 4puta tolikomu broju jedne vrsti pripada svagda takodjer 2-, 3-, 4puta toliki broj druge vrsti, to se veli: obadvie su vrsti brojeva upravno razmjerne, ili one su u upravnom omjeru.

Tako su roba i ciena upravno razmjerne; jer 2puta toliko iste robe stoji takodjer 2puta toliko novaca, 3puta toliko robe stoji takodjer 3puta toliko novaca, 4puta toliko robe stoji 4puta toliko novaca.

U upravnom su omjeru takodjer: vrieme radnje i plata, plata i množina radnika; vrieme i prevaljeni put uz jednolično gibanje; glavnica i dobít, vrieme i dobít; uložak pri kakvu podhvatu i dobitak; i tomu slična.

Ako su dvie vrsti brojeva upravno razmjerne, to je omjer medju svaka dva broja jedne vrsti jednak omjeru medju dva pripadna broja druge vrsti, uzeta istim redom.

2. Stoje li dvie vrsti brojeva medju sobom tako, da 2-, 3-, 4puta tolikomu broju jedne vrsti pripada samo 2gi, 3ći, 4ti dio od broja druge vrsti, to se veli: obadvie su vrsti brojeva obratno razmjerne, ili one su u obratnom omjeru.

Tako su množina radnika i trajanje radnoga vremena obratno razmjerna; jer 2puta toliko radnika treba za istu radnju samo polovinu (drugi dio) vremena, 3puta toliko radnika treba samo trećinu (treći dio) vremena, 4puta toliko radnika samo četvrtinu (četvrti dio) vremena.

U obratnom su omjeru takodjer: množina čeljadi i vrieme, za koje dostaje njeka zaliha; dužina i širina tvari uz jednak sadržaj; glavnica i vrieme uz jednaku dobít; vrieme i brzina; i tomu slična.

Ako su dvie vrsti brojeva obratno razmjerne, to je omjer medju svaka dva broja jedne vrsti jednak omjeru medju dva pripadna broja druge vrsti, ali uzeta obratnim redom.

§. 68.

Ako su dvie vrsti olina upravno ili obratno razmjerne, pak su dva broja jedne vrsti zadana, a od obiju pripadnih brojeva druge vrsti jedan je nepoznat, to računski postupak, kojim se taj nepoznati broj nadje, zovemo jednovitim pravilom trojnim.

N. pr. 5*m* sukna stoji 24 for.; koliko for. stoji 9*m*? — jest zadatak pravila trojnoga.

U svakom takovu zadatku treba razlikovati dva diela, rečenicu uvjetnu i rečenicu upitnu.

Uvjet: 5 *m* stoji 24 for.
Pitanje: 9 „ „ x „

Visi li koja olina o više drugih zajedno pak je od tih olina u zadatku pravila trojnoga samo jedna, to se svagda mučke pomišlja, da ostale ostaju neizmienjene.

Zadatak pravila trojnoga može se riešiti ili jednostavnimi izvodjaji ili s pomoću razmjera.

§. 69.

Rješavanje izvodjaji (Račun izvodjajni).

Obćenito postupanje pri rješavanju zadataka pravila trojnoga računom izvadjanja sastoji u tom, da se iz zadane vriednosti koje množine izvede vriednost jedinice a iz te vriednost koje druge množine. (Iz jedne množine izvadja se druga množina s pomoću jedinice.)

Jednostavniji zadatci rješavaju se u glavi. N. pr.

a) 8 *m* stoji 48 for.; po što je 11 *m*?

8 *m* stoji 48 for.;
1 *m* stoji 8mu čest, dakle 6 for.;
11 *m* stoji 11puta toliko, dakle 66 for.

b) 6 poslenika treba za njeki posao 20 dana; koliko će dana trebati 5 poslenika?

6 poslenika treba 20 dana.
1 poslenik treba 6puta toliko vremena, dakle 120 dana;
5 poslenika treba 5ti dio, dakle 24 dana.

Ako su zadani veći brojevi ili čestnici, to se čine ista izvadjanja, no račun se obavi pismeno. Pri tom je probitačno, za izvadjanjâ množbe i diobe samo naznačivati a pravog izračunavanja latiti se istom u končanom posljedku, pokle on bude, kako treba ujednostručen. N. pr.

$6^3/_4\,kg$ stoji $4^1/_2$ for.; koliko stoje $3^3/_5\,kg$?

$$6^3/_4\,kg \quad 4^1/_2 \text{ for.}$$
$$1 \;\text{„} \quad \frac{4^1/_2}{6^3/_4} \;\text{„}$$
$$3^3/_5 \;\text{„} \quad \frac{4^1/_2 \times 3^3/_5}{6^3/_4} = \frac{9\,.\,18\,.\,4}{2\,.\,5\,.\,27} = 2^2/_5 \text{ for.}$$

2. Rješitba se posve ujednostruči, ako je množina upitne rečenice mnogokratnikom ili mjerom množine u uvjetnoj rečenici. (Iz njeke množine izvadja se njezin mnogokratnik ili njezina mjera.) N. pr.

a) 5 *hl* ječma stoji 21 for. 15 novč.; po što je 30 *hl*?

5 *hl* stoji 21 for. 15 novč.;
30 „ „ 6puta toliko, dakle 126 for. 90 novč.

b) 100 for. glavnice daje svake godine 5 for. dobíti; koliko dobíti daje svake godine 25 for. glavnice?

100 for. glavnice daje 5 for. dobíti;
25 „ „ „ 4ti dio, dakle 1 for. 25 novč.

3. Ujednostručenje računa nastane takodjer onda, ako množina upitne i uvjetne rečenice ima zajedničku mjeru. U tom slučaju izvodjajni račun sadržava spojbe upotrebljenih pod 2. izvodjaja. (Iz njeke množine izvodi se druga množina s pomoću zajedničke mjere.) N. pr.

a) 20 *kg* stoji 32 for.; po što je 15 *kg*?

20 *kg* stoji 32 for.;
5 „ „ 4ti dio, dakle 8 for.;
15 „ „ 3puta toliko, dakle 24 for.

b) Od stanovite množine predje može tkalac satkati 84 *m* platna, koje je 75 *cm* široko; koliko bi od nje mogao otkati metara platna 80 *cm* široka?

Uz 75 *cm* širine dobije se 84 *m*;
„ 5 *cm* „ „ „ 15puta toliko dužine $= 84 \,.\, 15\, m$;
„ 80 *cm* „ „ „ samo 16ti dio $= \frac{84 \,.\, 15}{16}\, m = 78^3/_4\, m$.

4. Gdjekoji put je probitačno, pri rješavanju zadataka pravila trojnoga upotrebiti zgodno razbijanje množine u upitnoj rečenici. (Izvodjaj razbijanjem.) N. pr.

a) 14 *kg* stoji 43 for. 82 novč.; po što je 30 *kg*?

14 *kg*	43 for. 82 novč.
28 *kg* = 2puta 14 *kg*	87 for. 64 novč.
2 „ = $^1/_7$ od 14 *kg*	6 „ 26 „
	93 for. 90 novč.

b) Njeka glavnica daje za 1 godinu 74 for. 40 novč. dobíti; koliko za 5 mjeseci 18 dana?

1 godina	74·40 for.
4 mjes. = $^1/_3$ od 1 godine	24·80 for.
1 „ = $^1/_4$ od 4 mjes.	6·20 „
15 dana = $^1/_2$ od 1 mjes.	3·10 „
3 „ = $^1/_5$ od 15 dana	0·62 „
	34·72 for.

Zadatci.

(Većinom računanje u glavi.)

1. 9 *m* stoji 54 for.; po što je 7 *m*?
2. 7 *hl* „ 217 „ „ „ „ 20 *hl*?
3. 8 *m* „ 44 „ „ „ „ 11 *m*?
4. Ako 9 *l* stoji 2 for. 16 novč., po što je 1 *hl*?
5. 6 *hl* stoji 114 for.; koliko se *hl* dobije za 551 for.?
6. Za 43 for. dobije se 25 *m* sukna; koliko *m* za 301 for.?
7. Za 1826 for. kupi se 83 *hl* vina; po što je 100 *hl*?
8. Njeko se koleso za 76 časova okrene 1007 puta; koliko će učiniti okretaja za 56 časova?
9. Njeka se cesta jednako uzpinje te se na $2^1/_4$ *km* uzpne za 38 *m*; kolik joj je uzlaz na $^2/_5$ *km*?
10. Ako se u kojem dvostabliku zasadjuje drveće u daljini od 4 *m*, treba 840 stabala; koliko bi ih trebalo, da su medjusobno udaljena 5 *m*?
11. 7 *hl* stoji 105 for.; po što je 35 *hl*?
12. 4 *kg* „ 3 „ „ „ „ 8, 20, 36 *kg*?
13. 5 *m* „ 17 „ „ „ „ 10, 25, 40 *m*?
14. Jedan poslenik načini za 5 dana 320 opeka; koliko za 30 dana?
15. 15 *kg* stoji 9 for. 30 novč.; po što su 3 *kg*?
16. 24 *m* stoje 66, 82 for.; po što je 6 *m*?
17. Njeka glavnica daje za jednu godinu 376 for. 44 novč. dobíti koliko za 6, 4, 3, 2 mjeseca?
18. Ako se njeka novčana svota razdieli medju 48 osoba, dodju na svaku 3 for.; koliko dobije svaka osoba, ako se ista svota razdieli medju 16 osoba?
19. 24 *m* stoje 52 for.; po što je 30 *m*?
20. 16 *kg* stoji 6 for. 40 novč.; po što je 28 *kg*?
21. 48 *m* „ 60 for. 72 novč.; „ „ „ 36 *m*?
22. Ako se za 36 *kg* plati 28 for., koliko se *kg* dobije za 42 for.?
23. 10 kusova njeke robe stoji 24 for.; koliko se kusova dobije za 60 for.?
24. Na njeku ciev izteče za 18 časova 392 *l* vode; koliko *l* izteče na istu ciev za 30 časova?

25. Ako tko prevaljuje svaki dan $42\,km$, to on stigne na svoje mjesto za 10 dana; koliko mu dana treba, ako prevaljuje na dan $56\,km$?

26. Ako stanovita zaliha hrane dostaje za 600 momaka na 10 mjeseci, kako će dugo doteći za 400 momaka?

27. $100\,kg$ stoji 16 for. 40 novč.; po što je $60\,kg$?

28. Po što je $16^1/_2\,a$ vrtišta, ako $4\,a$ stoje $74^2/_5$ for.?

29. $5\,hl$ vina stoji 92 for.; po što je $19\,hl$?

30. Glavnica od 100 for. daje godišnje dobíti 6 for.; koliko dobíti daje 350 for., 620 for., 560 for., 835 for., 975 for.?

31. Njeka glavnica daje za jednu godinu 2310 for. dobíti; koliko za 8 mjeseci?

32. Jedan hl vina stoji 32 for.; po što je $10\,l$?

33. Njeku livadu može 12 kosaca pokositi za 6 dana; koliko bi kosaca trebalo, da livada bude pokošena za 4 dana?

34. $15\,l$ stoji 3 for. 42 novč.; po što je $35\,l$?

35. 100 for. glavnice daje 6 for. dobíti; koliko dobíti daje 300, 800, 1500 for. glavnice?

36. Od $40\,kg$ predje sgotovi se $265\,m$ tkanine; koliko m od $56\,kg$?

37. 32 poslenika zasluže za nedjelju dana $118^1/_4$ for.; koliko zasluži za isto vrieme 56 poslenika?

38. Privoz od $4\,m^3$ kamena stoji $13^3/_4$ for.; koliko uz jednake prilike stoji privoz od $17^7/_{10}\,m^3$?

39. $35\,m$ stoji 65 for.; po što je $49\,m$?

40. Ako plamen koje svetliljke gori svaki dan 6 sati, dostaje zaliha ulja 15 dana; koliko će dana doteći ulje, ako plamen gori svaki dan 5 sati?

41. A i B neka medju se podiele 1280 for. tako, da A dobije 5 dielova a B isto tolika 3 diela; koliko dobije svaki?

42. $30\,m$ stoji 84 for.; po što je $25\,m$?

43. Ako 16 zidara radi na dan 12 sati, to će biti njeki zid gotov za 15 dana; za koliko će vremena biti zid gotov, ako isti zidari budu radili na dan 10 sati?

44. Po što je $25^1/_2\,hl$ vina, ako se za $2^1/_5\,hl$ plaća $37^9/_{50}$ for.?

45. Prednji točak na njekih kolih okrene se 80 puta, dok zadnji učini 64 okretaja; koliko će okretaja učiniti prednji, dok se zadnji okrene 1320 puta?

46. Pješak, koji svakoga časka odmakne za $1^1/_5 m$, prevali njeku daljinu za $1^1/_3$ sata; koliko vremena treba za to željeznički vlak, koji svakoga časka prevaljuje $8 m$?

§. 70.

Rješavanje s pomoću razmjera.

Svaki zadatak pravila trojnoga može se riešiti s pomoću razmjera. Samo treba omjer medju dva broja jedne vrsti izjednačiti s omjerom pripadnih brojeva druge vrsti, uzetih istim ili obratnim redom, kako već obje vrsti budu upravno ili obratno razmjerne, pak tako postavljeni razmjer riešiti. N. pr.

a) $45 m$ sukna stoji 144 for., po što je $18 m$ istoga sukna?

Budući da 2-, 3- 4puta toliko *m* stoji takodjer 2-, 3- 4puta toliko forinti, te su po tom obadvie vrsti brojeva upravno razmjerne, to nastaje sliedeći račun:

$45 m$ 144 for. $\quad x : 144 = 18 : 45$

$18 m$ x „ $\quad x = \frac{144 \times 18}{45} = 57^3/_5$ for.

b) 16 zidara može sazidati njeki zid za 20 dana; za koliko bi dana isti zid sgotovilo 10 zidara?

Tu su obje vrsti brojeva obratno razmjerne, budući da 2-, 3-, 4puta toliko zidara treba za sgotovljenje istoga zida samo polovinu, trećinu, četvrtinu onolikoga vremena; s toga imamo

16 zidara 20 dana $\quad x : 20 = 16 : 10$

10 „ x „ $\quad x = \frac{20 \times 16}{10} = 32$ dana.

Da se prokuša, je li zadatak pravila trojnoga izpravno riešen, treba samo u zadatak umetnuti nadjeni broj, zatim koji drugi zadani broj smatrati nepoznatim pa ga iskati rješavanjem novoga zadatka.

Zadatci.

Sliedeći zadatci neka se rieše koje izvadjanjem, koje s pomoću razmjera, a gdje jednostavnost brojeva to dopušta, takodjer u glavi.

1. $8 m$ sukna stoji 42 for.; po što je $12 m$?

2. 9 *ha* šume stoji 1035 for.; koliko se *ha* dobije za 690 for.?

3. Ako 8 radnika zasluži 136 for., koliko će za isto vrieme zaslužiti 20 radnika?

4. Ako 12 poslenika zasluži 180 for., koliko će poslenika za isto vrieme zaslužiti 105 for.?

5. 54 radnika dogotove njeki posao za 16 dana; koliko bi dana za to trebala 72 radnika?

6. 24 poslenika dogotove njeki posao za 4 mjeseca; koliko bi poslenika dogotovilo isti posao za 3 mjeseca?

7. Na njeku ciev iztječe za 11 časova 308 *l* vode; za koliko bi časova izteklo na istu ciev 980 *l*?

8. Za njeku knjigu treba 24 arka papira, ako će se na svakoj strani tiskati 50 redaka; *a*) koliko bi trebalo araka, da je na svakoj strani samo 40 redaka; *b*) koliko bi na svakoj strani moralo biti redaka, da knjiga ima 25 araka?

9. Mlinski kamen melje za 16 sati 28 *hl* raži; *a*) koliko *hl* za 8 sati, *b*) za koliko sati 24 *hl*?

10. Njeka glavnica daje za 12 mjeseci 246 for. dobíti; *a*) koliko dobíti daje ona za 30 mjeseci, *b*) za koliko mjeseci dade ona 369 for. dobíti?

11. Od stanovite množine predje može se otkati 55 *m* platna, 84 *cm* široka; *a*) koliko se od te predje može otkati *m* platna 70 *cm* široka, *b*) koje bi širine bilo platno, ako bi se od iste predje otkalo 60 *m*?

12. U njekoj obitelji treba svakih 12 dana 1 *kg* kave; *a*) koliko *kg* treba za 365 dana, *b*) koliko će dana doteći 18 *kg*?

13. Ako njeko koleso za 27 časova učini 2295 okretaja, *a*) koliko će se puta okrenuti za 10 časova, *b*) za koliko će časova učiniti 3655 okretaja?

---

14. 20 *m* stoji 83 for. 40 novč.; koliko se *m* dobije za 62 for. 55 novč.?

15. Koliko se *hl* ječma može kupiti za 245 for., ako 10 *hl* stoji 49 for.?

16. Njetko je radio 35 dana i za svakih 6 dana dobivao plate $5\frac{1}{10}$ for.; koliko je dobio svega?

17. Njeki radnik zasluži za 7 dana koliko drugi za 9 dana; prvi zasluži za stanovito vrieme 35·9 for., koliko zasluži drugi za isto vrieme?

18. Na koju dužinu uzpinjanje željeznice dosegne $1^1/_4\,m$ visine, ako se ona na svakih $50\,m$ dužine uzpinje $^1/_4\,m$?

19. 30 zidara može sazidati njeki zid za 25 dana; koliko zidara treba najmiti, da on bude gotov za 10 dana?

20. U njekoj tvornici treba za gorivo $4560\,m^2$ cjepanicâ od $80\,cm$ dužine; koliko bi trebalo m^2 cjepanica od $60\,cm$ dužine a u ostalom jednake kakvoće?

21. Jedan m^2 drva stoji $3^3/_5$ for., ako su cjepanice $64\,cm$ duge; kolika bi dakle ciena bila za m^2 cjepanicâ dugih $80\,cm$?

22. Na obadvie strane njeke ceste trebalo bi 2600 stabalaca, ako će se zasaditi u medjusobnoj daljini od $3^1/_4\,m$; u kojoj medjusobnoj daljini trebalo bi stabalca zasaditi, ako ih se može upotrebiti samo 2100?

23. U naplat njekoga kolesa ide 60 zubaca, ako su oni $8^1/_2\,mm$ razdaleko; koliko bi zubaca trebalo, da su $10^1/_5\,mm$ medjusobno udaljeni?

24. Osovljena palica, koja je duga $1·2\,m$, baca sjenu $1·7\,m$ dugu; koje je visine drvo, ako u isto doba baca sjenu $15·3\,m$ dugu?

25. Za tapetiranje stiena u njekoj dvorani treba $704\,m$ tapetâ od $42\,cm$ širine; koliko bi m tapetâ trebalo, ako su $64\,cm$ široki?

26. Os naše zemlje ima $6356\,km$, a promjer polutnika $6377\,km$; ako se za zemaljsku kruglju (globus) uzme os od $395\,mm$ dužine, kolik treba uzeti promjer polutnika?

27. Oranica od $6^2/_5\,ha$ dade priroda $96^2/_5\,hl$ pšenice; *a)* na koliko se ha dobije $36^3/_{20}\,hl$ pšenice, *b)* koliko se hl pšenice dobije na $13^4/_{15}\,ha$?

28. Zemlja od $15806\,km^2$ ima 688564 stanovnika; koliko stanovnika uz jednaku gustoću ljudstva odpada na $3750\,km^2$?

29. Ako zrak pri srednjem stanju tlakomjera (barometra) pritiskuje na plohu od $1^1/_2\,dm^2$ sa $150^1/_5\,kg$, kolik je pritisak (tlak) zraka na plohu od $65^3/_4\,dm^2$?

---

30. Koliko se hl ječma dobije za $34^1/_2\,hl$ pšenice, ako su ciene ječma i pšenice u omjeru kao 2 prema 5?

31. Dvie crte stoje medju sobom kao $1^3/_8 : 4^3/_4$; ako pak prva mjeri 187 *m*, kolika je druga?

32. Brzine dviju željezničkih vlakova *A* i *B* stoje medjusobno kao 5 : 6; koliko sati treba *A* za njeku prugu, koju *B* prevali za 13 sati?

33. Žar (ogrjevna sila) omorikovine stoji prema žaru brezovine kao 39 : 40; koliko m^3 prve vriedi 100 m^3 potonje?

34. Polumjeri naše zemlje i mjeseca stoje medjusobno kao 11 : 3 ako pak srednji polumjer zemlje ima $858^2/_5$ zemljopisnih milja, kolik je polumjer mjeseca?

35. 100 engl. stopa = $30^1/_2$ *m*; *a*) koliko je engl. stopa 315 *m*, *b*) koliko je *m* 307 engl. stopa?

36. 18 ruskih četvrta = 21 *hl*; koliko je *hl* *a*) 35, *b*) 218, *c*) 1088 ruskih četvrta?

37. 142 Londonske funte iznose 53 *kg*; koliko je *kg* *a*) 240, *b*) 325, *c*) 739 Londonskih funti?

38. *kg* čista srebra stoji 90 for.; koju vriednost ima *kg* srebra od 750 tisućina?

39. Od jednoga *kg* zlata, koje je $^9/_{10}$ čisto, kuje se 155 osamforintača; koliko osamforintača ide na jedan *kg* čista zlata?

40. 90 njemačkih maraka čini 45 for. a. vr.: *a*) koliko je for. a. vr. 920 maraka? *b*) koliko je maraka 890 for. a. vr.?

41. Bečki trgovac izda za Hamburg mjenicu*) od 3408 maraka; koliko će for. a. vr. za nju potegnuti, ako je tečaj za Hamburg 60·55 (100 maraka = 60·55 for. a. vr.)?

42. Koliko for. a. vr. iznosi 358 for. holland. courant, ako se računa 100 for. holl. courant = 103·25 for. a. vr.?

43. Trgovačka kuća u Marseillu ima od njeke Bečke tražbinu od 5682 franka 56 centim.; kolika je ta tražbina u a. vr., ako se računa 100 franaka = 49·35 for. a. vr.?

44. Londonski trgovac duguje njekomu bečkomu 5334 for. a. vr.; kolik će mjenični iznos u sterling-funtih Bečanin za to uzeti, ako je tečaj za London 124·80 (10 funt. sterl. = 124·80 for. a. vr.)?

---

*) Mjenica je izprava, kojom se izdatnik obvezuje pod mjenbenopravno jamstvo, da će njeku svotu novaca stanovitoj osobi i u stanovito vrieme ili platiti sâm ili dati od koga trećega izplatiti

45. Njeki trgovac dobije u tri vreće $108^3/_4$ *kg*, $120^1/_2$ *kg*, $96^1/_2$ *kg* pirinča (riže), o čem račun glasi na 104 for 24 novč.; po što je računano 100 *kg*?

46. Dva trgovca kupe zajedno 2385 *kg* ulja; *A* uzme od toga 1845 *kg* pak plati $1328^2/_5$ for.; koliko ulja ostane za *B* i koliko će on za to platiti?

47. 35 m^3 drva kupljeno je za $166^1/_4$ for.; od toga uzme *A* $8^3/_5$ m^3, *B* $15^1/_5$ m^3 a *C* ostatak; koliko treba svaki da plati?

48. Voz siena stajao je $32^9/_{10}$ for. i s koli težio 1455 *kg*; ako pak kola sama teže 280 *kg*, po što je 100 *kg* siena?

49. Ako zidar uzidje na dan u osnovni zid 500, naprotiv u svod samo 325 opeka, pak se radnja za 1 m^3 prvoga zida plaća sa 1·2 for., koliko onda stoji radnja za 1 m^3 svodovlja?

50. Drvar je dužan da njekoj tvornici dobavi 4260 m^2 drva od 80 *cm* cjepanične dužine, a od toga je već predao 2750 m^2; za ostatak zahtievaju se drva od 64 *cm* dužine; koliko m^2 mora takovih dobaviti?

51. 24 zidara mogu sazidati njeki zid za 20 dana; za koliko će dana zidari biti gotovi, ako se poslije 5 dana najmi još 6 zidara?

Poslije 5 dana imala bi 24 zidara još 15 dana posla, no poslije onoga vremena poskoči broj zidara na 30; za koliko će pak dana 30 zidara dovršiti isti posao, koji bi 24 zidara dovršila za 15 dana?

52. Da se izkopa njeki prokop najmljena su 32 težaka, koji bi radnju dovršili za 25 dana; no poslije 7 dana bude 8 težaka odpušteno; koliko će još dana ostali raditi?

53. 48 poslenika bavi se njekom radnjom, koju bi sgotovili za 12 dana. Pokle su radili 2 dana, zahtieva se, da radnja bude gotova za 8 dana; koliko još poslenika treba onda najmiti?

54. Njeku cestu može 30 težaka načiniti za 12 tjedana; s početka je radilo na njoj 45 težaka 6 tjedana; koliko težaka treba po tom namjestiti, da još preostali dio ceste dogotove za $4^1/_2$ tjedna?

VII. Postotni račun.

§. 71.

Pod postotkom (procentom) razumieva se broj, koji naznačuje koliko jedinica stanovite vrsti treba uzeti od 100 jedinica iste vrsti. Tako n. pr. naznaka 5 postotaka (5%) izražava. da od 100 jedinica stanovite vrsti treba uzeti 5 jedinica, dakle od 100 for. 5 for., ili od 100 *kg* 5 *kg*. Prema tomu može se takodjer reći: 1% je 100ta čest nekoga broja; 2%, 3%, 4%, . . . su $^2/_{100}$, $^3/_{100}$, $^4/_{100}$, . . . toga broja.

Pri svakom postotnom računu ima tri oline: 1. postotak, t. j. dio, koji se proteže na 100; 2. osnovna vriednost, za koju se postotci proračunavaju; 3. toj osnovnoj vriednosti pripadajući postotni dio. Ako su od tih triju olina dvie zadane, može se iz njih odrediti treća.

Daljni zadatci još nastaju, ako je zadan sbroj ili razlika od osnovne vriednosti i postotnoga diela.

Postotnomu računu pripadajući zadatci rješavaju se najjednostavnije izvodjaji, ali se mogu riešiti takodjer s pomoću razmjera.

Proračunavanje postotnoga diela.

§. 72.

Kolik je postotni dio od 4567 po 5%?

4567 po 1% dade 100ti dio od 4567 = 45·67,

„ 5% 5puta toliko, dakle $45{\cdot}67 \times 5 = 228{\cdot}35$.

$$\text{Postotni dio} = \frac{\text{osnovnoj vriednosti}}{100} \times \text{postotci.}$$

S pomoću razmjera imali bismo:

100 osn. vriedn. 5 post. dio $x : 5 = 4567 : 100$

4567 „ „ x „ „ $x = \dfrac{4567 \times 5}{100}$

Zadatci.

1. Koliko je 1% od sliedećih brojeva:
200, 300, 800, 1700, 650, 1280, 2542, 392·8?

2. Proračunaj 2%, 3%, 5%, 8%, 12% od:
400, 1200, 560, 956, 1584, 27·44, 730·8.

3. Koliko iznosi
a) 4% od 750? *b)* $7\frac{1}{5}$% od 2565?
$6\frac{1}{2}$% „ 1280? 13% od 591·5?

4. Broj 350 neka se za 4% *a)* poveća, *b)* umanji.

a) 350 po 4%
$+\ 14$
364

b) 350 po 4%
$-\ 14$
336

5. Koji je broj
a) za 6% veći od 200, od 900, 1560, 867·5?
b) za $5\frac{1}{2}$% manji od 340, od 750, 2148, 39·36?

6. Proračunaj
a) 5% od 976 for., *b)* 13% od 2090 *kg*,
$4\frac{1}{2}$% „ 2680 „ $2\frac{2}{5}$% „ 835 *m*.

7. U njekom gradu ima 6360 stanovnika; koliko je od toga 15%?

8. Njetko ima godišnjega dohodka 1842 for., a od toga treba mu platiti 4% dohodarine; kolik je taj porez?

9. Njetko plaća 345 for. poreza, a od toga su mu dozvoljena 3% popusta; koliko mora plaćati?

10. Koliko treba za 516 for. platiti poreza skupa sa prirezom od 23%?

11. Težak zaslužuje na dan 1 for. 25 novč.; kolika bude nadnica, ako težak zasluži dnevice 8% više?

12. Za njeku gradnju treba 64800 opeka; koliko opeka treba nabaviti, ako se k tomu poradi krhanja i gubitka priračuna $8\frac{1}{2}$%?

13. Njeka cesta od 6350 *m* uzpinje se za 1·8%; koliko *m* iznosi uzlaz?

14. Od 409 ljudi 35godišnjih umre 40% do 60te godine; koliko ih po tom doživi 60tu godinu?

15. Glavnica od 2060 for. daje 5% godišnje dobíti; koliko for. iznosi dobít?

16. Kolika je godišnja dobít
a) od 575 for. po 4%? *b)* od 708 for. po 6%?
c) od 1580 for. po $4^1/_2$%? *d)* od 2848 for. po $5^3/_4$%?

17. Kolika je čista najamnina njeke kuće, vriedne 24800 for., ako ona nosi $4^1/_4$%?

18. Dužnik se nagodi sa svojim vjerovnikom tako, da će mu njegovu tražbinu od 2680 for. platiti sa 78%; koliko će vjerovnik dobiti?

19. Njetko kupi robe za 928 for. a njenom prodajom dobije 12%, t. j. za svakih 100 for., što ih je izdao pri kupnji, primi kod prodaje 112 for.; koliko iznosi *a)* sav dobitak, *b)* prodajna svota?

20. Po što je prodana njeka roba sa 6% dobitka, ako je kupovna ciena iznosila 795 for.

21. Ako *m* sukna stoji pri kupnji 3 for. 20 novč., kolika treba da bude prodajna ciena, ako se hoće imati 12% dobitka?

22. Njetko kupi *m* sukna po 4 for. 25 novč. pak bude prinudjen, prodati sukno sa 4% gubitka; po što proda 1 *m*?

23. Stanovničtvo njekoga grada, koji je godine 1837 imao 15860 stanovnika, umnožilo se je do godine 1880 za 25%; koliko je bilo stanovničtvo toga grada godine 1880?

24. Češka zauzimlje 8·347% od površja austro-ugarske države; kolika je Češka, pošto austro-ugarska država ima površje od od 624041 km^2?

25. Doljna Austrija ima plošni prostor od 19768 km^2, medju kojim je 31% šumâ; koliko km^2 one iznose?

26. Nečist uteg njeke robe čini 2350 *kg*, dara 8%; *a)* kolika je dara, *b)* kolik je nečist uteg?*)

a) 23·50 × 8
188 *kg* dara

b) Nečist uteg 2350 *kg*
Dara 8% 188 „
Čist uteg 2162 *kg*.

27. Koliko čini dara od 4500 *kg* po 2%, 5%, 8%, 10%?

28. Njeka roba teži nečisto 3780 *kg*; kolik je čist uteg uz 3%, $5^1/_2$%, 8%, 12%, 20% dare?

---

*) Uteg njeke robe skupa s omotkom ili sa zapremnjakom, u kojem je spremljena, zove se n e č i s t i m u t e g o m (Bruttogewicht), a uteg robe same č i s t i m u t e g o m (Nettogewicht). Uteg zapremnjaka, ili pravo rekav oduzetak, što se poradi tog utega učini od nečista utega, zove se d a r a.

29. Proračunaj čist uteg

a) od 3420 *kg* nečisto uz 7 % dare;
b) „ 885 *kg* „ „ 12 % „
c) „ 2019 *kg* „ „ 9 % „.

30. Koliko stoji 6 denjaka pamuka, težkih nečisto 1180 *kg*, ako je dara 7 % a centa čista utega po $107^3/_4$ for.?

31. Pošiljka smokava teži nečisto 735 *kg*; koliko stoje smokve po 36 for. centa čista, ako se dara računa po 13 %?

32. Koliko iznosi o p r a v n i n a po 2 % za robu vriednu 500 for.?*)

33. Kolika je opravnina od 8037·36 for. po $^1/_3$ %, $^5/_8$ %, $1^3/_4$ %, 2 %, $2^1/_2$ %?

34. Za robu kupljenu za 348 for. računa se opravnina po $1^1/_2$ %; koliko stoji roba?

35. Njetko ovrši prodaju njeke robe za 2085 for. 25 novč.; koliko je preostalo prodavcu po odbijenoj opravnini po $1^3/_4$ %?

36. Za trgovca u Pragu proda se robe za 2813·78 for., trošak iznosi 68·37 for., opravnina 2 %; kolik je čist iznosak?

37. Naručbenik u Parizu kupi za trgovca u Beču robe za 8563 franka, zaračuna 218 franaka troška i 2 % opravnine; kolik je iznosak kupovnoga računa (facture)?

38. Koliko stoji 2108 *kg* nečisto njeke robe, računajući daru po 9 %, centu čistu po 82 for. 80 novč. i kupovnu opravninu po $1^7/_8$ %?

39. Koliko iznosi m e š e t a r i n a po $^1/_2$ % za robu vriednu 2640 fr.?**)

40. Kolika je mešetarina po $^1/_2$ %
a) od 618 for.? *b)* od 506 for. 58 novč. *c)* od 2068 maraka?

41. Mešetar za robu pogodio je njeku robu za 2181 for. 7 novč. pak mešetarinu, koju će platiti na pola prodavac a na pola kupac, računa po $1^1/_4$ %; *a)* koliko treba da plati kupac za robu, *b)* koliko dobije prodavac?

42. Trgovac ovrši prodajŭ njeke robe za 3518 for., mešetaru plati $^1/_2$ % a sebi zaračuna $1^3/_4$ % opravnine; koliko dobije prodavac?

---

*) Ako tko komu naloži ovršbu kojega posla, n. pr. kupnju ili prodaju robe, to osoba, koja taj nalog primi i ovrši, zove se o p r a v n i k o m ili n a r u č b e n i k o m (commissionarom), nagrada pak, koju opravnik za svoj trud dobije, zove se o p r a v n i n o m (provisiom).

**) Za uglavljivanje poslova medju trgovci istoga mjesta ima zakletih osoba, koje se zovu m e š e t a r i (sensali, mäkleri). Odšteta za njihov trud zove se m e š e t a r i n a (sensaria).

43. Kolika je osiguračnina za 5380 for. po 2%?*)

44. Kolika je osiguračnina za vriednost od 5388 for. *a)* po 2%, *b)* po $1\frac{3}{4}\%$, *c)* po $\frac{1}{3}\%$, *d)* po $\frac{1}{8}\%$?

45. Kod osiguračnoga družtva protiv požara osigura se kuća, procienjena na 17800 for., po $\frac{1}{10}\%$; koliko iznosi osiguračnina?

46. Njetko osigura svoje pokućstvo na 3600 for.; koliko treba da plati osiguračnine po $\frac{1}{10}\%$?

47. Njeka roba u vriednosti od 13750 for. osigura se od Trsta do Alexandrije protiv morske štete po $1\frac{3}{8}\%$; kolika je osiguračnina?

48. Koliko je for. srebrnoga novca 1250 for. u zlatu uz 24% prida? **)

49. Prid na zlato čini 23%; koliko for. u srebru treba platiti za 398 for., 2045 for., 3215 for. u zlatu?

50. Njetko poteže od svoje zlatne rente polugodišnje dobíti 240 for. u zlatu; koliko je to for. u srebru, ako zlato prema srebru ima prid 24%?

51. Uvozna carina za njeku robu iznosi 103 for. 25 novč. u zlatu; koliko treba za to platiti u srebru, ako se prid na zlato računa po $23\frac{1}{2}\%$?

Proračunavanje osnovne vriednosti.

§. 73.

5% njekoga broja iznosi 634; koji je to broj?

1% t. j. $\frac{1}{100}$ toga broja iznosi $\frac{634}{5}$,

---

*) Družtva, koja za stanovitu pristojbu preuzimlju naknadu štete pri nezgodah i gubitcih, što nastanu od prirodnih slučajeva ili od vanrednih dogadjaja, zovu se osiguračna družtva (Assecuranz-Gesellschaften); pristojba pak, koja im se za preuzeće one naknade plaća napried, zove se osiguračnina (Versicherungsprämie).

**) Stanovite vrsti novaca, osobito zlatni novci, dobivaju ili poradi svoje veće unutrašnje ciene ili jer su više omiljeli nadoplatu preko svoje zakonite ili računske vriednosti. Tad se nadoplata zove prid (agio) i proračunava se u postotcih od bolje vrsti novca.

dakle je broj sâm 100puta toliki, s toga $\frac{634}{5} \times 100 = 12680$.

$$\text{Osnovna vriednost} = \frac{\text{postotni dio}}{\text{postotci}} \times 100.$$

Zadatci.

1. Postotni dio njekoga broja po 8% jest 31·2; kolik je taj broj?

2. Odredi osnovnu vriednost, kojoj je postotni dio *a*) po 4% 78, *b*) po $5\frac{1}{2}$% 63·84, *c*) po 12% 169·2.

3. Kuća donosi godišnjih čistih 548 for.; kolika joj je vriednost, ako daje dobíti 5%?

4. Koliko je stanovničtvo njekoga mjesta, ako ga 22% čine 572?

5. Stanovničtvo njekoga grada umnožilo se je za stanovita vremena za 8%, t. j. za 1716; koliko je bilo stanovničtvo početkom toga vremena?

6. Uzimlje se, da se od biele cvekle dobiva 5% sirova sladora; koliko bi *kg* biele cvekle trebalo, da se od nje dobije 4720 *kg* sirova sladora?

7. Njekim poslom nastane gubitak od 24%; koliku je svotu u njem imao učestnik, koji je izgubio 528 for.?

8. Prodajom njeke robe nastane 15%ni dobitak od 36 for.; po što je bila roba *a*) pri kupnji, *b*) pri prodaji?

9. Ako nastavši pri prodaji gubitak po 8% iznosi 188 for., kolika je kupovna svota?

10. Kuća je prodana izpod kupovne ciene za 6%; kolika je ta bila, ako gubitak iznosi 1470 for.?

11. Pri njekoj robi 3%ni trošak iznosi 69 for. 12 novč.; kolika je kupovna ciena?

12. Pri izplaćivanju njeke robe iznosio je oduzetak po $3\frac{1}{4}$% $175\frac{1}{2}$ for.; koliko je for. kupac platio?

Proračunavanje postotka.

§. 74.

koliko je % 111·6 od 2480?

1% od 2480 jest $\frac{2480}{100}$; s toga je 111·6 toliko % od 2480, koliko se puta $\frac{2480}{100}$ sadržava u 111·6, dakle

$$111{\cdot}6 : \frac{2480}{100} = \frac{111{\cdot}6 \times 100}{2480} = 4^1/_2\,\%.$$

S pomoću razmjera imali bismo

2480 osnov. vriednost 111·6 postot. dio $x : 111{\cdot}6 = 100 : 2480$

100 „ „ x „ „ $x = \dfrac{111{\cdot}6 \times 100}{2480}$.

$$\text{Postotak} = \frac{\text{postotni dio} \times 100}{\text{osnovna vriednost}}.$$

Zadatci.

1. Koliko % od 100 čine sliedeći brojevi:
25, 50, 20, 10, 5, 15, 60, 45, 70, $12^1/_2$, $16^2/_3$, $33^1/_3$?

2. Za podmirenje zemaljskih potreba razreže se na svaku poreznu forintu 24 novč. prireza; koliko % čini taj prirez?

3. Koliko je %

a) 40 novč. od 5 for.? *b)* $4^1/_5$ for. od 105 for.?
75 for. od 1250 for.? 39 for. 27 novč. od 748 for.?

4. U njekoj gimnaziji, koja broji 348 učenika, dobro su napredovali 261 učenik; koliko je to %?

5. Od 525 ljudi, koji imaju 12 godina, dožive odsjekom 24tu godinu 471; koliko ih po tom % umre od 12te do 24te godine?

6. Od 169 *kg* vapnenjaka dobije se $83^1/_5$ *kg* žežena vapna; koliko % izgubi vapnenjak žeženjem?

7. Njetko pri stečaju dobije za svoju tražbinu od 1152 for. samo 768 for.; koliko % iznosi gubitak?

8. Ako 4 *hl* pšenice imaju u sebi hraniva kao 5 *hl* raži, za koliko je % sadržaj hraniva u pšenici veći nego u raži?

9. Dohodak njeke željeznice iznosio je mjeseca Svibnja 80368 for., mjeseca Lipnja 107435 for.; za koliko % u Lipnju više?

10. Beč je imao godine 1840. 356870, a godine 1880. 726105 stanovnika; za koliko je % stanovničtvo Beča za onoga vremena poskočilo?

11. U Češkoj brojilo se godine 1780. 2561794, a godine 1880. 5560819 stanovnika; za koliko se je % stanovničtvo Češke za onoga vremena umnožilo?

12. Zemljopisna milja stoji prema novoj njemačkoj milji kao 231 prema 230; za koliko je % prva veća od potonje?

13. Štajerska ima plošni prostor od 22354·75 km^2; a Moravska plošni prostor od 22223·85 km^2; *a*) za koliko je % Štajerska veća od Moravske, *b*) za koliko je % Moravska manja od Štajerske?

14. Njeka roba kupljena je za 4250 for., a prodana je s dobitkom od 340 for.; koliko je % iznosio dobitak?

15. Koliko se % dobije

a) na 136 for. kupovne ciene i 170 for. prodajne ciene?
b) „ 275 „ „ „ „ 308 „ „ „
c) „ 1224 „ „ „ „ 1444 „ „ „

16. Njetko kupi 168 *m* sukna za 630 for., a proda ga *m* po $4\frac{7}{20}$ for.; koliko dobije on *a*) svega, *b*) po postotcih?

17. Koliko % čini dara, ako se

a) od 1625 *kg* nečistih računa 1565 *kg* čistih?
b) „ 2160 „ „ „ 1836 „ „
c) „ 948 „ „ „ 900·4 „ „

18. Opravnik dobije 22 for. 74 novč. opravnine za nabavljenu robu svotom od 936 for.; koliko % iznosi opravnina?

19. Od robe u vriednosti od 1480 for. plati se mešetaru 9 for. 25 novč.; koliko je % računano za mešetarinu?

20. Koliko se je % prida na zlato računalo, ako je za 1475 for. u zlatu plaćeno 1829 for. u srebru?

Proračunavanje osnovne vriednosti i postotnoga diela iz njihova sbroja ili razlike.

§. 75.

U mnogih zadatcih prometa zadaje se kao vriednost, koju treba podvrći postotnomu računu, ne osnovna vriednost, nego sbroj ili razlika od osnovne vriednosti i njezina postotnoga diela. Svojstvenost takovih zadataka i postupanje s njimi razjasnit će sliedeći primjeri:

1. Za robu, koja je kupljena za 875 for., ima 3% troška; koliko for. iznosi trošak?

Tu treba za svakih 100 for. kupovne ciene računati 3 for. troška; s toga na 875 for. ciene za robu idu 3 for. troška toliko puta, koliko se puta 100 sadržava u 875, dakle

$$\frac{875}{100} \times 3 = 26{\cdot}25 \text{ for. troška.}$$

2. Njeka roba, uračunav i 3% troška, stoji 875 for.; koliko iznosi trošak?

Zadana vriednost 875 for. sadržava čistu cienu robe već povećanu troškom i s toga je ona nastala, kad je 100 for. ciene za robu povećano za 3 for. troška, dakle mjesto 100 for. uzeto 103 for. Zato se izvodi:

Od svake 103 for. ciene za robu s troškom treba računati 3 for. troška toliko puta, koliko se puta 103 sadržava u 875, dakle

$$\frac{875}{103} \times 3 = 25{\cdot}49 \text{ for. troška.}$$

3. Prodajna ciena njeke robe po oduzetku troška s 3% jest 875 for.; koliko iznosi trošak?

Zadana vriednost 875 for., u kojoj je od čiste ciene za robu već oduzet trošak, nastala je, kad su od svakih 100 for. ciene za robu oduzete 3 for. troška, dakle mjesto 100 for. uzeto 97 for. S toga se izvodi:

K svakih 97 for. ciene za robu po oduzetku troška pripadaju 3 for. troška; zato k 875 for. pripadaju 3 for. troška toliko puta, koliko se puta 97 sadržava u 875, dakle

$$\frac{875}{97} \times 3 = 27{\cdot}06 \text{ for. troška.}$$

Kad bi se za odredbu postotnoga diela upotrebio razmjer, to bismo imali

pri 1. . . . $x : 3 = 870 : 100$,
„ 2. . . . $x : 3 = 875 : 103$,
„ 3. . . . $x : 3 = 875 : 97$.

Kako je u zadatku 1. zadana osnovna vriednost sama, naime ciena robe, u 2. je zadan sbroj a u 3. razlika od ciene za robu i troška. U 1. se računa 3 for. troška od svakih 100 for., u 2. od svake 103 for. a u 3. od svakih 97 for. zadane vriednosti. S toga se postotni račun običava takodjer nazivati računom u 1. od sto, u 2. nad ili povrh sto a u 3. niže sto ili u sto.

Iz sbroja ili razlike od osnovne vriednosti i njezina postotnoga diela dobije se, pokle je postotni dio nadjen, samim odbijanjem ili sbrajanjem namah i osnovna vriednost. Tako imamo za 2.

Ciena robe s troškom	875	for.
odbiv trošak	25·49	„
ciena robe	849·51	for.

U ostalom se ta osnovna vriednost može takodjer namah odrediti izvadjanjem:

Svake 103 for. ciene za robu s troškom sadržavaju 100 for. čiste ciene za robu; s toga 875 for. sadržava 100 for. čiste ciene za robu toliko puta, koliko se puta 103 sadržavaju u 875, dakle

$$\frac{875}{103} \times 100 = 849{\cdot}51 \text{ for. ciene za robu.}$$

Zadatci.

1. Najamnina za stan povišena je za 16% ter iznosi sada 406 for.; koliko je plaćano prije?

2. Pšenici je pala ciena za 15% te sada stoji *hl* 7 for. 14 novč.; po što je bila pšenica pred tim?

3. Koliko je for. u zlatu 3565 for. u srebru, ako prid na zlato iznosi 24%?

4. Činovnik dobije k svojoj plaći poradi skupoće doplatu od 15% pak s njom prima mjesečno 172 for. 50 novč.; kolika mu je godišnja plaća?

5. Za porez skupa sa 32% prireza plaća se 125 for. 40 novč.; kolik je prvobitni porez?

6. Njetko za porez, od kojega mu je 4% popušteno, plaća 398 for. 40 novč.; koliko mu je poreza zaračunano?

7. Glavnica uložena po 6% iznosi poslije 1 godine skupa s dobíti 689 for.; kolika je *a*) dobít, *b*) glavnica?

8. Kolik je dobitak po 15% na robi prodanoj za 1860 for.?

9. Proračunaj kupovnu vriednost robe, koja je

a) sa 12% dobitka prodana za 476 for.
b) „ 9% „ „ „ 2628 „
c) „ $16\frac{1}{2}$% „ „ „ 1379 „ 36 novč.

10. Za robu prodanu sa 3% gubitka utrženo je 1040 for.; *a)* kolik je gubitak, *b)* kolika kupovna ciena?

11. Proračunaj nečist uteg

a) za 2088 *kg* čistih uz 13% dare;
b) „ 966 „ „ „ 8 „ „
c) „ 330 „ „ „ 12 „ „

12. Njeka roba uračunav 2% opravnine, stoji 628 for. 48 novč.; koliko iznosi opravnina?

13. Za prodanu robu, oduzev 2% opravnine, dobije se 3727 for.; *a)* kolika je opravnina, *b)* za koliko je for. roba prodana?

14. Roba sa troškom od 12% stoji 3500 for.; koliko iznosi trošak?

15. Ako je centa njeke robe, uračunav 10% troška i 14% dobitka, prodana za 155 for., po što je centa kupljena?

VIII. Proračunavanje dobíti i oduzetka.

I. Jednovit dobítni račun.

§. 76.

Novčana svota, koja se uzajmi komu pod uvjet, da on za upotrebu plaća stanovit novčani iznos, ali je obvezan novčanu svotu povratiti, zove se glavnicom (capital). Novac, što se plaća za upotrebu glavnice, zove se dobít (kamate, Zins, Interesse); ta se odredjuje po postotcih, koji se, ako nije naročito drugčije odredjeno, protežu na jednu godinu; n. pr. glavnica je uložena po 5%, reći će: svakih 100 for. glavnice daje za jednu godinu 5 for. dobíti.

Dobítni je račun s toga postotni račun, u kojem se osim olina, što se u potonjem sastaju, uzimlje obzir još na jednu olinu, vrieme. Pri tom se godina obćenito uzimlje sa 360 dana, a mjesec sa 30 dana.

Ako su od četiri oline, glavnica, vrieme, postotci i dobít, tri zadane, može se iz njih odrediti četvrta.

Ostane li glavnica za svega uložnoga vremena neizmienjena, to se dobít od nje zove **jednovitom** ili **jednostavnom dobíti**; pribija li se pak koncem svake godine ili svakoga polugodišta dobít glavnici te sama opet ulaže, to se dobít zove **sastavljenom dobíti** ili **dobítnom dobíti**.

Ovdje će biti govora samo o jednovitoj dobíti.

Proračunavanje dobíti.

§. 77.

Glavnica od 3457 for. uložena je po $5^0/_0$; koliko dobíti daje ona za 3 godine?

3457 for. glavnice dade

po $1^0/_0$ za 1 godinu	100ti dio . . .	$34{\cdot}57$	for.	dobíti.
„ $5^0/_0$ „ 1 „	5puta toliko .	$34{\cdot}57 \times 5$	„	„
„ $5^0/_0$ „ 3 godine	3puta toliko .	$34{\cdot}57 \times 5 \times 3$	„	„
		$= 518{\cdot}55$	„	„

Upotrebom takovih izvodjaja rješavaju se takodjer zadatci, što dalje sliede. Pri tom nastaje obćenito:

$$\text{Dobít} = \frac{\text{glavnica}}{100} \times \text{postotci} \times \text{vrieme u godinah.}$$

Ako je vrieme zadano kao višeimen broj, to se zadatak najjednostavnije rješava razstavljanjem; naime mjeseci se razstave na zgodne dielove godine a dani na zgodne dielove mjeseca pak se kao takovi proračunaju.

Zadatci.

(Neka se rieše računom izvadjanja.)

1. Proračunaj jednogodišnju dobít

a) od 3124 for. po $5^0/_0$
po $1^0/_0$ . . 31·24 for.
„ $5^0/_0$ . . 156·20 for.

b) od 4181 for. po $4^0/_0$
167·24 for.

2. Kolika je godišnja dobít

a) od 300 for., 500 for., 800 for., 1200 for. po $5^0/_0$?

b) od 200 for., 700 for., 1000 for., 2500 for. po $4^0/_0$?

3. Koliko iznosi godišnja dobít
a) od 1834 for. po 5%? b) od 3307 for. po 6%?
c) od 2095 for. 50 novč. po $6\frac{1}{2}\%$? d) od 9126 for. po $4\frac{3}{4}\%$?

4. Koliko dobíti dadu a) 2183 for. po 4% za 3 godine? b) 14788 for. po $5\frac{1}{4}\%$ za 2 godine? c) 7350 for. po $5\frac{3}{4}\%$ za 4 godine?

5. Koliko dobíti dade 1948 for. za $2\frac{1}{2}$ godine a) po $4\frac{3}{4}\%$, b) po 5%, c) po $6\frac{1}{2}\%$?

6. Koliko dobíti dade 3888 for. glavnice po $4\frac{1}{2}\%$ za 3 godine 7 mjeseci 10 dana?

3888 for.	glavnice
155·52 for.	po 4%
19·44 „	„ $\frac{1}{2}\%$
174·96 for.	za 1 godinu
524·87 for.	„ 3 godine
87·48 „	„ 6 mjes. = $\frac{1}{2}$ godine.
14·58 „	„ 1 „ = $\frac{1}{6}$ od 6 mjes.
4·86 „	„ 10 dana = $\frac{1}{3}$ mjes.
631·80 for.	dobíti.

7. Koliko dobíti dade 2848 for. po 5% za 3 godine i 4 mjeseca?

8. Glavnica od 8425 for. 18 novč. uložena je 4 godine 11 mjeseci po $4\frac{1}{2}\%$; koliko dade ona dobíti?

9. Kolika je dobít od 5244 for. 55 novč. po $5\frac{1}{4}\%$ za 3 godine 5 mjeseci 20 dana.

10. Koliko dobíti dade
a) 9006 for. glavnice po 5% za 10 mjeseci?
b) 2514 for. po 6% za 4 godine 9 mjeseci 20 dana?
c) 950·4 for. po $4\frac{1}{2}\%$ za 3 godine 7 mjeseci 18 dana?
d) 4392·6 for. po $5\frac{1}{4}\%$ za 2 godine 5 mjeseci 12 dana?

§. 78.

Često treba proračunati dobít koje glavnice samo za stanovit broj dana. U takovu slučaju ište se obično najprije dobít po 6% pak se iz nje razstavljanjem izvede dobít za zadane postotke.

Neka treba proračunati dobít glavnice od 3516 for. po 6% za 139 dana.

100 for. daje za 360 dana $\quad$ 6 for. dobíti

„ „ „ „ 1 dan $\frac{6}{360} = \frac{1}{60}$ „ „

„ „ „ „ 139 dana $\frac{139}{60}$ „ „

1 „ „ „ „ „ $\frac{139}{6000}$ „ „

3516 „ „ „ „ „ $\frac{3516 \times 139}{6000}$ „ „

$$\text{Postotci po } 6\% = \frac{\text{glavnica} \times \text{dani}}{6000}.$$

Zadatci.

1. Koliko dobíti dade 2790 for. po 6% za 85 dana?

2. Koliko iznosi dobít po 6%

a) od 925 for. za 48 dana? *b*) od 1019 for. za 253 dana?
c) od 1512 for. za 260 dana? *d*) od 2349·25 for. za 186 dana?

3. Koliko dobíti dade 758 for. po 6% od 13. Travnja do posljednjega Prosinca?

Od 13. Travnja do 13. Prosinca ima 8 mjes. = 240 dana
„ 13. Prosinca „ 30. Prosinca ima 17 „
Svega 257 dana.

4. Koliko dobíti po 6% dade

a) 750 for. od 1. kolovoza do 27. listopada?
b) 2370 for. od 18. Ožujka do 30. Lipnja?
c) 1644 for. od 25. Travnja do 15. Kolovoza?

5. Koliko iznosi dobít od 1242 for. po 4% za 230 dana?

100 for. za 360 dana $\quad$ 4 for.

„ „ „ 1 dan $\frac{4}{360} = \frac{1}{90}$ „

„ „ „ 230 dana „ $\frac{230}{90}$ „

1 „ „ „ „ $\frac{23}{900}$ „

1242 „ „ „ „ $\frac{1242 \times 23}{900}$ „

$= 31·74$ for.

ili:

1242 × 230
3484
3726
285660 : 6000
47·61 for. po 6%
— 15·87 „ po 2%
31·74 for. po 4%.

6. Koliko dobíti dade 9110 for. po 5% od 2. Svibnja do 15. Listopada?

7. Kolika je dobít od 9217 for. po 3% za 174 dana?

8. Koliko dobíti dade 4856·5 for. po 7% za 72 dana?

9. Njekomu pripada:

dobít od 3045 for. po 6 $\%$ za 233 dana,

„ „ 2813 „ „ 5 $\%$ od 17. Travnja do 22. Rujna,

„ „ 4008 „ „ $6^{3}/_{4}\%$ „ 24. Svibnja „ 7. Kolovoza;

kolik je sav dobítni iznosak?

10. 3450 for. glavnice dade za 7 mjeseci $120^{3}/_{4}$ for. dobíti; koliko prema tomu dade dobíti glavnica od 4650 for. za 10 mjeseci?

11. Njetko kupi dne 27. Travnja 2000 for. državnih papira po tečaju 84 (t. j. 100 for. imenovane (pisane) vriednosti po 84 for. plaćene); koliko mora on za to platiti, ako treba naknaditi dobít po $4^{1}/_{5}\%$ počevši od 1. Siečnja?

2000 for. po 84	1680 for.
$4^{1}/_{5}\%$ dobíti za 117 dana	26·3 „
	1707·3 for.

12. Dne 4. Kolovoza prodade se 4400 for. zlatne rente po 108 for.; koliko se za to dobije, ako treba naknaditi dobít po 4% počev od 1. Travnja?

13. Koliko treba dne 10. Prosinca platiti za 8 cielih državnih srećaka od godine 1860 po 132 for.? (Imenovana vriednost jedne srećke 500 for., dobít po 4% počev od 1. Studenoga.)

14. Njetko proda dne 15. Svibnja 2500 for. založnica po tečaju 100·80; koliko za to primi? (Dobít po $4^{1}/_{2}\%$ počev od 1. Siečnja.)

Proračunavanje glavnice.

§. 79.

Koja glavnica dade po 4% za 3 godine $154^{1}/_{5}$ for. dobíti?

Dobít za 1 godinu po 4%, t. j.

$\frac{4}{100}$ glavnice . . . . $\frac{154^{1}/_{5}}{3}$ for., dakle

$\frac{1}{100}$ „ . . . . $\frac{154^{1}/_{5}}{4 \times 3}$ for., s toga je

glavnica sama . . . . . . $\frac{154^{1}/_{5} \times 100}{4 \times 3}$ for. $=$ 1285 for.

Može se izvadjati takodjer ovako:

Glavnica sadržava 100 for. toliko puta, koliko se puta dobít od 100 for. sadržava u zadanoj dobíti.

100 for. po 4% dade za 3 godine 4×3 for. dobíti; dakle je

$$\text{glavnica} = 100 \text{ for.} \times \frac{154^1/_5}{4 \times 3}, \text{ kao i gore.}$$

$$\text{Glavnica} = \frac{\text{dobít} \times 100}{\text{postotci} \times \text{vrieme u godinah}}.$$

Zadatci.

1. Kolika je glavnica, koja po $5^1/_2$% daje na godinu 202 for. 40 novč. dobíti?

2. Kuća daje odsjekom na godinu 586 for. čista dohodka; kolika će se kupovna ciena za nju zahtievati, ako se hoće prodati ju po 5%, t. j. za svakih 5 for. čista dohodka imati 100 for. kupovne ciene ili glavnice?

3. Njetko primi za 3 godine 556 for. dobíti; kolika je glavnica po 6% uložena?

4. Kolika mora biti glavnica, da po $5^1/_2$% dade za $2^2/_5$ godine $735^9/_{10}$ for. dobíti?

5. Koja glavnica dade

a) po $4^1/_2$% za 3 godine 837 for. dobíti?
b) po $6^1/_2$% za $1^1/_2$ godine 390 for. dobíti?
c) po $5^1/_4$% za 2 godine 7 mjeseci 398·5 for. dobíti?

6. Od koje se glavnice primi

a) po 4% za $2^3/_4$ godine 213·5 for. dobíti?
b) po $5^1/_2$% za 1 godinu 9 mjeseci 247 for. 17 novč. dobíti?
c) po 6% za $7^1/_2$ mjeseci 318·75 for. dobíti?

7. Koja glavnica dade po 4% za 108 dana 108 for. dobíti?

8. Glavnica po $4^1/_2$% daje na godinu 18 for. dobíti; koliko će godišnje dobíti davati glavnica za 300 for. veća po 5%?

9. Dvie glavnice donose na godinu 250 for. dobíti; jedna je 2400 for. i uložena po $4^1/_2$%, a druga je uzajmljena po 5%; kolika je druga glavnica?

10. Koja glavnica dade po 6% za 4 godine upravo toliko dobíti kao glavnica od 4560 for. po 5% za $2^1/_2$ godine?

Proračunavanje vremena.

§. 80.

Kako će dugo glavnica od 2480 for. po 6% biti uložena, da donese 744 for. dobíti?

Izvadja se: glavnica je uložena toliko godina, koliko se puta godišnja dobít sadržava u zadanoj dobíti.

Dobít od 2480 for. po 6% za 1 godinu iznosi $\frac{2480 \times 6}{100}$ for.; dakle je

$$\text{broj godina} = 744 : \frac{2480 \times 6}{100} = \frac{744 \times 100}{2480 \times 6} = 5.$$

$$\text{Broj godina} = \frac{\text{dobít} \times 100}{\text{glavnica} \times \text{postotci}}.$$

Zadatci.

1. Za koliko godina 225 for. glavnice po 4% dade 45 for. dobíti?

2. Glavnica od 900 for. po 5% dala je 112 for. 50 novč. dobíti; kako je dugo bila uzajmljena?

3. Za koliko vremena 3855 for. po 4% dade 423·05 for. dobíti?

4. Za koje će se vrieme od 9420 for. po $4\frac{1}{2}$% primiti 1413 for. dobíti?

5. Za koliko vremena dade

a) 4715 for. glavnice po 4% 377·2 for. dobíti?

b) 5212 for. glavnice po $5\frac{1}{2}$% 916 for. 65 novč. dobíti?

c) $9822\frac{3}{4}$ for. glavnice po $5\frac{3}{4}$% 1125·16 for. dobíti?

6. Kako dugo glavnica od 2800 for. po $5\frac{1}{2}$% mora biti uložena, da uračunav dobít dosegne 3185 for.

7. Koliko vremena treba da glavnica ostane uložena, ako će dobít *a)* po 4%, *b)* po 5%, *c)* po 6% iznositi upravo toliko, kao glavnica?

8. Dne 1. Svibnja uzajmljeno je 1550 for. po 4%; kad je nadošlo povraćanje, iznosila je glavnica s dobíti $1619\frac{3}{4}$ for.; kada je glavnica povraćena?

9. Kako dugo mora glavnica od 1863 for. po 5% biti uložena, da donese toliko dobíti kao što 8280 for. po $4\frac{1}{2}$% za 9 mjeseci?

Proračunavanje postotaka.

§. 81.

Po koliko se postotaka mora glavnica od 3445 for. uložiti, da za 4 godine dade 689 for. dobíti?

Ovdje treba odrediti, koliko dobíti daje 100 for. glavnice za 1 godinu. Izvadja se:

$$1 \text{ for. glavnice dade za } 4 \text{ godine } \frac{689}{3445} \text{ for. dobíti,}$$

$$1 \;\text{„ „ „ „}\; 1 \text{ godinu } \frac{689}{3445 \times 4} \text{ for. dobíti,}$$

$$100 \;\text{„ „ „ „}\; 1 \;\text{„}\; \frac{689 \times 100}{3445 \times 4} = 5 \text{ for. dobíti.}$$

Dakle je glavnica uložena po 5%.

$$\text{Postotci} = \frac{\text{dobít} \times 1000}{\text{glavnica} \times \text{vrieme u godinah}}.$$

Zadatci.

1. 800 for. glavnice donese za 1 godinu 32 for. dobíti; po koliko je % glavnica uložena?

2. Glavnica od 5560 for. dade godišnje dobíti 330 for.; po koliko je % uzajmljena?

3. Njetko dade u zajam 16000 for.; koliko % mora on zahtievati, da od toga ima godišnji dohodak 900 for.?

4. Trgovac ima u svojoj trgovini glavnicu od 18356 for.; koncem godine pokaže se čist dobitak od 1376 for. 70 novč.; koliko mu je % glavnica uniela?

5. Glavnica, koja je po 4% davala godišnje dobíti 118 for., neka bi u napredak nosila na godinu za $81\frac{3}{4}$ for. više dobíti; kolika je glavnica i po koliko % treba ju uložiti.

6. Po koliko % dade

a) 1648 for. glavnice za $2\frac{1}{2}$ godine 185·4 for. dobíti?

b) 1080 for. glavnice za 3 godine 4 mjeseca 144 for. dobíti?

c) 3150 for. glavnice za 8 mjeseci $73\frac{1}{2}$ for. dobíti?

7. Po koliko % treba 9110 for. uložiti, da od 2. Svibnja do 15. Listopada dade 206 for. 23 novč. dobíti?

8. Njetko kupi državnih papira, koji nose 5%, po tečaju 95, t. j. on kupi svakih 100 for. papira za 95 for.; koliko mu % donese njegova glavnica?

9. Njetko si uzajmi 460 for. na jednu godinu po 5%, ali morade pustiti da mu se dobít odmah od primljene glavnice odbije; koliko mu je pri tom zakinuto i koliko je $\%$ doista zaračunano?

10. Jedna glavnica nosi za 3 godine po $4\frac{1}{4}\%$ $60\frac{3}{4}$ for. dobíti, a druga za 150 for. veća glavnica nosi za isto vrieme 90 for. dobíti; po koliko je $\%$ potonja uložena?

11. Kuća je kupljena za 28500 for.; godišnji je dohodak od najamnine 1980 for.; koliko $\%$ nosi glavnica, ako se za popravke odbija 147 for. i ako kućarina skupa s prirezi iznosi 35%?

12. Po koliko bi $\%$ njeka glavnica za 5 godina dala 1022 for. dobíti, ako bi ista glavnica po 5% za 4 godine dala 876 for. dobíti?

Proračunavanje končane vriednosti glavnice.

§. 82.

Vriednost, koju glavnica priračunav joj dobít dosegne poslije stanovita vremena, zove se **končanom vriednosti** glavnice, suprot **početne vriednosti**, t. j. njezine vriednosti na početku onoga vremena.

Da se **končana vriednost** glavnice poslije stanovita vremena proračuna, treba samo dobít za to vrieme pribrojiti početnoj glavnici. N. pr.

Glavnica od 3640 for. uložena je po 5%; kolika joj je končana vriednost poslije $2\frac{1}{2}$ godine?

Početna vriednost	3640 for.
Dobít po 5% za $2\frac{1}{2}$ godine	455 „
Končana vriednost	4095 for.

Rješitba mogla bi se izvršiti takodjer upravo ovako:

100 for. s dobíti po 5% dosegne poslije $2\frac{1}{2}$ godine 112·5 for., s toga je

končana vriednost od 1 for. . . . . . . 1·125 for., dakle

„ „ „ 3640 „ . . $3640 \times 1{\cdot}125 = 4095$ for.

Po tom je končana vriednost glavnice jednaka umnožku od njezine početne vriednosti i od končane vriednosti jedne forinte.

Zadatci.

1. Njetko uzajmi sebi 2480 for. po 5% na 3 godine; koliko će mu trebati da poslije toga vremena plati glavnice i dobíti?

2. Njetko je dužan, da poslije 6 mjeseci podmiri 750 for. s dobíti po 4%; koliko treba da plati?

3. Za dug, koji dospieva poslije 3 godine, plati se odmah 360 for.; kolik je taj dug, ako je oduzeta dobít po 5%?

4. Ako je 3050 for. na dugu 2 godine 4 mjeseca po $5\frac{1}{2}\%$, koliko treba poslije toga vremena povratiti glavnice i dobíti?

5. Glavnica od 4840 for. uložena je po $4\frac{1}{2}\%$; kolika joj je končana vriednost poslije $2\frac{1}{2}$ godine?

6. Koliku končanu vriednost ima

a) 3216 for. s $4\frac{3}{4}\%$ dobíti poslije 4 godine?

b) 3580 „ „ $5\frac{1}{4}\%$ „ „ 3 „ 8 mjeseci?

c) 4050 „ „ $6\ \%$ „ „ 3 god. 9 mjes. 15 dana?

7. Za njeku kuću nudi *A* 18500 for. u gotovu, a *B* 19540 for. plativih poslije 9 mjeseci; ako pak prodavac daje novce u zajam po 6%, koja je ponuda za njega probitačnija?

8. Njetko duguje od 6. Ožujka 1547 for., za što plaća dobít po $5\frac{1}{2}\%$; kolik je njegov dug dne 30. Lipnja?

9. Njetko uzajmi sebi 2345 for. na 42 dana po 7% dobíti; koliko će trebati da poslije toga povrati?

10. Kolika je končana vriednost glavnice od 5460 for. uložene po $6\frac{1}{2}\%$ poslije 174 dana?

11. Trgovac, koji bi morao platiti dne 18. Rujna 3550 for., a dne 5. Studenoga 1749 for., plati obadva iznosa skupa s 5% dobíti dne 31. Prosinca; koliko je onda platio svega?

Proračunavanje početne vriednosti glavnice.

§. 83.

Glavnica uložena po 5% iznosi poslije 3 godine s dobíti 3289 for.; kolika je početna vriednost glavnice?

Uz 5% dobít ima 1 for. poslije 3 godine končanu vriednost od 1·15 for. Obratno je

početna vriednost od 1·15 for. .... 1 for., dakle

„ „ „ 1 for. .... $\frac{1}{1·15}$ for., a s toga

„ „ „ 3289 for. .... $\frac{3289}{1·15}$ for. = 2860 for.

Dakle početna vriednost glavnice sadržava toliko forinti, koliko se puta končana vriednost jedne forinte sadržava u končanoj vriednosti glavnice; ili

$$\text{početna vriednost glavnice} = \frac{\text{končana vriednost glavnice}}{\text{končana vriednost jedne for.}},$$

koji snošaj nastane obraćajem takodjer iz §. 82.

Zadatci.

1. Glavnica njekomu po 4% uzajmljena iznosila je poslije $2\frac{1}{2}$ godine s dobíti 825 for.; kolika joj je bila početna vriednost?
2. Njetko za upotrebljenu 6 godina glavnicu plati skupa s $5\frac{1}{2}$% dobíti 452·20 for; kolika je bila prvobitna glavnica?
3. Za glavnicu, koja je bila po $5\frac{1}{2}$% na dugu 3 godine, primi se glavnice i dobíti 5359 for.; kolika je bila glavnica?
4. Koliku glavnicu treba dati u zajam po $4\frac{3}{4}$%, da se poslije $2\frac{1}{2}$ godine primi 5549 for. glavnice i dobíti?
5. Koliku početnu vriednost ima glavnica, koja uz 5% dobíti poslije 3 godine dosegne 883·55 for.?
6. Kolika je početna vriednost glavnice, koja

   a) po 6% poslije $3\frac{1}{2}$ god. ima končanu vriednost 907·5 for.?
   b) „ $4\frac{1}{2}$% „ $2\frac{1}{3}$ „ „ „ „ 5967 „
   c) „ $5\frac{1}{4}$% „ 6 mjeseci „ „ „ 3546·72 „
7. Glavnica skupa s 5% dobíti dosegla je za 72 dana 1575·6 for.; koliku je početnu vriednost imala glavnica?

2. Proračunavanje oduzetka.

§. 84.

Ako tko svotu novaca, koju bi bez dobíti bio dužan platiti istom poslije stanovita vremena, plati odmah, pravo je, da mu poradi ranije izplati bude dopušten stanovit odbitak. Taj odbitak zove se oduzetkom (discont) ili popustom (rabatt), a dužna glavnica umanjena za oduzetak zove se gotovom ili sadanjom (takodjer oduzetkovanom) vriednosti glavnice.

N. pr. Netko hoće bezdobítnu glavnicu od 4230 for., koju bi mu trebalo oddužiti poslije $2\frac{1}{2}$ godine, da plati odmah; *a*) kolika je gotova vriednost te glavnice, *b*) kolik je oduzetak, ako se računa 5%?

Ako ze hoće, da ranijom izplatom dužne svote ne štetuje niti vjerovnik niti dužnik, to gotova vriednost umnožena za dobít, koju bi do platežnoga roka nosila, mora biti jednaka dužnoj svoti. Po tom je zadatak, da se odredi gotova vriednost dužne glavnice, koja kasnije dospieva, istoznačan sa zadatkom u §. 83.: da se iz končane vriednosti glavnice proračuna njezina početna vriednost; s toga je

$$\text{gotova vriednost} = \frac{\text{dužna glavnica}}{\text{končana vriednost jedne forinte}}.$$

Za gornji zadatak imamo:

Končana vriednost od 100 fr. po 5% poslije $2\frac{1}{2}$ god.: 112·5 fr., zato je

„ „ „ 1 „ „ „ „ „ „ 1·125 „

dakle je

$$\text{iskana vriednost} = \frac{4230}{1{\cdot}125}\ \text{for.} = 3760\ \text{for.}$$

Prokušnja:	Gotova vriednost	3760 for.
	Dobít od 3760 for. po 5% za $2\frac{1}{2}$ god.	470 „
	Dužna glavnica	4230 for.

Oduzetak se može ili kao razlika medju dužnom glavnicom i nadjenom već njezinom gotovom vriednosti ili takodjer upravo proračunati. Imamo

Oduzetak = 4230 for. — 3760 = 470 for.

Ili upravo. Budući da 100 for. gotovine po 5% poslije $2\frac{1}{2}$ godine vriedi 112·5 for., to obratno 112·5 for., što bi trebalo bezdobítno izplatiti poslije $2\frac{1}{2}$ godine, vriedi sada 100 for., t. j. od svakih 112·5 for., ako se $2\frac{1}{2}$ godine prije dospjetka izplati, odbroji se 12·5 for. kao oduzetak. Odatle sliedi, da se oduzetak mora računati ne od samih 100, nego od sbroja, koji nastane od 100 i postotaka oduzetka (račun nad sto). Dakle se izvodi:

Oduzetak od 112·5 for. . . . . . . 12·5 for.

„ „ 1 „ . . . . . . $\frac{12·5}{112·5}$ for. $= \frac{1}{9}$

„ „ 4230 „ . . . . . . $\frac{4230}{9}$ for. $=$ 470 for.

Bilo bi doduše udobnije, ali neizpravno, kada bi se oduzetak jednostavno odredjivao kao dobít dužne glavnice, koja kasnije dospieva, te bi se proračunavanje osnivalo na samom broju 100 (račun od sto). Tada bismo imali:

4230 for. po 5%			
211·50 for. za 1 godinu	Dužna svota	4230	for.
211·50 „ „ 1 „	odbiv oduzetak	528·75	„
105·75 „ „ ½ godine	gotova vriednost	3701·25	for.
528·75 for. oduzetak.			

No gotovina od 3701·25 for. dala bi sa 5% dobíti poslije $2\frac{1}{2}$ godine ne dužnu svotu 4230 for., nego samo 4163·91 for.; dakle bi pri tom vjerovnik imao štete.

Neizpravnost takova proračunavanja osobito se jako iztiče, ako se tu radi o dužem vremenu. N. pr. Njetko bi dug od 100 for., koji bezdobítno dospieva poslije 20 godina, htio za 5% oduzetka platiti odmah; budući da bi oduzetak iznosio takodjer 100 for., to vjerovnik ne bi dobio ništa. Ako bi pak 100 for. trebalo platiti poslije 40 godina, to bi oduzetak iznosio 200 for. te bi trebalo dužniku još 100 for. naplatiti.

Zadatci.

1. Svota od 920 for., koja bezdobítno dospieva *a*) poslije 3 godine, *b*) poslije 36 dana, plati se odmah u gotovu; koliko iznosi u svakom slučaju oduzetak po 5%? Koliko bi oduzetak iznosio računajući ga od sto?

2. Koliko 850 for., koje bi trebalo platiti poslije 2 godine, vriedi sada uz 5% oduzetka?

3. Koju gotovu vriednost ima

a) 3953 for., plative poslije 4 godine, uz $4\frac{1}{2}$% oduzetka?
b) 5893 „ „ „ $2\frac{2}{3}$ „ „ 4 „ „
c) 5247 „ „ „ $3\frac{1}{2}$ „ „ 5 „ „

4. Njetko je dužan da plati 2620 for. poslije 4 mjeseca; no on želi svoj dug oddužiti odmah; koliko iznosi izplata u gotovu uz 6% oduzetka?

5. A treba da plati B-u 1245 for. poslije 5 godina; koliko bi mu uz $4^1/_4\,\%$ oduzetka morao platiti poslije 2 godine?

6. Njetko je baštinio 4850 for., no da mu se izplati istom poslije 5 godina; na njegovu želju htjelo bi se izplatiti mu baštinu odmah; koliko iznosi baština u gotovu novcu?

7. Za njeku kuću nudi A 25200 for. poslije 1 godine, B 26350 for. poslije 2 godine bez dobíti plativo; koja ponuda uz 5% oduzetka ima veću vriednost u gotovu?

8. Njetko kupi vinograd za 8000 for. pod uvjet, da plati 2580 for. odmah, 2380 for. poslije 1 godine a ostatak poslije 3 godine ne naknadiv dobíti; no on odluči, da i dva posljednja obroka za godišnji $6^1/_4\,\%$ oduzetak plati odmah; kolika je sva izplata u gotovu?

9. Za plativi poslije $2^1/_2$ godine dug primi njetko u gotovu 2480 for.; kolik je bio dug, ako je godišnji oduzetak računan po 5%?

10. Njetko je dužan da poslije stanovita vremena plati 5355 for.; uz 6% godišnji oduzetak plati on u gotovu 5250 for.; poslije kojega bi vremena morao on platiti?

11. Koliko vremena prije dospjetka izplaćen je u gotovu dug od 982 for., ako je godišnji oduzetak po 5% iznosio 228 for.?

12. Njetko je za glavnicu, koja je bila plativa poslije 4 godine, izplatio u gotovu 1600 for.; oduzetak je iznosio 288 for.; koliko je godišnjih $\%$ računano?

13. Njetko je morao poslije $3^1/_3$ godine platiti 598 for.; on se ponudi, da će za to odmah platiti u gotovu 520 for.; koliko je $\%$ oduzetka računao?

14. Njetko kupi kuću za 29000 for., koje su po ugovoru plative bezdobítno poslije 5 godina; no on plati sada u gotovu 600 for., poslije $2^1/_3$ godine 7500 for. a ostatak poslije 4 godine; kolik je taj ostatak, ako je za svaku izplatu napried dozvoljen godišnji oduzetak po 5%?

§. 85

Ako odredjivanje oduzetka računom od sto i je neizpravno, taj se račun ipak u trgovačkom prometu za cienu robe i za mjenične iznose obćenito upotrebljava, jer je zgodniji od računa nad sto i jer se pri tom radi samo o kraćem vremenu, za koje je takodjer razlika medju posljedci obojega proračunavanja samo neznatna.

Mjenični oduzetak proračunava se, tako kao dobít za dane, za vrieme od dana kupnje do dana dospjetka, ali ne brojeći pri tom dan oduzetkovanja. Mjeseci se računaju po broju koledarskih dana, godina pak po 360 dana.

Pri oduzetku za robu naznačuju se obično postotci već za vrieme, za koje biva izplata u gotovu prije ugovorena dospjetnoga vremena.

Zadatci.

1. Mjenica od 1249 for. za 15. Lipnja proda se dne 8. Svibnja sa $4^1/_2\%$ oduzetka; koliko iznosi *a)* oduzetak, *b)* kolika je vriednost nakon oduzetka?

U Svibnju	23 dana	
„ Lipnju	15 „	
	38 oduzetkovnih dana.	
Mjenična svota	1249	for.
odbiv $4^1/_2\%$ oduzetak za 38 dana	5·93	„
Oduzetkovana vriednost	1243·07	„

1249 × 38
3747
9992
47·462
7·910 po 6%
— 1·978 po $^1/_2\%$
5·932 for. oduzetak.

2. Mjenica od 3485 for., plativa poslije 35 dana, oduzetkuje se po 5%; koliko iznosi oduzetak a koliko oduzetkovana vriednost?

3. Mjenica od 4235 maraka oduzetkuje se u Hamburgu dne 17. Srpnja sa $3^1/_2\%$; koliko treba za nju platiti, ako dospieva istom dne 7. Rujna?

4. Za 15. Kolovoza izdana mjenica na 849 for. oduzetkuje se dne 26. Lipnja po $6^1/_2\%$; koliko mjenica taj dan vriedi?

5. Kolik je pri cieni robe od 5192 for. *a)* oduzetak po 2%, *b)* izplatak u gotovu?

Ciena robe.............	5192	for.
Oduzetak po 2%.......	103·84	„
Izplatak u gotovu......	5088·16	for.

6. Koliko iznosi oduzetak za cienu robe od 2063 for. *a)* po 1%, *b)* po $1^1/_2\%$, *c)* po $1^3/_4\%$, *d)* po 2%?

7. 4 bačve ulja, nečisto 1118 *kg*, dara 10%, kupljene su 100 *kg* čistih po 64·18 for. sa $2^1/_2\%$ oduzetka; kolik je izplatak u gotovu?

8. Njetko kupi u Trstu 5 bačava robe, nečisto 5219 *kg* sa 10% dare; koliko će za to platiti u gotovu, ako se 100 *kg* čistih računa po 84·25 for. sa 2% oduzetka?

Mješoviti zadatci

o omjernih i postotnih računih.

§. 86.

1. Koliko godišnje dobíti daje $749\frac{3}{4}$ for. glavnice

a) po $4\frac{1}{2}$%? *b*) po $5\frac{3}{4}$%? *c*) po 6%?

2. Koja glavnica daje po $5\frac{1}{2}$% godišnje dobíti 189 for.?

3. Po koliko % treba da je glavnica od 3127 for. uložena, ako će nositi 125 for. 8 novč. godišnje dobíti?

4. Okomito utaknuta u zemlju motka od $1\frac{2}{5}$ *m* dužine baca sjenu $2\frac{7}{10}$ *m* dugu; kolika je visina zvonika, koji u isto vrieme baca sjenu $30\frac{1}{4}$ *m* dugu?

5. Izmedju 465 osoba 20godišnjih doživi ih 50tu godinu života 300; koliko ih % umre u dobi od 20 do 50 godina?

6. Po što je 8 bačava meda, nečiste težine 2538 *kg*, ako se računa dara po 13% a centa čista po 64 for. 45 novč.?

7. $111\frac{1}{9}$ grčkih drahma čini 45 for. a. vr.; koliko je for. a. vr. 2085 drahma?

8. Njetko kupi dvie bačve vina jednako dobra, skupa 26 *hl* 26 *l*; jedna bačva sadržava 15 *hl* 66 *l* i stoji $391\frac{1}{2}$ for.; što stoji vino sadržano u drugoj bačvi?

9. Koliko iznosi dobít

a) od 2520 for. po $5\frac{1}{4}$% za 3 godine 4 mjes.?

b) „ 5400 „ „ $4\frac{1}{2}$% „ $2\frac{1}{2}$ „ ?

c) „ 3075 „ „ 4 % „ 9 mjeseci?

10. Koliko treba danas po 6% uložiti, da se poslije 3 godine skupa s dobíti primi natrag 1475 for.?

11. Mjenica od 2379 for., koja dospieva dne 15. Listopada, proda se dne 9. Rujna sa 6% oduzetka; kolika je oduzetkovana vriednost mjenice?

12. Stanovničtvo njekoga grada, koje se je za vremena od godine 1840. do 1880. umnožilo za 49%, iznosilo je godine 1880. 28032 stanovnika; koliko je bilo stanovničtvo onoga grada godine 1840?

13. Njeki bi posao 15 radnika dogotovilo za 10 dana; ali poslije 3 dana ostave posao 3 radnika, a poslije daljnih 5 dana opet 3 radnika; za koliko će dana posao biti gotov?

14. Poslije 3 godine plativi dug od 15000 for. plati se sa 6% oduzetkom odmah; koliko iznosi *a)* oduzetak, *b)* gotov izplatak?

15. Njetko kupi dvie vrsti kave; 4 *kg* jedne vrsti stoje 6 for. 40 novč., a 6 *kg* druge vrsti 8 for. 64 novč.; kako stoje medju sobom ciene obiju vrsti?

16. Trgovac može prodati *kg* kave za 1 for. 60 novč.; po što smije on *kg* kupiti, ako hoće da prodajom dobije 15%?

17. Na robi kupljenoj po 18 for. centa dobije se 12%; koliko se % dobije, ako se uz istu prodajnu cienu kupi centa skuplje za 5 for.?

18. Njetko duguje u Berlinu 250 zlatnih maraka; koliko će forinti austr. srebrnoga novca morati za to platiti, ako je 100 zlatnih maraka = 50 for. u zlatu, a zlato prema srebru ima prid 24%?

---

19. Lihvar uzajmi njekomu glavnicu po 10% na jednu godinu, no on si odmah odbije dobít; koliko zaista % on računa?

20. Kako je dugo glavnica od 364 for. bila na dugu, da je dala toliko dobíti, koliko bi glavnica od 390 for. doniela za $9^1/_2$ mjeseci?

21. Glavnica dade za stanovito vrieme po 6% 508·24 for. dobíti; koliko dobíti dade ona za isto vrieme *a)* po $4^3/_4$%, *b)* po $5^1/_2$%?

22. Suknara stoje 4 trube sukna po 30 *m* pri kupnji 512 for.; po što će on prodavati *m*, ako hoće da pri tom dobije 15%?

23. Koliku će prugu parovoz prevaliti uz jednako kretanje za 4 sata 24 časa, ako je za 2 sata 15 časova prevalio prugu od 69 *km* 355 *m*?

24. Radnikom njeke tvornice povišena je nadnica sa 16%; onda je 80 radnika skupa dobilo na dan 134 for. 56 novč.; kolika je bila nadnica jednoga radnika prije onoga povišenja?

25. Koja glavnica daje

a) po	$6\ \%$	za 1 godinu 4 mjeseca	209·2	for.	dobíti?
b) „	$4\frac{1}{2}\%$	„ 1 godinu 8 mjeseci	417	„	„ ?
c) „	$4\frac{3}{4}\%$	„ 2 godine 6 mjeseci 15 dana	574·75	„	„ ?

26. Njetko kupi dne 18. Ožujka 4000 for. 5% založnica austro-ugarske banke sa kuponi od 1. Siečnja po 102·45 for.; koliko mora on za to platiti?

27. Njeka roba stoji skupa sa 2% kupovne opravnine 3207 for. 90 novč.; *a)* koliko iznosi opravnina? *b)* kolika je čista ciena robe?

28. Za prodanu robu dobije se po odbijenoj 2% opravnini 2158 for. 85 novč.; koliko iznosi opravnina?

29. Koliko će se srebra dobiti za $4\frac{5}{8}$ *kg* zlata, ako srebro prema zlatu stoji po cieni kao 1 prema $23\frac{1}{2}$?

30. Koliko je osamforintača jednako s 1 sjeverno-američkim zlatnim orlašem (eagle), pošto 1 osamforintača sadržava 5·80643 *g* suhoga zlata, a 1 orlaš teži 16·7183 *g* uz $\frac{9}{10}$ čistine?

31. Drvar kupi za $917\frac{1}{2}$ for. drva, a proda ih za $1027\frac{3}{5}$ for.; koliko $\%$ dobije on prodajom?

32. Njetko za dug, od kojega mu je popušteno 3%, plati 2913 for. 60 novč.; kolik je *a)* popušteni iznos, *b)* dug?

33. 5ti dio prokopa izradila su 22 radnika za 12 dana; ako se poslije toga vremena 6 radnika odpusti, za koliko će dana zadržani radnici dogotoviti ostalo?

34. Njetko kupi 27 *hl* vina po $28\frac{3}{4}$ for. i 32 *hl* po $25\frac{2}{5}$ for.; od onoga prvoga prodaje *l* po 36 novč., a od drugoga po 32 novč.; koliko $\%$ i koliko forinti iznosi sav njegov dobitak?

35. Njetko duguje *A*-u 500 for., *B*-u 700 for., *C*-u 400 for. a *D*-u 300 for., no sav mu je imutak samo 1710 for.; koliko dobiju vjerovnici po omjeru svojih tražbina?

36. Tršćanin kupi u Amsterdamu 3214 funt. kave i plati za funtu $\frac{3}{5}$ for. holand.; trošak iznosi 20%; koliko for. a. vriedn. mora on platiti, ako se računa 100 for. holand. = 103 for. a. vr.?

37. Za robu, koja teži 4192 *kg* nečisto, plaćeno je 880 for.; po što je centa čista, ako se računa $16^2/_3\%$ dare?

38. Ako opravnina po 2% od ciene za robu iznosi 184 for. 50 novč., kolika bi bila opravnina po $2^1/_2\%$?

39. Glavnica skupa sa dobíti po 5% dosegla je za 6 godina 455 for., kolika je bila glavnica?

40. Njetko dade u zajam tri glavnice: 541 for. po $4^1/_2\%$, 853 for. 80 novč. po 5%, 1356 for. po $6^1/_4\%$; koliku bi glavnicu morao on dati u zajam po $5^1/_2\%$, da mu nosi toliko isto dobíti?

41. 1840 for.. plativih poslije 3 godine izplati se odmah sa 240 for. oduzetka; koliko je $\%$ godišnjeg oduzetka uzeto u račun?

42. Njeku radnju može 12 ljudi dovršiti za 8 dana; no već je 16 ljudi radilo 4 dana; koliko dana trebaju sada još 4 čovjeka da na njoj rade?

43. Za koliko godina dade

a)	650	for.	glavn.	po	$6\ \%$	143	for. dobíti?
b)	3840	„	„	„	$5^3/_4\%$	552	„ „ ?
c)	$793^3/_4$	„	„	„	$4\ \%$	155·25	„ „ ?

44. Na njekoj su kući dvie glavnice duga, koje skupa nose godišnju dobít od 640 for.; za jednu glavnicu, koja je 6000 for., plaća se 4%, a za drugu 5%: kolika je ta druga glavnica?

45. *A* dobije pri razdiobi njekoga dobitka 891 for. 30 novč; koliko će dobiti *B*, ako će diel od *A* prema dielu od *B* stajati kao $3^1/_2 : 7^1/_4$?

46. Pri stečajnoj imovini iznosi imutak (activa) 37500 for., a dugovi (passiva) 210000 for.; koliko $\%$ dobiju vjerovnici, ako razdioba medju sve bude jednaka?

47. Mjenica za 928 for., plativa dne 15. Listopada, plati se 2. Rujna sa 6% oduzetka; koliko iznosi oduzetak?

48. Od njeke predje htjelo bi se sgotoviti 20 truba tkanine, svaka 36·8 *m* duga. Ali kad se već 11 truba dogotovilo, bude naredjeno, da se od ostatka izradi još 12 truba; koje će sada dužine biti svaka ta truba?

49. Njeko tielo prevali za 81 časak 672·3 *m*; koliko će mu vremena trebati za prugu 215·8 *m* kraću?

50. Od koje glavnice mjesečna dobít po $5^3/_4\%$ iznosi 26 for. 76 novč.?

51. Glavnica dana u zajam po 5% uzeta je poslije 2 godine skupa sa dobíti natrag, a po tom je ciela svota uložena po 6%; kolika bijaše prvobitna glavnica, ako godišnja dobít sadašnje glavnice iznosi 429 for.?

52. Trgovac je kupio dvie trube sukna različite dobrote, 36 *m* po 3·75 for. a 30 *m* po 4·20 for.; razprodajom prve trube dobije on 16%; koliko % dobije na drugoj trubi, ako je za prodane obje trube skupa primio 301·5 for.?

---

53. Njetko je za cienu robe, od koje mu je popušteno $1\frac{1}{4}$%, platio 1551 for.; *a*) kolik je bio popust, *b*) kolika ciena robe?

54. Koliko dobíti dade glavnica od 2896 for. po $5\frac{1}{2}$% za 2 godine 6 mjeseci?

55. Kolika glavnica dade za 1 godinu 8 mjeseci toliko isto dobíti, kao $3715\frac{1}{2}$ for. za 2 godine 4 mjeseca?

56. Kolika je uz 5% dobíti sadašnja vriednost od 100 for., plativih *a*) poslije 1 godine, *b*) poslije 2 godine, *c*) poslije 6 mjeseci?

57. Za robu, koja je kupljena za 1740 for., plaćeno je poradi opravnine 1770 for. 45 novč.; koliko % iznosi opravnina?

58. Za svilu kupljenu pod cienu od 9842·47 for. iznosi opravnina 147·39 for.; koliko je to %?

59. 1 centa ulja kupljena je za 56 for.; po što treba *kg* prodavati, da se dobije 12%?

60. U prodajnoj cieni njeke robe od 1590 for. sadržan je dobitak od 90 for.; koliko taj iznosi %?

61. Od dviju cievi napuni jedna njeki vodnjak za 2 sata 10 časova, druga za 1 sat 45 časova; ako pak prva ciev daje svakoga sata 4·2 *hl* vode, koliko daje druga za 1 sat?

62. Po koliko % dade glavnica

a)	od 2092 for.	za $2\frac{1}{2}$ godine		621·5 for.	dobíti?
b)	„ 8250 „	„ 2 „	7 mjes.	852·5 „	„ ?
c)	„ 3690 „	„ 4 „		811·8 „	„ ?

63. Kuća, koja je sagradjena glavnicom od 28500 for., nosi godišnje najamnine 2096 for.; godišnje daće iznose 554 for., za popravke računa se godišnjih 130 for. Koliko % dobíti daje potrošena glavnica?

64. Hranivo raška (krtolâ) stoji prema hranivu biele cvekle kao $16^7/_{10} : 10^3/_4$; koliko *kg* biele cvekle ima istu množinu hraniva kao 100 *kg* raška?

65. Novi austr. desetaci imaju čista srebra 400 tisućina a težinu od $1^2/_3\,g$; koliko čista srebra ima u svakom desetaku?

66. 375 novih austr. dvaestaka sadržavaju $^1/_2$ *kg* čista srebra, čistina im je 0·5; koliko *kg* teži kup od 750 dvaestaka?

67. Koliko smije trgovac pri kupnji platiti za 1 centu, ako mora dati 2% opravnine pak hoće da *kg* sa 10% dobitka prodaje po 60 novč.?

68. Uz $4^3/_4$% godišnjeg oduzetka sustavi se od dužne poslije $6^2/_3$ mjeseci plative svote $47^1/_2$ for.; kolika je dužna svota?

69. Pri kupnji njeke oranice odredi se, da od kupovne svote bude plaćeno 600 for. odmah, a ostalih 636 for. poslije 1 godine bez naknade dobíti; no kupac plati i tu svotu odmah te dobije 6% oduzetka; koliko mu treba svega platiti u gotovu?

---

70. Kolika je izplata u gotovu za cienu robe od 818 for. sustaviv $1^1/_3$% oduzetka?

71. Po koliko je % uložena glavnica, koja sada nosi 180 for. dobíti, pošto je prije po 5% davala 200 for. dobíti?

72. *A* i *B* sdruže se u njekom poslu te ulože 12000 for.; ako je *A* uložio 7000 for. a posao unese 960 for. dobitka, koliko dobije *A*, koliko *B*?

73. Zidar ište za njeku gradnju 15000 opeka, po $2^3/_5\,dm^3$ velikih; pokle je 9600 opeka primio, mogu mu se dobaviti samo opeke po $2^1/_5\,dm^3$; koliko mu takovih opeka treba još dati?

74. Koliko iznosi sadržani u prodajnoj cieni od 828 for. dobitak po 15%?

75. Njeki žitar kupi za 1215 for. ječma i proda ga sa 12% dobitka *hl* po $5^1/_{25}$ for.; koliko je *hl* kupio?

76. Koliko dobíti dade

a) 1350 for. po 6 % za 72 dana?
b) 4065 „ „ 4 % „ 123 „ ?
c) 2104 „ „ $5^1/_4$% „ 182 „ ?

77. Njetko uzajmi u njekoga 2400 for. po 4% pak uzajmi istu svotu drugomu po $6\frac{1}{2}\%$; koliko dobije on za 3 godine?

78. Njetko kupi 4% austr. zlatne rente, svakih 100 for. za 109 for.; koliko % dobíti nosi glavnica, ako je prid na zlato 24%?

79. Njetko kupi 28 centi robe za 1148 for. u zlatu, koje ima prid $23\frac{1}{2}\%$, pak proda *kg* po 64 novč. srebrnoga novca; koliko % on dobije?

80. Zaliha žitka dostaje za 207 osoba na 54 dana; od njega se 243 osobe uzdržavaju 29 dana; kako će dugo dotjecati ostatak za 243 osobe?

81. Njeki prokop mogu 24 poslenika dogotoviti za 10 nedjelja; pokle je na njem radilo 30 poslenika 4 nedjelje, odpusti se 10 radnika; za koliko će nedjelja biti onda gotov preostali još dio prokopa?

82. Ako se njeka roba proda za 150 for., izgubi se 10%; po što ju treba prodati, da se dobije 5%?

83. Prodajom njeke robe za 462 for. dobije se $16\frac{2}{3}\%$; koliko bi se % dobilo, da se ona proda za 420 for.?

84. Za njeko seosko dobro nudi *A* 25000 for. u gotovu, *B* 26400 for. poslije 1 godine, *C* 27500 for. poslije 2 godine plativo bez dobíti; koja je ponuda uz jednovitu 5% dobít za prodavca najprobitačnija?

85. Bečanin kupi mjenicu za Pariz na 2705 franaka po tečaju 49·50 (100 franaka = 49·50 for. a. vr.); koliko u a. vr. treba mu za to platiti?

86. Tršćanski trgovac ima u Hamburgu tražbinu od 3182 marke; koliko će for. a. vr. on za to primiti, ako je tečaj za Hamburg 61·25? (100 maraka = 61·25 for. a. vr.)

87. Bečki trgovac primi iz Trsta 4 skrinje suhoga groždja, mjereno 972 *kg* nečisto, dare 18 *kg* po skrinji, po 30 for. za 100 *kg* čistih, opravnina 2%; uvoznina, vozarina i drugi trošak iznosi 54 for. 60 novč.; po što treba da prodaje *kg*, ako koće 20% dobitka?

Dodatak.

Priegled najznatnijih mjera, utega i računskih novaca.

I. Mjere za vrieme i lûkove.

Vrieme se odredjuje po godinah, mjesecih, tjednih (sedmicah, nedjeljah), danih, i t. d. i to po ovakovoj razdiobi:

1 godina	ima 12 mjeseci,	1 dan	ima 24 sata,
1 mjesec	„ 30 dana,	1 sat	„ 60 časova,
1 tjedan	„ 7 „	1 čas	„ 60 časaka.

U proračunavanju dobíti uzimlje se doduše obično mjesec po 30 dana, tako i godina po 360 dana; ali po koledaru ima Veljača 28 ili 29, Travanj, Lipanj, Rujan i Studeni po 30 dana, a ostali mjeseci imaju po 31 dan, te tako na prostu godinu dodje 365, a na priestupnu godinu 366 dana.

Kružnica ili obseg kruga dieli se na 360 jednakih lûkova, koji se zovu stupnji. Svakomu lûčnomu stupnju suprotan je pri središtu kruga kut, koji se takodjer zove stupnjem i to kutnim stupnjem. Kako pri lûkovih tako i pri kutovih dieli se svaki stupanj (^{0}) na 60 malutaka (′) (minuta) a svaki malutak na 60 malutčića (″) (secunda).

2. Mjere brojbene.

Šestdesetorče (Schok) ima 60, triestorče (Schilling) 30, petnaestorče (Mandel) 15, dvanaestorče (Dutzend) 12 kusova.

Denjak (Ballen) papira ima 10 rizama, rizam (Ries) 10 knjiga, knjiga (Buch) 10 slogova, slog (Lage) 10 araka.

3. Mjere, utezi i novci austrijsko-ugarske države.

Nove mjere i utezi austrijsko-ugarski osnivaju se (po zakonu od 25. Srpnja 1871. u Austriji, a od 17. Travja 1874 u Ugarskoj) na metarskom sustavu, koji je najprije u Francezkoj a kasnije u najviše europskih država uveden.

Osnovna (normalna) jedinica toga sustava jest metar, za koji vele francezki učenjaci, da je 10000000ta čest dužine, što ju ima četvrtac zemaljske poldnevnice, no po kasnijih zvjezdarskih mjeritbah da on točnije iznosi 10000855tu čest poldnevničnoga četvrtca.

Iz dužine metra izvode se jednostavnim načinom ne samo mjere za površine i tjelesnine, nego takodjer utezi toga sustava.

Mjere za dužine.

Jedinica mjere za dužine jest metar.

Mnogokratnici i niži razdjelci metarskoga sustava tvore se poradi lakšega razumievanja i zgodnijega računanja skroz po desetinskom sustavu. Mnogokratnici su: 10kratnik, 100kratnik, 1000kratnik, 10000kratnik; niži su razdjelci: 10tina, 100tina, 1000ćina, 10000ćina. Ni jedni ni drugi ne dobiju, kao u starih sustavih, posebna imena, nego zadrže ime osnovne jedinice, kojemu se za obližnju oznaku pridjenu spried stanovite rieči, koje su, da za sve narode ostanu jednake, uzete iz jezika grčkoga i latinskoga.

Mnogokratnici ne samo metra, nego i osnovanih na njem mjera za površine, tjelesnine i utege imenuju se tim, što se pred imena osnovne jedinice meću grčki brojnici sa dočetkom **a** ili **o**, i to:

deka	za	10kratnik,
hekto	„	100kratnik,
kilo	„	1000kratnik i
myria	„	10000kratnik.

Niži razdjelci označuju se latinskimi brojnici sa dočetkom **i**, koji se meću pred imena osnovne jedinice, i to sa:

deci	za	10tu čest,
centi	„	100tu čest,
milli	„	1000nu čest.

Prema tomu za mnogokratnike i niže razdjelke metarske mjere za dužine imamo sliedeću ljestvicu:

1 myriametar	= 10000	metara,
1 kilometar (*km*)	= 1000	,,
1 hektometar	= 100	,,
1 dekametar	= 10	,,
1 metar (*m*)	= 1	metar
1 decimetar (*dm*)	= 0·1	metra
1 centimetar (*cm*)	= 0·01	,,
1 millimetar (*mm*)	= 0·001	,,

Svaki mjerni član u ljestvici mjerâ za dužine ima 10 jedinica obližnjega nižega mjernoga člana.

Hektometar i dekametar, budući da se u običnom životu i u znanosti može bez njih biti, niesu uzeti medju austrijsko-ugarske mjere. Za mjere dužina imamo dakle sliedeću razdiobu:

$$1 \text{ myriametar} = 10\,km = 10000\,m,$$
$$1\,km = 1000\,m;$$
$$1\,m = 10\,dm = 100\,cm = 1000\,mm,$$
$$1\,dm = 10\,cm = 100\,mm,$$
$$1\,cm = 10\,mm.$$

Mjere za površine (plošnine).

a) Mjere površina su obćenito četvorine (quadrati), kojih su stranice jednake jedinicam dužina. Četvorina, koje je stranica 1 metar duga, zove se četvornim metrom (m^2). Razdieli li se svaka stranica četvornoga metra na 10 jednakih česti i suprotna djelišta spoje pravcî, tada postane 100 četvorina, od kojih svaka ima za stranicu jedan decimetar, dakle je ona četvorni decimetar (dm^2); s toga $1\,m^2$ ima $100\,dm^2$. Postupa li se istim načinom i sa četvornim decimetrom, dobijemo 100 četvornih centimetara (cm^2), a tako isto $1\,cm^2$ dade $100\,mm^2$. — Jednakim načinom sliedi takodjer, da je 1 četvorni myriametar $= 100\,km^2$, $1\,km^2 = 100$ četvornih hektometara po 100 četvornih dekametara po $100\,m^2$.

Svaki dakle mjerni član iz ljestvice mjera za površine ima 100 jedinica obližnjega nižega mjernoga člana.

Budući da četvorni hektometri i četvorni dekametri niesu medju austrijsko-ugarske mjere uvršteni, to za obćenite mjere površina imamo sliedeću ljestvicu:

$$1 \text{ četvorni myriametar} = 100\,km^2 = 100000000\,m^2,$$
$$1\,km^2 = 1000000\,m^2;$$
$$1\,m^2 = 100\,dm^2 = 10000\,cm^2 = 1000000\,mm^2,$$
$$1\,dm^2 = 100\,cm^2 = 10000\,mm^2.$$
$$1\,cm^2 = 100\,mm^2.$$

b) Jedinica mjere za zemljištne površine jest ar (*a*), t. j. četvorina, kojoj je stranica $10\,m$ duga; dakle je 1 ar $= 100\,m^2$.

Mnogokratnik: hektar (*ha*) $= 100\,a$.

S toga je

$$1\,ha = 100\,a = 10000\,m^2,$$
$$1\,a = 100\,m^2.$$
$$1\,km^2 = 100\,ha.$$

Mjere za tjelesa.

a) Kao što mjera površinâ, tako se i mjera tjelesâ osniva na mjeri dužina. Za to se uzme šesterac (kocka), kojega je stranica (brid) jednaka jedinici dužine. Šesterac, kojega je stranica 1 metar, zove se šesterački metar (kubični metar) (m^3). Svaka je ploha šesteračnoga metra četvorni metar i ima 100 četvornih decimetara Pomislimo li šesterački metar šupljim i njegovu podinu razdieljenu na $100\,dm^2$, visinu pak na $10\,dm$, moći ćemo na podini smjestiti 100 šesteraca, od kojih svaki ima za stranicu $1\,dm$ i s toga se zove šesteračnim decimetrom (dm^3). Tih 100 šesteračnih decimetara čini jednu vrstu od $1\,dm$ visine. No budući da je šesterački metar visok $10\,dm$, to on zaprema 10 takovih vrsta, svaka po $100\,dm^3$, dakle svega $1000\,dm^3$; s toga je $1\,m^3 = 1000\,dm^3$. Tako isto sliedi, da je $1\,dm^3 = 1000\,cm^3$, $1\,cm^3 = 1000\,mm^3$, napokon da je 1 šesterački myriametar $= 1000\,km^3$, $1\,km^3 = 1000$ šesteračnih hektometara, i t. d.

Svaki dakle mjerni član iz ljestvice obćenitih mjera za tjelesa ima 1000 jedinica obližnjega nižega mjernoga člana.

Medju austrijsko-ugarskimi mjerami ne ima niti šesteračnoga hektometra niti šesteračnoga dekametra; s toga za obćenite mjere tjelesa imamo sliedeću razdiobu:

$$1 \text{ šesterački myriametar} = 1000\,km^3 = 1000000000000\,m^3,$$
$$1\,km^3 = 1000000000\,m^3;$$
$$1\,m^3 = 1000\,dm^3 = 1000000\,cm^3 = 1000000000\,mm^3,$$
$$1\,dm^3 = 1000\,cm^3 = 1000000\,mm^3,$$
$$1\,cm^3 = 1000\,mm^3.$$

b) J e d i n i c a š u p l j e m j e r e kako za suhotine tako i za židčine jest l i t a r *(l)*, koji je jednak š e s t e r a č n o m u d e c i m e t r u.

Mnogokratnik: h e k t o l i t a r *(hl)* = 100 litara
Niži razdjelci: d e c i l i t a r *(dl)* = 0·1 litra
c e n t i l i t a r *(cl)* = 0·01 „

S toga je

$$1\,hl = 100\,l = 1000\,dl = 10000\,cl,$$
$$1\,l = 10\,dc = 100\,cl,$$
$$1\,dl = 10\,cl.$$

U t e z i.

U t e z i se izvode iz mjera za tjelesa.

O s n o v n o i m e n o v a n j e z a u t e g e jest g r a m *(g)*, t. j. težina, što ju ima jedan šesteračni centimetar prekapane vode u stanju najveće gustoće.

Budući pak da tolišno vode, koliko je ide u jedan šesteračni centimetar, nije lako na tezulji točno izmjeriti, da se prauteg metarskoga sustava odredi, napunjen je 1000kratnik toga prostora t. j. šesteračni decimetar čistom vodom u stanju najveće njezine gustoće, koja nastane uz 4 stupnja topline po 100čestnom toplomjeru, te je u bezzračnom prostoru na tezulji izmjeren. Tako nadjeni uteg bijaše 1000kratnik jednoga grama, dakle k i l o g r a m.

K i l o g r a m, jednak utegu jednoga šesteračnoga decimetra prekapane vode u bezzračnom prostoru uz toplinu od 4 stupnja 100čestnoga toplomjera, jest j e d i n i c a austrijsko-ugarskog u t e g a.

Mnogokratnik: t o n n a *(t)* 1000 *kg*; metarska c e n t a *(q)* = 100 *kg*.

Niži razdjelci:

dekagram *(dkg)*	= 0·01	kilogr.	= 10	grama
gram *(g)*	= 0·001	„	= 1	gram
decigram *(dg)*	= 0·0001	„	= 0·1	grama
centigram *(cg)*	= 0·00001	„	= 0·01	„
milligram *(mg)*	= 0·000001	„	= 0·001	„

S toga je

$$1\,t = 10\,q = 1000\,kg = 100000\,dkg = 1000000\,g,$$
$$1\,q = 100\,kg = 10000\,dkg = 100000\,g;$$

$$
\begin{aligned}
1\,kg = 100\,dkg &= 1000\,g, \\
1\,dkg &= 10\,g; \\
1\,g = 10\,dg = 100\,cg &= 1000\,mg, \\
1\,dg = 10\,cg &= 100\,mg, \\
1\,cg &= 10\,mg;
\end{aligned}
$$

Za izpitivanje čistine u zlatnih i srebrnih smjesah ne ima nikakova posebnog utega. Čistina se odredjuje po tisućinah. Čistina je zlata ili srebra 900 tisućina ($\frac{900}{1000}$ ili $\frac{9}{10}$), reći će: medju 1000 uteznih česti kovne smjese ima 900 česti zlata ili srebra, a 100 je česti primjesa (bakar). Suho zlato ili čisto srebro je 1000-čestno.

Novci i računski pjenezi.

a) Zakonita mjera za pjeneze i novčano računanje u austrijsko-ugarskoj državi jest 45-forintačna mjera, po kojoj se od polukilograma čista srebra kuje 45 forinti. Forinta (for.) dieli se na 100 novčića (krajcara). Taj se novac zove austrijskom vriednosti.

Prije 1. Studenoga 1858. računalo se je na forinte, krajcare i fenige srebra (konvencion. novca). 1 forinta sr. = 60 krajcara po 4 feniga. 20 for. sr. malo je jednu kolonjsku marku = 233·87 *g* čista srebra. 100 for. sr. = 105 for. a. vr.

b) Kovani su pjenezi:

Zlatni pjenezi:

Osamforintače, od kojih $77\frac{1}{2}$, i četiriforintače, od kojih 155 ide na polukilogram zlata $\frac{9}{10}$ čista.

Ti zlatni pjenezi ne imaju stalne, nepromjenljive vriednosti i smatraju se samo trgovinskimi pjenezi.

Kao trgovinski pjenezi kuju se još i austrijski dukati, od kojih ide 67 na jednu kolonjsku marku = 233·87 *g* zlata koje je $986\frac{1}{9}$ tisućina čisto.

Srebrni pjenezi:

Kao zemaljski pjenezi: dvoforintače, forintače, četvrtforintače a. vr.

Kao srebrni sitni pjenezi: dvaestaci po 20, desetaci po 10 i petaci po 5 novčića.

*

Osim toga se kuju još tako zvani levantski taliri sa slikom carice Marije Terezije i godinom 1780 kao trgovinski pjenezi po 2 for. sr.

Bakreni sitni pjenezi:

po 4, 1 i $\frac{1}{2}$ novčića.

c) Papirnih novaca ima banknota po 10, 100 i 1000 forinti, pak državnih nota po 1, 5 i 50 forinti austrijske vriednosti.

4. Najznatnije tudjozemske mjere, utezi i pjenezi.

Englezka.

Mjere za dužine: 1 yard ima 3 stope. 1 stopa = 0·3048 *m*. 1 englezka milja = 1·6093 *km*.

Mjere žitne: 1 quarter ima 8 bushela po 8 gallona. 1 quarter = 2·9078 *hl*.

Mjere za židčine: 1 tonna za vino ima 252, za ale 192 gallona. 1 gallon = 4·5435 *l*.

Utezi: Trgovinski ili „avoir-du-poids"-uteg (adp): tonna ima 20 centi po 112 funti. 1 funta adp. = 0·4536 *kg*. Troy-funta = 0·3733 *kg*.

Pjenezi: Englezka računa u zlatu po funtah ili livres sterling po 20 schillinga po 12 pence-a ili deniersa. 1 funta = 10·1051 for. a. vr. u zlatu.

Francezka.

Mjere i utezi su metarski.

Pjenezi: Francezka računa u zlatu i srebru na franke po 100 centimes-a. 1 franak = 0·405 for. a. vr.

Njemačka.

Mjere za dužine: 1 stab (metar) = 100 novih palaca (centimetara) po 10 stricha (millimetara); 10 staba = 1 lanac (dekametar); 1 milja = 7·5 *km*.

Mjere žitne: 1 kubikstab ima 1000, 1 scheffel 50 kanna (litara).

Mjere za židčine: 1 fass (hektolitar) ima 100 kanna (litara) po 2 schoppena.

Utezi: 1 centa ima 100 funti (carinskih funti) po 50 novih lota po 10 *g* po 10 *dg* po 10 *mg*. 2 funte su 1 *kg*, 1000 *kg* = 20 centi = 1 tonna.

Pjenezi: Njemačka računa u zlatnoj vriednosti na marke po 100 feniga; 1 desetmarkača = 5 for. a. vr. u zlatu, s toga 1 marka = $^1/_2$ for. i 1 fenig = $^1/_2$ novč. a. vr.

Ruska.

Mjere za dužine: 1 saženj = 3 aršina = 7 stopa. 1 ruska stopa = 0·3048 *m*. 1 aršin = 0·7112 *m*. 1 versta (milja) = 1·0668 *km*.

Mjere žitne: 1 četvrt ima 8 četverika po 4 četverke. 1 četvrt = 2·099 *hl*.

Mjere za židčine: 1 sud ima 40 vedara po 10 krušaka. 1 kruška = 1·2299 *l*.

Utezi: 1 pud ima 40 funti po 96 zolotnika. 1 funta = 0·4095 *kg*.

Pjenezi: 1 srebrni rubalj po 100 kopeika = 1·6192 for. a. vr

Talijanska.

Mjere i utezi su metarski.

Pjenezi: 1 lira po 100 centesima = 1 franak = 0·405 for. a. vr.

Sadržaj.

Strana

Izpravak: u redku 1. na str. 56. mjesto „višekratnik“ čitaj „mnogokratnik“.