

Matematika

Subitizacija

Dr. Alenka Lipovec
in Darja Antolin

Pedagoška fakulteta Maribor

Ameriška raziskovalca sta v devetdesetih letih v reviji *Science* objavila presenetljiv rezultat. Dojenčki v povprečni starosti 22 tednov so bili zmožni razlikovati števila 1, 2 in 3, ki so bila predstavljena z razporeditvami pik na kartonu (Starkey in Cooper 1980). Že prej je bilo znano, da dveletni otroci razlikujejo med števili do 3, ki so prikazana s pikami ne glede na razporeditev (Bever, Mehler, Epstein 1968), vendar ni bilo jasno ali si pri konzervaciji morda ne pomagajo s štetjem.

Uvod

Zdi se torej, da otroci spontano uporabljajo sposobnost prepoznavanja in ločevanja majhnega števila predmetov, kljub temu pa nekateri prvošolčki ne zmorejo takoj poimenovati števila pik, ki je padlo na igralni kocki in jih želijo prešteti. V nadaljevanju bomo poskušali odgovoriti na nekaj vprašanj. Kako poimenovati to sposobnost? Kdaj in kako se razvije? Se jo moramo naučiti? Raziskovalci so sposobnosti direktnega prepoznavanja kardinalnosti množice brez štetja poimenovali subitizacija. Beseda izhaja iz latinske besede s pomenom 'suddenly' (nenadoma). Tudi nekatere nižje razvite živalske vrste imajo zaznavne številčne zmožnosti, ki segajo do števila 4, vendar pa so do sedaj samo ptice in primati pokazali zmožnost povezave subitiziranega števila z napisanim znakom ali kontrolno etiketo (Davis in Perusse 1988). Glede na to, da so subitizacije zmožne živali, je subitizacija morda nizkorazredni proces? Ne, prav nasprotno. Obstaja prepričanje, da otrok s štetjem ne demonstrira razumevanja števil, sposobnost subitizacije po drugi strani pa naj bi nakazovala konceptualno razumevanje števila. Medtem ko je

merjenje količin osredotočeno na celoto in štetje na enoto, se subitizacija osredotoči na oboje, na celoto in enote, pri čemer je bolj natančna kot štetje in ima večji učinek v abstraktnih situacijah.

Za živali se verjame, da uporabljajo mehanizme t. i. perceptualne subitizacije, pri čemer gre za prepoznavanje števila brez uporabe matematičnih procesov. S perceptualno subitizacijo razlagajo sposobnost subitiziranja pri dojenčkih in živalih. Že sposobnost perceptualne subitizacije zahteva zaznavanje enote. Čeprav se zdi ta zmožnost naravna, pa je 'izrezovanje' koščkov izkušnje, npr. zaznavanje posameznih listov na grmu, osnova sposobnosti štetja. Ko otroci npr. štejejo svoje prste, morajo miselno 'izrezati' en del roke (prstek) od drugega, da ustvarijo enote.

Konceptualna subitizacija

Drug tip subitizacije, ki nas bo v nadaljevanju bolj zanimal, pa je t. i. konceptualna subitizacija, kjer pri takojšnjem uvidu kardinalnosti množice uporabljamo matematične odnose. Predstavljamo si jo lahko na primeru domin. Ljudje npr. preprosto vedo število pik na domini 4+4, ker prepoznajo vzorec pik na podlagi sestavnih delov in celote. Vsako stran domine vidijo kot sestavni del štirih posamičnih točk in kot 'štiri'. Vidijo domino kot sestavni del dveh skupin po štiri, torej kot osem (Steffe in Cobb 1988).

Izdelava in uporaba vzorcev skozi konceptualno subitizacijo, pomaga otrokom razviti pojem števila in aritmetične strategije (Clements 1999). Otroci uporabljajo zmožnost perceptualne subitizacije v povezavi z relacijami med delom in delom znotraj celote za razvoj konceptualne subitizacije. Ta bolj napredna sposobnost hitrega grupiranja in določevanja števila, pomaga pri razvoju občutka za števila in aritmetičnih zmožnostih. Prvošolec, ki vidi razporeditev pik v polju 3x3, takoj reče "devet", ter pojasni: *Ko sem bil star približno 4 leta, sem bil v vrtcu. Vse, kar sem znal, je bilo štetje. In tako sem npr. štel: 1,2, ... 9, kar sem znal. Tako sem počel tudi, ko sem bil star 5 let. Potem pa sem naenkrat poznal devet na pamet in bilo je točno takšno (pokaže na 3x3 razporeditev).*« (Ginsberg 1977: 16)

Večje kot je število, bolj učinkovito pomagalo je konceptualna subitizacija. Če pri manjših številih lahko računamo na perceptualno subitizacijo, pa pri večjih številih nujno potrebujemo moč matematike. Razen števila pik, pa na zahtevnost subitizacijske naloge vpliva tudi prostorska razvrstitev pik. Otroci so uspešnejši s pravokotnimi razvrstitvami kot z linearnimi, krožnimi in naključnimi ureditvami. Otroci delajo manj napak v prepoznavanju 10 pik v domini 5+5 kot v domini za 8 pik v vzorcu 5+3. Za predšolske otroke seveda nobena od teh razvrstitev ni enostavna. Učenci se v šolskih letih lahko naučijo subitizirati konceptualno, čeprav je omejitev za subitizacijo pri prvošolčkih, kar se tiče naključnih razvrstitev, do 4 oz. 5 predmetov (Dawson 1953, povzeto po Clements, 1999).

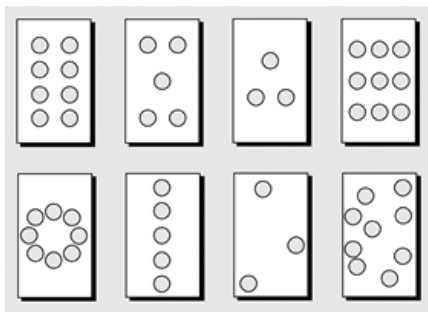
Predloge za subitizacijske aktivnosti

Učbeniki pogosto predstavljajo razvrstitev, ki ovirajo subitizacijo. Na slikah je veliko ovirajočih dejavnikov npr. namesto pik so predstavljeni raznoliki predmeti, razporeditve so naključne, včasih celo nesimetrične. Takšna zapletenost ovira konceptualno subitizacijo, povečuje napake in spodbuja štetje 'ena po ena'. Skupine elementov za subitiziranje, bi morale ustrezati naslednjim napotkom (Clements 1999):

- ▶ Skupine ne smejo biti vstavljene v slikovni kontekst;
- ▶ Preproste oblike, kot so homogene skupine krogov ali kvadratov, so boljše kot zapletene oblike (npr. zvezdice);
- ▶ Poudarjene naj bodo pravilne razvrstitve, večina naj vsebuje simetrijo;
- ▶ Za predšolske otroke poudarjamo linearne razvrstitve do 7, za starejše učence poudarjamo pravokotne razvrstitve;
- ▶ Uporabimo primeren kontrast.

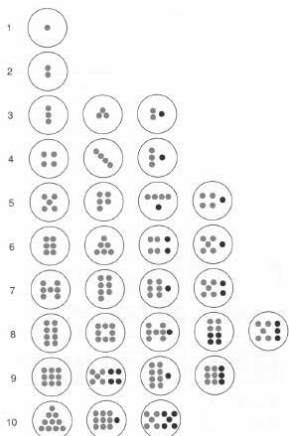
Obstajajo različne aktivnosti, ki lahko pospešijo konceptualno subitizacijo. Še posebej bogata dejavnost je igra 'hitre slike'. Kadar se igramo igro z otroki, postavim po dva otroka vsakega na svojo stran grafoskopa. Pozorni smo na to, da nobenemu izmed njih luč ne sveti naravnost v oči, stojita naj torej levo in desno.

Številke karte izdelamo iz tršega kartona v velikosti grafoskopske plošče. Luknje naj imajo premer 1 cm. Možne razporeditve so prikazane na sliki 1. Eden izmed otrok drži subitizacijske karte s preluknjanimi pikami in jih polaga na grafoskop, drugi otrok jih jemlje s plošče, kakor hitro more. Nato z ostalimi v razredu tekmujemo, kdo bo hitreje razglasil število pik. Najprej uporabljamo lažje razvrstitve, ki so prikazane v prvi vrstici, kasneje vključujemo tudi težje, tudi naključne razvrstitve, ki so prikazane v drugi vrstici.



Slika 1 (Vir: Clements 1999)

Pri aktivnostih subitizacije je razen kart priročen pripomoček tudi zbirka t. i. krožnikov s pikami. Naredimo jih iz običajnih okroglih papirnatih krožnikov, na katere narišemo pike. Zaradi okrogle oblike je ta pripomoček ustrežnejši od pravokotnih kartic s pikami, saj omogoča, da jih poljubno obračamo. Pri izdelavi »zahtevnejših« krožnikov s pikami uporabimo dve barvi, in tako spodbujamo otrokovo razvijanje miselnih operacij, ki so osnova za seštevanje (slika 2).

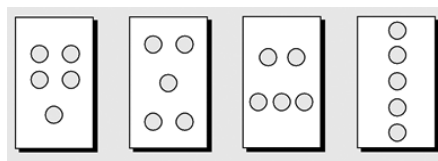


Slika 2: Krožniki s pikami (Vir: Van de Walle 2004)

Pri vrtčevskih otrocih lahko na mizo postavimo krožnik s pikami, na vsako stran pa še po en prazen papirnat krožnik. Otrok naj na vsakega izmed krožnikov položi enako število predmetov, kot je število pik na osrednjem krožniku, vendar naj bodo predmeti različni (na en krožnik polaga npr. zamaške, na drugi krožnik pa kocke). Nato primerjamo števili predmetov na obeh krožnikih in število pik. Aktivnost lahko nadgradimo s prvimi odnosi med števili tj. z odnosoma za ena več/za ena manj. Otroci naj tokrat na levi krožnik položijo za ena manj predmetov kot je pik, na desni krožnik pa za ena več predmetov. Obe aktivnosti lahko naknadno izvedemo z uporabo kartic s števili.

Ko so otroci večji, se lahko igramo tudi »hitre slike«, ki vključujejo ocenjevanje. Učencem prikažemo razvrstitve, ki so prevelike, da bi jih lahko točno subitizirali. Spodbudimo jih, da uporabijo subitiziranje v okviru lastnih ocenjevalnih strategij npr. *Razvrščene so nekako po štiri na vsakem mestu. V mislih naredim skupine po 4 in nato preštejem, koliko je skupin. Teh je šest. Pik je zato približno 24.* Natančneje je o strategijah ocenjevanja pisala Antolin (2012). Poudarimo, da je cilj aktivnosti uporaba dobrih strategij in »biti blizu«, ne pa točno število.

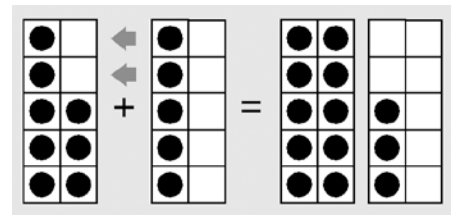
Konceptualno subitizacijo lahko učinkovito uporabimo za razvoj sposobnosti seštevanja in odštevanja (Flexer 1989). Različne postavitve pik predstavljajo različne razdružitve števil. Na sliki 3 vidimo različne razdružitve števila 5 in sicer $4+1$, $2+1+2$ ter $2+3$. Domine ponujajo še drugačne prostorske razporeditve za število 5.



Slika 3: Različne postavitve za konceptualno subitizacijo števila 5 (Vir: Clements 1999).

Učenci lahko uporabljajo 10-okvir (slika 4) za vizualizacijo strategije dopolnjevanja do desetice, ki jo v slovenskih šolah poučujemo kot vodilno strategijo pri prehodu čez

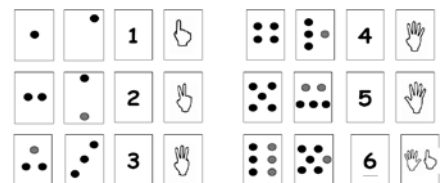
desetico. Po posodobljenem učnem načrtu se učenci pričnejo seznanjati s prehodom preko desetice na konkretnem nivoju že v 1. razredu (Učni načrt za matematiko 2011). Po zaključenih raznolikih aktivnostih s konkretnim materialom (škafle za jajca, Jakopetka, 10-okvirji in zamaški, vrvice s po 10 raznobarnimi perlicami) je čas za konceptualno subitizacijo z uporabo razporeditev, ki simulirajo 10-okvir. Ob prikazu dveh delno polnih 10-okvirjev, ki npr. modelirata $8+5$, možgani sami ustvarijo »celoto« in dopolnijo prvi okvir pri čemer nastane vizualna slika vsote kot $10+3$. V nadaljevanju navajamo še nekaj aktivnosti, ki razvijajo sposobnosti subitizacije in v našem šolskem prostoru morda še niso dovolj uveljavljene.



Slika 4: Konceptualna subitizacija in seštevanje s prehodom (Vir: Clements 1999).

Aktivnost: Poišči par

Potrebujemo komplet 24 subitizacijskih kart s števili od 1 do 6 (slika 5). Karte položimo na mizo tako, da so obrnjene s hrbtno stranjo navzgor. Vsak igralec obrne dve karti. Če karti predstavljata isto število, sta karti njegovi. V nasprotnem primeru ju položi nazaj in na vrsti je drugi igralec.



Slika 5: Aktivnost Poišči par

Aktivnost: Od vsiljivca do klasifikacije in seriacije

Otrokom pripravimo kartice s pikami, ki vse razen ene prikazujejo enako število pik. Otrok mora med ponujenimi karticami odkriti tisto, ki ne sodi zraven.

Aktivnost lahko nadgradimo v klasifikacijsko ali seriacijsko aktivnost. V prvem primeru otroci dajejo na kupček tiste kartice, ki imajo enako število pik, v drugem primeru pa urejajo kartice tako, da število pik narašča oz. pada.

Aktivnost: Igra Vojna

Igra poteka v dvojicah. Vsak otrok dobi po en set kartic s pikami, ki jih zloži v kupček. Oba vzameta po eno kartico z vrha kupčka in prepoznata število pik na svoji kartici. Otrok, ki ima kartico z večjim številom pik, dobi obe kartici. V primeru, da imata karti enake vrednosti, položita drugi karti zakriti 90 stopinj na prvi par kart. Na vrh znova odpreta par kart. Zmaga tisti, ki ima sedaj karto večje vrednosti in pobere vseh šest kart. Igra se konča, ko enemu izmed soigralcev zmanjka kart. Igro lahko igramo tudi tako, da otrok, ki ima kartico z večjim številom pik, dobi toliko zamaškov, koliko je razlika med njunima številoma. Igre je konec, ko zmanjka zamaškov. Zmaga tisti, ki ima več zamaškov.

Aktivnost: Kombiniranje kartic s pikami

Za aktivnost potrebujemo komplet kartic s pikami. Otroku pokažemo izbrano kartico s pikami. Otrokova naloga je, da najde dve kartici, katerih skupno število pik, bo enako številu pik na vzgojiteljevi/učiteljevi kartici. Podobno lahko aktivnost izvedemo s številskimi karticami (tako da pokažemo številsko kartico ali povemo določeno število), otroci pa poiščejo dve kartici, katerih skupno število pik bo enako danemu številu. Aktivnost lahko tudi nadgradimo, in sicer tako, da otroke spodbujamo, da najdejo več možnih parov oz. kombinacij.

Aktivnost: Igra Enako

Igra poteka v parih. Vsak igralec prejme en komplet kart in iz svojega kupa

kart vzame zgornjo karto. Če je število pik, na njunih kartah enako, je potrebno vzklkniti »enako«. Otrok, ki prvi vzklknne »enako«, prejme obe karti.

Učenci s posebnimi potrebami

V aktivnosti subitizacije vključujemo tudi otroke s posebnimi potrebami. Le nekaj več kot polovica sedemletnih otrok s posebnimi potrebami lahko brez pomoči subitizira postavitev treh ali štirih predmetov. Učenci s posebnimi potrebami zato potrebujejo posebno pozornost. Ker je konceptualna subitizacija pogosto odvisna od učinkovite spretnosti preštevanja manjših količin, bi učitelji že zgodaj morali odpraviti pomanjkljivosti v štetju. Posebej otroci s posebnimi potrebami naj bodo čim večkrat izpostavljeni pravilnim postavitvam pik skozi igranje iger s kockami ali dominami. Pomembno je, da pri otrocih s posebnimi potrebami ne jemljemo osnovnih sposobnosti, kot je subitizacija, za same po sebi umevne (Baroody 1986).

Zaključek

Subitizacija je osnovna veščina v razvoju razumevanja števil (Baroody, 1987: 111). Učenci lahko uporabijo subitizacijo tako za odkrivanje bistvenih lastnosti števil (konzervacija, štetje naprej, združevanje in razdruževanje števil) kot za razvoj aritmetičnih in mestnovrednostnih konceptov. Subitizacija je pomembna matematična veščina, zato iščemo načine, kako jo poučevati znotraj vrtčevskega oz. šolskega okolja in izven njega. Spodbudite učence, da izdelajo lastne subitizacijske karte ali krožnike. Nanje lahko pritrldijo npr. toliko ščipalk, kolikor je pik. Motivirajte jih, da bodo predstavljene igre igrali tudi doma. Pri igrah s kocko npr. pri Človek ne jezi se, naj otrok vrže kocko ali dve, prepozna število pik, ki je padlo, in pa poišče kartico

z enakim številom pik ter šele nato nadaljuje z igro (premik igralne figure za prikazano število).

Literatura

- Antolin, D. (2012) Razvijanje spretnosti ocenjevanja pri pouku matematike - iskanje približkov V: COTIČ, Mara. (Ur.) *KUPM 2012 : zbornik prispevkov = conference proceedings*. str. 88-96. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo.
- Baroody, A. J. (1986). Counting Ability of Moderately and Mildly Handicapped Children. *Education and Training of the Mentally Retarded* 2 289-300.
- Bever, T. G., Mehler, J., & Epstein, J. (1968). What children do in spite of what they know, *Science* 162, 921-924.
- Clements, D. H. (1999). Subitizing: What is it? Why Teach it?, *Teaching Children Mathematics* 5, 400-405.
- Davis, H. & Perusse, R. (1988). Numerical competence in animals: Definitional issues, current evidence, and a new research agenda. *Behavioral and Brain Sciences* 11, 561-615.
- Flexer, R. J. (1989). Conceptualizing Addition. *Teaching Exceptional Children* 21, 21-25.
- Ginsburg, H. (1977). *Children's Arithmetic*. Austin, Tex.: Pro-ed, 1977.
- Starkey, P., & Cooper, R. G. (1980). Perception of Numbers by Human Infants, *Science* 210, 1033-1035.
- Steffe, L. P., & Cobb, P. (1988). *Construction of Arithmetical Meanings and Strategies*. New York: Springer-Verlag.
- Učni načrt za matematiko* (2011). Zavod Republike Slovenije za šolstvo: Ljubljana.
- Van de Walle, J. A. (2004). *Elementary and Middle School Mathematics*. Pearson: Boston.

Nova knjiga avtorja najbolj obiskanih seminarjev o govoricu telesa v Sloveniji in avtorja enega najbolj kontraverznih seminarjev osebne rasti v Sloveniji nasploh, **mojstra** specialnih tehnik verbalne in neverbalne komunikacije ter **specialista za trajne spremembe na osebem in poslovnem področju**: **Edvarda Kadiča**.

GOVORICA
TELESA
IN OSEBNA
KARIZMA

