

PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652

Letnik 21 (1993/1994)

Številka 1

Strani 2-7

Janez Strnad:

ARHIMED IN SEŽIG LADIJ

Ključne besede: fizika.

Elektronska verzija: <http://www.presek.si/21/1160-Strnad.pdf>

© 1993 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

© 2010 DMFA - založništvo

Vse pravice pridržane. Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.

ARHIMED IN SEŽIG LADIJ

Arhimed je živel od 285 do 212 pred našim štetjem v Sirakuzah na Siciliji in je bil uspešen fizik in matematik. V šoli se pri fiziki z njim srečamo, ko obravnavamo vzvod, vzgon, zrcala.

Poznal je izrek, po katerem je v ravnovesju ravnega vzvoda produkt bremena in ročice na eni strani osi enak produktu bremena in ročice na drugi strani. Na osnovi te ugotovitve je izjavil: "Dajte mi trdno točko, pa bom dvignil Zemljo."

Odkril je zakon o vzgonu: Mirujoča tekočina deluje na telo, ki ga obdaja z vseh strani, navpično navzgor s silo, enako teži izpodrinjene tekočine. Preblik naj bi dobil v kopalni kadi, nakar naj bi od navdušenja pomanjkljivo oblečen stekel na ulico in vpil: "Heureka, heureka!" (Odkril sem, odkril sem!) Odkritje mu je omogočilo, da je določil gostoto vladarjeve krone in s tem delež zlata v zlitini s srebrom.

Ukvarjal se je z ravnimi in ukrivljenimi zrcali. Poznal je rotacijski paraboloid in vedel za njegove lastnosti. Z zrcali naj bi usmeril sončno svetlobe na rimske ladje in jih zažgal.¹

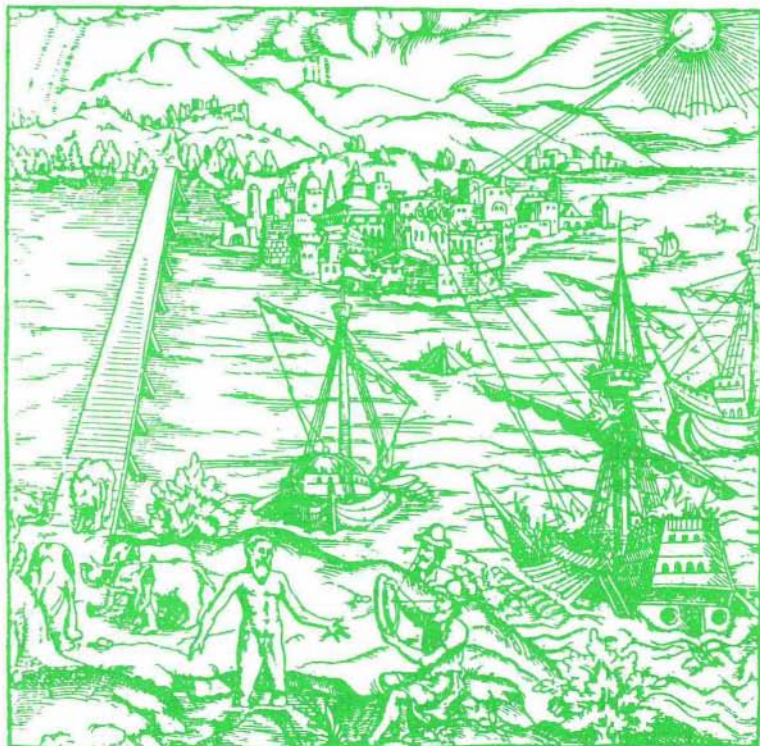
Bizantinski zgodovinar Tzetzes je v 12. stoletju zapisal: "Ko se je Marcellus umaknil z ladjami za streljaj od obale, je starec postavil nekakšno šestkotno zrcalo in je v razdalji v sorazmerju z velikostjo zrcala namestil manjša pravokotna z njim povezana zrcala na tečajih tako, da jih je bilo mogoče premikati. Naredil je steklo za središče sončnih žarkov - opoldanskih žarkov poleti ali pozimi. Potem ko so se žarki odbili, se je vnel na ladjah strašen ogenj in jih spremenil v pepel."

Podobno zveni zapis drugega bizantinskega zgodovinarja Joannesa Zonarasa iz istega časa: "Nekakšno zrcalo je nagnil proti Soncu in zgostil z njim žarke, da se je zaradi debelega in gladkega zrcala vnel od njih zrak in je nastal velik plamen. Usmeril ga je proti zasidranim ladjam, dokler jih ni vseh uničil."

Veliko prej je grški zgodovinar Polibij sicer poročal o Arhimedovem sodelovanju pri obrambi mesta, toda sežiga ladij ni omenil. Tudi rimska zgodovinarja Plutarh in Livij omenjata zgolj hlode, ki so jih metali na ladje, da so

¹ Na zgodbo pogosto naletimo v revijah, ki so posvečene poučevanju in zgodovini fizike. Starejši je na primer prispevek D.L.Simmsa *Archimedes and burning mirrors* (Arhimed in zažigalna zrcala) v *Physics Education* **10** (1975) 517. Z vprašanjem se je podrobno ukvarjal R.Clift v magistrski nalogi na univerzi v Leicesteru v Angliji, ki jo je naredil pod vodstvom A.A.Millsa: *Reflections on the 'burning mirrors of Archimedes' with a consideration of the geometry and intensity of sunlight reflected from plane mirrors* (Razglabljanje o 'Arhimedovih zažigalnih zrcalih' z obravnavanjem geometrije in gostote energijskega toka sončne svetlobe, ki jo odbijejo ravna zrcala) v *European Journal of Physics* **13** (1992) 268 - 279.

potonile, ali vzvode, s katerimi so dvignili ladje in jih obrnili, da so mornarji popadali iz njih.



Slika 1. Lesorez po arabskem viru iz knjige o optiki Federica Risnera, ki je izšla v Baslu leta 1543.

Čeprav Tzetzes in Zonaras nista na najboljšem glasu, je sporočilo od nekdanj vznemirjalo fizike. Obdobjem, v katerih so mu verjeli (slika 1), so sledila obdobja, ko so ga odklanjali. Dandanes mu ne verjamemo, ker govorijo proti njemu fizikalni razlogi. Morda so Sirakužani zažgali rimske ladje z *grškim ognjem*, vnetljivo mešanico, s katero so obmetavali ladje. Metalne naprave si je najbrž zares zamislil Arhimed. Rimski vojskovodja Marcellus je po neuspehu leta 213 pred našim štetjem Sirakuze oblegal in jih naslednje leto zavzel. Vojakom je ukazal, naj pripeljejo Arhimeda. Tistemu, ki je vdr

k njemu, je Arhimed, zatopljen v svoje račune rekel: "Ne dotikaj se mojih krogov." To je vojaka tako razhudilo, da je Arhimeda ubil.

Noben pisec kriminalnih zgodb ne bo prezgodaj razkril konca, pisec fizikalne zgodbe pa si to lahko privoščiti, ker je pot do konca pomembnejša od konca samega. Ta pot je dandanes, ko poskušamo izkoristiti sončno energijo, še posebej zanimiva.

Z majhno zbiralno lečo je mogoče s sončno svetlobo zažgati papir. Leča ima podoben učinek kot zbiralno ali konkavno (vdrto) zrcalo. Čim večje je zrcalo, tem bolje uspe poskus. Toda ladje so daleč, vsaj zunaj dometa lokov.

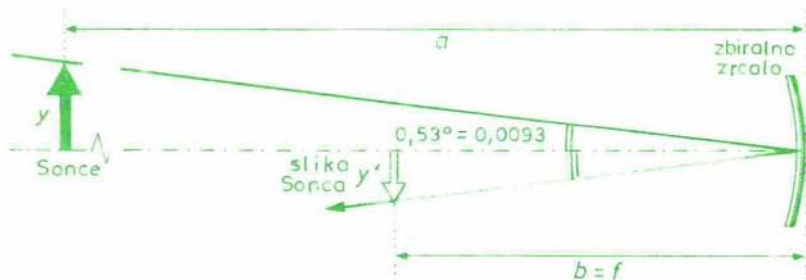
Sonce vidimo kot drobno ploščico. Že Babilonci so vedeli, da ustreza premeru ploščice kot pol stopinje. Ta kot se med letom nekoliko spreminja, ker oddaljenost Zemlje od Sonca ni stalna. V povprečju navadno vzamemo, da vidimo premer Sonca pod kotom $0,53^\circ$. Sonce je zelo oddaljeno od zrcala in slika nastane v goriščni ravnini. V enačbo za zbiralno zrcalo ali lečo

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

vstavimo za razdaljo predmeta $a \rightarrow \infty$, pa dobimo za razdaljo slike b goriščno razdaljo f . Za velikost slike y' velja enačba $y' = yb/a = yf/a$, če je y velikost predmeta. Premer slike Sonca je potem

$$y' = \frac{y}{a} f = \frac{0,53 \cdot 2\pi}{360} f = \frac{f}{107}.$$

Pri tem kota ne merimo po babilonsko v stopinjah, ampak z lokom, ki ga izreže iz kroga z radijem 1. Kot, pod katerim vidimo v razdalji a premer Sonca y , je potem y/a ali $0,53^\circ \cdot 2\pi/360^\circ$ (slika 2). Polnemu kotu 360° ustreza namreč lok $2\pi \cdot 1$, kotu 1° lok $2\pi \cdot 1^\circ/360^\circ$ in kotu $0,53^\circ$ lok $0,53^\circ \cdot 2\pi \cdot 1/360^\circ$. Kot je tako majhen, da lahko spregledamo ukrivljenost loka.



Slika 2. Premer Sonca vidimo po kotom $0,53^\circ$ v babilonski meri ali pod kotom $0,53 \cdot 2\pi/360 = 0,0093$ v ločni meri. Zbiralno zrcalo v razdalji $b = f$ da sliko v obliki kroga s premerom $0,0093f = f/107$.

Na vrh zemeljskega ozračja prihaja skozi 1 kvadratni meter veliko ploskev pravokotno na smer svetlobe s Sonca moč 1,35 kW (1 kilowatt je 1000 wattov, 1 watt pa je 1 joule na sekundo). Nekaj se je v ozračju absorbira in nekaj sipa, tako da je na morski gladini, ko je Sonce v zenitu, pravokotno na smer svetlobe gostota energijskega toka $j = 0,93 \text{ kW/m}^2$. Vzemimo, da zrcalo z radijem R vso vpadno svetlobo odbije in leča vso prepusti. Na zrcalo ali lečo pade svetlobni tok $\pi R^2 j$, ki pade tudi na sliko $\pi \cdot \frac{1}{4} y'^2 j'$. Gostota energijskega toka na sliki je

$$j' = \frac{4R^2}{y'^2} = \left(\frac{2R}{f}\right)^2 \frac{j}{107^2}.$$

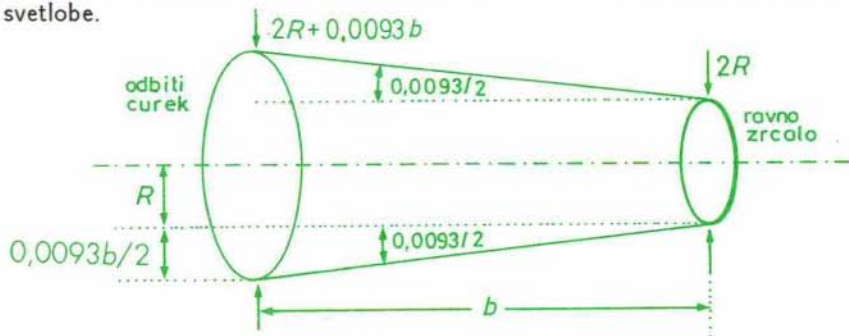
Gostoti energijskega toka toka, ki pade na zrcalo ali lečo, je enaka, ko velja zveza

$$\frac{f}{2R} = 107.$$

Približno lahko rečemo, da v večji razdalji od stokratnega premera zbiralno zrcalo ali leča ne zgostita več sončnega energijskega toka.

To spoznanje je omenil René Descartes v *Dioptiki* že leta 1637. Zato ni verjel vesti o Arhimedovem sežigu ladij s sončno svetlobo. Pozneje pa so na spoznanje pozabili.

Da bi dobili veliko gostoto energijskega toka, moramo uporabiti zrcalo ali lečo z majhno goriščno razdaljo in velikim premerom. Velika zrcala in še posebno velike leče pa imajo napake, zaradi katerih je slika Sonca popačena, tako da je gostota energijskega toka manjša od izračunane. Današnje naprave za izkoriščanje sončne energije pri visoki temperaturi imajo zato paraboloidna zrcala z majhno goriščno razdaljo in razmerje $f/2R$ med 0,8 in 1. V razdalji, ki je večja kot stokratni premer, zbiralno zrcalo ali leča ne zbira več sončne svetlobe.



Slika 3. Presek curka sončne svetlobe, ki se odbije na krožnem ravnem zrcalu s premerom $2R$ na zaslonu v razdalji b od zrcala.

Premislimo, kako je z ravnim zrcalom. Vzemimo ravno zrcalo v obliki kroga s premerom $2R$ v razdalji b od zaslona, na katerega usmerimo odbiti curek. Na tem zaslonu ima curek premer $2R(1 + \frac{1}{2}b/107R)$ (slika 3). Svetlobni tok v tej razdalji $\pi R^2(1 + \frac{1}{2}b/107R)^2 j_b$ je enak svetlobnemu toku na zrcalu $\pi R^2 j$, če je j gostota svetlobnega toka na zrcalu. Gostota svetlobnega toka v odbitem curku na zaslonu je tedaj

$$j_b = \frac{j}{(1 + \frac{1}{2}b/107R)^2}.$$

V majhni razdalji od zrcala ($b \ll 2 \cdot 107R$) velja približno $j_b = j$ in je gostota energijskega toka v odbitem curku taka kot v vpadnem curku. Presek curka se ujema z obliko in velikostjo zrcala, je na primer pravokotnik, če je zrcalo pravokotnik. V veliki razdalji od zrcala ($b \gg 2 \cdot 107R$) pa je gostota energijskega toka v odbitem curku približno obratno sorazmerna s kvadratom razdalje: $j_b = j(2 \cdot 107R)^2/b^2$. Tako odvisnost poznamo od svetila, ki seva enakomerno na vse strani. V tem primeru velikost zrcala ne vpliva na odvisnost gostote energijskega toka od kraja, nanjo vpliva le razdalja od zrcala. V tem primeru je presek curka krog, ne glede na obliko zrcala.

Vojak lahko brez večjih težav premika ravno zrcalo v obliki pravokotnega ščita z višino $\frac{4}{3}$ m, širino $\frac{3}{4}$ m in ploščino 1 m^2 . Zrcalo je podprto z drogom, da ni treba prenašati njegove teže. Njegova zglajena bakrena ploskev odbije približno polovico vpadnega energijskega toka.

Vzemimo, da so Rimljani napadli Sirakuze okoli spomladanskega enakonočja, ko je bilo Sonce v Sirakuzah opoldne 37° od zenita. Svetloba prepotuje v ozračju večjo razdaljo kot tedaj, ko je Sonce v zenitu, in je zato ozračje nekaj več zadrži. Na kvadratni meter veliko ploskev pravokotno na smer svetlobe pade samo energijski tok $0,87 \text{ kW}$, ne $0,93 \text{ kW}$. Z zemljevida je mogoče razbrati, da so priplule rimske ladje od vzhoda. Zato je moralo zrcalo za 90° preusmeriti sončno svetlobo, tako da sta bila vpadni in odbojni kot skupaj enaka pravemu kotu in je bil vpadni kot torej 45° . Efektivna širina zrcala je tedaj merila samo $\frac{3}{4} \text{ m} \cdot \cos 45^\circ = 0,53 \text{ m}$ in efektivna ploščina $\frac{4}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \cos 45^\circ \text{ m}^2 = 0,7 \text{ m}^2$.

Računajmo za ladje v razdalji $b = 60$ metrov. V tolikšni razdalji sta bili višina in širina odbitega svetlobnega curka za $b \cdot 0,53 \cdot 2\pi/360 = 0,56 \text{ m}$ večji od višine in širine zrcala. Presek curka je meril $(\frac{4}{3} + 0,55) \text{ m} \cdot (0,53 + 0,55) \text{ m} \doteq 2 \text{ m}^2$. Ker se je presek curka povečal od $0,7 \text{ m}^2$ na 2 m^2 , se je gostota energijskega toka zmanjšala v enakem razmerju, torej za faktor $0,7/2 = 1/2,86$. Gostota energijskega toka v razdalji 60 m od zrcala je

bila tedaj zaradi izgub pri odboju in povečanega preseka samo $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2,86} \cdot 0,87$ kW/m² = 0,15 W/m².

Poskusi v šestdesetih letih so pokazali, da se suh les vžge v 10 sekundah, ko preseže gostota energijskega toka 63 kW/m². Les spočetka nekaj svetlobe odbije, a ko se osmudi in počrni, je odbije vse manj. To je 420-krat več od gostote energijskega toka, ki jo da opisano zrcalo v oddaljenosti 60 m. S sončno svetlobo v navedenih okoliščinah bi bilo potemtakem mogoče zažgati pol kvadratnega metra velik kos lesa, če bi usmerili nanj 420 zrcal. Pri tem bi morale 420 mož usmerjati svoja zrcala popolnoma ubrano. To je bilo komaj mogoče doseči. Vrhu tega toliko mož ne bi moglo kako drugače sodelovati pri obrambi. Navsezadnje pa bi mornarji na ladji z vodo brez težav pogasili smodeči se les.

Po vsem tem uvidimo, da zgodbi o Arhimedovem sežigu rimskih ladij s sončno svetlobo ne kaže zaupati. Enako je tudi z nekaterimi drugimi zgodbami o Arhimedu, posebno s tisto, da je pomanjkljivo oblečen tekkel po Sirakuzah in vpil "Heureka!". Takšnih zgodb je v zgodovini fizike še nekaj, denimo, da je Galileo Galilei spuščal kamne s poševnega stopla v Pisi ali da je Isaacu Newtonu prišel na misel gravitacijski zakon, ko je na vrtu opazil padajoče jabolko. Vendar so zgodbe poučne in velja navadno zanje italijanski pregovor: "Če ni res, je vsaj lepo povedano."

Janez Strnad