

UNIVERZA V LJUBLJANI  
FAKULTETA ZA ELEKTROTEHNIKO

ANDREJ ČERNIGOJ

**MINIMIZACIJA NIHANJA VRTILNEGA MOMENTA  
SINHRONSKEGA MOTORJA S TRAJNIMI MAGNETI**

MAGISTRSKO DELO

MENTOR  
DOC. DR. RASTKO FIŠER

LJUBLJANA, junij 2006

## **ZAHVALA**

Docentu dr. Rastku Fišerju se najtopleje zahvaljujem za mentorstvo, vsestransko pomoč in razumevanje pri izdelavi magistrskega dela.

Rad bi se zahvalil tudi vsem sodelavcem družbe Iskra Avtoelektrika d.d. za vsestransko pomoč, ki sem je bil vedno deležen

Nenazadnje bi se rad zahvalil vsem, ki me spremljajo na življenjski poti in so mi kakorkoli pomagali.

## Vsebina

|  |            |
|--|------------|
| <b>Seznam uporabljenih simbolov .....</b>                                      | <b>III</b> |
| <b>Povzetek .....</b>  | <b>V</b>   |
| <b>Abstract.....</b>   | <b>VI</b>  |
| <b>1 Uvod .....</b>  | <b>1</b>   |
| <b>2 Sinhronski motor s trajnimi magneti .....</b>                             | <b>3</b>   |
| 2.1 Poznane konstrukcije sinhronskega motorja s trajnimi magneti .....         | 4          |
| 2.2 Konstrukcija rotorja .....   | 4          |
| 2.2.1 Rotorske konfiguracije .....   | 5          |
| 2.2.2 Trajni magneti .....   | 6          |
| 2.3 Konstrukcija statorja .....  | 8          |
| 2.4 Napajanje sinhronskega motorja s trajnimi magneti .....                    | 9          |
| 2.5 Vrtilni moment .....   | 10         |
| 2.5.1 Izračun vrtilnega momenta .....  | 11         |
| 2.6 Trenutna vrednost vrtilnega momenta .....                                  | 14         |
| 2.6.1 Samodržni vrtilni moment .....   | 15         |
| 2.6.2 Elektromagnetni vrtilni moment .....                                     | 19         |
| 2.6.3 Reluktančni vrtilni moment .....   | 21         |
| <b>3 Magnetna analiza .....</b>  | <b>23</b>  |
| 3.1 Elektromagnetno polje .....  | 23         |
| 3.1.1 Splošna rešitev magnetostatičnega polja .....                            | 24         |
| 3.2 Metoda končnih elementov (MKE) .....                                       | 26         |
| 3.2.1 Formulacija metode končnih elementov za 2D magnetostatični problem ..... | 26         |
| 3.2.2 Newtonova iterativna metoda .....  | 28         |
| 3.2.3 Trikotni elementi prvega reda – zapis matrik .....                       | 31         |
| 3.2.4 Robni pogoji (Dirichletov robni pogoj) .....                             | 33         |
| 3.3 Izračun sile in vrtilnega momenta z MKE .....                              | 34         |
| <b>4 Ukrepi za znižanje nihanj vrtilnega momenta .....</b>                     | <b>35</b>  |
| 4.1 Izbira ustreznega števila rotorskih polov in statorskih utorov .....       | 35         |

---

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| 4.2      | Ukrepi na rotorju .....                                  | 36        |
| 4.2.1    | Obodna dolžina loka trajnega magneta $\alpha_m$ .....    | 36        |
| 4.2.2    | Poševni oziroma poševno magneteni trajni magneti .....   | 47        |
| 4.2.3    | Stopničasto zamaknjeni segmenti trajnih magnetov.....    | 50        |
| 4.2.4    | Zamik magnetnih polov.....                               | 51        |
| 4.2.5    | Smer magnetizacije ter oblika trajnih magnetov .....     | 55        |
| 4.2.6    | Pregled konstrukcijskih ukrepov na rotorju.....          | 59        |
| 4.3      | Ukrepi na statorju .....                                 | 60        |
| 4.3.1    | Dodatne zareze v statorskih zobeh .....                  | 60        |
| 4.3.2    | Širina odprtini med statorskimi zobmi .....              | 63        |
| 4.3.3    | Statorski zobje z različno površino čela .....           | 64        |
| 4.3.4    | Upoštevanje anizotropije statorske pločevine .....       | 65        |
| 4.3.5    | Izbira statorskega navitja.....                          | 69        |
| 4.3.6    | Pregled konstrukcijskih ukrepov na statorju.....         | 74        |
| <b>5</b> | <b>Sinhronski motor za pogon hodnega viličarja .....</b> | <b>75</b> |
| 5.1      | Konstrukcija motorja .....                               | 76        |
| 5.2      | Izračun električne karakteristike motorja .....          | 80        |
| 5.2.1    | Izračun trenutne vrednosti vrtilnega momenta .....       | 82        |
| 5.2.2    | Izračun vrtilne hitrosti .....                           | 83        |
| 5.2.3    | Izračun samodržnega vrtilnega momenta .....              | 84        |
| 5.3      | Meritve in preizkušanje .....                            | 86        |
| 5.3.1    | Meritve samodržnega vrtilnega momenta .....              | 86        |
| 5.3.2    | Meritve inducirane napetosti .....                       | 91        |
| 5.3.3    | Meritve karakteristike vrtilnega momenta.....            | 92        |
| <b>6</b> | <b>Zaključek.....</b>                                    | <b>95</b> |
| <b>7</b> | <b>Viri in literatura .....</b>                          | <b>99</b> |

## SEZNAM UPORABLJENIH SIMBOLOV

|                  |  |
|------------------|--|
| $\alpha_m$       | lok trajnega magneta                                     |
| $\alpha$         | geometrijski kot zasuka rotorja                          |
| $\gamma$         | kot zamika magnetnih polov                               |
| $\gamma'$        | kot med segmenti trajnih magnetov                        |
| $\varepsilon$    | dielektričnost   |
| $\mu$            | permeabilnost  |
| $\mu_o$          | permeabilnost praznega prostora                          |
| $\Theta$         | geometrijski kot   |
| $\zeta$          | nivo valovitosti vrtilnega momenta                       |
| $\varphi_{stat}$ | kot statorske delitve                                    |
| $\varphi_{poš}$  | kot poševljenja trajnih magnetov                         |
| $\varphi_{zam}$  | kot zamika trajnih magnetov                              |
| $\rho$           | gostota prostorske porazdelitve elektrine                |
| $\psi$           | magnetni sklep   |
| $\omega$         | vrtilna hitrost  |
| $A$              | magnetni vektorski potencial                             |
| $A$              | absolutna vrednost magnetnega vektorskega potenciala     |
| $b_{ut}$         | širina odprtine med statorskimi zobmi                    |
| $B$              | gostota magnetnega pretoka                               |
| $B$              | absolutna vrednost gostote magnetnega pretoka            |
| $B_r$            | remanentna gostota magnetnega pretoka                    |
| $bH_c$           | koercitivnost, pri B je nič, magnet pa še ni razmagneten |
| $(BH)_{max}$     | maksimalni energijski produkt trajnih magnetov           |
| $D$              | gostota električnega pretoka                             |
| $d_{mag}$        | debelina trajnega magneta                                |
| $E$              | električna poljska jakost                                |
| $E_i$            | inducirana napetost                                      |
| $F$              | sila   |
| $f$              | frekvenca  |
| $H$              | magnetna poljska jakost                                  |
| $H$              | absolutna vrednost magnetne poljske jakosti              |
| $H_c$            | koercitivna magnetna poljska jakost                      |
| $I$              | električni tok   |
| $I_{bat}$        | baterijski tok   |
| $I_{fazni}$      | efektivni fazni tok                                      |
| $iH_c$           | polarizacijska koercitivnost                             |
| $J$              | gostota električnega toka                                |
| $J$              | absolutna vrednost gostote električnega toka             |
| $L$              | dolžina  |
| $l_{str}$        | dolžina stroja   |
| $m$              | število faz  |
| $\vec{M}$        | smer magnetizacije trajnih magnetov                      |
| $M$              | vrtilni moment   |
| $M_{sr}$         | srednja vrednost vrtilnega momenta                       |
| $M_{izm}$        | izmenične komponente vrtilnega momenta                   |
| $M_{elmg}$       | elektromagnetni vrtilni moment                           |
| $M_{cog}$        | samodržni vrtilni moment                                 |
| $M_{cog max}$    | maksimalna vrednosti samodržnega vrtilnega momenta       |
| $M_{roba}$       | vrtilni moment roba trajnega magneta                     |
| $M_{zad}$        | vrtilni moment zadnjega roba trajnega magneta            |
| $M_{pred}$       | vrtilni moment prednjega roba trajnega magneta           |
| $n$              | hitrost vrtenja  |
| $N_{pol}$        | število rotorskih polov                                  |

|              |  |
|--------------|--|
| $N_{zob}$    | število statorskih zob                       |
| $NSD()$      | največji skupni deljitelj                    |
| $N_{cog}$    | število period samodržnega momenta           |
| $N_{zar}$    | število dodatnih zarez v čelu statorskih zob |
| $P_{el\_vh}$ | vhodna električna moč                        |
| $P_{ele}$    | električna moč                               |
| $P_{meh}$    | mehanska moč                                 |
| $q$          | število utorov na pol in fazo                |
| $r$          | ročica                                       |
| $R$          | ohmska upornost                              |
| $R_{zar}$    | polmer dodatnih zarez v čelu statorskih zob  |
| $s$          | pomik  |
| $t$          | čas  |
| $v$          | hitrost                                      |
| $W_{mag}$    | magnetna energija                            |
| $W_{meh}$    | mehanska energija                            |
| $z$          | število utorov                               |

## POVZETEK

Z razvojem in uporabo tržno zanimivih visoko energetskih trdomagnetnih materialov ter z razvojem močnostnih elektronskih komponent se kot pogonski stroj za zahtevne aplikacije vedno bolj uveljavlja sinhronski motor s trajnimi magneti. Ob tem so stroge zahteve sodobnih električnih pogonov, ki zajemajo poleg ustrezne karakteristike vrtilnega momenta in vrtilne hitrosti tudi dobre lastnosti v nestacionarnem delovanju in majhna nihanja vrtilnega momenta, vodilo smeri razvoja in gradnje električnih strojev.

V *uvodnem* poglavju so na kratko predstavljene današnje smernice pri razvoju sinhronskih motorjev s trajnimi magneti. Podana je tudi problematika nihanja vrtilnega momenta za potrebe visokosposobnih elektromotorskih pogonov.

*Drugo* poglavje je namenjeno opisu konstrukcije in napajanja sinhronskega motorja s trajnimi magneti. Opisan je nastanek in izračun vrtilnega momenta. Podrobneje je obravnavana trenutna vrednost vrtilnega momenta ter vzroki za nastanek nihanja vrtilnega momenta. Glede na izvor je vrtilni moment razdeljen v tri komponente.

*Tretje* poglavje zaobjema matematični zapis elektromagnetnega polja z Maxwellovimi enačbami in prehod na splošni opis magnetostatičnega polja s Poissonovo diferencialno enačbo. Opisana je metoda končnih elementov (MKE) ter izračun sil in vrtilnih momentov v magnetnem polju s pomočjo MKE.

V *četrtem* poglavju so podrobneje opisani konstrukcijski ukrepi in kombinacije ukrepov, s katerimi lahko znižamo neželjeno nihanje vrtilnega momenta. Težišče poglavja je usmerjeno na rotorske in statorske ukrepe za zmanjšanje samodržnega vrtilnega momenta. Navedene so smernice za izbiro kombinacije števila rotorskih polov in statorskih utorov ter ustreznega statorskega navitja.

V *petem* poglavju je opisana konstrukcija sinhronskega motorja s trajnimi magneti za pogon hodnega viličarja. Upoštevani so konstrukcijski prijemi in odločitve, s katerimi lahko neželjeno nihanje vrtilnega momenta odpravimo ali vsaj zmanjšamo. Sledijo rezultati meritev in primerjava z izračunanimi vrednostmi.

V *zaključku* so na kratko podani glavni izsledki numeričnih simulacij, kot tudi njihova uporaba na konkretnem sinhronskem motorju s trajnimi magneti.

### **Ključne besede:**

sinhronski motor s trajnimi magneti, vrtilni moment, nihanja vrtilnega momenta, samodržni vrtilni moment, metoda končnih elementov.

## ABSTRACT

New modern commercially interesting high-energy permanent magnet materials and a recent development in the power electronics are the reason that permanent magnet synchronous motor is frequently used nowadays. The high requirements of modern drive applications, which incorporate not only appropriate torque and speed characteristic, but also good properties in dynamic operation and small torque ripple, have become the guidance in the design of new electrical machines.

In the *introduction* a short presentation is made on the tendency in development of permanent magnet synchronous motors. There is given the concern of torque ripple in the high demand drive applications.

The purpose of the *second chapter* is to describe the construction and principles of driving permanent magnet synchronous machines. The origin and calculation of torque is given. The instantaneous torque value and the various sources of torque pulsations are described in detail. Taking into account the origin, torque is distributed into the three components.

In the *third chapter*, the mathematical description of electromagnetic field with basic Maxwell equations and transition to general description of magnetostatic field with Poisson differential equation is given. Finite element method (FEM) and the calculation of magnetic forces and torque using FEM are represented.

In the *forth chapter*, the design techniques and steps for reducing the torque ripple are described in detail. Main part of chapter is directed toward design techniques for reducing the cogging torque. In addition, the guidelines for slot/pole combination and the corresponding stator winding are given.

In the *fifth chapter* you will find a step-by-step design of permanent magnet synchronous motor used as a driving machine in pallet truck. In the process of construction the design techniques for reducing the torque ripple were taken into consideration. At the end of the chapter, the measurements are presented and compared to calculations.

In the *conclusion*, the main results of numerical simulations and their application on a practical example are presented and commented.

### **Keywords:**

permanent magnet synchronous motor, torque, torque ripple, cogging torque, finite element method



# 1 UVOD

Hiter razvoj elektronike, telekomunikacij in računalništva je javnosti že dobro poznan. V širšo zavest pa le počasi prodirajo spoznanja o razvoju nekaterih, na prvi pogled že dokončno razvitih panog, kot je na primer razvoj električnih strojev oziroma natančneje elektromotorjev. Dejstvo je, da obstaja vedno večja potreba po elementih, ki opravljajo mehansko premikanje ali vrtenje, kar največkrat opravljajo prav električni stroji. Le-ti postajajo zaradi vedno višjih zahtev vedno bolj kompleksni in izpopolnjeni. Tako je napačna predstava, da je tehnologija električnih motorjev področje, ki je doseglo končno razvojno stopnjo in zato ne moremo več pričakovati izboljšav ali večjih sprememb.

Razvoj magnetnih materialov in razvoj močnostnih elektronskih komponent je prispeval k uveljavitvi visokosposobnih pogonov, ki za pogonski stroj uporabljajo sinhronski motor s trajnimi magneti. Ti pogoni zajemajo široko paleto moči in specifičnih zahtev, npr. v video rekorderjih, CD predvajalnikih, električnem ročnem orodju in raznih ventilatorjih [1]. V avtomobilski industriji se uveljavljajo kot izvršilni člen pri servo volanu ter kot integrirani zaganjalnik – generator [2]. Uporabljamo jih kot servomotorje in pogonske motorje obdelovalnih strojev ter robotov. Sinhronski motor s trajnimi magneti se uporablja za pogon električno gnanih cestnih vozil [2], viličarjev, vlakov in ladij [3] in še bi lahko naštevali.

Sinhronski motorji s trajnimi magneti so primerni za pogon najzahtevnejših aplikacij [4]. Pri tem je nujno potrebno, poleg ustrezne karakteristike vrtilnega momenta in dobrih lastnosti v nestacionarnem delovanju, obravnavati tudi problematiko neželenega nihanja trenutne vrednosti vrtilnega momenta. Dodatna nihanja vrtilnega momenta lahko kvarno vplivajo na pojav vibracij in hrupa motorja, povzročajo težave pri zagonu ter poslabšajo natančnost regulacije pozicije rotorja.

Tema raziskave je obravnava vzrokov nastanka in iskanje rešitev za zmanjšanje amplitude nihanja vrtilnega momenta sinhronskega motorja s trajnimi magneti. Izvore za nastanek nihanja vrtilnega momenta lahko razdelimo v tri skupine:

- samodržni vrtilni moment (cogging torque),
- nihanje elektromagnetnega vrtilnega momenta zaradi vsebnosti višjih harmonskih komponent faznih induciranih napetosti, ter nihanje vrtilnega momenta motorja, ki nastane zaradi neidealnega napajanja z elektronskim krmilnikom,
- nihanje reluktančnega vrtilnega momenta, ki se izrazi zaradi vsebnosti višjih harmonskih komponent faznih induciranih napetosti.

Pri iskanju rešitev za zmanjšanje nihanj vrtilnega momenta sem se zaradi obsežnosti problematike omejil le na analizo vpliva geometrije motorja in uporabljenih konstrukcijskih rešitev. V delu zato niso raziskani vplivi na nihanje vrtilnega momenta, ki jih povzroči neidealno napajanje sinhronskega motorja s trajnimi magneti.

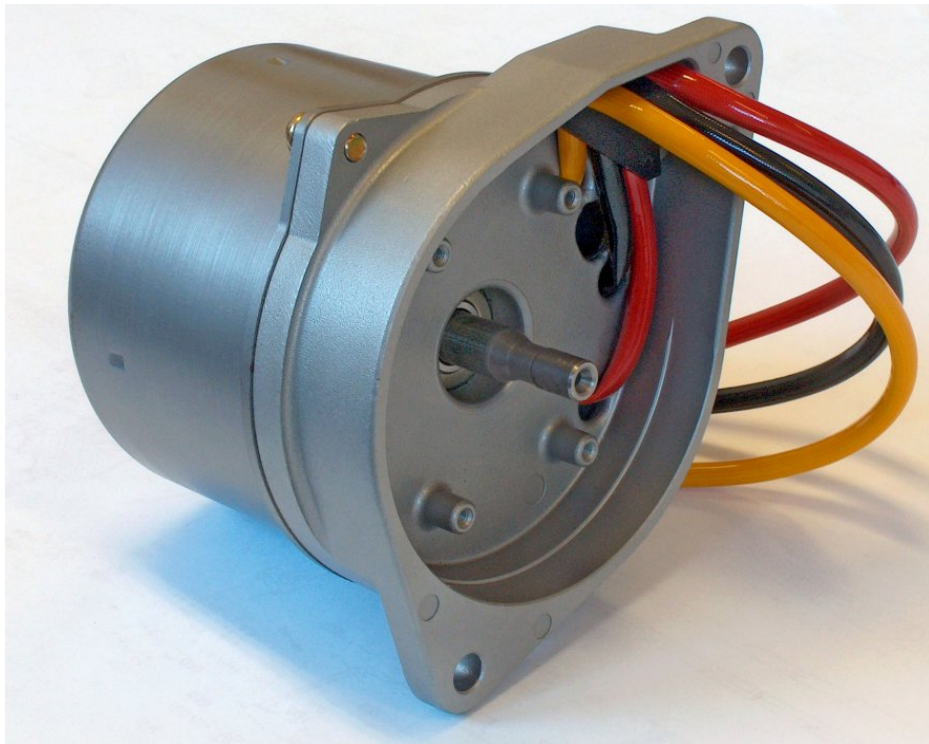
## 2 SINHRONSKI MOTOR S TRAJNIMI MAGNETI

Sinhronske motorje s trajnimi magneti (SMTM, angl.: permanent magnet synchronous motor – PMSM) razvrščamo v skupino izmeničnih sinhronskih strojev.

Njihove glavne prednosti so:

- glavni magnetni pretok ustvarjajo trajni magneti, kar pomeni prihranek energije pri vzbujanju stroja in posledično višji izkoristek,
- velik specifičen vrtilni moment in velika specifična moč,
- prilagodljivost karakteristike, ki jo omogoča napajalna elektronika,
- dobre lastnosti v nestacionarnem delovanju (zagon, zaviranje),
- zanesljivo obratovanje in dolga življenjska doba,
- enostavna konstrukcija in vzdrževanje.

Zaradi omenjenih lastnosti se uporaba sinhronskih motorjev s trajnimi magneti neprestano širi, predvsem za pogon najzahtevnejših aplikacij. Primer takšne uporabe je motor Iskre Avtoelektrike d.d. AME 6401 12V 0.25kW, ki je namenjen pogonu servovolana za osebne avtomobile.

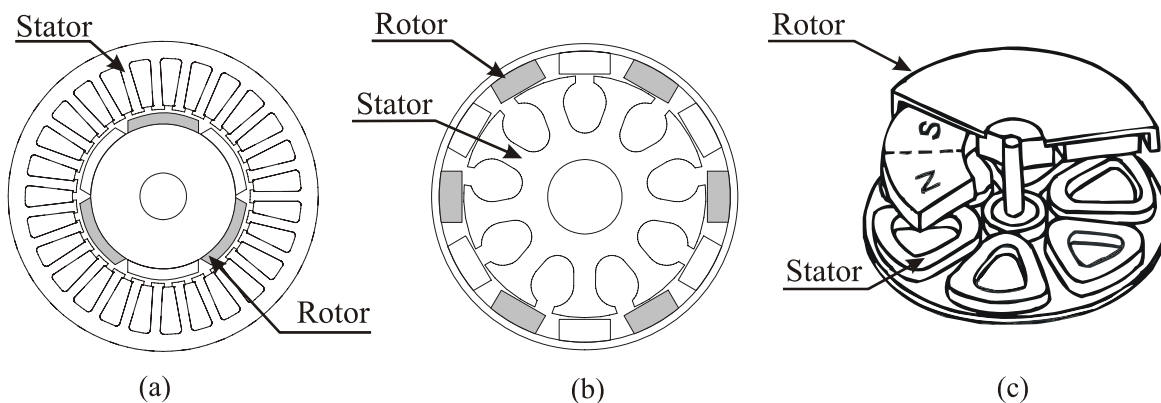


*Slika 2.1 Sinhronski motor s trajnimi magneti AME 6401 12V 0.25kW*

## 2.1 Poznane konstrukcije sinhronskega motorja s trajnimi magneti

Sinhronski motorji s trajnimi magneti so sestavljeni iz dveh aktivnih delov. Vrteči se del, ki vsebuje trajne magnetne in se vrti v sinhronizmu z vrtilnim magnetnim poljem, imenujemo rotor. Mirujoči del s faznimi navitji imenujemo stator. Navitja na njem so lahko različnih oblik, prevladujejo pa trifazne izvedbe.

Poznane so različne konstrukcije sinhronskih motorjev s trajnimi magneti. Najobičajnejša je konstrukcija cilindrične oblike, kjer se rotor vrti znotraj statorja. Taka konstrukcija motorja nudi enostavno pritrditev, hkrati pa je vrteči se rotor znotraj statorja mehansko zaščiten. Podobna konstrukcija cilindrične oblike je konstrukcija z zunanjim rotorjem, ki se uporablja predvsem za pogon ventilatorjev. Pri teh dveh konstrukcijah je magnetni pretok v zračni reži usmerjen v radialni smeri. Za posebne zahteve, kjer niso potrebne velike moči in kjer so omejitve z dolžino motorja, se uporablja diskasta konstrukcija. Tu je magnetni pretok v zračni reži usmerjen v aksialni smeri.



Slika 2.2 Konstrukcije sinhronskih motorjev s trajnimi magneti: (a) cilindrična oblika stroja z notranjim rotorjem, (b) cilindrična oblika stroja z zunanjim rotorjem, (c) diskasta oblika

## 2.2 Konstrukcija rotorja

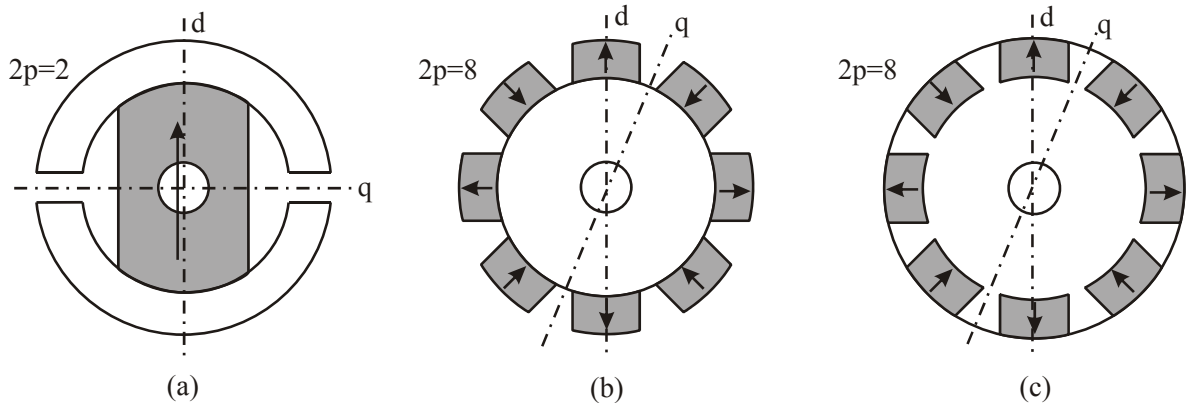
Pod pojmom konstrukcije rotorja razumemo predvsem izbiro rotorske konfiguracije. To pomeni izbiro oblike, razporeditve in števila trajnih magnetov ter nenazadnje izbiro materiala. Obstaja pravzaprav nešteto različnih konfiguracij od katerih ima vsaka svoje prednosti in slabosti. V nadaljevanju pa se bomo omejili le na nekaj najobičajnejših konfiguracij za cilindrično obliko stroja z radialnim magnetnim pretokom, ki so se uveljavile skozi leta razvoja sinhronskih motorjev. Na osnovi teh konfiguracij in poznavanja njihovih lastnosti lahko izberemo najprimernejši rotor za doseganje želenih karakteristik motorja.

### 2.2.1 Rotorske konfiguracije

Na sliki 2.3a vidimo rotor z zunanjimi obroči iz lameliranega železa in trajnim magnetom, ki se nahaja v sredini med njima. Obročata imata med magnetnima poloma zračni reži. Z njuno širino vplivamo na velikost stresanja magnetnega polja trajnega magneta. Dobra lastnost take konfiguracije je zaščita trajnega magneta pred razmagnetenjem [4, 5], saj se nasprotno statorsko magnetno polje lahko sklene preko zunanjih obročev in zračnih rež. Prikazana konfiguracija je prva uspešna izvedba rotorja primerna tudi za visoke vrtilne hitrosti.

Konfiguracija na sliki 2.3b ima magnetne prilepljene na rotor, ki jih običajno še dodatno utrdimo z zunanjim cilindrom iz električno prevodnega in neferomagnetnega materiala. Cilinder ščiti trajne magnetne pred mehanskimi obremenitvami (centrifugalne sile pri vrtenju rotorja). Hkrati pa lahko pri sinhronskih strojih med zagonom služi tudi kot kratkostična kletka. Tako oblikovan rotor ima praktično enako vzdolžno in prečno sinhronsko reaktanco.

Podobna je konfiguracija na sliki 2.3c. Prostor med magneti je zapolnjen s feromagnetnim materialom. Stresanje polja trajnih magnetov je večje in so zato magneti slabše izkoriščeni, vendar pa se pojavi razlika med vzdolžno in prečno sinhronsko reaktanco (prečna sinhronska reaktanca je večja od vzdolžne), kar se izrazi kot dodaten reluktančni vrtilni moment.



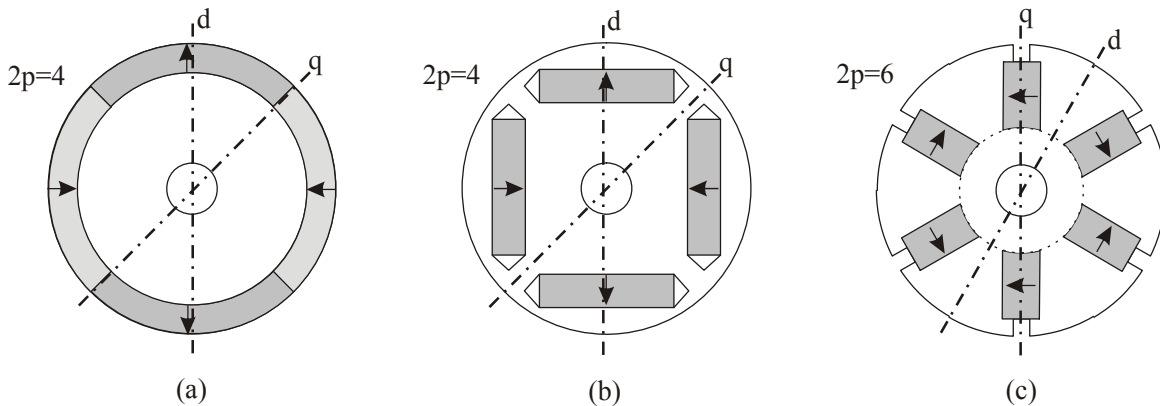
Slika 2.3 Konfiguracije rotorjev s trajnimi magneti in označeno vzdolžno  $d$  ter prečno  $q$  osjo rotorja: (a) klasična, (b) magneti na površini, (c) vloženi magneti

Slika 2.4a prikazuje konfiguracijo rotorja z obročastim magnetom. Tak rotor je primeren za manjše moči, saj je magnet za večje dimenzije težko izdelati. Magnet je namagneten izmenično radialno in obe sinhronski reaktanci sta praktično enaki.

Rotor z notranjimi magneti na sliki 2.4b ima površino rotorskega pola večjo od površine trajnega magneta, zato je gostota magnetnega pretoka v zračni reži v prostem teku manjša od gostote v magnetu. Tudi pri tej konfiguraciji je prečna sinhronska reaktanca večja od vzdolžne. Magnetni so vstavljeni v feromagnetni rotorski paket in tako že zavarovani pred centrifugalnimi silami.

Na sliki 2.4c je prikazana konfiguracija z vgreznjenimi magneti, ki so tangencialno namagneteni. Površina rotorskega pola je ob primerni izbiri višine magneta manjša od površine

polov dveh trajnih magnetov, zato lahko v zračni reži dosežemo velike gostote magnetnega pretoka. Notranji del rotorja med gredjo in magneti mora biti izdelan iz neferomagnetnega materiala. V nasprotnem je stresanje polja trajnih magnetov ogromno in se lahko večina magnetnega pretoka zaključi v samem rotorju.



Slika 2.4 Konfiguracije rotorjev s trajnimi magneti in označeno vzdolžno  $d$  ter prečno  $q$  osjo rotorja: (a) obročast magnet, (b) z notranjimi magneti, (c) vgreznjeni magneti

### 2.2.2 Trajni magneti

S pomočjo trajnih magnetov ustvarjamo v sinhronskih motorjih s trajnimi magneti glavno magnetno polje brez dodatnih navitij in brez porabe električne energije, kar pomeni prihranek energije pri vzbujanju stroja in posledično višji izkoristek.

Pri gradnji električnih strojev uporabljamo predvsem tri vrste trajnih magnetov, ki jih ločimo po njihovi kemijski sestavi [6]. To so:

- Alnico trajni magneti (Al, Ni, Co, Fe),
- Feritni trajni magneti (barijev ferit  $\text{BaO} \cdot 6\text{Fe}_2\text{O}_3$ ),
- Trajni magneti redkih zemelj (samarij–kobalt SmCo in neodim–železo–bor NdFeB).

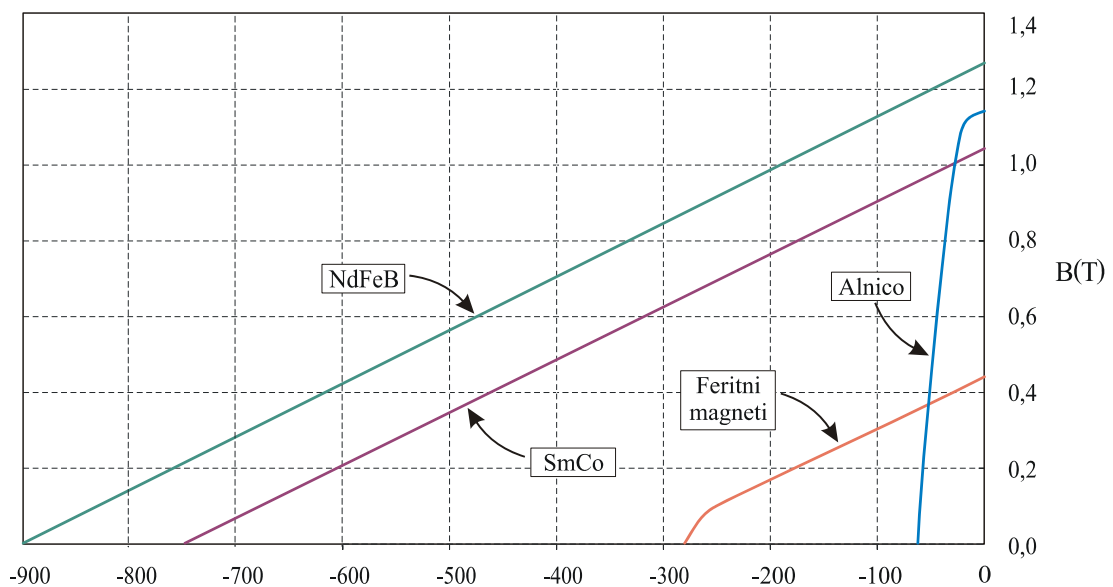
Alnico trajni magneti imajo zelo visoko remanentno gostoto  $B_r$  in nizek temperaturni koeficient (približno 0.02 %/K). Z njimi lahko dosežemo velike gostote magnetnega pretoka v zračni reži stroja. Najvišja delovna temperatura delovanja je 520°C. Imajo pa nizko koercitivno magnetno poljsko jakost  $H_c$  in izrazito nelinearno razmagnetilno krivuljo. Zato se take trajne magnetne zelo lahko namagnetijo kot tudi razmagnetijo, kar je njihova slabost.

Trajni feritni magneti imajo večjo koercitivno magnetno poljsko jakost  $H_c$  kot Alnico trajni magneti, vendar imajo nižjo remanentno gostoto  $B_r$ . Temperaturni koeficient se giblje okoli 0.20 %/K, največja dopustna temperatura delovanja je 400°C. Feritni trajni magneti imajo visoko električno upornost in s tem povezane majhne vrtilne izgube ter so primerni tudi v aplikacijah za višje frekvence. Pri izdelavi v velikih serijah dosežemo nizko ceno.

Prva generacija trajnih magnetov iz redkih zemelj je poznana kot zlitina  $\text{SmCo}_5$ . Odlikuje jih visoka remanentna gostota  $B_r$ , in visoka koercitivna magnetna poljska jakost  $H_c$  ter linearna razmagnetilna krivulja. Temperaturni koeficient za  $B_r$  je približno (0.03 %/K) in za  $H_c$  od (0.14 %/K do 0.40 %/K). Najvišje delovne temperature se gibljejo od 250 do 300°C. Edina slabost je visoka cena, predvsem zaradi visoke cene surovine samarija in kobalta.

Druga generacija trajnih magnetov iz redkih zemelj je zlitina NdFeB. Surovini neodim Nd in železo Fe rešujeta problem visokih cen osnovnih surovin. Ta zlitina ima celo boljše magnetne lastnosti kot zlitina  $\text{SmCo}_5$ , vendar je najvišja delovna temperatura le okrog 160°C. Razmagnetilna krivulja je močno temperaturno odvisna. Temperaturni koeficient za  $B_r$  je od (0.01 %/K do 0.150 %/K), in za  $H_c$  od (0.40 %/K do 0.70 %/K). Najnovejši tovrstni magneti imajo delovno temperaturo okoli 200°C, so pa zelo dragi.

Razmagnetilne krivulje posameznih vrst trajnih magnetov so podane na sliki 2.5.



Slika 2.5 Razmagnetilne krivulje trajnih magnetov

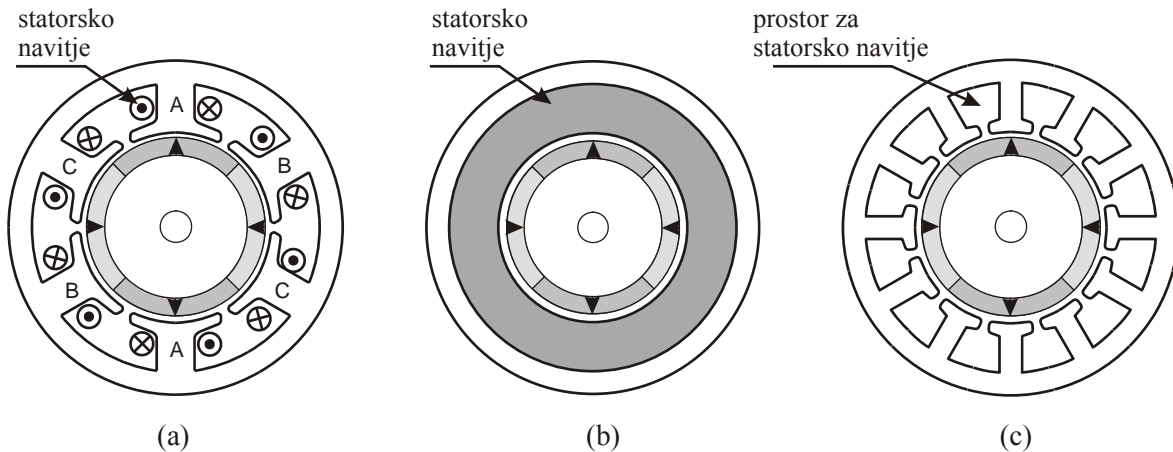
V tabeli 2.1 so zbrane glavne lastnosti posameznih vrst trajnih magnetov.

Tabela 2.1 Primerjava lastnosti trdomagnetnih materialov

| Vrsta zlitine     | $B_r$ (T) | $H_c$ (kA/m) | Temperaturni koeficient (%/K) |          | Najvišja delovna temperatura (°C) |
|-------------------|-----------|--------------|-------------------------------|----------|-----------------------------------|
|                   |           |              | za $B_r$                      | za $H_c$ |                                   |
| Alnico            | > 1.1     | ~ 60         | 0.02                          | 0.02     | 520                               |
| Keramični magneti | < 0.4     | ~ 250        | 0.20                          | 0.27     | 400                               |
| SmCo              | > 1.0     | ~ 700        | ~ 0.03                        | ~ 0.30   | ~ 250                             |
| NdFeB             | > 1.2     | ~ 900        | ~ 0.10                        | ~ 0.60   | ~ 160                             |

## 2.3 Konstrukcija statorja

V primerjavi z rotorjem, je možnih konstrukcij statorja precej manj in so si med seboj v bistvu podobne. Konstrukcija statorja mora biti taka, da lahko stator vodi magnetni pretok zračne reže skozi statorska navitja. Pri konstrukciji statorja je tako v ospredju predvsem določitev oblik statorskih utorov, debeline statorskega jarma, števila statorskih utorov, dimenzije statorskih zob, oblike navitja in izbira feromagnetnega materiala [7, 8, 9].



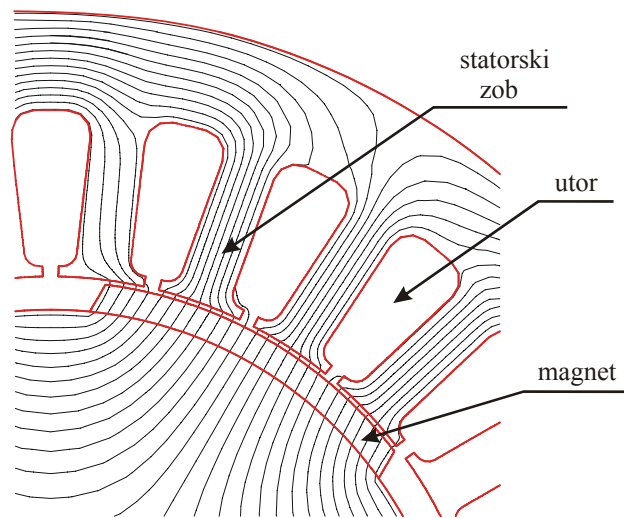
Slika 2.6 Statorske konfiguracije: (a) stator z izraženimi poli, (b) stator brez utorov, (c) klasična statorska konfiguracija

Na sliki 2.6a je prikazan stator z izraženimi poli. Prednosti te konfiguracije so majhne induktivnosti in upornosti navitij ker so posamezna fazna navitja navita okrog posameznega statorskega pola. Dejstvo, da posamezna faza v nekem poljubnem trenutku nima interakcije z vsemi rotorskimi magneti pa je slabost konfiguracije in zmanjšuje učinkovitost stroja. V zadnjem času postaja taka konstrukcija zopet zanimiva, saj izkazuje dobre lastnosti v direktnih, počasi tekočih elektromotorskih pogonih [10].

Stator brez utorov je prikazan na sliki 2.6b. Taka konstrukcija nima samodržnega vrtilnega momenta (*cogging torque*), vendar ima druge slabosti. Zaradi slabe toplotne prevodnosti med navitjem in statorjem se navitje težko hladi. Zato kljub temu, da je na razpolago več prostora za navitje, ne moremo doseči velikih specifičnih moči. Druga slabost je velika efektivna zračna reža, ki je enaka razdalji med površino rotorja in notranjim premerom statorskega železa. Zaradi tega morajo biti magneti debelejši, kar podraži izdelavo stroja.

Klasična statorska konfiguracija je prikazana na sliki 2.6c. Statorski utori oziroma prostor za statorsko navitje je običajno polzaprtne oblike, ker se statorski zob na koncu razširi. S tem se zmanjša nihanje magnetne prevodnosti v odvisnosti od pozicije rotorja in posledično velikost samodržnega vrtilnega momenta. Pri določanju oblike statorskih zob pa se moramo zavedati, da razširitev zob privede do povečanja stresanih induktivnosti statorskega navitja. Poveča se namreč del magnetnega polja statorskih tokov, ki se zaključuje samo okrog navitja in ne vstopa na rotorsko stran. Detajl klasične konfiguracije je prikazan na sliki 2.7.



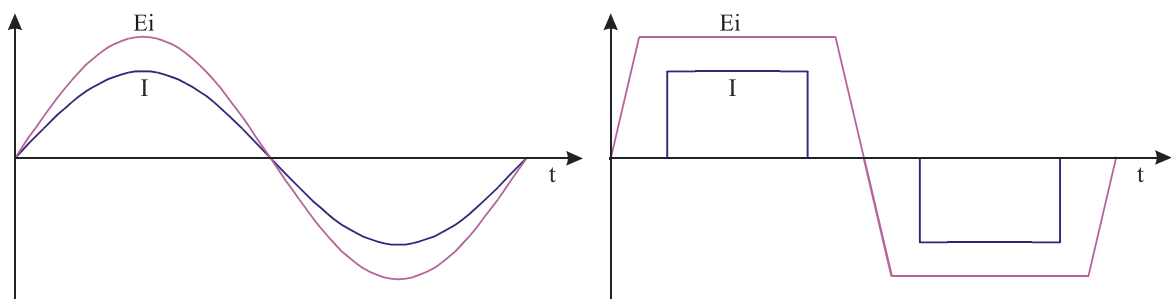


Slika 2.7 Detajl klasične statorske konfiguracije in silnice magnetnega polja

Feromagnetni material za izdelavo statorja je običajno enostransko ali dvostransko lakirana neorientirana elektro pločevina iz katere s tehnologijo prešanja (štancanja) izdelamo ustrezno obliko. Posamezne liste elektro pločevine – lamele pa med seboj sestavimo v statorski paket. To lahko storimo z lepljenjem, varjenjem, bradavičenjem ali kovičenjem posameznih lamel.

## 2.4 Napajanje sinhronskega motorja s trajnimi magneti

Poznani sta dve vrsti napajanja sinhronskega motorja s trajnimi magneti. Izmenično sinusno in trapezno napajanje. Motorji, ki imajo sinusno obliko fazne inducirane napetosti so napajani z elektronskimi krmilniki, ki iz vira enosmerne napetosti na izhodu generirajo sinusne napetosti in tokove. Če želimo tak motor izkoristiti v visokosposobnem pogonu, moramo zelo natančno poznati trenutno pozicijo rotorja, za kar uporabimo t.i. resolver ali dajalnik pozicije.



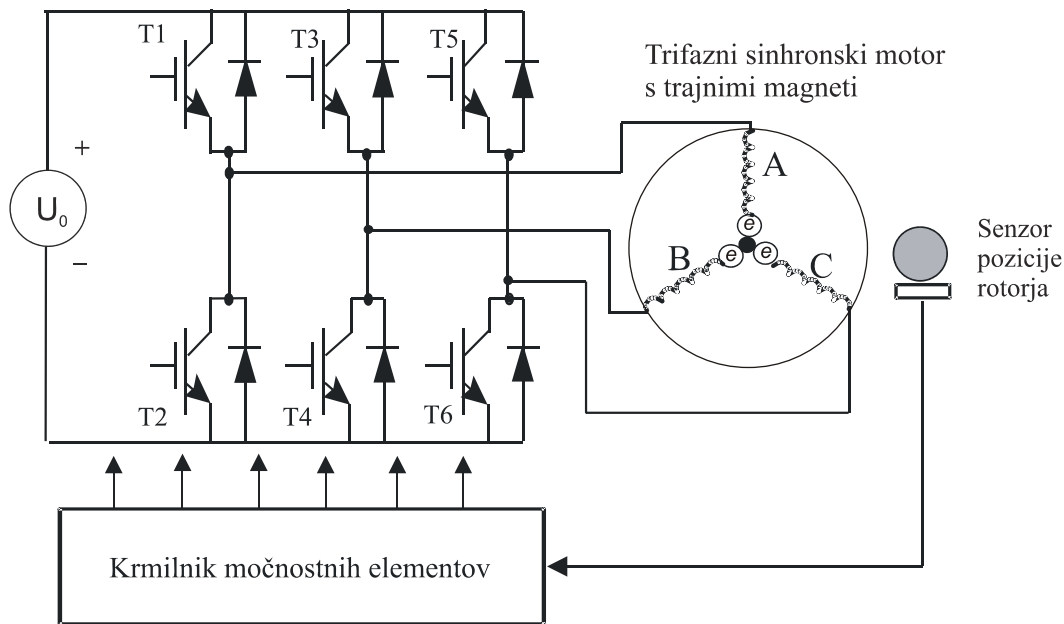
Slika 2.8 Sinusno in trapezno izmenično napajanje

Motorji, ki imajo trapezno obliko fazne inducirane napetosti, so poznani kot enosmerni brezkrtačni motorji (Brushless DC Motor) [5]. Za delovanje potrebujejo ustrezen dajalnik pozicije

rotorja in elektronski krmilnik, ki skrbi za pravočasno komutacijo faznih tokov ter po funkciji nadomešča mehanski komutator enosmernega krtačnega motorja.

Danes ima velika večina sinhronskih motorjev trifazno statorsko navitje. Razlog za to je delno zgodovinski razvoj, saj so običajni sinhronski in asinhronski motorji trifazni. Drugi razlog je dejstvo, da je za trifazno izvedbo elektronskega krmilnika potrebno minimalno število, torej 6 močnostnih stikalnih elementov. Za dvofazni sinhronski motor pa potrebujemo kar 8 močnostnih stikalnih elementov.

Princip krmiljenja trifaznega sinhronskega motorja s trajnimi magneti je prikazan na sliki 2.9.



Slika 2.9 Princip napajanja trifaznega sinhronskega motorja s trajnimi magneti

## 2.5 Vrtilni moment

Vrtilni moment  $M$  je osnovna veličina, ki jo ustvarja motor in je pogoj, da se rotor motorja sploh zavrti. Pomembno vlogo ima v nestacionarnem delovanju, saj le dovolj velik vrtilni moment omogoča velike kotne pospeške in pojemke. Definiran je kot produkt tangencialne sile  $F$  in ročice  $r$ .

$$M = F \cdot r \quad (2.1)$$

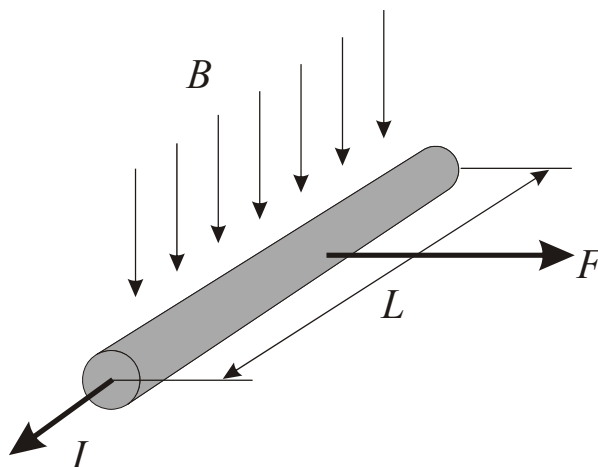
Vrtilni moment skupaj z vrtilno hitrostjo  $\omega$  določa mehansko moč stroja.

$$P_{meh} = M \cdot \omega \quad (2.2)$$

### 2.5.1 Izračun vrtilnega momenta

Prvi princip izračuna vrtilnega momenta temelji na izračunu sile na tokovodnik v magnetnem polju, enačba (2.3).

$$\mathbf{F} = (\mathbf{I} \times \mathbf{B}) \cdot L \quad (2.3)$$



Slika 2.10 Sila na vodnik v magnetem polju

Električni stroji so običajno grajeni tako, da je smer toka pravokotna na smer magnetnega polja in je zato sila na vodnik največja. Tako lahko vektorski produkt izpustimo in enačbi (2.1) in (2.3) preoblikujemo v naslednjo:

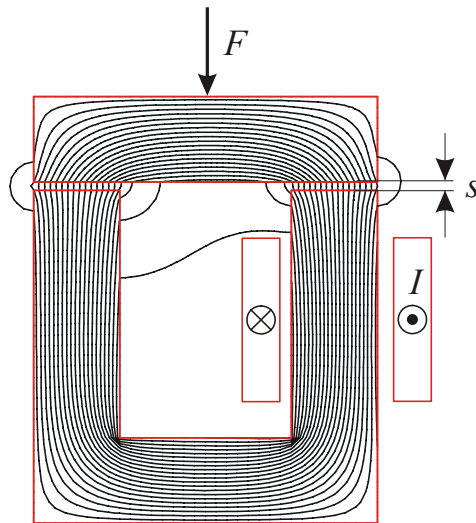
$$M = I \cdot B \cdot L \cdot r \quad (2.4)$$

Izračun vrtilnega momenta po enačbi (2.4) je primeren samo v zelo enostavnih magnetnih strukturah, v katerih lahko analitično določimo gostoto magnetnega pretoka  $B$ . Pri praktičnih problemih, kot je konstrukcija električnih strojev, pa ta osnovni pristop reševanja odpove.

Drugi princip za izračun vrtilnega momenta temelji na metodi navideznega dela (MND). V enostavni magnetni strukturi, ki je prikazana na sliki 2.11, lahko izračunamo silo  $F$  kot spremembo magnetne energije oziroma koenergije pri majhnem pomiku opazovanega objekta [11, 18, 19].

$$F = - \left. \frac{dW(s)}{ds} \right|_{\Phi=\text{konst}} = \left. \frac{dW_k(s)}{ds} \right|_{I=\text{konst}} \quad (2.5)$$

Pri tem je  $W(s)$  magnetna energija celotne magnetne strukture in je magnetni pretok  $\Phi$  konstanten oziroma je  $W_k(s)$  magnetna koenergija celotne magnetne strukture, tokovno vzbujanje v njej pa je konstantno.



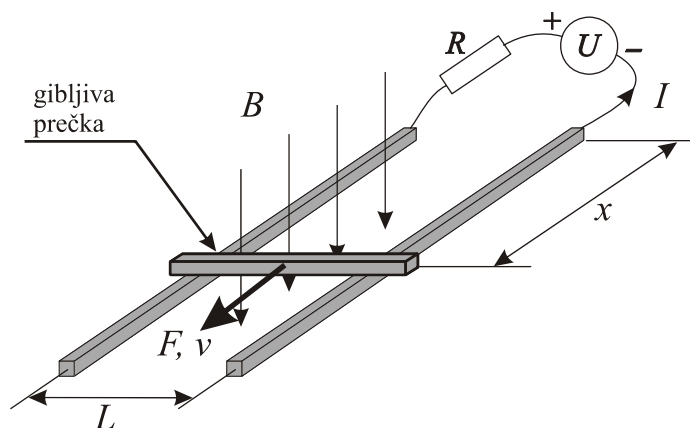
Slika 2.11 Sila na kotvo v magnetni strukturi

Analogno izračunu sile pa za vrtilni moment velja, da ga izračunamo kot spremembo energije oziroma koenergije pri spremembi kota izbranega objekta.

$$M = - \left. \frac{dW(\Theta)}{d\Theta} \right|_{\Phi = \text{konst}} = \left. \frac{dW_k(\Theta)}{d\Theta} \right|_{I = \text{konst}} \quad (2.6)$$

Opisana metoda izračuna vrtilnega momenta se največ uporablja pri analizi magnetnega polja opazovane strukture z metodo končnih elementov (MKE), ki jo bom tudi sam uporabljal pri nadaljnjih izračunih.

Tretji princip izračuna vrtilnega momenta temelji na principu pretvorbe električne energije v mehansko. Oglejmo si principiarno skico linearnega motorja na sliki 2.12.



Slika 2.12 Principielna skica linearnega motorja

Gibljiva prečka dolžine  $L$  se nahaja v magnetnem polju  $B$ . Skoznjo teče tok  $I$ . Zaradi sile  $F$ , ki se pojavi na prečki, se le-ta giblje v narisani smeri s hitrostjo  $v$ .

Vhodna električna moč v vezje  $P_{el\_vh}$  je enaka produktu napetosti  $U$  in toka  $I$ :

$$P_{el\_vh} = U \cdot I \quad (2.7)$$

Del električne moči se porabi na upor  $R$ , kar predstavlja izgubno moč. Tako je dovedena električna moč  $P_{el}$  na gibljivo prečko enaka produktu inducirane napetosti  $E_i$  in toka  $I$ :

$$P_{el} = E_i \cdot I \quad (2.8)$$

Inducirano napetost v vodniku dolžine  $L$ , ki se giblje s hitrostjo  $v$  v magnetnem polju  $B$ , izračunamo po obrazcu:

$$E_i = (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot L \quad (2.9)$$

Smer električnega polja in s tem tudi predznak inducirane napetosti  $E_i$  sta določena s produktom  $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ . Tudi tukaj sta vektorja  $\mathbf{v}$  in  $\mathbf{B}$  pravokotna, zato vektorski produkt preide v skalarni produkt.

$$E_i = v \cdot B \cdot L \quad (2.10)$$

Dovedena električna moč na gibljivo prečko zato znaša:

$$P_{el} = E_i \cdot I = v \cdot B \cdot L \cdot I \quad (2.11)$$

Opravljen mehanični del je po definiciji enako produktu sile  $F$  in poti  $x$ . Diferencialni prispevek mehaničnega dela pa je:

$$dW_{meh} = F \cdot dx \quad (2.12)$$

Mehanska moč je po definiciji enaka delu v časovni enoti.

$$P_{meh} = \frac{dW_{meh}}{dt} = F \cdot \frac{dx}{dt} = F \cdot v \quad (2.13)$$

Silo  $F$  na gibljivo prečko lahko izračunamo po enačbi (2.3). Zaradi pravokotne smeri toka na smer magnetnega polja preide vektorski produkt v skalarni produkt.

$$F = B \cdot I \cdot L \quad (2.14)$$

Z upoštevanjem izraza za silo  $F$  iz enačbe (2.14) je mehanska moč enaka:

$$P_{meh} = F \cdot v = B \cdot I \cdot L \cdot v \quad (2.15)$$

Če sedaj primerjamo enačbi za električno in mehansko moč na gibljivi prečki, vidimo, da sta desni strani izrazov enaki  $B \cdot I \cdot L \cdot v$  in je torej izhodna mehanska moč enaka dovedeni električni moči na gibljivo prečko.

$$P_{meh} = E_i \cdot I = F \cdot v \quad (2.16)$$

Mehanska moč pri vrtenju je enaka produktu vrtilnega momenta  $M$  in vrtilne hitrosti  $\omega$ . Torej lahko zapišemo:

$$P_{meh} = M \cdot \omega = E_i \cdot I \quad (2.17)$$

Vrtilni moment  $M$  pri vrtilni hitrosti  $\omega$  je zato enak [1]:

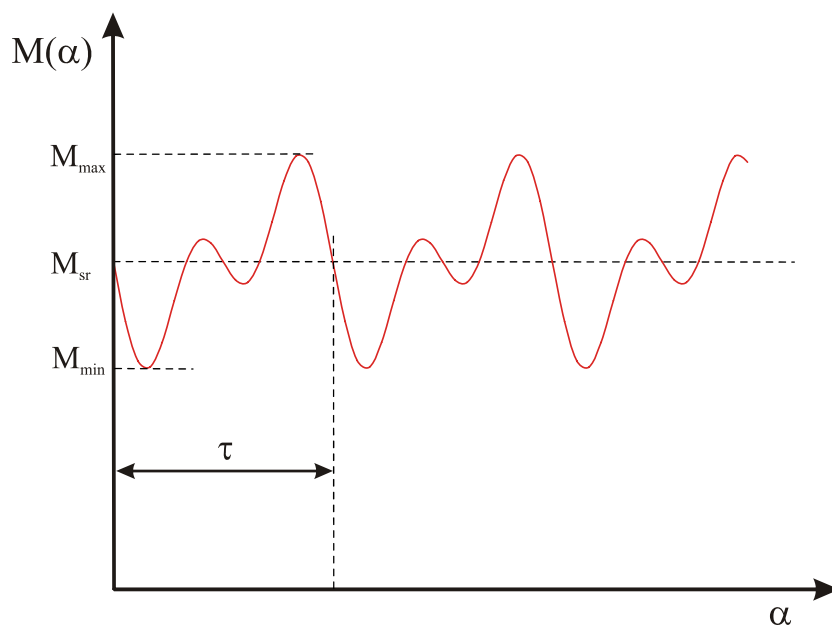
$$M = \frac{E_i \cdot I}{\omega} \quad (2.18)$$

Opisan princip služi za razumevanje nastanka in izračuna vrtilnega momenta  $M$ , vendar prav tako kot prvi princip v praktičnih problemih za uporabo ni najprikladnejši, ker je težko natančno izračunati velikost in obliko inducirane napetosti.

## 2.6 Trenutna vrednost vrtilnega momenta

Slika 2.13 prikazuje trenutno vrednost vrtilnega momenta motorja  $M(\alpha)$  v odvisnosti od kota rotorja  $\alpha$ . Zapišemo jo kot vsoto konstantne srednje vrednosti  $M_{sr}$  in izmenične komponente  $M_{izm}$  s periodo  $\tau$ , ki predstavlja neželjeno nihanje vrtilnega momenta (ang.: *torque ripple*) [5].

$$M(\alpha) = M_{sr} + M_{izm}(\alpha) \quad (2.19)$$



Slika 2.13 Trenutna vrednost vrtilnega momenta motorja  $M(\alpha)$

Pri konstruiranju sinhronskega motorja s trajnimi magneti se konstrukter hitro sreča z enim izmed najpogostejših problemov. Ob zahtevi za povečanje srednje vrednosti se sočasno pojavi še zahteva za zmanjšanje nihanja vrtilnega momenta. Kvaliteto konstrukcije motorja torej določa tudi nivo valovitosti vrtilnega momenta  $\xi$ , ki je definiran z enačbo (2.20).

$$\xi = \frac{M_{\max} - M_{\min}}{M_{sr}} \cdot 100\% \quad (2.20)$$

Pri tem je srednja vrednost vrtilnega momenta enaka:

$$M_{sr} = \frac{1}{\tau} \int_{\alpha}^{\alpha+\tau} M(\alpha) d\alpha = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} M(\alpha) d\alpha \quad (2.21)$$

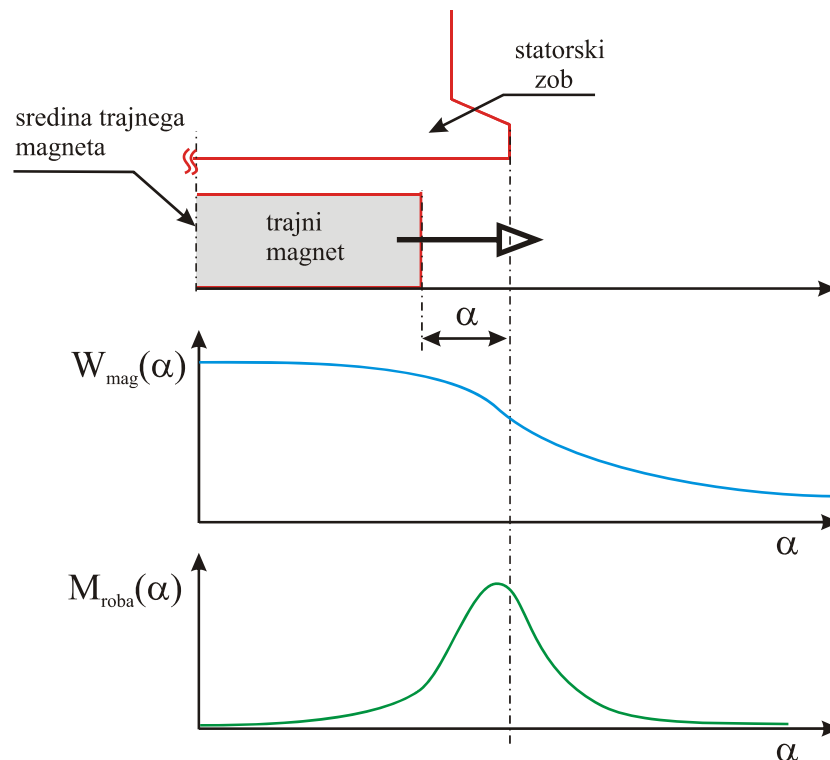
Glede na izvor pa lahko vrtilni moment motorja s trajnimi magneti razdelimo v tri komponente [5, 14, 15] in sicer :

- samodržni vrtilni moment (cogging torque),
- elektromagnetni vrtilni moment,
- reluktančni vrtilni moment.

### 2.6.1 Samodržni vrtilni moment

Samodržni vrtilni moment (ang.: cogging torque), nekateri ga imenujejo tudi moment preskoka [2, 19], je posledica interakcije med poljem trajnih magnetov in zobmi statorja. Podrobnejši pogled pove, da samodržna komponenta vrtilnega momenta  $M_{cog}$  nastane zaradi spremembe energije magnetnega polja trajnih magnetov v motorju ob spremembi kota rotorja  $\alpha$  [1].

Študijo nastanka samodržnega vrtilnega momenta začnemo z analizo razmer na preprostem modelu prikazanem na sliki 2.14. Pri tem zanemarimo vplive magnetnega nasičenja feromagnetnega materiala in robne vplive, ki so posledica končne dolžine motorja. Celoten samodržni vrtilni moment pa predstavimo kot vsoto med seboj neodvisnih prispevkov posameznih robov trajnih magnetov.



Slika 2.14 Preprost model za analizo nastanka samodržnega vrtilnega momenta

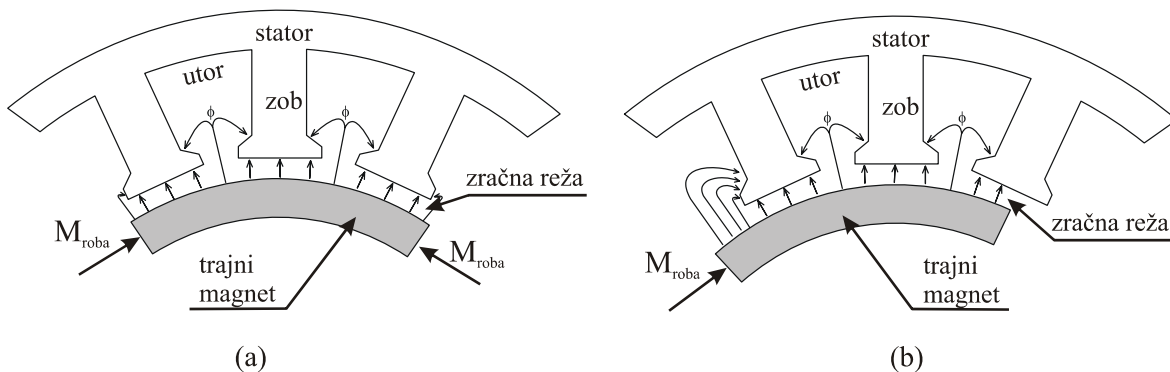
Na sliki 2.14 vidimo polovico trajnega magneta, ki v smeri naraščanja kota rotorja  $\alpha$  (smer je posebej označena s puščico) potuje mimo statorskega zoba. Vsota magnetne energije v zračni reži in trajnem magnetu je označena z  $W_{mag}$  in je funkcija kota  $\alpha$ , ki se z naraščanjem kota monotonno zmanjšuje. Dejansko magnetna energija v zračni reži raste, vendar upada v trajnem magnetu [14]. Vidimo, da je sprememba magnetne energije  $W_{mag}$  v odvisnosti od kota  $\alpha$  največja, ko je rob trajnega magneta v bližini statorske odprtine.

Z upoštevanjem izraza za izračun vrtilnega momenta, enačba (2.6), izračunamo elementarni prispevek samodržnega vrtilnega momenta roba trajnega magneta  $M_{roba}$ .

$$M_{roba}(\alpha) = -\frac{dW(\alpha)}{d\alpha} \quad (2.22)$$

Elementarni prispevek  $M_{roba}$  je ves čas pozitiven. Maksimum doseže takrat, ko je največja sprememba magnetne energije. Podoben elementarni prispevek vrtilnega momenta, vendar z nasprotnim predznakom, se pojavi, ko se rob trajnega magneta približuje naslednjemu statorskemu zobu.

Nastanek samodržnega vrtilnega momenta lahko razložimo tudi s pomočjo pojava tangencialnih privlačnih sil med rotorskim trajnim magnetom in statorskimi zobmi.



Slika 2.15 Izsek sinhroskega motorja s trajnimi magneti: (a) stabilen položaj rotorja – samodržni vrtilni moment je enak nič, (b) nestabilen položaj rotorja – samodržni vrtilni moment je večji od nič

Slika 2.15a prikazuje izsek motorja, kjer je trajni magnet poravnana s statorskimi zobmi in je v stabilni legi. V tem primeru se nastale tangencialne privlačne sile in nastali vrtilni momenti med seboj izničijo. Na sliki 2.15b je rotorski trajni magnet nekoliko premaknjen iz stabilne lege. Shematično je prikazano, da silnice magnetnega pretoka s trajnega magneta na rob statorskega zoba povzročijo rezultantno tangencialno silo oz. vrtilni moment.

Samodržni vrtilni moment ima periodičen značaj. Medsebojni položaj trajnih magnetov in statorskih zob je odvisen od kota zasuka rotorja  $\alpha$ . Perioda medsebojnega položaja je enaka kotu statorske delitve  $\varphi_{stat}$ .

$$\varphi_{stat} = \frac{360^\circ}{N_{zob}} \quad (2.23)$$



Pri vrtenju rotorja za kot statorske delitve je število period  $N_{cog}$  samodržnega vrtilnega momenta  $M_{cog}$  odvisno od števila statorskih zob in števila rotorskih polov. Če so medsebojno enaki magneti simetrično razporejeni na rotorju, je število period samodržnega vrtilnega momenta  $N_{cog}$  enako razmerju rotorskih polov  $N_{pol}$  z največjim skupnim deliteljem ( $NSD$ ) števila statorskih zob  $N_{zob}$  in števila rotorskih polov  $N_{pol}$  [14].

$$N_{cog} = \frac{N_{pol}}{NSD\{N_{zob}, N_{pol}\}} \quad (2.24)$$

V tabeli 2.2 je izračunano število period samodržnega vrtilnega momenta  $N_{cog}$  za nekaj običajnih kombinacij števila statorskih zob  $N_{zob}$  in števila rotorskih polov  $N_{pol}$ .

Tabela 2.2 Število period samodržnega vrtilnega momenta pri vrtenju rotorja za kot ene statorske delitve

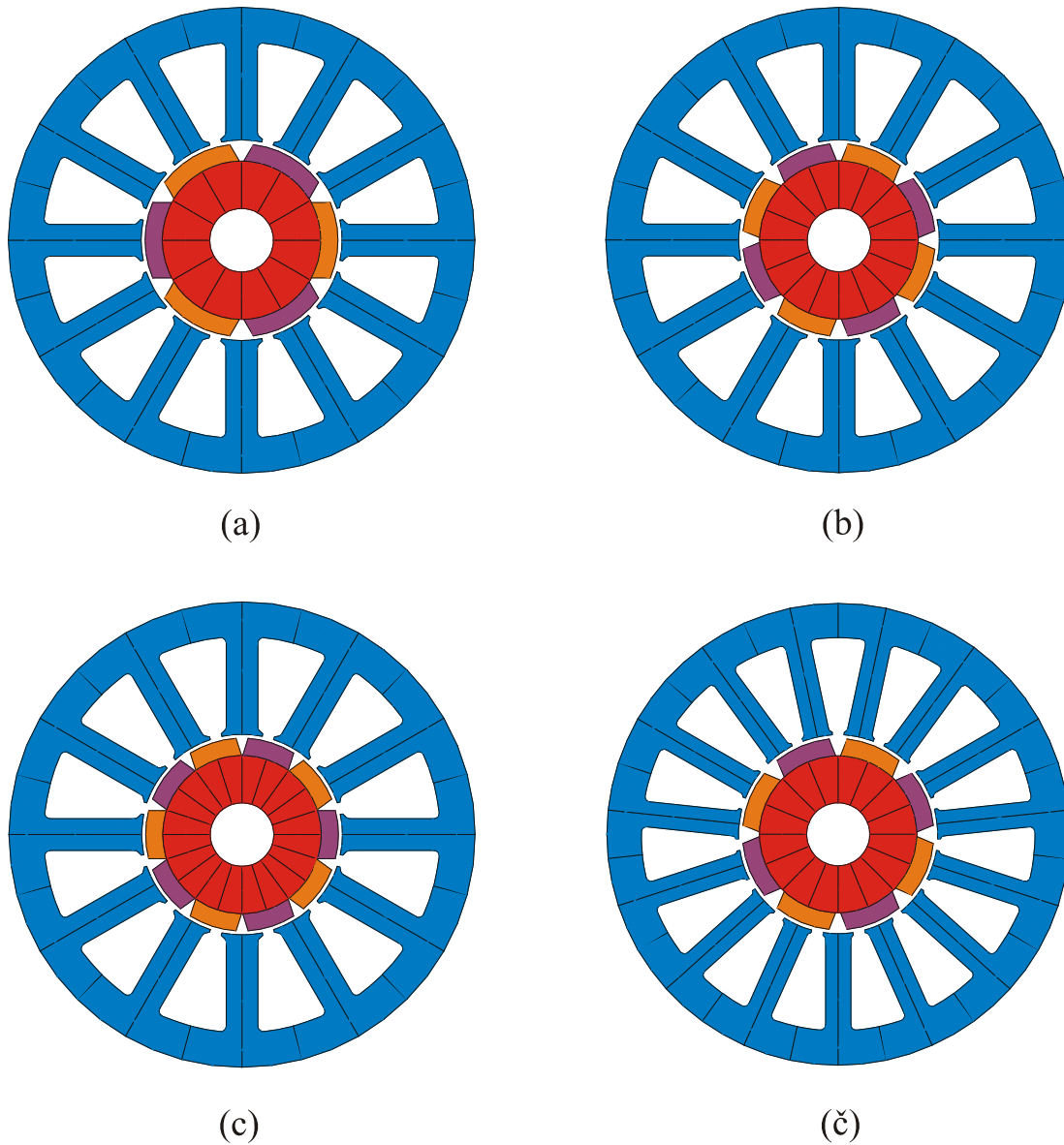
|                           |   |   |   |    |   |   |    |   |   |    |
|---------------------------|---|---|---|----|---|---|----|---|---|----|
| $N_{pol}$                 | 2 | 2 | 2 | 2  | 4 | 4 | 4  | 8 | 8 | 8  |
| $N_{zob}$                 | 3 | 6 | 9 | 12 | 6 | 9 | 12 | 6 | 9 | 15 |
| $NSD\{N_{zob}, N_{pol}\}$ | 1 | 2 | 1 | 2  | 2 | 1 | 4  | 2 | 1 | 1  |
| $N_{cog}$                 | 2 | 1 | 2 | 1  | 2 | 4 | 1  | 4 | 8 | 8  |

Število period samodržnega vrtilnega momenta  $N_{cog}$  je merilo, ki pove ali so posamezni elementarni prispevki samodržnega vrtilnega momenta robov trajnih magnetov v fazi ali ne. Če je število period  $N_{cog}$  majhno, se elementarni prispevki robov pojavijo pri istem kotu rotorja, in se med seboj združijo (superponirajo) v velik samodržni vrtilni moment. Nasprotno pa veliko število period  $N_{cog}$  pomeni, da so posamezni elementarni prispevki razporejeni po celotnem kotu zasuka rotorja. Skupni samodržni vrtilni moment  $M_{cog}$  je zato manjši [14].

Za praktično potrditev zgornje trditve sem pripravil štiri modele sinhronskih motorjev s trajnimi magneti, ki se med seboj primarno razlikujejo le v številu statorskih zob in/ali številu rotorskih polov. Zaradi večjega števila statorskih zob v modelu 4 so le-ti nekoliko ožji, gl. sliko 2.16. Druge dimenzije, kot so premer rotorja, premer statorja, debelina magnetov, dolžina motorja,... so v vseh modelih enake. Glavni podatki modelov so zbrani v tabeli 2.3.

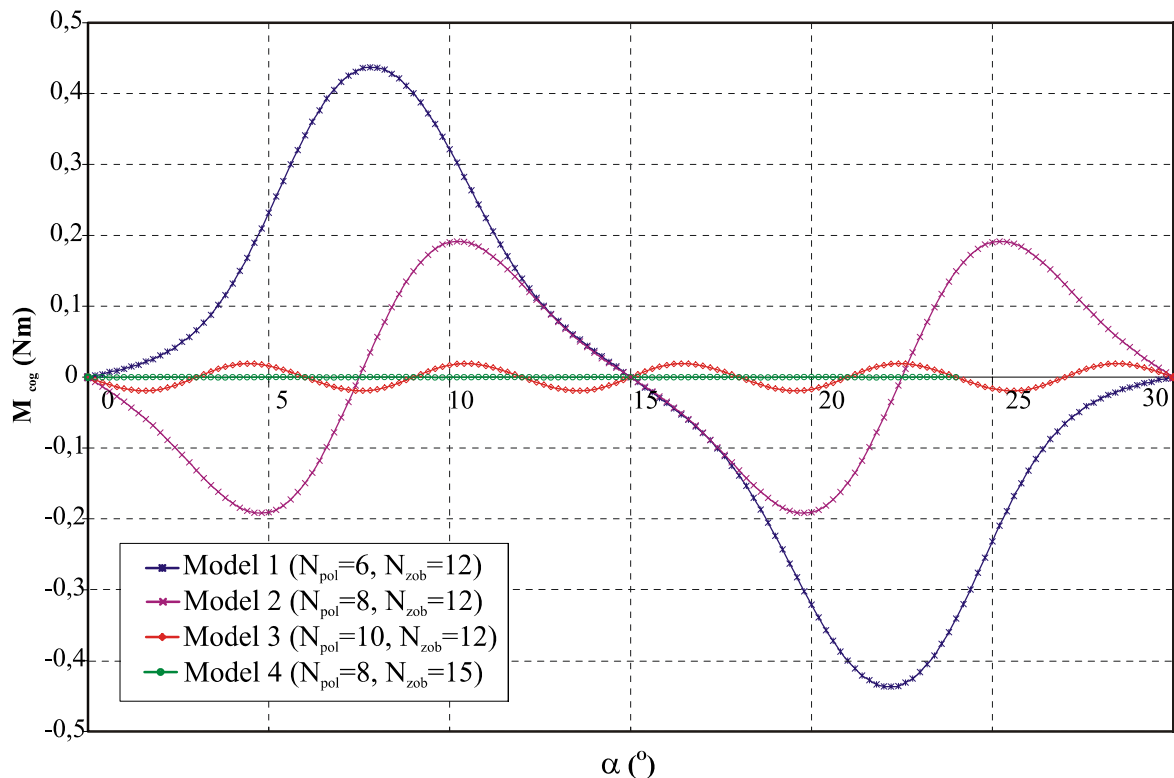
Tabela 2.3 Podatki za modele sinhronskih motorjev s trajnimi magneti

|                           | Model 1 | Model 2 | Model 3 | Model 4 |
|---------------------------|---------|---------|---------|---------|
| $N_{pol}$                 | 6       | 8       | 10      | 8       |
| $N_{zob}$                 | 12      | 12      | 12      | 15      |
| $NSD\{N_{zob}, N_{pol}\}$ | 6       | 4       | 2       | 1       |
| $N_{cog}$                 | 1       | 2       | 5       | 8       |
| Kot vrtenja rotorja(°)    | 30      | 30      | 30      | 24      |



Slika 2.16 Modeli sinhronskih motorjev s trajnimi magneti: (a) model 1,  $N_{pol} = 6$ ,  $N_{zob} = 12$ , (b) model 2,  $N_{pol} = 8$ ,  $N_{zob} = 12$ , (c) model 3,  $N_{pol} = 10$ ,  $N_{zob} = 12$ , (č) model 4,  $N_{pol} = 8$ ,  $N_{zob} = 15$

Za izračun samodržnega vrtilnega momenta  $M_{cog}$  sem uporabil metodo končnih elementov (MKE). Rotor sem za kot ene statorske delitve zavrtel v ekvidistantnih korakih po  $0,2^\circ$ . Rezultati so prikazani na sliki 2.17. Vidimo lahko, da se število izračunanih period  $N_{cog}$  ujema s številom period, ki smo jih določili s pomočjo enačbe (2.24). Prav tako je potrjena ugotovitev, da je pri večjemu številu period  $N_{cog}$  skupni samodržni vrtilni moment  $M_{cog}$  manjši. Pri modelu 4 z  $N_{cog} = 8$  je  $M_{cog}$  praktično zanemarljiv.



Slika 2.17 Izračunan samodržni vrtilni moment  $M_{cog}$  odvisnosti od kota zasuka rotorja  $\alpha$  za vse štiri modele

### 2.6.2 Elektromagnetni vrtilni moment

Poglavitna komponenta vrtilnega momenta motorja nastane zaradi interakcije polja trajnih magnetov in statorskih amper-ovojev. Splošno enačbo (2.18) za izračun elektromagnetnega vrtilnega momenta lahko za primer trifaznega sinhronskega motorja s trajnimi magneti razširimo v naslednjo obliko:

$$M = \frac{1}{\omega} \cdot [E_a \cdot I_a + E_b \cdot I_b + E_c \cdot I_c], \quad (2.25)$$

kjer so  $E_a$ ,  $E_b$  in  $E_c$ , fazne inducirane napetosti,  $I_a$ ,  $I_b$  in  $I_c$  fazni tokovi ter  $\omega$  vrtilna hitrost.

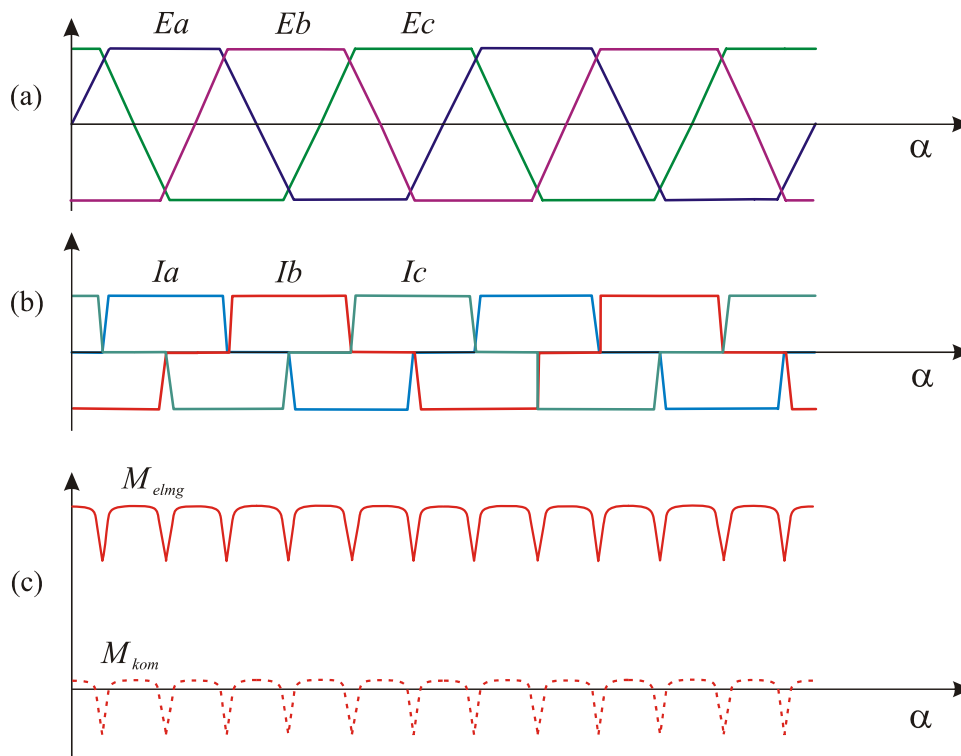
Zgornja enačba pove, da bo vrtilni moment motorja konstanten, če bo vsota produktov faznih induciranih napetosti in faznih tokov konstantna. Z drugimi besedami to pomeni, da magnetno polje trajnih magnetov in statorskih amper-ovojev ne vsebuje višjih harmonskih komponent [12].

Pogoj lahko teoretično izpolnimo na dva načina. V primeru motorjev, ki imajo sinusno obliko fazne inducirane napetosti moramo poskrbeti za sinusno obliko tokov. Pri motorjih s trapezno obliko fazne inducirane pa moramo zagotoviti pravokotno obliko faznih tokov.

Če si oba primera podrobne pogledamo še z izvedbene strani ugotovimo, da je doseganje pogoja za konstanten vrtilni moment težavna naloga. Običajno so namreč nihanja vrtilnega momenta zaradi vsebnosti višjih harmonskih komponent v tokovih ali napetostih večja od nihanj zaradi samodržnega vrtilnega momenta [12].

V primeru napajanja motorja s trapezno obliko fazne inducirane napetosti bi morali imeti fazni tokovi čisto pravokotno obliko. To seveda ni možno, saj praktično ne moremo doseči neskončne strmine naraščanja toka ( $di/dt < \infty$ ). V trenutkih komutacije tokov pa moramo zagotoviti še tako imenovan mrtvi čas. To je časovni interval, ko sta v posamezni veji elektronskega krmilnika izklopljena oba močnostna elementa. Tudi inducirane napetosti bi morale imeti čisto trapezno obliko, ki na vrhu zajema kot  $120^\circ$  električno.

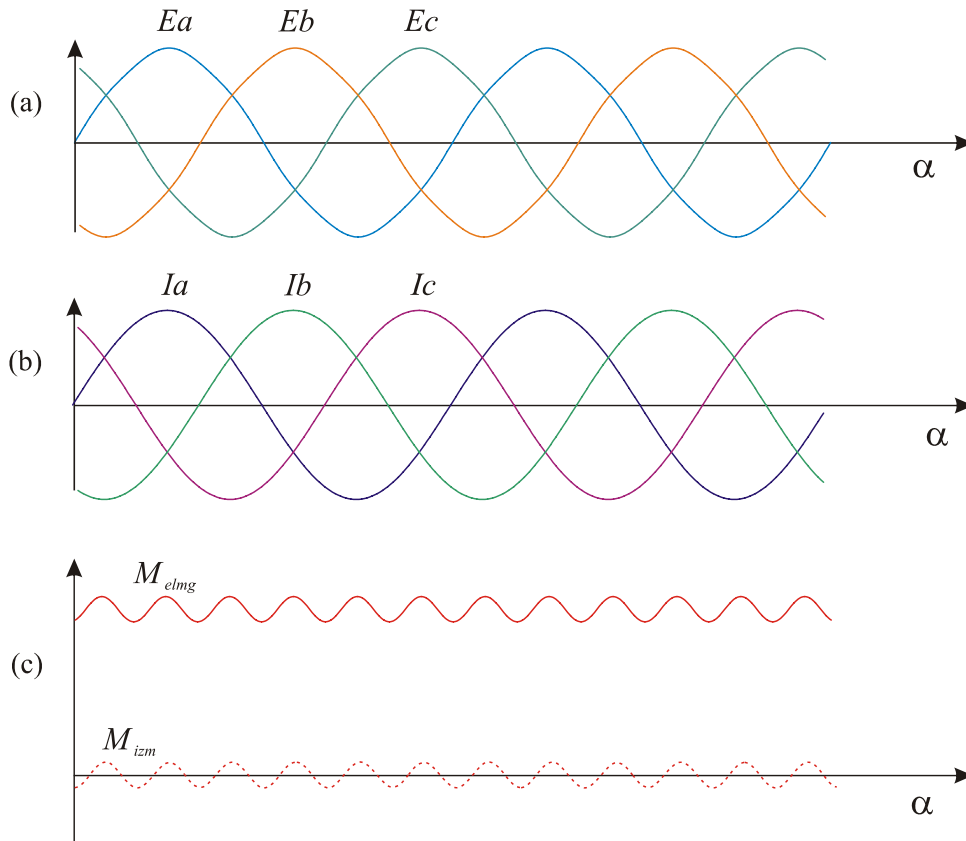
Vrtilni moment  $M_{elmg}$  bo zato v trenutkih komutacije faznih tokov upadel. Pojavi se izmenična komponenta  $M_{kom}$ , ki je posledica komutacije. Razmere so prikazane na sliki 2.18.



Slika 2.18 Razmere v motorju s trapezno obliko fazne inducirane napetost: (a) fazne inducirane napetosti, (b) fazni tokovi, (c) elektromagnetni vrtilni moment motorja  $M_{elmg}$  in njegova izmenična komponenta  $M_{kom}$

V drugem primeru ima motor dejansko le približno sinusno obliko faznih induciranih napetosti, ki so popačene zaradi vsebnosti višjih harmonskih komponent. Le-te nastanejo kot posledica vpliva prostorske porazdelitve statorskih navitij in nesinusne porazdelitve magnetnega polja v zračni reži. Če tak motor napajamo s tokovi čiste sinusne oblike, bo vrtilni moment  $M_{elmg}$  nihal.

Na sliki 2.19 so prikazane razmere v katerih fazne inducirane napetosti vsebujejo 2% pete harmonske komponente, tokovi pa so čiste sinusne oblike.



Slika 2.19 Razmere v motorju s sinusnim izmeničnim napajanjem: (a) fazne inducirane napetosti, (b) fazni tokovi, (c) elektromagnetni vrtilni moment motorja  $M_{elmg}$  in njegova izmenična komponenta  $M_{izm}$

Seveda lahko z ustrezno konstrukcijo motorja, ki zagotavlja majhno vsebnost višjih harmonskih komponent faznih induciranih napetosti in čistim sinusnim napajanjem nihanje vrtilnega momenta močno omejimo [15].

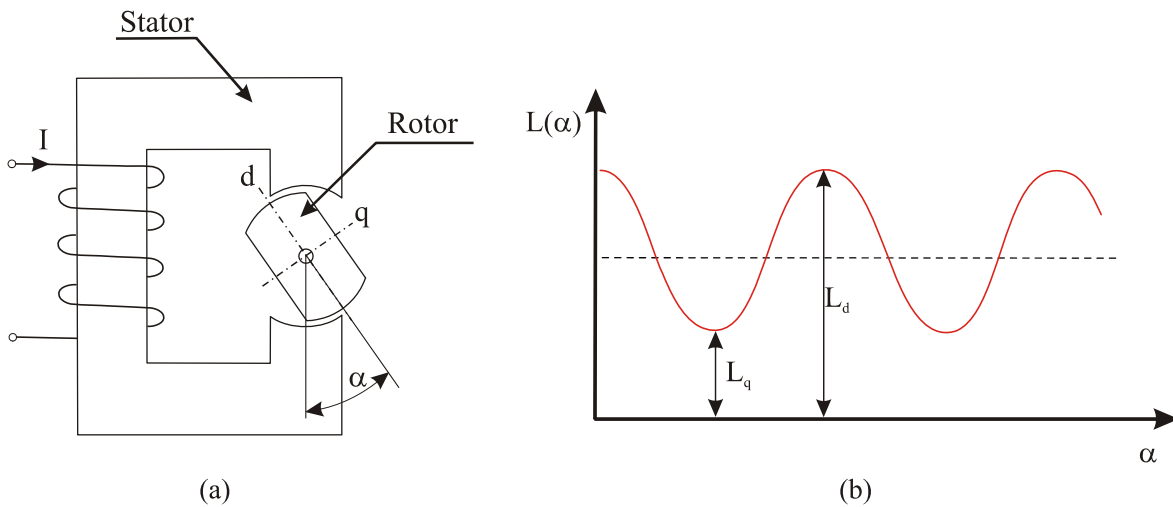
### 2.6.3 Reluktančni vrtilni moment

Reluktančni ali reaktančni vrtilni moment je komponenta vrtilnega momenta povzročena z interakcijo med statorskimi amper-ovoji in razliko med vzdolžno in prečno sinhronsko reaktanco. Razlika reaktanc nastane v glavnem zaradi konfiguracije rotorja, kar je bilo opisano v poglavju 2.2.1. Med vzroki pa so še mehanske tolerance in nesimetrije pri izdelavi motorja ter anizotropnost uporabljenega rotorskega materiala. Za sinhronski motor s trajnimi magneti reluktančni vrtilni moment običajno smatramo kot paraziten, ker povzroča dodatna nihanja vrtilnega momenta v primeru vsebnosti višjih harmonskih komponent statorskih amper-ovojev.

Za razlago nastanka reluktančnega vrtilnega momenta si oglejmo elektromagnetno strukturo na sliki 2.20a. Predpostavimo, da sta rotor in stator tako oblikovana, da ima sprememba induktivnost  $L(\alpha)$  kosinusen potek, gl. sliko 2.20b.

$$L(\alpha) = \frac{1}{2} \cdot [L_d + L_q + (L_d - L_q) \cdot \cos 2\alpha] \quad (2.26)$$

$L_d$  in  $L_q$  sta induktivnosti vzdolžne – d in prečne – q osi. Razlika med njima je posledica večje oziroma manjše magnetne prevodnosti zaradi manjše oziroma večje zračne reže.



Slika 2.20 Nastanek reluktančnega vrtilnega momenta

Magnetna energija v elektromagnetni strukturi je po definiciji enaka:

$$W = \frac{L \cdot I^2}{2} \quad (2.27)$$

Vrtilni moment zato lahko izračunamo kot spremembo energije oziroma pri spremembi kota izbranega objekta, enačba (2.6).

### 3 MAGNETNA ANALIZA

V tem poglavju je na kratko podan matematični opis elektromagnetnega polja, saj so podane le osnovne enačbe brez predhodnih izpeljav. Celostni in poglobljen pregled snovi pa lahko najdemo v obširni literaturi [11, 16, 17, 19, 29]. Samo reševanje opisa elektromagnetnega polja je analitično možno le za zelo enostavne elektromagnetne strukture. Pri praktičnih problemih, kot je konstrukcija električnih strojev, pa analitični pristop reševanja odpove.

S hitrim razvojem računalništva so se uveljavile numerične metode reševanja elektromagnetnih problemov. Ena izmed njih je metoda končnih elementov (MKE), ki jo sam uporabljam pri izračunih magnetnega polja, sil in vrtilnih momentov. V nadaljevanju zato na kratko podajam tudi njen opis.

#### 3.1 Elektromagnetno polje

Teorija elektromagnetnega polja je enoumna in zaobjeta z Maxwellovimi enačbam (J. C. Maxwell, 1864). Te enačbe opisujejo razmerja med vektorskimi veličinami  $\mathbf{E}$  (električna poljska jakost),  $\mathbf{H}$  (magnetna poljska jakost),  $\mathbf{D}$  (gostota električnega pretoka),  $\mathbf{B}$  (gostota magnetnega pretoka),  $\mathbf{J}$  (gostota električnega toka) in skalarno funkcijo  $\rho$  (gostota prostorske porazdelitve elektrine).

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (3.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (3.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (3.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (3.4)$$

Nadaljnja razmerja med veličinami polja so odvisna od snovnih lastnosti materiala, v katerem opazujemo polje. Podajajo jih tako imenovane snovne enačbe.

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (3.5)$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} \quad (3.6)$$

$$\mathbf{J} = \gamma \mathbf{E} \quad (3.7)$$

Permeabilnost  $\mu$ , dielektričnost  $\varepsilon$  in prevodnost  $\gamma$  opisujejo lastnosti materiala, v katerem se polje nahaja. V najpreprostejšem primeru (izotropne in linearne lastnosti materiala) so to skalarne konstante. V primeru anizotropnega materiala so to tenzorske veličine, v primeru nelinearnega materiala pa so njihove vrednosti odvisne od vrednosti polja.

Maxwellove enačbe (3.1), (3.2), (3.3) in (3.4) opisujejo elektromagnetno polje v najbolj splošnem primeru. Za večino praktičnih problemov se izkaže, da za njihovo obravnavo ni potreben tako natančen matematični opis in lahko uvedemo nekatere poenostavitve.

Pri analizi sinhronskega motorja s trajnimi magneti lahko uporabimo opis časovno neodvisnega magnetnega polja (magnetostatično polje), kjer velja:

$$\frac{\partial}{\partial t} = 0 \quad (3.8)$$

### 3.1.1 Splošna rešitev magnetostatičnega polja

Splošen opis magnetostatičnega polja pogosto podajajo enačbe, ki se opirajo na konduktivne toke  $\mathbf{J}_{\text{kond}}$ , vektor magnetne poljske jakosti  $\mathbf{H}$  in permeabilnost snovi  $\mu$  [11]:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_{\text{kond}} \quad (3.9)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = \nabla \cdot (\mu \mathbf{H}) = 0 \quad (3.10)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (3.11)$$

Pri tem se moramo zavedati, da je v splošnem gostota magnetnega pretoka  $\mathbf{B}$  funkcija magnetne poljske jakosti  $\mathbf{H}$  (primer nelinearnih materialov).

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}(H) \quad (3.12)$$

Za uporabo formulacije magnetnega vektorskega potenciala magnetostatični problem prevedemo v zapis, ki opredeljuje odnos med magnetnim vektorskim potencialom  $\mathbf{A}$  in gostoto magnetnega pretoka  $\mathbf{B}$ .

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (3.13)$$

Z upoštevanjem enačbe (3.13) se enačba (3.9) razširi v obliko:

$$\nabla \times \left( \frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \right) = \mathbf{J}, \quad (3.14)$$

ki jo razvijamo naprej:

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) = \mu \mathbf{J} \quad (3.15)$$

$$\nabla (\nabla \cdot \mathbf{A}) - (\nabla \cdot \nabla) \mathbf{A} = \mu \mathbf{J} \quad (3.16)$$

Skalarni produkt nabra operatorja  $(\nabla \cdot \nabla)$  s seboj je enak Laplaceovemu operatorju  $(\Delta)$ , ki je v kartezičnih koordinatah enak:

$$\nabla \cdot \nabla = \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (3.17)$$



Lorentzov pogoj za magnetostatično polje govori o neizvornosti magnetnega vektorskega potenciala  $\mathbf{A}$  :

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = 0 \quad (3.18)$$

Iz enačbe (3.16) ob upoštevanju (3.18) izpeljemo Poissonovo enačbo:

$$\Delta \mathbf{A} = -\mu \mathbf{J} \quad (3.19)$$

Magnetostatični problem se tako prevede na reševanje Poissonove enačbe (3.19), ki ob upoštevanju snovnih lastnosti, predstavljenih v enačbi (3.11) in enačbi (3.12), privede do opisa magnetostatičnega polja.

Enačba (3.19) je vektorska parcialna diferencialna enačba drugega reda, ki se zapisana v komponentni obliki glasi:

$$\Delta \mathbf{A} = -\mu \mathbf{J} \Rightarrow \begin{cases} \Delta A_x = -\mu J_x \\ \Delta A_y = -\mu J_y \\ \Delta A_z = -\mu J_z \end{cases} \quad (3.20)$$

Kadar imamo možnost izkoristiti ustrezno simetrijo problema ter tako prevesti reševanje tridimenzionalnega problema (3D) na reševanje dvodimenzionalnega (2D) problema, se Poissonova enačba (3.20) bistveno poenostavi.

Če opazujemo primer 2D problema v kartezičnem koordinatnem sistemu, velja, da ima vektor toka, ki je izvor magnetnega polja, le smer v  $z$ -koordinati  $\mathbf{J} = (0, 0, J_z)$ . Zaradi tega bo imel tudi magnetni vektorski potencial  $\mathbf{A}$  samo  $z$ -komponento.

$$\mathbf{A} = (0, 0, A_z) \quad (3.21)$$

Nadalje bomo privzeli, da je magnetna struktura neskončno dolga in je opazovani problem ravninski, kjer velja:

$$\frac{\partial}{\partial z} \equiv 0 \quad (3.22)$$

Poissonova enačba (3.19) se zato poenostavi v:

$$\frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} = -\mu J_z \quad (3.23)$$

Vektorski magnetni potencial  $\mathbf{A}$  in vektor toka  $\mathbf{J}$  sta sedaj obravnavana kot skalarja.

$$\begin{aligned} A &= A_z = A(x, y) \\ J &= J_z = J(x, y) \end{aligned} \quad (3.24)$$

Analitična rešitev Poissonove enačbe (3.19) je mogoča le za zelo enostavne primere z enostavno geometrijo in linearnimi materiali. V naslednjem poglavju je zato predstavljen numerični pristop k izračunu zahtevnejših primerov, kot je na primer sinhronski motor s trajnimi magneti.

## 3.2 Metoda končnih elementov (MKE)

Za rešitev Poissonove diferencialne enačbe velja, da je energija v prostoru minimalna. Velja tudi obratno; če je energija v nekem prostoru minimalna, potem ustreza porazdelitev potenciala rešitvi Poissonove diferencialne enačbe. Zato lahko Poissonovo diferencialno enačbo rešimo tako, da poiščemo minimum energije v opazovanem prostoru. Pri tem je potencial, ki nastopa v izrazih za energijo neznan [16].

Poissonovi diferencialni enačbi en. (3.19) v opazovanem območju  $V$  pripada naslednji funkcional [16]:

$$F(A) = \int_V (W - J A) dV, \quad (3.25)$$

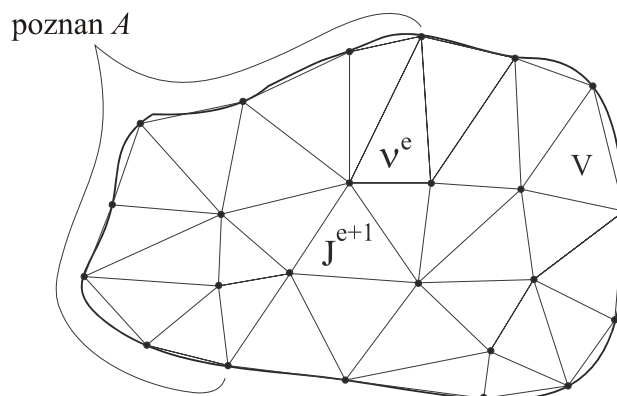
kjer je  $W$  gostota magnetne energije:

$$W = \int_0^B \mathbf{H} \cdot d\mathbf{B} \quad (3.26)$$

### 3.2.1 Formulacija metode končnih elementov za 2D magnetostatični problem

Formulacijo metode končnih elementov bom predstavil na primeru najenostavnejše diskretizacije s trikotnimi elementi prvega reda.

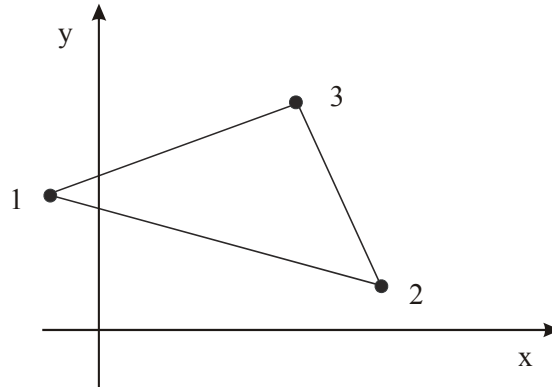
Območje  $V$  pokrijemo z mrežo končnih elementov tako, da rob prostora  $O$  aproksimiramo z ravnimi odseki, v prostor pa postavimo  $n_E$  elementov trikotne oblike. Ti so takšni, da imajo skupne sosednje stranice. Mreža elementov mora biti takšna, da se stranice elementov ujemajo z mejami med različnimi materiali. Tako se opazovano območje preslika na  $V'$ , z robom  $O'$ . V novem prostoru in na robu v ogliščih trikotnih elementov dobimo  $n$  vozlišč, slika 3.1.



Slika 3.1 Mreža končnih elementov nad območjem  $V$

Potencial  $A_E$  v vsakem elementu, gl. sliko 3.2, aproksimiramo z nastavkom [16], ki je dejansko enačba ravnine, podana z:

$$A_E = a + bx + cy \quad (3.27)$$



Slika 3.2 Splošen element v ravnini  $x$ - $y$

V ogliščih trikotnika zavzame potencial vrednosti  $A_1$ ,  $A_2$  in  $A_3$ . Zapiše se sistem treh neodvisnih enačb:

$$\begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

Pri tem je determinanta matrice iz enačbe (3.28) enaka dvakratni ploščini trikotnika. Koeficiente  $a$ ,  $b$  in  $c$  se izračuna z rešitvijo enačbe (3.28).

Enačbo (3.27) za potencial v enem elementu tako zapišemo kot:

$$A_E = \begin{bmatrix} 1 & x & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

Iz rešitvije zgornje enačbe se izpelje izraz:

$$A_E = \sum_{i=1}^3 A_i \alpha_i(x, y), \quad (3.30)$$

kjer so  $\alpha_i(x, y)$  funkcije podane z:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{1}{2s} [(x_2 y_3 - x_3 y_2) + (y_2 - y_3)x + (x_3 - x_2)y], \\ \alpha_2 &= \frac{1}{2s} [(x_3 y_1 - x_1 y_3) + (y_3 - y_1)x + (x_1 - x_3)y], \\ \alpha_3 &= \frac{1}{2s} [(x_1 y_2 - x_2 y_1) + (y_1 - y_2)x + (x_2 - x_1)y] \end{aligned} \quad (3.31)$$

in je  $s$  je ploščina trikotnega elementa.

Funkcije  $\alpha_i(x, y)$  interpolirajo potencial  $A$  v trikotniku s pomočjo vozliščnih potencialov  $A_1$ ,  $A_2$  in  $A_3$ . Vrednost funkcij  $\alpha_i(x, y)$  v opazovanem trikotniku linearno narašča od vrednosti 0 v

nasprotnem ogljišču do vrednosti 1 v opazovanem ogljišču. Povsod drugod (v ostalih trikotnikih) je enaka 0.

$$\alpha_i(x_j, y_j) = \begin{cases} 0 & i \neq j \\ 1 & i = j \end{cases} \quad (3.32)$$

Potencial  $A$  v celotnem opazovanem območju je tako podan kot vektor potencialov v vseh  $n$  vozliščih:  $\mathbf{A} = [A_1, A_2, A_3, \dots, A_n]^T$  in je v posameznem elementu interpoliran po enačbi (3.30).

### 3.2.2 Newtonova iterativna metoda

Pri reševanju problema je potrebno poiskati minimum (ekstrem) funkcionala (3.25) glede na niz prostih potencialov v vozliščih.

Minimum funkcionala  $F(\mathbf{A})$  je enak:

$$\frac{\partial F(\mathbf{A})}{\partial A_i} = 0, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (3.33)$$

Enačba (3.33) je sistem nelinearnih enačb, katerih rešitev  $\mathbf{A}$  opiše polje v opazovani strukturi in poda iskano rešitev [16].

Reševanje enačbe (3.33) se začne z razvojem njene leve strani v  $n$ -dimenzionalno Taylorjevo vrsto. Pri tem se predpostavi, da je  $\mathbf{A}$  zaenkrat še neznan, vendar točna rešitev in  $\mathbf{A} - \Delta\mathbf{A}$  njen približek.

$$\left. \frac{\partial F(\mathbf{A})}{\partial A_i} \right|_{\mathbf{A}} = \left. \frac{\partial F(\mathbf{A})}{\partial A_i} \right|_{\mathbf{A} - \Delta\mathbf{A}} + \sum_{j=1}^n \left. \frac{\partial^2 F(\mathbf{A})}{\partial A_i \partial A_j} \right|_{\mathbf{A} - \Delta\mathbf{A}} \Delta A_j + \dots \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (3.34)$$

Če se v enačbi (3.34) upošteva samo prva dva člena in enačbo (3.33), izrazimo matrično enačbo:

$$[\mathbf{0}] = [\mathbf{V}] + [\mathbf{P}][\Delta\mathbf{A}] \quad (3.35)$$

Iz enačbe (3.35) zapišemo izraz za  $\Delta\mathbf{A}$ :

$$[\Delta\mathbf{A}] = -[\mathbf{P}]^{-1} [\mathbf{V}], \quad (3.36)$$

kjer je  $\mathbf{P}$  Jacobijeva matrika in  $P_{ij}$  člen te matrike:

$$P_{ij} = \left. \frac{\partial^2 F(\mathbf{A})}{\partial A_i \partial A_j} \right|_{\mathbf{A} - \Delta\mathbf{A}} \quad (3.37)$$

$\mathbf{V}$  je gradient  $F(\mathbf{A})$ , ter  $V_i$  člen vektorja:

$$V_i = \left. \frac{\partial F(\mathbf{A})}{\partial A_i} \right|_{\mathbf{A} - \Delta\mathbf{A}} \quad (3.38)$$

Dobljena matrična enačba (3.35) je samo aproksimacija, saj se po razvoju v Taylorjevo vrsto zanemari vse člene višjih redov. Dobljene Jacobijeve matrike se tudi ne more določiti, saj je  $\mathbf{A}$  še vedno neznana funkcija. Zato pa se zapiše Newtonovo iterativno enačbo s kvadratično konvergenco za izračun  $\mathbf{A}$  [16, 17]:

$$[\mathbf{A}]^{(k+1)} = [\mathbf{A}]^{(k)} - \left[ [\mathbf{P}]^{(k)} \right]^{-1} [\mathbf{V}]^{(k)} \quad (3.39)$$

Funktional magnetne energije  $F(A)$  enačba (3.25) ima naslednje odvode:

$$\frac{\partial F(\mathbf{A})}{\partial A_i} = \int_V \left( \frac{\partial W}{\partial A_i} - J \right) dV \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (3.40)$$

$$\frac{\partial^2 F(\mathbf{A})}{\partial A_i \cdot \partial A_j} = \int_V \frac{\partial^2 W}{\partial A_i \cdot \partial A_j} dV \quad (3.41)$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, n$$

$$j = 1, 2, 3, \dots, n$$

Pri reševanju polja z iterativno metodo, enačba (3.39), je torej potrebno določiti vrednost izrazov (3.40) in (3.41).

### Razvoj izraza (3.40)

Magnetna poljska jakost  $\mathbf{H}$  je v vsaki točki opazovane elektromagnetne strukture določena kot funkcija gostote magnetnega pretoka  $\mathbf{B}$  in magnetne reluktivnosti  $\nu = l/\mu$ , ki ni nujno linearna. V nadaljevanju bomo potrebovali magnetno reluktivnosti  $\nu$  kot funkcijo v odvisnosti od  $B^2$ . Tako magnetno poljsko jakost  $\mathbf{H}$  izrazimo z enačbo:

$$\mathbf{H} = \nu(B^2)\mathbf{B} \quad (3.42)$$

Izraz za gostoto magnetne energije  $W$ , enačba (3.26), postane z upoštevanjem enačbe (3.42) enak:

$$W = \frac{1}{2} \int_0^{B^2} \nu(B^2) B d(B^2) \quad (3.43)$$

Ob upoštevanju enačbe (3.13) in tega, da ima vektorski magnetni potencial  $\mathbf{A}$  le komponento v z-smeri, izrazimo:

$$\mathbf{B} = \mathbf{e}_x \frac{\partial A}{\partial y} - \mathbf{e}_y \frac{\partial A}{\partial x} \quad (3.44)$$

Gostota magnetnega pretoka  $\mathbf{B}_E$  v elementu je z upoštevanjem enačbe (3.30) enaka:

$$\mathbf{B}_E = \mathbf{e}_x \sum_{i=1}^3 A_i \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} - \mathbf{e}_y \sum_{i=1}^3 A_i \frac{\partial \alpha_i}{\partial x} \quad (3.45)$$

V trikotnih elementih prvega reda so funkcije  $\alpha_i(x, y)$  linearne funkcije. Ker so njihovi odvodi konstante, je tudi gostota magnetnega pretoka  $\mathbf{B}_E$  v elementu konstantna. Nadalje sta tudi kvadrat gostote magnetnega pretoka  $B_E^2$  v elementu in reluktivnost  $\nu$  v elementu konstantna [16].

Kvadrat gostote magnetnega pretoka  $B_E^2$  je enak:

$$B_E^2 = \sum_{m=1}^3 \sum_{n=1}^3 A_m A_n (\nabla \alpha_m \cdot \nabla \alpha_n) = \sum_{m=1}^3 \sum_{n=1}^3 A_m A_n \left( \frac{\partial \alpha_m}{\partial x} \frac{\partial \alpha_n}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_m}{\partial y} \frac{\partial \alpha_n}{\partial y} \right) \quad (3.46)$$

Enačbo (3.43) odvajamo glede na proste potenciale  $A_i$ . Pri tem privzamemo poenostavitev, da je  $\nu(B^2)$  konstanta in ne funkcija prostih potencialov.

$$\frac{\partial W}{\partial A_i} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial A_i} \int_0^{B^2} \nu(B^2) \cdot d(B^2) \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (3.47)$$

Po integraciji dobimo:

$$\frac{\partial W}{\partial A_i} = \frac{1}{2} \nu(B^2) \frac{\partial}{\partial A_i} B^2 \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (3.48)$$

Vrednost izraza (3.40) mora biti enaka 0 (pogoj za minimum energije). Integral zapišemo kot razliko integralov.

$$\int_V \frac{\partial W}{\partial A_i} dV - \int_V J dV = 0 \quad (3.49)$$

Integral ploskovne gostote toka postavimo na drugo stran.

$$\int_V \frac{\partial W}{\partial A_i} dV = \int_V J dV \quad (3.50)$$

Izraz (3.48) vstavimo v levo stran enačbe (3.50). Ker je poznana povezava med gostoto magnetnega pretoka  $\mathbf{B}$  in magnetnim vektorskim potencialom  $\mathbf{A}$  – enačba (3.30), lahko enačbo (3.50) zapišemo v matrični obliki:

$$[\mathbf{S}][\mathbf{A}] = [\mathbf{J}], \quad (3.51)$$

kjer je  $\mathbf{A}$  vektor vozliščnih potencialov.

Členi vektorja  $\mathbf{J}$  so enaki:

$$J_i = \int_V J \alpha_i dV \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (3.52)$$

in členi  $\mathbf{S}$  matrike so enaki :

$$S_{ij} = \int_V \nu(B^2) \left( \frac{\partial \alpha_i}{\partial x} \frac{\partial \alpha_j}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} \frac{\partial \alpha_j}{\partial y} \right) dV \quad \begin{array}{l} i = 1, 2, 3, \dots, n \\ j = 1, 2, 3, \dots, n \end{array} \quad (3.53)$$

### Razvoj izraza (3.41)

Podintegralsko funkcijo v izrazu (3.40) se izračuna z odvodom izraza (3.48). Tokrat pa upoštevamo, da je reluktivnost v funkcija gostote magnetnega pretoka  $B^2$  [16].

$$\frac{\partial^2 W}{\partial A_i \partial A_j} = \frac{\nu(B^2)}{2} \frac{\partial^2 (B^2)}{\partial A_i \partial A_j} + \frac{1}{2} \frac{d\nu}{d(B^2)} \frac{\partial(B^2)}{\partial A_i} \frac{\partial(B^2)}{\partial A_j} \quad (3.54)$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, n$$

$$j = 1, 2, 3, \dots, n$$

Z upoštevanjem enačbe (3.46), ki podaja  $B^2$  zapišemo:

$$\frac{\partial^2 W}{\partial A_i \partial A_j} = \nu(B^2) (\nabla \alpha_i \cdot \nabla \alpha_j) + 2 \frac{d\nu(B^2)}{d(B^2)} \sum_{m=1}^3 \sum_{n=1}^3 (\nabla \alpha_m \cdot \nabla \alpha_i) (\nabla \alpha_n \cdot \nabla \alpha_j) A_m A_n \quad (3.55)$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, n$$

$$j = 1, 2, 3, \dots, n$$

V izrazu (3.55) je prvi člen na desni strani enačaja prispevek, ki bi ga dobili v primeru uporabe samo linearnih materialov. Drugi člen pa se dodatno pojavi v primeru uporabe nelinearnih materialov.

### 3.2.3 Trikotni elementi prvega reda – zapis matrik

Splošen člen Jacobijeve matrike  $P_{ij}$ , enačba (3.37), je z upoštevanjem razvoja izraza (3.41) enak:

$$P_{ij} = \int_V \nu(B^2) (\nabla \alpha_i \cdot \nabla \alpha_j) dV + 2 \int_V \frac{d\nu(B^2)}{d(B^2)} \sum_{m=1}^3 \sum_{n=1}^3 (\nabla \alpha_m \cdot \nabla \alpha_i) (\nabla \alpha_n \cdot \nabla \alpha_j) A_m A_n dV \quad (3.56)$$

V trikotnem elementu prvega reda sta gostota magnetnega pretoka  $\mathbf{B}_E$  in reluktivnost  $\nu$  v elementu konstantna. Tako je prvi integral v enačbi (3.56) člen  $\mathbf{S}$  matrike – enačba (3.53).

Ker so funkcije  $\alpha_i(x, y)$  linearne funkcije in so njihovi odvodi konstante, se drugi integral poenostavi:

$$P_{ij} = S_{ij} + \frac{2}{s} \frac{d\nu(B^2)}{d(B^2)} \sum_{m=1}^3 \sum_{n=1}^3 (\nabla \alpha_m \cdot \nabla \alpha_i) (\nabla \alpha_n \cdot \nabla \alpha_j) A_m A_n, \quad (3.57)$$

s je ploščina trikotnika.

Ob poenostavitvi izraza (3.57) se vpelje  $\mathbf{S}'$ , ki je  $\mathbf{S}$  matrika posameznega elementa z enotsko reluktivnostjo. Tako je splošen člen  $S_{ij}$  v matriki  $\mathbf{S}$  enak:

$$S_{ij} = \nu S'_{ij} \quad (3.58)$$

Vpelje se pomožni vektor  $\mathbf{E}$ , čigar členi so:

$$E_i = \sum_{m=1}^3 S'_{im} A_m \quad (3.59)$$

Izraz (3.57) se z vpeljavo teh poenostavitev zapiše:

$$P_{ij} = \nu S'_{ij} + \frac{2}{s} \frac{d\nu}{d(B^2)} E_i E_j \quad (3.60)$$

Drugi člen izraza (3.57) se je tako preoblikoval na produkt dveh pomožnih vektorjev  $\mathbf{E}$ . Izračun splošnega člena Jacobijeve matrike  $P_{ij}$  je zato računsko nepotraten.

Vektor ostankov  $\mathbf{V}$  in njegove člene  $V_i$  iz enačbe (3.38) smo že razvili – enačbe (3.49) do (3.52). Zapišimo le poenostavljeno obliko s pomožnim vektorjem. Iz enačbe (3.50) sledi:

$$V_i = \int_V \frac{\partial W}{\partial A_i} dV - J_i \quad i = 1, 2, 3, \dots, n, \quad (3.61)$$

kjer so elementi vektorja  $\mathbf{J}$  podani z izrazom (3.52).

Naprej velja:

$$\int_V \frac{\partial W}{\partial A_i} dV = \nu(B^2) \sum_{m=1}^3 S'_{im} A_m = \nu E_i \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (3.62)$$

Končna oblika člena vektorja  $V_i$  je tako:

$$V_i = \nu E_i - J_i \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (3.63)$$

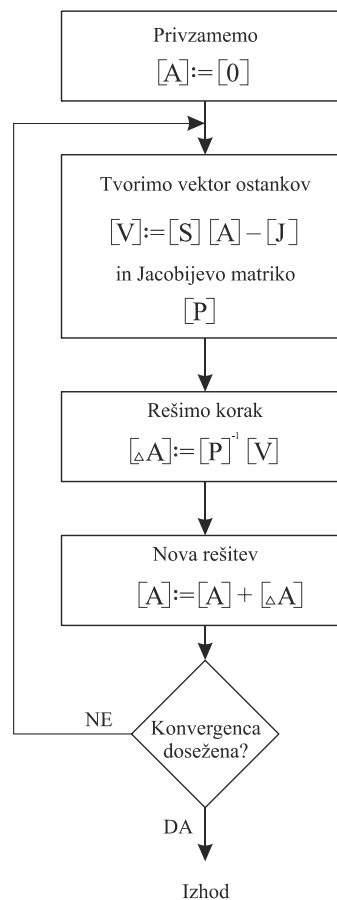
Zapis celotnega sistema enačb za opazovano magnetno strukturo poteka od elementa do elementa. V tem postopku konstruiramo vektor ostankov in Jacobijevo matriko v naslednjem vrstnem redu (algoritmu):

1. Tvorimo  $\mathbf{S}$  matriko za en element, enačba (3.53).
2. Dobljeno matriko pomnožimo z  $A_i$ , dodamo člen  $J_i$  in dobimo  $i$ -ti člen vektorja ostankov  $V_i$ , enačba (3.63), ki ga dodamo v obstoječ vektor  $\mathbf{V}$ .
3. Izračunamo člene Jacobijeve matrike  $\mathbf{P}$  za  $i$ -ti element, enačba (3.60), in jih dodamo v obstoječo matriko (povečamo matriko).

Reševanje magnetne strukture z uporabljenimi nelinearnimi materiali začnemo tako, da privzamemo začetno vrednost vektorja  $\mathbf{A}=0$ . Nato sestavimo vektor ostankov  $\mathbf{V}$  in Jacobijevo matriko  $\mathbf{P}$ . Sledi reševanje sistema linearnih enačb. Rešitev ( $\Delta\mathbf{A}$ ) prištejemo prejšnji vrednosti vektorja  $\mathbf{A}$ . Tako dobljen vektor vozliščnih potencialov  $\mathbf{A}$  je nova začetna vrednost. Postopek ponavljamo, dokler ne dosežemo željene natančnosti izračuna.



Celoten iterativni postopek reševanja je prikazan na sliki 3.3.



Slika 3.3 Algoritem Newtonove iterativne metode za reševanje magnetnih problemov

### 3.2.4 Robni pogoji (Dirichletov robni pogoj)

V veliki večini praktičnih problemov je poznan Dirichletov robni pogoj, kar pomeni, da je potencial na robu področja poznan in fiksen. V tem primeru ne moremo izvesti minimizacije funkcionala  $F(\mathbf{A})$ , enačba (3.33), saj ne moremo varirati potencialov na robu. Zato so v enačbi (3.33) upoštevani samo potenciali v tistih točkah, ki so prosti. Prav tako lahko pri razvoju funkcionala v Taylorjevo vrsto vključimo samo proste potenciale.

Zgornji algoritem bi zato morali predelati, da bi v minimizaciji funkcionala upoštevali samo proste potenciale, kar pa je neugodno. Tako bi namreč potrebovali dva vektorja potencialov, en vektor prostih in en vektor fiksnih potencialov, ki jih moramo vnaprej definirati.

Sveda je smiselno razmisliti o boljši rešitvi, kjer ne razlikujemo med prostimi in fiksnimi potenciali ko pripravljamo podatke, ampak šele pozneje. Za razlago si oglejmo primer, ko imamo proste in fiksne potenciale že urejene po vrsti.

Po enačbi (3.39) zapišemo:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{prosti} \\ \mathbf{A}_{fiksni} \end{bmatrix}^{(k+1)} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{prosti} \\ \mathbf{A}_{fiksni} \end{bmatrix}^{(k)} - \begin{bmatrix} \mathbf{P} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial F(\mathbf{A})}{\partial A_{prosti}} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (3.64)$$

Segment enotne matrike  $\mathbf{I}$  poskrbi, da je Jacobijeva matrika nesingularna in ima enačba (3.40) rešitev. Vidimo, da reševanje matrične enačbe ne vpliva na fiksne potenciale, hkrati pa sploh ni potrebno, da so prosti in vezani potenciali urejeni po vrsti, saj lahko v sistemu enačb med sabo zamenjamo vrstice in to ne vpliva na rešitev.

### 3.3 Izračun sile in vrtilnega momenta z MKE

Teorija izračuna sil in vrtilnih momentov v magnetnem polju s pomočjo MKE je zelo obsežna in je natančneje obravnavana v literaturi [11, 16, 17, 19].

Rešitev izračunanega polja je podana kot vektor potencialov  $\mathbf{A} = [A_1, A_2, A_3, \dots, A_n]^T$  v vozliščih diskretiziranega modela (poglavje 3.2). Nadalje je vektor gostote magnetnega pretoka  $\mathbf{B}$  definiran z enačbo (3.44) v celotnem modelu, s čimer so dani vsi pogoji za izračun sil in vrtilnih momentov. Največkrat uporabljene metode izračuna sile so:

- Amperov zakon za silo,
- Metoda Maxwellovih napetosti,
- Metoda navideznega dela.

Programski paket Maxwell uporablja pri računanju sil in vrtilnih momentov izboljšano metodo navideznega dela. Pri klasični metodi, ki je bila na kratko predstavljena že v poglavju 2.5.1, je potrebno opraviti magnetni izračun najprej pri obstoječi postavitvi, nato pa še z majhnim premikom opazovanega objekta. Hitro opazimo slabost klasične metode, ki zahteva dva izračuna za določitev sile. Izboljšana verzija metode navidezno deformira mrežo na zunanji površini opazovanega objekta. Tako z enim samim izračunom spremembe energije oziroma koenergije v teh deformiranih elementih določi silo ali vrtilni moment.

## 4 UKREPI ZA ZNIŽANJE NIHANJ VRTILNEGA MOMENTA

Trenutno vrednost vrtilnega momenta v odvisnosti od kota zasuka rotorja  $\alpha$  sestavljajo tri komponente, ki smo jih obravnavali že v poglavju 2.6. V tem poglavju pa se bomo omejili na konstrukcijske ukrepe s katerimi lahko znižamo neželjeno nihanje vrtilnega momenta. Predvsem bomo obravnavali ukrepe za zmanjšanje amplitude samodržnega vrtilnega momenta.

Ukrepi, ki jih uporabljamo za zmanjšanje komponente samodržnega vrtilnega momenta temeljijo na zmanjšanju spremembe magnetne energije  $W_{mag}$  v odvisnosti od kota rotorja  $\alpha$  in/ali zmanjšanju magnetnega pretoka v zračni reži motorja. Pri njihovi uporabi pa se moramo zavedati, da le-ti bodisi povišajo zahtevnost izdelave motorja ali pa oslabijo njegove ostale karakteristike.

### 4.1 Izbira ustreznega števila rotorskih polov in statorskih utorov

Ukrep je že opisan v poglavju o nastanku samodržnega vrtilnega momenta (poglavje 2.6.1) in je prva pomembna odločitev, ki jo sprejme načrtovalec ob konstruiranju motorja. Kombinacija števila rotorskih magnetnih polov in statorskih utorov direktno vpliva na pojav samodržnega vrtilnega momenta in vsebnost višjih harmonskih komponent faznih induciranih napetosti [15], vendar vpliva tudi na izvedljivost in obliko ter nenazadnje na ceno statorskih navitij. Osnova za izvedbo nekega navitja je število utorov na pol in fazo  $q$ , ki je enako razmerju števila statorskih zob  $N_{zob}$  in produkta rotorskih polov  $N_{pol}$  s številom faz  $m$  [9].

$$q = \frac{N_{zob}}{N_{pol} \cdot m} \quad (4.1)$$

Podatek za  $q$  lahko zapišemo tudi v naslednji obliki:

$$q = \text{celo število} + \frac{\text{števec}}{\text{imenovalec}} = C + \frac{\check{s}}{i} \quad (4.2)$$

Z izvedbo navitja ni težav v kolikor je  $q$  enak le celemu številu. Izvedemo lahko simetrično enoplastno ali dvoplastno navitje. Ko pa je  $q$  enak celemu številu in ulomku, ločimo tri primere:

- V prvem primeru vzemimo, da je  $C \neq 0$ ,  $i$  sodo število in  $\check{s} = 1$ . Za  $i = 2$  je možno izvesti enoplastno ali dvoplastno navitje, če je število rotorskih polov  $N_{pol} = 8$  in dvoplastno navitje z  $N_{pol} = 4$ . Za  $i = 4$  je možno izvesti le dvoplastno navitje.
- Drugi primer, ko je  $C = 0$ ,  $\check{s} = 1$  in  $i = 2$  je možno izvesti le dvoplastno navitje za  $N_{pol} = 8$ .
- Za tretji primer, neglede na vrednost  $C$ , vzemimo, da je  $i$  liho število in  $\check{s} = 1$  ali več. Če je  $i$  deljiv s številom faz (običajno  $m = 3$ ), potem simetrično navitje ni izvedljivo.

V posebnih primerih je seveda mogoče izpustiti tudi kakšen utor ali polovico utora (pri dvoplastnem navitju), da postane navitje izvedljivo. Takim rešitvam pa se moramo izogibati, ker zaradi nesimetrije ali deloma praznih utorov zmanjšujejo izkoristek stroja. Zakomplicira se tudi izdelava navitij, še posebej, če je korak posameznih tuljav različen [9, 20].

Pri izbiri števila rotorskih polov in statorskih utorov mora biti število statorskih utorov usklajeno s premerom motorja. Število rotorskih polov je odvisno predvsem od zelene karakteristike motorja. Upoštevati je potrebno še vpliv števila period samodržnega vrtilnega momenta, izvedljivost statorskega navitja in vsebnost višjih harmonskih komponent faznih induciranih napetosti. Primer izbire števila rotorskih polov in statorskih utorov je v poglavju 5.1.

## 4.2 Ukrepi na rotorju

V tem poglavju bomo pregledali konstrukcijske ukrepe na rotorju za zmanjšanje samodržnega vrtilnega momenta. Opisan bo njihov princip delovanja, ki bo podkrepjen z numeričnimi izračuni. Podana bo tudi njihova tehnološka in ekonomska upravičenost.

### 4.2.1 Obodna dolžina loka trajnega magneta $\alpha_m$

V poglavju 2.6.1 je bil opisan nastanek samodržnega vrtilnega momenta. Pri tem smo predpostavili, da obodna dolžina loka posameznega trajnega magneta zavzema električni kot  $180^\circ$ , kot je to prikazano na sliki 2.4a. Iz periodičnega značaja samodržnega vrtilnega momenta je bila izpeljana enačba (2.23) in ugotovitev, da je število period samodržnega vrtilnega momenta  $N_{cog}$  merilo za velikost celotnega samodržnega vrtilnega momenta  $M_{cog}$ .

Študijo nastanka samodržnega vrtilnega momenta celotnega magneta razširimo s pomočjo modela prikazanega na sliki 4.1. Ob pomiku magneta v desno se pod statorskim zobom št. 1 magnetna energija  $W_{mag}$  zmanjšuje. Pod ostalimi zobmi (zobje št. 2, 3 in 4) pa ostaja nespremenjena. Pojavi se vrtilni moment zadnjega roba trajnega magneta  $M_{zad}$ , ki je sorazmeren spremembi magnetne energije  $W_{mag}$  v odvisnosti od kota  $\alpha$ . Nastali vrtilni moment ima periodičen značaj in se pojavi vsakič, ko zadnji rob magneta zapušča statorski zob. Tako ga lahko zapišemo v obliki Fourierove vrste, kjer so  $M_n$  Fourierovi koeficienti.

$$M_{zad}(\alpha) = M_0 + \sum_{n=1}^{\infty} M_n \cos(n \cdot N_{zob} \cdot \alpha) \quad (4.3)$$

Ob pomiku prednjega roba trajnega magneta pod statorski zob št. 4 začne pod tem zobom naraščati magnetna energija. Zato se pojavi vrtilni moment prednjega roba  $M_{pred}$ , ki je nasproten vrtilnemu momentu zadnjega roba  $M_{zad}$ . Če upoštevamo obodno dolžino loka trajnega magneta oziroma kot magneta  $\alpha_m$ , ga prav tako zapišemo v obliki Fourierove vrste.

$$M_{pred}(\alpha) = -M_0 - \sum_{n=1}^{\infty} M_n \cos(n \cdot N_{zob} \cdot (\alpha - \alpha_m)) \quad (4.4)$$

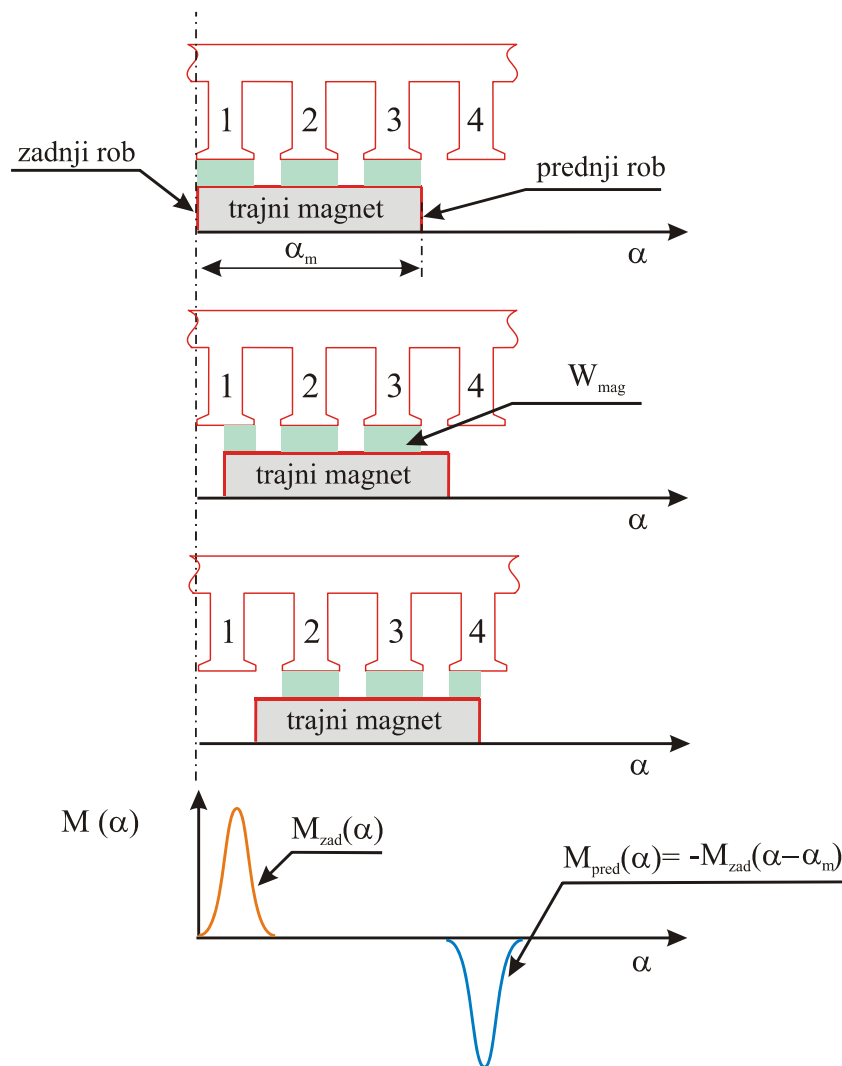
Celoten samodržni vrtilni moment trajnega magneta je vsota prispevkov prednjega in zadnjega roba.

$$M_{mag}(\alpha) = M_{zad}(\alpha) + M_{pred}(\alpha) = \sum_{n=1}^{\infty} M_n [\cos(n \cdot N_{zob} \cdot \alpha) - \cos(n \cdot N_{zob} \cdot (\alpha - \alpha_m))] \quad (4.5)$$

Enačba 4.5 je osnova za odpravo samodržnega vrtilnega momenta trajnega magneta. Ta bo enak nič, če bo obodna dolžina loka trajnega magneta oziroma kot magneta  $\alpha_m$  enak:

$$\alpha_m = \frac{2\pi \cdot k}{N_{zob}} = \varphi_{stat} \cdot k, \quad (4.6)$$

kjer je  $k$  celo število in  $\varphi_{stat}$  kot statorske delitve.



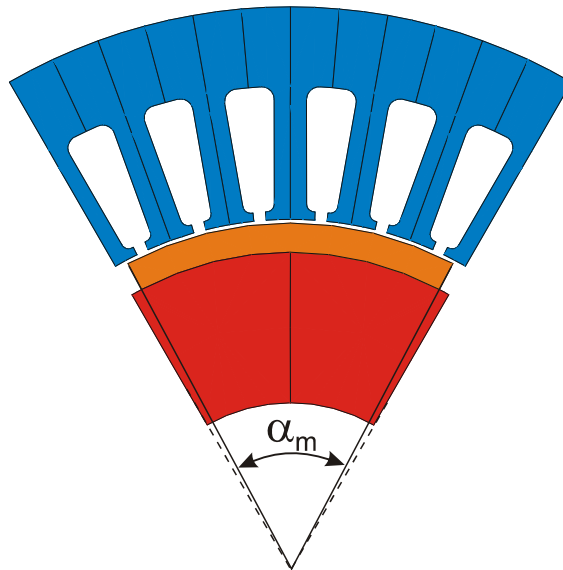
Slika 4.1 Preprost model za analizo samodržnega vrtilnega momenta celotnega magneta

Trditev, da mora biti kot trajnega magneta  $\alpha_m$  enak večkratniku kota statorske delitve  $\varphi_{stat}$  velja le v idealnem primeru linearnega motorja. Pri realnem motorju, ko moramo upoštevati končno dolžino in ukrivljenost rotorja ter stresanje magnetnega polja trajnih magnetov, samodržnega vrtilnega momenta ne moremo popolnoma odpraviti [21] in ga lahko le minimiziramo.

Z upoštevanjem realne geometrije konstrukcije cilindrične oblike je kot magneta  $\alpha_m$ , kjer je samodržni vrtilni moment minimalen, enak [22, 23]:

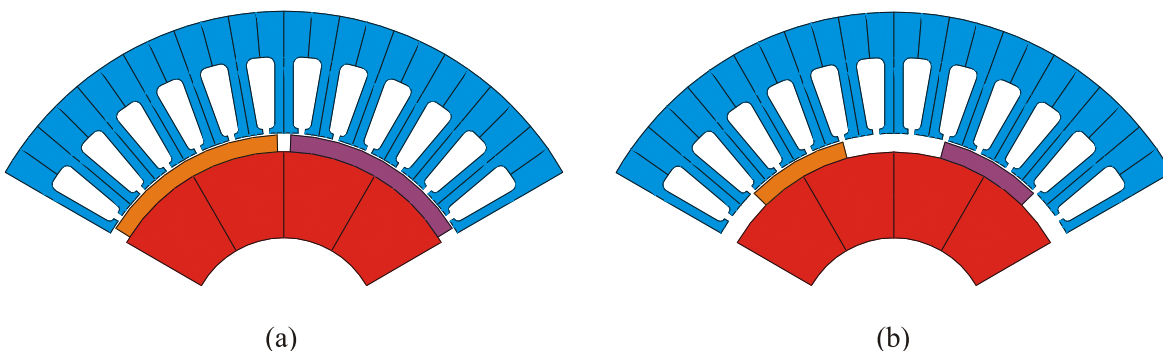
$$\alpha_m = (\varphi_{stat} + 0,17) \cdot k \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (4.7)$$

Za analizo vpliva obodne dolžine loka trajnega magneta  $\alpha_m$  na velikost samodržnega vrtilnega momenta sem pripravil 2D MKE model sinhronskega motorja s trajnimi magneti s 36 statorskimi zobmi ( $N_{zob} = 36$ ) in 6 rotorskimi poli ( $N_{pol} = 6$ ). S stališča izbire ustreznega števila rotorskih polov in statorskih utorov je taka kombinacija neugodna, ker je število period samodržnega vrtilnega momenta  $N_{cog} = 1$  (poglavje 2.6.1). Samodržni vrtilni moment  $M_{cog}$  bo velik, vendar bomo prav zato lahko opazovali vpliv dolžine loka trajnega magneta  $\alpha_m$ .



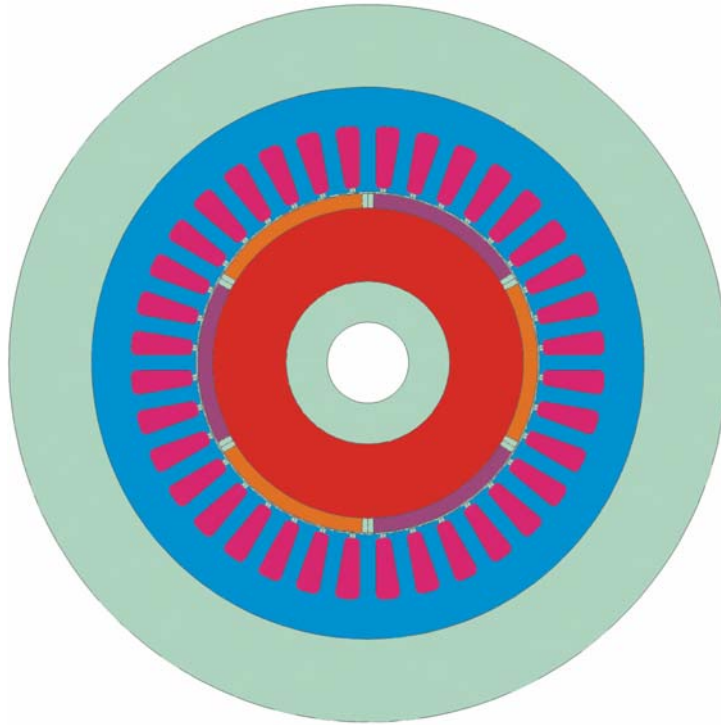
Slika 4.2 Segment MKE modela sinhronskega motorja s trajnimi magneti z označeno obodno dolžino loka (kota) trajnega magneta  $\alpha_m$

Kot trajnega magneta  $\alpha_m$  lahko teoretično v šestpolnem motorju zavzame  $60^\circ$ , vendar so magneti zaradi lažjega lepljenja na rotorski jarem običajno nekoliko ožji. Model motorja sem zato pripravil tako, da sem kot trajnega magneta manjšal od izbranega začetnega kota  $\alpha_m = 56^\circ$  v tridesetih korakih po  $1^\circ$  do končnega kota  $\alpha_m = 27^\circ$ . Na sliki 4.3 sta prikazana oba skrajna primera.



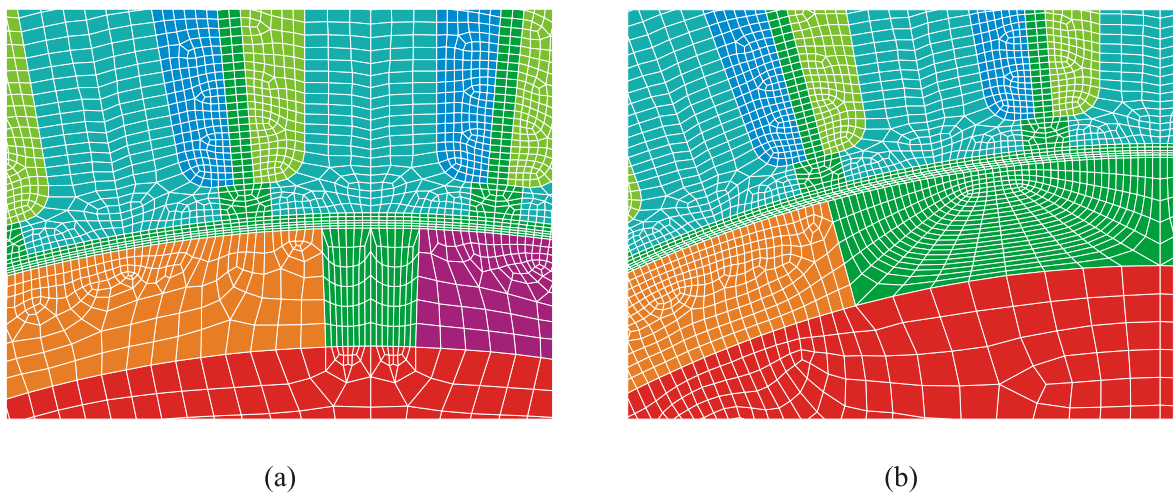
Slika 4.3 MKE model sinhronskega motorja s trajnimi magneti: (a) kot trajnega magneta  $\alpha_m = 56^\circ$ , (b) kot trajnega magneta  $\alpha_m = 27^\circ$

MKE model je zgrajen parametrično in omogoča enostavno spreminjanje dolžine loka trajnega magneta  $\alpha_m$ . Sestavljen je iz dveh delov. Meja med njima poteka po sredini zračne reže, kar omogoča vrtenje rotorja za željeni kot. Ob vrtenju rotorja se oba dela povežeta s povezovalnimi enačbami. Celoten MKE model je prikazan na sliki 4.4.



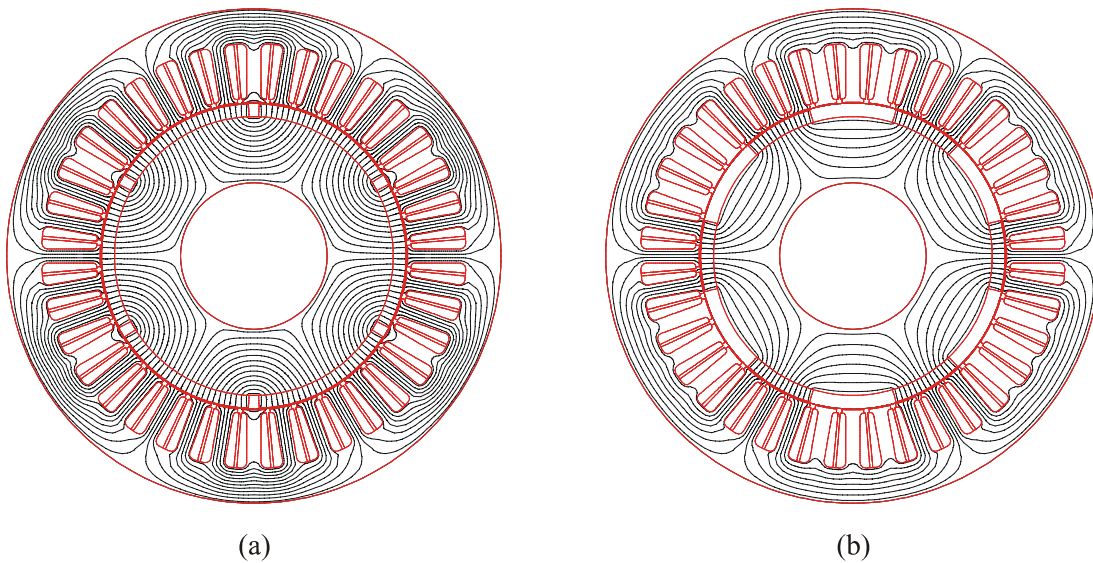
Slika 4.4 Celoten MKE model sinhronskega motorja s trajnimi magneti s 36 statorskimi zobmi in 6 rotorskimi poli. Različne barve v modelu predstavljajo različne materiale

Posebno pozornost pri gradnji MKE modela sem namenil gostoti mreže, saj je od tega odvisna natančnost izračuna vrtilnega momenta. Celoten 2D model ima približno 53.000 elementov in 160.000 vozlišč. V zračni reži se nahaja pet plasti elementov.



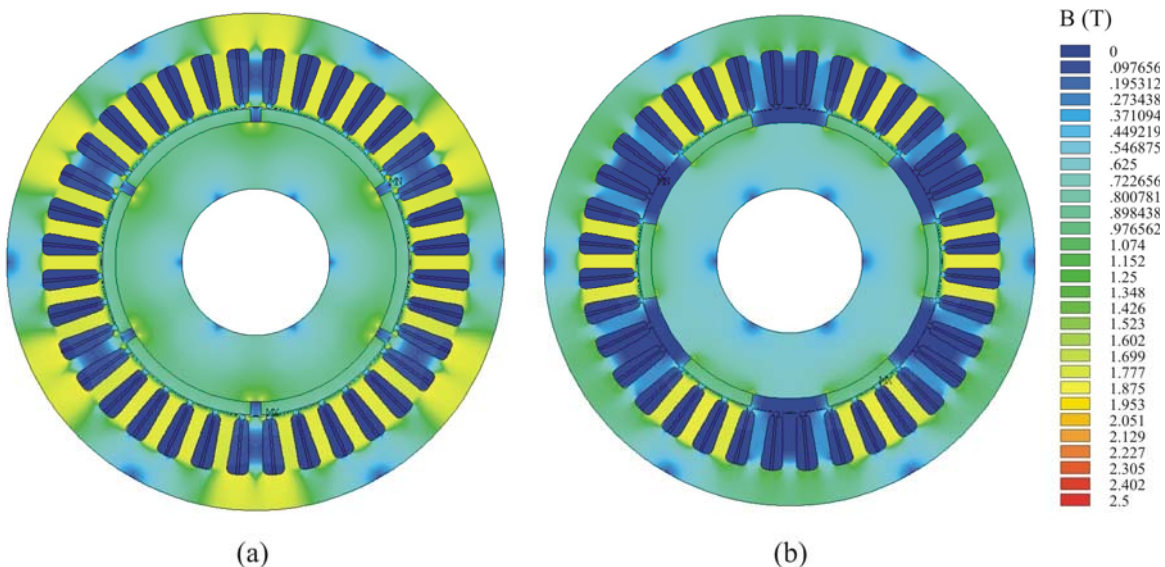
Slika 4.5 Detajl zračne reže MKE modela sinhronskega motorja s trajnimi magneti: (a) kot trajnega magneta  $\alpha_m = 56^\circ$ , (b) kot trajnega magneta  $\alpha_m = 27^\circ$

Na sliki 4.6 in sliki 4.7 sta podana izračuna porazdelitve magnetnega polja v obeh skrajnih MKE modelih pri kotu rotorja  $\alpha=0^\circ$ .



Slika 4.6 Porazdelitev silnic magnetnega polja: (a) lok trajnega magneta  $\alpha_m=56^\circ$ , (b) lok trajnega magneta  $\alpha_m=27^\circ$

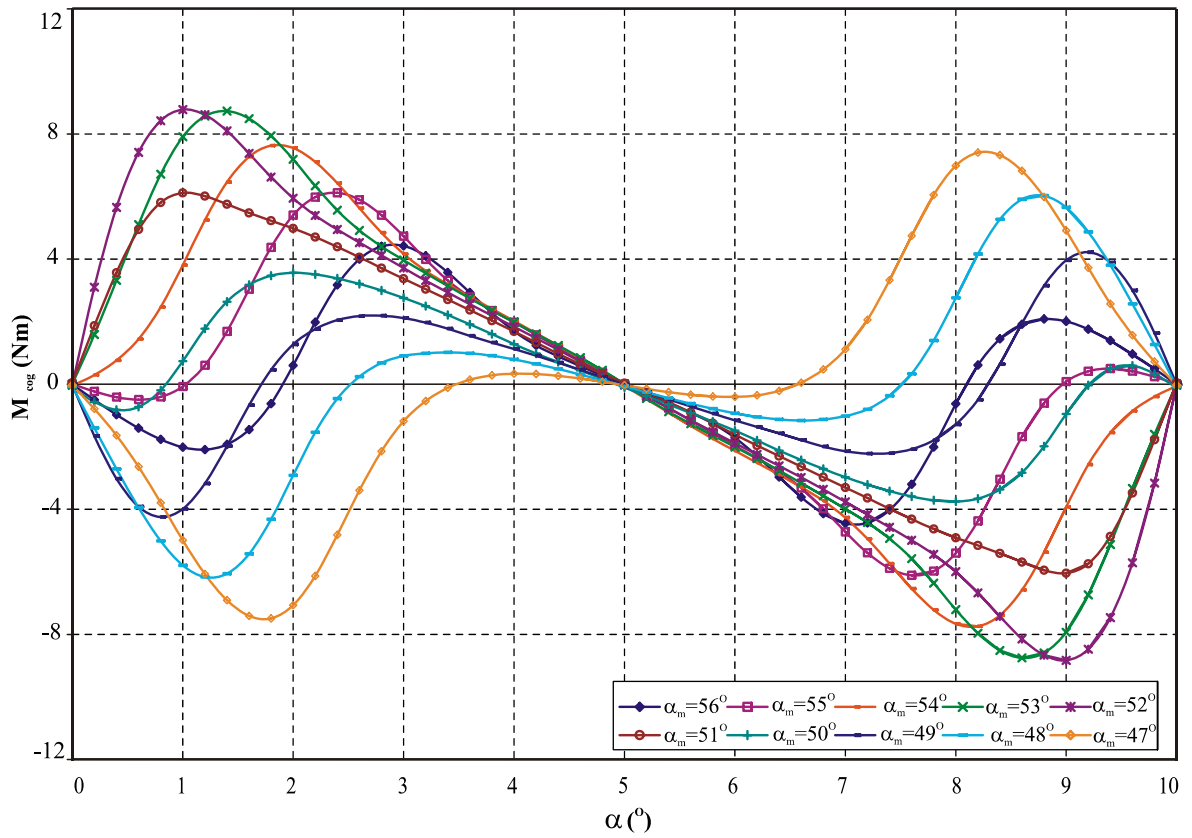
Iz slike 4.7, kjer je prikazana porazdelitev gostote magnetnega pretoka  $B$ , vidimo, da v modelu motorja z manjšim kotom trajnega magneta ( $\alpha_m=27^\circ$ ) dosegamo precej nižje gostote magnetnega pretoka kot v motorju, kjer so magneti skoraj na celotni rotorski površini ( $\alpha_m=56^\circ$ ). Stroja torej magnetno nista enako izkoriščena. Zato v drugem primeru pričakujemo nižjo srednjo vrednost vrtilnega momenta  $M_{sr}$  in poslabšanje karakteristike motorja.



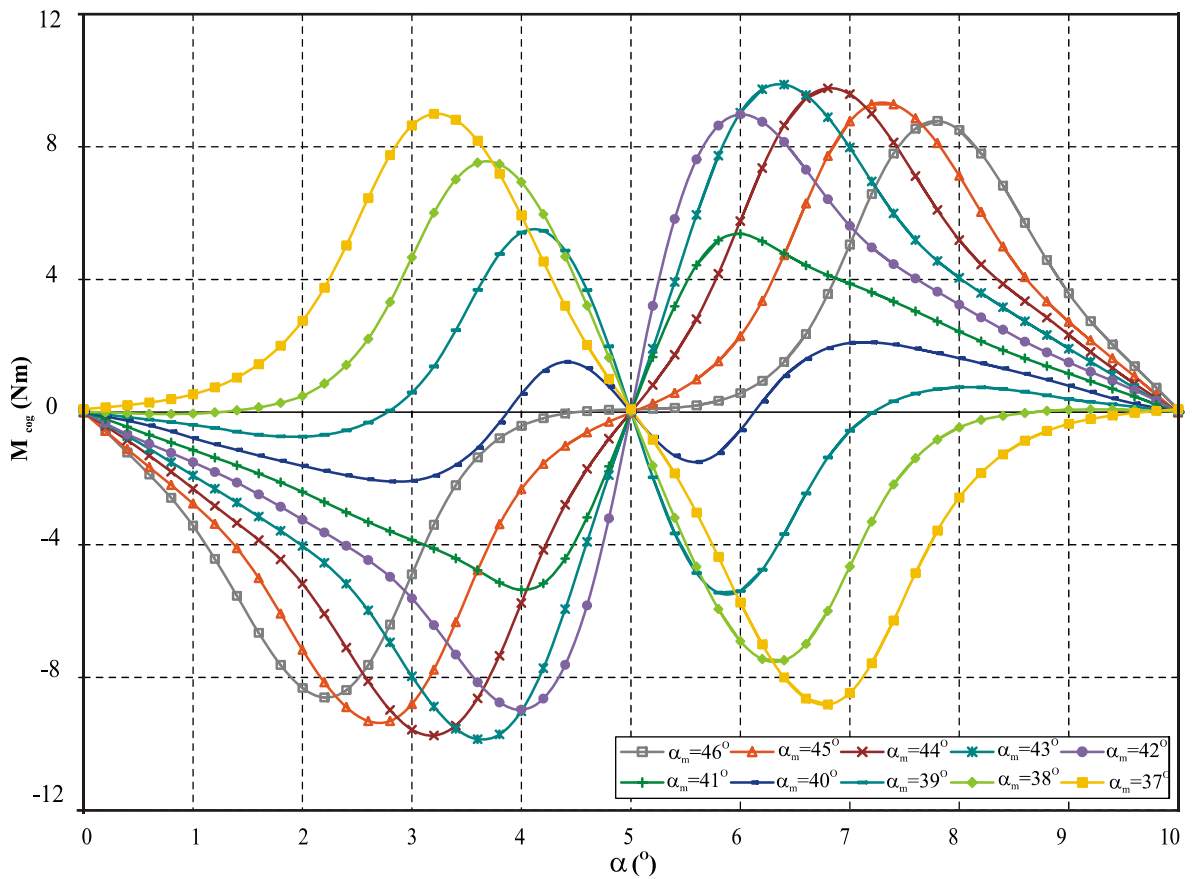
Slika 4.7 Porazdelitev gostote magnetnega pretoka  $B$ : (a) lok trajnega magneta  $\alpha_m=56^\circ$ , (b) lok trajnega magneta  $\alpha_m=27^\circ$

Pri izračunu poteka samodržnega vrtilnega momenta  $M_{cog}$  sem rotor za kot ene statorske delitve  $\varphi_{stat}=10^\circ$  zavrtel v ekvidistantnih korakih po  $0,2^\circ$ . Rezultati so zbrani na slikah 4.8, 4.9 in 4.10.

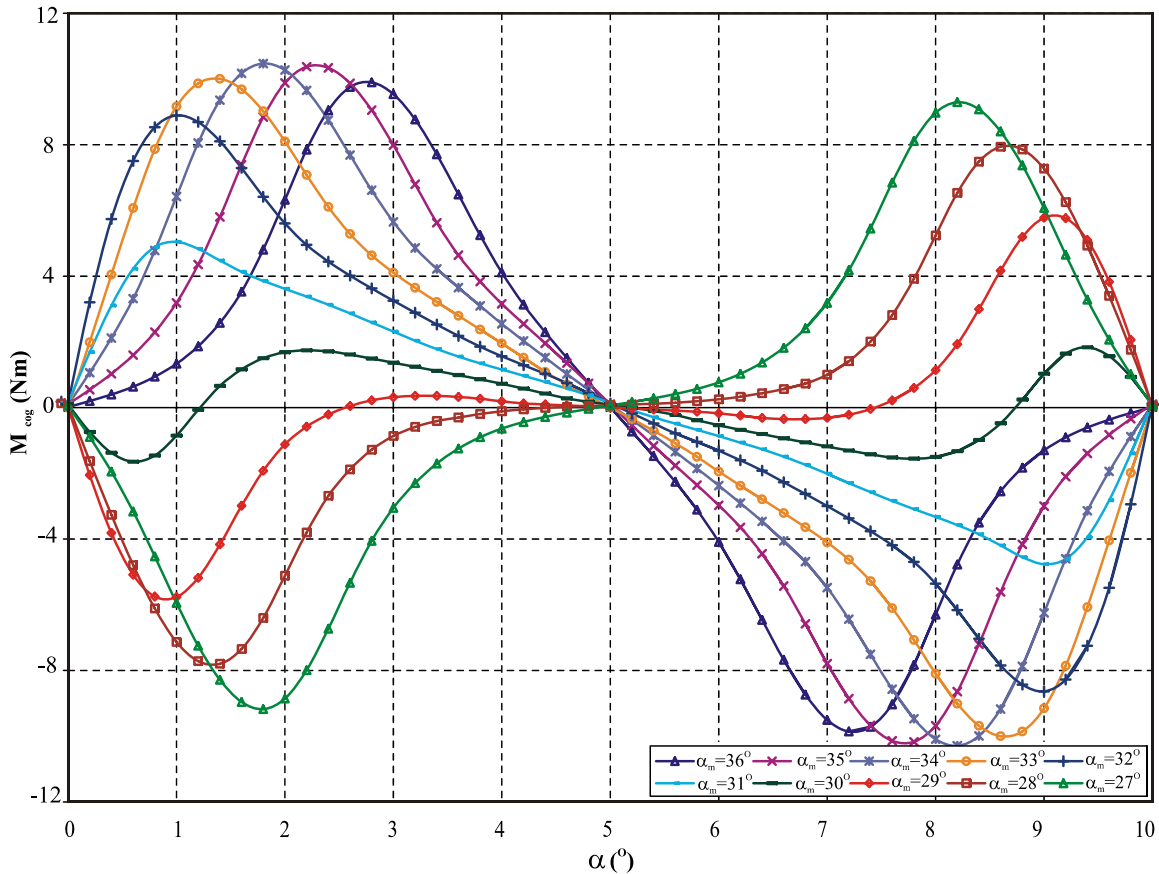




Slika 4.8 Izračunan samodržni vrtilni moment  $M_{cog}$  v odvisnosti od kota zasuka rotorja  $\alpha$  za lok trajnega magneta od  $\alpha_m = 56^\circ$  do  $\alpha_m = 47^\circ$



Slika 4.9 Izračunan samodržni vrtilni moment  $M_{cog}$  v odvisnosti od kota zasuka rotorja  $\alpha$  za lok trajnega magneta od  $\alpha_m = 46^\circ$  do  $\alpha_m = 37^\circ$



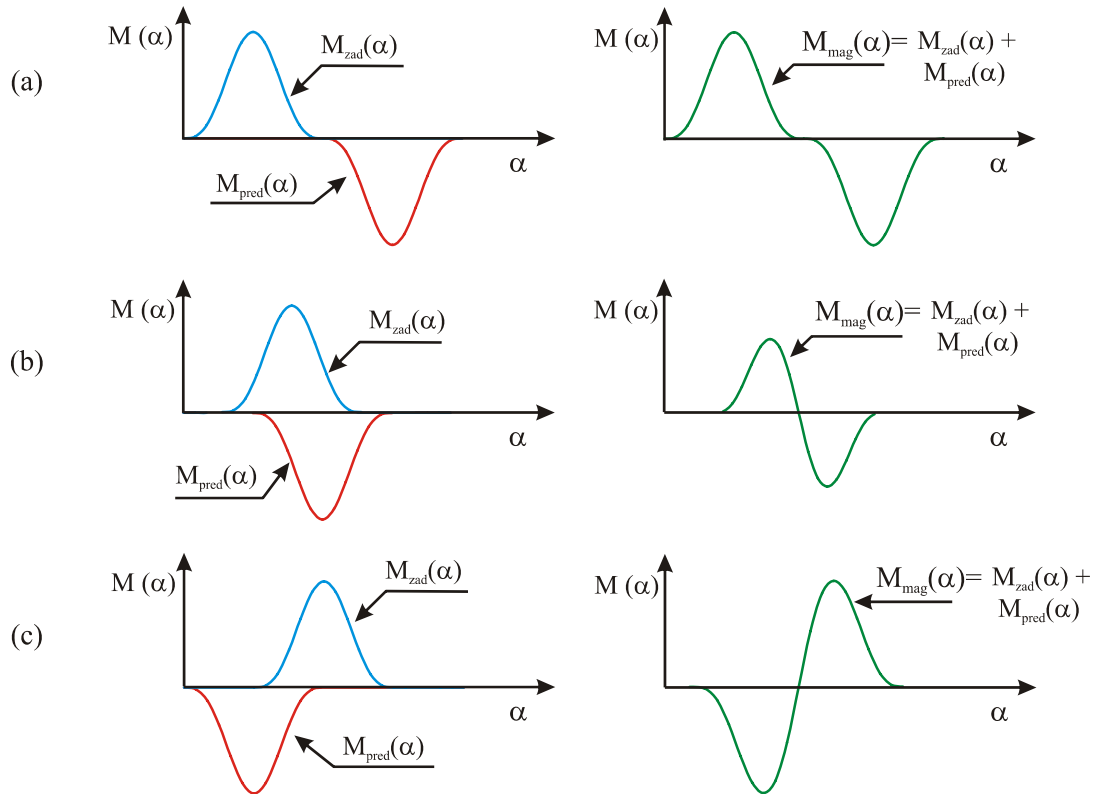
Slika 4.10 Izračunan samodržni vrtilni moment  $M_{cog}$  v odvisnosti od kota zasuka rotorja  $\alpha$  za lok trajnega magneta od  $\alpha_m=36^\circ$  do  $\alpha_m=27^\circ$

Iz rezultatov izračuna vidimo, da je število period samodržnega vrtilnega momenta  $N_{cog}$  res enako 1 in ni odvisno od kota trajnega magneta  $\alpha_m$ . Spreminjata se le oblika in amplituda poteka. Izračunane maksimalne vrednosti segajo od  $M_{cog\ max}=1,83\text{Nm}$  pri  $\alpha_m=30^\circ$  do  $M_{cog\ max}=10,47\text{Nm}$  pri  $\alpha_m=34^\circ$ .

Najznačilnejša sprememba oblike je preobrat poteka samodržnega vrtilnega momenta. Če naprimer na sliki 4.8 opazujemo potek samodržnega vrtilnega momenta za  $\alpha_m=52^\circ$  vidimo, da so vrednosti najprej pozitivne, pri kotu rotorja  $\alpha=5^\circ$  je vrednost  $M_{cog}$  enaka nič, nato pa so vrednosti negativne. Obratno pa velja za potek samodržnega vrtilnega momenta za  $\alpha_m=47^\circ$ . Vrednosti  $M_{cog}$  so najprej negativne. Pri kotu rotorja  $\alpha=5^\circ$  je vrednost prav tako nič, nato pa so vrednosti  $M_{cog}$  pozitivne.

Pojav si lahko razložimo s pomočjo slike 4.11. Vemo, da je celoten samodržni vrtilni moment trajnega magneta vsota prispevkov vrtilnih momentov prednjega in zadnjega roba. Položaj posameznih prispevkov pa je odvisen od kota trajnega magneta  $\alpha_m$ . Tako imamo na sliki 4.11a primer, ko se vrtilni moment zadnjega roba pojavi prej kot vrtilni moment prednjega roba. Samodržni vrtilni moment trajnega magneta ima podoben potek kot izračunan  $M_{cog}$  na sliki 4.8 za  $\alpha_m=52^\circ$ .

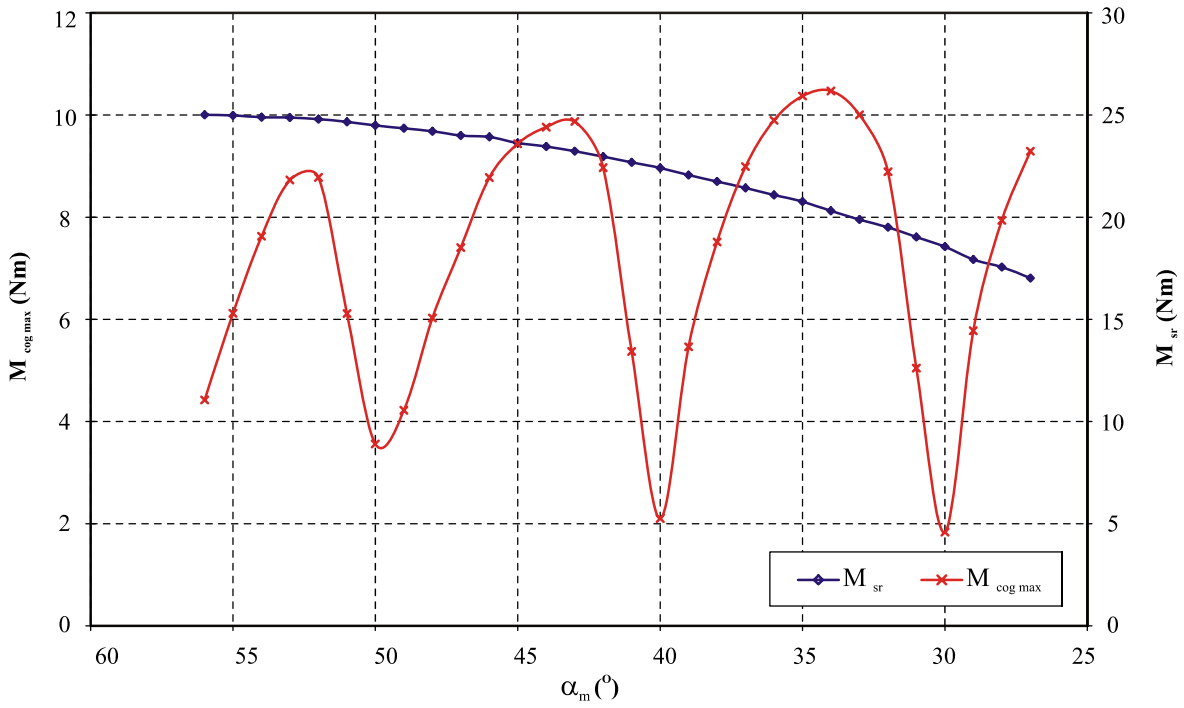
Če zmanjšamo kot trajnega magneta  $\alpha_m$ , se spremeni medsebojni položaj obeh prispevkov. Zmanjša se tudi velikost celotnega samodržnega vrtilnega momenta trajnega magneta, kar vidimo na sliki 4.11b. Ko kot trajnega magneta  $\alpha_m$  dovolj zmanjšamo, se vrtilni moment prednjega roba pojavi prej kot vrtilni moment zadnjega roba. V tem primeru ima samodržni vrtilni moment trajnega magneta podoben potek kot izračunan  $M_{cog}$  na sliki 4.8 za  $\alpha_m=47^\circ$ .



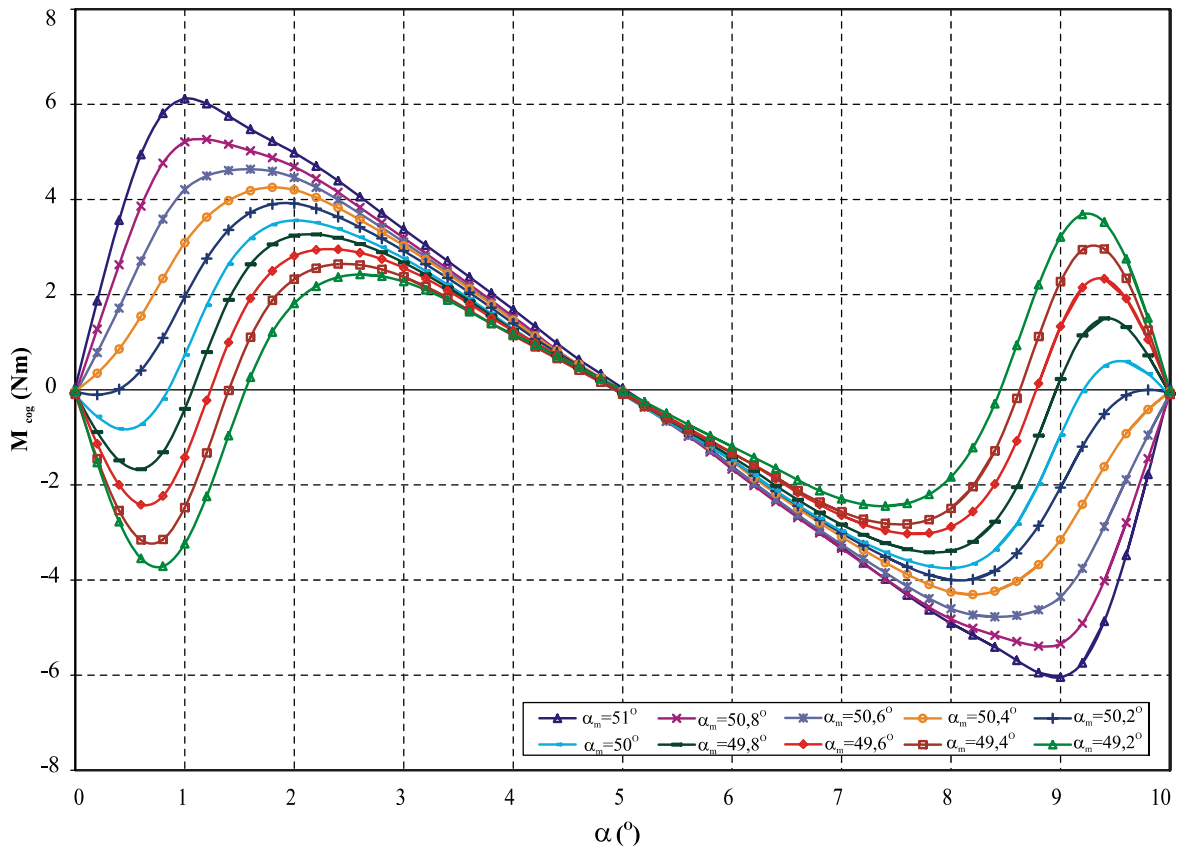
Slika 4.11 Oblika poteka samodržnega vrtilnega momenta trajnega magneta v odvisnosti od položajev vrtilnih momentov prednjega in zadnjega roba trajnega magneta: (a) vrtilni moment zadnjega roba se pojavi prej kot vrtilni moment prednjega roba, (b) vrtilna momenta prednjega in zadnjega roba se pojavita skoraj sočasno, (c) vrtilni moment prednjega roba se pojavi prej kot vrtilni moment zadnjega roba

Vrednosti  $M_{cog\ max}$  v odvisnosti od kota trajnega magneta  $\alpha_m$  in srednja vrednost vrtilnega momenta  $M_{sr}$  sta prikazana na sliki 4.12. Srednja vrednosti vrtilnega momenta  $M_{sr}$  po pričakovanjih upada z manjšanjem kota trajnega magneta  $\alpha_m$  in se z začetne vrednosti  $M_{sr}=25\text{Nm}$  pri  $\alpha_m=56^\circ$  zmanjša na  $M_{sr}=17\text{Nm}$  pri  $\alpha_m=27^\circ$ .

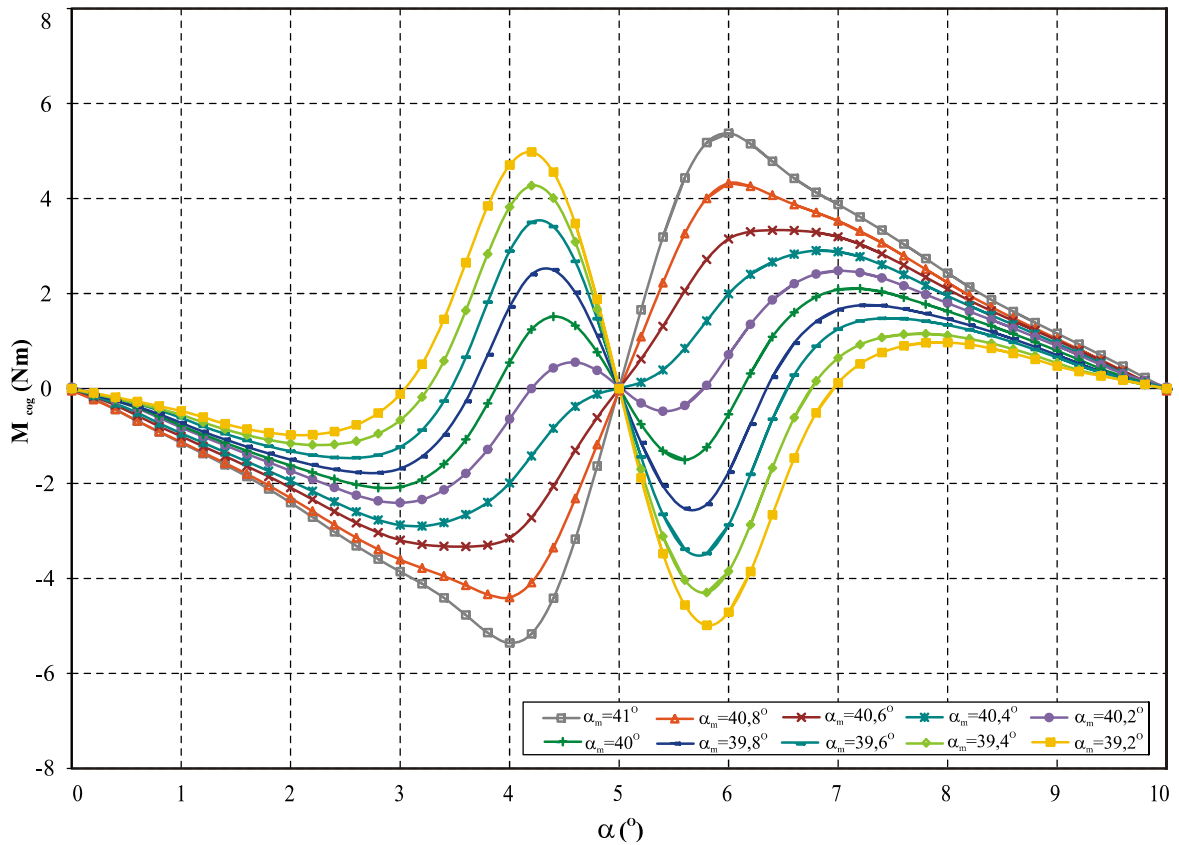
Minimalne vrednosti  $M_{cog\ max}$  so pri  $\alpha_m=50^\circ$ ,  $\alpha_m=40^\circ$  in  $\alpha_m=30^\circ$ , vendar moramo upoštevati, da je korak spreminjanja kota  $\alpha_m$  relativno velik in najverjetneje nismo našli pravih minimalnih vrednosti. Zato sem opravil dodatne izračune za  $\alpha_m=51^\circ$  do  $49,2^\circ$ ,  $\alpha_m=41^\circ$  do  $39,2^\circ$  in  $\alpha_m=31^\circ$  do  $29,2^\circ$ , kjer sem kot trajnega magneta  $\alpha_m$  nastavljal v korakih po  $0,2^\circ$ . Rezultati so prikazani na slikah 4.13, 4.14 in 4.15. Vrednosti  $M_{cog\ max}$  v odvisnosti od kota trajnega magneta  $\alpha_m$  pa so zbrane na sliki 4.16.



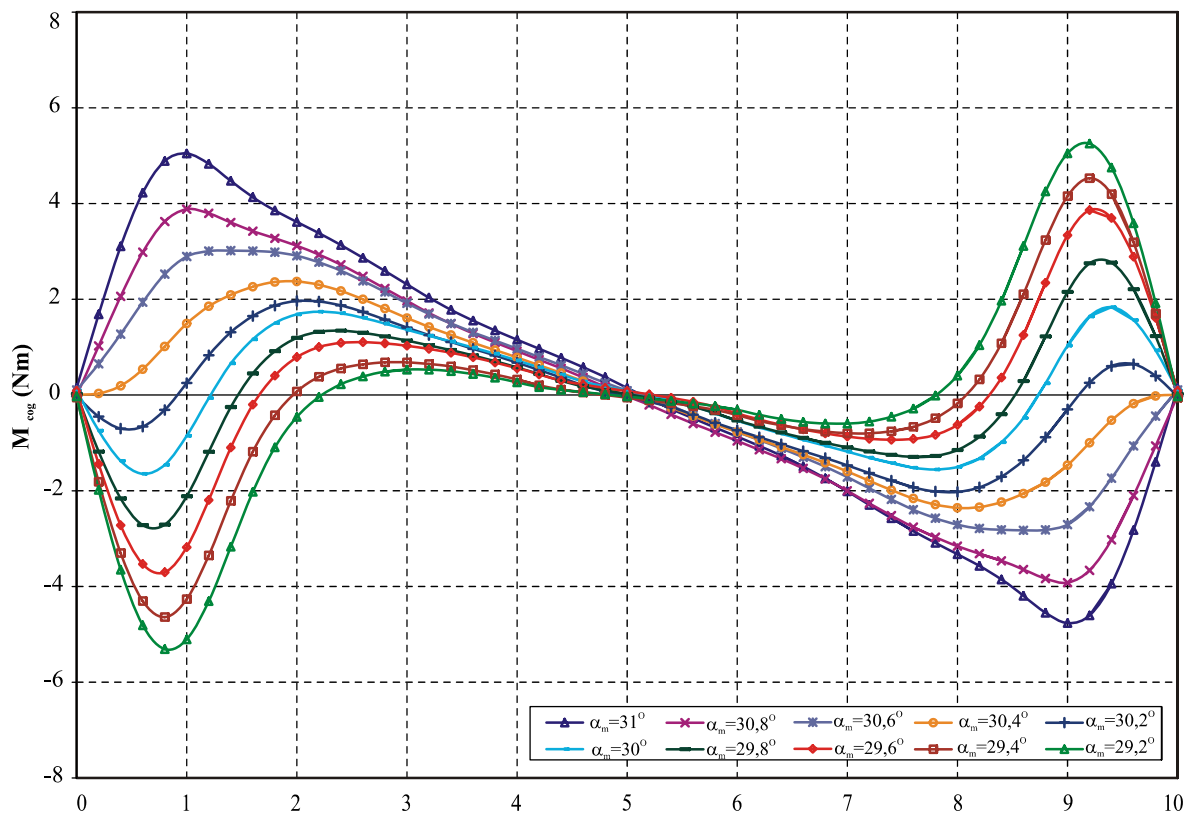
Slika 4.12 Izračunane maksimalne vrednosti samodržnega vrtilnega momenta  $M_{cog\ max}$  in srednje vrednosti vrtilnega momenta  $M_{sr}$  v odvisnosti od kota trajnega magneta  $\alpha_m$



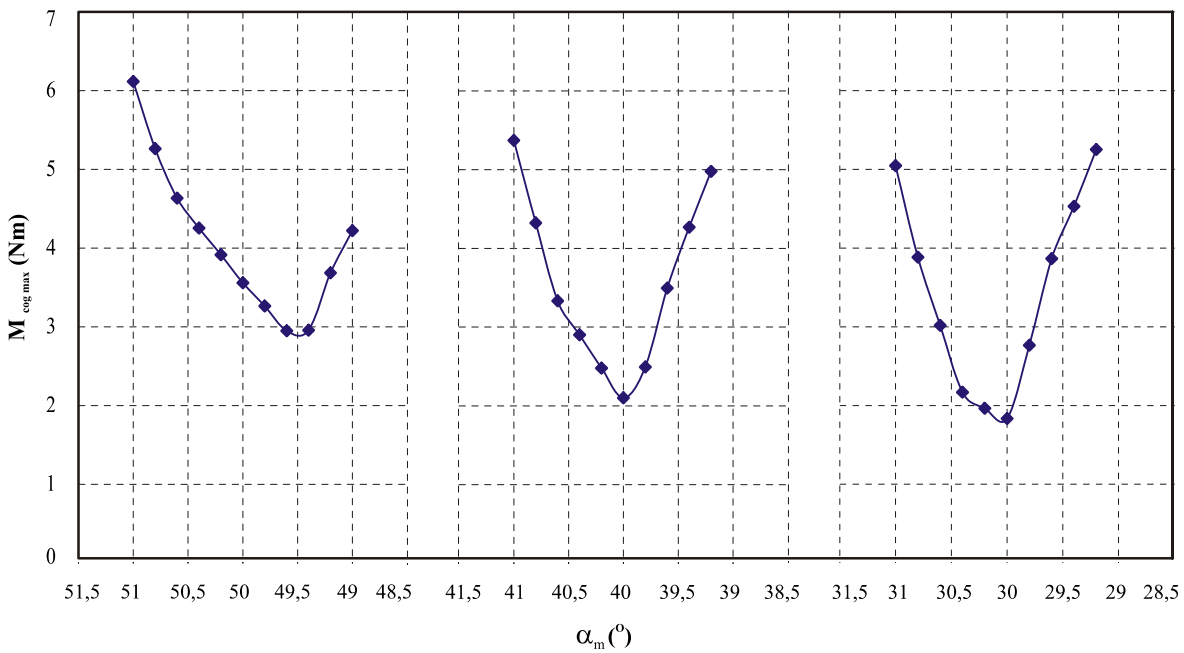
Slika 4.13 Izračunan samodržni vrtilni moment  $M_{cog}$  v odvisnosti od kota zasuka rotorja  $\alpha$  za lok trajnega magneta od  $\alpha_m=51^\circ$  do  $\alpha_m=49,2^\circ$



Slika 4.14 Izračunan samodržni vrtilni moment  $M_{cog}$  v odvisnosti od kota zasuka rotorja  $\alpha$  za lok trajnega magneta od  $\alpha_m=41^\circ$  do  $\alpha_m=39,2^\circ$



Slika 4.15 Izračunan samodržni vrtilni moment  $M_{cog}$  v odvisnosti od kota zasuka rotorja  $\alpha$  za lok trajnega magneta od  $\alpha_m=31^\circ$  do  $\alpha_m=29,2^\circ$



Slika 4.16 Izračunane maksimalne vrednosti samodržnega vrtilnega momenta  $M_{cog,max}$  v odvisnosti od kota trajnega magneta  $\alpha_m$  za  $\alpha_m=51^\circ$  do  $49,2^\circ$ ,  $\alpha_m=41^\circ$  do  $39,2^\circ$  in  $\alpha_m=31^\circ$  do  $29,2^\circ$

Koti trajnega magneta  $\alpha_m$ , kjer  $M_{cog,max}$  doseže najnižje vrednosti so  $\alpha_m=49,5^\circ$ ,  $\alpha_m=40^\circ$  in  $\alpha_m=30^\circ$ . Z upoštevanjem enačbe (4.7) pa bi morali biti enaki  $\alpha_m=50,85^\circ$ ,  $\alpha_m=40,68^\circ$  in  $\alpha_m=30,51^\circ$ . Razlika med koti trajnega magneta  $\alpha_m$  dobljenimi s pomočjo enačbe (4.7) in numerično določenimi koti trajnega magneta  $\alpha_m$  kaže na zahtevnost uporabe opisanega ukrepa za zmanjšanje amplitude samodržnega vrtilnega momenta. Vidimo tudi, da lahko že majhna sprememba kota trajnega magneta  $\alpha_m$  povzroči veliko povečanje  $M_{cog,max}$ .

V tabeli 4.1 je podan začetni kot  $\alpha_m=56^\circ$  in koti trajnega magneta  $\alpha_m$ , kjer  $M_{cog,max}$  doseže najnižje vrednosti s pripadajočimi vrednostmi srednjega vrtilnega momenta  $M_{sr}$ . Za primerjavo je izračunano razmerje med amplitudo samodržnega vrtilnega momenta  $M_{cog,max}$  in srednjo vrednostjo vrtilnega momenta  $M_{sr}$ . Če bi torej želeli izdelati motor z najmanjšim nivojem valovitosti vrtilnega momenta, bi morali izbrati konstrukcijo z  $\alpha_m=40^\circ$ . Tak motor pa bi dosegal za približno 10% nižji srednji vrtilni moment kot primerljiv motor z  $\alpha_m=56^\circ$ .

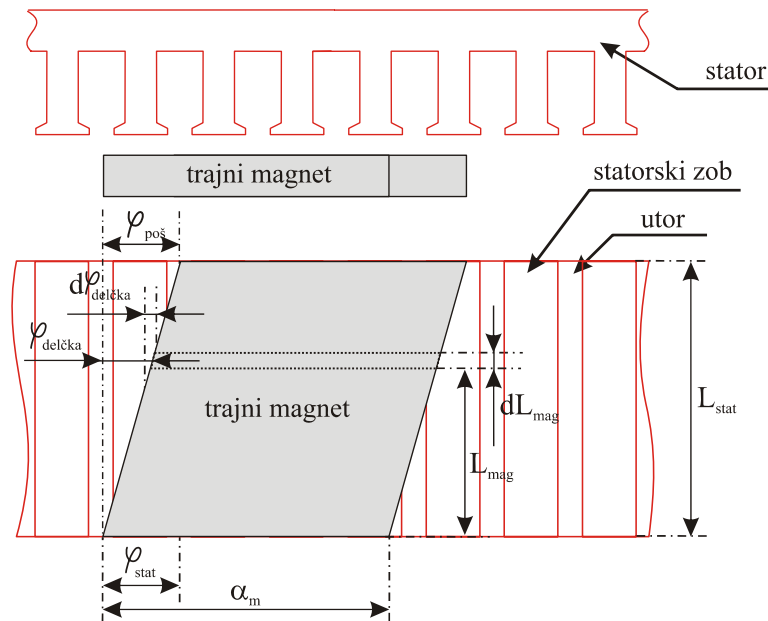
Tabela 4.1 Zbrani podatki o analizi kota trajnega magneta  $\alpha_m$

| $\alpha_m$ (°) | $M_{cog,max}$ (Nm) | $M_{sr}$ (Nm) | $M_{cog,max} / M_{sr}$ | $M_{sr} / M_{sr}(\alpha_m=56^\circ)$ |
|----------------|--------------------|---------------|------------------------|--------------------------------------|
| 56             | 4,42               | 25,0          | 0,1768                 | 1,00                                 |
| 49,5           | 2,95               | 24,5          | 0,1204                 | 0,98                                 |
| 40             | 2,10               | 22,4          | 0,0937                 | 0,89                                 |
| 30             | 1,83               | 18,6          | 0,0984                 | 0,74                                 |

#### 4.2.2 Poševni oziroma poševno magneteni trajni magneti

Poševljenje spada med največkrat uporabljene ukrepe za znižanje neželenega samodržnega vrtilnega momenta. Temelji na principu izničenja spremembe magnetne energije  $W_{mag}$  v odvisnosti od kota rotorja  $\alpha$ . To dosežemo s poševnim prednjim in zadnjim robom trajnih magnetov, gl. sliko 4.17. Za odpravo samodržnega vrtilnega momenta mora biti mehanski kot poševljenja magnetov  $\varphi_{poš}$  enak periodi samodržnega vrtilnega momenta [14].

$$\varphi_{poš} = \frac{1}{N_{cog}} \cdot \frac{2\pi}{N_{zob}} \quad (4.8)$$



Slika 4.17 Poševen trajni magnet

Za razumevanje principa delovanja si trajni magnet po širini statorja  $L_{stat}$  razdelimo na infinitezimalno majhne delčke  $dL_{mag}$ . Zaradi poševnosti magnetu zavzame vsak delček glede na stator drugačen položaj. Vsi delčki tako zavzamejo vse možne položaje. Zato je magnetna energija pod vsakim delčkom drugačna. Skupna magnetna energija pod celotnim magnetom pa je med vrtenjem neodvisna od položaja magnetu glede na stator.

Skupni samodržni vrtilni moment trajnega magnetu določimo kot vsoto prispevkov posameznih delčkov.

$$M_{mag} = \frac{1}{L_{stat}} \int_0^{L_{stat}} M_{delčka}(L_{mag}) dL_{mag} = \frac{1}{\varphi_{poš}} \int_0^{\varphi_{poš}} M_{delčka}(\varphi_{delčka}) d\varphi_{delčka} \quad (4.9)$$

Vrtilni moment posameznega delčka ima periodičen značaj (poglavje 4.2.1) in ga lahko zapišemo v obliki Fourierove vrste.

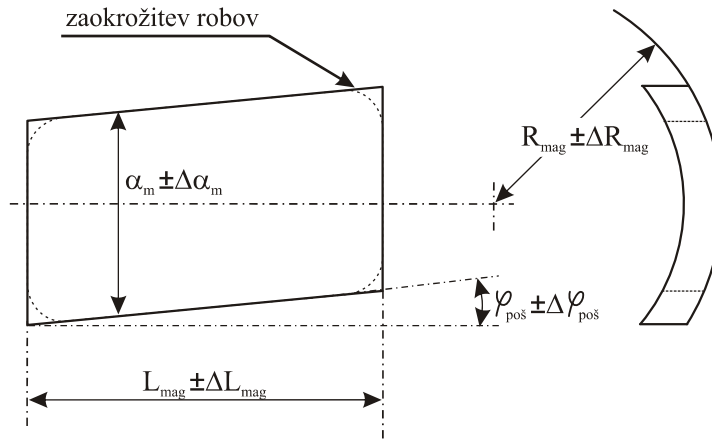
$$M_{delčka}(\varphi_{delčka}) = \sum_{n=1}^{\infty} M_n \cos(n \cdot N_{zob} \cdot \varphi_{delčka}) \quad (4.10)$$

Vsota prispevkov posameznih delčkov je z upoštevanjem enačbe (4.10) enaka nič [14].

$$M_{mag} = \frac{1}{\varphi_{poš}} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2\pi}{N_{cog} \cdot N_{zob}} \right) \int_0^{\varphi_{delčka}} M_n N_{cog} \cos(n \cdot N_{cog} \cdot N_{zob} \cdot \varphi_{delčka}) d\varphi_{delčka} = 0 \quad (4.11)$$

Mehanske tolerance in nesimetrije pri izdelavi motorja, pri čemer najbolj vplivajo tolerance poševnih trajnih magnetov, so vzrok, da s poševljenjem samodržnega vrtilnega momenta motorja ni mogoče popolnoma odpraviti [1, 14, 24]. Zaradi toleranc in zaokrožitve robov trajnih magnetov se namreč spremeni efektivni kot poševljenja.

Podraži se tudi izdelava rotorja, ker je poševne magnetne težje izdelati in so zato dražji. Poleg tega poševljenje povzroči zmanjšanje magnetnega pretoka skozi statorska navitja, kar pripelje do zmanjšanja vrednosti srednjega vrtilnega momenta. Zmanjša se tudi neželjeno nihanje elektromagnetnega vrtilnega momenta [15].



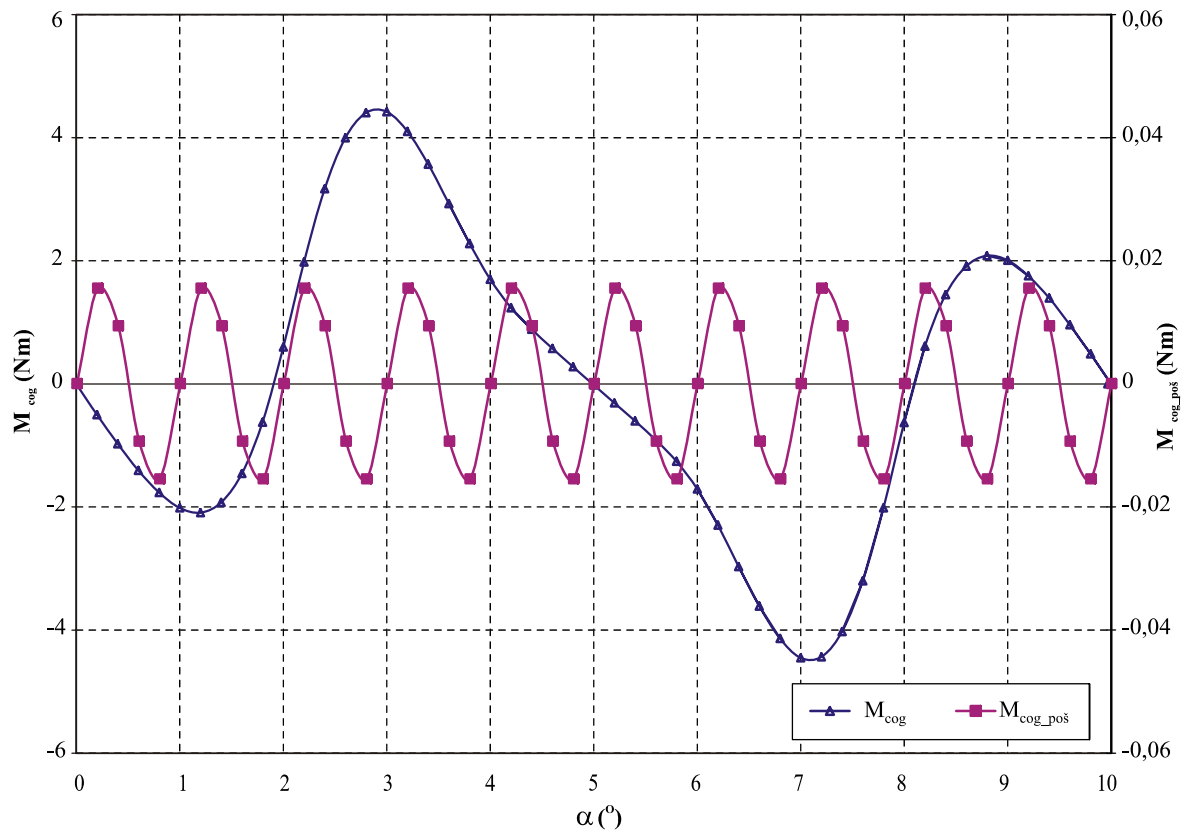
Slika 4.18 Poševen trajni magnet s tolerancami

Izračun samodržnega vrtilnega momenta pri poševljenih magnetih lahko numerično zajamemo samo s 3D MKE modelom. Če pa zanemarimo pretok magnetnega polja v aksialni smeri motorja, lahko ovrednotimo samodržni vrtilni moment poševljenih magnetov na osnovi 2D MKE analize. To storimo tako, da rezultate 2D MKE analize z uporabo trapezne integracijske formule povprečimo na območju kota poševljenja  $\varphi_{poš}$ .

$$M_{cog\_poš}(\alpha) = \frac{1}{n} \cdot \left[ \frac{M_{cog}(\alpha)}{2} + M_{cog}(\alpha + \gamma) + M_{cog}(\alpha + 2\gamma) + \dots + M_{cog}(\alpha + (n-1)\gamma) + \frac{M_{cog}(\alpha + \varphi_{poš})}{2} \right], \quad \gamma = \frac{\varphi_{poš}}{n} \quad (4.12)$$

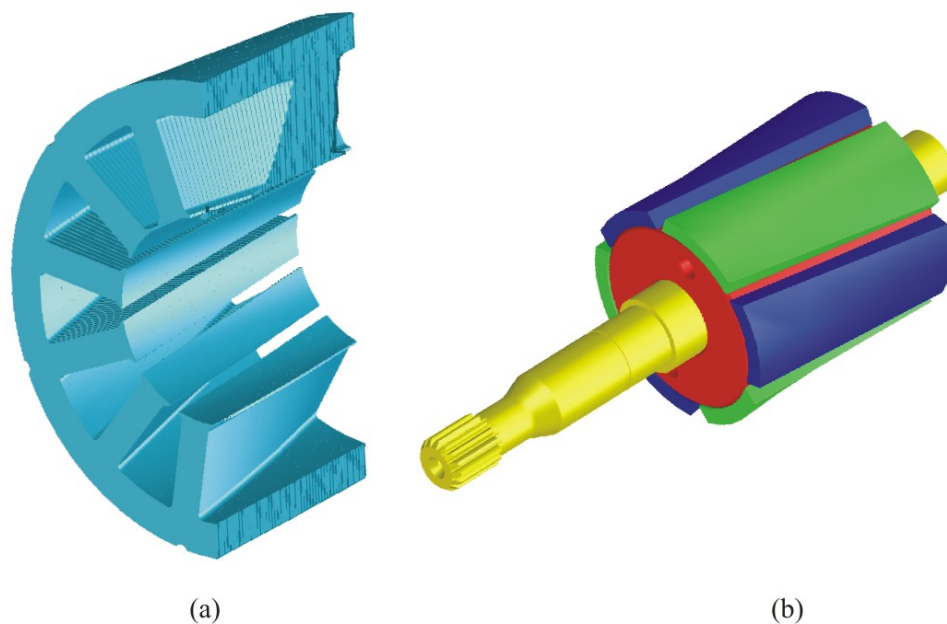
Za prikaz ovrednotenja samodržnega vrtilnega momenta poševljenih magnetov sem uporabil rezultate 2D analize izračuna iz poglavja 4.2.1. Kot trajnega magneta  $\alpha_m=56^\circ$ ,  $\varphi_{poš}=10^\circ$  in 10 delitev  $n$ . Iz rezultata prikazanega na sliki 4.19 vidimo, da s tako ovrednotenim poševljenjem upade amplituda izračunanega samodržnega vrtilnega momenta iz 4,4Nm na 0,018Nm.





Slika 4.19 Izračunan samodržni vrtilni moment  $M_{cog}$  v odvisnosti od kota zasuka rotorja  $\alpha$  za nepoševljen magnet ( $\alpha_m=56^\circ$ ) in ovrednoten samodržni vrtilni moment  $M_{cog\_pos}$  za  $n=10$  delitev

Druga varianta poševljenja je izvedba poševnega statorskega paketa, podobno kot je poševljen rotor asinhronskega motorja. Tudi ta rešitev prinese določene slabosti. Zaradi zmanjšanja koristnega preseka statorskih utorov in zaradi podaljšanja dolžine vodnikov se poveča ohmska upornost statorskega navitja. Povečanje upornosti je izrazito predvsem pri krajših statorjih z manjšim številom statorskih zob. Zahtevnejše je tudi vstavljanje statorskega navitja v uture.

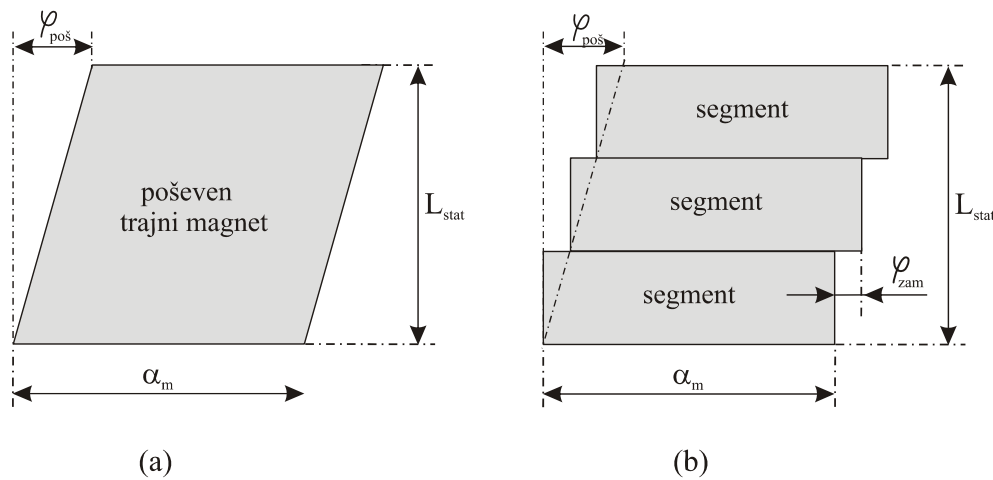


Slika 4.20 Variante izvedbe poševljenja: (a) poševljen statorski paket, (b) rotor s poševnimi trajnimi magneti

### 4.2.3 Stopničasto zamaknjeni segmenti trajnih magnetov

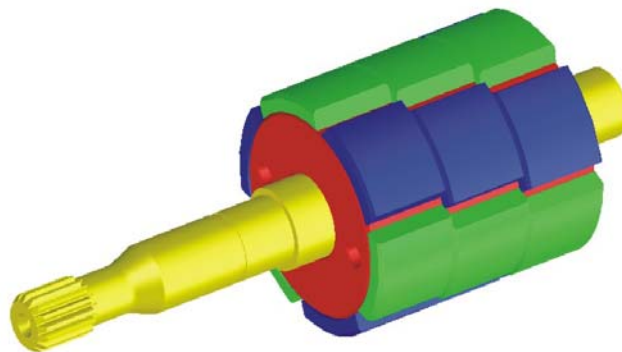
Glavna slabost poševnih trajnih magnetov je zapletena in dražja izdelava rotorja. Zato se za odpravo samodržnega vrtilnega momenta namesto enega poševno oblikovanega magneta lahko uporabi več (običajno od 3 do 6) segmentov trajnih magnetov, ki so med seboj zamaknjeni za mehanski kot  $\varphi_{zam}$ . Optimalen skupni zamik vseh segmentov je enak kotu poševljenja magnetov  $\varphi_{poš}$  [14], gl. sliko 4.21. Če z  $N_{seg}$  označimo število segmentov, je kot zamika  $\varphi_{zam}$  enak:

$$\varphi_{zam} = \frac{\varphi_{poš}}{N_{seg}}. \quad (4.13)$$



Slika 4.21 (a) poševen trajni magnet, (b) trajni magnet sestavljen iz segmentov

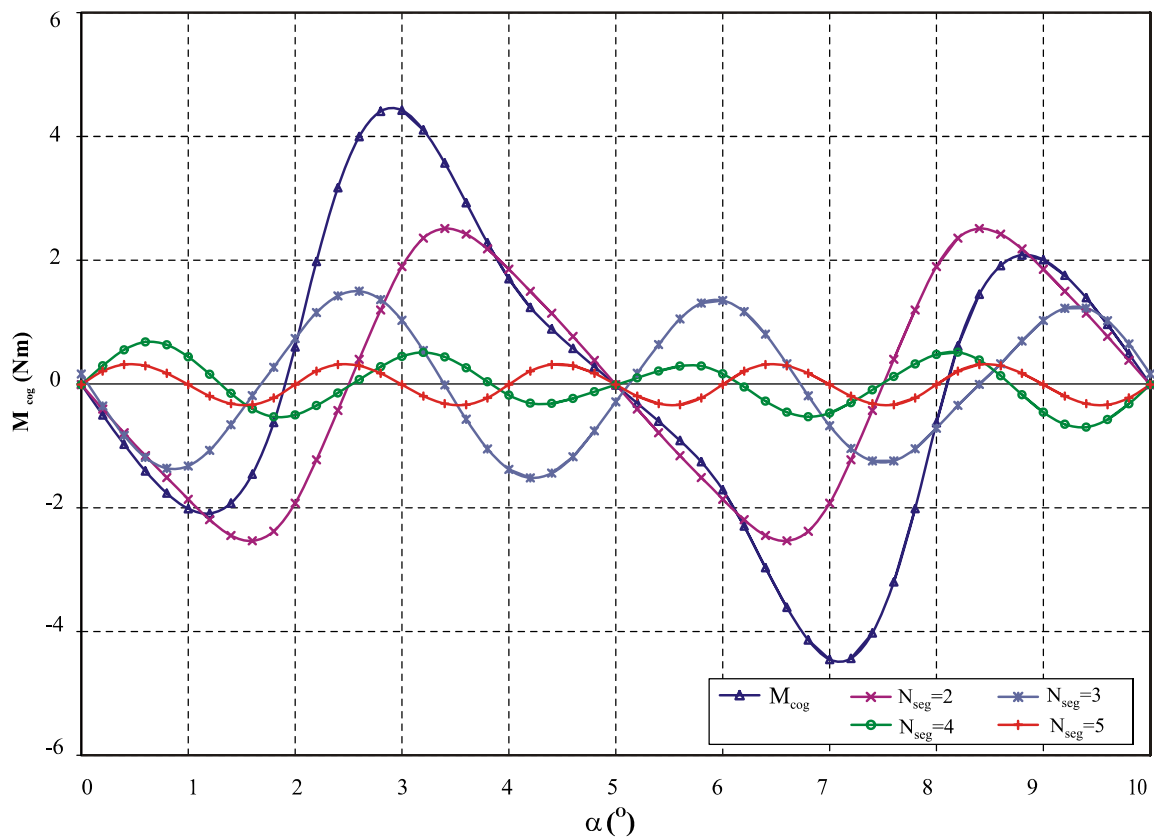
Število segmentov  $N_{seg}$  vpliva na spekter harmonskih komponent samodržnega vrtilnega momenta. Iz enačbe 4.11 razločimo, da bodo v spektru samodržnega vrtilnega momenta ostale samo harmonske komponente, ki so večkratniki števila segmentov  $N_{seg}$  [14]. Trditev sem potrdil z izračunom za število segmentov  $N_{seg} = 1$  do 5. Za osnovni potek samodržnega vrtilnega momenta ( $N_{seg}=1$ ) sem uporabil rezultate 2D analize pri kotu trajnega magneta  $\alpha_m=56^\circ$  (poglavje 4.2.1).



Slika 4.22 Rotor s stopničasto zamaknjenimi segmenti trajnih magnetov

Vidimo, da amplituda samodržnega vrtilnega momenta z večanjem števila segmentov upada. Iz začetne vrednosti  $M_{cog\ max}=4,4\text{Nm}$  je za 2 segmenta upadla na vrednost  $2,5\text{Nm}$ , za tri segmente na  $1,5\text{Nm}$ , za 4 segmente na vrednost  $0,67\text{Nm}$ , za 5 segmentov pa znaša amplituda izračunanega samodržnega vrtilnega momenta le še  $0,30\text{Nm}$ . Hkrati se število period samodržnega vrtilnega momenta  $N_{cog}$  povečuje in je enako številu segmentov  $N_{seg}$ , gl. sliko 4.23.

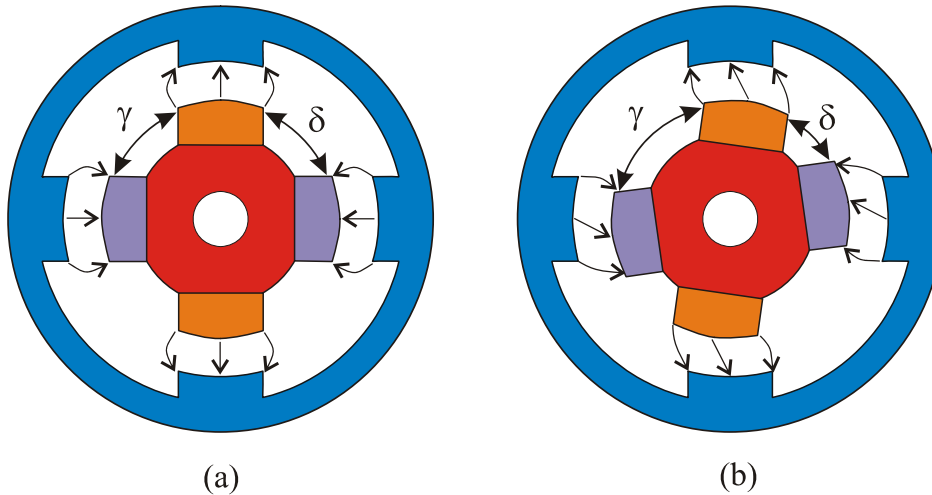
Število uporabljenih segmentov je predvsem odvisno od velikosti motorja, potrebnega znižanja samodržnega vrtilnega momenta in cenovne sprejmljivosti. Običajno je v manjših motorjih število segmentov manjše.



Slika 4.23 Izračunan samodržni vrtilni moment  $M_{cog}$  za različno število segmentov trajnega magneta,  $\alpha_m=56^\circ$

#### 4.2.4 Zamik magnetnih polov

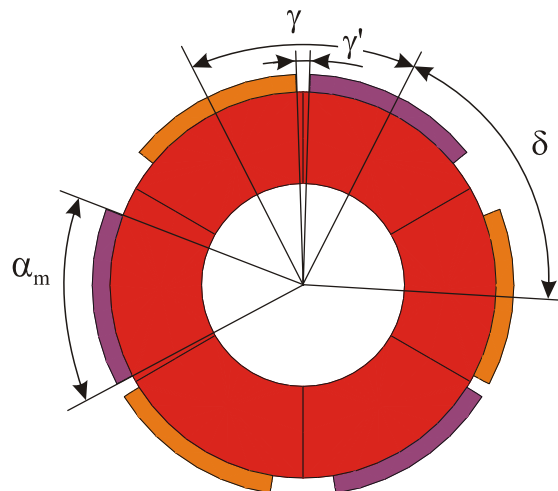
Z zamikom enega ali več polovih parov na rotorju ustvarimo zamik stabilne lege posameznih magnetov. S tem vplivamo na samodržni vrtilni moment, vendar se lahko nekoliko zniža tudi komponenta elektromagnetnega vrtilnega momenta. Princip delovanja ukrepa je prikazan na sliki 4.24.



Slika 4.24 Postavitve magnetnih polov na rotorju: (a) osnovna – simetrična postavitev magnetov ( $\gamma = \delta$ ), (b) primer zamika magnetov ( $\gamma \neq \delta$ )

V osnovnem primeru, ko so magnetni poli na rotorju simetrično razporejeni, gl. sliko 4.24a, se tangencialne privlačne sile pojavijo na vseh magnetnih polih hkrati in se izrazijo kot nezaželen samodržni vrtilni moment. S tem konstrukcijskim ukrepom pa želimo magnetne pole postaviti tako, da dosežemo medsebojno izničenje samodržnih vrtilnih momentov, ki jih povzročijo posamezni magneti na rotorju.

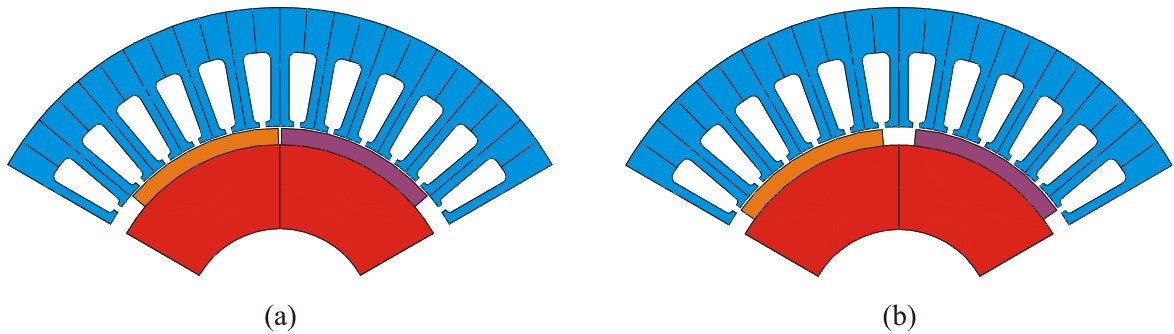
Raziskavo vpliva zamikov magnetnih polov na rotorju sem opravil s pomočjo dopoljenega 2D MKE modela iz poglavja 2.4.1, kjer sem poleg loka trajnega magneta  $\alpha_m$  spreminjal tudi kot  $\gamma$  in tako spreminjal položaj magnetov.



Slika 4.25 Zamik magnetnih polov na rotorju v dopoljenem 2D MKE modelu

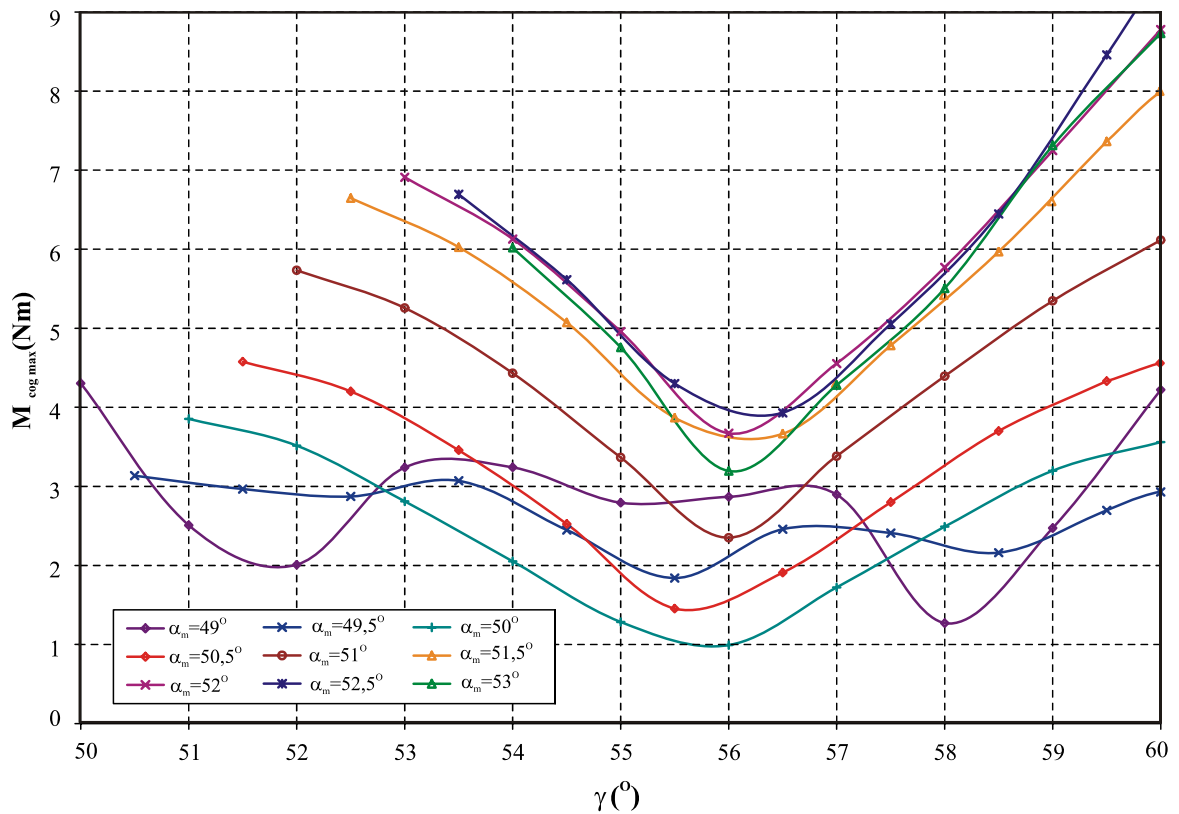
Za začetek analize sem lok trajnega magneta  $\alpha_m$  nastavljal od kota  $\alpha_m=53^\circ$  do  $\alpha_m=49^\circ$  v korakih po  $0,5^\circ$  in tako zajel področje, kjer samodržni vrtilni moment simetrično razporejenih magnetnih polov doseže lokalno minimalno in maksimalno vrednost, gl. sliko 4.12. Začetno vrednost kota  $\gamma$  sem nastavljal tako, da je bil kot med segmenti  $\gamma'$  vedno  $1^\circ$ . Vrednost kota  $\gamma$  sem nato večal v korakih po  $1^\circ$ , slika 4.25. Oba skrajna položaja trajnih magnetov sta prikazana na sliki 4.26.

Med izračunom poteka samodržnega vrtilnega momenta  $M_{cog}$  sem rotor za kot ene statorske delitve  $\varphi_{stat}=10^\circ$  zavrtil v ekvidistantnih korakih po  $0,2^\circ$ .



Slika 4.26 Zamik magnetnih polov na rotorju v dopoljenem 2D MKE modelu: (a) skrajno zamaknjena trajna magneta, (b) simetrično postavljena trajna magneta

Izračunane vrednosti  $M_{cog\ max}$  v odvisnosti od kota  $\gamma$  za vrednosti kota trajnega magneta  $\alpha_m=53^\circ$  do  $\alpha_m=49^\circ$  so zbrane na sliki 4.27. Opazen je vpliv kota trajnega magneta  $\alpha_m$ , na velikost samodržnega vrtilnega momenta, saj je le-ta najmanjši za  $\alpha_m=50^\circ$ . Minimalne vrednosti samodržnega vrtilnega momenta se večinoma pojavljajo pri vrednosti kota  $\gamma$  okrog  $56^\circ$  in so dvakrat do trikrat manjše kot pri simetrično razporejenih trajnih magnetih ( $\gamma=60^\circ$ ). Potek vrednosti  $M_{cog\ max}$  za  $\alpha_m=49,5^\circ$  pa ima minimalno vrednost pri  $\gamma=58^\circ$ .



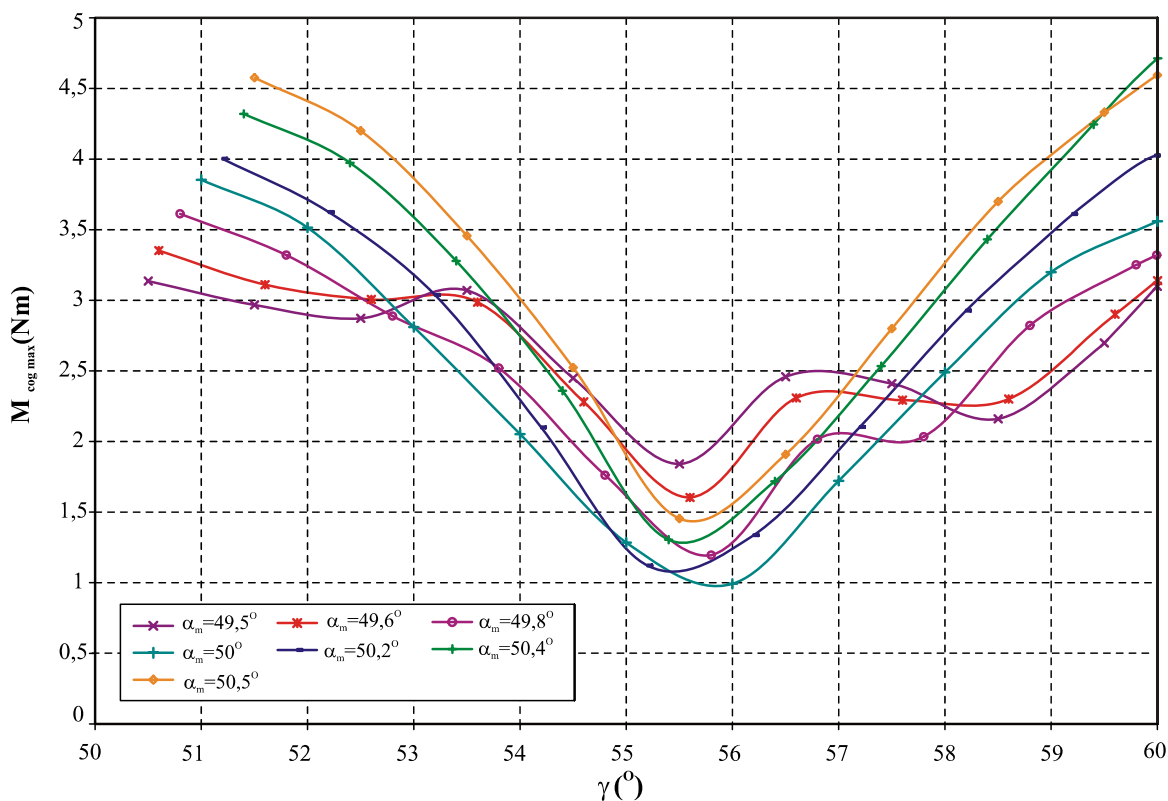
Slika 4.27 Izračunane maksimalne vrednosti samodržnega vrtilnega momenta  $M_{cog\ max}$  v odvisnosti od kota  $\gamma$  za loke trajnega magneta od  $\alpha_m=53^\circ$  do  $\alpha_m=49^\circ$

Ker je korak spreminjanja kota  $\alpha_m$  relativno velik, sem opravil dodatne izračune za območje  $\alpha_m=50,4^\circ$  do  $\alpha_m=49,6^\circ$ , in kot trajnega magneta  $\alpha_m$  nastavljal v korakih po  $0,2^\circ$ . Izračuni so pokazali, da najmanjši samodržni vrtilni moment dosežemo prav pri zamiku magnetov za kot  $\gamma=56^\circ$  in kotu trajnega magneta  $\alpha_m=50^\circ$ , gl. sliko 4.28.

Za primerjavo izračunanih vrednosti samodržnega vrtilnega momenta pri zamiku magnetov sem podatke zbral v tabeli 4.2. Z ustrežno kombinacijo zamika magnetnih polov in kota  $\alpha_m$  znaša razmerje med amplitudo samodržnega vrtilnega momenta  $M_{cog\ max}$  in srednjo vrednostjo vrtilnega momenta  $M_{sr}$  le še 4%. Pomembno je tudi dejstvo, da se srednji vrtilni moment  $M_{sr}$  zaradi zamika magnetnih polov ni zmanjšal.

Tabela 4.2 Zbrani podatki o analizi zamika trajnih magnetov

| $\alpha_m$ ( $^\circ$ ) | $\gamma$ ( $^\circ$ ) | $M_{cog\ max}$ (Nm) | $M_{sr}$ (Nm) | $M_{cog\ max} / M_{sr}$ | $M_{sr} / M_{sr} (\alpha_m=56^\circ, \gamma=60^\circ)$ |
|-------------------------|-----------------------|---------------------|---------------|-------------------------|--|
| 56                      | 60                    | 4,42                | 25,0          | 0,1768                  | 1,00   |
| 50                      | 60                    | 3,56                | 24,5          | 0,145                   | 0,98   |
| 49,5                    | 60                    | 2,95                | 24,5          | 0,1204                  | 0,98   |
| 50                      | 56                    | 0,99                | 24,5          | 0,0404                  | 0,98   |

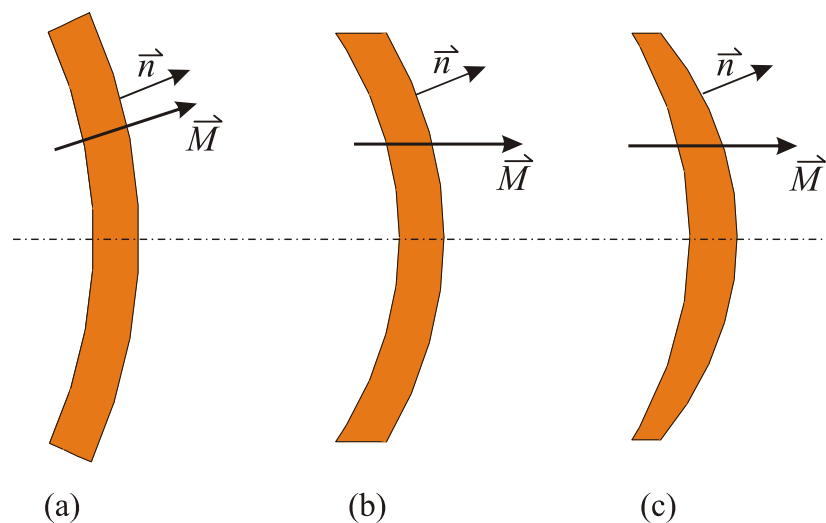


Slika 4.28 Izračunane maksimalne vrednosti samodržnega vrtilnega momenta  $M_{cog\ max}$  v odvisnosti od kota  $\gamma$  za loke trajnega magneta od  $\alpha_m=50,5^\circ$  do  $\alpha_m=49,5^\circ$

#### 4.2.5 Smer magnetizacije ter oblika trajnih magnetov

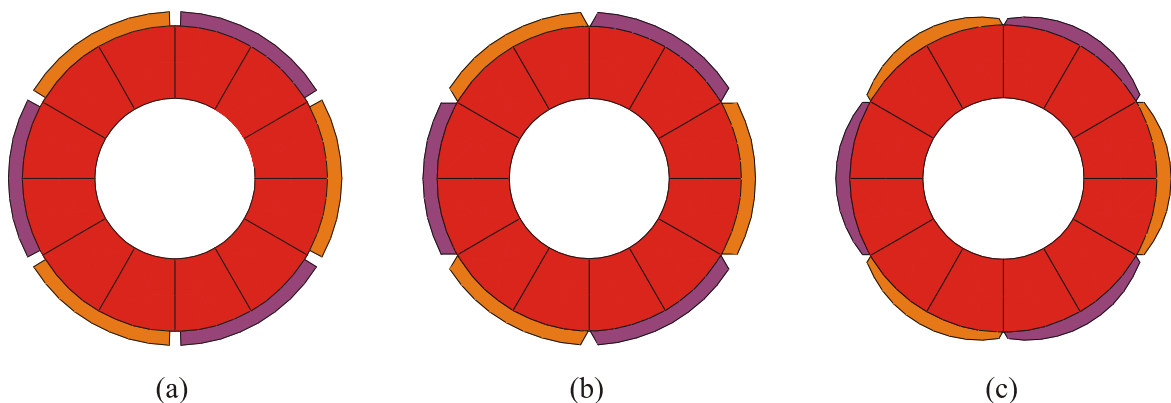
Smer magnetizacije  $\vec{M}$  in oblika trajnih magnetov vplivata na porazdelitev gostote magnetnega pretoka  $B$  v zračni reži. To pa se izraža na velikosti samodržnega vrtilnega momenta, vsebnosti višjih harmonskih komponent faznih induciranih napetosti in nasičenju magnetnega kroga.

Trajni magneti klasične oblike so običajno namagneteni v radialni smeri, gl. sliko 4.29a. Za zmanjšanje neželenega samodržnega vrtilnega momenta pa uporabimo magnete s paralelno magnetizacijo, prikazane na sliki 4.29b. Uporablja se tudi lečasto oblikovane magnete s paralelno magnetizacijo, gl. sliko 4.29c.



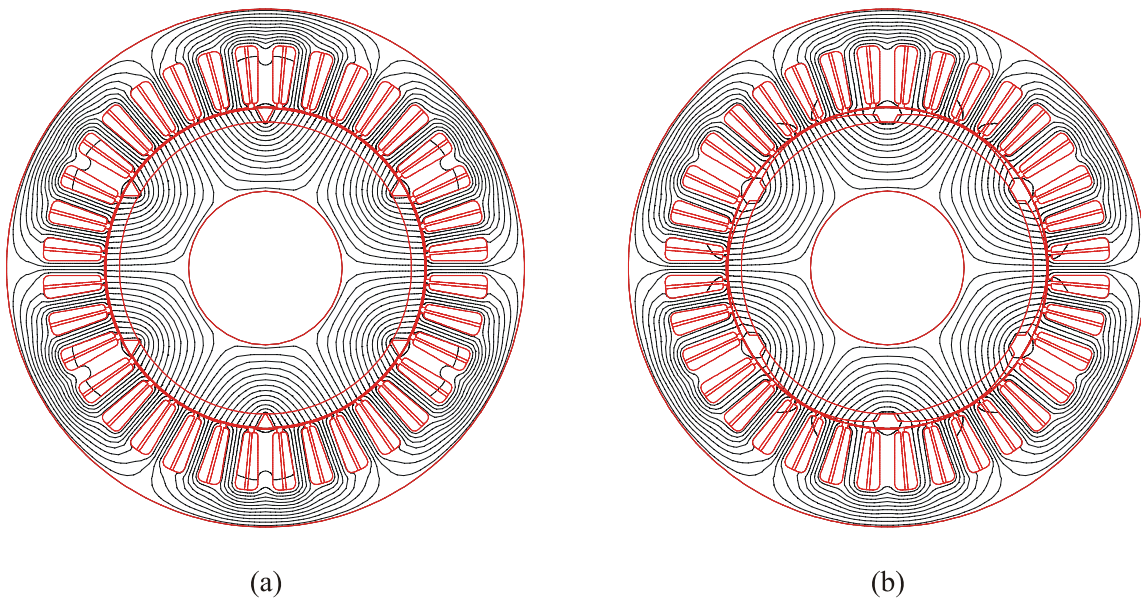
Slika 4.29 Različne oblike in smeri magnetizacije trajnih magnetov: (a) radialno magneten trajni magnet klasične oblike, (b) paralelno magneten trajni magnet z vzporednimi stranicami, (c) paralelno magneten trajni magnet lečaste oblike

Za raziskavo vpliva smeri magnetizacije in oblike trajnih magnetov na velikost samodržnega vrtilnega momenta sem pripravil še dva 2D MKE modela. Rotorji vseh treh modelov z različnimi oblikami trajnih magnetov so prikazani na sliki 4.30.



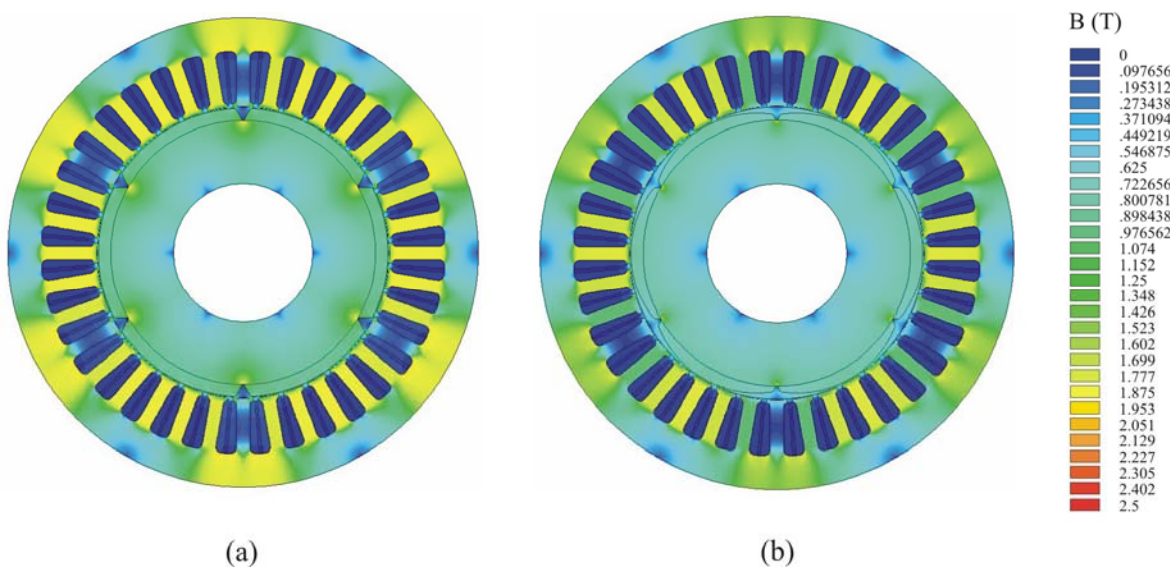
Slika 4.30 Rotorji z različnimi oblikami trajnih magnetov: (a) rotor z magneti klasične oblike, (b) rotor z magneti z vzporednimi stranicami, (c) rotor z magneti lečaste oblike

Paralelno smer magnetizacije trajnih magnetov lahko opazujemo na sliki 4.31. Vidimo, da so silnice magnetnega polja v trajnih magnetih vzporedne. Zanimiva je primerjava silnic z radialno magnetenimi trajnimi magneti, ki so prikazani na sliki 4.6 v poglavju 4.2.1.



Slika 4.31 Porazdelitev silnic magnetnega polja: (a) paralelno magneteni trajni magneti z vzporednimi stranicami, (b) paralelno magneteni trajni magneti lečaste oblike

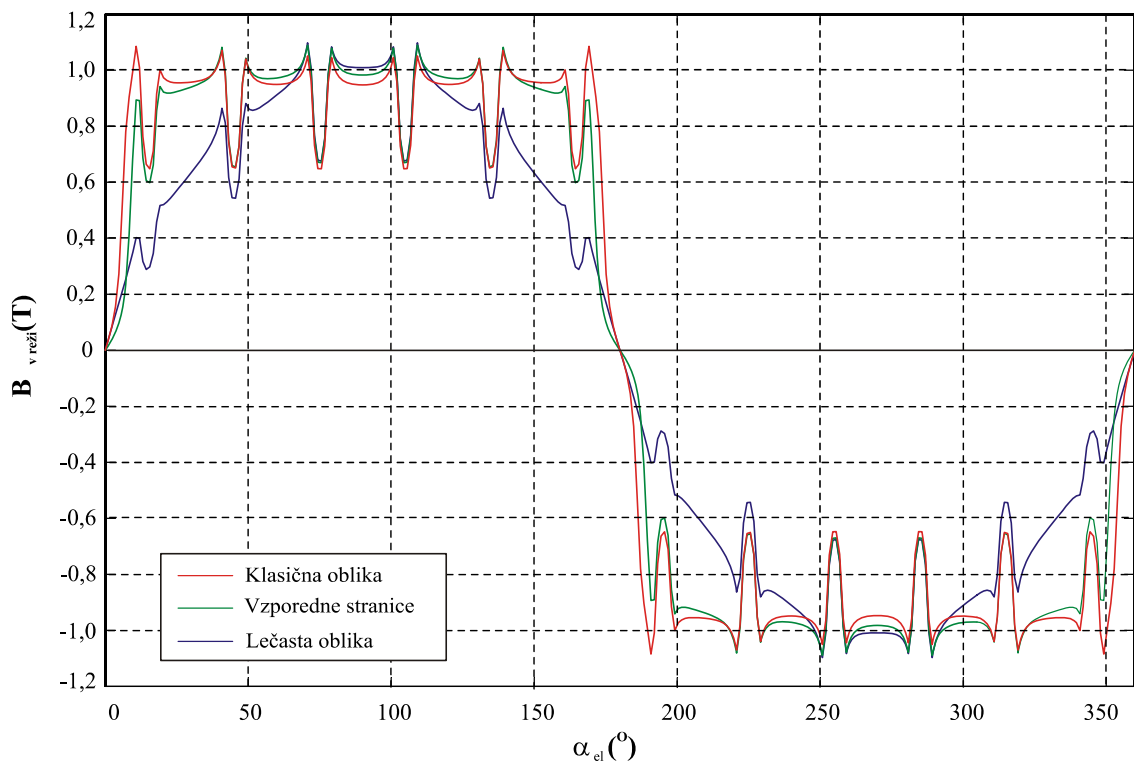
Porazdelitev gostote magnetnega pretoka  $B$  za oba MKE modela motorja s paralelno magnetizacijo trajnih magnetov je prikazana na sliki 4.32. V motorju s trajnimi magneti lečaste oblike je gostota magnetnega pretoka nekoliko nižja kot v motorju z magneti klasične oblike. Zaradi slabše magnetne izkoriščenosti stroja je zato pričakovana nekoliko nižja srednja vrednost vrtilnega momenta.



Slika 4.32 Porazdelitev gostote magnetnega pretoka  $B$ : (a) paralelno magneteni trajni magneti z vzporednimi stranicami, (b) paralelno magneteni trajni magneti lečaste oblike



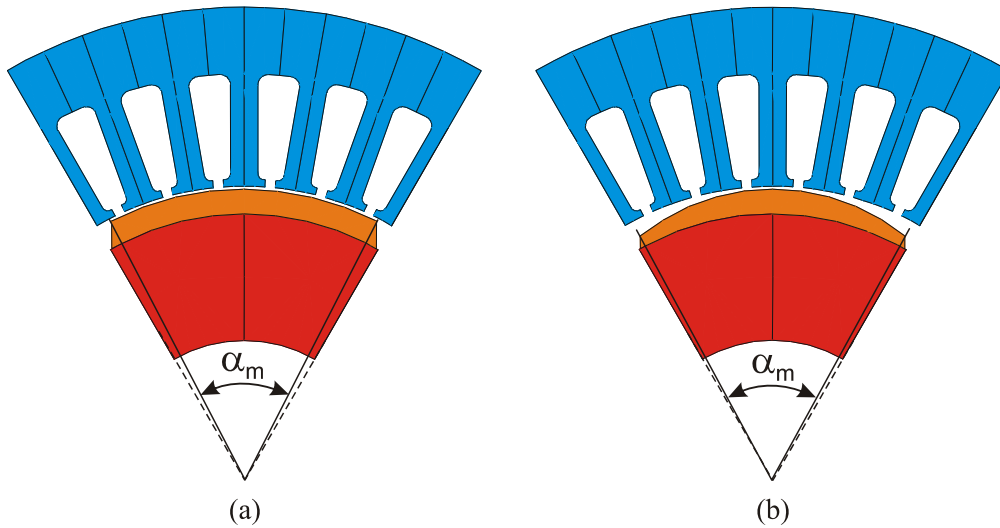
Za vse tri oblike trajnih magnetov sem opazoval porazdelitev gostote magnetnega pretoka  $B$  v zračni reži pod enim polovim parom. V motorju s klasično obliko trajnih magnetov in motorju z magneti z vzporednimi stranicami je razporeditev gostote magnetnega pretoka skoraj enaka. Opazimo le nekoliko nižjo gostoto ob prednjem in zadnjem robu trajnega magneta v primeru, ko uporabimo magnetne z vzporednimi stranicami. Veliko spremembo porazdelitve gostote magnetnega pretoka opazimo pri magnetih lečaste oblike. Z njimi v zračni reži dosežemo porazdelitev, ki je najbližje sinusni porazdelitvi, gl. sliko 4.33. Podobno lečastim magnetom so oblikovani tudi polovi čevlji sinhronskih strojev.



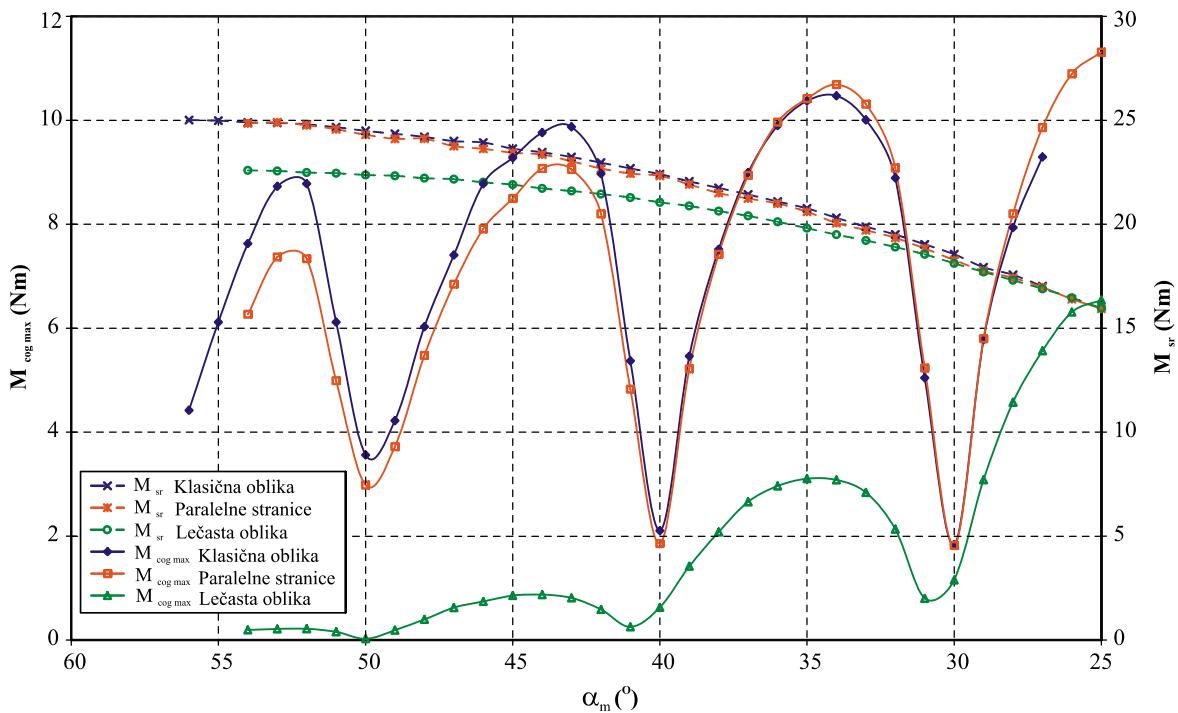
Slika 4.33 Gostota magnetnega pretoka  $B$  zračni reži pod enim polovim parom za različne oblike trajnih magnetov

Analizo vpliva oblike in smeri magnetizacije trajnih magnetov sem tokrat opravil tako, da sem kot trajnega magneta  $\alpha_m$  v obeh dodatnih MKE modelih manjšal od izbranega začetnega kota  $\alpha_m=54^\circ$  do končnega kota  $\alpha_m=25^\circ$  v korakih po  $1^\circ$ . Kot trajnega magneta  $\alpha_m$  za obe dodatni obliki trajnih magnetov je označen na sliki 4.34.

Za izračun poteka samodržnega vrtilnega momenta  $M_{cog}$  sem rotor za kot ene statorske delitve  $\varphi_{star}=10^\circ$  zavrtel v ekvidistantnih korakih po  $0,2^\circ$ . Izračunane vrednosti sem zbral na sliki 4.35, kjer so prikazane maksimalne vrednosti samodržnega vrtilnega momenta  $M_{cog\ max}$  in srednje vrednosti vrtilnega momenta  $M_{sr}$  v odvisnosti od kota  $\alpha_m$  za vse tri oblike trajnih magnetov.



Slika 4.34 Segmenta MKE modelov s spremenjeno obliko trajnih magnetov in označenim kotom trajnega magnetu  $\alpha_m$ :  
(a) trajni magnet z vzporednimi stranicami, (b) trajni magnet lečaste oblike



Slika 4.35 Izračunane maksimalne vrednosti samodržnega vrtilnega momenta  $M_{cog\ max}$  in srednje vrednosti vrtilnega momenta  $M_{sr}$  v odvisnosti od kota trajnega magnetu  $\alpha_m$  za vse tri oblike trajnih magnetov

Iz rezultatov vidimo, da z uporabo magnetov s paralelno magnetizacijo dejansko lahko znižamo velikost samodržnega vrtilnega momenta. Pri magnetih z vzporednimi stranicami je v primerjavi z magneti klasične oblike vrednost  $M_{cog\ max}$  pri  $\alpha_m=50^\circ$  upadel za 16%, hkrati se je srednji vrtilni moment zmanjšal za približno 3%. Z magneti lečaste oblike bi samodržni vrtilni moment pri  $\alpha_m=50^\circ$  upadel praktično na vrednost nič, srednji vrtilni moment pa bi se zmanjšal za približno 9%. Za lažjo primerjavo izračunov so rezultati zbrani v tabeli 4.3.

Tabela 4.3 Zbrani podatki o analizi vpliva oblike in smeri magnetizacije trajnih magnetov

|  | Magneti klasične oblike | Magneti z vzporednimi stranicami | Magneti lečaste oblike |
|--|-------------------------|----------------------------------|------------------------|
| $M_{cog\ max} (\alpha_m = 50^\circ)$ (Nm)          | 3,55                    | 2,98                             | 0,024                  |
| $M_{sr} (\alpha_m = 50^\circ)$ (Nm)                | 24,5                    | 24,3                             | 22,4                   |
| $M_{cog\ max} / M_{sr} (\alpha_m = 50^\circ)$      | 0,1449                  | 0,1226                           | 0,0011                 |
| $M_{sr} / M_{sr\ kl.\ obl.} (\alpha_m = 54^\circ)$ | 0,98                    | 0,97                             | 0,89                   |

#### 4.2.6 Pregled konstrukcijskih ukrepov na rotorju

Našteti in opisani konstrukcijski ukrepi na rotorju za zmanjšanje samodržnega vrtilnega momenta so se izkazali kot zelo učinkoviti. Teoretično lahko naprimer z uporabo poševnih trajnih magnetov samodržni vrtilni moment celo popolnoma odpravimo, gl. poglavje 4.2.2. V praksi pa najboljše rezultate dosežemo z ustrezno kombinacijo različnih ukrepov. Poleg tega uporaba ukrepov na rotorju ne povzroči večjega dviga stroškov in zapletov pri tehnološki izdelavi motorja. Nekoliko dražji so le poševni in lečasto oblikovani trajni magneti, ker jih je težje natančno izdelati.

Za medsebojno primerjavo in pregled posameznih ukrepov in kombinacij so v tabeli 4.4 zbrani glavni rezultati izračunov. Podani so tudi rezultati izračunov izhodiščnega modela motorja s slike 4.4.

Tabela 4.4 Zbrani podatki o konstrukcijskih ukrepih na rotorju

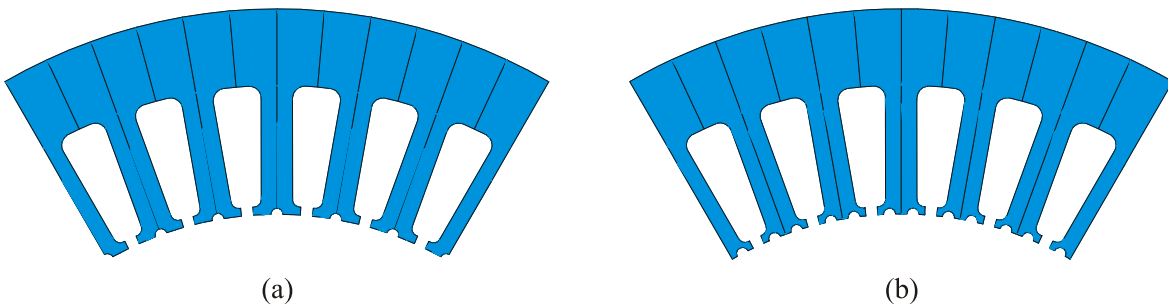
|  | $M_{cog\ max}$ (Nm) | $M_{sr}$ (Nm) | $M_{cog\ max} / M_{sr}$ | $M_{sr} / M_{sr\ izhodiščni\ model}$ |
|--|---------------------|---------------|-------------------------|--------------------------------------|
| <i>Izhodiščni model</i> ( $\alpha_m = 56^\circ$ )                            | 4,42                | 25,0          | 0,1768                  | 1,00                                 |
| <i>Optimalni</i> $\alpha_m$ ( $\alpha_m = 40^\circ$ )                        | 2,10                | 22,4          | 0,0937                  | 0,89                                 |
| <i>Poševljenje</i>   | teoretično 0        | 23,2          | teoretično 0            | 0,93                                 |
| <i>Zamik segmentov</i>   | <i>2 segmenta</i>   | 2,48          | 23,2                    | 0,1068                               |
|  | <i>3 segmenti</i>   | 1,49          | 23,2                    | 0,0642                               |
|  | <i>4 segmenti</i>   | 0,67          | 23,2                    | 0,0289                               |
|  | <i>5 segmentov</i>  | 0,30          | 23,2                    | 0,0129                               |
| <i>Zamik magnetnih polov</i><br>( $\alpha_m = 56^\circ, \gamma = 50^\circ$ ) | 0,99                | 24,5          | 0,0404                  | 0,98                                 |
| <i>Magneti z vzp. stranicami</i>   | 2,98                | 24,3          | 0,1226                  | 0,97                                 |
| <i>Magneti lečaste oblike</i>  | 0,024               | 22,4          | 0,0011                  | 0,89                                 |

## 4.3 Ukrepi na statorju

### 4.3.1 Dodatne zarezke v statorskih zobeh

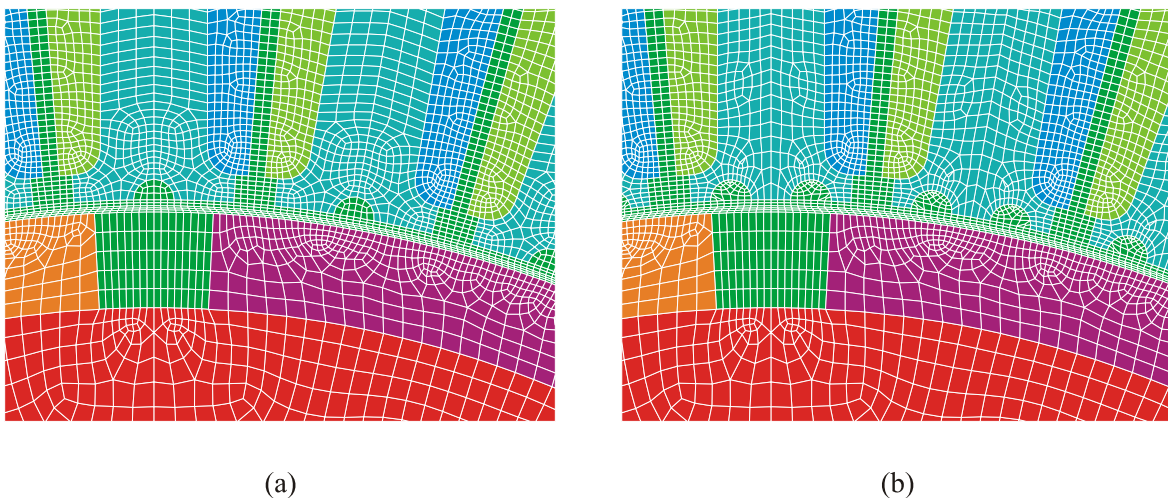
Z vnosom dodatnih zarez v čelo statorskih zob navidezno povečamo število zob. Poveča se število interakcij prednjega in zadnjega roba trajnega magneta s statorskimi zobmi, kar se izrazi kot povečano število period samodržnega vrtilnega momenta  $N_{cog}$ , gl. enačbo (2.24). Pri večjemu številu period pa se skupni samodržni vrtilni moment zmanjša, gl. poglavje 2.6.1 [14, 24].

Za analizo vnosa dodatnih zarez v čelo statorskih zob sem pripravil dva MKE modela z zarezami polkrožne oblike. Prvi model ima eno zarezo ( $N_{zar}=1$ ) in drugi dve zarezki ( $N_{zar}=2$ ), gl. sliko 4.36.

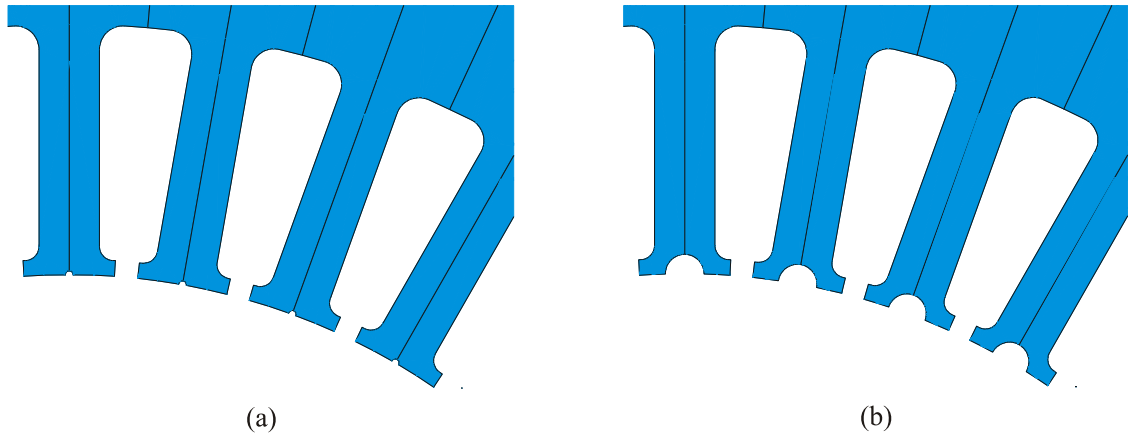


Slika 4.36 Segment statorja 2D MKE modela z dodatnimi zarezami v statorskih zobeh:  
(a) ena zareza,  $N_{zar}=1$ , (b) dve zarezki,  $N_{zar}=2$

Posebno pozornost pri gradnji MKE modelov sem namenil mreženju dodatnih zarez, ki poteka avtomatično in se prilagaja polmeru zarez. Detajl mreženja v obeh modelih je prikazan na sliki 4.37.

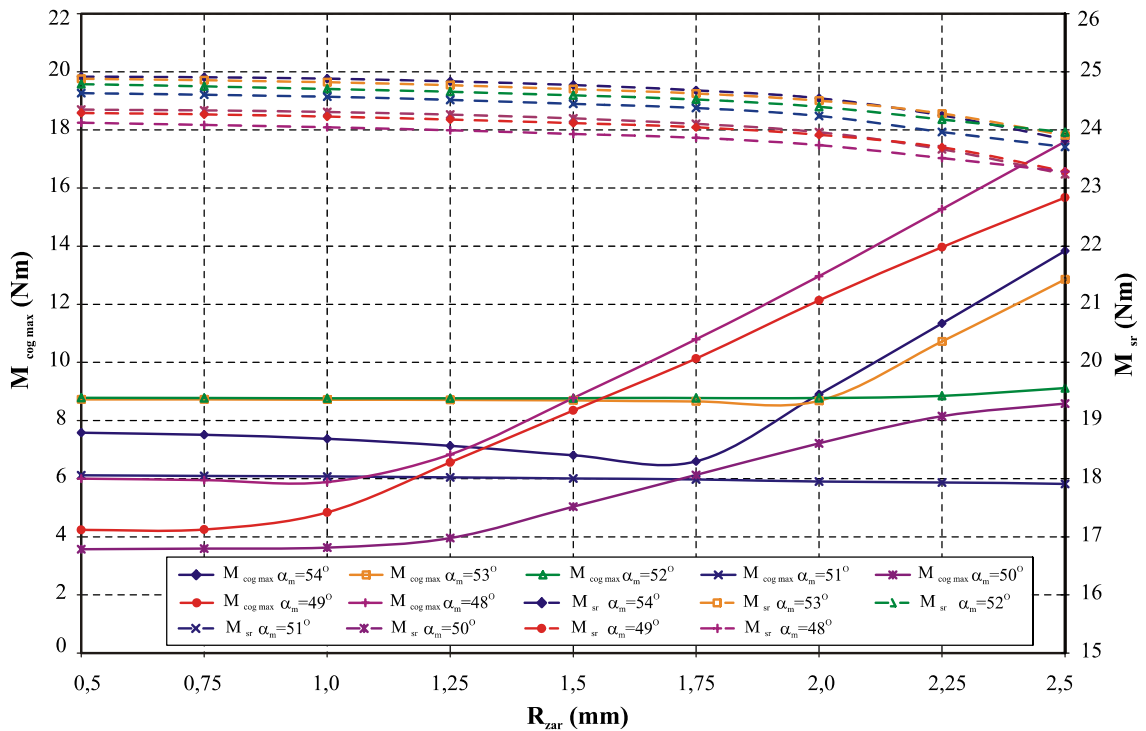


Slika 4.37 Detajl zračne reže MKE modela z dodatnimi zarezami v statorskih zobeh:  
(a) ena zareza,  $N_{zar}=1$ , (b) dve zarezki,  $N_{zar}=2$

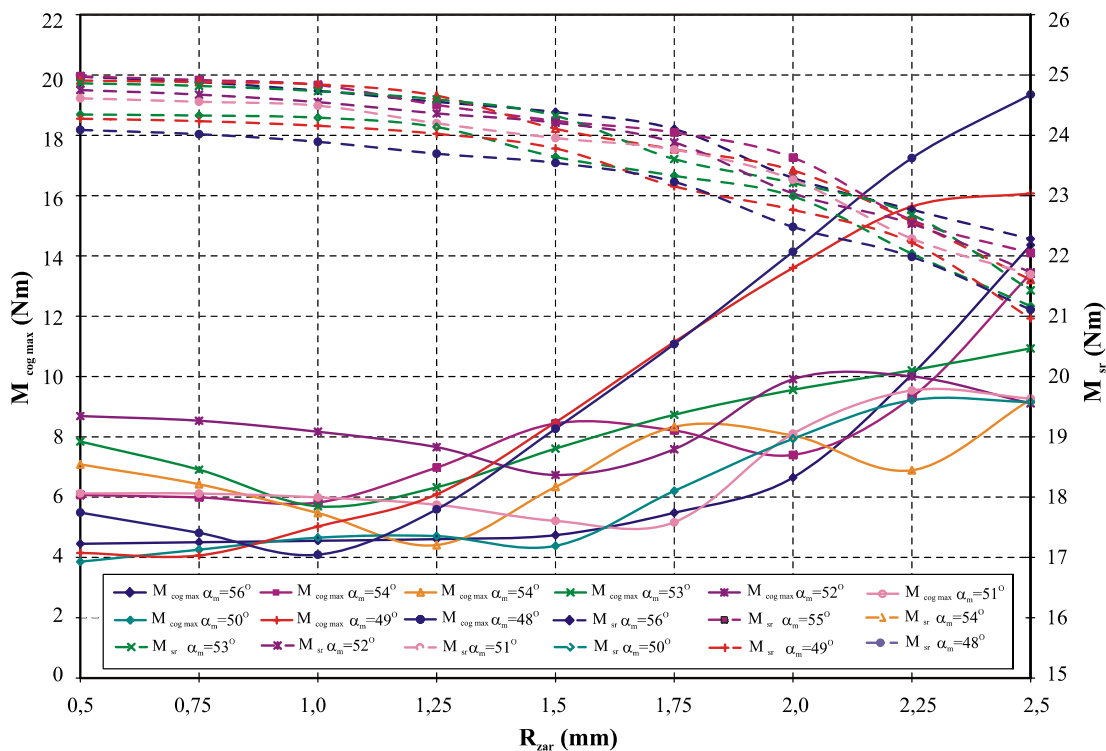


Slika 4.38 Detajl statorja 2D MKE modela z dodatno zarezo v statorskih zobeh ( $N_{zar}=1$ ):  
(a) polmer zareze  $R_{zar}=0,5\text{mm}$ , (b) polmer zareze  $R_{zar}=2,5\text{mm}$

Analizo vpliva dodatnih zarez v čelu statorskih zob sem opravil tako, da sem polmer zarez v obeh MKE modelih spreminjal v območju od  $R_{zar}=0,5\text{mm}$  do  $R_{zar}=2,5\text{mm}$  v korakih po  $0,25\text{mm}$ . Lok trajnega magneta  $\alpha_m$  sem nastavljal od kota  $\alpha_m=56^\circ$  do  $\alpha_m=48^\circ$  v korakih po  $1^\circ$  in tako zajel področje kjer samodržni vrtilni moment motorja brez dodatnih zarez doseže lokalno minimalno in maksimalno vrednost, gl. sliko 4.12. Med izračunom poteka samodržnega vrtilnega momenta sem rotor za kot ene statorske delitve  $\varphi_{star}=10^\circ$  zavrtel v ekvidistantnih korakih po  $0,2^\circ$ . Izračunane maksimalne vrednosti samodržnega vrtilnega momenta  $M_{cog\ max}$  in srednje vrednosti vrtilnega momenta  $M_{sr}$  v odvisnosti od polmera zarez so zbrane na slikah 4.39 in 4.40.



Slika 4.39 Izračunane maksimalne vrednosti samodržnega vrtilnega momenta  $M_{cog\ max}$  in srednje vrednosti vrtilnega momenta  $M_{sr}$  za eno dodatno zarezo v statorskih zobeh ( $N_{zar}=1$ ) v odvisnosti od polmera zareze, lok trajnega magneta  $\alpha_m=54^\circ$  do  $\alpha_m=48^\circ$



Slika 4.40 Izračunane maksimalne vrednosti samodržnega vrtilnega momenta  $M_{cog\ max}$  in srednje vrednosti vrtilnega momenta  $M_{sr}$  za dve zarez v statorskih zobeh ( $N_{zar}=2$ ) v odvisnosti od polmera zarez, lok trajnega magneta  $\alpha_m=54^\circ$  do  $\alpha_m=48^\circ$

Dodatne zarez v statorskih zobeh otežijo izdelavo motorja. Poleg tega dobljeni rezultati iz numerične analize pokažejo, da je ukrep neučinkovit. Vpliv zarez na zmanjšanje velikosti samodržnega vrtilnega momenta je minimalen. To lahko ugotovimo, če izračunane maksimalne vrednosti samodržnega vrtilnega momenta  $M_{cog\ max}$  za stator brez zarez, gl. sliko 4.12, primerjamo z izračunanimi vrednostmi s slike 4.39 in 4.40. Izkáže se celo, da prevelike zarez povzročijo povečanje samodržnega vrtilnega momenta. Večanje zarez tudi zmanjšuje srednji vrtilni moment.

Zaradi naštetih pomanjklivosti se uvedbe dodatnih zarez ne uporablja kot samostojni ukrep, ampak v kombinaciji s poševljenjem [24]. Pri motorjih, kjer je razmerje števila statorskih zob  $N_{zob}$  in števila rotorskih polov  $N_{pol}$  celo število, dobimo z uvedbo ene dodatne zarez dvakrat večje število period samodržnega vrtilnega momenta  $N_{cog}$ . Potreben mehanski kot poševljenja  $\phi_{poš}$  je zato dvakrat manjši, s čimer se poenostavi izdelava motorja.

### 4.3.2 Širina odprtin med statorskimi zobmi

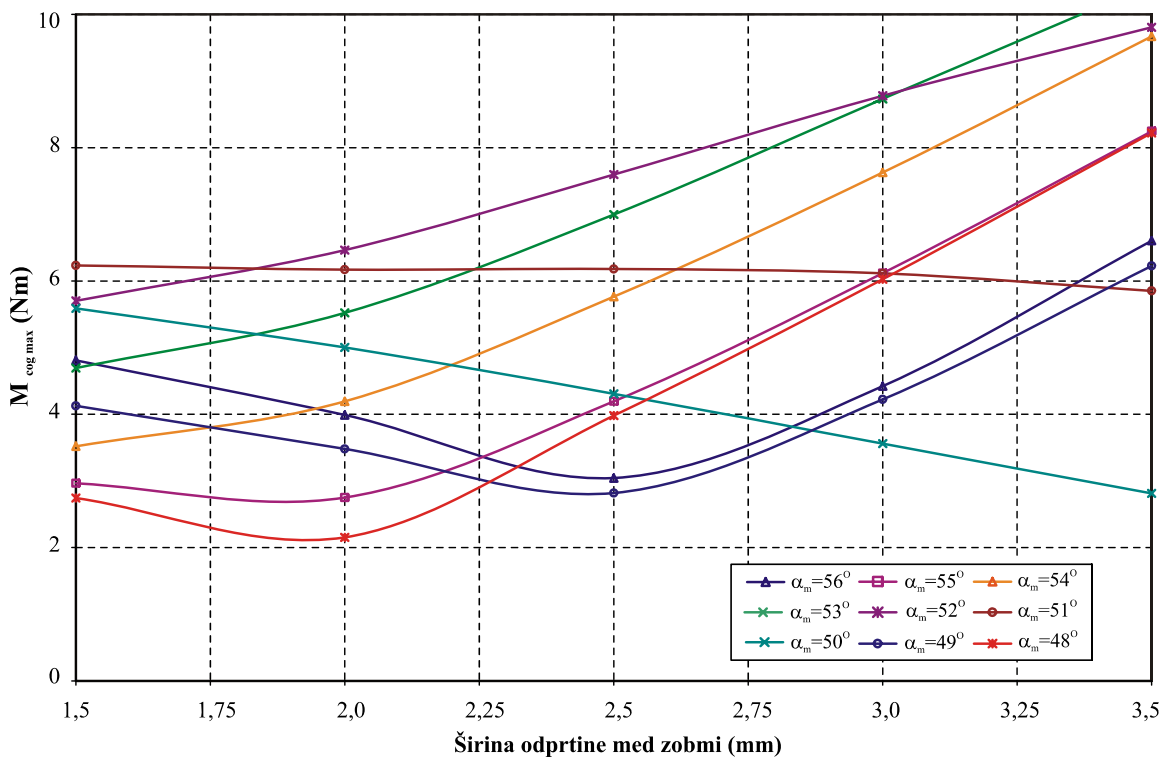
Vemo, da je osnovni vzrok za nastanek samodržnega vrtilnega momenta interakcija med poljem trajnih magnetov in zobmi statorja. V splošnem zato velja, da zmanjšanje odprtin med statorskimi zobmi  $b_{ut}$  zniža samodržni vrtilni moment [24, 25].

Pri vseh izračunih v prejšnjih poglavjih je bila širina odprtine 3,0mm. Za analizo vpliva širine odprtin na velikost samodržnega vrtilnega momenta pa sem velikost odprtin  $b_{ut}$  nastavljal od  $b_{ut}=1,5\text{mm}$  do  $b_{ut}=3,5\text{mm}$  v korakih po 0,5mm s čimer sem zajel neko smiselno območje. Iz izkušenj namreč vemo, da je minimalna potrebna širina odprtin za strojno vstavljanje navitja približno enaka dvakratnemu premeru žice plus 0,2mm.



Slika 4.41 Detajl statorja s spremenjeno širino odprtin med statorskimi zobmi:  
(a) širina odprtine=1,5mm, (b) širina odprtine=3,5mm

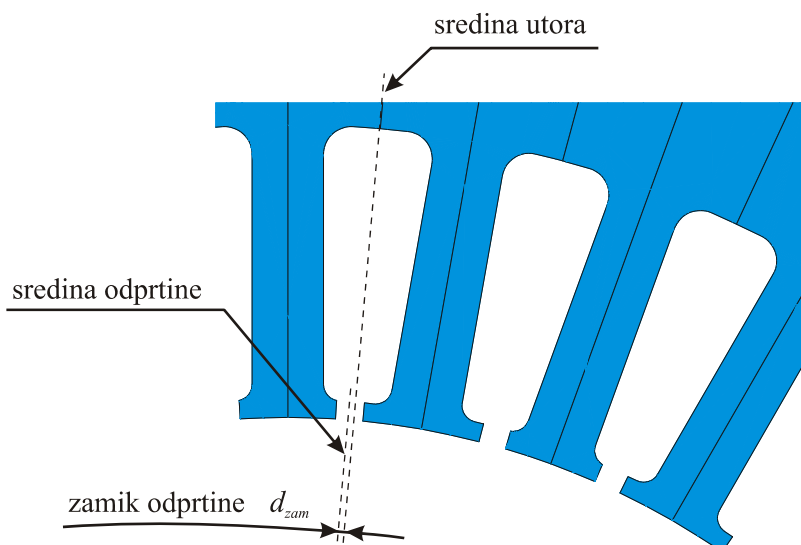
Izračunane maksimalne vrednosti samodržnega vrtilnega momenta  $M_{cog\ max}$  v odvisnosti od širine odprtin med statorskimi zobmi so zbrane na sliki 4.42. Izračuni so samo delno potrdili trditve, da se z zmanjšanjem odprtin zniža samodržni vrtilni moment. Vidimo namreč, da za lok trajnega magneta  $\alpha_m=50^\circ$  in  $\alpha_m=51^\circ$  maksimalne vrednosti samodržnega vrtilnega momenta z večanjem odprtin dejansko upadajo. Vidimo tudi, da ima samodržni vrtilni moment za lok trajnega magneta  $\alpha_m=49^\circ$  in  $\alpha_m=56^\circ$  minimum pri širini odprtine  $b_{ut}=2,5\text{mm}$  ter za  $\alpha_m=48^\circ$  in  $\alpha_m=55^\circ$  minimum pri širini odprtine  $b_{ut}=2,0\text{mm}$ .



Slika 4.42 Izračunane maksimalne vrednosti samodržnega vrtilnega momenta  $M_{cog\ max}$  v odvisnosti od širine odprtine med statorskimi zobmi, lok trajnega magneta  $\alpha_m = 56^\circ$  do  $\alpha_m = 48^\circ$

### 4.3.3 Statorski zobje z različno površino čela

Statorske zobe z različno površino čela izdelamo tako, da izmenično zamaknemo odprtine med statorskimi zobmi enkrat v levo enkrat v desno stran. Zaradi neenakomerno porazdeljenih odprtine med statorskimi zobmi, se pojavi zamik stabilnih leg posameznih magnetov, s čimer znižamo samodržni vrtilni moment [5].

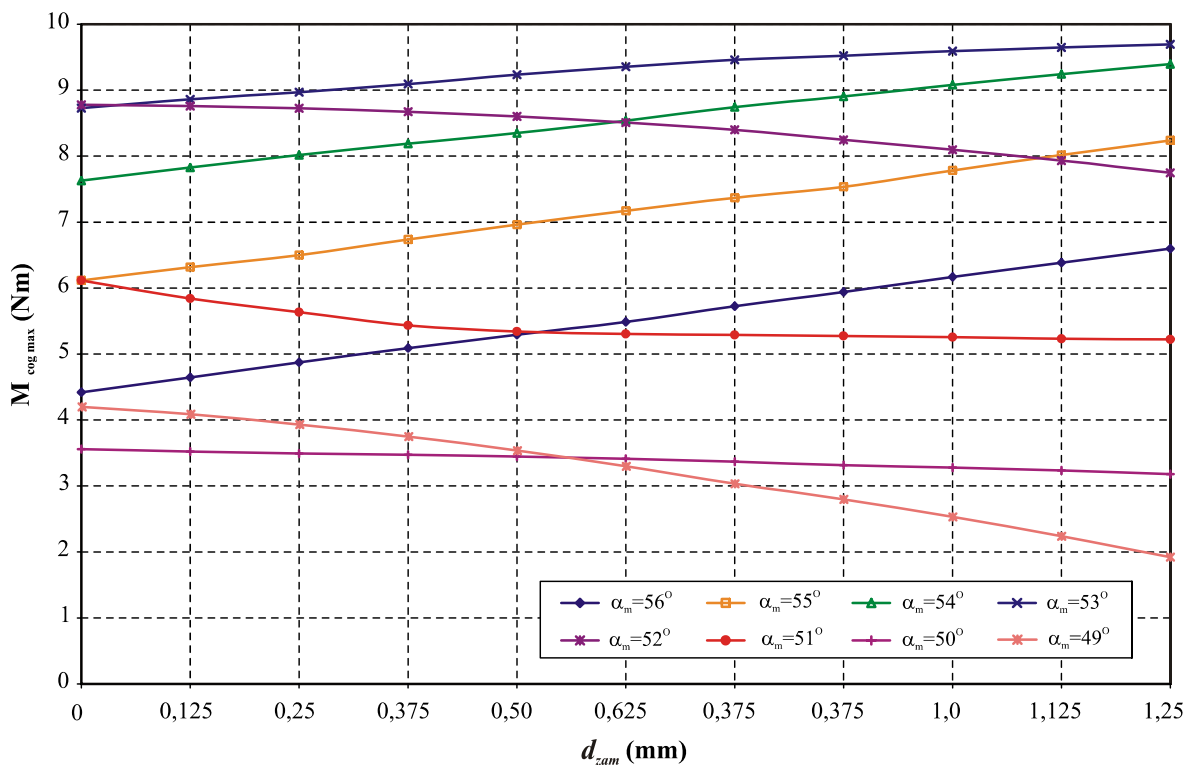


Slika 4.43 Detajl statorja z različno površino čela statorskih zob – zamik statorskih odprtine



Vpliv zamika statorskih odprtin na velikost samodržnega vrtilnega momenta sem analiziral tako, da sem zamik odprtin  $d_{zam}$  spreminjal od  $d_{zam}=0$  do  $d_{zam}=1,25\text{mm}$  v korakih po  $0,125\text{mm}$ . Iz rezultatov izračuna, ki so zbrani na sliki 4.44, vidimo da vrednosti maksimalnega samodržnega vrtilnega momenta z večanjem zamika odprtin upadajo za loke trajnega magneta od  $\alpha_m=49^\circ$  do  $\alpha_m=52^\circ$ . Za ostale  $\alpha_m$ , pa vrednosti maksimalnega samodržnega vrtilnega momenta z večanjem zamika odprtin celo naraščajo. Zamik statorskih odprtin je zato učinkovit le v kombinaciji z ustrežno dimenzioniranim lokom trajnega magneta. Za  $\alpha_m=49^\circ$  je  $M_{cog\ max}=4,22\text{Nm}$  v primeru, ko so odprtine simetrično razporejene ( $d_{zam}=0$ ). Pri zamiku odprtin za  $1,25\text{mm}$  pa se izračunana vrednost maksimalnega samodržnega vrtilnega momenta zmanjša za več kot dvakrat in znaša  $1,94\text{Nm}$ .

Zamik statorskih odprtin se v praksi redko uporablja, ker je strojno vstavljanje navitij zapletenejše in so potrebni specialni navijalni stroji.



Slika 4.44 Izračunane maksimalne vrednosti samodržnega vrtilnega momenta  $M_{cog\ max}$  v odvisnosti od zamika statorskih odprtin, lok trajnega magneta  $\alpha_m=56^\circ$  do  $\alpha_m=49^\circ$

#### 4.3.4 Upoštevanje anizotropije statorske pločevine

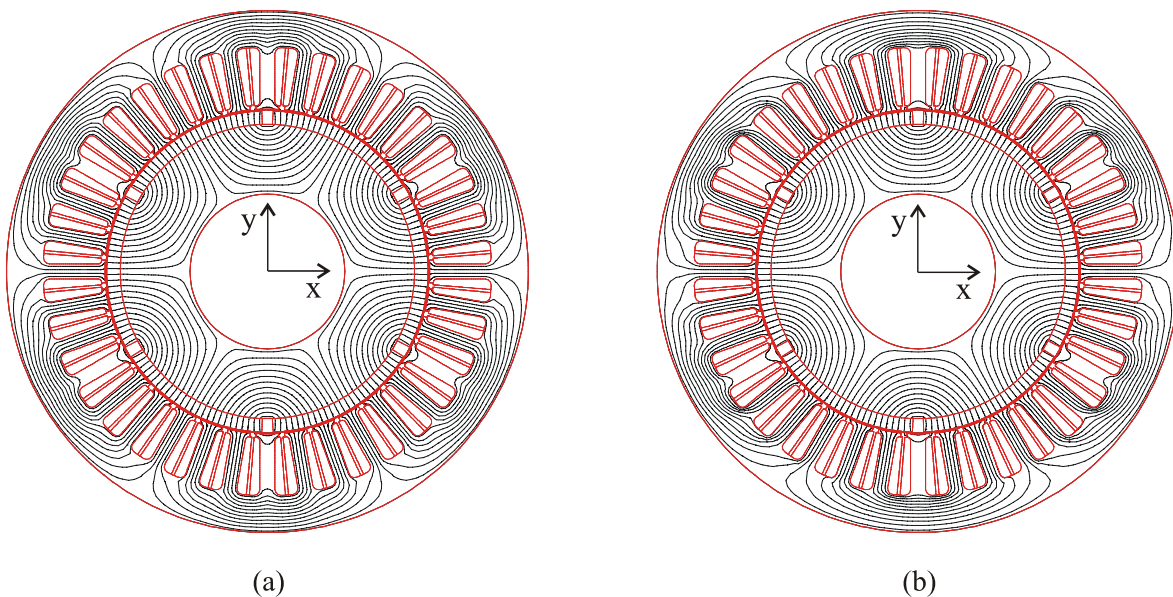
Feromagnetni material za izdelavo statorja – elektropločevina je izdelana s postopkom valjanja. Posledično je njena kristalna struktura usmerjena in je magnetna prevodnost pločevine v vzdolžni smeri (smer valjanja) višja od magnetne prevodnosti v prečni smeri. Zato je tudi

neorientirana elektropločevina, ki se uporablja za izdelavo motorjev magnetno anizotropna. Anizotropija neorientirane elektropločevine je povezana z magnetnimi izgubami. Velja pravilo, da pločevina boljše kvalitete (npr.: pločevina z oznako M330–35A) izkazuje večjo anizotropijo kot pločevina slabše kvalitete (npr.: pločevina z oznako M800–50A) [26]. Anizotropijo statorja lahko povzročajo tudi postopki izdelave lamel. S štancanjem namreč poškodujemo lokalno kristalno strukturo pločevine. Ob sestavljanju lamel v statorski paket pa z varjenjem, bradavičenjem ali kovičenjem vnašamo na stator dodatno anizotropijo [24]. Zaradi magnetne anizotropije se v motorju spremeni porazdelitev magnetnega polja, kar povzroči nastanek dodatnega samodržnega vrtilnega momenta  $M_{cog\ aniz}$ . Dodatni vrtilni moment bo izrazil predvsem v motorjih, kjer se število statorskih zob malo razlikuje od števila rotorskih polov [26]. Tak primer je model motorja na sliki 2.16c. Perioda dodatnega samodržnega vrtilnega momenta je odvisna od števila statorskih zob, števila rotorskih polov in števila zvarov na statorskem paketu ter je večja od kota statorske delitve [24].

Vpliv anizotropije feromagnetnega materiala na nastanek dodatnega samodržnega vrtilnega momenta sem raziskal z 2D MKE modelom, v katerem sem izotropen statorski material zamenjal z anizotropnim. Permeabilnost  $\mu$  je tenzorska veličina.

$$\mu = \begin{bmatrix} \left. \frac{B_x}{H_x} \right|_{\Theta_H = \Theta_B = 0^\circ} & 0 \\ 0 & \left. \frac{B_y}{H_y} \right|_{\Theta_H = \Theta_B = 90^\circ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_x & 0 \\ 0 & \mu_y \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

Izračunana porazdelitev magnetnega polja za izotropen in anizotropen statorski material je prikazana na sliki 4.45. Pri tem sem za pripravo slike 4.45b namenoma uporabil zelo anizotropen statorski material in sem razmerje  $\mu_x:\mu_y$  nastavil na 4:1. Z realnim razmerjem  $\mu_x:\mu_y$  namreč razlika v porazdelitvi silnic magnetnega polja na sliki ni vidna.

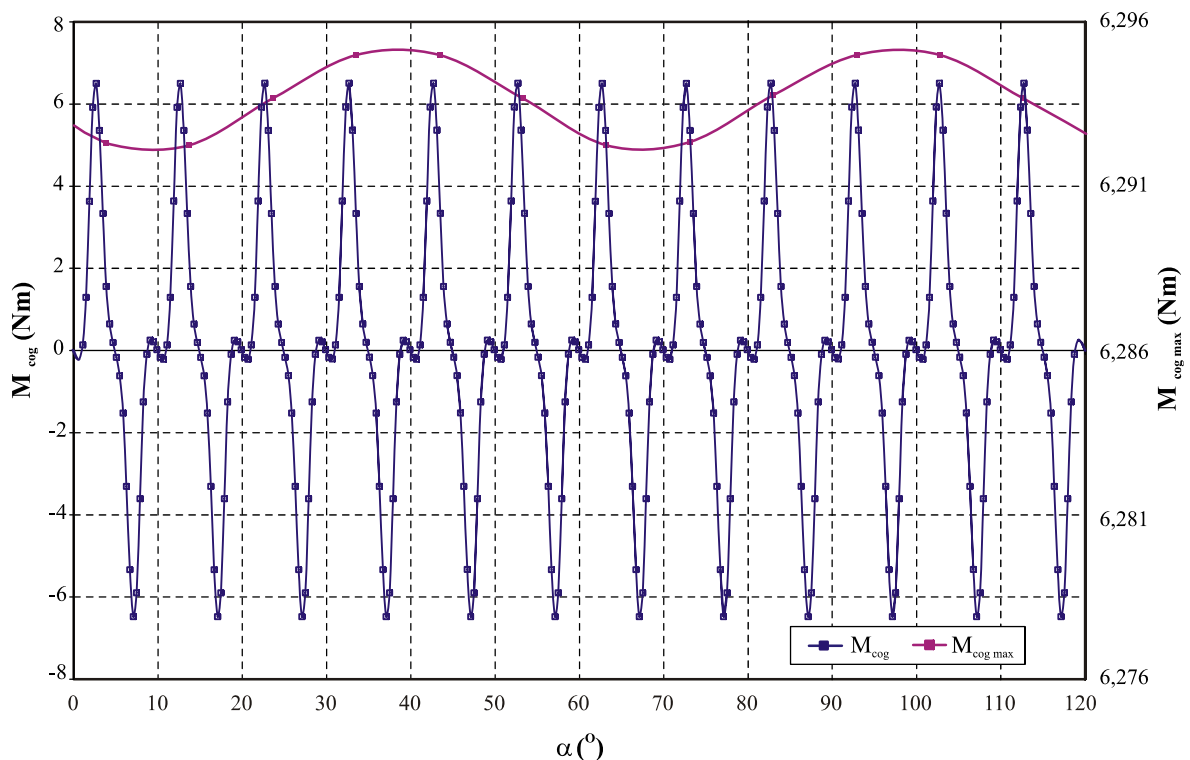


Slika 4.45 Porazdelitev silnic magnetnega polja: (a) izotropen statorski material, (b) anizotropen statorski material

Za izračun poteka samodržnega vrtilnega momenta  $M_{cog}$  sem tokrat rotor zavrtel za kot ene rotorske delitve  $\varphi_{rot}=120^\circ$  v ekvidistantnih korakih po  $0,4^\circ$ .

$$\varphi_{rot} = \frac{360^\circ}{(N_{pol} / 2)} \quad (4.15)$$

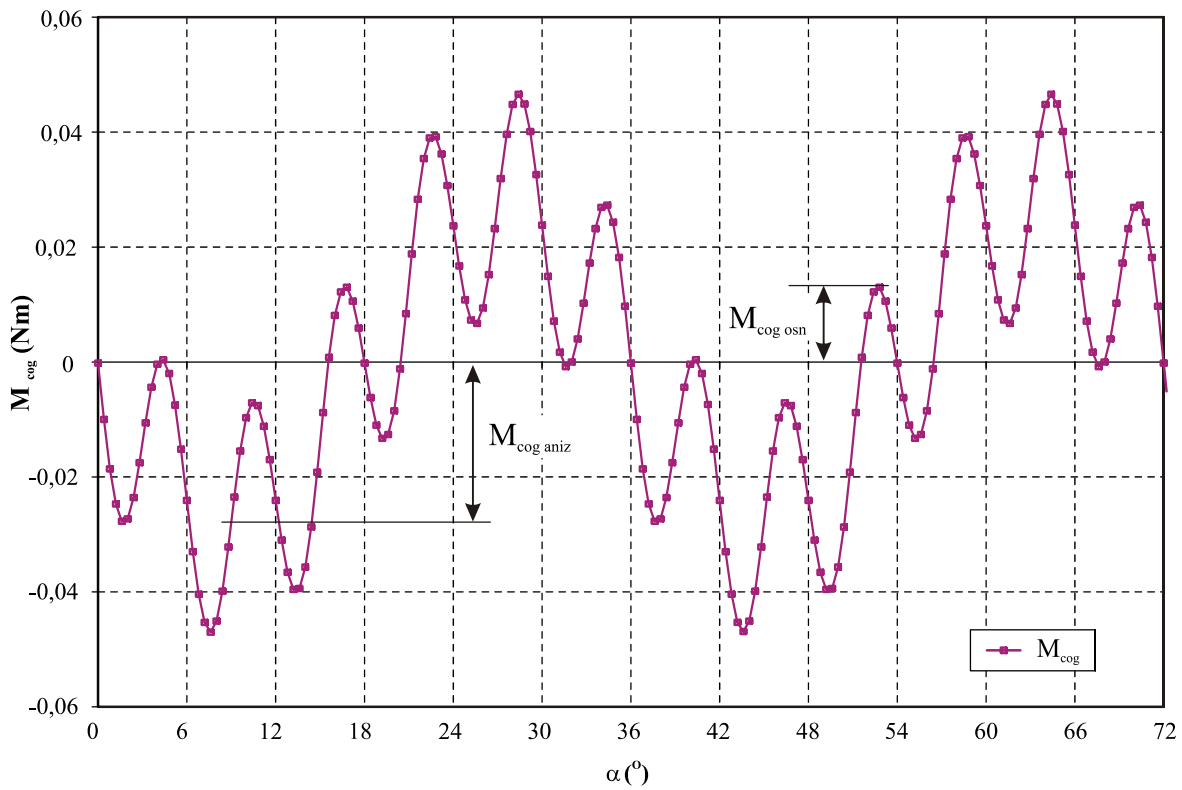
Izračunan samodržni vrtilni moment je prikazan na sliki 4.46. Vpliv anizotropije statorskega materiala pa je zanemarljiv. Opazimo ga šele, ko opazujemo maksimalne vrednosti  $M_{cog\ max}$  in so te prikazane na precej manjši skali. Perioda dodatne komponente samodržnega vrtilnega momenta  $M_{cog\ aniz}$  je enaka polovici periode rotorske delitve.



Slika 4.46 Izračunan samodržni vrtilni moment  $M_{cog}$  in maksimalna vrednost samodržnega vrtilnega momenta  $M_{cog\ max}$  v odvisnosti od kota zasuka rotorja  $\alpha$

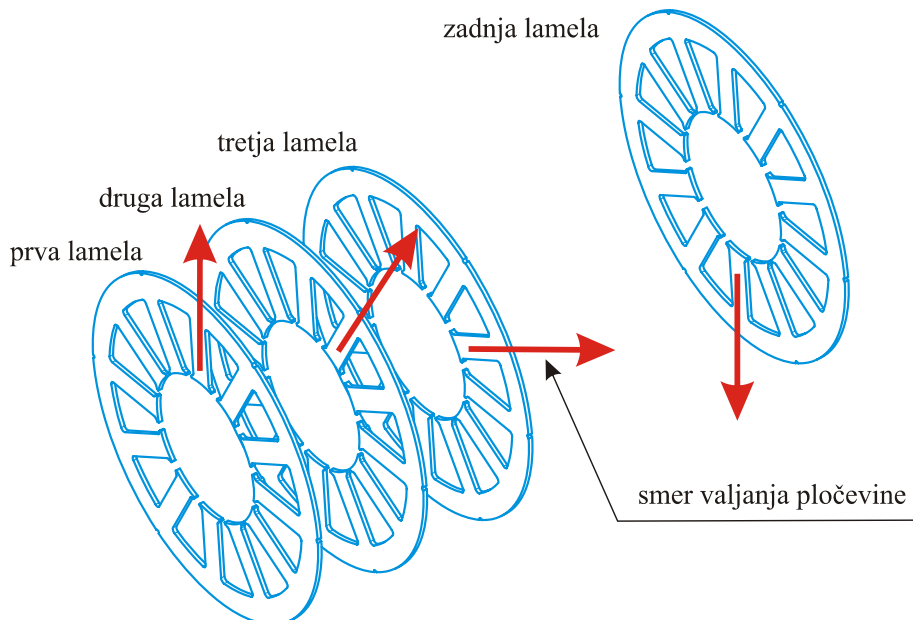
Opravil sem še dodaten izračun poteka samodržnega vrtilnega momenta za model motorja št. 3 s slike 2.16c. Rotor sem zavrtel za kot ene rotorske delitve  $\varphi_{rot}=72^\circ$  v ekvidistantnih korakih po  $0,4^\circ$ . Rezultati dodatnega izračuna so prikazani na sliki 4.47.

Anizotropija statorskega materiala tu močno vpliva. Amplituda  $M_{cog\ aniz}$  znaša približno  $0,026\text{Nm}$  in je celo večja od amplitude osnovnega samodržnega vrtilnega momenta  $M_{cog\ osn}$ , ki znaša približno  $0,015\text{Nm}$ . S tem sem potrdil trditev, da bo dodatni vrtilni moment izrazit v motorjih, kjer se število statorskih zob malo razlikuje od števila rotorskih polov. Perioda dodatne komponente samodržnega vrtilnega momenta je enaka polovici periode rotorske delitve.



Slika 4.47 Izračunan samodržni vrtilni moment  $M_{cog}$  za motor s slike 2.16c ( $N_{pol} = 10$ ,  $N_{zob} = 12$ ) v odvisnosti od kota zasuka rotorja  $\alpha$

Vpliv anizotropije elektroplöčevine odpravimo tako, da posamezne lamele pri sestavljanju statorskega paketa medsebojno zamikamo glede na smer valjanja pločevine. Postopek je prikazan na sliki 4.48.



Slika 4.48 Zamik lamel pri sestavljanju statorskega paketa

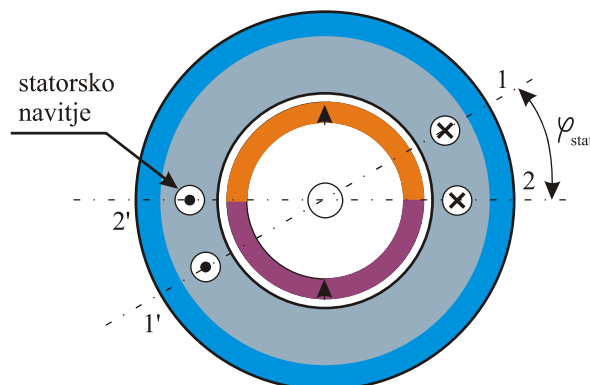
### 4.3.5 Izbira statorskega navitja

V poglavju 2.6.2 o nastanku elektromagnetnega vrtilnega momenta smo že ugotovili, da je za doseganje konstantnega vrtilnega momenta potrebno zagotoviti majhno vsebnost višjih harmonskih komponent faznih induciranih napetosti. Zato si oglejmo kako izbira oblike statorskega navitja vpliva na obliko induciranih napetosti in vsebnost višjih harmonskih komponent.

Na modelu dvopolnega sinhronskega motorja s trajnimi magneti na sliki 4.49 sta magnetna razporejena v pasu  $180^\circ$  po obodu rotorja. V idealnem primeru bi takšna razporeditev trajnih magnetov v zračni reži motorja vzbudila magnetno polje pravokotne oblike kot kaže slika 4.50a. Stator modela ima 12 utorov v katerih je po obodu enakomerno razporejeno premersko trifazno navitje in je  $q=2$  utora na pol in fazo. Vsaki fazi tako pripada pas oboda  $\alpha_p$ :

$$\alpha_p = \frac{360^\circ}{2 \cdot m} \quad (4.16)$$

Navitje posamezne faze je sestavljeno iz dveh tuljav, ki sta med seboj zamaknjeni za  $30^\circ$ . Vsaka tuljava ima  $N_t$  ovojev.

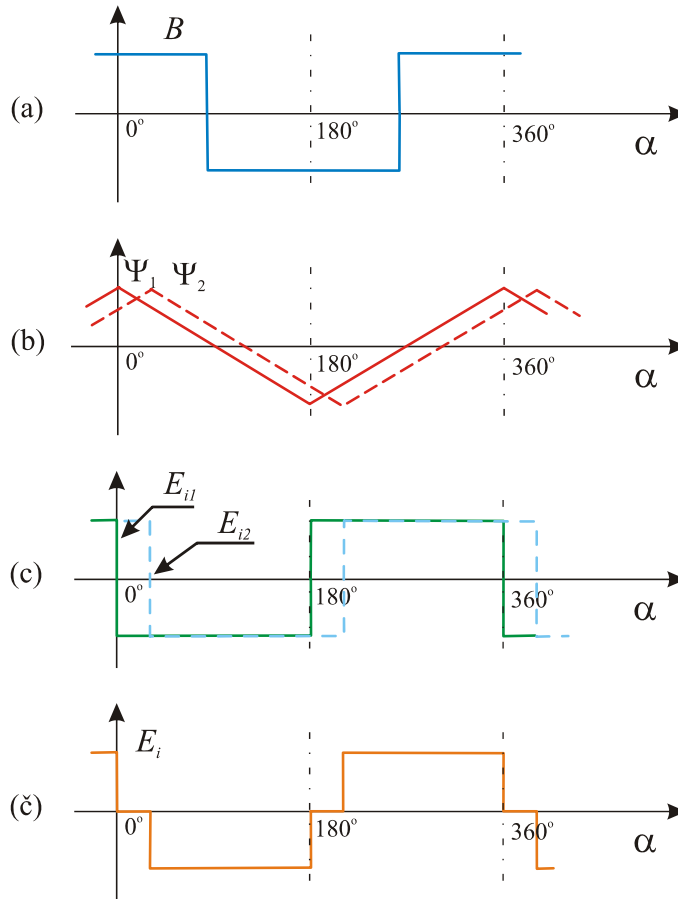


Slika 4.49 Shematičen model sinhronskega motorja s trajnimi magneti z dvema prikazanima navitjema ene faze

Magnetni sklep  $\Psi_1$  tuljave 1–1' se z vrtenjem rotorja linearno spreminja, gl. slika 4.50b in je inducirana napetost v prvi tuljavi  $E_{i1}$  enaka:

$$E_{i1} = -\frac{d\Psi_1}{dt} \quad (4.17)$$

Inducirana napetost v drugi tuljavi  $E_{i2}$  je po obliki identična  $E_{i1}$ , le da je zamaknjena za  $30^\circ$ . Če sta obe tuljavi vezani zaporedno, je njuna skupna inducirana napetost (inducirana napetost faze) vsota posameznih napetosti, gl. slika 4.50č.



Slika 4.50 Razmere v modelu elektronsko komutiranega elekromotorja: (a) gostota magnetnega pretoka v zračni reži, (b) magnetni sklep navitja 1 in 2, (c) inducirana napetost tuljave 1 in 2, (č) inducirana napetost faze

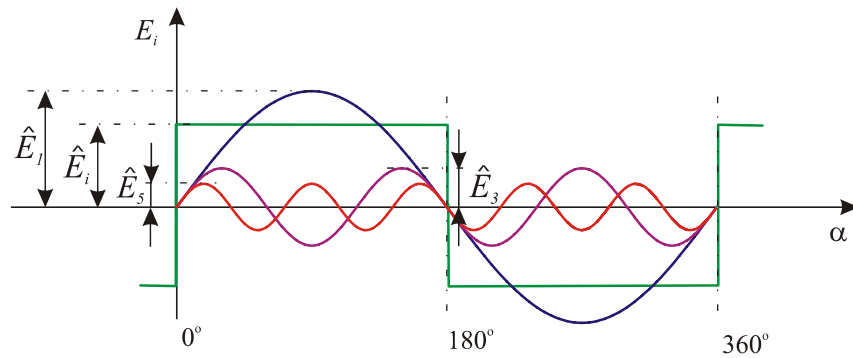
Inducirano napetost v posamezni tuljavi lahko zapišemo v obliki Fourierove vrste. Ker pa je inducirana napetost liha ali soda funkcija, odvisno od postavitve koordinatnega izhodišča, dobimo za rešitev samo neparne sinusne ali kosinusne koeficiente [9]. Prostorski harmonik inducirane napetosti je enak:

$$E_v(\alpha) = \hat{E}_v \cdot \sin\left(\frac{v \cdot \pi}{N_{pol}} \cdot \alpha\right), \quad (4.18)$$

$v = 1, 3, 5, 7, \dots$  je red harmonika.  $\hat{E}_v$  pa je amplituda posameznega višjega harmonika, ki je enaka:

$$\hat{E}_v = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{\hat{E}_i}{v} \quad (4.19)$$

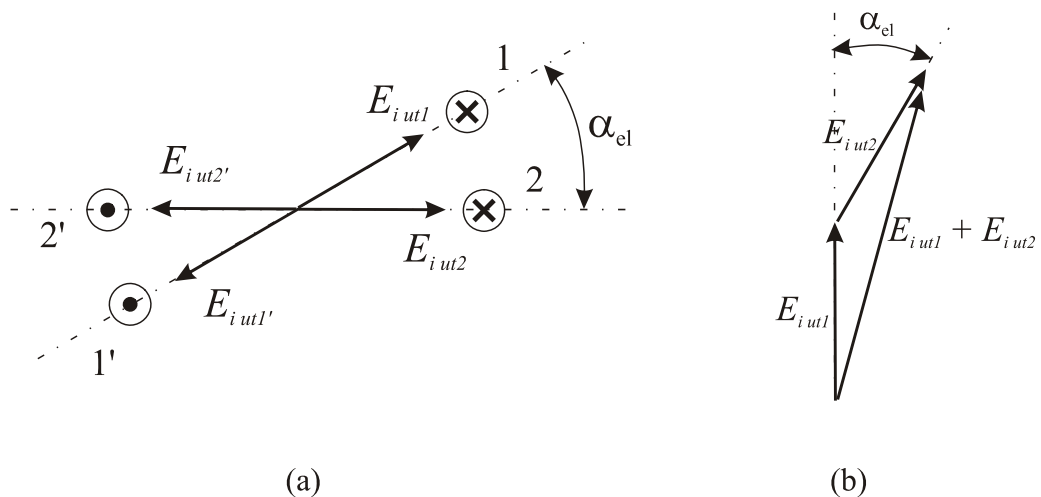
Vidimo, da je amplituda  $v$ -tega višjega harmonika  $v$ -krat manjša od amplitude osnovnega harmonika [9], slika 4.51.



Slika 4.51 Prostorski harmoniki inducirane napetosti

Inducirane napetosti posameznih utorov lahko predstavimo s kazalci, ki so med seboj zamaknjeni za električni kot  $\alpha_{el}$ , gl. sliko 4.52a.

$$\alpha_{el} = \frac{N_{pol} \cdot 180^\circ}{N_{zob}} \quad (4.20)$$



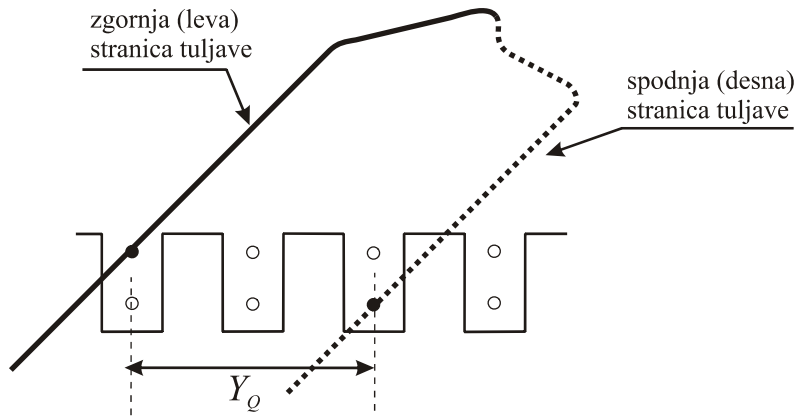
Slika 4.52 Inducirane napetosti posameznih utorov: (a) del utorske zvezde kazalcev napetosti, (b) seštevanje napetosti

Pri seštevanju zaporedno vezanih induciranih napetosti v utorih vrstni red seštevanja ni pomemben. Napetost faze dobimo tako, da najprej seštejemo napetosti v vodniku 1 in 2 nato pa prištejemo še napetosti vodnikov 1' in 2' z nasprotnim predznakom.

Sinusne napetosti posameznih utorov seštevamo kot kazalce glede na njihove fazne premike. Če torej seštejemo kazalce napetosti, ki pripadajo eni fazi, vidimo, da je geometrijska vsota manjša od aritmetične vsote. Razmerju teh dveh vsot pravimo pasovni faktor navitja [9], enačba (4.21).

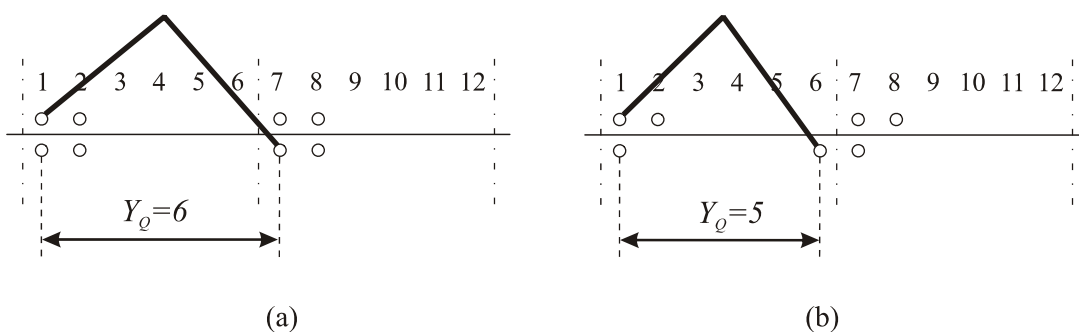
$$f_{pasovni} = \frac{\sum_{geom.} E_{i ut}}{\sum_{aritm.} E_{i ut}} = \frac{\sin\left(\frac{\alpha_p}{2}\right)}{q \cdot \sin\left(\frac{\alpha_{el}}{2}\right)} = \frac{\sin\left(\frac{q \cdot \alpha_{el}}{2}\right)}{q \cdot \sin\left(\frac{\alpha_{el}}{2}\right)} \quad (4.21)$$

Do sedaj smo obravnavali primer, ko je v posameznem utoru ležala le ena stranica ene tuljave, število vseh utorov pa je dvakrat večje od števila tuljav. Temu pravimo enoplastno navitje. Lahko pa tuljave razdelimo na dve polovici in imamo v posameznih utorih dve plasti navitja. To je dvoplastno navitje, ki ima v primerjavi z enoplastnim navitjem določene prednosti pa tudi slabosti. Slabost je predvsem ta, da dobimo več tuljav.



Slika 4.53 Razporeditev tuljav dvoplastnega navitja v utorih z označenim korakom tuljave  $Y_Q$

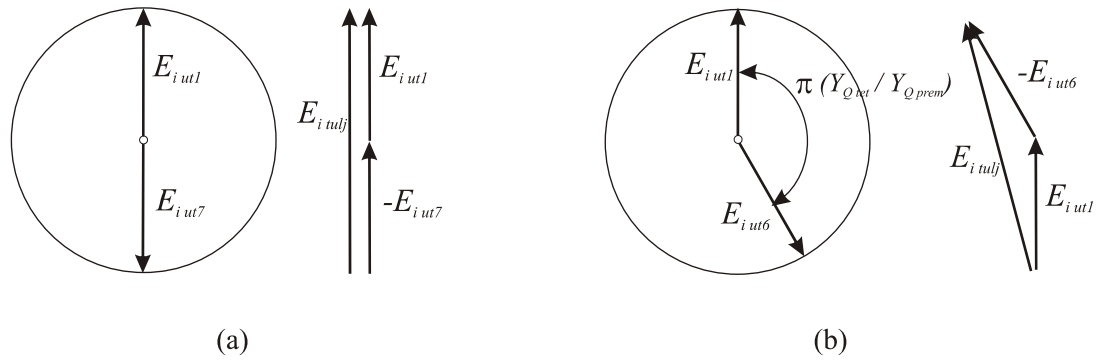
Prednost dvoplastnega navitja si oglejmo na naslednjem primeru. Stator motorja ima 12 utorov  $Q=12$  (oz.  $N_{zob}=12$ ), trifazno navitje  $m=3$  in  $N_{pol}=2$ . Po enačbi (4.1) je  $q=12/6=2$ . Število utorov na pol je  $Q_p=mq=6$ . Korak premerske tuljave  $Y_Q=Q_p=6$  utorov. Korak tuljave lahko zapišemo tudi s številkami utorov v katerih leži tuljava. Za naš primer je to 1-7 ( $7=1+Y_Q$ ). Pri dvoplastnem navitju pa lahko korak posamezne tuljave skrajšamo. Desno stranico tuljave namesto v utor št. 7 vložimo v utor št. 6 kot je prikazano na sliki 4.54b. Tuljava je za en utor krajša in je  $Y_Q=5$ . Krajšanju koraka tuljav pravimo tetivljenje in je mogoče le pri dvoplastnem navitju. Pri enoplastnem je namreč utor št. 6 že zapolnjen s tuljavo druge faze.



Slika 4.54 Prikaz tuljave ene faze: (a) premersko navitje, (b) tetivljeno navitje

Napetost ovoja tuljave premerskega navitja sestavljata kazalca napetosti utora 1 in 7, ki sta diametralna. Njuna vsota je dvakratna vrednost inducirane napetosti v posameznem utoru. Za tetivljeno navitje pa seštejemo kazalca napetosti utora 1 in 6. Njuna geometrijska vsota napetosti je manjša od aritmetične vsote, gl. sliko 4.55.





Slika 4.55 Prikaz tuljave ene faze: (a) premersko navitje, (b) tetivljeno navitje

Zmanjšanje napetosti tuljave upoštevamo s tetivnim faktorjem po enačbi, ki je po obliki analogna enačbi za pasovni faktor [9].

$$f_{tetivni} = \frac{\sum_{geom.} E_{i ut}}{\sum_{arim.} E_{i ut}} = \frac{2E_{i ut} \cdot \sin\left(\frac{1}{2} \frac{Y_{Q tet}}{Y_{Q prem}} \pi\right)}{2E_{i ut}} = \sin\left(\frac{\pi}{2} \frac{Y_{Q tet}}{Y_{Q prem}}\right) \quad (4.22)$$

Skupni faktor navitja je enak produktu pasovnega in tetivnega faktorja navitja.

$$f_{nav} = f_{pasovni} \cdot f_{tetivni} \quad (4.23)$$

Enačba (4.23) velja le za prvi harmonik induciranih napetosti v navitju. Vemo pa, da inducirane napetosti vsebujejo tudi višje harmonske komponente. Zato bomo enačbi (4.21) in (4.22) zapisali v splošnejši obliki. Enačba za pasovni faktor v razširjeni obliki se glasi:

$$f_{pasovni v} = \frac{\sin\left(q \cdot \frac{\alpha_v}{2}\right)}{q \cdot \sin\left(\frac{\alpha_v}{2}\right)} \quad (4.24)$$

$\alpha_v$  je električni kot med utori za  $v$ -ti harmonik in je enak:

$$\alpha_v = \frac{v \cdot N_{pol} \cdot 360^\circ}{N_{zob}} = v \cdot \alpha_{el} \quad (4.25)$$

Podobno razširimo še enačbo za tetivni faktor:

$$f_{tetivni v} = \sin\left(\frac{\pi}{2} \frac{Y_{Q tet}}{Y_{Q prem v}}\right) = \sin\left(v \cdot \frac{\pi}{2} \frac{Y_{Q tet}}{Y_{Q prem}}\right) \quad (4.26)$$

Iz enačbe (4.26) vidimo, da bo vrednost tetivnega faktorja ob ustreznem skrajšanju tuljav različna za prvi in na primer peti harmonik. Za primer s slike 4.54, ko smo korak tuljave skrajšali za en utor, bo tetivni faktor za prvi harmonik:

$$f_{tetivni\ 1} = \sin\left(\frac{\pi}{2} \frac{5}{6}\right) = 0,966 \text{ in za peti harmonik: } f_{tetivni\ 5} = \sin\left(5 \frac{\pi}{2} \frac{5}{6}\right) = 0,259$$

S tetivljenjem torej lahko deloma eliminiramo določene harmonske komponente induciranih napetosti.

Splošni izraz za skupni faktor navitja katerega koli harmonika je tako enak produktu pasovnega in tetivnega faktorja navitja za  $v$ -ti harmonik.

$$f_{nav\ v} = f_{pasovni\ v} \cdot f_{tetivni\ v} \quad (4.27)$$

#### 4.3.6 Pregled konstrukcijskih ukrepov na statorju

Samostojni konstrukcijski ukrepi na statorju, kot so uvedba dodatnih zarez v statorskih zobeh, spreminjanje širine odprtin med statorskimi zobmi in izdelava statorskih zob z različno površino čela, se v nasprotju z ukrepi na rotorju niso izkazali za učinkovite. Njihov vpliv na zmanjšanje samodržnega vrtilnega momenta je minimalen. V primerih, ko je obodna dolžina loka trajnega magneta  $\alpha_m$  na rotorju neugodno izbrana, pa samodržni vrtilni moment celo naraste.

Ukrepe na statorju zato praviloma uporabimo v kombinaciji z rotorskimi ukrepi. Primer učinkovite kombinacije statorskega in rotorskega ukrepa je motor, kjer je razmerje števila statorskih zob in števila rotorskih polov celo število. Če v čelo statorskih zob uvedemo eno dodatno zarezo, dobimo dvakrat večje število period samodržnega vrtilnega momenta. Potreben mehanski kot poševljenja rotorskih trajnih magnetov je zato dvakrat manjši, s čimer se poenostavi izdelava motorja.

Izbira ustreznega števila rotorskih polov in statorskih utorov direktno vpliva na število period samodržnega vrtilnega momenta pri vrtenju rotorja za kot statorske delitve. Če je število period majhno, je pričakovana velika vrednost samodržnega vrtilnega momenta. Nasprotno pa pri velikem številu period lahko pričakujemo manjši samodržni vrtilni moment. Izbira števila rotorskih polov in statorskih utorov je neločljivo povezana in mora biti usklajena z obliko statorskega navitja, ki vpliva na obliko induciranih napetosti in vsebnost višjih harmonskih komponent ter je pomemben ukrep za doseganje konstantnega elektromagnetnega vrtilnega momenta.

## 5 SINHRONSKI MOTOR ZA POGON HODNEGA VILIČARJA

V tem poglavju bom opisal izračun in optimiranje električne karakteristike sinhronskega motorja s trajnimi magneti za pogon hodnega viličarja z nosilnostjo 1800kg. Motor, namenjen za pogon viličarja mora biti konstruiran tako, da bodo nihanja vrtilnega momenta minimalna. V nasprotnem se poslabša natančnost regulacije pozicije rotorja, pojavijo se težave pri zagonu in lahko se pojavijo nezaželjene vibracije in hrup. Hrup in vibracije pa so postale eden izmed pomembnejših problemov današnjega časa. Negativno delujejo na človeka in na njegovo počutje, škodujejo zdravju, povzročajo psihofizične motnje ter zmanjšujejo koncentracijo za delo.

Poudarek poglavja bo predvsem na opisu uporabljenih konstrukcijskih prijemov in odločitev, s katerimi lahko neželeno nihanje vrtilnega momenta odpravimo ali vsaj zmanjšamo.



Slika 5.1 Hodni viličar

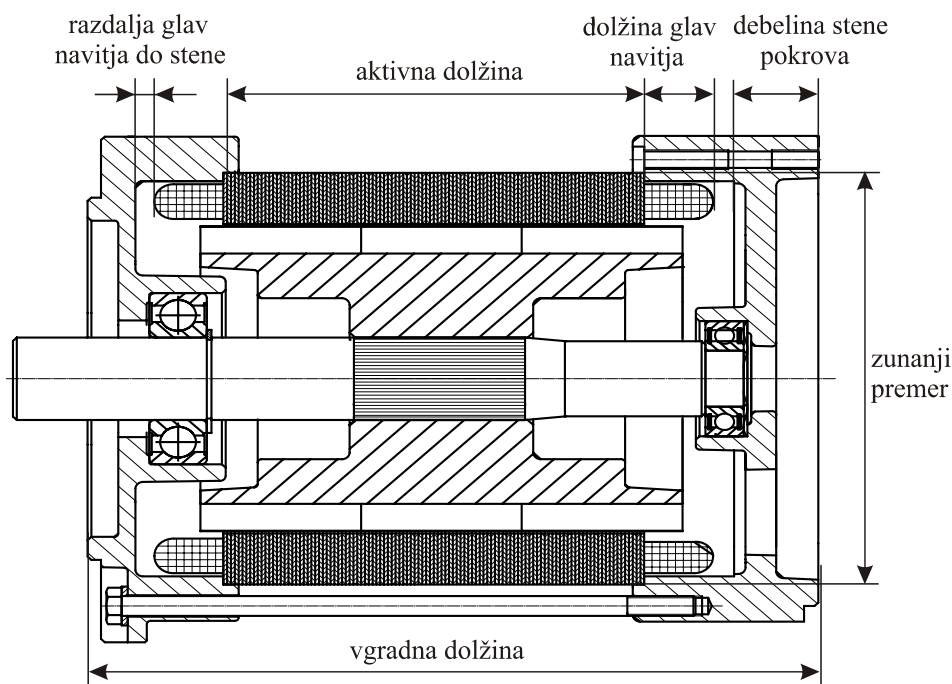
Za določitev zahtevane električne karakteristike motorja je nujno sodelovanje s proizvajalcem viličarjev. Določi se jo na osnovi podatkov o viličarju (masa praznega viličarja, izkoristek mehanskega prenosa, kotalno trenje pogonskega kolesa) in njegovih želenih karakteristikah (želena hitrost viličarja po ravnem in v klanec z različno maso tovora). Osnovni podatki zahtevane karakteristike so zbrani v tabeli 5.1.

Tabela 5.1 Podatki o zahtevani električni karakteristiki motorja za različne obratovalne pogoje

| Delovna točka viličarja         | Vrtilna hitrost<br>( $\text{min}^{-1}$ ) | Vrtilni moment<br>(Nm) | Mehanska moč<br>(kW) |
|---------------------------------|--|------------------------|----------------------|
| Po ravnem, neobremenjen         | 3870                                     | 2,3                    | 0,9                  |
| Po ravnem, masa tovora =900 kg  | 3700                                     | 2,9                    | 1,1                  |
| Po ravnem, masa tovora =1800 kg | 3200                                     | 3,6                    | 1,2                  |
| V klanec, masa tovora =450 kg   | 3200                                     | 5,0                    | 1,7                  |
| V klanec, masa tovora =1800 kg  | 1070                                     | 9,7                    | 1,1                  |

## 5.1 Konstrukcija motorja

Konstruiranje začnemo tako, da določimo osnovne zunanje mere motorja. Glede na razpoložljiv prostor za vgradnjo je dolžina motorja je omejena na 140mm, njegov premer pa na 105mm. Največja dolžina aktivnega dela motorja, ki je pomembna za izračun električne karakteristike, znaša 76mm. Izračunamo jo tako, da od zunanje dolžine odštejemo dolžino glav navitij (dva krat po 20mm), debelino stene prednjega in zadnjega ležajnega pokrova (dva krat po 10mm) in upoštevamo še potrebno razdaljo glav navitij do ostalih delov (dva krat po 2mm).



Slika 5.2 Osnovne mere motorja

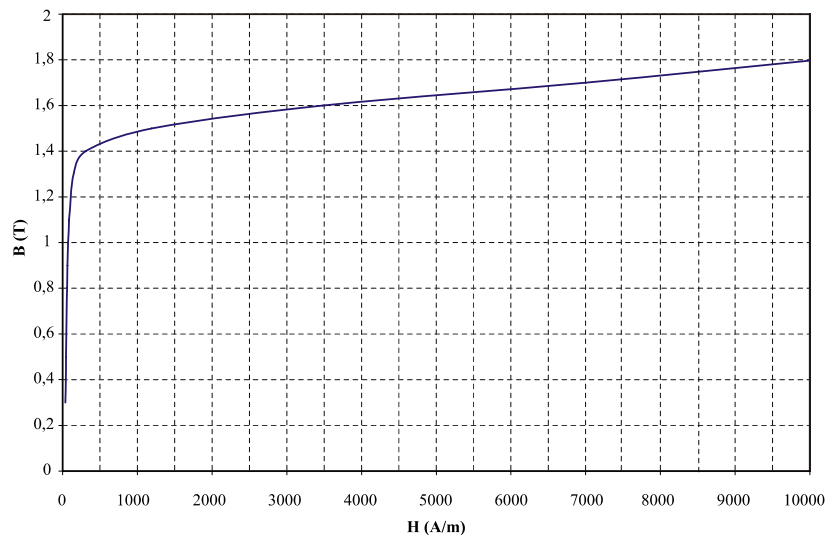
Sledi izbira rotorske konfiguracije. Motor bo v kombinaciji z ustreznim elektronskim krmilnikom služil za pogon viličarja. Za podano pogonsko nalogo je potrebno doseči »mehko« ali serijsko karakteristiko vrtilnega momenta. Izbrali smo konfiguracijo rotorja, ki je prikazana na sliki 2.4b. Zaradi razlike med vzdolžno  $L_d$  in prečno  $L_q$  sinhronsko reaktanco se bo pojavil dodaten reluktančni vrtilni moment. Izkoristili ga bomo za doseganje velikega vrtilnega momenta pri

majhnih vrtilnih hitrostih. Razliko med reaktancama bomo izkoristili tudi pri delovanju motorja v režimu slabljenja polja za doseganje velikih vrtilnih hitrosti. Prednost izbrane konfiguracije je tudi, da so trajni magneti vstavljeni v feromagnetni rotorski paket in tako že zavarovani pred centrifugalnimi silami. Uporabljeni bodo magneti iz zlitin NdFeB proizvajalca Vacuumschmelze z oznako VACODYM 655 AP, ki imajo naslednje karakteristične podatke [27], gl. tabela 5.2.

Tabela 5.2 Podatki proizvajalca za magnetni material z oznako VACODYM 655 AP

|              |                             |
|--------------|-----------------------------|
| $B_r$        | 1.16 – 1.20T                |
| $bH_c$       | 865 – 915 kA/m              |
| $iH_c$       | min 1670 kA/m               |
| $(BH)_{max}$ | 255 – 275 kJ/m <sup>3</sup> |

Stator bo klasične oblike s polzaprtimi statorskimi utori. Izdelan bo s tehnologijo prešanja (štancanja) dvostransko lakirane pločevine standardne kvalitete M350–50A, debeline 0,5mm. B–H karakteristiko pločevine M350–50A, ki jo podaja proizvajalec [28], je prikazana na sliki 5.3.



Slika 5.3 B–H karakteristika elektropločevine M350–50A

Naslednja pomembna odločitev je izbira števila rotorskih polov in statorskih utorov. Število statorskih utorov mora biti usklajeno s premerom motorja. Upoštevati je potrebno vpliv števila period samodržnega vrtilnega momenta, izvedljivosti statorskega navitja in nenazadnje vsebnost višjih harmonskih komponent faznih induciranih napetosti.

Glede na zunanji premer motorja je smiselno število statorskih utorov med 15 in 30 [20]. Za nekaj najbolj primernih kombinacij števila rotorskih polov in statorskih utorov so zato v tabeli 5.3 zbrani podatki, ki nam pomagajo pri končni izbiri. Za te kombinacije so po enačbah iz poglavja 4.3.5 izračunane vsebnosti višjih harmonskih komponent induciranih napetosti.<sup>1</sup> Kot zelo primerna se izkaže kombinacija z  $N_{ut}=27$  in  $N_{pol}=6$  kljub temu, da je potrebno dvoplastno navitje.

<sup>1</sup> Harmonske komponente reda 3, 9, 12,... v tabeli niso prikazane, ker so sofazne in ne prispevajo k nastanku elektromagnetnega vrtilnega momenta [9].

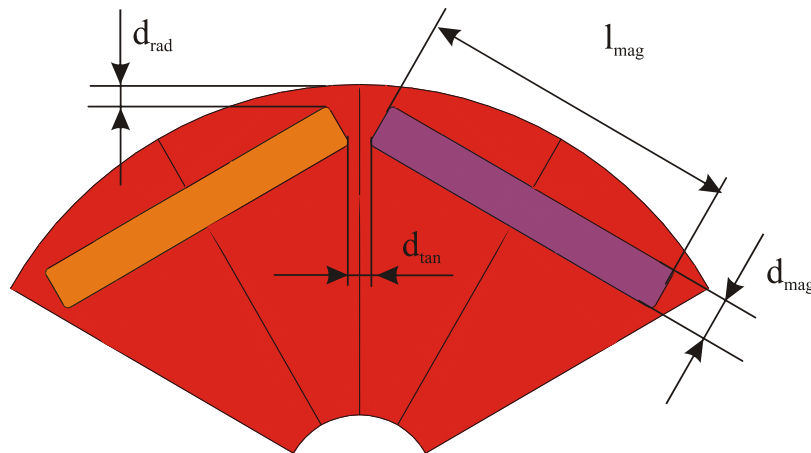
Tabela 5.3 Podatki za izbiro števila rotorskih polov in števila statorskih utorov motorja

| $N_{ut}$ | $N_{pol}$ | $N_{cog}$ | Navitje                   | Vsebnost višjih harmonskih komponent induciranih napetosti |                 |                  |                  |
|----------|-----------|-----------|---------------------------|--|-----------------|------------------|------------------|
|          |           |           |                           | $E_{i5}/E_{i1}$  | $E_{i7}/E_{i1}$ | $E_{i11}/E_{i1}$ | $E_{i13}/E_{i1}$ |
| 18       | 6         | 1         | Enoplastno ali dvoplastno | 20,0%  | 14,3%           | 9,1%             | 7,7%             |
| 27       | 6         | 2         | Dvoplastno                | 2,7%   | 0,9%            | 0,6%             | 1,1%             |
| 24       | 4         | 1         | Enoplastno ali dvoplastno | 5,4%   | 3,8%            | 9,1%             | 7,7%             |
| 24       | 4         | 1         | Tetivljeno dvoplastno     | 1,4%   | 1,0%            | 9,1%             | 7,7%             |

Izbiri števila rotorskih polov in statorskih utorov sledi dimenzioniranje prereza aktivnega dela motorja. Zunanji premer statorja je že določen, velikost rotorja smo določili okvirno. Zračna reža med rotorjem in statorjem znaša 0,8mm. Kot prvi približek pri dimenzioniranju statorske lamele lahko predpostavimo, da bodo zobje nekoliko ožji kot utori. Obseg statorja delimo s številom statorskih zob in tako izračunamo približno debelino zoba. Določiti moramo še debelino statorskega jarma, kar posledično vpliva na višino statorskih utorov in polmer rotorja.

Pri izbrani rotorski konfiguraciji z izbiro razdalje  $d_{rad}$  določimo del magnetnega pretoka trajnih magnetov, ki se po naravi zaključijo v samem rotorju (stresanje) in del, ki se zaključijo preko statorja (glavni magnetni pretok). Z izbiro razdalje  $d_{tan}$  pa vplivamo predvsem na razliko med vzdolžno in prečno reaktanco.

S stališča mehanike sta razdalji  $d_{rad}$  in  $d_{tan}$  kritični, saj preprečujeta razlet magnetov iz rotorja zaradi centrifugalnih sil. Mehansko trdnost rotorja smo glede na razdalji  $d_{rad}$  in  $d_{tan}$ , določeni med dimenzioniranjem električne karakteristike motorja, raziskali s simulacijo mehanskih razmer.



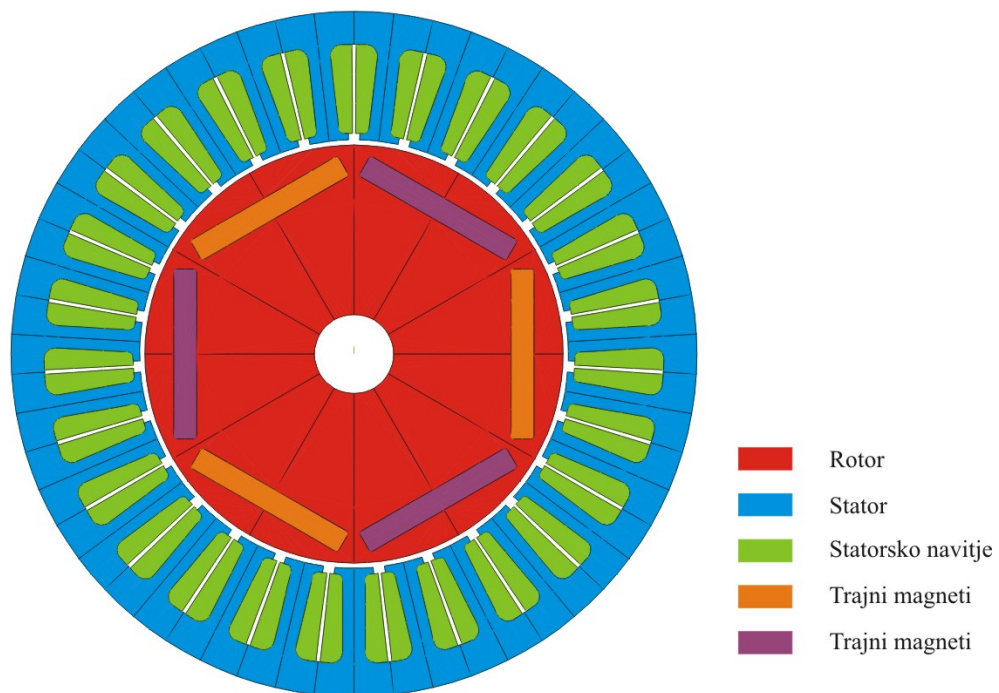
Slika 5.4 Trajni magneti v rotorju

Dimenzioniranje prereza aktivnega dela je iterativni postopek. Zato z MKE večkrat izračunamo porazdelitev gostote magnetnega pretoka v modelu motorja. Med posameznimi izračuni spreminjamo dimenzije statorskih zob, statorskega jarma, debelino trajnih magnetov, in ostalih dimenzij ter stremimo k temu, da vrednosti gostote magnetnega pretoka v feromagnetnem materialu ne presežejo 1,4T. S tem zagotovimo, da je delovna točka uporabljenega feromagnetnega materiala pod kolonom B–H karakteristike. Razumljivo je, da se na določenih mestih ne moremo izogniti lokalnim nasičenjem.

Potrebno končno debelino trajnih magnetov  $d_{mag}$  smo določili tako, da je zagotovljena njihova odpornost na razmagnetenje. Zaradi zaščite pred možnostjo razmagnetenja sem pri dimenzioniranju magnetov upošteval trikratno vrednost največjega dovoljenega faznega toka krmilnika, ki znaša 170A. Nevarnost razmagnetenja bo največja takrat, ko bo motor segret. Pri temperaturi 120°C je vrednost magnetne poljske jakosti, pri kateri še ne pride do razmagnetenja trajnih magnetov 700kA/m, medtem ko pri temperaturi 20°C ta vrednost znaša 1500kA/m. Za razmagnetenje zadostuje že kratkotrajni impulz magnetne poljske jakosti, ki se lahko pojavi naprimer ob okvari krmilnika. Med običajnim delovanjem motorja pa ni nevarnost razmagnetenja.

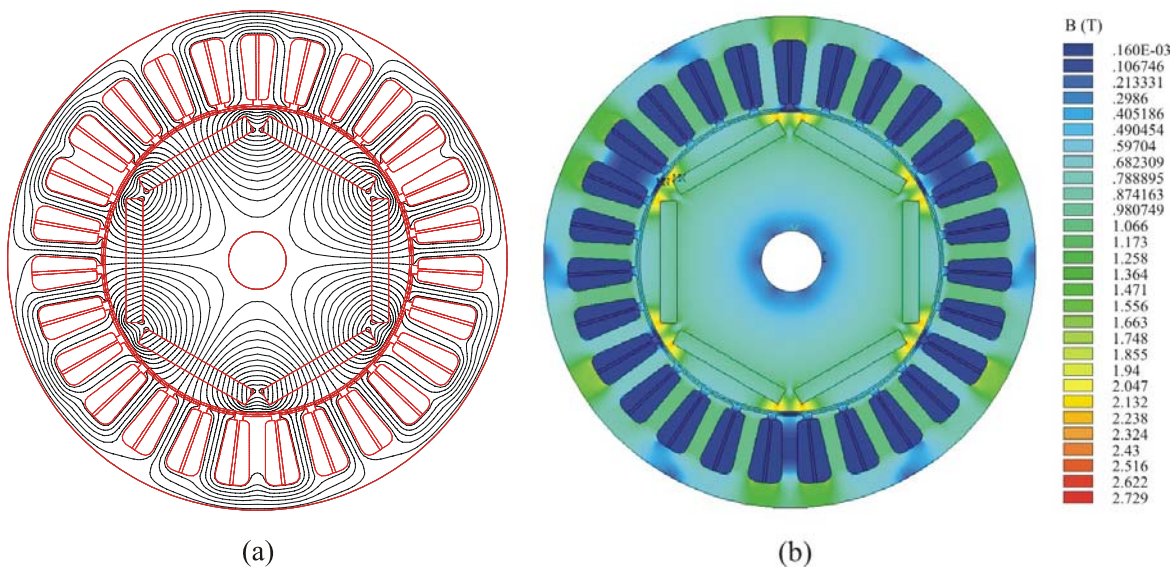
Tok v navitju modela motorja sem nastavil na trikratno vrednost največjega dovoljenega faznega toka krmilnika ter poiskal kot med rotorjem in statorjem stroja, pri katerem se v trajnih magnetih pojavijo največje magnetne poljske jakosti. Z ustrezno debelino trajnih magnetov sem zagotovil, da v njih največja magnetna poljska jakost ne preseže 700kA/m in ne pride do razmagnetenja.

Končna oblika prereza aktivnega dela motorja je bila določena tudi z upoštevanjem konstrukcijskih ukrepov za zmanjšanje nihanja vrtilnega momenta, gl. sliko 5.5.



Slika 5.5 Končna oblika aktivnega dela motorja

Izračunana porazdelitev magnetnega polja motorja, ki ga vzbudijo trajni magneti, je prikazana na sliki 5.6. Dobro so vidna mesta na rotorju, kjer pride do lokalnega nasičenja magnetnega materiala. Zaradi dobrega delovanja take konstrukcije rotorja so ta nasičenja neizogibna. Tako se le majhen del magnetnega pretoka trajnih magnetov zaključi preko rotorja, ostali del pretoka pa se zaključi preko statorja in prispeva h koristnemu magnetnemu pretoku.



Slika 5.6 Porazdelitev magnetnega polja v MKE modelu motorja, ki ga vzbudijo trajni magneti: (a) porazdelitev silnic magnetnega polja, (b) porazdelitev gostote magnetnega pretoka

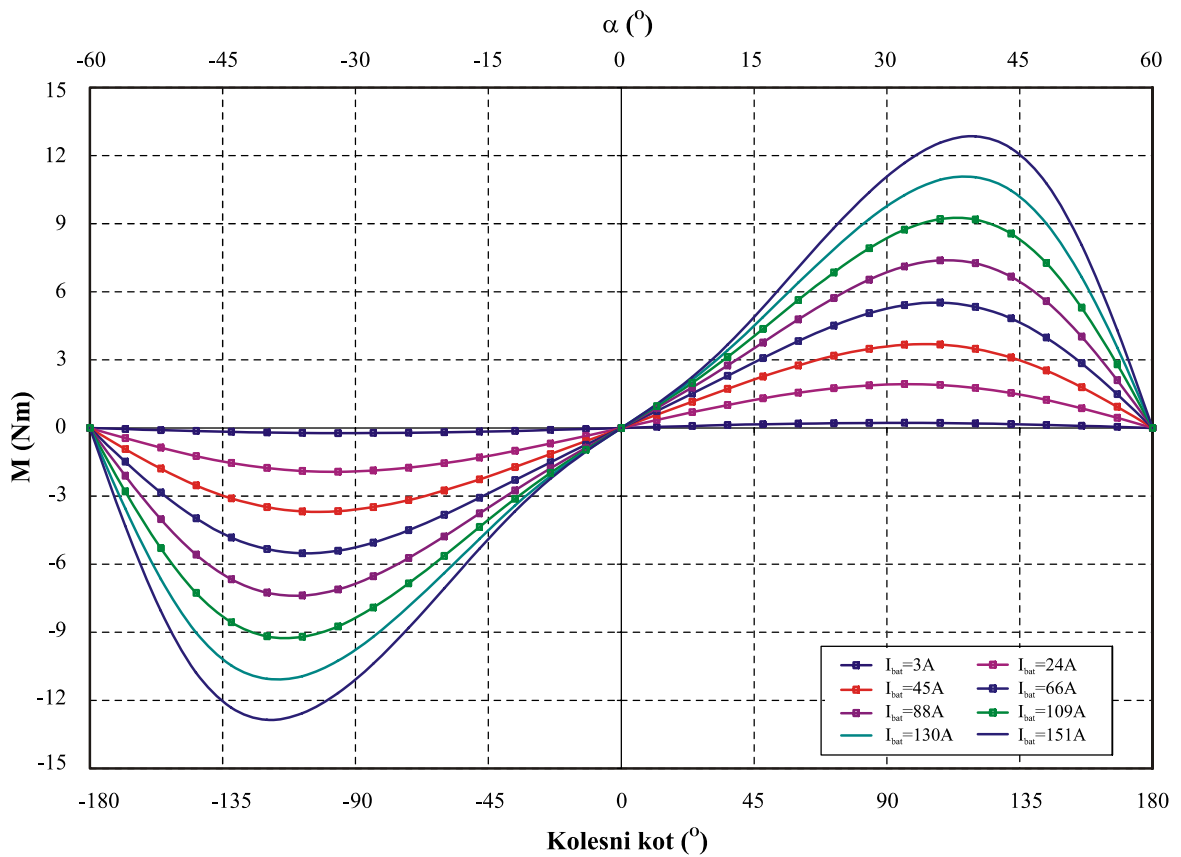
## 5.2 Izračun električne karakteristike motorja

Izračun električne karakteristike motorja začnemo z izračunom vrtilnega momenta v odvisnosti od statorskega toka za različne vrednosti kota rotorja. Statorsko navitje je vzbujano s konstantnim tokom, ki ustreza trenutnim vrednostim tokov trifaznega sistema v danem trenutku. Za izračun polja v magnetni strukturi, v kateri nastopajo nelinearni magnetni materiali, je najustreznejše, če izberemo trenutek, ko je v prvi fazi tok na maksimumu. V ostalih dveh fazah pa ima tok polovično vrednost nasprotnega predznaka kot v prvi fazi.

Tudi izračun karakteristike vrtilnega momenta je iterativni postopek. S spreminjanjem števila ovojev statorskega navitja in s spreminjanjem aktivne dolžine moramo doseči želeno razmerje med tokom in vrtilnim momentom, t.j. želeno tokovno konstanto motorja. Vemo, da bo motor napaján z elektronskim krmilnikom iz akumulatorske baterije in je zato pomembnejši podatek poraba baterijskega toka  $I_{bat}$ . Naša zahteva je, da motor razvije potreben srednji vrtilni moment  $9,7\text{Nm}$  za vožnjo v klanec z maksimalnim tovorom pri  $I_{bat} = 120\text{A}$ .

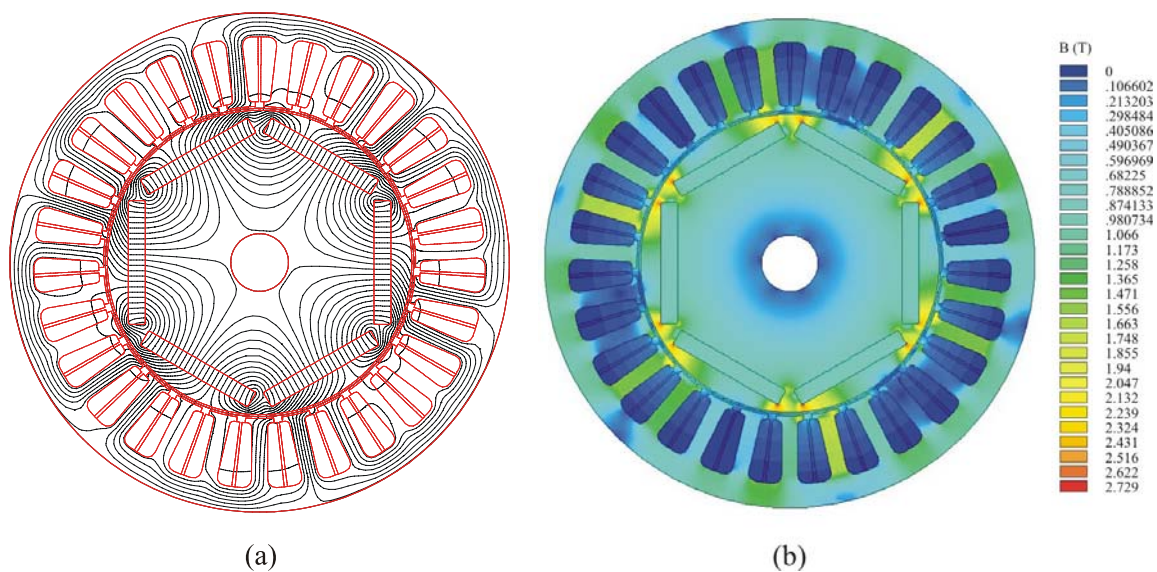
Vrednosti vrtilnega momenta, prikazane na sliki 5.7, so izračunane za motor s štirimi ovoji in  $70\text{mm}$  dolgim aktivnim delom. Na sliki lahko opazimo vpliv razlike med vzdolžno in prečno reaktanco, saj je maksimum vrtilnega momenta pri kotu rotorja  $\alpha$  večjem od  $30^\circ$ , to je pri kolesnem kotu večjem od  $90^\circ$ . Zavedati se moramo, da so izračunane vrednosti vrtilnega momenta maksimalne vrednosti. Srednje vrednosti vrtilnih momentov bodo torej nekoliko nižje. Sam izračun je pomemben predvsem za določitev potrebnega kolesnega kota, ki ga potrebujemo med izračunom trenutne vrednosti vrtilnega momenta za določitev električne karakteristike.





Slika 5.7 Izračunan vrtilni moment motorja v odvisnosti od kolesnega kota (kota rotorja  $\alpha$ ) za baterijski tok  $I_{bat}=3A$  do  $I_{bat}=151A$

Izračunana porazdelitev magnetnega polja motorja pri  $I_{bat} = 130A$  in kolesnem kotu =  $120^\circ$  je prikazana na sliki 5.8. Magnetno polje v motorju je vektorska vsota glavnega magnetnega polja, ki ga vzbudijo trajni magneti in magnetnega polja, ki je posledica vzbujanja statorskih tokov.

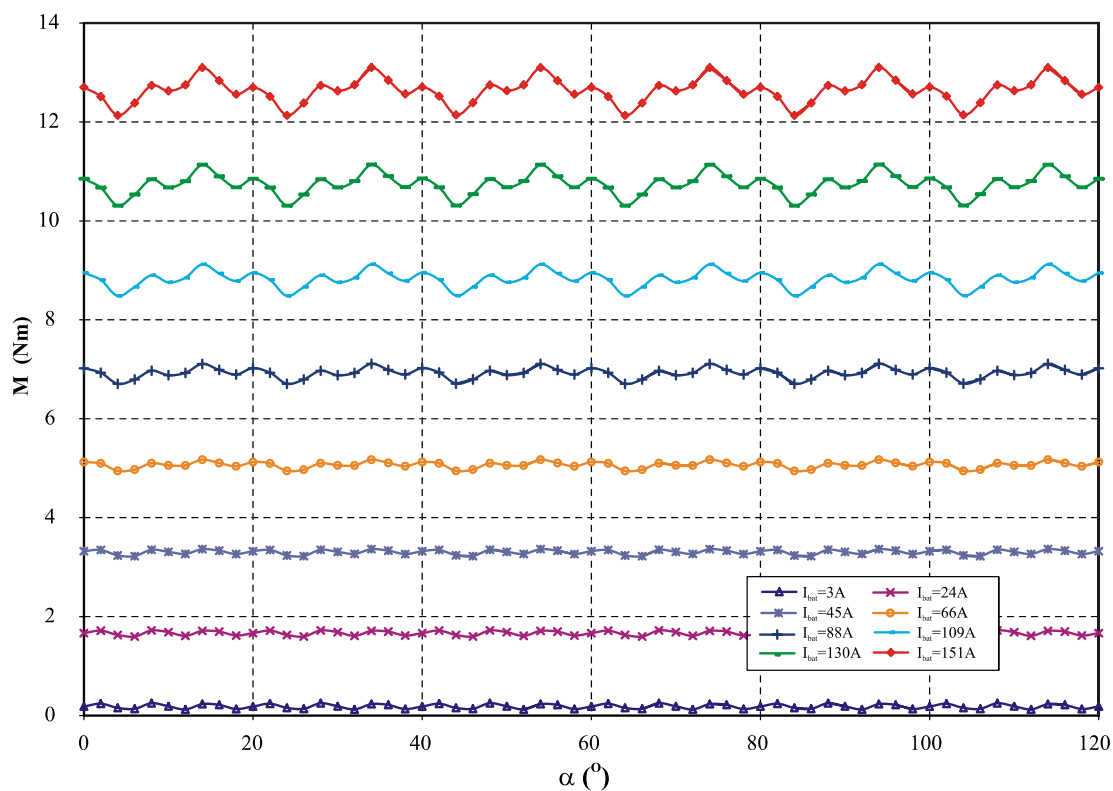


Slika 5.8 Porazdelitev magnetnega polja v MKE modelu motorja pri  $I_{bat} = 130A$  in kolesni kot =  $120^\circ$ : (a) porazdelitev silnic magnetnega polja, (b) porazdelitev gostote magnetnega pretoka

### 5.2.1 Izračun trenutne vrednosti vrtilnega momenta

Trenutne vrednosti vrtilnega momenta sem izračunal tako, da sem za posamezno vrednost baterijskega toka iz slike 5.7 najprej poiskal kolesni kot rotorja pri katerem motor razvije največji vrtilni moment. Statorsko navitje sem nato vzbujal s tokovi, ki ustrezajo trenutnim vrednostim tokov sinusne oblike v trifaznem sistemu. Trenutno vrednost tokov sem nastavljal tako, da sem upošteval trenutni položaj rotorja med vrtenjem in ustrezen kolesni kot.

Izračun trenutnih vrednosti vrtilnega momenta  $M$  sem opravil za kot ene rotorske delitve  $\varphi_{rot}=120^\circ$  v ekvidistantnih korakih po  $2^\circ$ . Rezultati so zbrani na sliki 5.9 in v tabeli 5.4.



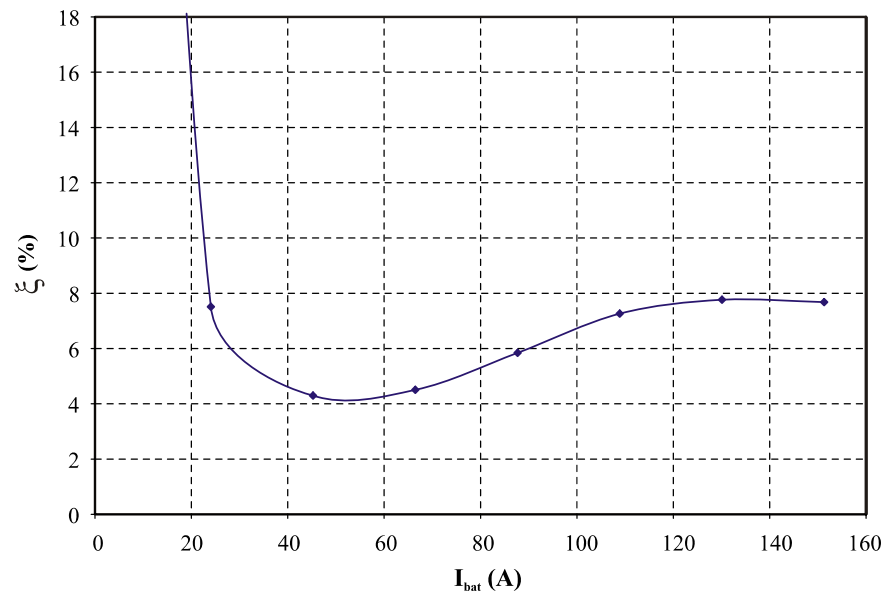
Slika 5.9 Izračunane trenutne vrednosti vrtilnega momenta za baterijski tok  $I_{bat}=3A$  do  $I_{bat}=151A$

Tabela 5.4 Izračunane minimalne, maksimalne in srednje vrednosti vrtilnega momenta ter nivo valovitosti vrtilnega momenta  $\zeta$  v odvisnosti od baterijskega toka

| $I_{bat}$ (A)  | 3     | 24   | 45   | 66   | 88   | 109  | 130   | 151   |
|----------------|-------|------|------|------|------|------|-------|-------|
| $M_{sr}$ (Nm)  | 0,184 | 1,66 | 3,30 | 5,07 | 6,92 | 8,83 | 10,74 | 12,64 |
| $M_{max}$ (Nm) | 0,249 | 1,72 | 3,36 | 5,17 | 7,11 | 9,13 | 11,14 | 13,10 |
| $M_{min}$ (Nm) | 0,122 | 1,60 | 3,22 | 4,94 | 6,71 | 8,48 | 10,31 | 12,13 |
| $\zeta$ (%)    | 69,0  | 7,5  | 4,3  | 4,5  | 5,8  | 7,3  | 7,8   | 7,7   |

Nivo valovitosti vrtilnega momenta  $\zeta$  je pri majhnem toku ogromen, saj pri  $I_{bat} = 3A$  znaša 69%. Vzrok za ta pojav je v dejstvu, da je komponenta samodržnega vrtilnega momenta zelo velika v primerjavi s komponento elektromagnetnega vrtilnega momenta. Če povečamo baterijski tok,

nivo valovitosti hitro upade in pri  $I_{bat} = 45\text{A}$  znaša le še 4,3%. Z nadaljnjim večanjem baterijskega toka nivo valovitosti vrtilnega momenta počasi narašča. Povečujejo se nasičenja magnetnega kroga, predvsem statorskih zob in statorskega jarma. Zaradi nelinearne B–H karakteristike feromagnetnega materiala se spremeni oblika magnetnega sklepa tuljav in trajnih magnetov, kar se izrazi v dodatnih harmonskih komponentah vzbujanja. Poveča se vsebnost višjih harmonskih komponente faznih induciranih napetosti in nihanje trenutne vrednosti elektromagnetne komponente vrtilnega momenta. Nivo valovitosti vrtilnega momenta  $\xi$  v odvisnosti od baterijskega toka je prikazan na sliki 5.10.



Slika 5.10 Izračunan nivo valovitosti vrtilnega momenta  $\xi$  v odvisnosti od baterijskega toka

### 5.2.2 Izračun vrtilne hitrosti

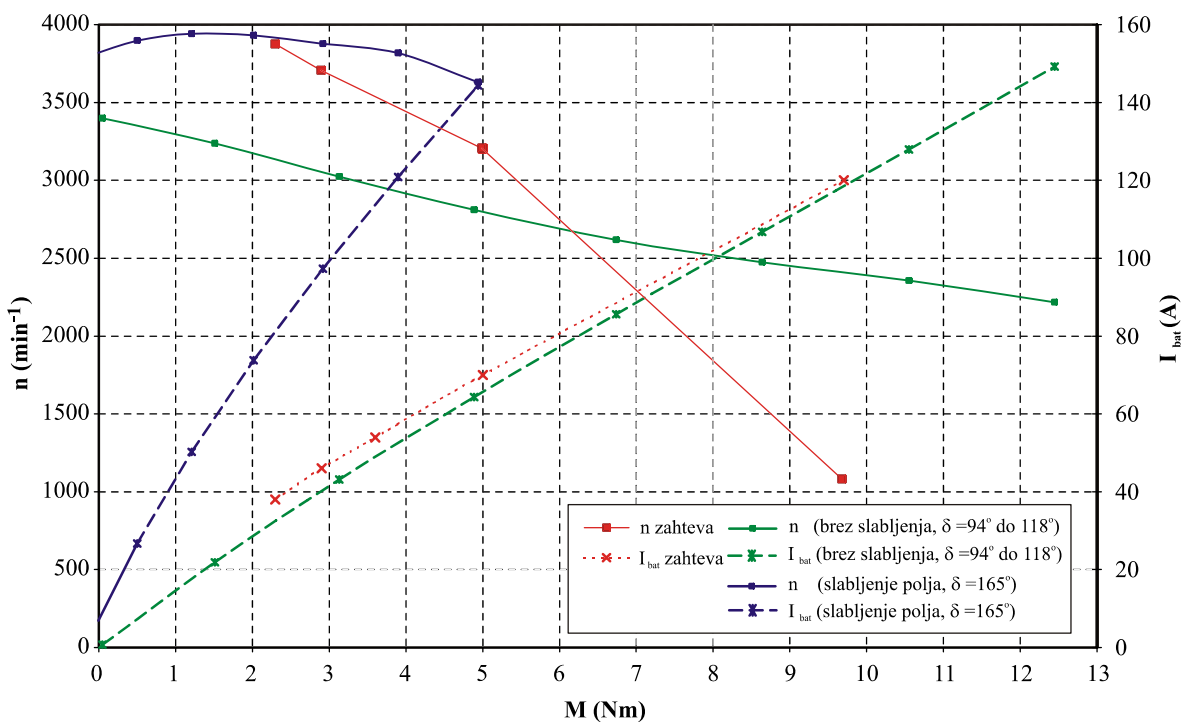
Naslednji korak je izračun karakteristike vrtilne hitrosti v odvisnosti od vrtilnega momenta motorja. Izračunana vrtilna hitrost mora biti enaka ali višja od zahtev podanih v tabeli 5.1. Motor bo napajan s krmilnikom iz akumulatorske baterije napetosti 24V.

Za prvi izračun vrtilne hitrosti sem kolesni kot nastavljal tako, da je motor pri določenem baterijskem toku razvil maksimalen vrtilni moment. Ustrezne vrednosti kolesnega kota v odvisnosti od baterijskega toka sem poiskal s pomočjo rezultatov s slike 5.7. Kolesni kot je zavzemal vrednosti od  $94^\circ$  do  $118^\circ$ . Pri višjih vrtilnih momentih bo motor zlahka dosegal in celo presegal zahtevane vrtilne hitrosti. Izračunana vrtilna hitrost pri  $10,5\text{Nm}$  znaša  $2350\text{min}^{-1}$  in je več kot dvakrat višja od zahtevane. S krmilnikom bomo zato baterijsko napetost po potrebi znižali. Izračunana vrtilna hitrost v prostem teku pa znaša  $3400\text{min}^{-1}$  in je nižja od zahtevane vrtilne hitrosti za vožnjo po ravnem. Za doseganje zahtev pri nižjih vrtilnih momentih bomo zato s krmilnikom motor napajali tako, da bo magnetno polje statorskih tokov nasprotovalo magnetnemu

polju trajnih magnetov. S tem bomo realizirali slabljenje polja in motor bo dosegal višje vrtilne hitrosti.

Naslednji izračun karakteristike sem opravil v režimu slabljenja polja. Kolesni kot sem nastavil na  $165^\circ$ . S tem izračunom sem potrdil, da motor razvije zahtevano vrtilno hitrost in zahtevan vrtilni moment tudi za vožnjo po ravnem. Razumljivo je, da bo potreben baterijski tok višji kot pri karakteristiki motorja brez slabljenja polja. Pomembno je le, da ne bo presegel vrednosti maksimalnega toka krmilnika, to je 130A.

Izračunani karakteristi sta le oba skrajna primera delovanja motorja. Med njima je še teoretično neskončna množica karakteristik s katerimi pokrijemo celotno področje med njima. Preskok vrtilne hitrosti za približno  $1000\text{min}^{-1}$ , ki je viden na sliki, se zato med delovanjem motorja ne bo pojavil, saj bo krmilnik skrbel za zvezno spreminjanje kolesnega kota. Rezultati obeh izračunanih karakteristik in primerjava s podanimi zahtevami so podani na sliki 5.11.

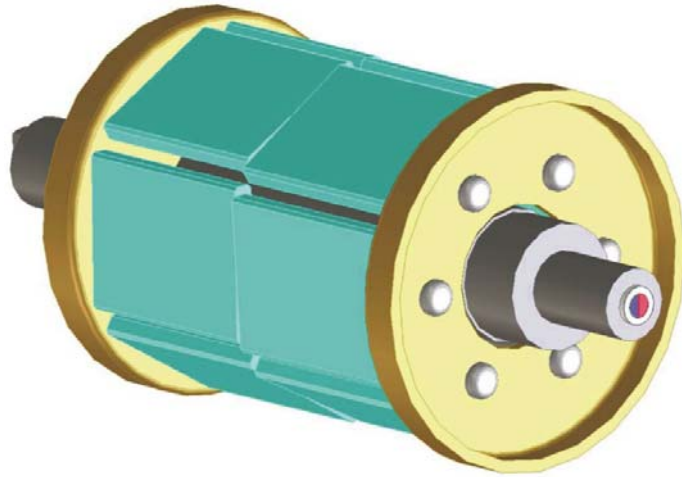


Slika 5.11 Primerjava zahtevane in izračunane karakteristike vrtilne hitrosti in porabe toka v odvisnosti od vrtilnega momenta pri napetosti 24V

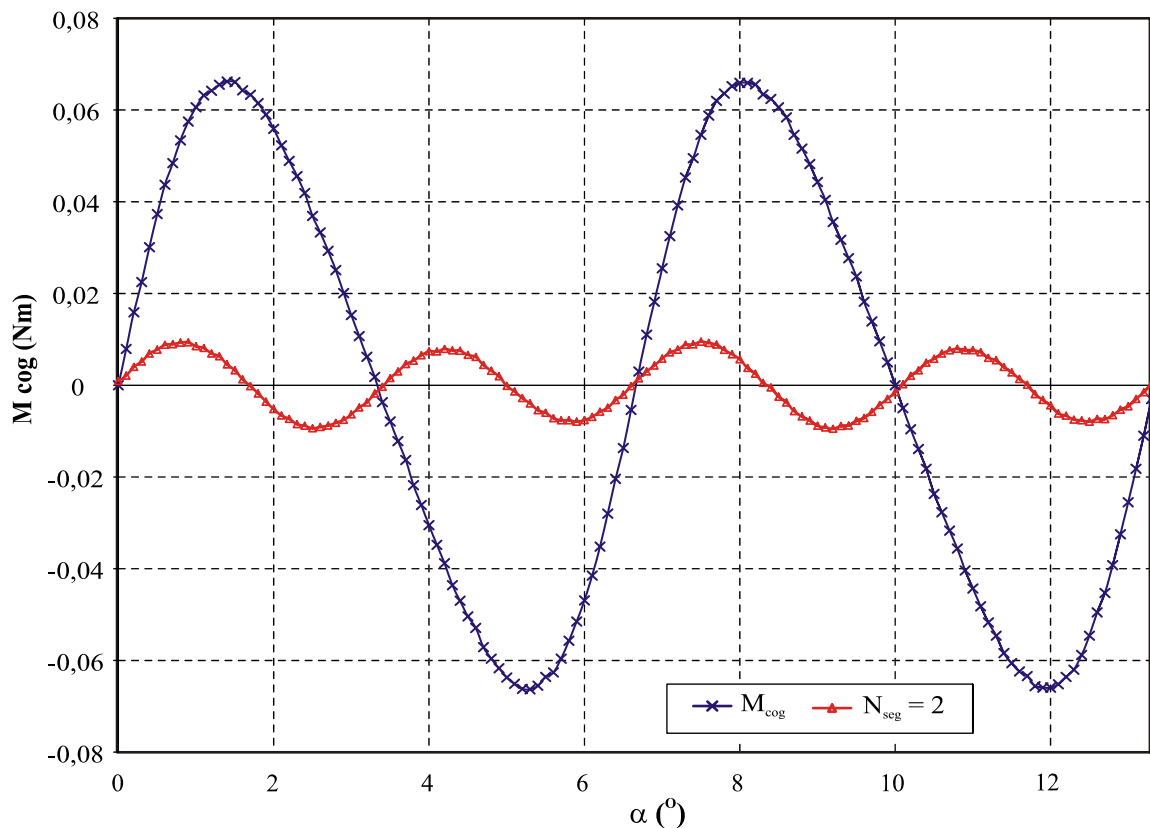
### 5.2.3 Izračun samodržnega vrtilnega momenta

Izračun poteka samodržnega vrtilnega momenta  $M_{cog}$  sem opravil za kot ene statorske delitve  $\varphi_{stat}=(360^\circ/27)$ . Rotor sem vrtil v ekvidistantnih korakih po  $0,1^\circ$ . Samodržni vrtilni moment ima pri vrtenju rotorja za kot statorske delitve dve periodi in doseže maksimalno vrednost  $0,066\text{Nm}$ , kar je  $0,62\%$  srednje vrednosti elektromagnetnega vrtilnega momenta.

Odločili smo se, da bodo na rotorju magnetni poli sestavljeni iz dveh segmentov, ki bodo med seboj zamaknjeni za  $3,3^\circ$ , gl. sliko 5.12. Skupni samodržni vrtilni moment bo zato še nižji in bo imel štiri periode pri vrtenju rotorja za kot statorske delitve (glej poglavje 4.2.3). Izračunana maksimalna vrednost samodržnega vrtilnega momenta z upoštevanjem zamika segmentov trajnih magnetov znaša  $0,0094\text{Nm}$ . To predstavlja le še 14% vrednosti samodržnega vrtilnega momenta za magnetne pole iz enega segmenta oziroma 0,088% srednje vrednosti elektromagnetnega vrtilnega momenta. Rezultati izračunov so prikazani na sliki 5.13.



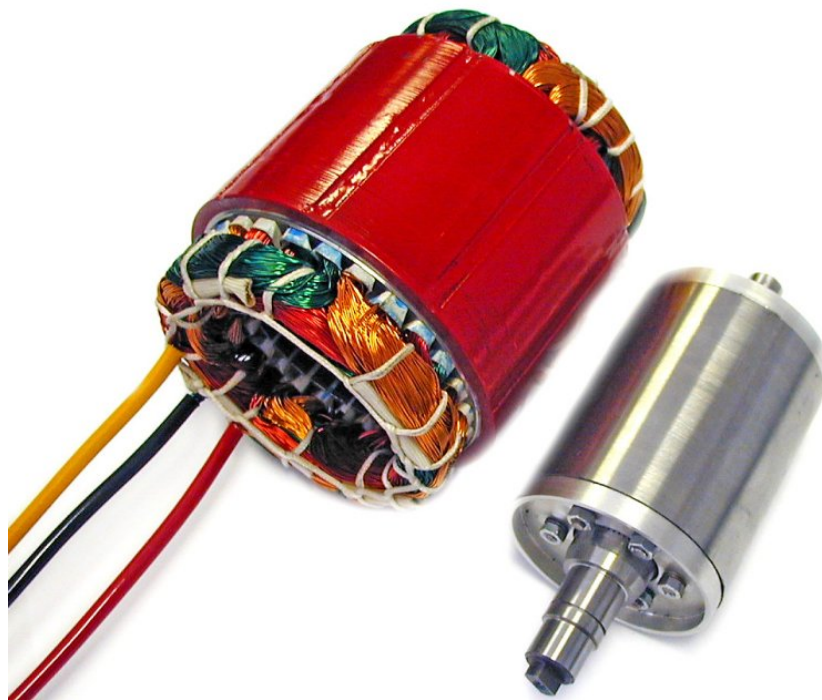
Slika 5.12 3D mehanski model rotorja – prikaz stopničasto zamaknjenih segmentov



Slika 5.13 Izračunan osnovni samodržni vrtilni moment  $M_{cog}$  in izračun za dva segmenta trajnih magnetov

## 5.3 Meritve in preizkušanje

Konstrukcija motorja je temeljila predvsem na izračunih. Z meritvami in preizkusi izdelanega prototipa smo zato želeli predvsem preveriti, če bo motor izpolnjeval postavljene zahteve za vse obratovalne pogoje. Zanimalo nas je tudi ali je MKE model motorja dober in ga lahko zato uporabimo pri razvoju novih motorjev. Med preizkušanjem smo morali paziti, da prototipa ne bi na kakršen koli način poškodovali ali uničili.



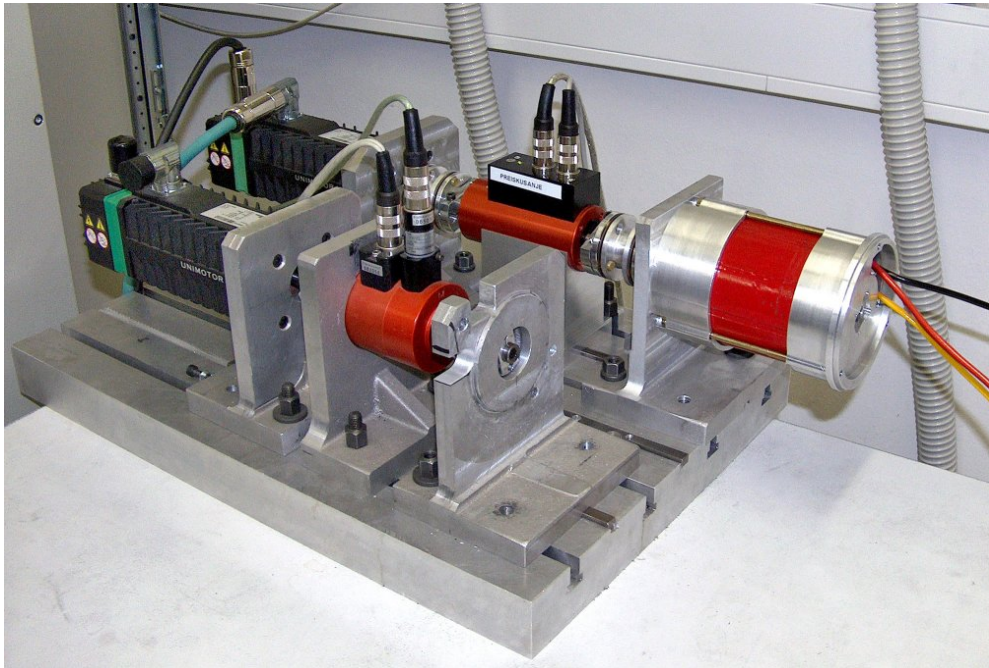
Slika 5.14 Statorski paket z navitjem in rotor izdelanega prototipa

### 5.3.1 Meritev samodržnega vrtilnega momenta

Merilno mesto za meritev samodržnega vrtilnega momenta je prikazano na sliki 5.15. Merilno območje dajalnika vrtilnega momenta je 0,1Nm. Signal samodržnega vrtilnega momenta smo zajemali z merilnim sistemom LMS SCADAS III, ki je v osnovi namenjen meritvam zvoka in vibracij, vendar ga je mogoče uporabiti za zajem in analizo vseh vrst dinamičnih signalov.

Seznam uporabljene opreme:

- merilnik vrtilnega momenta: *Dr. Steiger Mohilo+Co, Type 28058,*
- ojačevalnik: *Dr. Steiger Mohilo+Co, Type IC 3002,*
- pogonski motor: *Control Techniques, Model 75UMB300CACA,*
- zajem signala: *LMS SCADAS III* in
- programska oprema: *LMS Test Lab 5A.*



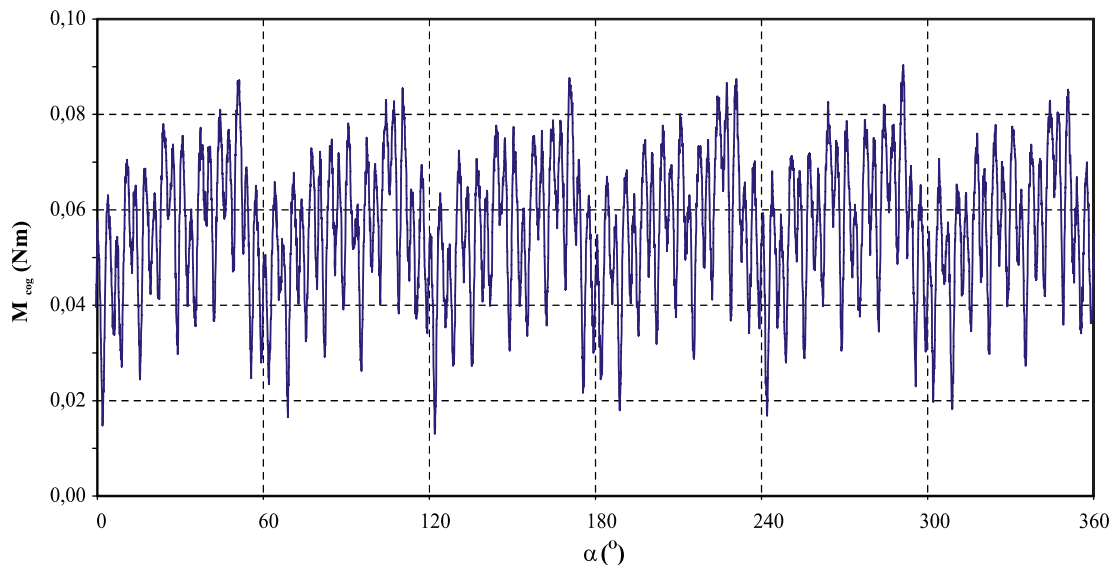
Slika 5.15 Merilno mesto za meritev samodržnega vrtilnega momenta izdelanega prototipa

Med meritvijo samodržnega vrtilnega momenta smo prototip motorja vrteli s servomotorjem preko gredi in merilnika vrtilnega momenta s konstantno vrtilno hitrostjo, kar je omogočilo prehod iz časovne koordinate  $t$  na koordinato rotorskega kota  $\alpha$ . S preizkušanjem smo ugotovili, da je potrebno meritev izvajati pri zelo nizki vrtilni hitrosti. V nasprotnem primeru zaradi frekvenčne karakteristike merilnika vrtilnega momenta, najverjetneje pa tudi zaradi mehanskih vztrajnostnih momentov rotorja in gredi, izgubimo informacijo o poteku samodržnega vrtilnega momenta. Meritev smo izvedli pri najnižji konstantni vrtilni hitrosti, ki smo jo s servomotorjem še lahko nastavili in je znašala  $5 \text{ min}^{-1}$ . Vsi pomembni parametri o vzorčenju signala samodržnega vrtilnega momenta so zbrani v tabeli 5.5.

Tabela 5.5 Parametri vzorčenja signala samodržnega vrtilnega momenta

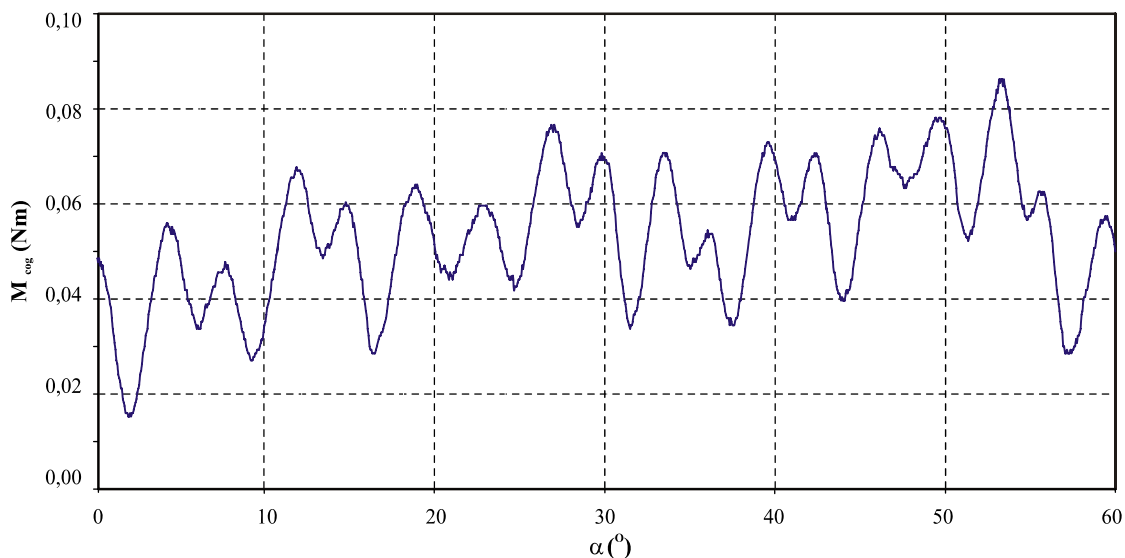
| Vrtilna hitrost<br>( $\text{min}^{-1}$ ) | Frekvenca<br>vzorčenja (Hz) | Dolžina signala<br>(s) | Število točk |
|--|-----------------------------|------------------------|--------------|
| 5  | 819,2                       | 20                     | 16384        |

Rezultati meritve za en poln obrat rotorja, to je  $360^\circ$ , so prikazani na sliki 5.16. Srednja vrednost izmerjenega vrtilnega momenta ni enaka nič in znaša približno  $0,056 \text{ Nm}$ . Merjeni signal namreč zajema tudi vrtilni moment trenja v ležajih in vrtilni moment, ki je potreben za pokrivanje vrtilnih in histereznih izgub v železnem paketu. Samodržni vrtilni moment je zato enak izmenični komponenti izmerjenega vrtilnega momenta.



Slika 5.16 Izmerjeni samodržni vrtilnega moment za poln obrat rotorja

V poteku signala za en poln obrat rotorja opazimo komponento nihanja vrtilnega momenta s periodo  $60^\circ$  in komponento nihanja s precej manjšo periodo. Vzrok za pojav komponente samodržnega vrtilnega momenta s periodo  $60^\circ$  so mehanske tolerance in nesimetrije pri izdelavi motorja, ki jih pri izračunu samodržnega vrtilnega momenta nismo upoštevali. To so lahko ovalnost rotorja in statorja, ekscentrična lega rotorja, nesimetrična razporeditev rotorskih magnetov ter neenakomerno namagneteni trajni magneti. Morebitni vpliv anizotropije elektroplöčevine za izdelavo statorskega paketa lahko izključimo zaradi medsebojnega zamika lamel.

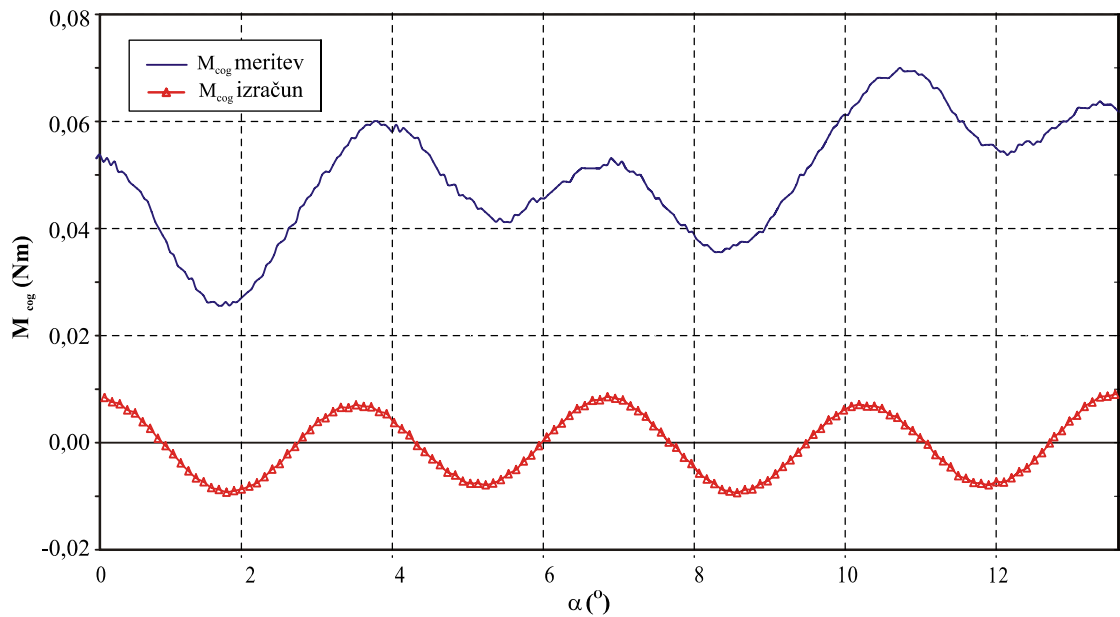


Slika 5.17 Izmerjeni samodržni vrtilnega moment za kot ene polovice rotorske delitve

Slika 5.16 prikazuje potek izmerjenega signala za kot ene polovice rotorske delitve, to je od  $0^\circ$  do  $60^\circ$ . V detajlnem pogledu opazimo 18 osnovnih period samodržnega vrtilnega momenta. V polnem obratu rotorja je torej 108 period. Pri izračunu samodržnega vrtilnega momenta



(poglavje 5.2.3) smo pri vrtenju rotorja za kot statorske delitve dobili štiri periode. V polnem obratu rotorja je zato izračunanih period prav toliko kot izmerjenih, to je 108 ( $4 \cdot 27$ ).



Slika 5.18 Primerjava izmerjenega in izračunane vrednosti samodržnega vrtilnega momenta za kot ene statorske delitve

Na sliki 5.18 je podan potek izmerjenega signala za kot ene statorske delitve. Za primerjavo je vrisana še izračunana vrednost. Če pri vrednotenju meritve samodržnega vrtilnega momenta upoštevamo samo izmenično komponento, ugotovimo, da znaša največja razlika med minimalno in maksimalno vrednostjo izmerjenega samodržnega vrtilnega momenta v eni periodi približno 0,044Nm. V primerjavi z izračunano vrednostjo, ki znaša 0,0188Nm, je izmerjena vrednost približno 2,3 krat večja. Razlika med izmerjeno in izračunano vrednostjo je zelo velika. Problem je namreč doreči, kaj je minimalna in kaj maksimalna vrednost izmerjenega samodržnega vrtilnega momenta. Na sliki 5.18 lahko vidimo, da se velikost razlike med minimalno in maksimalno vrednostjo izmerjenega signala spreminja v vsaki periodi. Težavna je tudi sama meritev tako majhnih vrednosti vrtilnega momenta.

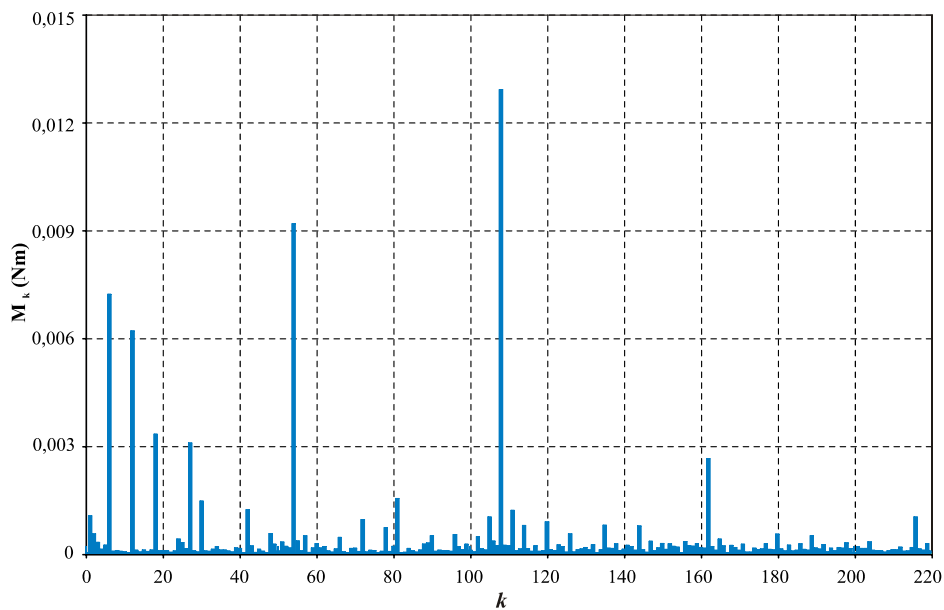
Za dodatno medsebojno primerjavo izračunane in izmerjene vrednosti samodržnega vrtilnega momenta lahko primerjamo njune harmonske komponente. Za to je potrebno izvesti harmonsko dekompozicijo ter določiti amplitude in faze Fourierovih koeficientov izračunane in izmerjene vrednosti samodržnega vrtilnega momenta. Ker je poznavanje vrtilnih momentov v odvisnosti od kota rotorja  $\alpha$  omejeno na končno število točk, lahko njun potek aproksimiramo s trigonometrično vsoto:

$$M(\alpha) \approx M_0 + \sum_{k=1}^n M_k \cos(2\pi k\alpha + \varphi_k), \quad (5.1)$$

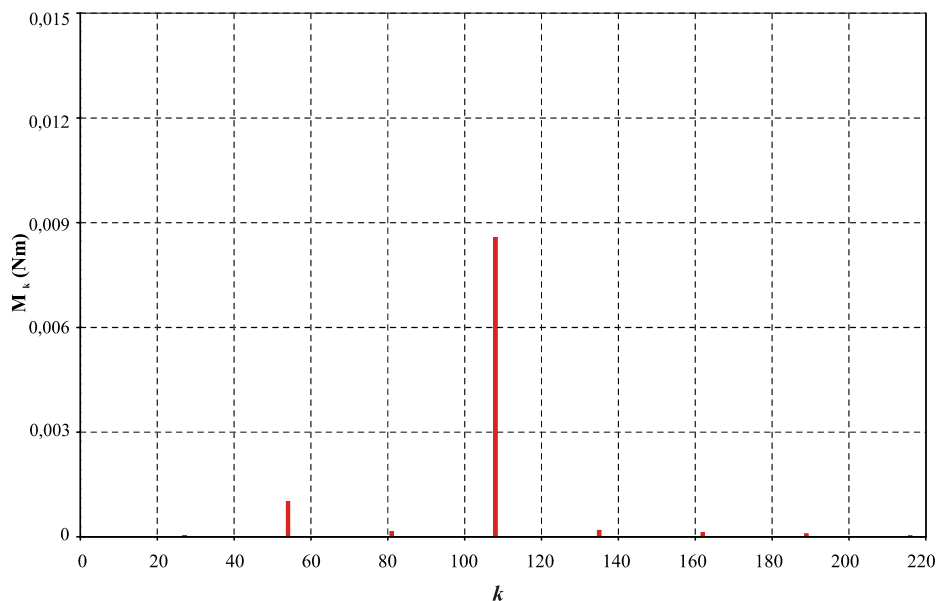
kjer je  $M_0$  srednja vrednost ali statična komponenta samodržnega vrtilnega momenta ter  $M_k$  in  $\varphi_k$  ovrednotena amplituda in faza  $k$ -tega Fourierovega koeficienta.

Z upoštevanjem periodičnosti vrtilnih momentov pri vrtenju rotorja, lahko  $k$ -ti Fourierov koeficient predstavimo kot  $k$ -to harmonsko komponento.

Na slikah 5.19 in 5.20 so prikazane amplitude harmonskih komponent izmerjenega in izračunanega samodržnega vrtilnega momenta. V izmerjenem signalu so najizrazitejše komponente reda večkratnikov števila rotorskih polov, to so komponente 6, 12, 18 in 30 ter komponente reda večkratnikov števila utorov, to so komponente 27, 54, 81, 108, 162 in 216. Kot je že bilo navedeno, so komponente reda 6, 12, 18 in 30 posledica mehanskih tolerance in nesimetrij pri izdelavi motorja. Zelo velika je komponenta reda 54, kar lahko opazimo tudi na sliki 5.16. To je osnovna komponenta samodržnega vrtilnega momenta motorja brez zamaknjenih segmentov trajnih magnetov. Vzrok za njen nastanek je najverjetneje prav nenatančen zamik segmentov.



Slika 5.19 Harmonске komponente izmerjenega samodržnega vrtilnega momenta



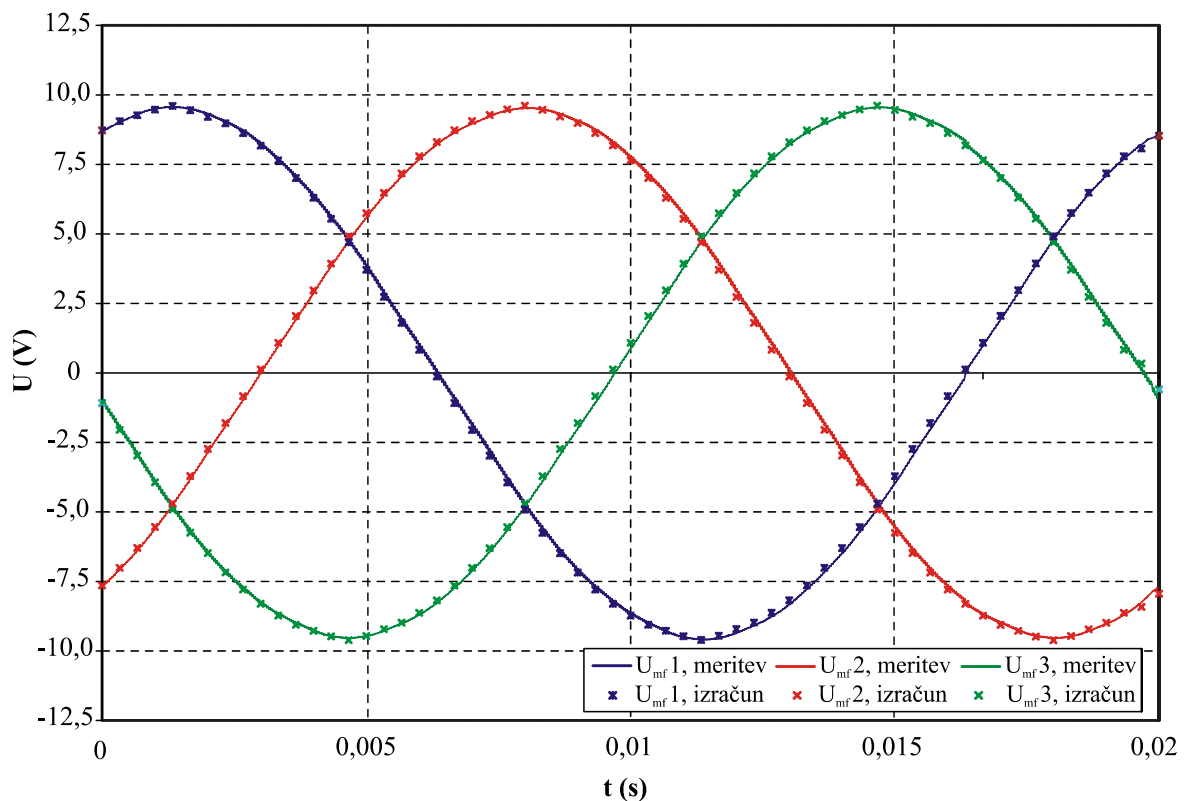
Slika 5.20 Harmonске komponente izračunanega samodržnega vrtilnega momenta

V signalu izračunanega vrtilnega momenta sta dejansko prisotni samo komponenti reda 54 in 108. Če sedaj primerjamo 108-i harmonik izračunanega in izmerjenega samodržnega vrtilnega momenta, vidimo, da je izmerjena vrednost približno 1,5 krat večja od izračunane vrednosti.

### 5.3.2 Meritev inducirane napetosti

Meritev je potekala tako, da smo prototip motorja s servomotorjem vrteli s konstantno vrtilno hitrostjo  $1000\text{min}^{-1}$  in merili trenutne vrednosti induciranih medfaznih napetosti odprtih sponk. Faznih napetosti nismo merili, ker zvezdišče navitja motorja ni dostopno. Za zajem trenutnih vrednosti induciranih napetosti smo uporabili isto opremo kot pri meritvi samodržnega vrtilnega momenta. Inducirane napetosti smo s pomočjo MKE modela izračunali iz spremembe magnetnega pretoka v statorskih navitjih.

Vizualna primerjava časovnih potekov izmerjenih in izračunanih medfaznih induciranih napetosti pri konstantni vrtilni hitrosti  $1000\text{min}^{-1}$  je podana na sliki 5.21. Izračunane vrednosti se tako po amplitudi kot po poteku dobro ujemajo z rezultati meritev.



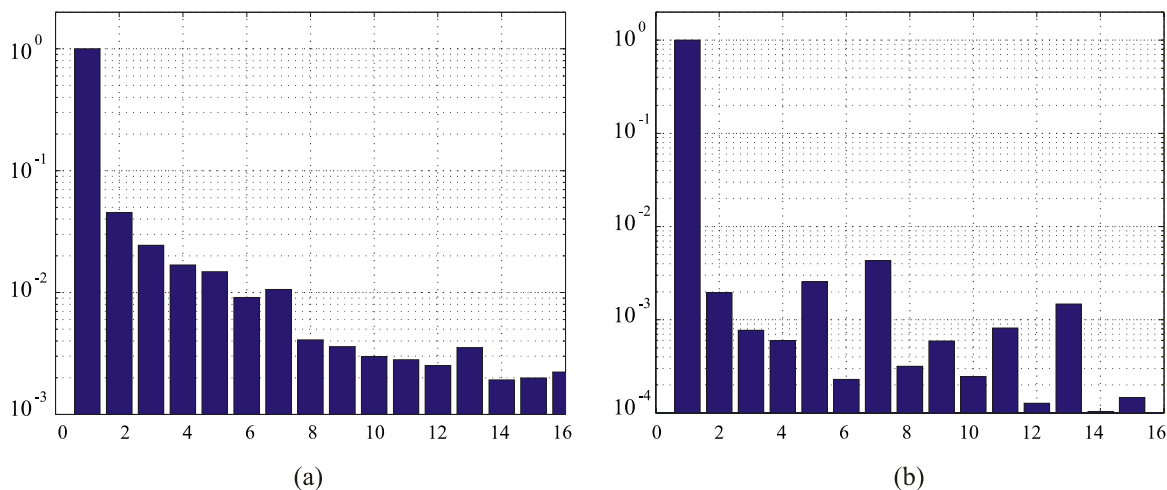
Slika 5.21 Primerjava izmerjenih in izračunanih medfaznih induciranih napetosti pri vrtilni hitrosti  $1000\text{min}^{-1}$

Za dodatno primerjavo rezultatov izračuna in meritev medfaznih induciranih napetosti so v tabeli 5.6 in na sliki 5.22 podane normirane harmonske komponente obeh signalov. Vidimo, da so izmerjene vrednosti višjih harmonskih komponent nekoliko nižje od izračunanih.

Hkrati je vsebnost harmonskih komponent obeh signalov nižja od podatkov iz tabele 5.3. Zamik magnetnih segmentov, ki smo ga uvedli zaradi znižanja samodržnega vrtilnega momenta, namreč vpliva tudi na zmanjšanje višjih harmonskih komponent induciranih napetosti [15].

Tabela 5.6 Primerjava vsebnosti normiranih harmonskih komponent izmerjenih in izračunanih medfaznih induciranih napetosti

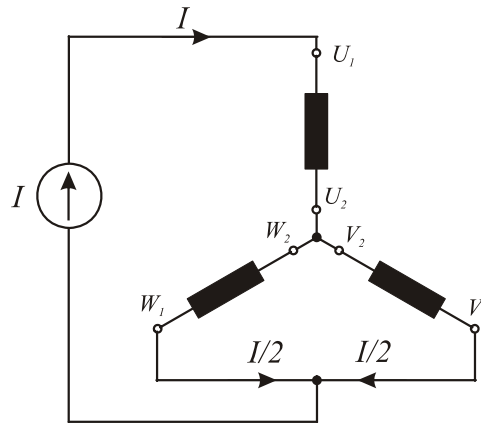
|                  | Vsebnost harmonskih komponent medfaznih induciranih napetosti |                     |
|------------------|---|---------------------|
|                  | Izračunane napetosti  | Izmerjene napetosti |
| $E_{i5}/E_{i1}$  | 1,48%   | 0,25%               |
| $E_{i7}/E_{i1}$  | 1,06%   | 0,43%               |
| $E_{i11}/E_{i1}$ | 0,28%   | 0,08%               |
| $E_{i13}/E_{i1}$ | 0,35%   | 0,15%               |



Slika 5.22 Normirane harmonske komponente medfaznih induciranih napetosti: (a) izračunane napetosti, (b) izmerjene napetosti

### 5.3.3 Meritev karakteristike vrtilnega momenta

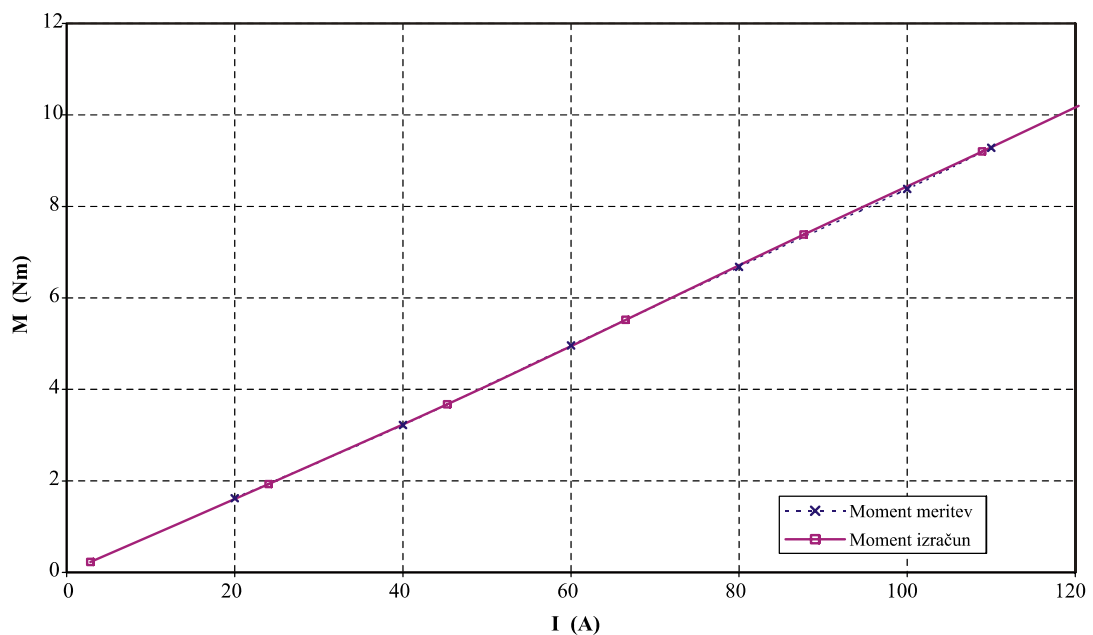
Karakteristika podaja maksimalni vrtilni moment v odvisnosti od statorskega toka. Princip meritve karakteristike je enak tistemu, ki smo ga uporabili pri izračunu vrtilnega momenta motorja v odvisnosti od kolesnega kota (glej poglavje 5.2), saj fazna navitja napajamo z ustreznim enosmernim virom kot je to prikazano na sliki 5.23. Z vrtenjem rotorja pa poiščemo položaj, kjer se na gredi motorja pojavi maksimalen vrtilni moment. Tako izmerjene vrednosti smo primerjali z rezultati, ki so predstavljeni na sliki 5.7.



Slika 5.23 Vezava faznih navitij za meritev karakteristike vrtilnega momenta

Seznam uporabljene opreme:

- merilnik vrtilnega momenta: *Dr. Steiger Mohilo+Co, Type 0260DM10L, Range 10Nm,*
- ojačevalnik: *Dr. Steiger Mohilo+Co, Type IC 3002,*
- tokovni vir (usmernik): *AGILENT 6692A 0-60V / 0-110A.*



Slika 5.24 Primerjava izmerjenega in izračunanega vrtilnega momenta

Iz primerjave izračunanih in izmerjenih maksimalnih vrtilnih momentov, ki je podana na sliki 5.24, lahko vidimo, da se vrednosti med seboj dobro ujemajo. Vzrok za tako dobro ujemanje leži v merjenju večjih vrednosti vrtilnega momenta kot pri merjenju samodržnega vrtilnega momenta. Najmanjši izmerjeni vrtilni moment je bil 1,62Nm pri toku 20A.

Glede na opravljene meritve induciranih napetosti in maksimalnega vrtilnega momenta lahko rečemo, da je MKE model motorja dober in zato lahko v določeni meri zaupamo tudi izračunu karakteristike vrtilne hitrosti ter izračunu trenutnih vrednosti in nivoja valovitosti vrtilnega momenta.



## 6 ZAKLJUČEK

V delu so predstavljeni konstrukcijski ukrepi za zmanjšanje nihanj vrtilnega momenta sinhronskega motorja s trajnimi magneti. Za posamezen ukrep je podan njegov princip delovanja, ki je nato podkrepjen z numeričnimi izračuni. Ukrepi so tematsko razdeljeni na ukrepe na rotorju in statorju. Podana sta tudi ukrepa izbire ustreznega števila rotorskih polov in statorskih utorov ter izbira ustrezne oblike statorskega navitja.

Za analizo vpliva ukrepov ali kombinacije več ukrepov (npr.: spreminjanje obodne dolžine loka trajnega magneta in zamik magnetnih polov) na velikost nihanja vrtilnega momenta je bil zgrajen parametrični MKE model sinhronskega motorja s trajnimi magneti. To je bilo potrebno zaradi dejstva, da je za analizo posameznega ukrepa ali kombinacije več ukrepov potrebno opraviti vrsto izračunov vrednosti vrtilnega momenta v odvisnosti od kota zasuka rotorja. Brez parametričnega MKE modela bi bilo spreminjanje parametrov in primerjava rezultatov praktično nemogoča.

### Ukrepi na rotorju

Konstrukcijski ukrepi za zmanjšanje samodržnega vrtilnega momenta na rotorju so:

- spreminjanje obodne dolžine loka trajnega magneta,
- poševni oziroma poševno magneteni trajni magneti,
- stopničasto zamaknjeni segmenti trajnih magnetov,
- zamik magnetnih polov,
- smer magnetizacije ter oblika trajnih magnetov.

Vsi naštetni ukrepi so se izkazali kot zelo učinkoviti. Z ekonomskega vidika so najprimernejši ukrepi spreminjanja obodne dolžine loka trajnega magneta, zamika magnetnih polov in uporabe stopničasto zamaknjenih segmentov trajnih magnetov. Njihova uporaba namreč ne predstavlja večjega dviga stroškov in ne povzroči bistvenih zapletov pri tehnološki izdelavi motorja. Nekoliko dražja ukrepa sta uporaba poševnih ali lečasto oblikovanih trajnih magnetov. Tako oblikovane trajne magnetne je namreč težje izdelati in so zato dražji.

Najboljše rezultate vsekakor dosežemo z ustrežno kombinacijo različnih ukrepov. Kombinacija spreminjanja obodne dolžine loka trajnega magneta in zamika magnetnih polov se je izkazala kot zelo učinkovita. Samodržni vrtilni moment se je zmanjšal za približno trikrat in znaša 4% srednje vrednosti vrtilnega momenta. Srednji vrtilni moment pa je upadel le za 2%. Pri kombinaciji spreminjanja obodne dolžine loka trajnega magneta z lečasto obliko trajnih magnetov je samodržni vrtilni moment upadel praktično na vrednost nič, vendar se je srednji vrtilni moment motorja zmanjšal za približno 9%.

## Ukrepi na statorju

Konstruktivski ukrepi za zmanjšanje samodržnega vrtilnega momenta na statorju so:

- dodatne zareze v statorskih zobeh,
- spreminjanje širine odprtin med statorskimi zobmi,
- statorski zobje z različno površino čela,
- odprava vpliva anizotropije statorske pločevine.

Ukrepi kot so: uvedba dodatnih zarez v statorskih zobeh, spreminjanje širine odprtin med statorskimi zobmi in izdelava statorskih zob z različno površino čela se samostojno niso izkazali za učinkovite. Njihov vpliv na zmanjšanje samodržnega vrtilnega momenta je minimalen. V primerih, ko je obodna dolžina loka trajnega magneta  $\alpha_m$  na rotorju neugodno izbrana, pa se samodržni vrtilni moment celo poveča.

Naštete ukrepe zato praviloma uporabimo v kombinaciji z rotorskimi ukrepi. Če naprimer v motorju, kjer je razmerje števila statorskih zob in števila rotorskih polov celo število, uvedemo eno dodatno zarezo, dobimo dvakrat večje število period samodržnega vrtilnega momenta. Potreben mehanski kot poševljenja rotorskih trajnih magnetov je zato dvakrat manjši, s čimer se poenostavi izdelava motorja.

Izbira ustreznega števila rotorskih polov in statorskih utorov vpliva na število period samodržnega vrtilnega momenta pri vrtenju rotorja za kot statorske delitve. Če je število period majhno, je pričakovana velika vrednost samodržnega vrtilnega momenta. Nasprotno pa pri velikem številu period lahko pričakujemo manjši samodržni vrtilni moment.

Izbira ustreznega števila rotorskih polov in statorskih utorov je neločljivo povezana in mora biti usklajena z obliko statorskega navitja. Izbira oblike statorskega navitja namreč vpliva na obliko induciranih napetosti in vsebnost višjih harmonskih komponent ter je pomemben ukrep za doseganje konstantnega elektromagnetnega vrtilnega momenta.

## Primer konstrukcije sinhronskega motorja s trajnimi magneti

Na osnovi spoznanj o konstrukcijskih prijemih, s katerimi lahko neželeno nihanje vrtilnega momenta odpravimo ali vsaj zmanjšamo, je bil konstruiran in izdelan sinhronski motor s trajnimi magneti za pogon hodnega viličarja z močjo 1,8kW. Tako konstruiran motor pri baterijskem toku 130A razvije želeni srednji vrtilni moment 10,7Nm. Izmerjena vrednost samodržnega vrtilnega momenta znaša približno 0,044Nm ali 0,4% vrednosti nazivnega vrtilnega momenta ter je med delovanjem motorja praktično zanemarljiva.

Nivo valovitosti vrtilnega momenta je močno odvisen od toka. Pri  $I_{bat} = 3A$  znaša 69%. Vzrok leži v dejstvu, da je komponenta samodržnega vrtilnega momenta zelo velika v primerjavi s



---

komponento elektromagnetnega vrtilnega momenta. Z večanjem baterijskega toka nivo valovitosti vrtilnega momenta hitro upade in pri  $I_{bat} = 45A$  znaša le še 4,3%. Z nadaljnjim večanjem baterijskega toka nivo valovitosti vrtilnega momenta počasi narašča. Povečujejo se nasičenja magnetnega kroga, predvsem statorskih zob in statorskega jarma. Nelinearna B–H karakteristika feromagnetnega materiala vpliva na magnetni sklep tuljav in trajnih magnetov, kar se izrazi v dodatnih harmonskih komponentah vzbujanja. Poveča se vsebnost višjih harmonskih komponente faznih induciranih napetosti in nihanje trenutne vrednosti elektromagnetne komponente vrtilnega momenta. Nivo valovitosti vrtilnega momenta pri baterijskem toku  $I_{bat} = 130A$  tako znaša 7,8%.



## 7 VIRI IN LITERATURA

- [1] Duane C. Hanselman, »Brushless Permanent Magnet Motor Design«, McGraw-Hill, incorporation, 1994.
- [2] Lovrenc Gašparin, »Načrtovanje in optimizacija integriranega zaganjalnik–generatorja«, magistrsko delo, Fakulteta za elektrotehniko, Ljubljana 2003.
- [3] Krovel O., »Design of an Integrated 100kW Permanent Magnet Synchronous Machine in a Prototype Thruster for Ship Propulsion«, Department of Electrical Power Engineering, Trondheim, Norway. ICEM 2004.
- [4] Makuc Danilo, »Trifazni motor s trajnimi magneti za visoke hitrosti vrtenja«, magistrsko delo, Fakulteta za elektrotehniko, Ljubljana 2002.
- [5] Gieras Jacek, Wing Mitchell, »Permanent Magnet Motor Technology«, Marcel Dekker Incorporation New York, 1997.
- [6] Hitachi Metals America, Materials magic – Katalog.  
<http://www.hitachimetals.com/products/mag/>
- [7] Hendershot J. R. Jr, Miller Tje, Design Of Brushless Permanent Magnet Motors, Magna Physic Publishing and Clarendon Press, Oxford 1994.
- [8] Jereb Peter, »Osnove električnih strojev, Fakulteta za elektrotehniko«, Ljubljana 1975
- [9] Zagradišnik Ivan, Slemnik Bojan, »Električni rotacijski stroji«, Fakulteta za elektrotehniko, računalništvo in informatiko, Maribor 2001.
- [10] D. Ishak, Z. Q. Zhu, D. Howe, »Permanent Magnet Brushless Machines with Unequal Tooth Widths and Similar Slot and Pole Numbers«, Industry Applications Conference. Vol. 2, Oct 2004.
- [11] Sinigoj, A.R. ELMG polje, Fakulteta za elektrotehniko, 1996.
- [12] Gieras J.F., Marler M.E, »Analytical Prediction of Torque Ripple in Permanent Magnet Brushless Motors«, United Technologies Research Center U.S.A., ICEM 2002.
- [13] Stermecki Andrej, Zagradišnik Ivan, »Numerična analiza konstrukcijskih izboljšav za znižanje nihanj vrtilnega momenta elektronsko komutiranega elektromotorja«, Fakulteta za elektrotehniko, računalništvo in informatiko, Maribor 2003.
- [14] N. Bianchi, S. Bolognani, »Design Techniques for Reducing the Cogging Torque in Surface–Mounted PM Motors«, IEEE Trans. Ind. Applicat., vol. 38, no. 5, Sept/Oct 2002.
- [15] Mohammad S. Islam, Sayeed Mir, Tomy Sebastian, Samuel Underwood, »Design Considerations of Sinusoidally Excited Permanent–Magnet Machines for Low–Torque

- Applications», IEEE Trans. Ind. Applicat., vol. 41, no. 4, Jul/Avg 2005.
- [16] Silvester, P. P., Cabayan, H. S., and Browne, B. T., »Efficient Techniques for Finite Element Analysis of Electric Machine«, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-92, pp. 1274-1281 (1973).
- [17] Silvester, P. P. and Ferrari, R.L., »Finite elements for electrical engineers – Third edition«, University of Cambridge, 1996.
- [18] Ansoft, »Maxwell 2D Field Simulator – User's Reference«, Ansoft Corporation Pittsburg, 1995–2001.
- [19] A. Hamler, »Računanje sil in vrtilnih momentov v magnetnem polju z metodo končnih elementov«, doktorska disertacija, Fakulteta za elektrotehniko, računalništvo in informatiko, Maribor 1994
- [20] Srb Neven, Tehnika namatanja asinhronskih motorov, Tehnička knjiga, Zagreb 1981.
- [21] R. Lateb, N.Takorabet, F. Meibody – Tabar, J.Enon, A. Sarribouete, »Design Technique for Reducing the Cogging Torque in Large Surface Mounted Magnet Motors«, INPL – GREEN Francija. IECM 2004
- [22] T. Li, G. R. Slemon, »Reduction of Cogging Torque in Permanent Magnet Motors«, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 24, No. 6 pp. 2901-2903, Nov 1988.
- [23] T. Ishikawa, G. R. Slemon, »A method of Reducing Ripple Torque in Permanent Magnet Motors without Skewing«, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 29, No. 2 pp. 2028-2031, March 1993.
- [24] Mohammad S. Islam, Sayeed Mir, Tomy Sebastian, »Issues in Reducing the Cogging Torque of Mass-Produced Permanent-Magnet Brushless CD Motor«, IEEE Trans. Ind. Applicat., vol. 40, no. 3, May/June 2004.
- [25] Z. Q. Zhu, David Howe, »Influence of Design Parameters on Cogging Torque in Permanent Magnet Machines«, IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 15, No. 4 pp. 407-412, December 2000.
- [26] Shinichi Yamaguchi, Akihiro Daikoku, »Cogging torque calculation considering magnetic anisotropy for permanent magnet synchronous motors«, Compel, Vol. 23, No. 3, pp. 639-646, 2004
- [27] Vacuumschmelze, <http://www.vacuumschmelze.de/dynamic/en/home/products/permanentmagnetsampsystems/permanentmagnets/ndfeb/vacodym/vacodym655ap.php>
- [28] Cogent, <http://www.orb.gb.com/>
- [29] Željcnov, M. Osnove teorije elektromagnetnega polja, Fakulteta za elektrotehniko, Ljubljana 1986.

- [30] Avčin Franc, Jereb Peter, Preizkušanje električnih strojev, Tehniška založba Slovenije, Ljubljana 1983.
- [31] Bronštejn – Semendaljev – Mussiol – Muhlog, Matematični priročnik, Tehnična založba Slovenije 1997.
- [32] Kraut, B., Strojniški priročnik, Strojniški vestnik, Ljubljana 1981.

# **IZJAVA**

Izjavljam, da sem magistrsko nalogo izdelal samostojno pod vodstvom mentorja doc. dr. Rastka Fišerja. Izkazano pomoč drugih sodelavcev sem v celoti navedel v zahvali..

Ljubljana, junij 2006

Andrej Černigoj