

# Olimpijska domača naloga – ekscentričnost Lunine orbite



ANDREJ GUŠTIN

→ Letošnja 10. mednarodna olimpijada iz astronomije in astrofizike bo šele decembra v Indiji. V slovensko olimpijsko ekipo so se po napornih in številnih izbirnih preskusih uvrstili: Luka Govedič, II. gimnazija Maribor; Urban Ogrinec, Gimnazija in Srednja šola Rudolfa Maistra Kamnik; Anže Jenko, Aleksej Jurca in Jakob Robnik, vsi Gimnazija Bežigrad.

Za poletne priprave na olimpijado so dijaki dobili tudi praktično nalogo, ki se na prvi pogled zdi zelo enostavna: Na podlagi lastnih opazovanj, kot veš in znaš, določi ekscentričnost Lunine orbite.

Srednješolci o orbitah planetov in satelitov zvedo malo. Pri predstavitvi gravitacijskega zakona in njegove uporabe pri opisu gibanja planetov okoli Sonca ali Lune oziroma umetnih satelitov okoli Zemlje se navadno zadovoljimo z aproksimacijo krožnih orbit. Le srednješolci, ki jim učitelji povedo za Keplerjeve zakone, zvedo nekaj o gibanju vesoljskih teles po eliptičnih tirnicah. Navadno ni časa za poglobljanje v elemente orbite (npr. ekscentričnost, ki govori o tem, kako »razpotegnjena« je elipsa). Kje so šele opisi »nevšečnosti«, ki jih prinaša dejstvo, da se z Zemljo gibljemo na vrtečem se in krožečem se vrtiljaku, ki pogled na orbite teles v Osončju močno izkrivlja. Tako so v heliocentričnem opazovalnem sistemu orbite planetov eliptične, toda Lunina orbita okoli Zemlje ne. O tem smo v Preseku že obširno pisali. Prav orbita Lune je zelo zahteven zalogaj za matematično formulacijo. Predstavljali bi si, da je njena orbita v geocentričnem opazovalnem sistemu enostavna elipsa, kot se po Keplerju pač to spodobi (slika 2).

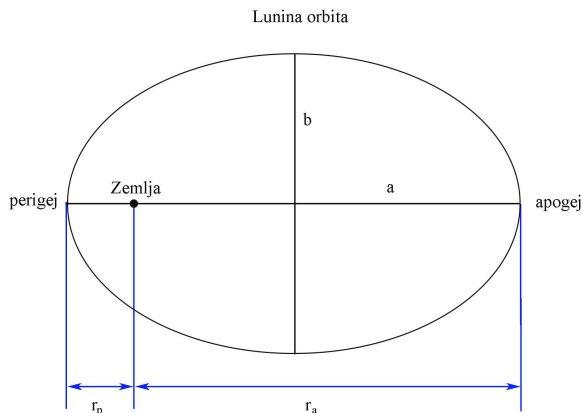


SLIKA 1.

Foto: Andrej Guštin

Pokaže pa se, da je gibanje Lune zaradi gravitacijskih vplivov Sonca in gibanja Zemlje zelo zapleteno. Ob sčipu in mlaju, ko je Luna najdlje in najbližje Soncu, gravitacijska sila Sonca deluje v smeri povečanja razdalje med Luno in Zemljo. Ko je Luna v kvadraturi, deluje v smeri zmanjševanja razdalje med Zemljo in Luno.





**SLIKA 2.**

Elementi eliptične orbite okoli Zemlje.

Lunina orbita je torej zelo zapletena. Na primer, spreminja se ekscentričnost Lunine orbite, ki niha okoli srednje vrednosti (slika 3).

Drugi zelo očiten primer je precesija osi Lunine orbite okoli Zemlje. To pomeni, da si apogej in perigej (Zemlji najbolj oddaljena in najbližja točka Lunine orbite) ne sledita v enakih časovnih razmikih, kot si sledijo Lunine mene, in ne kolikor traja obhodni čas Lune okoli Zemlje (siderski obhodni čas). Ta precesija je znatna, saj znaša nekaj več kot 40 stopinj letno. O tem pojavu nas pogosto opominjajo javna občila, čeprav ne vedo za pojav. Novinarji namreč radi poročajo o veliki polni Luni, ki ni vsak mesec ... A vrnimo se k domači nalogi naši olimpijcev.

Privzemimo, da se Luna giblje po eliptični orbiti okoli Zemlje. Ekscentričnost  $e$  zapišemo kot (glej sliko 2)

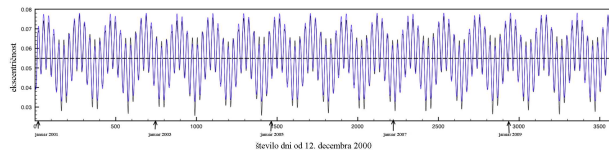
$$e = \frac{a - r_p}{a},$$

kjer je  $a$  velika polos orbite,  $r_p$  pa oddaljenost Lune v perigeju.

Iz slike lahko razberemo, da velja:

$$2a = r_p + r_a,$$

kjer je  $r_a$  oddaljenost Lune v apogeju.



**SLIKA 3.**

Izračunane spremembe ekscentričnosti Lunine orbite za obdobje desetih let. JPL/Solar System Dynamics

S tem izrazom v enačbi za ekscentričnost orbite nadomestimo  $a$  in dobimo:

$$e = (r_p - r_a) / (r_p + r_a) \quad \text{oziroma}$$

$$e = (1 - r_p/r_a) / (1 + r_p/r_a).$$

Ta formulacija ekscentričnosti kar sama od sebe ponuja metodo za njeno merjenje. Iz enačbe vidimo, da je ekscentričnost povezana z razmerjem oddaljenosti Lune od Zemlje v apogeju in perigeju. Navidezni zorni kot Lune  $\phi$  na nebu je odvisen od premera Lune  $2R$  in njene oddaljenosti  $r$  od nas:  $\text{tg}(\phi/2) = R/r$  oziroma, ker je zorni kot majhen (približno 0,5 stopinje) kar  $\phi = 2R/r$ .

Zorni kot Lune je torej obratno sorazmeren z njeno oddaljenostjo. Sledi, da je razmerje zornih kotov Lune ob dveh oddaljenosti Lune, npr. v apogeju in perigeju:

$$r_p/r_a = \phi_a/\phi_p$$

Ekscentričnost lahko sedaj zapišemo le z navideznimi zornimi koti Lune ob perigeju in apogeju:

$$e = (1 - \phi_a/\phi_p) / (1 + \phi_a/\phi_p).$$

Če hočemo torej določiti ekscentričnost Lunine orbite, moramo le meriti njen navidezni zorni kot in ugotoviti, kdaj je ta največji in najmanjši.

Poglejmo, kako sta se naloge lotila dva olimpijca. Njune rezultate bomo zamolčali, lahko pa do njih pridete z malo astronomskega znanja in matematične telovadbe. Vabimo pa tiste, ki jih mika praktična astronomija, da tudi sami poskusijo izmeriti ekscentričnost Lunine orbite, morda uspejo izmeriti tudi spremembe njene velikosti.

## Merjenje ekscentričnosti Lunine orbite – Urban Ogrinec

Za metodo merjenja navideznega premera Lune na nebu sem izbral merjenje časa prehoda Lune prek zornega polja v teleskopu. Pri tem sem uporabil Newtonov teleskop z goriščno razdaljo  $f_{ob} = 1000$  mm in premerom objektiva  $D = 200$  mm, na nemški ekvatorialni montaži brez sledenja. Pri opazovanjih sem uporabil okular z goriščno razdaljo  $f_{ok} = 32$  mm in navideznim zornim poljem  $\phi_{ok} = 70^\circ$ .

Meritve sem opravil 8. avgusta 2016, ko je bila Luna v perigeju, in 6. septembra 2016, ko je bila v apogeju. Luno sem postavil na skrajni konec zornega polja v okularju (2. dotik) – že prej sem preveril, v katero smer bo Luna zaradi vrtenja Zemlje potovala, tj. približno po rektascenziji. Čas potovanja Lune prek zornega polja sem meril do naslednjega stika z robom zornega polja (3. dotik).

Izmerjeni časi:

- $t_{\text{perigej}} = 7,18(1 \pm 0,012)$  minut,
- $t_{\text{apogej}} = 7,45(1 \pm 0,011)$  minut.

### Naloga 1

Iz Urbanovih podatkov izračunaj ekscentričnost Lunine orbite.

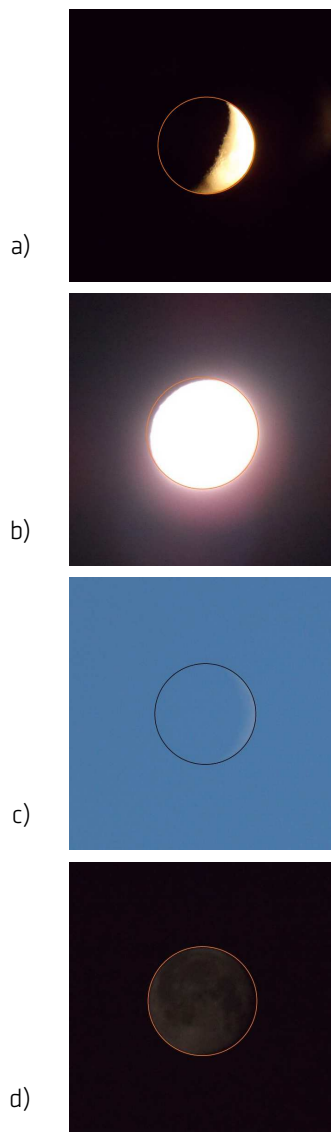
- Povečava  $P$  teleskopa:  $P = f_{ob}/f_{ok}$
- Zorno polje  $\phi_{\text{(zorno polje)}}$  v okularju teleskopa:  $\phi_{\text{(zorno polje)}} = \phi_{ok}/P$

Upoštevaj vrtenje Zemlje in to, da se Luna giblje okoli Zemlje.

**Vprašanje** Ali bi moral upoštevati tudi to, da Luna ni na nebesnem ekvatorju?

### Ekscentričnost Lunine orbite – Anže Jenko

Vsak ugoden dan za opazovanje med 20. 8. in 15. 9. 2016 sem s fotoaparatom fotografiral Luno. Pri tem sem pazil, da so bile fotografije narejene z enako goriščno razdaljo objektiva. Na uspešnih fotografijah sem kar na računalniškem ekranu izmeril premer Lunine ploskvice. Ugotovil sem, na katerih posnetkih je bil navidezni premer Lune največji in najmanjši (slike 4), in iz njih določil ekscentričnost Lunine orbite.



**SLIKA 4.**

- a) Luna blizu prvega apogeja. b) Luna blizu prvega perigeja.  
c) Luna blizu drugega apogeja. d) Luna blizu drugega perigeja.

### Naloga 2

Na podlagi Anžetovih fotografij izračunaj ekscentričnost Lunine orbite.

**Vprašanje** Ali je pri tej meritvi pomembno, kakšne so ekvatorialne koordinate Lune?

× × ×