POTRESNA ANALIZA ARMIRANOBETONSKIH STAVB S POENOSTAVLJENIMI NELINEARNIMI MODELI SEISMIC ANALYSIS OF REINFORCED CONCRETE BUILDINGS WITH

SIMPLIFIED NONLINEAR MODELS

asist. Aleš Jamšek, mag. inž. grad. ales.jamsek@fgg.uni-lj.si prof. dr. Matjaž Dolšek, univ. dipl. inž. grad. matjaz.dolsek@fgg.uni-lj.si Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo Katedra za konstrukcije in potresno inženirstvo Jamova cesta 2, 1000 Ljubljana Znanstveni članek UDK 624.042.7:691.328

Povzetek V prvem delu prispevka predstavimo izboljšan model ribje kosti (model IFB) za potresno analizo pretežno tlorisno simetričnih okvirnih armiranobetonskih (AB) stavb in razvijemo poenostavljen nelinearni model enostavne AB-stenasto-okvirne stavbe, ki poleg modela IFB vključuje še model konzolne stene. Model IFB je glede na konfiguracijo elementov enak osnovnemu modelu ribje kosti, ki je določen s stebrom, na katerega sta v vsaki etaži priključeni še dve gredi. Izboljšava osnovnega modela ribje kosti se nanaša na postopek za določitev lastnosti konstrukcijskih elementov, s katerim lahko na približen način upoštevamo pomembnost konstrukcijskih elementov na potresni odziv stavbe. V drugem delu prispevka analiziramo sposobnost poenostavljenih nelinearnih modelov za potresno analizo. Najprej pokažemo, da je model IFB dovolj natančen za simulacijo etažnih parametrov potresnega odziva štirietažne okvirne ABstavbe, saj so dobljeni rezultati zelo podobni rezultatom psevdo-dinamičnega testa in rezultatom potresne analize, ki smo jo izvedli s konvencionalnim nelinearnim modelom AB-stavbe. Sledi še analiza primernosti poenostavljenih nelinearnih modelov za potisno analizo AB-stavb, pri kateri smo obravnavali štirietažno okvirno stavbo, osemetažno okvirno stavbo in osemetažno stenasto-okvirno stavbo. Ugotovili smo, da so uporabljeni poenostavljeni modeli dovolj natančni za izračun potisnih krivulj in poškodovanosti konstrukcijskih elementov na ravni etaž. Uporaba predstavljenih poenostavljenih nelinearnih modelov je trenutno omejena na potresno analizo tlorisno simetričnih stavb z obtežbo le v eni horizontalni smeri.

Ključne besede: model ribje kosti, poenostavljen nelinearni model, model MDOF, armiranobetonska stavba, psevdo-dinamični test, potisna analiza

Summary I In the first part of the paper, we present the improved fish-bone (IFB) model for the seismic analysis of predominantly plan-symmetrical reinforced concrete frame buildings and develop a simplified nonlinear model for the analysis of a simple reinforced concrete (RC) wall-frame building, consisting of the IFB model and a model of a cantilever wall. The configuration of structural elements of the IFB model is equal to that of the basic fish-bone model, which is determined by a column to which beams are connected at both sides and in all storeys. The improvement of the basic fish-bone model refers to a new procedure for the estimation of the parameters of the structural

elements, which allows to approximately account for the effect of the structural elements on the seismic response of a building. In the second part of the paper, we analyse the ability of simplified nonlinear models for seismic analysis. First, we show that the IFB model is sufficiently accurate to simulate the storey-based engineering demand parameters of a four-storey reinforced-concrete frame building, since the obtained results do not differ significantly from the results of the pseudo-dynamic test and the results of the seismic analysis performed with the conventional nonlinear model of RC building. Then follows the analysis of the capability of the simplified nonlinear models for pushover analysis of symmetric RC buildings, where we considered a four-storey RC frame building, an eight-storey frame building and an eight-storey wall-frame building. We found that the simplified models used in the analysis are sufficiently accurate for the calculation of the pushover curves and the storey-based damage assessment of structural elements. The use of the presented simplified nonlinear models is currently limited to the seismic analysis of plan-symmetrical buildings subjected to seismic excitation in one horizontal direction only.

Key words: fish-bone model, simplified nonlinear model, MDOF model, reinforced concrete building, pseudo-dynamic test, pushover analysis

1 • UVOD

Za nelinearno potresno analizo armiranobetonskih (AB) stavb se pogosto uporabljajo konvencionalni nelinearni modeli z več prostostnimi stopnjami (MDOF) (angl. *multiple-degree-of-freedom*), kier se z enim končnim elementom modelira steber, gredo ali steno v posamezni etaži. Velik delež stavb sestavlja na stotine konstrukcijskih elementov, zato so nelinearne potresne analize realnih stavb izjemno kompleksne, kar otežuje uporabo nelinearne potresne analize v praksi, še posebej če je treba določiti potresno tveganje portfelja stavb. Pri kompleksnih nelinearnih modelih je problematičen ne le računski čas, temveč tudi slaba konvergenca numeričnega algoritma za izračun odziva. Zaradi tega je bilo razvitih mnogo poenostavljenih nelinearnih MDOF-modelov (npr. (Kilar, 1994), (Nakashima, 2002), (Miranda, 2006), (Kuang, 2011)) in modelov z eno prostostno stopnjo SDOF ((Fajfar 2000), (Gupta, 2000), (Chopra, 2002), (Hatzigeorgiou, 2009)).

Poenostavljeni nelinearni modeli MDOFstavb se lahko klasificirajo na modele generičnega okvira GF (angl. *generic frame*) in modele ribje kosti FB (angl. *fish-bone*) (slika 1b) ((Ogawa, 1999), (Nakashima, 2002), (Luco, 2003), (Khaloo, 2013)) ter na kontinuirne modele (angl. *continuous model*), kjer sta strižni in upogibni nosilec povezana s togimi palicami na nivoju etaž ((FEMA 440, 2005), (Miranda, 2006), (Ramirez, 2009), (Kuang, 2011)). Čeprav so poenostavljeni nelinearni modeli računsko efektivni, je treba uporabnost teh modelov za potresno analizo še raziskati, saj so razviti z upoštevanjem več predpostavk. Zmanjšanje števila prostostnih stopenj predstavlja prvi izvor negotovosti pri rezultatih poenostavljenih modelov. Drugi izvor negotovosti pa je posledica postopkov za določitev vhodnih parametrov konstrukcijskih elementov poenostavljenih nelinearnih modelov.

Poenostavljeni nelinearni modeli predstavljajo vmesno stopnjo med konvencionalnimi modeli MDOF in modeli z eno prostostno stopnjo SDOF (angl. *single-degree-of-freedom*). Modeli SDOF se uporabljajo večinoma v kombinaciji z modeli MDOF (Fajfar, 2000), saj je direktna določitev vhodnih parametrov modelov SDOF precej negotova. Poleg tega z modelom SDOF simuliramo le osnovni plastični mehanizem (Abdelnaby, 2015), pri čemer se vpliv te predpostavke lahko približno ovrednoti s korekcijskimi faktorji (Kreslin, 2012).

Če je treba analizirati portfelj stavb, imajo poenostavljeni nelinearni modeli stavb lahko določeno prednost pred ostalimi modeli, saj njihove lastnosti določimo direktno, brez uporabe modelov MDOF, poleg tega so ti modeli sposobni simulirati še nekatere pomembne plastične mehanizme višjega reda.

V prvem delu prispevka predstavimo konvencionalni nelinearni model za potresno analizo AB-stavb (model MDOF) in izboljšan model ribje kosti (IFB) za analizo odziva okvirnih AB-stavb. Nato definiramo še poenostavlien nelinearni model za analizo enostavne stenasto-okvirne stavbe, ki vključuje model IFB in konzolno steno. V tem primeru je nelinearni model konstrukcije sestavljen iz makroelementov, in sicer na podoben način, kot je bil uporabljen pri določitvi psevdomatematičnega modela za poenostavljeno nelinearno statično analizo s programom NEAVEK ((Kilar, 1994), (Kilar, 1996)). V drugem delu članka ocenimo sposobnost modela IFB za potresno analizo AB-stavb tako, da rezultate odziva primerjamo z rezultati psevdo-dinamičnega testa štirietažne armiranobetonske tlorisno simetrične okvirne stavbe, ki je bila preizkušena v naravnem merilu. Dodatno prikažemo še primerjavo z rezultati potresne analize modela MDOF. Poleg tega razvijemo poenostavliene nelinearne modele za štirietažno in osemetažno okvirno stavbo ter za osemetažno stenasto-okvirno stavbo, ki jih nato uporabimo za potisno analizo in ocene poškodovanosti po stavbi za izbrana mejna stanja. Rezultate poenostavljenih modelih primerjamo z rezultati modelov MDOF. V sklepu izpostavimo glavne ugotovitve študije.

2 • OPIS MODELOV MDOF IN POENOSTAVLJENIH NELINEARNIH MODELOV

2.1 Opis lastnosti in predpostavk konvencionalnega modela MDOF

Za definicijo modela MDOF (slika 1a) je treba pridobiti informacije o geometriji konstrukcijskih elementov stavbe v tlorisu in po višini, armaturne načrte, podatke o projektiranih ali vgrajenih materialih, mase etaž in gravitacijske obtežbe. Upošteva se koncentrirana plastičnost na koncu konstrukcijskih elementov (slika 1a). Pri definiciji ovojnic plastičnih členkov gred in stebrov predpostavimo, da se za analizo odnosa moment-ukrivljenost posameznega prečnega prereza privzame formulacija odnosa napetost-deformacija po 2) ((Fajfar, 2006), (Haselton 2007), (Dolšek 2010)). Ta odnos se lahko definira s tremi karakterističnimi točkami (p=1, 2, 3), ki ustrezajo momentu na meji tečenja armature M_Y , momentu pri doseženi upogibni nosilnosti prečnega prereza M_M (angl. max) in momentu pri mejni rotaciji M_U (angl. max) in momentu pri mejni rotaciji M_U (angl. ultimate), ki je definiran pri 20-% padcu upogibne nosilnosti. Tako določenim karakterističnim momentom ustrezajo karakteristične rotacije Θ_Y , Θ_M in Θ_U . Karakteristična upogibna momenta M_Y in M_M smo določili z analizami moment-ukrivljenost prečnih prerezov, pri čemer smo upoštevali povprečno trdnost materiala in Evrokodov



Slika 1 • Shema (a) modela okvira z več prostostnimi stopnjami (MDOF) in (b) izboljšanega modela ribje kosti (IFB) ter (c) modela z eno prostostno stop-njo (SDOF).

Evrokodu 2 (CEN, 2004a). Nadalje upoštevamo še, da se lahko ovojnice plastičnega členka definirajo kot trilinearni odnos (slika

model za odvisnost med napetostjo in deformacijo betona in jekla (CEN, 2004a). Za izračun upogibnih momentov M_{γ} in M_{M} v



Slika 2 • Trilinearni odnos moment-rotacija s tremi karakterističnimi točkami, potrebnimi za njegovo definicijo.

stebrih upoštevamo osne sile zaradi gravitacijske obtežbe na konstrukcijo, medtem ko se v gredah zanemari vpliv osnih sil. Za model sodelujoče širine pasnic gred uporabimo model v skladu z Evrokodom 2 (CEN, 2004a), efektivno upogibno togost elementov določimo približno, in sicer z upoštevanjem polovičnih vrednosti elastične togosti nerazpokanih konstrukcijskih elementov, kot to dopušča Evrokod 8 (CEN, 2004b).

Rotacijo na meji tečenja armature Θ_Y smo določili z upoštevanjem linearne ukrivljenosti vzdolž konstrukcijskega elementa. Upoštevamo še, da imajo spreminjajoče se osne sile v konstrukcijskih elementih med analizami relativno majhen vpliv na odziv modela stavbe in da se ničelni upogibni momenti pojavijo na polovici dolžine posameznega elementa (Fajfar, 2006).

Za določitev karakterističnih rotacij gred Θ_{II} smo uporabili standard EC8-3 (CEN, 2005b), karakteristično rotacijo $\Theta_{\scriptscriptstyle M}$ pa smo nato izračunali iz ocenjene vrednosti 3,5 med rotacijo pri popolni porušitvi $\Theta_{\rm TC}~(M{pprox}0)$ in rotacijo \mathcal{O}_{M} . Karakteristične rotacije \mathcal{O}_{M} in $\Theta_{\rm U}$ stebrov smo izračunali z metodo CAE (angl. conditional average estimator), ki je bila predlagana za določitev karakterističnih rotacij za pravokotne AB-stebre iz široke baze eksperimentalnih rezultatov (Peruš, 2006). Nelinearno obnašanje vozlišč in strižno obnašanje v analizah zanemarimo, kar pa bi lahko dodatno približno upoštevali z modifikacijo odnosa moment-rotacija (Celarec, 2013). Predpostavimo, da so plošče toge v svoji ravnini. V analizah upoštevamo vpliv efekta P-delta. Čeprav konvencionalni modeli MDOF temeljijo na več predpostavkah, je bilo večkrat potrjeno, da so dovolj natančni za simulacijo potresnega odziva stavb v območju do mejnega stanja blizu porušitve (npr. (Haselton, 2008), (Dolšek, 2009)).

Opisani modeli MDOF so bili največkrat uporabljeni za potresno analizo okvirnih AB-stavb, vendar se podoben princip uporablja tudi za modeliranje mešanih sistemov AB-stavb, kjer se poleg okvirov v stavbi pojavljajo še konzolne stene ali AB-jedra. V primeru, da je stena dimenzionirana po standardu Evrokod, se model konzolne stene običajno poenostavi tako, da je materialna nelinearnost upoštevana le s plastičnim členkom ob vpetju stene v temelj.

Za konzolno steno osemetažne stavbe z mešanimi konstrukcijskim sistemom (Lazar Sinković, 2018), ki jo obravnavamo v nadaljevanju, smo plastične členke upoštevali v vsaki etaži tik nad ploščo (Kosič, 2014).

2.2 Definicija modela IFB za primer okvirne stavbe

Model IFB je glede na konfiguracijo konstrukcijskih elementov enak modelu FB ((Ogawa, 1999), (Luco, 2003)), slika 1b. Za definicijo modela IFB je v splošnem potreben enak nabor podatkov kot za konvencionalni model MDOF.

Glede na predpostavke modela MDOF je treba pri definiciji modela IFB vpeljati dodatne predpostavke, ki se nanašajo na definicijo togosti stebrov in gred modela IFB, v nadaljevanju stebrov IFB in gred IFB, ter na definicijo odnosa moment-rotacija plastičnih členkov stebrov IFB in gred IFB. Začetna togost modela IFB je določena z dolžinami konstrukcijskih elementov modela IFB, efektivnimi ploščinami prečnih prerezov in vztrajnostnimi momenti. Za določitev dolžine stebrov IFB smo uporabili višino etaž stavb, medtem ko smo vztrajnostni moment stebra IFB, I_c^F , določili kot seštevek vztrajnostnih momentov vseh stebrov v *i*-ti etaži okvirja (Nakashima, 2002):

$$I_{c,i}^{F} = \sum_{j=1}^{m} I_{c,i,j},$$
(1)

kjer je $I_{c,ij}$ vztrajnostni moment *j*-tega stebra (oznaka c – angl. column) v *i*-ti etaži, *m* predstavlja število stebrov v *i*-ti etaži, indeks *F* pa ponazarja, da se vztrajnostni moment nanaša na model IFB (slika 1b). Prečni prerez stebrov IFB in gred IFB definiramo po analogiji enačbe (1).

Ker se lahko dolžine gred v posamezni smeri analizirane stavbe precej razlikujejo, smo za dolžino grede IFB, $L_{b,i}^F$, upoštevali povprečje dolžin gred etaž za obravnavano smer obtežbe:

$$L_{b,i}^{F} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{n} \left(\sum_{k=1}^{n} L_{b,i,k} \right), \tag{2}$$

kjer je $L_{b,i,k}$ dolžina *k*-te grede (oznaka b - angl. beam) v *i*-ti etaži, *n* pa število vseh gred v obravnavani smeri obtežbe. Pri določitvi dolžine gred IFB smo tako upoštevali, da se lete podprejo na polovici dolžine s podporami, ki preprečujejo le vertikalne pomike, s čimer smo upoštevali predpostavko o ničelnem momentu na polovici njihovih dolžin (slika 1b).

Vpliv različnih dolžin gred etaž smo upoštevali tudi pri definiciji vztrajnostnih momentov gred IFB, $I_{b,i}^{F}$.

$$I_{b,i}^{F} = \sum_{k=1}^{n} I_{b,i,k} \cdot \frac{2L_{b,i}^{F}}{L_{b,i,k}},$$
(3)

kjer $I_{b,i,k}$ predstavlja vztrajnostni moment k-te grede v i-ti etaži.

Gravitacijsko obtežbo na model IFB smo definirali kot točkovno obtežbo v vozliščih gred

in stebrov in kot enakomerno porazdeljeno obtežbo na gredah IFB po analogiji definiranja obtežb za model MDOF. Točkovne sile na *i*-ti steber IFB smo definirali kot seštevek točkovnih sil na stebre *i*-te etaže analizirane okvirne stavbe. Določitev enakomerne porazdeljene obtežbe $q_{b,i}^F$ gred IFB *i*-te etaže ni tako trivialna, saj moramo upoštevati vpliv prerazporeditve obremenitve zaradi podpore gred IFB, ki preprečuje vertikalne pomike, in plastičnega členka na drugi strani gred IFB. Zaradi tega vpliva se enakomerno porazdeljena obtežba gred IFB določi kot:

$$q_{b,i}^{F} = c_{q}^{F} \frac{q_{i} \cdot A_{i}}{L_{b\,i}^{F}},\tag{4}$$

kjer q_i predstavlja enakomerno zvezno obtežbo po plošči, A_i vplivno površino obtežbe na grede *i*-te etaže stavbe, ki se upoštevajo pri določitvi obravnavane grede IFB, in c_q^F koeficient prerazporeditve obtežbe na obravnavano gredo IFB. Ta koeficient je enak 8/9 za primer, ko je začetna togost plastičnega členka grede IFB enaka začetni togosti grede IFB. V primeru, Za nelinearno potresno analizo je pomemben predvsem postopek za določitev lastnosti plastičnih členkov stebrov in gred IFB. Odnos moment-rotacija stebrov in gred IFB smo določili s trilinearnim odnosom (slika 2), ki se uporabi tudi za stebre in grede modela MDOF. Določitev vrednosti karakterističnih momentov je precej trivialen *p*-ti karakteristični moment *h*-tega plastičnega členka v *i*-ti etaži stebra IFB, $M_{c,i,h,p'}^F$ oziroma grede IFB, $M_{b,i,h,p'}^F$ se določi kot seštevek ustreznih karakterističnih momentov plastičnih členkov stebrov oziroma gred v posamezni etaži:

$$M_{c,i,h,p}^{F} = \sum_{j=1}^{m} M_{c,i,j,h,p}$$
(5)

$$M_{b,i,h,p}^{F} = \sum_{k=1}^{n} M_{b,i,k,h,p},$$
 (6)

kjer sta $M_{c,i,j,h,p}$ in $M_{b,i,k,h,p}$ *p*-ta karakteristična momenta *h*-tega plastičnega členka *j*-tega stebra oziroma *k*-te grede v *i*-ti etaži okvira. Za boljšo preglednost smo vse indekse prikazali na sliki 3, kjer je prikazan primer modela MDOF za dvoetažni okvir z dvema poljema in primer modela IFB tega okvira.



Slika 3 • Prikaz indeksov plastičnih členkov stebrov in gred ter dolžin gred za (a) model MDOF in za (b) model IFB.

da bi bila začetna togost ($k_{zax} = M_y/\Theta_y$) plastičnega členka grede IFB relativno zelo nizka oziroma visoka, bi bil koeficient c_a^F enak 1,0 oziroma 0,8. Kot obrazložitev koeficienta C_q^F lahko navedemo primer, kjer bi bila začetna togost plastičnega členka grede IFB relativno zelo majhna. V tem primeru lahko gredo IFB idealiziramo s prostoležečim nosilcem. Zato bi bil $c_a^F = 1,0$. V drugem skrajnem primeru bi bila začetna togost plastičnega členka grede IFB relativno zelo velika, kar posledično pomeni, da bi togost grede IFB lahko modelirali z nosilcem, ki je togo vpet na eni strani in členkasto podprt na drugi strani. V tem primeru se več obtežbe prenese na stran vpete podpore. Zato bi bilo treba pri določitvi obtežbe na gredo upoštevati redukcijo obtežbe s koeficientom $c_a^F = 0.8$.

Pri določitvi karakterističnih rotacij elementov modela IFB moramo opozoriti, da se lahko karakteristične rotacije kot tudi karakteristični momenti stebrov in gred v posamezni etaži precej razlikujejo od stebra do stebra in od grede do grede. Za sodobne okvirne stavbe, ki so obravnavane v tej študiji, je upogibna nosilnost stebrov večja od upogibne nosilnosti ared, zato je dovoli natančno, da se vpliv variabilnost gred oziroma stebrov upošteva le pri določitvi karakterističnih rotacij gred IFB oziroma stebrov IFB. Tako smo določili karakteristične rotacije plastičnih členkov stebrov IFB, $\Theta^{F}_{c,i,h,p}$, in gred IFB $\Theta^{F}_{b,i,h,p}$ kot utežena povprečja karakterističnih rotacij ustreznih plastičnih členkov stebrov in gred obravnavane etaže stavbe:

$$\Theta_{c,i,h,p}^{F} = \frac{\sum_{j=1}^{m} (M_{c,i,j,h,p} \cdot \Theta_{c,i,j,h,p})}{\sum_{j=1}^{m} M_{c,i,j,h,p}}$$
(8)

$$\Theta_{b,i,h,p}^{F} = \frac{\sum_{k=1}^{r} (M_{b,i,k,h,p} \cdot \Theta_{b,i,k,h,p})}{\sum_{k=1}^{n} M_{b,i,k,h,p}},$$
(9)

kjer sta $\mathcal{O}_{c,i,j,h,p}$ in $\mathcal{O}_{b,i,k,h,p}$ *p*-ti karakteristični rotaciji za *h*-ti plastični členek *j*-tega stebra oziroma *k*-te grede v *i*-ti etaži analizirane stavbe. Za uteži upoštevamo ustrezne karakteristične momente stebrov $M_{c,i,j,h,p}$ oziroma gred $M_{b,i,k,h,p}$. Upoštevanje uteži pri modeliranju karakterističnih rotacij stebrov IFB in gred IFB je posledica dejstva, da je tudi za plastične členke modela IFB privzet trilinearni odnos moment-rotacija.

2.3 Definicija poenostavljenega nelinearnega modela za primer stenasto-okvirne stavbe

Pri definiciji poenostavljenega nelinearnega modela stenasto-okvirne stavbe upoštevamo lastnosti in predpostavke modela IFB za okvirje, za konzolne stene pa iste lastnosti, kot smo jih definirali za model MDOF, kjer upoštevamo en plastični členek na dnu posamezne etaže za konzolne stene ($M_{w,i,p}$) (Kosič, 2014). Enako kot za model MDOF tudi za poenostavljen nelinearni model upoštevamo toge diafragme na ravni etaž, kar pomeni, da vozlišča stebrov in gred IFB povežemo z zelo togimi palicami ($A \rightarrow \infty$) z vozlišči konzolne stene na koti etaž (slika 4).



Slika 4 • Model MDOF, sestavljen iz modela okvirja in konzolne stene, (a) in poenostavljen nelinearni model, sestavljen iz modela IFB za okvir in konzolne stene (b) za primer dvoetažne stenasto-okvirne stavbe.

3 • OPIS ANALIZIRANIH STAVB

V študiji obravnavamo tri stavbe, ki so pretežno pravilne po tlorisu (slika 5). Osnovni podatki o stavbah in načinu projektiranja so prikazani v preglednici 1. Štirietažna armiranobetonska stavba 4F je bila psevdodinamično preizkušena v naravnem merilu ((Negro, 1996), (Fardis, 1996)). Projektirana je bila za visoko stopnjo duktilnosti (DCH, q=5) v skladu s predstandardom Evrokoda 8, z upoštevanjem projektnega pospeška tal (PGA) 0,3 g ((Fardis, 1996), (Negro, 1996)). Pri modeliranju smo upoštevali izmerjene vrednosti trdnosti materiala. Tlačna trdnost betona je precej variirala (med 32 MPa in 56 MPa), za armaturno jeklo pa smo na osnovi izmerjenih vrednosti trdnosti jekla predpostavili povprečno trdnost na meji tečenja (580 MPa). Predpostavili smo enake mase, kot so bile uporabljene v psevdo-dinamičnem eksperimentu (Dolšek, 2010). Potresno analizo smo izvedli za enak akcelerogram, kot je bil predpisan za psevdo-dinamični test. Z nelinearno dinamično analizo smo simulirali oba testa, in sicer za največji pospešek tal PGA 0,12 g (prvi test), ki mu je sledil test za največji pospešek tal PGA 0,45 g (drugi test). Elastični spekter pospeškov uporabljenega akcelerograma se je približno ujemal z Evrokodovim elastičnim spektrom pospeškov. Stavba je bila analizirana v smeri Y (slika 5a). Vpliv viskoznega dušenja smo zanemarili, kot je bilo upoštevano v psevdodinamičnem testu (Fardis, 1996).

Naslednja analizirana stavba je tlorisno simetrična osemetažna armiranobetonska okvirna stavba (8F, slika 5b) (Lazar Sinković, 2018). Projektirana je bila v skladu z Evrokodi ((CEN, 2004a), (CEN, 2004b)) za srednjo stopnjo duktilnosti. Stavba je nepravilna po višini, ker je višina spodnjih dveh etaž dosti višja kot višina preostalih (slika 5b). V analizah smo upoštevali srednje vrednosti tlačnih trdnosti betona, ki po stan-

Stavba	Projektirano v skladu s/z	Pravilnost	Beton, jeklo za armaturo	<i>a_{gR}</i> (g)
4F	preEC8, DCH	po tlorisu in višini	C25/30, Temp- core B500	0,30
8F	EC8, DCM	po tlorisu	C30/37, B500B	0,25
8D	EC8, DCM	po tlorisu in višini	C30/37, B500B	0,25

Preglednica 1 • Osnovni podatki o analiziranih stavbah, načinu projektiranja in referenčni največji pospešek tal a_aza tip tal A (CEN, 2004b).

dardu za predpisan beton znašajo 38 MPa (CEN, 2004a), in srednje vrednosti trdnosti jekla na meji tečenja, ki smo jih ocenili na 575 MPa (CEN, 2005a). Vse analize smo izvedli v smeri X.

Analizirali smo tudi osemetažno stavbo z mešanim konstrukcijskim sistemom (8D, slika 5c) ((Kosič, 2014), (Lazar, 2014), (Lazar Sinković, 2018)). Stavba je sestavljena iz dveh okvirjev v smeri X in dveh konzolnih sten v vsaki glavni translatorni smeri. Projektirana je bila v skladu z Evrokodi za srednjo stopnjo duktilnosti DCM ((CEN, 2004a), (CEN, 2004b)). Predpisan material je ustrezal materialu stavbe 8F. Analizo smo izvedli v X-smeri.

Vse modele analiziranih stavb smo razvili v programu Opensees (McKenna, 2011) v kombinaciji s PBEE Toolboxom (Dolšek, 2010) in Matlabom (MathWorks, 2016), ki sedaj podpira definicijo modelov IFB. Modele konzolnih sten smo definirali PBEE Toolbox (Kosič, 2014), v katerem so dodatne skripte in funkcije za analizo konzolnih sten.



Slika 5 • Prečni prerezi in tlorisi analiziranih stavb: (a) 4F, (b) 8F, (c) 8D.

4 • SIMULACIJA PSEVDO-DINAMIČNEGA TESTA ŠTIRIETAŽNE ARMIRANOBETONSKE STAVBE

Za namen simulacije psevdo-dinamičneaa testa smo stavbo 4F modelirali z modelom IFB in modelom MDOF, ki smo ga razvili neodvisno, ampak z enakimi predpostavkami, kot so bile upoštevane v predhodni študiji (Dolšek, 2010). Pripravili smo dva modela MDOF. Prvi model upošteva trilinearni odnos moment-rotacija v plastičnih členkih (slika 2), kot je definirano v poglavju 2. Drugi model MDOF je nekoliko izboljšan, saj je predpostavljen štirilinearni odnos moment-rotacija v členkih konstrukcijskih elementov. Z dodatno karakteristično točko (angl. cracking – CR) smo simulirali pojav razpok v betonskem prerezu ((Fajfar, 2006), (Dolšek, 2010)) (slika 6), kjer karakteristični upogibni moment M_{CR} ustreza stanju, ko napetosti na robu betonskega prereza presegajo natezno trdnost betona, pripadajoča rotacija Θ_{CR} pa je določena enako kot v primeru $\Theta_{\scriptscriptstyle Y\!\prime}$ pri čemer je upoštevana le nižja vrednost obremenitve (tj. M_{CR} namesto M_{Y}). Posledično je začetna togost drugega modela večja, saj se pri prvem modelu (slika 2) upošteva efektivna začetna

togost, ki znaša približno polovico togosti, določene na osnovi nerazpokanih prerezov. Določitev lastnosti plastičnih členkov sliki 7, in sicer za 2. etažo stavbe 4F, kjer so se pojavile največje poškodbe stavbe. Ugotovimo, da so rezultati modela IFB in MDOF zelo podobni. Ker je v teh modelih upoštevana efektivna začetna togost, se izkaže, da so zamiki iz prvega psevdodinamičnega testa precenjeni za več kot 170% (Dolšek, 2010), kar je posledica



Slika 6 • Štirilinearni odnos moment-rotacija s štirimi karakterističnimi točkami, potrebnimi za njegovo definicijo.

stebrov IFB in gred IFB za štirilinearni odnos moment-rotacija je ekvivalenten opisanemu postopku za trilinearni odnos.

4.1 Rezultati za model s trilinearnimi ovojnicami plastičnih členkov

Odnos etažna prečna sila-etažni zamik in časovni potek etažnih zamikov je prikazan na

prevelike začetne podajnosti modela. Ta poenostavitev nima bistvenega vpliva za simulacijo odziva drugega testa, saj oba modela precej dobro simulirata odziv 2. etaže obravnavane stavbe.

Primerjave za preostale etaže kažejo, da je natančnost modela IFB podobna za asist. Aleš Jamšek, prof. dr. Matjaž Dolšek • POTRESNA ANALIZA ARMIRANOBETONSKIH STAVB S POENOSTAVLJENIMI NELINEARNIMI MODELI

vse etaže stavbe 4F. Velikostni red etažnih zamikov v 1. etaži je podoben tistim iz 2. etaže, medtem ko so deformacije 3. in 4. etaže bistveno manjše. Relativna napaka modela IFB za maksimalen etažni zamik znaša za prvi test manj kot 5% v primerjavi z odzivom modela MDOF. Za drugi test pa znaša relativna napaka etažnih zamikov in prečnih sil modela IFB manj kot 5% v primerjavi z odzivom modela MDOF in rezultati psevdo-dinamičnega testa. To kaže, da je model IFB verjetno dovolj natančen za simulacijo globalnega odziva stavbe 4F v primeru močnega potresa (drugi test), za primere šibkejših potresov (prvi test) pa je preveč podajen, vendar se podoben problem pojavi tudi pri modelu MDOF (slika 7).

4.1 Rezultati za model s štirilinearnimi ovojnicami moment-rotacija

Za drugi model MDOF in model IFB upoštevamo štirilinearne ovojnice moment-rotacija (slika 6). Tudi v tem primeru lahko ugotovimo, da so rezultati modela IFB in MDOF zelo podobni, pri čemer je izboljšana simulacija za prvi test. Nekoliko slabša je napoved potresnega odziva stavbe za drugi test (slika 8). Primerjave relativnih napak maksimumov etažnih zamikov in prečnih sil modela IFB znaša za oba testa manj kot 9% v primerjavi z modelom MDOF in manj kot 8% v primerjavi z rezultati psevdo-dinamičnega testa.









5 • POTISNE ANALIZE IN MEJNA STANJA POŠKODOVANOSTI ZA IZBRANE ARMIRANOBETONSKE STAVBE

Sposobnost poenostavljenih nelinearnih modelov za potresno analizo smo testirali tudi s potisno analizo. V tem primeru smo uporabili le modele s trilinearno ovojnico moment-rotacija (slika 2). Obravnavamo vse tri stavbe: 4F, 8F in 8D.

Poškodovanost opišemo s tremi globalnimi mejnimi stanji poškodovanosti LS1, LS2, LS3 (angl. limit-state), ki so neposredno povezani s karakterističnimi rotacijami stebrov (oz. sten) poenostavljenega nelinearnega modela ali modela MDOF. Pri definiciji mejnih stanj za okvirni stavbi smo upoštevali, da je eno od treh globalnih mejnih stanj v modelu IFB(L- Sp^{F}) doseženo, ko prvi plastični členek stebra IFB doseže eno od treh karakterističnih rotacij (p = 1, 2, 3) Θ_{Y}, Θ_{M} in Θ_{U} . Ker model IFB nima možnosti direktnega določanja poškodovanosti posameznih elementov stavbe, smo mejna stanja modela MDOF (*LSp*) prav tako definirali na ravni etaže. Na ta način lahko obravnavamo nastop in razvoj različnih porušnih mehanizmov na ravni etaž, nastop katerih se je preučevalo pri analizah okvirjev s psevdomatematičnih modelom v programu NEAVEK ((Kilar, 1994), (Kilar, 1996)).

Privzeli smo, da je mejno stanje doseženo, ko uteženo povprečje rotacij za spodnje (h = 1) ali zgornje (h = 2) plastične členke stebrov doseže ali preseže uteženo povprečje karakterističnih rotacij za izbrano mejno stanje (p = 1, 2, 3) v stebrih modela MDOF. Za lažje razumevanje prikazujemo še matematičen zapis pogoja za pojav mejnega stanja za model IFB in model MDOF:

$$\Theta_{c,i,h,D}^{F} \ge \Theta_{c,i,h,p}^{F} \to LSp^{F}$$
(10)
$$\frac{\sum_{j=1}^{m} (M_{c,i,j,h,D} \cdot \Theta_{c,i,j,h,D})}{\sum_{j=1}^{m} M} \ge \frac{\sum_{j=1}^{m} (M_{c,i,j,h,p} \cdot \Theta_{c,i,j,h,p})}{\sum_{j=1}^{m} M} =$$

$$\mathcal{D}_{j=1}^{F} \stackrel{M}{\longrightarrow} LSp, \qquad (11)$$

kjer je $\Theta_{c,i,h,D}^{F}$ dosežena rotacija v *h*-tem plastičnem členku *i*-tega stebra IFB, $\Theta_{c,i,h,p}^{F}$ je pripadajoča karakteristična rotacija za *p*-to mejno stanje (*p* = 1, 2, 3), $M_{c,i,j,h,D}$ in $\Theta_{c,i,j,h,D}$ sta dosežen moment in rotacija v *h*-tem plastičnem členku *j*-tega stebra v *i*-ti etaži modela MDOF, $M_{c,i,j,h,p}$ in $\Theta_{c,i,j,h,p}$ pa sta pripadajoči karakteristični momenti in rotacije za *p*-to mejno stanje. Če sta pogoja v enačbah (10) in (11) izpolnjena, se pojavi *p*-to globalno mejno stanje v modelu IFB (LSp^{F}) in modelu MDOF (LSp).

Zgornji kriterij za mejna stanja uporabimo tudi za stenasto-okvirne stavbe. Ker je konzolna stena modela IFB in modela MDOF enaka, v tem primeru uporabimo enak kriterij za določitev mejnega stanja na steni (tj. po analogiji z enačbo (10)). Nadalje upoštevamo, da je globalno mejno stanje stenasto-okvirne stavbe doseženo takrat, ko je lokalno mejno stanje doseženo bodisi v okvirju bodisi v steni.

5.1 Potisne analize in dosežena globalna mejna stanja

Potisne analize smo izvedli le za eno smer potresne obtežbe, in sicer za stavbo 4F v smeri Y, v isti smeri, v kateri je bil izveden psevdo-dinamični test, za stavbi 8F in 8D pa v smeri X. Potisne analize smo izvedli za modalno razporeditev sil. Prijemališče horizontalnih sil v posamezni etaži je bil za model MDOF definiran v centru mas, za model IFB pa v vozlišču gred in stebrov IFB. Na osnovi prikazanih rezultatov (slika 9) sklepamo, da je model IFB dovolj natančen za določitev potisnih krivulj in karakterističnih točk, ki določajo globalna mejna stanja poškodovanosti. Za kvantitativno primerjavo smo izračunali še relativno napako med parametri potresnega odziva modela IFB in modela MDOF, ki je prikazana v preglednicah 2 in 3.

Stavba	T ₁ (s)	T ₁ ^F (s)	Relativna napaka (%)	F/W (%)	Relativna napaka (%)
4F	0,80	0,79	-1 %	36 %	-0 %
8F	1,76	1,77	+1 %	10 %	+1 %
8D	1,27	1,26	+1 %	12 %	-0 %

Preglednica 2 • Osnovni nihajni časi in razmerje med nosilnostjo in težo za modele IFB in MDOF za stavbe 4F, 8F in 8D ter pripadajoče relativne napake modela IFB v primerjavi z rezultati modela MDOF.

		Zamik etaže (/)			Pomik na vrhu stavbe (m)		
	Mejno stanje	IFB	MDOF	Relativna napaka (%)	IFB	MDOF	Relativna napaka (%)
4F	LS1	1,1 %	1,1 %	+1 %	0,10	0,10	0 %
	LS2	3,3 %	3,2 %	+1 %	0,28	0,28	0 %
	LS3	6,7 %	6,7 %	+0 %	0,50	0,50	0 %
8F	LS1	0,82 %	0,82 %	+0 %	0,12	0,12	0 %
	LS2	4,2 %	4,2 %	+0 %	0,48	0,48	0 %
	LS3	5,6 %	5,6 %	+0 %	0,59	0,59	0 %
8D	LS1	0,37 %	0,37 %	+0 %	0,070	0,070	0 %
	LS2	2,5 %	2,5 %	+0 %	0,55	0,55	0 %
	LS3	3,1 %	3,1 %	+0 %	0,68	0,68	0 %

Preglednica 3 • Največji zamiki etaž in pomiki na vrhu stavbe za vsa tri globalna mejna stanja modela IFB in modela MDOF za vse obravnavane stavbe ter pripadajoče relativne napake modela IFB v primerjavi z rezultati modela MDOF.



Slika 9 • Potisne krivulje za stavbe 4F, 8F in 8D s prikazanimi karakterističnimi točkami, ki določajo globalna mejna stanja poškodovanosti LS1, LS2, LS3, za (a) model MDOF in (b) model IFB.

asist. Aleš Jamšek, prof. dr. Matjaž Dolšek • POTRESNA ANALIZA ARMIRANOBETONSKIH STAVB S POENOSTAVLJENIMI NELINEARNIMI MODELI

Poleg osnovnih nihajnih časov modela MDOF T_1 in modela IFB T_1^F smo v tej primerjavi prikazali še napako za razmerje med nosilnostjo in težo stavbe (*F/W*) (preglednica 2) in največji relativni zamik etaže ter pomik na vrhu pri dosežnih globalnih mejnih stanjih LS1, LS2 in LS3 (preglednica 3). Relativna napaka modela IFB je praktično zanemarljiva za vse obravnavane parametre odziva (etažni zamiki, pomiki na vrhu, prečne sile ob vpetju), manjša odstopanja se pojavijo le pri največjih zamikih etaž modela IFB, vendar so te napake zelo majhne, manj kot 1 %.

5.2 Analiza poškodovanosti stavb pri doseženih mejnih stanjih

Poškodovanost obravnavanih stavb, ki je bila določena s potisno analizo pri doseženih mejnih stanjih, je prikazana na slikah 10, 11 in 12. Poškodbe stavbe so nazorno pokazane na modelu MDOF, medtem ko poškodovanost modela IFB za stavbi 4F in 8F in poenostavljenega nelinearnega modela za stavbo 8D prikazuje le poškodovanost na nivoju etaže. Ne glede na to lahko ugotovimo, da je poškodovanost na poenostavljenih nelinearnih modelih podobna poškodovanosti, ki je določena z modeli MDOF.

Čeprav smo definirali alobalna meina stanja za poenostavljene nelinearne modele in prav tako za modele MDOF le z upoštevanjem poškodovanosti stebrov (oz. sten), lahko z modelom IFB približno simuliramo tudi poškodovanost gred na ravni etaž. Za stavbo 4F lahko opazimo (slika 10), da model IFB simulira poškodovanosti stebrov in gred IFB ekvivalentne poškodovanostim konstrukcijskih elementov modela MDOF za vsa tri globalna mejna stanja. Za globalno mejno stanje LS1 lahko v 1. etaži opazimo manjšo poškodovanost (p = 1, rumena barva) stebrov in gred IFB (slika 10), za mejno stanje LS2 večjo poškodovanost (p = 2, rdeča barva) stebrov IFB v 1. etaži in za mejno stanje LS3 poškodovanost stebrov in gred IFB blizu porušitve (p = 3, črna barva) v 1. etaži. Ekvivalentno poškodovanost na ravni konstrukcijskih elementov modela IFB pri doseženih globalnih mejnih stanjih LS1, LS2 in LS3 lahko opazimo v večini stebrov in gred modela MDOF v vseh etažah (slika 10).

Podobno dobro ujemanje poškodovanosti konstrukcijskih elementov modelov MDOF in IFB lahko opazimo tudi za tri globalna mejna stanja LS1, LS2 in LS3 za stavbo 8F (slika 11) in za model MDOF in poenostavljen nelinearni model za stavbo 8D (slika 12).



Slika 10 • Poškodovanost konstrukcijskih elementov modela IFB in modela MDOF pri doseženih mejnih stanjih LS1, LS2, LS3 za stavbo 4F.



Slika 11 • Poškodovanost konstrukcijskih elementov modela IFB in modela MDOF pri doseženih mejnih stanjih LS1, LS2, LS3 za stavbo 8F.



Slika 12 • Poškodovanost konstrukcijskih elementov poenostavljenega nelinearnega modela in modela MDOF pri doseženih mejnih stanjih LS1, LS2, LS3 za stavbo 8D.

6 • SKLEP

Predstavili smo model IFB za potresno analizo okvirnih stavb in demonstrirali njegove zmožnosti za simulacijo potresnega odziva stavb. Rezultati raziskav so pokazali, da je natančnost modela IFB za potresne analize primerljiva z natančnostjo modelov MDOF, če je cilj potresne analize ugotavljanje potresnega odziva na nivoju etaže. Za štirietažno okvirno stavbo, ki je bila psevdo-dinamično preizkušena v naravnem merilu, smo pokazali, da so modeli IFB sposobni dovolj natančno napovedati tudi nelinearni dinamični odziv stavb na nivoju etaže.

Model IFB smo uporabili v kombinaciji z modelom konzolne stene. S tem poenostavljenim nelinearnim modelom smo izvedli potresno analizo stenasto-okvirne stavbe. Za obravnavani primer sklepamo, da je model IFB dovolj natančen za modeliranje okvirja, četudi je stena narekovala odziv obravnavane stenastookvirne stavbe. Glede na izsledke raziskave in glede na to, da so predstavljeni modeli računsko efektivni in robustni, bi bilo smiselno opraviti dodatne raziskave s ciljem razširitve poenostavljenega nelinearnega modela na 3D-stavbe z upoštevanjem potresa v obeh horizontalnih smereh stavbe.

7 • ZAHVALA

Zahvaljujemo se Mirku Kosiču, ki je za potrebe prikazanih raziskav prispeval modele MDOF stavb 8F in 8D. Iskrena zahvala tudi Javni agenciji za raziskovalno dejavnost Republike Slovenije, ki je financirala prikazane raziskave.

8 • LITERATURA

Abdelnaby, A. E., Elnashai, A. S., Numerical modeling and analysis of RC frames subjected to multiple earthquakes, Earthquakes and Structures, 9 (5): 957–981, 2015.

Celarec, D., Dolšek, M., Practice-oriented probabilistic seismic performance assessment of infilled frames with consideration of shear failure of columns, Earthquake Engineering and Structural Dynamics 42: 1339–1360, 2013.

CEN, European standard EN 1992–1-1: 2004a. Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings, European Committee for Standardization, Brussels, Belgium, 2004b.

CEN, European standard EN 1998–1: 2004b. Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance. Part 1: General rules, seismic action and rules for buildings, European Committee for Standardization, Brussels, Belgium, 2004a.

CEN, European standard EN 1998-2: 2005a. Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance. Part 2: Bridges, European Committee for Standardization, Brussels, Belgium, 2005.

CEN, European standard EN 1998–3: 2005b. Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance. Part 3: Assessment and retrofitting of buildings, European Committee for Standardization, Brussels, Belgium, 2005.

Chopra, K., Goel, R. K., A modal pushover analysis procedure for estimating seismic demands for buildings, Earthquake Engineering and Structural Dynamics 31: 561–582, 2002.

Dolšek, M., Incremental dynamic analysis with consideration of modelling uncertainties, Earthquake Engineering and Structural Dynamics 38: 805–825, 2009.

Dolšek, M., Development of computing environment for the seismic performance assessment of reinforced concrete frames by using simplified nonlinear models, Bulletin of Earthquake Engineering 8: 1309–1329, 2010.

Fajfar, P., A Nonlinear Analysis Method for Performance Based Seismic Design. Earthquake Spectra, 16 (3): 573–592, 2000.

Fajfar, P., Dolšek, M., Marušić, D., Stratan, A., Pre- and post-test mathematical modelling of a plan-asymmetric reinforced concrete frame building, Earthquake Engineering and Structural Dynamics 35: 1359–1379, 2006.

Fardis, M. (ur.), Experimental and numerical investigations on the seismic response of R.C. infilled frames and recommendations for code provisions. ECOEST/PREC8, Rep. No. 6, LNEC, Lisbon, 1996.

FEMA 440, Improvement of Nonlinear Static Seismic Analysis Procedures, Federal Emergency Management Agency, Washington (DC), 2005.

Gupta, A., Krawinkler, H., Estimation of seismic drift demands for frame structures, Earthquake Engineering and Structural Dynamics 29: 1287–1305, 2000.

Haselton, C. B., Deierlein, G. G., Assessing Seismic Collapse Safety of Modern Reinforced Concrete Moment Frame Buildings, Department of Civil and Environmental Engineering, Stanford University. Report No. 156, 2007.

asist. Aleš Jamšek, prof. dr. Matjaž Dolšek • POTRESNA ANALIZA ARMIRANOBETONSKIH STAVB S POENOSTAVLJENIMI NELINEARNIMI MODELI

Haselton, C. B., Goulet, C. A., Mitrani-Reiser, J., Beck, J. L., Deierlein, G. G., Porter, K. A., Stewart, J. P., Taciroglu, E., An Assessment to Benchmark the Seismic Performance of a Code-Conforming Reinforced Concrete Moment-Frame Building, PEER Report 2007/12, 2008.

Hatzigeorgiou, G. D., Beskos, D. E., Inelastic displacement ratios for SDOF structures subjected to repeated earthquakes. Engineering Structures 31: 2744–2755, 2009.

Khaloo, R., Khosravi, H., Modified fish-bone model: A simplified MDOF model for simulation of seismic responses of moment resisting frames, Soil Dynamics and Earthquake Engineering 55: 195–210, 2013.

Kilar, V., Fajfar P., Poenostavljena metoda za nelinearno statično analizo stavb pri horizontalni obtežbi. Zbornik 16. Zborovanja gradbenih konstrukterjev Slovenije, Bled 8-9. september 1994, Društvo gradbenih konstrukterjev, Društvo za potresno inženirstvo, 1994.

Kilar, V., Fajfar, P., 1996. Simplified Push-over Analysis of Building Structures. Eleventh World Conference on Earthquake Engineering, Paper No. 1001, Acapulco, Mexico, June 23th-28th, 1996.

Kosič, M., Določanje raztrosa potresnega odziva armiranobetonskih stavb, Doktorska disertacija, Ljubljana, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, Univerza v Ljubljani, 2014.

Kreslin, M., Fajfar, P., The extended N2 method considering higher mode effects in both plan and elevation, Bulletin of Earthquake Engineering 10: 695–715, 2012.

Kuang, J. S., Huang, K., Simplified multi-degree-of-freedom model for estimation of seismic response of regular wall-frame structures, The Structural Design of Tall and Special Buildings 20: 418–423, 2011.

Lazar, N., Dolšek, M., Incorporating intensity bound for assessing the seismic safety of structures: Does it matter? Earthquake Engineering and Structural Dynamics 43: 717–738, 2014.

Lazar Sinković, N., Dolšek, M., Žižmond, J., Impact of the type of the target response spectrum for ground motion selection and of the number of ground motions on the pushover-based seismic performance assessment of buildings, Engineering Structures 175: 731–742, 2018.

Luco, N., Mori, Y., Funahashi, Y., Cornell, C. A., Nakashima, M., Evaluation of predictors of non-linear seismic demands using 'fishbone' models of SMRF buildings, Earthquake Engineering and Structural Dynamics 32: 2267–2288, 2003.

MathWorks, MATLAB the Language of Technical Computing, http://www.mathworks.com/, 2016.

McKenna, F., OpenSees: A Framework for Earthquake Engineering Simulation, Computing in Science & Engineering 13 (4): 58–66, 2011.

Miranda, E., Akkar, S. D., Generalized Interstory Drift Spectrum, Journal of Structural Engineering 132: 840–852, 2006.

Nakashima, M., Ogawa, K., Inoue, K., Generic frame model for simulation of earthquake responses of steel moment frames, Earthquake Engineering and Structural Dynamics 31: 671–692, 2002.

Negro, P., Colombo, A., Irregularities induced by nonstructural masonry panels in framed buildings, Engineering Structures 19 (7): 576–585, 1996.

Ogawa, K., Kamura, H., Inoue, K., Modeling of moment resisting frame to fishbone-shaped frame for response analysis, Journal of Structural and Construction Engineering, Architectural Institute of Japan (v japonskem jeziku) 521: 119–126, 1999.

Peruš, I., Poljanšek, K., Fajfar, P., Flexural deformation capacity of rectangular RC columns determined by the CAE method. Earthquake Engineering and Structural Dynamics 35, 12: 1453–1470, 2006.

Ramirez, M., Miranda, E., Building-Specific Loss Estimation Methods & Tools for Simplified Performance-Based Earthquake Engineering, Technical Report No. 171, John A. Blume Earthquake Engineering Center: Stanford, California, 2009.