

53001



UNIVERZA V LJUBLJANI  
FAKULTETA ZA ELEKTROTEHNIKO

IRENA NANČOVSKA ŠERBEC

**KRATKOROČNO NAPOVEDOVANJE ČASOVNIH VRST**

**NA PRIMERU**

**ENOSMERNIH NAPETOSTNIH VIROV**

Mentor: prof. dr. Anton Jeglič  
Somentor: prof. dr. Dušan Fefer

DOKTORSKA DISERTACIJA

LJUBLJANA, 2006

Doktorska naloga je bila izdelana pod mentorstvom prof. dr. Antona Jegliča in so-mentorstvom prof. dr. Dušana Fefra ter je last Fakultete za elektrotehniko na Univerzi v Ljubljani. Za objavljanje in uporabo rezultatov doktorskega dela je potrebno soglasje zgoraj omenjene ustanove.

dr / 516



0 53001 / 16. 2. 2006

*Tekst je oblikovan z urejevalnikom besedil Word 2003 na prenosnem računalniku Compaq nx9010.*

*PDF datoteka doktorske disertacije je bila natisnjena na barvnem laserskem tiskalniku.*

Doktorsko disertacijo posvečam svoji mami, Veri Nančovski.

*»Ozrl sem se in videl pod soncem:  
bitri ne dobijo stave v teku  
ne junaki bitke  
niti modri kruba  
niti pametni bogastva  
in ne razumni naklonjenosti,  
kajti čas in naključje jih zadevata vse.«*

Pridigar 9, 11

## ZAHVALA

Uporaba modelov za napovedovanje (nevronske mreže, statistični *ARIMA* modeli, modeli, ki slonijo na statistični teoriji učenja, in drugi) na področju pragmatične elektrotehnične merilne tehnike, je podvig, v katerem se redko kdo, ki »ni doma v elektrotehnik«<sup>1</sup>, ne bi počutil prestrašenega. Kot »računalničarka«<sup>2</sup> sem se leta 1993 pri izdelavi magistrske naloge srečala s problemom uporabe fraktalnih metod na področju meroslovja, ne brez težav. Na srečo sem vseskozi imela na voljo pomoč mentorjev in sodelavcev. Pričujoča naloga je nadaljevanje dela, opisanega v magistrski nalogi.

Za strokovno vodstvo pri delu se zahvaljujem mentorju prof. dr. Antonu Jegliču, univ. dipl. inž. el. in so-mentorju prof. dr. Dušanu Fefru, univ. dipl. inž. el., ki se mu toplo zahvaljujem za dolgoletno vsestransko pomoč, za koristne, izvirne ideje in nasvete pri izdelavi naloge ter za razumevanje. Zahvaljujem se mu tudi za usmerjanje mojega računalniškega raziskovanja v svet merilne tehnike. Prav tako se za vzpodbudo in sploh za idejo uporabe metod fraktalnega oblikovanja enosmernih napetostnih signalov iskreno zahvaljujem prof. dr. Janku Drnovšku, univ. dipl. inž. el. saj je doktorska disertacija nadaljevanje raziskav na področju modeliranja signalov enosmernih napetostnih virov, ki smo jih v magistrski nalogi skušali modelirati s fraktalnimi Brownovimi gibanji.

Prof. dr. Jožetu Ruglju, univ. dipl. inž. rač. in inf., pri katerem na Pedagoški fakulteti vodim vaje iz računalniških predmetov, se iskreno zahvaljujem, da me je razbremenil projektnege dela in mi omogočil končati disertacijo. Z razumevanjem za moje delo in z modrostjo šefa me je spodbujal h končanju začetega dela.

Za sodelovanje in pomoč se zahvaljujem vsem svojim nekdanjim sodelavcem iz Laboratorija za procesno merilno tehniko, še posebej dr. Primožu Kranjcu univ. dipl. inž. el., ki mi je bil vseskozi v pomoč s svojim strokovnim znanjem iz elektrotehnike in s svojim prijaznim

odnosom. Dragu Tacarju se zahvaljujem za strokovno pomoč pri realizaciji vezij in meritev enosmerne napetosti. Njegovemu izurjenemu očesu ne uide niti najmanjša nekonsistentnost.

Urošu Platiše, univ. dipl. inž. el., se toplo zahvaljujem, ker je v času njegovih študijev elektrotehnike izdelal električno vezje ZB10. Z njeno pomočjo smo izvedli osnovne meritve napetosti na cenениh zener diodah. Uroš je vezje naredil v svojem prostem času in edino plačilo za njegovo ljubiteljsko delo je bilo skupno zadovoljstvo ob brezhibnem delovanju vezja.

Dr. Ljupču Todorovskemu, univ. dipl. inž. rač. in inf. se zahvaljujem za »odkrivanje«  
diferenčnih enačb, vzpodbudo pri raziskovalnem delu na skupnih člankih, predvsem pa pri pisanju disertacije. Njegov odprt raziskovalni duh in komentarji znanstvenika in prijatelja so postavljali na realna tla moje dvome in me motivirali za delo.

Za številna branja, pomoč pri moji skopi slovenščini in za spodbudne pogovore se zahvaljujem prijateljici in sodelavki Alenki Praprotnik, prof. mat. in rač. Toplo se zahvaljujem Ireni Šerbec Robar, univ. dipl. inž. rač. in inf., ki je moje stavke večkrat spravila v berljivo slovenščino.

Za spodbudo in moralno podporo med raziskovalnim delom in pisanjem disertacije se zahvaljujem mojim prijateljicam in prijateljem dr. Dunji Mladenić, univ. dipl. inž. rač. in inf. , Marku Grobelniku, dr. Borisu Zgrabliču, univ. dipl. inž. mat. ter mojim sedanjim sodelavcem z Oddelka za matematiko in računalništvo na Pedagoški fakulteti in »bivšim«  
sodelavcem z Laboratorija za procesno merilno tehniko na Fakulteti za elektrotehniko.

Iskreno se zahvaljujem moji mami, Veri Nančovski, ki mi je vseskozi stala ob strani, čuvala mojo hčerko Anjo ter me s svojo požrtvovalnostjo razbremenila in motivirala za delo.

Toplo se zahvaljujem mojemu možu, Iztoku Šerbcu, za nevronske mreže in neskončna branja in popravljanja disertacije. Najbolj se mu zahvaljujem, ker me je prenašal, mi pomagal in me razumel...

Zahvaljujem se tudi vsem neimenovanim, ki so me podpirali pri delu.

## KAZALO VSEBINE

Poglavje	stran
1 UVOD.....	1
1.1 Pregled vsebine ostalih poglavij.....	4
2 OPIS VIROV ENOSMERNE NAPETOSTI.....	7
2.1 Meroslovje in viri enosmerne napetosti.....	7
2.1.1 Westonova (standardna) celica.....	8
2.1.2 Josephsonov napetostni vir.....	9
2.1.3 Polprevodniški enosmerni napetostni etaloni.....	10
2.2 Projektiranje obnašanja polprevodniških elementov med umerjanjema - <i>state of the art</i> .....	13
2.2.1 Modeliranje lezenja polprevodniških referenc, Fluke.....	13
2.2.2 Modeli za napovedovanje obnašanja napetosti, VMetrix in ameriška vojska... ..	17
3 SPLOŠNO O DOMENAH.....	21
3.1 Domena enosmerne napetosti.....	22
3.1.1 Namen prediktivnega modeliranja v domeni enosmerne napetosti.....	25
3.2 Lorenzev sistem.....	26
3.3 Fraktalna Brownova gibanja ali 1/f šum.....	27
4 ANALIZA IN MODELIRANJE ČASOVNIH VRST.....	31
4.1 Osnovni pojmi o časovnih vrstah.....	31
4.2 Opisne metode.....	34
4.2.1 Analiza časovnih vrst s trendom.....	35
4.2.2 Analiza časovnih vrst s sezonskimi ali cikličnimi spremembami.....	37
4.2.3 Avtokorelacija.....	38
4.3 Verjetnostni modeli.....	43
4.3.1 Primeri stohastičnih procesov.....	44
4.3.2 Splošna načela modeliranja v časovni domeni z ARIMA modeli.....	49
4.3.3 Splošne opazke v zvezi z modeliranjem.....	51
4.3.4 Analiza ostankov.....	51
4.4 Modeliranje v frekvenčni domeni.....	52
4.4.1 Porazdelitvena funkcija spektra.....	52
4.4.2 Funkcija spektralne gostote.....	54
4.4.3 Spektralna analiza.....	56
4.5 Testi za razlikovanje dinamike od šuma.....	64
4.5.1 Razkroj sistema na singularne vrednosti.....	65
4.5.2 Korelacijska dimenzija in testi za razlikovanje nelinearne dinamike od šuma.. ..	68
4.6 Zaključki preliminarne analize časovnih vrst enosmerne napetosti.....	75
5 NAPOVEDOVANJE ČASOVNIH VRST.....	77
5.1 Pregled metod za napovedovanje časovnih vrst – <i>state of the art</i> .....	78
5.2 Definicija napovedovanja časovnih vrst.....	82



5.2.1	Scenarij modeliranja s črnimi škatlami.....	85
5.2.2	Osnovne lastnosti modeliranja s črnimi škatlami .....	88
5.2.3	Teoretične osnove za ocenjevanje modelov .....	89
5.2.4	Izbiranje tipa in velikosti modela na realnih podatkih .....	92
5.2.5	Ocenjevanje črnih škatel.....	93
5.3	Negotovost napovedovanja in predikcijski intervali .....	99
5.3.1	Teoretična formula .....	100
5.3.2	Empirične metode, simulacije in razmnoževanje podatkov.....	102
5.3.3	Bayesov model .....	102
5.3.4	Izbira metode za določanje predikcijskih intervalov .....	103
5.4	Univariatno modeliranje .....	104
5.4.1	Določanje trenda .....	105
5.4.2	Linearna regresija z navadnimi najmanjšimi kvadrati.....	105
5.4.3	Pace regresija .....	106
5.4.4	Lokalno utežena regresija .....	107
5.4.5	Druge statistične metode za regresijo .....	108
5.4.6	Regresijska drevesa .....	109
5.5	Klasične statistične metode .....	111
5.5.1	Eksponentno glajenje in Holt-Wintersova metoda .....	112
5.5.2	Box-Jenkinsova ali <i>ARIMA</i> metoda.....	114
5.6	Multivariatno modeliranje v statistiki.....	117
5.7	Nevronske mreže.....	117
5.7.1	Usmerjene nevrnske mreže.....	121
5.7.2	Rekurentne nevrnske mreže .....	133
5.8	Jedrne metode in metoda podpornih vektorjev za regresijo .....	138
5.8.1	Definicija problema podpornih vektorjev za regresijo.....	141
5.8.2	Dualni problem in kvadratno programiranje.....	144
5.8.3	Jedra in nelinearnost.....	146
5.8.4	$\nu$ -SVR ali $\nu$ -metoda podpornih vektorji za regresijo.....	148
5.8.5	Funkcional empiričnega tveganja in funkcije izgube .....	149
5.8.6	Numerični algoritmi in reševanje konveksnega optimizacijskega problema... 150	
5.9	Izbira ustreznega modela za kratkoročno napovedovanje časovnih vrst enosmerne napetosti.....	151
6	ENOSMERNI NAPETOSTNI VIR – DCNRV .....	153
6.1	Skupinski polprevodniški napetostni referenčni vir DCNRV .....	154
6.2	Napetostni referenčni elementi .....	154
6.2.1	Napetostni referenčni elementi v DCNRV .....	156
6.3	Opisi uporabljenih tipov Zenerjevih virov .....	157
6.3.1	Zenerjeva dioda LM329.....	157
6.3.2	Ultrastabilna Zenerjevih dioda LTZ1000 .....	160
6.4	Signali enosmerne napetosti v kontekstu meroslovja.....	164
6.4.1	Merilne negotovosti.....	164
6.4.2	Negotovosti modelov za napovedovanje.....	168
7	POSKUSI IN REZULTATI.....	173
7.1	Nastavitve poskusov .....	174
7.2	Poskusi z linearnimi regresijskimi metodami.....	175
7.2.1	Linearna regresija .....	177
7.2.2	Pace regresija .....	178

7.2.3 Lokalno utežena regresija .....	178
7.2.4 Regresijska drevesa .....	179
7.2.5 Primerjanje uspešnosti regresijskih modelov .....	180
7.3 Poskusi s klasičnimi statističnimi metodami .....	181
7.3.1 Eksponentno glajenje .....	182
7.3.2 Box-Jenkinsovi ARIMA modeli .....	183
7.4 Poskusi z nevronskimi mrežami .....	184
7.4.1 Večnivojski perceptron .....	185
7.4.2 FIR-večnivojski perceptron .....	188
7.4.3 GMDH skupinska metoda za obravnavanje podatkov .....	189
7.4.4 Rekurentna mreža .....	190
7.4.5 Primerjava uspešnosti nevronskih mrež .....	191
7.5 Poskusi z metodo podpornih vektorjev za regresijo .....	192
7.5.1 Izbira paketa (numerične metode) .....	192
7.5.2 Jedra .....	193
7.5.3 Izbira tipa SVR-ja in njegovih parametrov .....	194
7.6 Izbiranje najboljšega modela črne škatle .....	195
7.7 Simulacija napovedovanja in predikcijski intervali .....	197
8 ZAKLJUČKI .....	201
8.1 Prispevki k znanosti .....	203
8.1.1 Prispevki na področju merilne tehnike .....	203
8.1.2 Prispevki na področju prediktivnega modeliranja časovnih vrst .....	204
A SPLOŠNO O POLPREVODNOSTI .....	206
A.1 Fizikalne osnove prevodnosti .....	206
A.2 Pasovna teorija trdih snovi .....	207
A.3 Polprevodniki .....	207
A.3.1 Pravi polprevodniki .....	207
A.3.2 Nepravi polprevodniki .....	208
A.4 Polprevodnost – energetsko stališče .....	209
A.4.1 Dinamika v polprevodnikih povzročena s trki ionizacijskih plazov .....	210
A.5 Polprevodniške naprave .....	210
A.5.1 Polprevodniška dioda .....	211
A.5.2 Zenerjeva dioda .....	211
A.5.3 Napetostni referenčni elementi tipa Zener .....	213
B MEROSLOVJE .....	215
B.1 Veličine in enote .....	215
B.2 Merjenja, meritve .....	216
B.3 Merilni rezultati .....	217
B.4 Merilni instrumenti .....	219
B.5 Značilnosti merilnih instrumentov .....	220
B.6 Etaloni, merilni standardi .....	221
B.7 Meroslovna hierarhija .....	222
B.8 Meroslovni sistem v Sloveniji .....	223
B.8.1 Enosmerna napetost in sledljivost po svetu in v Sloveniji .....	224
C ELEKTRIČNO VEZJE ZB10 .....	225
C.1 Postavitev vezja .....	225



## KAZALO SLIK

Slika	stran
Slika 2.1: Uporaba polprevodniških napetostnih virov (Fluke 732A in 732B) v vlogi primarnih delovnih etalonov. ....	12
Slika 2.2: Uporaba dveh modelov za modeliranje izhodne napetosti Fluke 732B in empiričnih negotovosti v obdobju med umerjanjema: modela s konstantnim izhodom (v prvem letu) in linearnega modela lezenja (v naslednjih štirih letih). S prekinjeno črto so izrisane napovedi modelov. S črno črto so izrisane meritve dejanskega odstopanja izhodne napetosti Fluke 732B, izmerjene s Josephsonovim etalonom. Ob prekinjeni črti je izrisan interval 95% zaupanja. Diagram prikazuje petletno obdobje. ....	20
Slika 3.1: Spreminjanje izhodne napetosti LTZ1000: skupina štirih vzporedno vezanih diod: Ref A, Ref B, Ref C in Ref D pri 1000 urni meritvi. ....	23
Slika 3.2: Zaporedna vezava N-tih 6,9 V diod. Uporabili smo zaporedje štirih diod LM329. Izhodna napetost je bila približno 27,5 V. ....	24
Slika 3.3: Spreminjanje napetosti a) in c) na vhodu (napajalna napetost) diod Ref A in Ref D in b) in d) na izhodu diod LTZ1000 (referenčna napetost) Ref A in Ref D; oboje pri 1000 urni meritvi, predstavljeno z enako velikim merilom. ....	24
Slika 3.4: Spreminjanje napetosti na izhodu a) LTZ1000 in b) LM329; oboje pri 500 urni meritvi, predstavljeno z enako ločljivostjo. ....	25
Slika 3.5: Spreminjanje napetosti Zenerjevih diod tipa LTZ1000, časovna vrsta AT, starejša meritev in časovna vrsta Ref A. Oboje je dobljeno s 1000-urnimi meritvami. Predstavljenih je prvih 400 ur. Podatki so normirani med 0 in 1. ....	25
Slika 3.6: Spreminjanje napetosti na izhodu: a) »najboljše« LM329 (ZEN6) in b) »najslabše« LM329 (ZEN3). Napetost LM329 na sliki a) ima izrazit trend. Sliki predstavljata 500 urno meritev, predstavljeno z enako ločljivostjo. ....	26
Slika 3.7: Spreminjanje napetosti na izhodu skupine štirih zaporedno vezanih LM329. ....	26
Slika 3.8: Opis »inteligentnega« NRE, ki »opazuje« referenčno napetost. Prediktor (model za napovedovanje) napoveduje sedanje vrednosti. Prave vrednosti referenčne napetosti (prekinjana povezava) RN(n) so dostopne samo v času umerjanja. ....	26
Slika 3.9: Časovna vrsta dobljena z numeričnim integriranjem Lorenzevega sistema (spremenljivka z). ....	27
Slika 3.10: a) Fraktalno Brownovo gibanje (FBM1) ali simulacija časovne vrste enosmerne napetosti tipa LZT1000. Časovna vrsta je dobljena s spektralno sintezo močnostnega spektra Ref A; b) FBM2 časovna vrsta je dobljena s spektralno sintezo spektra oblike ..... .....	30

Slika 4.1: Diagram časovne vrste LM329 (ZEN2): a) Časovna vrsta kaže izrazit <b>trend</b> , ki se v meroslovju imenuje <b>lezenje</b> ; b) Diagram kaže diferencirano časovno vrsto z zamikom 1.....	36
Slika 4.2: Avtokorelacijski koeficienti (korelogram) belega šuma. Prekinjena črta označuje področje zaupanja za avtokorelacijske koeficiente $\pm 2/\sqrt{N}$ . Večina koeficientov $r_k, k \geq 1$ pripada temu področju.....	39
Slika 4.3: Avtokorelacijski koeficienti (korelograma) procesov, ki imajo »omejen spomin«: a) Korelogram časovne vrste AT enosmerne napetosti LTZ1000; b) Korelogram časovne vrste, ki predstavlja fraktalno Brownovo gibanje, FBM2.....	40
Slika 4.4: Parcialni avtokorelacijski koeficienti za časovno vrsto AT enosmerne napetosti LTZ1000. ....	40
Slika 4.5: a) Koeficienti avtokorelacijske funkcije ter b) parcialne avtokorelacijske funkcije za časovno vrsto tipa LTZ1000 (Ref A).....	40
Slika 4.6: a) Koeficienti avtokorelacijske funkcije ter b) parcialne avtokorelacijske funkcije za časovno vrsto spremenljivke $\zeta$ Lorenzevega sistema.....	41
Slika 4.7: a) Koeficienti razširjene vzorčne avtokorelacijske funkcije ter b) razširjene vzorčne parcialne avtokorelacijske funkcije za časovno vrsto tipa LTZ1000 (AT). ....	42
Slika 4.9: a) Avtokorelacijski koeficienti in b) parcialni avtokorelacijski koeficienti diferencirane časovne vrste napetosti skupine štirih zaporedno vezanih diod LM329.....	42
Slika 4.10: a) Avtokorelacijski koeficienti in b) parcialni avtokorelacijski koeficienti časovne vrste FBM1. ....	42
Slika 4.11: a) Avtokorelacijski koeficienti in b) parcialni avtokorelacijski koeficienti časovne vrste FBM2. ....	43
Slika 4.12: Močnostni spekter belega šuma.....	56
Slika 4.13: Močnostna spektra dveh tipov fraktalnega Brownovega gibanja a) FBM1 in b) FBM2. Slika b) predstavlja spekter $1/f$ šuma. Sliki sta v lin/log merilu. ....	56
Slika 4.14: a) Periodogram in b) močnostni spekter za Lorenzev sistem (spremenljivka $\zeta$ ) v lin-log merilu. Ocenjeni močnostni spekter (b) smo dobili s pomočjo Hammingovega okna dolžine 19. ....	58
Slika 4.15: Močnostni spekter napetosti diode LTZ1000. Slika je v log/log merilu. ....	60
Slika 4.16: a) Periodogram in b) ocenjeni močnostni spekter časovne vrste, ki jo ustvarja LTZ1000, Ref A. Sliki sta v lin-log merilu. ....	61
Slika 4.17: Vpliv različnih tipov oken dolžine 9 na ocenjeni močnostni spekter časovne vrste, ki jo ustvarja LTZ1000, Ref A. Slika je v lin-log merilu. ....	61
Slika 4.18: Vpliv dolžine Parzenovega okna na ocenjeni močnostni spekter časovne vrste, ki jo ustvarja LTZ1000, Ref A. Slika je v lin-log merilu. ....	61

- Slika 4.19: Močnostni spekter diferencirane časovne vrste napetosti napetostnega elementa LTZ1000, Ref A. Slika je v lin/log merilu.....62
- Slika 4.20: Ocenjeni močnostni spektri časovnih vrst LM329 in LTZ1000: a) ZEN1 je Zenerjeva dioda s povprečnim standardnim odklonom; b) ZEN3 je Zenerjeva dioda z največjim standardnim odklonom (najslabša); c) ZEN6 je Zenerjeva dioda z najmanjšim standardnim odklonom (najboljša); d) ocenjen spekter diode LZT1000, Ref A. Ocenjeni spektri so v lin-log merilu. Močnostne spektre smo ocenili z uporabo Parzenovega okna dolžine 9. ....62
- Slika 4.21: Ocenjeni spekter zaporedja štirih najboljših Zenerjevih diod tipa LM329 v lin-log merilu. Cenilka spektra uporablja Parzenovo okno dolžine 9. ....63
- Slika 4.22: Vpliv dolžine Parzenovega okna na ocenjeni močnostni spekter časovne vrste, ki jo ustvarja zaporedna vezava štirih diod tipa LM329. Slika je v lin-log merilu.....64
- Slika 4.23: Močnostni spekter diferencirane časovne vrste napetosti diode tipa LM329, ZEN6. Slika je v log/lin merilu. ....64
- Slika 4.24: Normalizirani spektri singularnih vrednosti časovnih vrst napetost LTZ1000, ki smo jih dobili s SVD dekompozicijo. V oknu  $\tau_\omega = 5,5 [h]$  smo za  $\tau_s$  vzeli večkratnike vzorčne periode oziroma 0,25, 0,5, 0,75, s tem pa dolžine oken 22, 11, 7. ....66
- Slika 4.25: Projekcije trajektorije časovne vrste LTZ1000 na med seboj ortogonalnih ravninah, razpetih med singularnimi vektorji  $\{c_i\}$ .  $i$ -to točko na  $(c_j, c_k)$  ravnini dobimo s projekcijo  $(c_j^T x_i, c_k^T x_i)$ . Fazni prostor je devet dimenzionalen in  $\tau_s = 0,75 [h]$ . ....67
- Slika 4.26: Normalizirani spektri singularnih vrednosti časovnih vrst napetosti, ki jih ustvarjajo LM329. a) ZEN1 (povprečna dioda); b) ZEN3 (najslabša dioda); c) ZEN6 (najboljša dioda); d) zaporedna skupina 4-ih najboljših. Spektri so prikazani v logaritmskem merilu. ....68
- Slika 4.27: Diagram raztresenosti točk v fazni sliki Lorenzevega atraktorja (spremenljivka  $\varphi$ ), ki kaže odvisnost razdalje med točkami v faznem prostoru od časa.....70
- Slika 4.28: Diagram raztresenosti točk v fazni sliki časovne vrste enosmerne napetosti (LTZ1000), ki kaže odvisnost razdalje med točkami v faznem prostoru od časa.....70
- Slika 4.29: Časovno-prostorsko ločevanje za: a) Lorenzev sistem (spremenljivka  $\varphi$ ); b) časovno vrsto napetosti (LTZ1000); c) časovno vrsto FBM; d) šum z normalno porazdelitvijo. Konture predstavljajo frakcije točk, ki so si bližje, kot je podana razdalja  $r$  pri podani časovni razdalji  $\Delta t$ . Grafi ustrezajo frakcijam: 1%, 10%, 50%, 90%, 99%. ....71
- Slika 4.30: Časovno-prostorsko ločevanje za časovne vrste LM329: a) ZEN1; b) ZEN3; c) ZEN6; d) zaporedna skupina štirih najboljših diod. Konture predstavljajo frakcije točk, ki so si bližje, kot je podana razdalja  $r$  pri podani časovni razdalji  $\Delta t$ . Grafi ustrezajo frakcijam: 1%, 10%, 50%, 90%, 99%.....72

Slika 4.31: Strukturne funkcije: a) Lorenzevega sistema (spremenljivka $\zeta$ ); b) časovne vrste napetosti (LTZ1000); c) časovne vrste FBM; d) šum z normalno porazdelitvijo. ....	72
Slika 4.32: Strukturne funkcije časovnih vrst LM329: a) ZEN1, b) ZEN3, c) ZEN6, d) zaporedna skupina štirih najboljših diod. ....	74
Slika 4.33: Strukturne funkcije (v [log-log] merilu) zglajenih časovnih vrst LTZ1000 in LM329: a) zglajena LTZ1000; b) diferencirana zglajena LTZ1000; c) zglajena ZEN6; d) diferencirana zglajena ZEN6. ....	74
Slika 4.34: Strukturne funkcije (v [log-log] merilu) časovnih vrst (leva stran) in diferenciranih časovnih vrst (desna stran): a) SF spremenljivke $\zeta$ Lorenzevega sistema; b) SF diferencirane časovne vrste spremenljivke $\zeta$ Lorenzevega sistema; c) SF časovne vrste napetosti LTZ1000; d) SF diferencirane časovne vrste LTZ1000; e) SF časovne vrste FBM; f) SF diferencirane časovne vrste FBM; g) SF časovne vrste ZEN6 (LM329); h) SF diferencirane časovne vrste ZEN6. ....	76
Slika 5.1: Klasične arhitekture nevronske mreže: a) usmerjena nevronska mreža; b) rekurentna nevronska mreža; c) samoorganizacijska mreža. ....	81
Slika 5.2: Univariatno in multivariatno modeliranje časovnih vrst. ....	83
Slika 5.3: Kratkoročno modeliranje s stališča vira, ki ustvarja časovno vrsto. Prediktor učimo napovedovati sedanje (in mogoče do par prihodnjih) vrednosti v časovni vrsti, tako da se po časovni vrsti premikamo z oknom dolgim $p + 1$ s korakom 1. Prediktorju kažemo $p$ preteklih vrednosti, le-ta pa napoveduje naslednjo vrednost. ....	84
Slika 5.4: Kratkoročno modeliranje s stališča modela (prediktorja). ....	84
Slika 5.5: SVM kot nevronska mreža. ....	87
Slika 5.6: Ocenjevanje uspešnosti modelov za napovedovanje časovnih vrst. Slika predstavlja prilagojeno inačico izvirne slike v [101], ki predstavlja ocenjevanje uspešnosti avtomatsko zgrajenih teorij. Predznanja o modelu v dobesednem pomenu ne vključujemo, ker uporabljamo scenarij modeliranja s črnimi škatlami. ....	89
Slika 5.7: Umetni nevron za aktivacijsko funkcijo $f$ . ....	122
Slika 5.8: Usmerjene nevronske mreže: preceptron, večnivojski preceptron (sigmoidna aktivacijska funkcija), RBF-mreža; GMDH-mreža, FIR- večnivojski preceptron in SVM. ....	123
Slika 5.9: Problemi pri praktičnem modeliranju s klasičnimi nevronskimi mrežami: število nevronov v skritih nivojih in problem lokalnega minimuma. ....	124
Slika 5.10: Usmerjena večnivojska umetna nevronska mreža. $x_i(i)$ so komponente vhodnega vektorja v času $i$ , $y_i(i)$ so zelene izhodne vrednosti, komponente izhodnega vektorja. Krogi predstavljajo nevrone, črte, ki povezujejo nevrone pa sinapse z utežmi. Kvadrati predstavljajo nevrone brez vhoda, katerih sinapse hranijo proste člene za nevrone naslednjega nivoja. $m_i$ je število nevronov na $i$ -tem nivoju. ....	125
Slika 5.11: Statičen večnivojski preceptron, uporabljen za napovedovanje časovnih vrst. ....	125

Slika 5.12: Procesiranje signalov skozi FIR sinapse, kot vhodni signali nevrona v FIR-VP.	128
Slika 5.13: Potek signala skozi FIR sinapse, procesiranje signalov v nevronu, struktura FIR-VP.....	128
Slika 5.14: Vzvratno razširjanje lokalnih gradientov skozi FIR sinapse.....	130
Slika 5.15: Primer naučene GMDH mreže.....	131
Slika 5.16: N-Adaline element.....	131
Slika 5.17: Premikanje po časovni vrsti pri izgradnji GMDH mreže: v fazi učenja število N-Adaline elementov narašča, v fazi prilagajanja pa odrežemo »odvečne« N-Adaline elemente.....	132
Slika 5.18: Različni tipi rekurentnih nevronskih mrež.....	134
Slika 5.19: Splošna oblika Elmanove mreže.....	134
Slika 5.20: Rekurentna nevronska mreža: povezani vhodno-izhodni nivo povezuje zamujene povratne povezave (kontekstne enote) z vhodnimi vektorji $\mathbf{u}(\mathbf{n})$ in $\mathbf{x}(\mathbf{n})$ . ....	136
Slika 5.21: Shema realizacije SVM paradigme.....	140
Slika 5.22: Določanje parametrov modela po metodi najmanjših kvadratov. Kvadratna funkcija izgube.....	142
Slika 5.23: Določanje parametrov modela kot konveksen optimizacijski problem.....	142
Slika 5.24: Določanje mehkih margin $\varepsilon$ -intenzivne funkcije izgube pri linearnem SVR problemu. Zgornja slika kaže nastavitve optimizacijskega problema. Spodnja slika kaže $\varepsilon$ -intenzivno funkcijo izgube. ....	143
Slika 5.25: Prehod iz nelinearne v linearno regresijo z uporabo jeder.....	147
Slika 6.1: Zajemanje podatkov in krmiljenje DCNRV z osebnim računalnikom.....	156
Slika 6.2: Shema integriranega vezja LTZ1000 (Linear Technology) (vir slike [113]).....	160
Slika 6.3: Dolgoročna stabilnost LTZ1000 po specifikacijah proizvajalca brez predhodnih priprav ali staranja (vir slike [113]).....	160
Slika 6.4: Shema enosmernega napetostnega referenčnega vira, DCNRV (vir slike [103])...161	161
Slika 6.5: Prikaz vgrajenega merilnega sistema (vir slike [103]).....	162
Slika 6.6: Shema napetostnega referenčnega elementa NRE (vir slike [103]).....	163
Slika 6.7: Merilna postavitve za zajemanje časovnih vrst s katerimi zgradimo model (vir slike [103]).....	164
Slika 6.8: Vgrajeni merilni sistem z uporabo AD pretvornika in algoritma za napovedovanje (vir slike [103]).....	165



Slika 6.9: Napovedovanje napetosti časovnih vrst: a) LTZ1000 (Ref A) in b) LM329 (ZEN6). Obe sliki predstavljata napovedovanje na testnih podatkih. Modela, ki ju uporabljamo, sta dobljena z metodo podpornih vektorjev za regresijo.....	172
Slika 7.1: Srednja kvadratna napaka (MSE) za najbolj enostavne linearne modele na testnih podatkih za časovne vrste REF A, ZEN6, LorZ in FBM1. Pod vsako napako je podan še ustrezní model.....	175
Slika 7.2: Primerjava MSE napak (z-os), ki jo naredijo regresijski modeli (x-os) na testnih podatkih za domene časovnih vrst Ref A, ZEN6, LorZ in FBM1 (y-os). ....	176
Slika 7.3: Primerjava AIC za regresijske modele (x-os) na testnih podatkih za domene (y-os) Ref A, ZEN6, LorZ in FBM1.....	176
Slika 7.4: Primerjava MSE napak (z-os), ki jo naredijo klasični statistični modeli (x-os) na testnih podatkih domen časovnih vrst Ref A, ZEN6, LorZ in FBM1 (y-os).....	182
Slika 7.5: Primerjava MSE napak (z-os), ki jo naredijo nevronske mreže (x-os) na testnih podatkih domen časovnih vrst Ref A, ZEN6, LorZ in FBM1 (y-os).....	185
Slika 7.6: Večnivojski perceptron v programskem paketu WEKA. ....	186
Slika 7.7: Odvisnost MSE napake na učni množici časovne vrste LorZ od začetnih nastavitvev parametrov $\alpha \in [0,01..0,1]$ , $\eta \in [0,8,..,0,9]$ . MSE napake različnih velikosti so predstavljene z različno pobarvanimi področji. Vrednosti napak predstavljajo povprečja napak treh neodvisnih poskusov.....	186
Slika 7.8: Odvisnost MSE napake na učni množici časovne vrste Ref A od začetnih nastavitvev parametrov $\alpha$ in $\eta$ . MSE napake različnih velikosti so predstavljene z različno pobarvanimi področji. Vrednosti napak predstavljajo povprečja napak dveh neodvisnih poskusov. a) Grobo raziskovanje MSE ploskve za $\alpha \in [0,1..0,9]$ , $\eta \in [0,5..0,9]$ . b) Podrobno (s korakom 0,01) raziskovanje za $\alpha \in [0,01..0,2]$ , $\eta \in [0,7..0,9]$ . c) Podrobno raziskovanje $\alpha \in [0,01..0,2]$ , $\eta \in [0,01..0,2]$ .....	187
Slika 7.9: Naučeni GMDH mreži a) učenje brez kontrolnih parametrov s tremi vhodnimi nevroni; b) učenje s kontrolnim parametrom in tremi vhodnimi nevroni. ....	189
Slika 7.10: Primerjava MSE napak (z-os) nevronske mreže (x-os) na dvanajstih domenah (y-os).....	191
Slika 7.11: Primerjava MSE napak (z-os), $\epsilon$ -SVR modelov z linearnim jedrom, ki jih zgradijo različni paketi (y-os) na štirih domenah (x-os).....	193
Slika 7.12: Primerjava MSE napak (z-os) $\epsilon$ -SVR modelov z linearnim jedrom in RBF jedrom (y-os) na štirih domenah (x-os).....	193
Slika 7.13: Primerjava MSE napak (z-os) $\epsilon$ -SVR in $\nu$ -SVR modelov z linearnim jedrom in RBF jedrom (y-os) na štirih domenah (x-os).....	194

Slika 7.14: Odvisnost MSE (z-os) na testnih podatkih časovne vrste Ref A (dolžina vhoda 4) od parametrov $\varepsilon$ (x-os) in C (y-os).....	195
Slika 7.15: Odvisnost MSE (y-os) na testnih podatkih časovne vrste LorZ (dolžina vhoda 7) od parametra $\varepsilon$ (x-os).....	195
Slika 7.16: MSE performance (z-os) izbranih prediktorjev (y-os) na testnih podatkih domen (x-os).....	196
Slika 7.17: MSE ocene izbranih prediktorjev na testnih podatkih Ref A in njihovi intervali zaupanja.....	197
Slika 7.18: Validiranje predikcijskih intervalov pri napovedovanju testnih podatkov Ref A: a) Srednje napovedi treh modelov in predikcijski intervali; b) Prave vrednosti in predikcijski intervali.....	198
Slika 7.19: Validiranje predikcijskih intervalov pri napovedovanju testnih podatkov Ref A: a) Srednje napovedi treh modelov in predikcijski intervali ocenjeni z maksimalno absolutno napako; b) Prave vrednosti in predikcijski intervali s srednjo absolutno napako.....	199
Slika 7.20: Simulacija z dodajanjem šuma v časovni vrsti ZEN6. Napovedane vrednosti so bližje dejanskim v primerjavi z vrednostmi, ki jih pri simulaciji oceni AD (brez napovedovanja).....	200
Slika A.1: Preprost model polprevodniške diode (vir slike [192]).....	210
Slika A.2: Zenerjeva dioda: levo u/i odvisnost in desno uporabljana simbola (vir slike [192]). .....	211
Slika A.3: Referenčni vir, izveden z Zenerjevo diodo, levo, in električno nadomestno vezje, desno (vir slike [192]).	212
Slika A.4: Analiza stabilnosti razmer (vir slike [192]).....	212
Slika A.5: Napetostni stabilizator z Zenerjevo diodo (vir slike [192]).....	213
Slika A.6: Funkcijske odvisnosti parametrov Zenerjevih diod (vir slike [192]).	213
Slika A.7: Temperaturno kompenzirani Zenerjevi referenčni elementi (vir slike [192]).....	214
Slika B.1: Zagotavljanje sledljivosti prenosnikih etalonov znotraj nacionalnega meroslovnega sistema v RS (vir slike [207]).....	224
Slika C.1: ZB10 postavitve diod.....	225
Slika C.2: Postavitve Zenerjevih diod pri vzporedni vezavi.....	226
Slika C.3: Postavitve Zenerjevih diod pri zaporedni vezavi.....	226
Slika C.4: Vrhni videz Zenerjeve diode tipa LM329 (vir slike [137]).	226
Slika C.5: Shema električnega vezja ZB10.....	228

Slika D.1: Vsebina škatle pri napovedovanju časovne vrste Ref A z navadno linearno regresijo. ....	230
Slika D.2: Vsebina »najboljših« škatel pri napovedovanju časovne vrste ZEN6 z navadno linearno regresijo. ....	230
Slika D.3: Vsebina »najboljših« škatel pri napovedovanju časovne vrste LorZ z navadno linearno regresijo. ....	231
Slika D.4: Vsebina škatle pri napovedovanju časovne vrste FBM1 z navadno linearno regresijo. ....	231
Slika D.5: Vsebina škatle pri napovedovanju časovne vrste Ref A s pace regresijo. ....	231
Slika D.6: Vsebina škatle pri napovedovanju časovne vrste ZEN6 s pace regresijo. ....	231
Slika D.7: Vsebina »najboljših« škatel pri napovedovanju časovne vrste LorZ s pace regresijo. ....	231
Slika D.8: Vsebina »najboljših« škatel pri napovedovanju časovne vrste FBM1 s pace regresijo. ....	232
Slika D.9: Vsebina škatle pri napovedovanju časovne vrste ZEN6 z modelnim drevesom. ....	232

## KAZALO TABEL

Tabela	stran
Tabela 4.1: Število vzorcev v oknu $\tau_w = 5,5 [h]$ .....	66
Tabela 6.1: Opis osnovnih lastnosti desetih časovnih vrst, ki jih ustvarjajo Zenerjeve diode tipa LM329 (ZEN1..ZEN10) in izbrane skupine 4-ih LM329 (dolga meritev in izbrana meritev).....	159
Tabela 6.2: Opis osnovnih lastnosti časovnih vrst, ki jih ustvarjajo posamezni napetostni referenčni elementi tipa LTZ1000 (Ref A., Ref B,...) in ki smo jih dobili s 1000-urno meritvijo. ....	162
Tabela 6.3: Deleži negotovosti pri modeliranju.....	170
Tabela 7.1: Testiranje hipoteze, da so vsi prediktorji enako uspešni za $D < 5$ . Hipotezo zavrnemo.....	180
Tabela 7.2: Tabela skupin uspešnosti.....	181
Tabela 7.3: Tabeli primerjav med regresijskimi modeli.....	181
Tabela 7.4: Tabela skupin uspešnosti nevronske mreže.....	191
Tabela 7.5: Tabeli primerjav med mrežami.....	192
Tabela 7.6: MSE performance izbranih prediktorjev (stolpci) na testnih podatkih domen (vrstice). S krepko pisavo so napisane MSE napake najuspešnejših modelov.....	196
Tabela 7.7: Ocene prediktorjev na testnih podatkih Ref A. ....	197
Tabela C.1: Dodelitev kontaktnih pinov na konektorjih DIN64 in IDC40.....	227
Tabela D.1: Napovedovanje z linearno regresijo, MSE napake na testni množici za časovne vrste Ref A, ZEN6, LorZ in FBM1. Posebej izpostavljamo spreminjanje parametra dolžine vhoda, med 2 in 7 (stolpci tabele). S sivo barvo so pobarvana ozadja celic, ki predstavljajo minimum metode, medtem ko so s krepkimi črkami označene minimalne MSE napake za domeno. ....	229
Tabela D.2: Tabela MSE napak z regresijskimi metodami na vseh dvanajstih domenah. Vrstice so imena domen, stolpci predstavljajo prediktorje. V celicah tabele so shranjene MSE napake na testnih podatkih. S krepko pisavo so označeni najbolj uspešni modeli.....	230
Tabela D.3: Tabela MSE napak nevronske mreže na vseh dvanajstih domenah. Vrstice so imena domen, stolpci predstavljajo prediktorje. V celicah tabele so shranjene MSE napake na testnih podatkih. S krepko pisavo so označeni najbolj uspešni modeli. ....	232

## KRATKOROČNO NAPOVEDOVANJE ČASOVNIH VRST NA PRIMERU ENOSMERNIH NAPETOSTNIH VIROV

### Povzetek

*Pri vzdrževanju virov enosmerne napetosti igra pomembno vlogo sledenje njihovim meroslovnim parametrom v času med dvema umerjanjema. Za ta namen potrebujemo drag merilni sistem. S kratkoročnim modeliranjem se ukvarjamo, da bi dobili vpogled v obnašanje izhodne napetosti napetostnih referenčnih elementov, ki običajno sestavljajo polprevodniške napetostne referenčne vire. S programsko opremo za kratkoročno napovedovanje enosmerne napetosti, ki jo umestimo nad napetostnim referenčnimi elementi, zgradimo transparenten, prilagodljiv in poceni navidezni merilni sistem. S sledenjem trenda spreminjanja izhodne enosmerne napetosti, ki ga izvajamo s pomočjo modelov za kratkoročno napovedovanje, ocenjujemo obnašanje napetostnih referenčnih elementov, ne da bi izvajali neposredne meritve.*

*S ciljem, da bi uvrstili modele za kratkoročno napovedovanje enosmerne napetosti, ki so predmet našega raziskovanja v raziskovalno delo na področju merilne tehnike, opisujemo modele za dolgoročno napovedovanje izhodne napetosti polprevodniških napetostnih referenčnih elementov, ki so jih razvili v raziskovalnih meroslovnih laboratorijih, kot je NIST-ov, laboratorija podjetij Fluke in VMetrix ter v meroslovnem laboratoriju ameriške vojske. Modelirajo leženje enosmerne napetosti napetostnih referenčnih elementov v omejenem obdobju z ocenjevanjem negotovosti, ki vplivajo na enosmerno napetost. Modele so razvili, da bi predvideli, »projektirali« obnašanje enosmerne napetosti med umerjanjema, ocenili negotovosti v obdobju med umerjanjema in določili število umerjanj v omejenem časovnem obdobju, ki so potrebni, da bi obranjali določeno merilno negotovost. Modele so zgradili s kalibracijskimi meritvami, z meritvami, dobljenimi s pomočjo etalona višjega reda ali celo z uporabo Josephsonovega etalona. Ugotovili so, da je spreminjanje napetosti polprevodniških napetostnih elementov deterministično, da se dogaja po določenem scenariju in da ni nepravilnosti v delovanju poljubnega etalona. Ugotovili so tudi, da tlak, temperatura in vlažnost vplivajo na spreminjanje izhodne napetosti. Dejanski vzroki*

za celotno dinamiko izhodne napetosti, ki je predmet raziskav tudi v pričujoči disertaciji, niso znani v celoti, čeprav jih je večinoma možno zajeti z modeli za napovedovanje.

V disertaciji se ukvarjamo s kratkoročnim napovedovanjem časovnih vrst. Za razliko od dolgoročnega napovedovanja, pri katerem je namen ocenjevanje obnašanja napetosti med dvema umerjanjema, je osnovni namen kratkoročnega napovedovanja ocenjevanje relativnih sprememb trenutne vrednosti glede na nekaj zadnjih ocenjenih vrednosti z uporabo modela, ki zajema »izkušnje« iz preteklosti. Domeno enosmerne napetosti sestavljajo časovne vrste izhodne napetosti različno starih napetostnih referenčnih elementov tipa LTZ1000, cenениh diod tipa LM329 in zaporedne skupine štirih diod tipa LM329. LTZ1000 je ultrastabilna Zenerjeva dioda. Le-ta predstavlja osnovni gradnik napetostnih referenčnih elementov v enosmernem napetostnem referenčnem viru (DCNRV), ki je bil razvit kot skupinski polprevodniški laboratorijski vir v Laboratoriju za procesno merilno tehniko Fakultete za elektrotehniko v Ljubljani. Poleg izhodne napetosti kakovostnih ultrastabilnih Zenerjevih diod tipa LTZ1000 modeliramo tudi izhodne napetosti cenениh Zenerjeva diod tipa LM329 z izrazito izhodno variabilnostjo. Da bi raziskovali obnašanje diod in skupin diod tipa LM329 smo izdelali električno vezje ZEN10. Le-to omogoča konfiguriranje in merjenje napetosti na izhodu vzporednih in zaporednih skupin diod LM329.

Bolj splošno uporabo izbranih modelov za kratkoročno napovedovanje potrjujemo na dveh umetnih domenah, kot sta Lorenzov atraktor (spremenljivka  $z$ ) ter fraktalno Brownovo gibanje ali  $1/f$  šum. Lorenzov atraktor je znan nelinearen dinamičen sistem in je v strokovni literaturi ena od najbolj pogosto uporabljenih domen pri vrednotenju metod za analizo časovnih podatkov. Fraktalno Brownovo gibanje pa je stohastični model z omejenim spektrom in ima podobno korelacijsko (fraktalno) dimenzijo kot izmerjeni signal napetosti. Hkrati v strokovni literaturi potrjujejo prisotnost  $1/f$  šumov v napetostnih signalih polprevodnikov.

Preden se lotimo prediktivnega modeliranja časovnih vrst se ukvarjamo z njihovimi opisnimi lastnostmi. Izrisujemo korelograme, parcialne avtokorelacijske funkcije in močnostne spektre. Znane stohastične modele časovnih vrst, ki vsebujejo različne stopnje determinizma, primerjamo s časovnimi vrstami enosmerne napetosti. Izvajamo teste za razlikovanje dinamike od šuma s ciljem, da bi ugotovili smotrnost prediktivnega modeliranja. Večina testov, kot so naključno spreminjanje faze, časovno-prostorsko ločevanje, strukturna funkcija, potrjuje, da v časovnih vrstah napetosti prevladuje dinamika nad šumom.

Pri iskanju in ocenjevanju modela za kratkoročno napovedovanje, ki sloni na inteligentnem procesiranju izmerjenih časovnih vrst iz preteklosti, uporabljamo metode, ki so povezane z različnimi področji modeliranja dinamičnih sistemov v znanosti: statistična analiza časovnih vrst, identifikacija sistemov, strojno učenje, digitalno procesiranje signalov... Glede na namen gradimo modele, ki so bodisi razumljivi (prosojni, sivi) za strokovnjake iz aplikativnega področja bodisi točni in natančni pri napovedovanju. V našem primeru potrebujemo točno in natančno kratkoročno napovedovanje. Uporabljamo modele črnih škatel, ki ne slonijo na ekspertnem poznavanju sistema in ne vsebujejo znanja o sistemu, ki te vrste ustvarja. Iščeemo model za napovedovanje, ki najbolj dosledno

sledi spreminjanju veličine, ki jo modeliramo. Ta naj ima določeno strukturo, naj bo fleksibilen in naj bi se v preteklosti izkazal kot uspešen pri reševanju podobnih problemov. Osnovni koraki modeliranja črnih škatel so naslednji: najprej izberemo tip modela, ki pripada določenemu strukturnemu razredu. Določimo metodo za njegovo izgradnjo. Določimo parametre, ki se nanašajo na velikost modela. Z uporabo podatkov, ki opisujejo opazovani sistem, določimo vrednosti parametrov modela, ki ustrezajo izbrani velikosti. Pri izbiri najboljšega modela za napovedovanje se ne ukvarjamo z razumljivostjo njegove strukture, kar je naloga modeliranja sivih in prosojnih škatel, ampak z njegovo zmožnostjo, da pri kratkoročnem napovedovanju naredi čim manjšo napako na podatkih, ki jih nismo uporabili pri izgradnji modela. Pri tem uporabljamo regresijske metode (navadno linearno regresijo, pace regresijo, lokalno uteženo regresijo, regresijska drevesa), klasične statistične metode (ARIMA in eksponentno glajenje), različne tipe nevronske mreže (večnivojski perceptron, FIR-večnivojski perceptron, GMDH mrežo, rekurentno mrežo) in metodo podpornih vektorjev za regresijo. Z enotno izvedenimi poskusi ocenjujemo uspešnost napovedovanja izbranih modelov na omenjenih domenah. Njihovo robustnost testiramo na šumnih podatkih. Med najbolj uspešnimi modeli izbiramo predstavnike z uporabo neparametričnih testov v statistiki, kot je izboljšani Friedmanov test.

Ugotavljamo, da ima za kratkoročno napovedovanje večji pomen postopek iskanja optimalnega prediktorja v skupini sorodnih prediktorjev kot izbira same metode. Kljub uporabi modelov na nivoju vhodno-izhodne preslikave pa je pomembno raziskovalčevo poznavanje uporabljenega orodja in osnovnih lastnosti vrste v tolikšni meri, da lahko z obvladovanjem prostora parametrov poišče optimalni prediktor.

Uporabljene časovne vrste so različno napovedljive ne glede na model, ki ga uporabimo za napovedovanje. Med časovnimi vrstami enosmerne napetosti ugotavljamo, da sta najbolj napovedljivi časovni vrsti Ref A in ZEN6. Ref A ustvarja ustrezno staran napetostni referenčni element tipa LTZ1000 v temperaturno stabilnem okolju. Časovno vrsto ZEN6 ustvarja Zenerjeva dioda tipa LM329, ki ima med desetimi sorodnimi diodami najmanjši standardni odklon. Tudi te meritve izvajamo v temperaturno stabilnem okolju. Eksperimentalno potrjujemo predpostavko, da lahko z zaporedno vezavo štirih Zenerjevih diod teoretično zmanjšamo standardni odklon vrste, ki je na izhodu skupine za faktor dve v primerjavi s standardnim odklonom vrste posameznega elementa. Majbna napaka pri napovedovanju napetosti zaporedne skupine je bolj posledica manjše variabilnosti in izrazito trendnega obnašanja časovne vrste in manj uspešnosti modela, s katerim napovedujemo.

Na primeru napovedovanja časovne vrste napetosti Ref A ocenjujemo uspešnost napovedovanja različnih modelov z različnimi merami kakovosti. Prediktorji kažejo izenačeno uspešnost z majbno prednostjo večnivojskega perceptrona. V smislu hitrosti učenja in občutljivosti na začetne parametre ima prednost metoda podpornih vektorjev.

Posebno pozornost posvečamo algoritmu za določanje predikcijskih intervalov modelov črnih škatel, ki ga izbiramo v skladu s filozofijo modeliranja s črnimi škatlami in si hkrati želimo, da bo zadoščal potrebam merilne tehnike. Z drugimi besedami si želimo, da bodo predikcijski intervali dovolj ozki oziroma, da čim bolj natančno

napovedujemo izhodno napetost. Hkrati si želimo, da bodo zadosti široki, da bodo ob simulaciji napovedovanja na testnih podatkih »pokrili« vse prave vrednosti napetosti. V skladu s scenarijem modeliranja s črnimi škatlami za določanje predikcijskih intervalov uporabljamo metodo razmnoževanja učnih primerov (angl. bootstrapping). Iz podane učne množice zgradimo nekaj modelov. Pri določanju predikcijskih intervalov točkovnih napovedi uporabljamo srednjo absolutno napako njihovih napovedi.

Predikcijske intervale bi lahko uporabili kot diagnostični algoritem za zaznavanje nepravilnosti pri delovanju skupinskih virov napetosti in sicer za izločanje elementa iz skupine. Recimo, da smo za vsak element posebej zgradili predikcijski model ali skupino modelov. Pri izgradnji modelov smo uporabili meritve, ki smo jih dobili s kakovostnim inštrumentom z zagotovljeno sledljivostjo ali s kalibracijsko meritvijo. V času med umerjanji za ocenjevanje napetosti uporabljamo modele za kratkoročno napovedovanje, ki so opremljeni s predikcijskimi intervali. Modeli napovedujejo trenutne vrednosti na podlagi ocen, ki jih dobijo na svojih vhodih s pomočjo AD pretvornika ali poceni instrumenta. Za sledenje napetosti uporabljamo predikcijske vrednosti za en korak naprej. Predikcijske intervale lahko uporabimo pri ocenjevanju delovanja elementov za en korak nazaj: če se zgodi, da je ocenjena vrednost s strani AD pretvornika izven predikcijskih intervalov, ki se nanašajo na to napoved, potem lahko sistem za sledenje napetosti predlaga izločitev elementa. Glede na to, da so modeli zgrajeni z dolgoročnimi meritvami, bi to lahko pomenilo, da je element začel »lesti« prebitro, ali da se je z delovanjem tega elementa zgodilo karkoli, česar nismo mogli predvideti in je to zadostni razlog za izločitev.

Negotovosti zaradi modeliranja uvrščamo med ostale negotovosti pri ocenjevanju negotovosti merilnega sistema, s katerim sledimo izhodni napetosti. Ukvarjamo se z vzroki, ki povzročajo te negotovosti. Obravnavamo jih kot negotovosti zaradi modela samega (parametrov modela) in negotovosti zaradi podatkov ali spremembe okolja obratovanja (model smo zgradili z enimi podatki, napovedujemo pa druge). Pri tem izpostavljamo pomen srednje absolutne napake, ki bolj strogo kot srednja kvadratna napaka ter v skladu meroslovnimi kriteriji ovrednoti negotovost modela.

Osnovni namen disertacije je ovrednotiti uporabo metod za prediktivno modeliranje časovnih vrst na realnih problemih, zlasti na ožjem znanstvenem področju merilne tehnike. Ugotavljamo, da so modeli za kratkoročno napovedovanje uporabni za kratkoročno napovedovanje ali ocenjevanje prave vrednosti napetosti. V meroslovnem smislu so še posebej pomembni predikcijski intervali točkovnih napovedi.



## SHORT-TERM PREDICTION OF TIME SERIES ON THE CASE OF DC VOLTAGE SOURCES

### Abstract

*In the maintenance of DC voltage source an important roll plays the monitoring of the metrological parameters of the system between two calibrations. An expensive measurement system is needed for that purpose. We built predictive models to obtain insight in the behaviour of voltage reference elements, which compose the DC source. Software, based on short-term predictive models, is added to the voltage reference elements. By this we compose a transparent and an adaptable measurement system. By tracking the trend of changes of DC voltage source, which is performed by short-term predictors, we estimate the behaviour of voltage referent elements without performing immediate measurements.*

*To place the short-term prediction models of DC voltage which are subject of our interest in the state-of-the-art of measurement technique, we describe models for long-term prediction of output voltage of semiconductor voltage reference elements. They were developed in research metrological laboratories such as NIST, laboratories of companies Fluke and VMetrix and in metrological laboratory of US army. They mainly model the drift of DC voltage reference elements in limited time period with estimating uncertainties which influence DC voltage. Models were developed to predict or "project" the output voltage behaviour between two calibrations, to estimate the uncertainties in this period or to determine number of calibrations necessary to maintain certain measurement uncertainty. Models were built by calibration measurements, measurements gained by higher order standards or even by using Josephson's standard. They determined that output voltage changing of semiconductor voltage reference elements is deterministic. It is happening according to certain scenario and that it doesn't reflects irregularities in arbitrary voltage reference element. They also determined that atmosphere pressure, temperature and moisture influence changing of output voltage. Real reasons for the complete dynamic of output voltage are not completely known but most of them can be anticipated by predictive models.*

*In the dissertation we deal with models for short-term prediction of time series. The main purpose of short term prediction is to estimate the relative change of current value regarding to couple of last estimated values and by use of models based on “experiences” from the past. We distinguish short-term prediction from long-term prediction which purpose is to estimate voltage behaviour between two calibrations.*

*The emphasis is on application of short-term modelling methods on the domain of DC voltage. The domain is composed of DC voltage time series generated by voltage reference elements of type LTZ1000 of different ages and time series generated by cheap zener diodes of type LM329 or serial sequences of diodes LM329.*

*The predictive models could be used more generally. We confirm the possibility of their use on two artificial domains: Lorenz attractor and fractional Brownian motion ( $1/f$  noises). The Lorenz system is well known nonlinear dynamical system. It is frequently used for validation of time series modelling methods. Fractional Brownian motion is stochastic model. Its spectrum is bounded and it has correlation (fractal) dimension similar to the dimension of DC voltage signals. At the same time in the related literature the presence of  $1/f$  noise in the semiconductor signals is confirmed.*

*Before we deal with predictive modelling of time series we research the descriptive properties of the time series. We gain correlograms, partial autocorrelation functions and power spectres. We compare known DC voltage time series to stochastic time series, which contain different degrees of determinism. We perform tests to distinguish deterministic dynamics from noise and determine whether the predictive modelling is possible. Most of the tests such as phase randomization, time-space distinguishing and structural function confirm that deterministic dynamics overcomes noise in voltage time series.*

*Searching and validation of predictive model is based on intelligent signal processing. We use methods for dynamical system modelling related to different scientific fields: statistical analysis of time series, system identification, machine learning, digital signal processing etc. The purpose of use defines the transparency of the model, which could be transparent (white or grey) box for experts of the field of modelling or black box, which is usually accurate in predictions. In our case we need accurate and precise predictive models. We analyze different methods for short-time predictive modelling of time series, with emphases on black-box models. We use black-box models by meaning of the way they fit input-output data. It means that no expert knowledge about the underlying system is used. The chosen model structure belongs to families that are known to have good flexibility and have been “successful in the past” in solving of similar problems. Among the class of predictive models with certain capacity we are searching for a model which consistently tracks the changing of quantity under observation. We use the following scenario: choose the “type” of model structure class, determine the “size” of the chosen model or the number of parameters, which corresponds to how “fine” the approximation, is, use observed data to estimate the numerical values of the parameters and/or select suitable number of parameters. In selection of the most successful model we take care only of the predictive abilities of the model by estimating the error on the test data (on the data which was not used through the modelling). We use different types of methods: regression (linear, piece, locally*

*weighted regression, and regression trees), classical statistical methods (ARIMA and exponential smoothing), neural networks (multilayer perceptron MP, FIR-MP, GMDH, recurrent network) and support vector (machine for) regression. We test the robustness of the selected models by using noise data. We choose the most successful predictors by application of non-parametric tests in statistics, such as Friedman's test.*

*We find out that for purposes of short-term prediction more important than the selection of the method is searching algorithm for optimal predictor selection. Despite of the models' use as input-output mapping, for researcher it is important to master the method used for modelling. At the same time the main descriptive properties of the time series are necessary to confirm correctness of the method use and control the space of parameters.*

*Time series used in the research are differently predictable. Among the series of DC voltage we found that the most predictable are Ref A and Zen6. Ref A is generated by suitably aged LTZ1000 element. ZEN6 is generated by zener diode LM329, with has the smallest standard deviation among the ten diodes. We experimentally confirm the theoretical expectation that the standard deviation of the series generated by the group of four diodes is two times smaller than the standard deviation of particular diode. Small predictive in the case of times series of the group is consequence of the low variability of the series and not of the successfulness of the predictive model.*

*In the case of prediction of reference voltage, Ref A, we estimate the successful of he models by different measures. The predictors show the equal predictive abilities with tiny priority of multilayer perceptron. In the sense on complexity of learning and smaller sensibility to the choice of starting parameters we choose a support vector machine.*

*We focus the attention to the algorithm for selection of the prediction intervals suitable for modelling the outputs of black-boxes and adapted it to the need of metrological science. In other words we want the point predictions to be equipped by narrow intervals to enable the accurate voltage tracking. At the same time we wish the predictive intervals to be wide enough to cover all the voltage values of the real cases in the test set of voltage. In accordance with black-box scenario, for prediction intervals estimation we use bootstrapping algorithm. From the different parts of learning set we built a set of models. For estimation of prediction intervals of the point predictions we use mean absolute error of the predictions performed by the set of models for the particular time point.*

*Predictive intervals could be used for diagnostic and control purposes in the group DC voltage sources, for reference voltage elements extraction. Suppose that we have black-box model or a set of models for each voltage element in the group. In the modelling we use calibration time series or measured time series performed by instrument with certificated traceability. In the working time between two successive calibrations for voltage monitoring we use models with predictive intervals. Models predict the current values of voltage on the basis of voltage estimates given from AD converter or cheap instrument. For purposes of output voltage monitoring we use predictions one step ahead. Predictive intervals one step behind could be used for behaviour estimation of the voltage*

elements. If it happens that the value estimated by AD (or instrument) is outside the predictive intervals, our system would suggest the corresponding element to be extracted from the group. The models are built by using long certificated measurement. They capture the past behaviour of the element. The output voltage which we suppose is out the predictive intervals could be caused by fast drift or by any reason which we could not be expected. That is sufficient reason for exception of the element.

Among the other uncertainties of the measurement system we involve the uncertainty of the model. We analyse the factors which cause the uncertainties. We treat the uncertainties caused by (the parameters of) the model and the uncertainties because of the data or because of the shift of the working environment of the model (it is built with training data, we predict testing data). We discuss the meaning of mean absolute error, which in comparison with mean square error, validates the uncertainty of the model more rigorously and in accordance with metrology requirements.

The purpose of the dissertation is validation of methods for predictive time series modelling used on real world domains, especially on the scientific field of measurements. We conclude that short-term prediction models could be used for output voltage monitoring. Prediction intervals of 'point' predictions are of particular importance in metrological sense.

## POGLAVJE

### 1 UVOD

Ukvarjamo se z modeli za kratkoročno napovedovanje časovnih vrst. Modele uporabljamo na področju meroslovja<sup>1</sup> za ocenjevanje naslednje vrednosti merjene napetosti s ciljem, da bi zagotovili zanesljivo sledenje delovanja napetostnih virov v času med dvema umerjanjema (Definicija B.47) le-teh. V skladu s filozofijo merjenja si želimo pri ocenjevanju izhodne napetosti enosmernih napetostnih virov doseči čim boljše merilno točnost (Definicija B.17), oziroma se s podano oceno čim bolj točno in precizno približati pravi vrednosti. Za ta namen bi morali, brez uporabe modelov za kratkoročno napovedovanje, vseskozi imeti na razpolago merilni instrument ali sistem z zagotovljeno verigo sledljivosti (Definicija B.46), kar je drag in velikokrat težko izvedljiv postopek. Iz teh razlogov zgradimo, na podlagi dolgoročnih meritev z instrumentom z zagotovljeno sledljivostjo, model za kratkoročno napovedovanje. Nato z neposrednim ocenjevanjem zadnjih sprememb ocenjujemo naslednjo vrednost pojava, ki ga opazujemo, brez neposredne uporabe dragih, zanesljivih merilnih instrumentov.

Modele uporabljamo pri sledenju merjene veličine (Definicija B.13) napetosti, ki jo predstavlja merjeni signal (Definicija B.15) napetosti v enosmernem (DC) napetostnem referenčnem viru (DCNRV). DCNRV sestavljajo napetostni referenčni elementi (NRE) [44], [87], [112]. NRE bi lahko nadgradili z zanko [104] z vgrajenim modelom (ali skupino modelov) za napovedovanje napetosti. Model za kratkoročno napovedovanje enosmerne napetosti predhodno, oziroma v času umerjanja (Definicija B.47), zgradimo na podlagi časovnih vrst

---

<sup>1</sup> Definicije v zvezi z meroslovjem so podane v dodatku MEROSLOVJE.

izmerjene enosmerne napetosti<sup>2</sup>. Z uporabo modela za kratkoročno napovedovanje napetosti omogočimo ocenjevanje trenda krivulje dejanskih sprememb izhodne napetosti NRE v času delovanja vira (v medkalibracijskem obdobju), brez neposredne uporabe dragih merilnih instrumentov [132], [133]. Predpostavko, da spremembam napetosti lahko sledimo brez prisotnosti etalona (Definicija B.37) višjega reda, smo eksperimentalno potrdili na primeru cenениh diod tipa LM329, saj imajo cenene diode zaznavno variabilnost izhodne napetosti, ki jo lahko med umerjanjem »izmerimo« z razpoložljivo merilno opremo<sup>3</sup> in jo potem ustrezno modeliramo. S podobno paradigmo modeliranja se ukvarjajo v svetovno znanih raziskovalno-meroslovnih laboratorijih kot so NIST<sup>4</sup>-ov, Flukejev, VMetrixov ter meroslovni laboratorij ameriške vojske. Njihov pristop temelji na paradigmi dolgoročnega modeliranja. Modelirajo lezenje (Definicija B.32) in sezonske spremembe enosmerne napetosti v omejenem obdobju z opisom negotovosti (Definicija B.19), ki vplivajo na enosmerno napetost. Modele gradijo s kalibracijskimi meritvami velikega števila napetostnih etalonov tipa Fluke 732A in 732B. Cilj modeliranja je, da bi predvideli ali »projektirali« obnašanje enosmerne napetosti med umerjanjema, ocenili negotovosti v obdobju med umerjanjema, pa tudi določili število umerjanj v omejenem časovnem obdobju, ki je potrebo za ohranjanje določene merilne negotovosti [44], [63], [76], [99], [100], [196].

DCNRV predstavlja laboratorijski napetostni vir [48], [49], [103], [104], [112], [129]. Kot primarni etalon (Definicija B.40) za napetost v meroslovju nastopa skupina Westonovih celic, ki je občutljiva in zahtevna za vzdrževanje. V večjih laboratorijih, ki se ukvarjajo z meroslovjem, se kot napetostni etalon uporablja vrsta superprevodnih Josephsonovih spojev. Njegova izvedba in vzdrževanje sta kljub velikemu napredku, ki ga je ta vir dosegel z monolitno integrirano izvedbo, izjemno dragi. Polprevodniški viri se uporabljajo kot sekundarni napetostni etaloni za prenos vrednosti med različnimi etaloni in interkomparacijo [103]. Kljub značilnim pomanjkljivostim polprevodniških napetostnih elementov, kot so lezenje (Definicija B.32), šumna napetost, občasno nepravilno obnašanje, so zelo robustni in imajo glede na šum relativno veliko izhodno napetost. V komercialnih izvedbah merilnih instrumentov se pojavljata dva tipa polprevodniških

---

<sup>2</sup> Časovne vrste, ki jih uporabljamo za »učenje« modela, dobimo z merjenjem napetosti z digitalnim voltmetrom HP3458A.

<sup>3</sup> Digitalni voltmeter HP3458A ima zagotovljeno sledljivost (Definicija B.46), oziroma je opremljen s certifikatom o umerjanju (Definicija B.17), ki mu ga dodeljuje Slovenski inštitut za kakovost in meroslovje.

<sup>4</sup> NIST (angl. *National Institute of Standards and Technology*) je nacionalni inštitut v ZDA, ki skrbi za vzdrževanje in prenos meroslovnih enot.

virov: bandgap elementi in Zenerjevi referenčni elementi. V nalogi se ukvarjamo z modeliranjem enosmerne napetosti na izhodu Zenerjevih diod, ki so sestavni elementi Zenerjevih referenčnih elementov. Z metodami za kratkoročno napovedovanje pripomoremo k vzdrževanju laboratorijskega etalona enosmerne napetosti.

Ukvarjamo se s primerjalno analizo modelov za kratkoročno napovedovanje časovnih vrst. Iščemo model za napovedovanje, ki najbolj dosledno sledi spreminjanju napetosti na izhodu NRE<sup>5</sup>, ki ima določeno strukturo, je fleksibilen in se je v preteklosti izkazal kot uspešen pri reševanju podobnih problemov [115]. Bolj splošno uporabo omenjenih modelov za kratkoročno napovedovanje potrjujemo na dveh umetnih domenah<sup>6</sup>, kot sta Lorenzev atraktor (spremenljivka  $x$ ) ter fraktalno Brownovo gibanje, s podanim močnostnim spektrom. Lorenzev atraktor je znan nelinearen dinamičen sistem in je v strokovni literaturi [71] med najbolj pogosto uporabljenimi domenami pri vrednotenju metod za analizo časovnih podatkov. Fraktalno Brownovo gibanje je stohastični model z omejenim spektrom in ima podobno korelacijsko (fraktalno) dimenzijo [129] kot izmerjeni signal napetosti.

Modeli, ki jih ocenjujemo kot najbolj uspešne pri kratkoročnem napovedovanju časovnih vrst, sodijo med modele črnih škatel [133]. Modeli črnih škatel se uporabljajo kadar ni dostopno znanje o fizikalnem sistemu, ki ga modeliramo, ali tega znanja ni mogoče uporabiti. Najbolj pomembna splošna lastnost omenjenih modelov je njihova prilagodljivost in »uspešnost pri napovedovanju v preteklosti« [115]. Menimo, da bi modele črnih škatel lahko uporabili na poljubni realni domeni, ki vsebuje ekvidistančne časovne vrste (finančne, ekonomske, meteorološke časovne vrste in druge), kjer modeliramo s ciljem čim bolj točnega in natančnega kratkoročnega napovedovanja brez ekspertnega poznavanja sistema, ki te vrste ustvarja.

V disertaciji smo uporabljene metode za izgradnjo prediktivnih črnih škatel razdelili na skupine: regresijske metode (navadna linearna regresija, pace regresija, lokalna utežena regresija in regresijska drevesa), klasične statistične metode (eksponentno glajenje in ARIMA), nevronske mreže (večnivojski perceptron, FIR-večnivojski perceptron, GMDH mreža, rekurentna mreža) in metode podpornih vektorjev ( $\epsilon$ -SVR,  $\nu$ -SVR). Omenjene metode obravnavamo poenoteno. Obravnavamo jih kot parametrične modele, ki izvajajo vhodno izhodno preslikavo. Modele vedno gradimo iz učnih množic, validiramo pa jih na testni množici. Uporabljamo srednjo

---

<sup>5</sup> Ocena napake napovedovanja je najmanjša.

<sup>6</sup> **Domena** predstavlja časovno vrsto (oziroma signal) ali množico časovnih vrst, ki opisujejo fizikalni pojav ali sistem. Časovne vrste lahko dobimo z merjenjem ali s simulacijo.

kvadratno napako in druge mere za vrednotenje zmožnosti napovedovanja modelov. Predikcijske intervale ocenjujemo glede na možnost njihove uporabe v meroslovju v skladu »strogimi« ocenami napak napovedi.

## 1.1 Pregled vsebine ostalih poglavij

Disertacija je zaradi interdisciplinarnosti obsežna. Vsebina je organizirana v poglavja in dodatke, ki bralcem iz različnih področij omogočajo lažje branje. Napovedovanje enosmerne napetosti se dotika treh bazičnih področji: računalništva preko prediktivnega modeliranja, elektrotehnike preko merilne tehnike, ki se ukvarja z merjenji in vzdrževanjem virov enosmerne napetosti in fizike preko narave polprevodnikov, ki ustvarjajo enosmerno napetost<sup>7</sup>.

V naslednjem poglavju smo najprej opisali vire enosmerne napetosti. S ciljem, da bi uvrstili prediktivne modele, ki so predmet našega raziskovanja v raziskovalno delo na področju merilne tehnike, smo opisali modele izhodne napetosti napetostnih referenčnih elementov, ki so jih razvili v raziskovalno-meroslovnih laboratorijih NIST-a, podjetij Fluke in VMetrix. Modeli opisujejo lezenje enosmerne napetosti v omejenem obdobju z opisom negotovosti, ki vplivajo na enosmerno napetost. Lezenje predstavlja dolgoročno karakteristiko polprevodniških virov. Modele so razvili v glavnem s ciljem, da bi predvideli, projektirali obnašanje enosmerne napetosti med umerjanjema.

V poglavju SPLOŠNO O DOMENAH smo predstavili osnovne lastnosti domen, ki jih uporabljamo pri modeliranju. To so domena enosmerne napetosti (ciljna domena modeliranja), spremenljivka  $x$  Lorenzevega sistema (umetna domena, ki predstavlja nelinearen dinamičen sistem) in fraktalna Brownova gibanja (predstavniki stohastičnih procesov, ki so pogosta v naravi in imajo spekter oblike  $1/f$ ).

V poglavju ANALIZA IN MODELIRANJE ČASOVNIH VRST smo podali osnovne pojme o časovnih vrstah. Opisali smo avtokorelacijsko funkcijo in močnostni spekter časovnih vrst. Znane modele časovnih vrst smo primerjali s časovnimi vrstami enosmerne napetosti. Poglavje smo zaključili s testi za razlikovanje dinamike od šuma, ki slonijo na vstavljanju časovne vrste v fazni prostor ter opazovanju in razlikovanju lastnosti slike sistema od slike nadomestne

---

<sup>7</sup> Dodatka SPLOŠNO O POLPREVODNOSTI in MEROSLOVJE sta namenjena bralcem s področja računalništva.



časovne vrste, ki jo običajno dobimo iz vrste, ki jo ocenjujemo s spreminjanjem neke njene lastnosti.

Osnovno idejo disertacije, ki je opis različnih modelov za kratkoročno napovedovanje s skupno paradigmo črnih škatel smo opisali v poglavju NAPOVEDOVANJE ČASOVNIH VRST. Podali smo teoretične osnove in scenarij modeliranja s črnimi škatlami. Opisali smo trenutno stanje v svetu na področju prediktivnega modeliranja časovnih vrst. Opisali smo mere za ocenjevanje kakovosti prediktorjev in podali algoritme za ocenjevanje predikcijskih intervalov modelov črnih škatel. Izbrali smo različne metode (regresijske, klasične statistične, strojno učenje, in druge) in opisali njihovo praktično uporabnost<sup>8</sup> in teoretične lastnosti v smislu naučljivosti in kapacitivnosti.

Da bi potrdili namen kratkoročnega napovedovanja na področju merilne tehnike, smo v poglavju ENOSMERNI NAPETOSTNI VIR – DCNRV opisali osnovne lastnosti skupinskega enosmernega napetostnega referenčnega vira DCNRV. Opisali smo njegove gradnike napetostne referenčne elemente, predvsem pa Zenerjevo napetostno diodo LTZ1000. Ločeno od DCNRV smo uporabljali preprosto in ceneno diodo tipa LM329 z izrazito variabilnostjo izhodne napetosti. Naš neposredni namen je bil primerjati napovedljivost spreminjanja izhodne napetosti napetostne diode LTZ1000 in diode LM329. Poglavje smo zaključili z umeščanjem negotovosti modela za napovedovanje v celoten merilni sistem.

V poglavju POSKUSI IN REZULTATI smo podali mehanizme za izgradnjo modelov, ki so optimalni v svoji skupini. Najprej smo opisali osnovne nastavitve poskusov. Za vsako metodo smo opisali kako smo raziskovali parametrični prostor možnih kandidatov. Opisali smo potek kratkoročnega modeliranja na štirih časovnih vrstah od dvanajstih, ki smo jih izbrali kot predstavnike domen. Znotraj vsake skupine prediktorjev smo izbrali najboljšega. Poglavje smo zaključili z opremljanjem napovedi s predikcijskimi intervali, izbiro intervalov za potrebe meroslovja ter simulacijo napovedovanja na testnih podatkih časovne vrste enosmerne napetosti.

Disertacijo smo zaključili z ZAKLJUČKI, kjer smo podali osnovne ugotovitve s področja modeliranja za kratkoročno napovedovanje. Ugotovili smo, da je za namen kratkoročnega napovedovanja bolj pomemben način učenja modela (obvladovanje prostora možnih kandidatov, validiranje modelov na testnih podatkih ter izbira »pravih« mer kakovosti) in parametrizacija modela, kot pa izbira same metode. Za namen kratkoročnega napovedovanja zadoščajo linearni modeli. Na primeru enosmerne napetosti so se še posebej izkazale nevronske mreže, oziroma večnivojski perceptron (VP). Čas učenje VP pa je bil bistveno daljši od časa

---

<sup>8</sup> Podali smo učne algoritme modelov.

učenja modelov podpornih vektorjev. Pri kratkoročnem modeliranju z modeli črnih škatel je pomembno vsaj delno poznavanje narave časovne vrste (stacionarnost, trend, spekter, avtokorelacijska in parcialna avtokorelacijska funkcija), ki nam omogoča korektno uporabo predikcijskih modelov. Disertacijo smo zaključili s prispevki k znanosti na področju merilne tehnike in prediktivnega modeliranja časovnih vrst.

## POGLAVJE

### 2 OPIS VIROV ENOSMERNE NAPETOSTI

V tekočem poglavju opisujemo, kaj predstavlja merjenje določene fizikalne veličine, kot je na primer napetost, podajamo kratek pregled virov enosmerne napetosti, opisujemo uporabo polprevodniških napetostnih etalonov.

S ciljem, da bi uvrstili prediktivne modele, ki so predmet našega raziskovanja, v raziskovalno delo na področju merilne tehnike, *state of the art*, opisujemo modele izhodne napetosti napetostnih referenčnih elementov, ki so jih razvili v raziskovalnih meroslovnih laboratorijih podjetij Fluke in VMetrix, NIST-a in ameriške vojske. Modelirajo lezenje (Definicija B.32) enosmerne napetosti v omejenem obdobju z opisom negotovosti (Definicija B.19), ki vplivajo na enosmerno napetost. Modele so razvili s ciljem, da bi predvideli, projektirali obnašanje enosmerne napetosti med umerjanjema, ocenili negotovosti v obdobju med umerjanjema in določili število umerjanj v omejenem časovnem obdobju, ki so potrebni, da bi ohranjali določeno merilno negotovost [44], [63], [76], [99], [100], [196].

#### 2.1 Meroslovje in viri enosmerne napetosti

Meroslovje, veda o merjenju, je pomemben del tehnične infrastrukture v industrializiranih državah. Z merjenjem vrednotimo okolje v katerem živimo. Meroslovje je hkrati veda o primerjavah, saj z merjenjem (Definicija B.9) vrednost neznane fizikalne veličine določimo s primerjavo le-te z vrednostjo, ki jo uporabljamo namesto »prave vrednosti« (vrednosti, ki bi povsem ustrezala definiciji določene veličine in bi jo dobili z idealnim merjenjem). Prave vrednosti (Definicija B.7) določene veličine v realnem svetu ni mogoče ugotoviti [122], zato pa se

v praksi uporablja dogovorjena prava vrednost (Definicija B.8), ki je dogovorno določena veličina. Dogovorjena prava vrednost je ponavadi shranjena v obliki referenčnega etalona, nacionalnega ali mednarodnega (Definicija B.38 in Definicija B.39). Z natančno definiranimi merilnimi metodami skrbimo, da se meritveni rezultati navezujejo na navedene reference. Za to potrebujemo neprekinjeno verigo primerjav, ki imajo opredeljeno negotovost (Definicija B.19). Ta lastnost merilnih rezultatov se imenuje sledljivost (Definicija B.46). Za tehnično plat izvajanja meritev »skrbi« tehnična veja meroslovja oziroma merilna tehnika. Z zakonskim meroslovjem država poskrbi za vzpostavitev meroslovnega sistema in s tem za izvajanje točnih in zanesljivih meritev<sup>9</sup>.

Mednarodni sistem enot, SI (Definicija B.6), je bil ustanovljen na 11-ti Generalni konferenci za uteži in mere (CGPM) leta 1960. Skrbi za definicije, izvedbo, predstavitev, razširjanje osnovnih merskih enot. V SI sistemu se enote pojavljajo kot definirane (osnovne), izvedene in predstavljene [87]. Edina osnovna električna enota v SI sistemu je enota za veličino električnega toka, Amper. Enota je izvedena, če je narejena tako, da čim bolj »verno« sledi svoji definiciji. Izvedeno enoto napetosti, kot izenačenje mehanskih in električnih moči z ravnovesjem sil, uporabljajo za določitev vrednosti predstavljenih napetostnih enot standardne Westonove celice, polprevodniški vir z Zenerjevimi diodami in Josephsonova matrika.

### 2.1.1 Westonova (standardna) celica

Westonova celica oziroma nasičena standardna celica je elektrokemična celica s ponovljivo napetostjo [99]. Zaradi njihove občutljivosti na temperaturne spremembe moramo celice dobro toplotno stabilizirati. Kratkoročna (dnevna) stabilnost je odvisna od delovnih pogojev in okolja. Lahko je  $\pm 0.02 \mu\text{V}$  ali boljša. Dolgoročna stabilnost je odvisna od starosti in konstrukcije, na primer pri novih celicah je  $5 \mu\text{V}/\text{leto}$ , medtem ko je po treh letih  $\pm 1,2 \mu\text{V}/\text{leto}$  ali manj [103].

Zaradi izjemne občutljivosti Westonovih celic ter zahtevnosti pri ravnanju z njimi in njihovem transportu so se razvili številni novi napetostni viri [182].

---

<sup>9</sup> Vzpostavitev meroslovnega sistema v Sloveniji smo opisali v poglavju Meroslovna hierarhija, v dodatku MEROSLOVJE.

### 2.1.2 Josephsonov napetostni vir

Josephsonov napetostni vir temelji na fizikalnem pojavu, imenovanem Josephsonov pojav. Josephsonov pojav je odkril Brian Josephson<sup>10</sup> leta 1962 [194]. Predvidel je, da bodo elektroni na spoju med dvema superprevodnikoma prehajali v parih. Josephsonov pojav nastopi, ko dva superprevodnika, oddaljena 1-2 nm, ohladimo pod njuno prestopno temperaturo. Če je tak spoj izpostavljen mikrovalovnemu sevanju, dobimo napetostno-tokovno karakteristiko, na kateri se pojavijo kvantizirani skoki napetosti ob točno določenih vrednostih toka. Opisani pojav določa razmerje med vzbujevalno frekvenco in izhodno napetostjo v povezavi z naravnimi konstantami. Napetost  $n$ -tega nivoja lahko izrazimo [10]:

$$2eV_n = nhf,$$

$$V_n = \frac{nf}{K_{j-90}} \quad \text{Enačba (2.1)}$$

$V_n$  - napetost spoja

$f$  - frekvenca v GHz

$K_{j-90}$  - Josephsonova konstanta

$n$  - pozitivno ali negativno celo število

$e$  - osnovni naboj

$h$  - Planckova konstanta

Vrednost  $K_{j-90} = 483597,9$  GHz/V je leta 1988 priporočil CIPM<sup>11</sup>.

V zgodnjih 70-ih letih prejšnjega stoletja so za vzdrževanje enote napetosti uporabljal en sam Josephsonov spoj. Ta proizvede napetost okoli 1-10 mV [10] in zahteva lastno napajanje. Dolgo po odkritju Josephsonovega spoja se je njegova tehnologija zdela zapletena za realizacijo napetostnih etalonov, toda z napredkom tehnologije oziroma s proizvodnjo spojev z veliko kapacitivnostjo in z dovajanjem mikrovalovnega toka s frekvenco nad resonančno frekvenco spoja je bilo leta 1984 omogočeno serijsko povezovanje Josephsonovih spojev [10], [103], [182]. Danes so pogoste integrirane izvedbe matrice le-teh. Na NIST-u (angl. *National Institut for Standards and Technology, NIST*) v ZDA so leta 1987 izdelali matrico, ki vsebuje 14.484

<sup>10</sup> B. Josephson je leta 1973 dobil Nobelovo nagrado iz fizike za svoje odkritje.

<sup>11</sup> CIPM je Mednarodni komite za uteži in mere. Njegovo vlogo v mednarodnem meroslovnem sistemu smo opisali v dodatku MEROSLOVJE na strani 222.

Josephsonovih spojev, ustvarja 150.000 kvantiziranih voltnih razmikov in ustvarja napetost  $\pm 10$  V [10], [77]. Od leta 1989 so dostopne komercialne izvedbe Josephsonovega etalona, podprtega s programsko opremo, ki omogoča prenos referenčne napetosti<sup>12</sup>. Na Nizozemskem, v NMI<sup>13</sup>-ju, je z Josephsonovo matriko možno izvesti meritve 10 V z merilno negotovostjo 1 delček na  $10^8$  [98]. Težave pri umerjanju napetostnih etalonov z Josephsonovo matriko nastopajo zaradi napetostnih delilnikov, ki dosežejo v najboljšem primeru merilno napako  $10^{-7}$  pri etaloni, ki vzdržujejo vrednost 1 V. V NMI-ju izvajajo umerjanja napetostnih etalonov<sup>14</sup> od 1 do 10 V z merilno negotovostjo 5 delčkov na  $10^7$  do 3 delčke na  $10^6$  [98]. Težave nastopajo tudi zaradi različne temperature matrike in okolja. Matrika Josephsonovih spojev deluje v tekočem heliju.

V svetu naj bi imelo več kot 50 nacionalnih, industrijskih in vojaških laboratorijev Josephsonove standarde [10], [77]. Samo v ZDA je več kot 16 laboratorijev, ki imajo svoje lastne Josephsonove etalone [197]. Program mednarodnih primerjav, ki ga izvaja mednarodni biro za uteži in mere BIPM (fr. *Bureau International des Poids et Mesures*) je izmeril razliko med svojim Josephsonovim etalom in prenosnimi Josephsonovimi etaloni manjšo od 1 delčka na  $10^9$  [10].

Zaradi visoke cene Josephsonovega napetostnega vira ter stroškov vzdrževanja so si ga lahko v preteklosti privoščili le redki nacionalni kalibracijski laboratoriji. Kot alternativa se pojavljajo polprevodniški napetostni referenčni viri [104].

### 2.1.3 Polprevodniški enosmerni napetostni etaloni

Polprevodniški napetostni referenčni viri se pogosto uporabljajo kot napetostni etaloni ali vsaj kot napetostne reference. Njihove pomanjkljivosti so lezenje, šumna napetost, občasno nepredvidljivo obnašanje ipd, ki s tehnologijo izdelave niso povsem odpravljive. Pomanjkljivosti v veliki meri zmanjšamo z oblikovanjem skupine napetostnih referenc [48], [103].

---

<sup>12</sup> Za vzdrževanje 10 V se običajno uporablja približno 20.000 Josephsonovih spojev. Spoji so povezani v vzporedno kombinacijo zaporednih vezav [10], [77]. Uporabljajo mrežo nizko in visoko pasovnih filtrov, ki omogoča, da se mikrovalovna moč razdeli v 4 vzporedne poti, ki pa vsebujejo zaporedno vezane Josephsonove spoje.

<sup>13</sup> Nederlands Meetinstitut (NMI).

<sup>14</sup> SIQ trenutno zagotavlja sledljivost etalonov, ki so podlaga za realizacijo nacionalnega etalona za električni tok, na primer etalona za enosmerno napetost in etalonov enosmerne upornosti v primarnem laboratoriju NMI na Nizozemskem.

Polprevodniški napetostni referenčni elementi, ki sestavljajo napetostne vire, temeljijo na vgrajenih Zenerjevih diodah. Le-te nastopajo v dveh možnih izvedbah: napetostni stabilizator z Zenerjevo diodo (Slika A.5 na strani 213) in toplotno kompenzirana Zenerjeva dioda (Slika A.7 na strani 214)<sup>15</sup>. Polprevodniški napetostni viri so v sedanjih izvedbah robustni, imajo zadovoljivo kratkoročno in dolgoročno stabilnost glede na ceno<sup>16</sup> [182], [183].

Večji kalibracijski laboratoriji po svetu, ki so opremljeni z Josephsonovim virom, uporabljajo polprevodniške enosmerne napetostne etalone za prenos vrednosti napetosti med primarnimi in sekundarnimi etaloni oziroma med sekundarnimi in delovnimi etaloni (Definicija B.40, Definicija B.41, Definicija B.43, prikazuje Slika 2.1) ter za interkomparacije [182], [194]. Razvili so številne precizijske merilne sisteme, ki omogočajo primerjavo različnih napetostnih nivojev, ki jih nudijo različni tipi napetostnih virov [103].

Razvoj na področju polprevodniških tehnologij je omogočil izdelavo še bolj kakovostnih, stabilnih in manj šumnih Zenerjevih diod. Danes so dostopni napetostni referenčni elementi z dolgoročno stabilnostjo 1 ppm<sup>17</sup>/leto. Takšne visokostabilne Zenerjeve diode<sup>18</sup>, ki imajo majhen šum, so prenosljive in robustne, bodo predvidoma nadomestile banke Westonovih celic v vlogi posredniških etalonov (Definicija B.44) [182].

Prednosti polprevodniških enosmernih virov pred standardnimi celicami so celo omogočile, da so jih ti nadomestili v vlogi primarnih etalonov v več nacionalnih kalibracijskih laboratorijih, ki si ne morejo privoščiti Josephsonovega vira (Slika 2.1). Podjetje Fluke, ki je med vodilnimi v svetu na področju razvoja in vzdrževanja enosmernih napetostnih etalonov, je na podlagi dolgoletnih izkušenj razvilo strategijo oziroma program za neposredno vzdrževanje napetosti (angl. *Direct Voltage Maintenance Program DVMP Care Plan*) [64]. S svojim lastnim Josephsonovim etalom omogoča uporabnikom njegovih 10 V enosmernih polprevodniških

---

<sup>15</sup> Kako zgradimo napetostni stabilizator in temperaturno kompenzirane napetostne referenčne elemente smo opisali v dodatku SPLOŠNO O POLPREVODNOSTI.

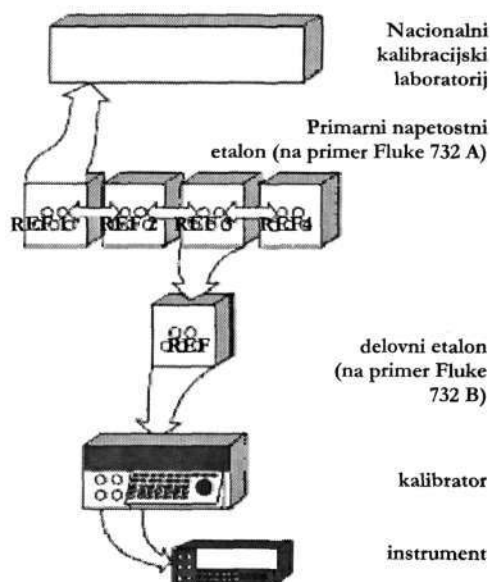
<sup>16</sup> Enosmerni napetostni vir Fluke 732 A velikokrat uporabljajo kot posredniški etalon. Ima izhodne napetosti 10 V, 1 V in 1,018 V, njegov 10 V izhod pa ponuja najboljšo stabilnost (0,5 ppm na mesec). Na trgu ga dobimo za ceno \$ 1000 do \$ 3500.

<sup>17</sup> Delčki na milijon (angl. *parts per million*, ppm).

<sup>18</sup> LTZ1000, ki jo uporabljamo v disertaciji (in jo uporabljajo tudi na Univerzi v Cambridge-ju v Veliki Britaniji) [182], [183]), je po svojih specifikacijah zelo malo šumna, oziroma ima nizkofrekvenčni šum 1,2  $\mu$ Vpp v pasu 0,1-10 Hz. Uporablja jo tudi podjetje Fluke v sistemu Fluke 7000 *Voltage Maintenance System*.

etalonov, kot sta Fluke 732A in 732B (Slika 2.1) ali Fluke 734, umerjanja v skladu s programom DVMP z merilno negotovostjo 0,1 ppm. Umerjanja se izvajajo pri uporabniku. Umerjanja in uporaba etalona se izvajajo pod enakimi pogoji. DVMP poteka po naslednjem scenariju: ob zahtevi po umerjanju nas podjetje Fluke uvrsti v krožno vrsto (angl. *Round Robin*) z dvema drugima uporabnikoma z enakim zahtevkom. Pošlje nam svoj lastni instrument Fluke 732, ki je opremljen z dodatno opremo. Po točno določenih navodilih izvedemo meritev, ki traja tri dni. Rezultate merjenja pošljemo v validacijo Flukejevemu primarnemu laboratoriju, medtem ko njihov instrument pošljemo naslednjemu podjetju, ki je povezano v krožno vrsto z nami. Ko instrument »obišče« vse uporabnike v krožni vrsti, se vrne v Flukejev primarni laboratorij, kjer ga ponovno primerjajo z Josephsonovim spojem, nam pa pošljejo rezultate umerjanja.

V splošnem velja, da negotovosti umerjanja veljajo le v času umerjanja. Podjetje Fluke svoja poročila o umerjanju opremlja še s **projektiranimi negotovostmi**, ki opisujejo obnašanje polprevodniškega vira med umerjanjema. Medtem ko so negotovosti med umerjanjem certificirane, projektirane negotovosti niso. Te so posledica neposrednega opazovanja obnašanja napetosti in izgradnje modelov [44], [76], [100], ki opisujejo njeno spreminjanje, ki je predmet raziskav v pričujoči nalogi.



Slika 2.1: Uporaba polprevodniških napetostnih virov (Fluke 732A in 732B) v vlogi primarnih delovnih etalonov.



## 2.2 Projektiranje obnašanja polprevodniških elementov med umerjanjema - *state of the art*

Zenerjeve reference velikokrat nastopajo v vlogi laboratorijskih etalonov. Njihovim lastnostim sledimo z rednim umerjanjem v nacionalnem kalibracijskem laboratoriju ali z neposredno uporabo Josephsonovega etalona. Žal pa negotovosti umerjanja, s katerimi so opremljeni, veljajo le v času umerjanja. Kaj se dogaja z referenčnimi napetostmi in negotovostmi med umerjanjema, so skušali ugotoviti različni raziskovalci iz svetovno znanih meroslovnih raziskovalnih laboratorijev in podjetij [44], [76], [99], [100], [196]. Z napovedljivostjo obnašanja napetosti napetostnih referenc tipa Zener so se poleg podjetja Fluke ukvarjali tudi v Laboratoriju primarnih etalonov ameriške vojske in v podjetju VMetrix. Z opazovanjem reprezentativnih meritev velikega števila Zenerjevih referenc<sup>19</sup> so zgradili empirične modele, ki opisujejo meritve brez predpostavk o statističnih karakteristikah podatkov. Modele, zgrajene z uporabo zgodovine obnašanja Zenerjeve reference, so uporabili za napovedovanje dveh zaporednih, časovno odvisnih vrednosti napetosti, da bi s 95% in 99% zaupanjem ugotovili, ali napovedani točki še sodita v interval, določen med umerjanjem. Pri izgradnji modelov so uporabljali podatke ali meritve dobljene med umerjanjem (kot zgodovine obnašanja posameznih referenc in dobljene kot primerjavo z Josephsonovim etalonom [116]). Pri tako dobljeni množici podatkov je merilna negotovost zanemarljiva v primerjavi z dinamiko Zenerjevih diod. Podatke so razdelili na umerjene (učne), s katerimi so zgradili modele, in testne, s katerimi so jih ocenili. Modele so uporabili za napovedovanje vrednosti napetosti in negotovosti [44], [196] med umerjanjema. Negotovosti, ki jih dobimo z opazovanjem obnašanja napetosti so **projektirane negotovosti** in niso certificirane, za razliko od podatkov, ki jih dobimo med umerjanjem [64].

### 2.2.1 Modeliranje lezenja polprevodniških referenc, Fluke

V podjetju Fluke se ukvarjajo z analizo negotovosti napetosti, ki jo ustvarjajo polprevodniški viri. Avtor članka [44], Deaver, opisuje kako po umerjanju polprevodniških referenc pri uporabniku modelirajo lezenje le-teh. Za vsak posamezen etalon ocenjujejo njegove performance s projekcijami. Deaver [44] in Kletke [100] opisujeta, kako z uporabo etalonov in zgodovine

<sup>19</sup> V [76], [196] so zgradili modele na podlagi opazovanja 140 Zenerjevih referenc.

obnašanja napetosti med umerjanjem in regresijskih modelov doseči merilno negotovost<sup>20</sup> 0,3 ppm.

Za razliko od Westsonovih celic so reference Zener primerne za potovanje in prenašanje enosmerne napetosti, zato jih pogosto uporabljajo v vlogi posredniških (Definicija B.44) in prenosnih etalonov (Definicija B.45). Proizvajalci precizijskih kalibratorjev in digitalnih voltmetrov potrebujejo prenos 10 V enosmerne napetosti z negotovostjo 1 do 1,5 ppm. Takšni viri napetosti morajo biti vzdrževani z referenčnimi etaloni, ki imajo merilno negotovost od 0,3 do 0,5 ppm<sup>21</sup>.

Napetostne referenčne elemente (NRE), ki sestavljajo polprevodniške napetostne etalone, sta izdelala proizvajalca Motorola in Linear Technology. Sodobni tipi NRE imajo po specifikacijah dolgoročno stabilnost 2 ppm. Preden so se lotili modeliranja enosmerne napetosti, so raziskali različne konfiguracije NRE. Primerjali so negotovosti NRE skozi leto, ki je mesečno umerjen z Josephsonovim spojem, z negotovostjo zaporedne skupine treh NRE. Ugotovili so, da je, če želimo ohraniti merilno negotovost 0,3 ppm, potrebno za vzdrževanje skupine umerjati posamezne NRE na tri mesece (12 umerjanj letno), kar bi bilo neučinkovito in drago. Njihov študij je potrdil dejstvo, da je največja komponenta negotovosti nestabilnost izhodne napetosti etalona. Ob predpostavki, da so lahko performance posameznega etalona boljše od specifikacij proizvajalca, če etalon ovrednotimo z uporabo zgodovinskih podatkov, bi lahko njegova dejanska uporaba pokazala bolj stabilno obnašanje od specifikacij proizvajalca.

Po umerjanju uporabniki etalonov uporabljajo več metod s ciljem, da bi ohranili in uporabili rezultate umerjanja. Klasičen pristop je uporaba vrednosti umerjanja, merilne negotovosti, specificirane vrednosti lezenja s strani proizvajalca etalona. Ta način dela je uporaben le, če ocenjeno lezenje ni preveliko, saj je negotovost v veliki meri odvisna od lezenja. Drug, bolj sofisticiran način dela bi bila uporaba matematičnega modela lezenja na referenčnih rezultatih oziroma modeliranje referenčne napetosti z regresijskim modelom ter s tem spremembe referenčnih vrednosti in negotovosti v obdobju med umerjanjema. Pri Flukeju, kot proizvajalcu napetostnih etalonov, so ovrednotili svoje modele lezenja na velikem številu dolgih kalibracijskih meritev (časovnih vrst izmerjene napetosti) napetostnih referenc napetostnih etalonov tipa Fluke 732A in 732B.

---

<sup>20</sup> Poudarjamo, da so ocenjene negotovosti necertificirane, medtem ko so kalibracijski podatki certificirani.

<sup>21</sup> Veliko laboratorijev je izrazilo potrebo po vzdrževanju svojih lastnih enosmernih referenc. Negotovosti umerjanja pa so se izboljšale na delček v 10<sup>7</sup>.

## 2.2.1.1 Modeli izhodne enosmerne napetosti

Z uporabo časovnih vrst (dolgih meritev), dobljenih v času umerjanja, so pri podjetju Fluke zgradili naslednji linearni model, ki opisuje obnašanje izhodne napetostnega referenčnega elementa. V obdobju opazovanja je bil  $n$ -krat umerjen, z ustrezno negotovostjo:

$$V = ax + b \pm U \quad \text{pri čemer je:}$$

$$U = K \sqrt{S_{reg}^2 \left( \frac{1}{n} + \frac{(x - \bar{x})^2}{nS_x^2} \right) + u_{cal}^2 + u_{TC}^2 + u_p^2 + u_s^2} \quad \text{Enačba (2.2)}$$

V enačbi (2.2)  $ax + b$  je linearni model lezenja napetosti  $V$ , za čas  $x$ , kjer sta  $a$  smerni koeficient in  $b$  odsek premice od osi  $y$  (z upoštevanjem predznaka).  $U$  opisuje negotovosti ocenjene vrednosti napetosti. Pod korenem so prišle kvadrate naslednjih negotovosti:

- **Negotovost zaradi regresije**  $S_{reg}^2 \left( \frac{1}{n} + \frac{(x - \bar{x})^2}{nS_x^2} \right)$  ( $S_{reg}$  je standardna napaka linearne regresije, koren iz srednje kvadratne napake, medtem ko je  $S_x$  standardni odklon časovne spremenljivke  $x$ . Ocenjena je bila na vrednost 0,14 ppm<sup>22</sup> za 2-letno obdobje opazovanja, pri umerjanju z Josephsonovim etalonom z negotovostjo 0,1 ppm,  $n$  število umerjanj v obdobju opazovanja).
- **Negotovost samega umerjanja**  $u_{cal}$ <sup>23</sup>.
- **Negotovosti temperature**  $u_{TC} = \frac{TC}{\sigma} \delta$  ( $TC$  je temperaturni koeficient v ppm/°C.  $\delta$  je faktor, ki opiše za koliko se temperatura v kateri opazujemo izhodno napetost razlikuje od temperaturnega umerjanja.  $\sigma$  je lastnost slučajne spremenljivke  $TC$ , ki ima normalno razporeditev ter pri 95% nivoju zaupanja  $\sigma = 2$  pri 99% nivoju pa  $\sigma = 2,3$ ).
- **Negotovosti tlaka**  $u_p = ph$  ( $p$  je občutljivost v ppm na nadmorsko višino.  $h$  je nadmorska višina, kjer izvajamo meritev<sup>24</sup>).
- **Negotovosti sezonskih učinkov**  $u_s$  (ta tip negotovosti opišemo kot ciklično spreminjanje izhodne napetosti, ki se ponavlja s časovno periodo, na primer letno. Ocenili so ga na vrednost 0,12 ppm. Razloge za sezonsko spreminjanje je težko pojasniti.

<sup>22</sup> Boljšo oceno parametra  $S_{reg}$  so dosegli z neupoštevanjem začetnih meritev. Še boljše regresijske vrednosti pa so dosegli s transformacijo časovne spremenljivke  $x$ , kot bomo opisali pozneje. To lahko naredimo le če so preostali izrazi negotovosti veljavni [100].

<sup>23</sup> Negotovost umerjanja z Josephsonovim standardom je 0,1 ppm.

<sup>24</sup> Flukejev program za umerjanje pri uporabniku eliminira negotovosti tlaka [64], [100].

Možna razlaga je, da vodni hlapi okolja povzročajo razpoke v poglavitnih elementih etalona. Včasih se sezonski učinki vpletejo v  $S_{reg}$ ).

V enačbi (2.2) so koren, v skladu s predpostavljeno t-statistiko, zmnožili z zaščitnim faktorjem  $K^{25}$ , ki je za 95% nivo zaupanja ocenjen na vrednost 2 in za 99% na 2,6. Alternativne modele so zgradili z zamenjavo  $x$  z  $x' = \log(x-d)$  ali  $x' = \sqrt{x-d}$ , kar se je eksperimentalno izkazalo za dobro, saj je pri določenih meritvah zmanjšalo  $S_{reg}$ .

V enačbi (2.2) so poenostavili negotovost zaradi regresije tako, da so upoštevali ekvidistančnost meritev  $S_x = \frac{a}{\sqrt{3}}$ , pri čemer je  $2a$  obdobje vzorčenja pri ekvidistančnem umerjanju. Izvedenih je bilo  $n$  umerjanj v obdobju od  $(\bar{x}-a)$  do  $(\bar{x}+a)$ , naslednje umerjanje je predvideno za  $x = \bar{x} + a + \frac{2a}{n}$ . Za etalon, ki je sestavljen iz enega samega NRE, z zamenjavo vrednosti  $x$  dobimo poenostavljeni model negotovosti:

$$U = K \sqrt{\frac{S_{reg}^2}{n} \left( 1 + 3 \left( 1 + \frac{2}{n} \right)^2 \right) + u_{cal}^2 + u_{TC}^2 + u_p^2 + u_s^2} \quad \text{Enačba (2.3)}$$

Za napetostni etalon, ki predstavlja skupino  $N$  NRE je negotovost izražena s poenostavljeno enačbo:

$$U = K \sqrt{\frac{S_{povp\_reg}^2}{nN} \left( 1 + 3 \left( 1 + \frac{2}{n} \right)^2 \right) + u_{cal}^2 + u_{TC}^2 + u_p^2 + u_s^2} \quad \text{Enačba (2.4)}$$

$S_{povp\_reg}$  je povprečna standardna napaka za  $N$  regresij.

Modele so ocenili s simulacijo dveh scenarijev umerjanja. V prvem scenariju so uporabili skupino treh NRE ( $N=3$ ), s temperaturnim koeficientom  $TC \leq 0,05$  ppm/C° ter z občutljivostjo na tlak  $\leq 0,098$  ppm/m. Laboratorij je na cca. 1524 m nadmorske višine. Temperaturo vzdržujejo na  $23 \pm 3^\circ\text{C}$ . Planirano je bilo umerjanje z negotovostjo 0,1 ppm v laboratoriju, kjer vzdržujejo  $23 \pm 0,6^\circ\text{C}$ . Ocenjena napaka regresije za uporabljene NRE je  $S_{reg} \leq 0,14$  ppm. Ugotovitve so pokazale, da tudi pri desetih umerjanjih s takšnim scenarijem ni mogoče doseči negotovosti 0,3 ppm.

<sup>25</sup> Zaščitni faktor  $K$  nadomešča faktorja  $t(1-\alpha, \nu_{eff})$  za visoko število prostostnih stopenj  $\nu_{eff}$ .

Drugi scenarij je bil identičen prvemu, le da je bilo umerjanje potekalo pri uporabniku s programom MAP<sup>26</sup>, ki izniči negotovosti zaradi občutljivosti na tlak. Simulacija z modelom je pokazala, da je za vzdrževanje 10 V napetosti z negotovostjo 0,3 ppm potrebno umerjanje vsakih 7 mesecev, ob predpostavki, da uporabljamo 3-letno zgodovino podatkov, dobljenih med umerjanjem za izgradnjo modelov za umerjanje.

### 2.2.1.2 Vrednotenje enostavnih modelov na realnih podatkih

Kakovost projekcij so ovrednotili eksperimentalno. Vrednosti napetosti, ki so jih dobili z modelom so primerjali z izmerjeno, umerjeno vrednostjo v točki, ki jo model napoveduje. Glavni namen študije je bil ugotoviti kakšen odstotek projektiranih vrednosti leži znotraj intervala, ki ga definira umerjanje, ob predpostavki, da so napetostne reference umerjene letno. Definirali so OOC faktor (angl. *out of confidence*, OOC), ki meri odstotek projektiranih napetosti, ki padejo izven intervala ter s tem opisuje zanesljivost modela za projektiranje napetosti [44].

Ugotovili so, da je za reference Fluke 732A faktor OOC 4,5% (12 projekcij izven intervala od vseh 286) pri 95% nivoju zaupanja. Za Fluke 732B so ugotovili, da je faktor OOC 3,8% (4 projekcij izven intervala od vseh 105-ih). Poskusi so pokazali, da je mogoče bolj zanesljivo napovedati napetost pri večjem številu umerjanj. Študij je potrdil, da je mogoče s 95% nivojem zaupanja predvideti in projektirati obnašanje polprevodniških referenc v času med umerjanjema.

### 2.2.2 Modeli za napovedovanje obnašanja napetosti, VMetrix in ameriška vojska

V člankih [76], [196] sta se avtorja Hamilton in Tarr ukvarjala z napovedovanjem izhodne napetosti in negotovosti Zenerjevih diod v času med umerjanjema. Modele sta zgradila na podlagi študija 140 10 V Zenerjevih referenc tipa Fluke 732A ali 732B. Njihova raziskava je na podlagi statistike potrdila, da je mogoče predvideti obnašanje napetosti z boljšo negotovostjo, kot jo predvidevajo proizvajalci.

Dolgoročne meritve, s katerimi so zgradili modele so bili zbrani s pomočjo Josephsonovega etalona. Negotovost takšnih meritev je neznatna v primerjavi z dinamiko Zenerjevih referenc. Modele so testirali na podatkih, ki predstavljajo meritve razdeljene s točkami (meritvami) umerjanja. Empirične modele negotovosti so gradili s 95% in 99% zaupanjem. Med

---

<sup>26</sup> MAP (angl. *Measurement Assurance Program*) je komercialen program NIST, podoben DVMP podjetja Fluke, opisan v tekočem poglavju, v podpoglavju Polprevodniški enosmerni napetostni etaloni.

vsemi modeli, so kot najbolj uspešne izbrali tiste, ki so bili najbolj enostavni in so najbolj točno napovedovali negotovost izhodne napetosti.

### 2.2.2.1 Model s konstantno izhodno napetostjo

Najbolj enostaven model, ki opisuje napetost med dvema umerjanjema je model, ki modelira izhodno napetost s konstantno izhodno napetostjo, ki je enaka vrednosti dobljeni z umerjanjem na začetku intervala. Ta model se ujema s specifikacijo proizvajalcev NRE. Hamilton in Tarr [76], [196] sta modelirala odstopanja napetosti od prve meritve (točke umerjanja) za vsako naslednjo meritev. Obravnavala sta 140 različnih napetostnih etalonov, ki sta jih opazovala v obdobju enega leta<sup>27</sup>. Empirično negotovost (v  $\mu\text{V}$ ) sta obravnavala kot odstopanje dejanske (izmerjene) napetosti od točke umerjanja. Pri 95% in 99% nivoju zaupanja sta zgradila naslednja dva modela empirične negotovosti:

$$U_{95} = 2,0 + 0,0383t \quad \text{in} \quad U_{99} = 3,0 + 0,0575t \quad \text{Enačba (2.5)}$$

$t$  je čas, izražen v dnevih. Groba ocena negotovosti po enem letu je  $U_{95} = \pm 16 \mu\text{V}$  in  $U_{99} = \pm 24 \mu\text{V}$ .

### 2.2.2.2 Linearni model lezenja

Lezenje izhodne napetosti v obdobju med umerjanjema sta Hamilton in Tarr modelirala s premico, ki gre skozi dve zadnji točki umerjanj:

$$V = V_0 + mt \quad \text{Enačba (2.6)}$$

$m$ , naklonski kot premice, meri hitrost lezenja. V tem modelu nista upoštevala sezonskih vplivov. Zgradila sta naslednja modela empirične negotovosti:

$$U_{95} = \begin{cases} 2,0 + 0,03t & 0 \leq t \leq 100 \\ 5 & 100 < t \leq 365 \end{cases} \quad \text{in} \quad \text{Enačba (2.7)}$$

$$U_{99} = \begin{cases} 3,5 + 0,035t & 0 \leq t \leq 100 \\ 7 & 100 < t \leq 365 \end{cases}$$

Če bi zadnje umerjanje izvedli v prvih treh mesecih po predzadnjem umerjanju, ne bi mogli zanesljivo oceniti hitrosti lezenja. V tem obdobju sta uporabila model s konstantnim izhodom. Z

<sup>27</sup> V [76], [196] Hamilton in Tarr obravnavata 1174 časovnih vrst, ki zajemajo 19 711 meritev (točk).

umerjanjem v šestih mesecih po zadnjem umerjanju ter z uporabo linearnega modela, sta empirično negotovost ocenila na  $13 \mu\text{V}$ , oziroma na  $9 \mu\text{V}$  pri umerjanju po devetih mesecih. Linearni model je dal najboljše rezultate pri umerjanju na eno leto in sicer pri obratovanju dalj kot leto. Ocenjena empirična negotovost je bila  $6,8 \mu\text{V}$ .

Najboljše napovedi so dosegli z uporabo kombinacije obeh modelov: modelom s konstantnim izhodom, za prvo leto obratovanja etalona, ter z linearnim modelom lezenja, za naslednja leta (Slika 2.2). Hamilton in Tarr sta ugotovila, da je predpogoj za uspešno napovedovanje obnašanja etalona uporaba dolge zgodovine meritev, na primer za napovedovanje vrednosti napetosti in njene negotovosti za eno leto je potrebno dnevno opazovanje etalona za obdobje vsaj enega leta.

### 2.2.2.3 Sezonski učinki na izhodno napetost

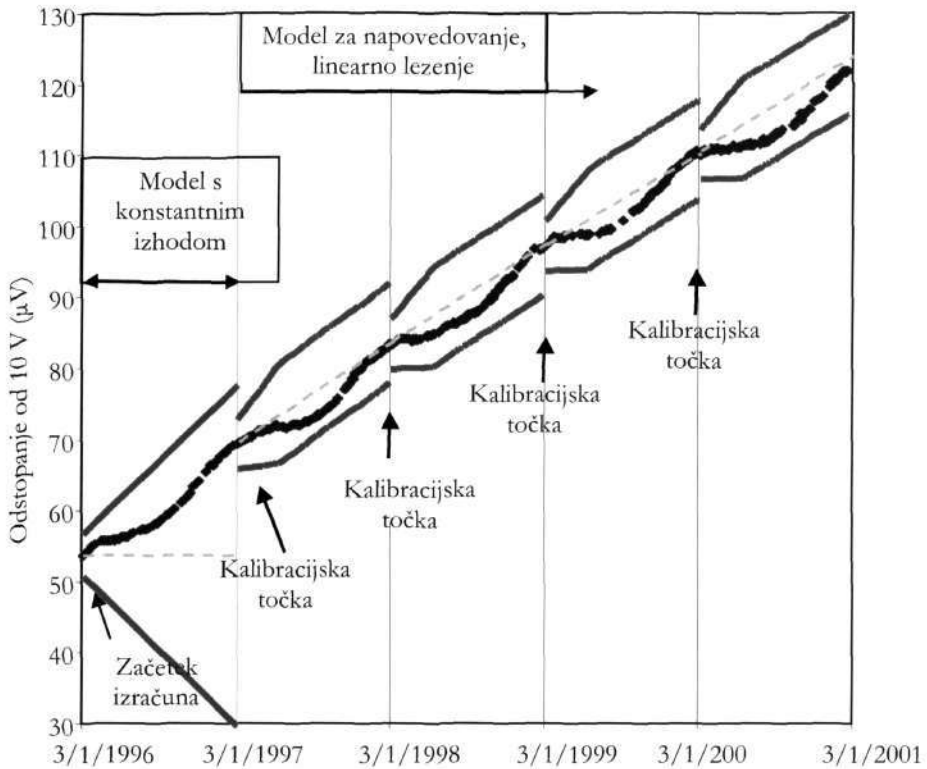
Tlak, temperatura in vlažnost vplivajo na spreminjanje izhodne napetosti [44], [49], [103]. Pri modeliranju empirične negotovosti z uporabo linearnega modela se kot dominanten vplivni faktor izkažejo sezonski učinki. Dejanski vzroki za dinamiko izhodne napetosti, ki jo ni mogoče zajeti z linearnim modelom in je predmet raziskav v pričujoči disertaciji, niso znani. Možna razlaga je počasen odziv na vlago iz okolja, z zamudo od 20 do 40 dni [76], [114], [196].

Negotovosti zaradi sezonskih učinkov so v [76] modelirali z ocenitvijo odstopanja dejanskega spreminjanja napetosti od linearnega modela. Odstopanja od avtoregresijskega linearnega modela  $X_i$ , pri  $M$  meritvah na leto so ocenili s standardnim odklonom:

$$\sigma_L = \sqrt{\frac{\sum X_i^2}{M-2}} \quad \text{Enačba (2.8)}$$

V nadaljnji raziskavi so etalone razvrstili v skupine glede na vrednosti odstopanja  $\sigma_L$  od linearnega modela. Odstopanje modela, ki ga prikazuje Slika 2.2 je  $\sigma_L = 0,98$ , medtem ko je njegova empirična negotovost  $U_{99} = 6 \mu\text{V}$ .

Sklep poskusov modeliranja izhodne napetosti [76], [196] etalonov Fluke 732A ali 732B je, da je obnašanje izhodne napetosti med umerjanjema predvidljivo. Linearni model se je izkazal za bolj uspešnega od modela s konstantnim izhodom. Dinamično spreminjanje izhodne napetosti med umerjanjema, ki ga Tarr in Hamilton imenujeta sezonski učinki, se dogaja po določenem scenariju in ni posledica nepravilnosti delovanja poljubnega etalona.



Slika 2.2: Uporaba dveh modelov za modeliranje izhodne napetosti Fluke 732B in empiričnih negotovosti v obdobju med umerjanjema: modela s konstantnim izhodom (v prvem letu) in linearnega modela lezenja (v naslednjih štirih letih). S prekinjeno črto so izrisane napovedi modelov. S črno črto so izrisane meritve dejanskega odstopanja izhodne napetosti Fluke 732B, izmerjene s Josephsonovim etalonom. Ob prekinjeni črti je izrisan interval 95% zaupanja. Diagram prikazuje petletno obdobje.



## POGLAVJE

### 3 SPLOŠNO O DOMENAH

Čeprav za modeliranje sistemov z modeli črnih škatel ne potrebujemo predznanja o domeni, nas zanima ali v sistemu, ki ga modeliramo, prevladuje determinizem ali šum [129]. Smiselno je namreč modelirati pojave (sisteme) v katerih prevladuje predvidljiva dinamika. Najbolj obširno študijo uporabe modelov za kratkoročno napovedovanje smo izvedli na primeru časovnih vrst enosmerne napetosti. Z namenom, da bi potrdili, da modeliramo dinamičen sistem z določenim fizikalnim ozadjem, smo v dodatku SPLOŠNO O POLPREVODNOSTI opisali fizikalne osnove polprevodniških elementov, ki ustvarjajo časovne vrste napetosti. V tem poglavju opisujemo časovne vrste ter smotrnost njihovega modeliranja s prediktivnimi modeli. Opis potrebe po vzdrževanju in modeliranju enosmerne napetosti s stališča meroslovja pa smo podali v poglavju OPIS VIROV ENOSMERNE NAPETOSTI. Celoten vir napetosti, kateremu pripadajo napetostne reference, ki predstavljajo sistem, ki ga modeliramo, pa opisujemo v poglavju ENOSMERNI NAPETOSTNI VIR – DCNRV.

Bolj splošno uporabo omenjenih modelov za kratkoročno napovedovanje preizkušamo na dveh umetnih domenah: Lorenzev atraktor (spremenljivka  $x$ ) in fraktalno Brownovo gibanje s podanim močnostnim spektrom, ki ju opisujemo v tem poglavju. Lorenzev atraktor je znan nelinearen dinamičen sistem in je v strokovni literaturi [71] ena od najbolj pogosto uporabljenih domen pri vrednotenju metod za analizo časovnih podatkov. Fraktalno Brownovo gibanje je stohastični model z omejenim spektrom in ima podobno korelacijsko (fraktalno) dimenzijo [129] kot izmerjeni signal napetosti. Osnovne deskriptivne in statistične lastnosti časovnih vrst, katerih vire ali način in smotrnost pridobivanja opisujemo v tekočem poglavju, bomo podali v poglavju ANALIZA IN MODELIRANJE ČASOVNIH VRST.

### 3.1 Domena enosmerne napetosti

DCNRV predstavlja laboratorijski vir enosmerne napetosti, ki ga podrobneje opisujemo v poglavju ENOSMERNI NAPETOSTNI VIR – DCNRV ter ga predhodno umestimo v meroslovno znanost v poglavju OPIS VIROV ENOSMERNE NAPETOSTI. Sestavljajo ga polprevodniški NRE, katerih osnovni sestavni deli so ultrastabilne Zenerjeve diode tipa LTZ1000 z izhodno napetostjo približno 7 V. Da bi dosegli čim bolj stabilno izhodno napetost na DCNRV so njegovi razvijalci izvedli številne ukrepe, s katerimi so skušali zmanjšati občutljivost vira na okolje in, odpraviti njegove tehnološke pomanjkljivosti<sup>28</sup> [49], [104]. Z izkušnjami smo ob uporabi kakovostnih NRE, kot sta LM199 in LTZ1000, potrdili, da je kljub ukrepom, še vedno prisoten del nestabilnosti izhodne napetosti napetostnih referenčnih elementov, ki je determinističen v smislu modeliranja sistemov in je posledica morebitnega notranjega dogajanja v polprevodnikih oziroma ponavljajočih se motenj iz okolja. Analiza kompleksnosti, ki temelji na vlaganju časovnih vrst v visokodimenzionalne prostore stanj ter testi za razlikovanje visokodimenzionalne dinamike od šuma so potrdili prisotnost deterministične dinamike v časovnih vrstah enosmerne napetosti [129], [131], [132].

Da bi tudi fizikalno potrdili predpostavko, da modeliramo determinističen del dinamike spreminjanja napetosti na izhodu LTZ1000, smo se odločili za merjenje in modeliranje napetosti na izhodu preproste diode LM329, ki ima poudarjeno izhodno variabilnost v primerjavi z LTZ1000 (Slika 3.4) in jo je mogoče »izmeriti« na primer s 6,5-mestnim digitalnim voltmetrom HP 3456A.

Časovne vrste, ki jih uporabljamo za modeliranje, smo dobili z merjenjem vhodne in izhodne napetosti ultrastabilnih diod, navadnih Zenerjevih diod ter različnih vezav teh dveh tipov:

- **Izhodna napetost ultrastabilnih diod tipa LTZ1000** [48], [103] (Slika 3.3 b) in d) ter Slika 3.4 a)). Je sestavni del napetostnih referenčnih elementov (NRE), ki sestavljajo enosmerni napetostni referenčni vir DCNRV. Opazovali smo vzporedno skupino štirih NRE (Slika 3.1, Slika 6.4). Časovne vrste posameznih NRE smo poimenovali Ref A, Ref B, Ref C, Ref D. Pretežno smo se ukvarjali z modeliranjem izhodne napetosti diode z najmanjšim standardnim odklonom pri 1000-urnih meritvah, opazovali pa smo tudi

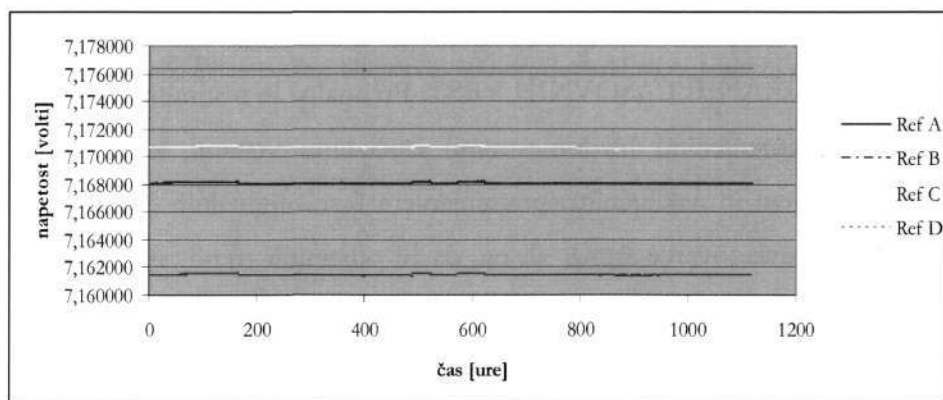
---

<sup>28</sup> Ukrepi so opisani v podpoglavju Ultrastabilna Zenerjevih dioda LTZ1000 v poglavju OPIS VIROV ENOSMERNE NAPETOSTI.

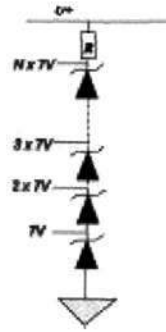
obnašanje skupine dveh zaporedno vezanih diod, ki jo smo jo imenovali vodilna referenca (angl. *master reference*) Ref M. Modelirali smo tudi časovno vrsto, dobljeno z neposredno meritvijo napetosti Zenerjeve diode tipa LTZ1000, ki smo jo poimenovali AT. Vrsta predstavlja izhodno napetost LTZ1000, ki še ni bil »staran« ali na začetku njegovega obratovanja. Slika 3.5 predstavlja normirani izhodni napetosti dveh različnih meritev, oziroma normirani časovni vrsti AT in Ref A.

- **Vhodna in izhodna napetost Zenerjevih diod LTZ1000.** Modele za kratkoročno napovedovanje smo gradili tako, da smo na njihov vhod poleg preteklih vrednosti izhodne napetosti pripeljali še pretekle vrednosti vhodne napetosti. S tem smo hoteli empirično ugotoviti, ali vhodna napetost vpliva na spreminjanje izhodne napetosti (Slika 3.3).
- **Izhodna napetost cenениh diod tipa LM329** (Slika 3.4 a), Slika 3.6). Opazovali smo skupino desetih vzporedno vezanih diod. Pri tem smo uporabljali vezje, katerega električna shema je podana v dodatku ELEKTRIČNO VEZJE ZB10.
- **Izhodna napetost izbrane skupine štirih zaporedno vezanih diod tipa LM329** (Slika 3.2 in Slika 3.7).

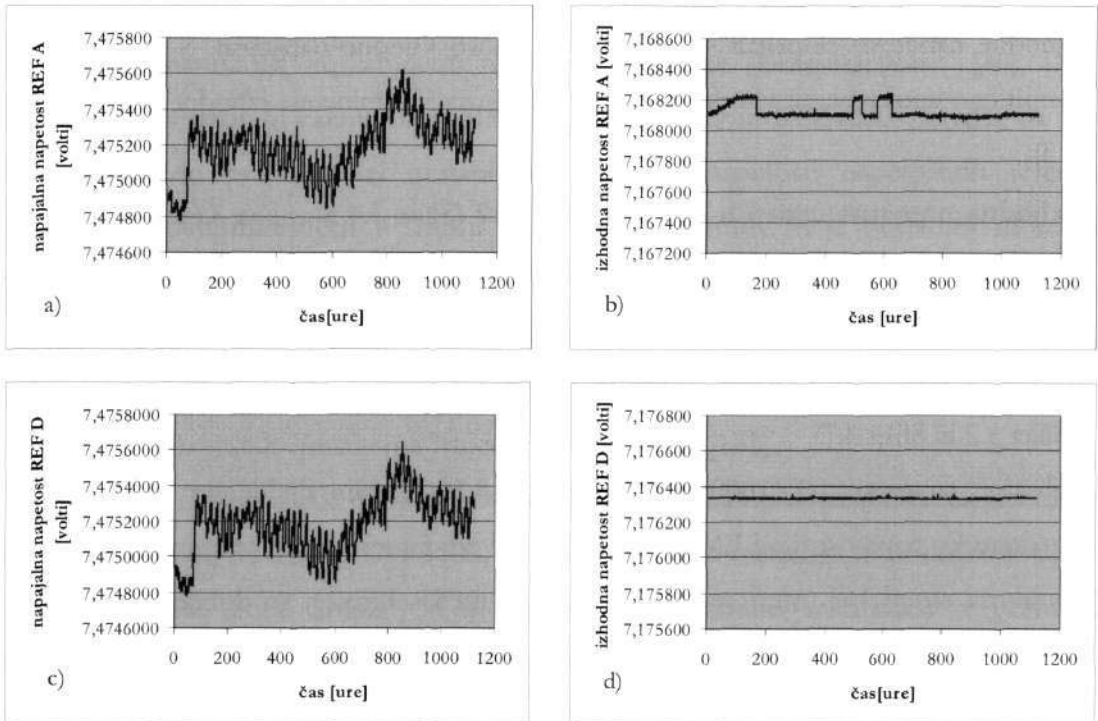
Izhodne napetosti LTZ1000 smo izmerili z 8,5 mestnim digitalnim voltmetrom HP 3458A, medtem ko napetost diod LM329 smo izmerili z 6,5 mestnim digitalnim HP 3456A, kot bomo opisali na strani 165. Meritve niso primerljive med seboj, saj so dobljene z digitalnima voltmetroma različnih kakovosti. Z voltmetrom HP 3456A smo merili na dveh različnih področjih. Meritve 7 V napetosti sodi v področje 10 V in meritve 28 V napetosti (Slika 3.2) sodi v področje 100 V. Iz teh razlogov se ločljivosti različnih meritev (Definicija B.30) bistveno razlikujejo med seboj (Slika 3.1, Slika 3.3, Slika 3.7).



Slika 3.1: Spreminjanje izhodne napetosti LTZ1000; skupina štirih vzporedno vezanih diod: Ref A, Ref B, Ref C in Ref D pri 1000 urni meritvi.



Slika 3.2: Zaporedna vezava N-tih 6,9 V diod. Uporabili smo zaporedje štirih diod LM329. Izhodna napetost je bila približno 27,5 V.

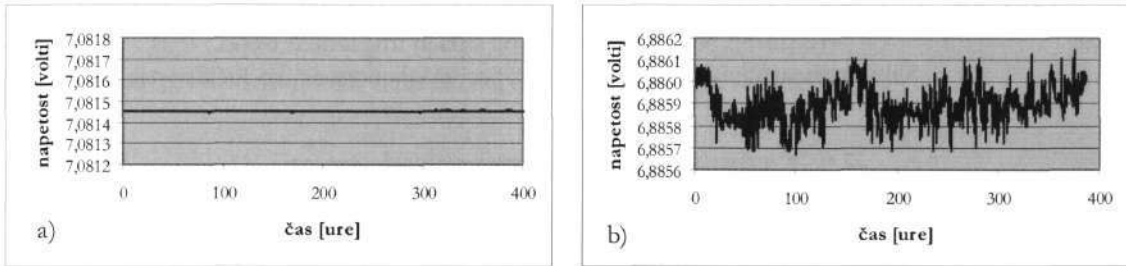


Slika 3.3: Spreminjanje napetosti a) in c) na vhodu (napajalna napetost) diod Ref A in Ref D in b) in d) na izhodu diod LTZ1000 (referenčna napetost) Ref A in Ref D; oboje pri 1000 urni meritvi, predstavljeno z enako velikim merilom.

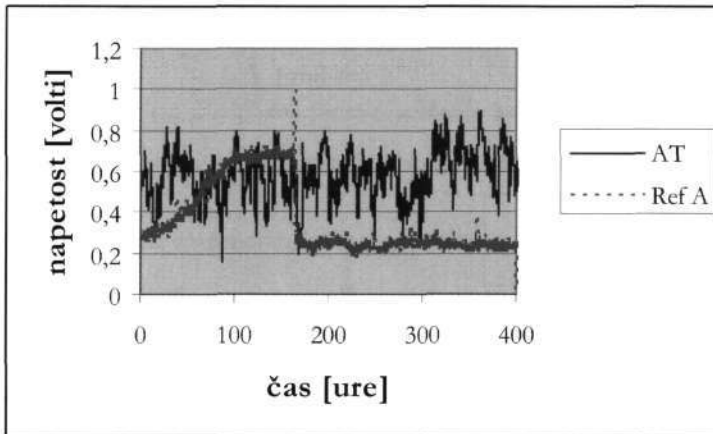
Opisne lastnosti časovnih vrst (meritev), ki jih modeliramo smo podali v poglavju ANALIZA IN MODELIRANJE ČASOVNIH VRST. Pri analizi in testiranju časovnih vrst smo si pomagali tudi s spremenjenimi (nadomestnimi) časovnimi vrstami, ki smo jih dobili z diferenciranjem, filtriranjem in naključnim spreminjanjem faze originalnih časovnih vrst. Da bi določili prisotnost ali prevladovanje šuma, ali pa, da bi odstranili trend, smo iz časovnih vrst zgradili **diferencirane**  $y_t = x_{t+1} - x_t = \nabla x_{t+1}$ . Pri testiranju smo originalne časovne vrste filtrirali, da odstranili vplive visokih frekvenc. **Zglajene časovne vrste** smo dobili z enačbo:  $y_t = 1/4[x_{t-1} + 2x_t + x_{t+1}]$ .

### 3.1.1 Namen prediktivnega modeliranja v domeni enosmerne napetosti

Modele za napovedovanje časovnih vrst običajno uporabljamo za **sledenje izhodne napetosti Zenerjevih diod**. Pri uporabi cenениh diod, kot je LM329, je možna implementacija **inteligentnih napetostnih elementov** (Slika 3.8). Z realizacijo mehanizma za sledenje napetosti nad diodo, glede na trenutno napoved, se odločamo bodisi o »pravilnosti« delovanja elementa bodisi za realizacijo kontrole ali popravljanja izhodne napetosti s ciljem, da bi jo stabilizirali [133].

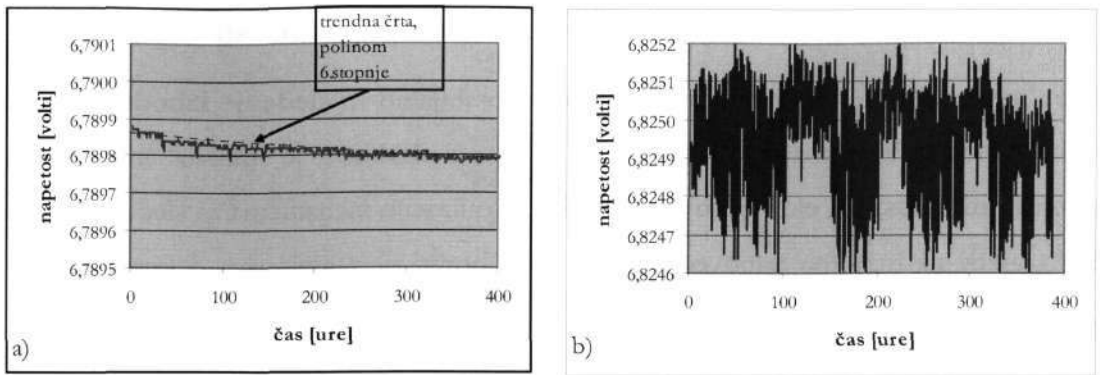


Slika 3.4: Spreminjanje napetosti na izhodu a) LTZ1000 in b) LM329; oboje pri 500 urni meritvi, predstavljeno z enako ločljivostjo.



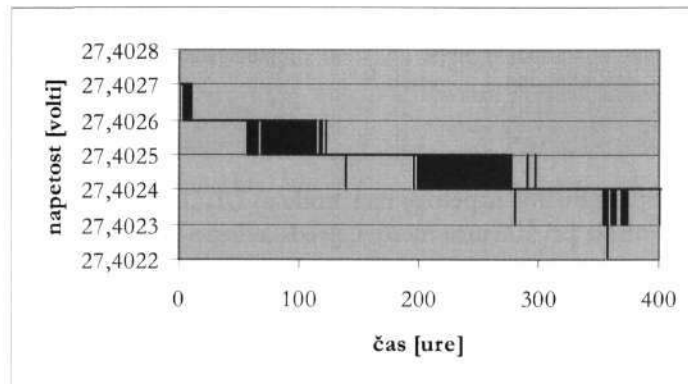
Slika 3.5: Spreminjanje napetosti Zenerjevih diod tipa LTZ1000, časovna vrsta AT, starejša meritev in časovna vrsta Ref A<sup>29</sup>. Oboje je dobljeno s 1000-urnimi meritvami. Predstavljenih je prvih 400 ur. Podatki so normirani med 0 in 1.

<sup>29</sup> Pri časovni vrsti Ref A večkrat opazamo »skok« izhodne napetosti in nato stabilizacijo le-teh.

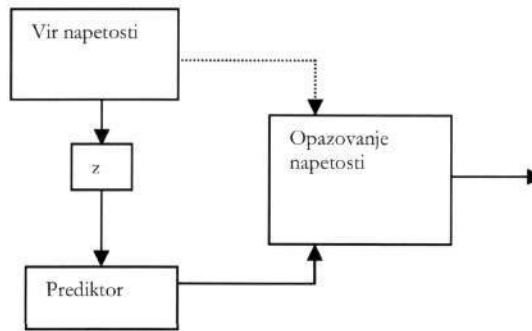


Slika 3.6: Spreminjanje napetosti na izhodu: a) »najboljše« LM329 (ZEN6) in b) »najslabše« LM329 (ZEN3). Napetost LM329 na sliki a) ima izrazit trend.

Sliki predstavljata 500 urno meritev, predstavljeno z enako ločljivostjo.



Slika 3.7: Spreminjanje napetosti na izhodu skupine štirih zaporedno vezanih LM329.



Slika 3.8: Opis »inteligentnega« NRE, ki »opazuje« referenčno napetost.

Prediktor (model za napovedovanje) napoveduje sedanje vrednosti.

Prave vrednosti referenčne napetosti (prekinjana povezava)  $RN(n)$  so dostopne samo v času umerjanja.

### 3.2 Lorenzev sistem

Model Lorenzevega atraktorja je v literaturi med najbolj pogosto uporabljanimi primeri deterministično kaotičnih sistemov. Opisuje ga sistem treh diferencialnih enačb.

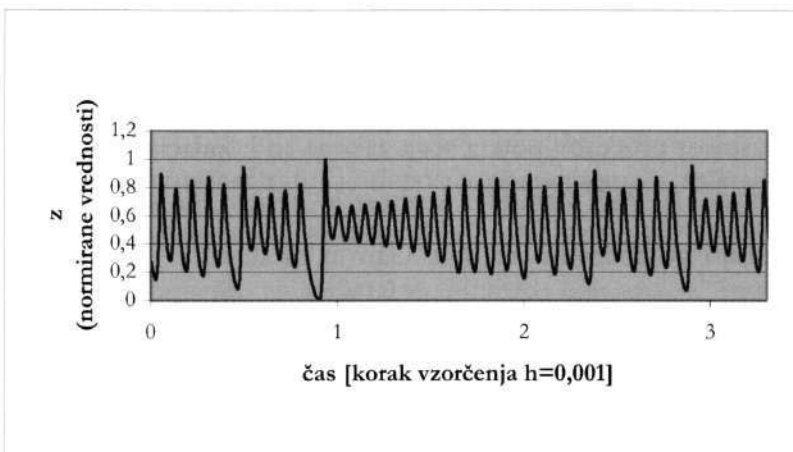
$$\dot{x} = \sigma(y - x)$$

$$\dot{y} = x(R - z) - y \quad \text{Enačba(3.1)}$$

$$\dot{z} = xy - bz$$

Za  $\sigma = 16,0$ ,  $R = 45,92$ ,  $b = 4,0$  in pri določenih začetnih pogojih  $x = 0,06735$ ,  $y = 1,8841$ ,  $z = 15,7734$  dobimo deterministično kaotične enačbe, ki so dobro pogojene<sup>30</sup>.

Časovne vrste so dobljene z numeričnim integriranjem<sup>31</sup> enačb po času med 0 in 3.3 ter z vzorčenjem interpolacijskih funkcij s korakom  $h=0,001$ . Za testiranje modelov smo izbrali spremenljivko  $z$ , ki jasno izraža nelinearno dinamiko sistema (Slika 3.9).



Slika 3.9: Časovna vrsta dobljena z numeričnim integriranjem Lorenzevega sistema (spremenljivka  $z$ ).

### 3.3 Fraktalna Brownova gibanja ali $1/f$ šum

Fraktalno Brownovo gibanje (angl. *fractional Brownian motion*, FBM) je posplošitev koncepta slučajne funkcije Brownovega gibanja, ki sta jo predstavila Mandelbrot in Van Ness [118]. FBM predstavljajo prototip, model za ustvarjanje  $1/f^\alpha$  procesov in hkrati fraktalni model za ustvarjanje časovnih vrst [69], [107], [199]. Podobne procese srečujemo pri kompleksnih sistemih kot njihovo časovno ali prostorsko valovanje.

<sup>30</sup> Dobra pogojenost pomeni, da se z minimalno spremembo začetnih pogojev časovne vrste odvisnih spremenljivk ne spremenijo drastično (t.j. se spremenijo za manj kot celoštevilčno vrednost).

<sup>31</sup> Uporabljamo proceduro NDSolve programskega paketa Mathematica.

Procesov, za katere je značilna bodisi potenčna oblika padca močnostnega spektra<sup>32</sup> bodisi verjetnostna porazdelitev<sup>33</sup> vrednosti v obliki potenčnega zakona<sup>34</sup>, je v naravi veliko. Srečujemo jih v fiziki, biologiji, geologiji, ekonomiji, financah, vedah o zemlji in planetih, računalništvu, demografiji in družbenih vedah. Na primer, gostota rasti povezav v računalniških omrežjih, porazdelitev velikosti mest, potresov, sončnih peg, luninih kraterjev, vojn se podrejajo potenčnemu zakonu. Znanstveniki se v zadnjem stoletju ukvarjajo s pojasnjevanjem obnašanja pojavov, ki so v skladu s potenčnim zakonom in predlagajo teorije oziroma modele za razumevanje takšnih pojavov. Med prvimi poskusi za modeliranje tovrstnih pojavov je definiranje zakona, ki opisuje porazdelitve oblike  $p(x) = Cx^{-\alpha}$ , pri čemer je  $C = e^c$  konstanta. Kumulativna porazdelitvena funkcija teh pojavov ima obliko<sup>35</sup>  $P(x) = \frac{C}{\alpha - 1}x^{-(\alpha-1)}$ , kar imenujemo **Zipfov zakon**, **Paretova porazdelitev** ali **potenčni zakon** [138].

Pomembna lastnost procesov potenčnega zakona so korelacije, ki se kažejo na primer v spektru lastnih vrednosti [1], [69]. Zanimiva lastnost je dejstvo, da se spektri lastnih vrednosti modelov FBM podrejajo potenčnemu zakonu. Gao in ostali so v [69] izvedli analizo glavnih komponent<sup>36</sup> FBM časovnih vrst in ugotovili, da se spekter lastnih vrednosti FBM podreja potenčnemu zakonu. To pomeni, da par dominantnih lastnih vrednosti »nosi« 90% energije sistema. Žal pa lahko projekcija podatkov z uporabo vodilnih lastnih vrednosti, ki je eden od načinov za redukcijo dimenzionalnosti v časovnih vrstah oziroma za filtriranje, uniči fraktalno strukturo v časovni vrsti.

---

<sup>32</sup> Zaradi eksponentne oblike močnostnega spektra so omenjeni procesi dobili ime  $1/f$  procesi. Zaradi njihove zapletene narave so jih poimenovali tudi  $1/f$  šum ali rožnat šum (angl. *pink noise*). Pomen močnostnega spektra pri preliminarni analizi procesov (časovnih vrst) pa bomo opisali v podpoglavju Modeliranje v frekvenčni domeni na strani 52.

<sup>33</sup> Poleg Gaussove porazdelitve pri realnih meritvah pogosto srečujemo histograme, ki ponazarjajo porazdelitve v obliki »potenčnega zakona«. Histogrami so desno-ukrivljeni, kar pomeni, da so instance z malimi vrednostmi pogoste, medtem ko z velikimi redke. »Potenčni zakon« je razviden iz log-log diagrama porazdelitve, ki ima linearno obliko.

<sup>34</sup> Angl. *power law* prevajamo s potenčnim zakonom.

<sup>35</sup> Kumulativna porazdelitvena funkcija v log-log merilu kaže tudi linearno povezavo, le da je premica bolj strma v primerjavi s premico porazdelitvene funkcije.

<sup>36</sup> Angl. *Principal Component Analysis, PCA*, prevajamo z analizo glavnih komponent.



Opazovali smo avtokorelacijsko funkcijo (Slika 4.3, Slika 4.7), močnostni spekter (Slika 4.16) in spekter lastnih vrednosti<sup>37</sup> (Slika 4.24) časovnih vrst [129], [130], [131] enosmerne napetosti<sup>38</sup>. Časovne vrste enosmerne napetosti, ki jih ustvarja LTZ1000 kažejo določene podobnosti s procesi potenčnega zakona. Zaradi tega in zaradi pogostosti procesov, ki se podrejajo potenčnemu zakonu, smo se odločili, da bomo metode preizkusili še na umetnih časovnih vrstah, ki jih ustvarja model FBM.

FBM je slučajna funkcija ene spremenljivke (običajno čas). Njena sprememba  $\Delta B_H(t) = B_H(t+T) - B_H(t) = h^{-H} [B_H(t+hT) - B_H(t)]$  je stacionarna in statistično samopodobna. Sprememba FBM ima Gaussovo porazdelitev s standardnim odklonom:

$$\sigma[B_H(t+T) - B_H(t)] = C_H T^H \quad \text{Enačba (3.2)}$$

kjer je  $C_H$  konstanta. To lastnost imenujemo  **$T^H$  zakon** FBM in je oblika potenčnega zakona. Parameter  $H$  je Hurstov parameter in je neposredno povezan s fraktalno (Hausdorffovo) dimenzijo  $D$  in sicer za FBM ene spremenljivke  $D = 2 - H$  [118], [107], [129].

Časovne vrste ustvarjamo s spektralno sintezo oziroma z inverzno Fourierovo transformacijo. Ustreza jim spektralna gostota oblike  $S_v(f) = f^{-\alpha}$ , kjer je  $\alpha = 2H + 1 = 5 - 2D$ . Fraktalne dimenzije teh časovnih vrst, izražene s  $H$ -jem in  $\alpha$ , so  $D = 2 - H = (5 - \alpha) / 2$  [107].

Za  $H = 0,5$  ( $\alpha = 2$ ) je FBM standardno Brownovo gibanje, Wienerov proces. Za  $H < 0,5$  ( $1 \leq \alpha < 2$ ) ima negativno korelirane spremembe kar pomeni, da spremembi povečanja bolj verjetno sledi sprememba zmanjševanja. Za  $0,5 < H < 1$  ( $2 < \alpha < 3$ ) ima FBM vztrajne korelacije in povečanju verjetno sledi povečanje [69], [118]. V disertaciji se ukvarjamo s FBM, ki ima negativno korelirane spremembe,  $H < 0,5$ .

Pri simulacijah ali ustvarjanju časovnih vrst FBM smo izbirali FBM s spektri, čim bolj podobnimi spektrom časovnih vrst, ki jih ustvarjajo Zenerjeve diode LTZ1000. Slika 3.10 a) predstavlja časovno vrsto FBM, ki ima močnostni spekter enak spektru časovne vrste Ref A.

---

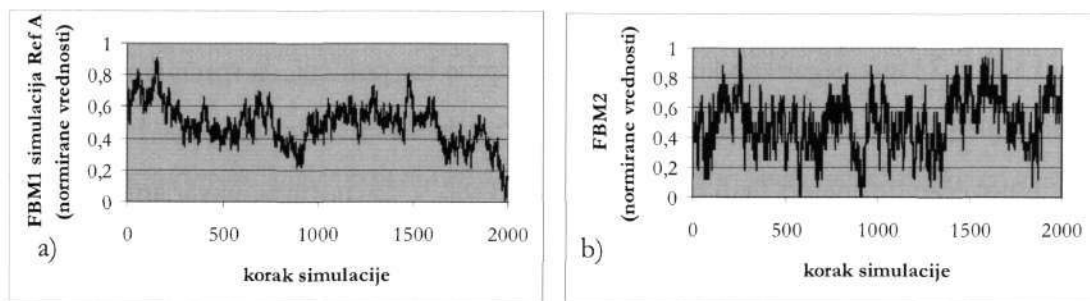
<sup>37</sup> Spekter lastnih vrednosti smo dobili z metodo razkroja na singularne vrednosti (angl. *Singular Value Decomposition, SVD*).

<sup>38</sup> Avtokorelacijsko funkcijo smo opisali na strani 38, močnostni spekter na strani 56 in SVD analizo na strani 65 (vse v poglavju ANALIZA IN MODELIRANJE ČASOVNIH VRST).

Dobili smo jo s spektralno sintezo (Slika 4.13 a)). Časovno vrsto, ki je dobljena neposredno iz spektrov časovnih vrst napetosti, smo poimenovali **FBM1**.

Ustvarili smo še en tip fraktalnih Brownovih gibanj, ki smo ga poimenovali **FBM2**. Spreminjali smo vrednosti parametra  $\alpha$  s spreminjanjem  $H$ -ja in ugotavljali, za katere vrednosti  $\alpha$  imajo simulirane časovne vrste FBM2 korelogram in močnostni spekter najbolj podobna korelogramom in močnostnim spektrom časovnih vrst enosmerne napetosti. Lastnosti časovnih vrst FBM2, ki so najbolj podobne lastnostim časovnih vrst izmerjene napetosti, smo dobili za naslednji naborom vrednosti  $\alpha = 1,25, 1,27, 1,3, 1,9, 1,99$  [129]. FBM2 smo dobili z neposredno spektralno sintezo iz spektra oblike  $1/f$  ali  $S_v(f) = f^{-\alpha}$  (Slika 4.13 b)). Ta predstavlja »pravi«  $1/f$  (rožnat šum), medtem ko so FBM1 nadomestne časovne vrste za časovne vrste napetosti Ref A, kot jih bomo opisali na strani 69 v podpoglavju Testi za razlikovanje dinamike od šuma.

Za časovne vrste tipa FBM1 in FBM2 pričakujemo, da bodo imele slabšo napovedljivost od časovnih vrst enosmerne napetosti Ref A, Ref D kljub omejenemu močnostnemu spektru in lastnostim, podobnim tistim, ki jih dobimo pri analizi časovnih vrst enosmerne napetosti. Za FBM2 pa pričakujemo, da bodo imeli slabšo napovedljivost tudi od časovnih vrst napetosti tipa AT. Poglavitni razlog za to so po naših domnevah naključne faze. Časovne vrste FBM niso primerljive s časovnimi vrstami diod tipa LM329 (ZEN1, ZEN2, ..., ZEN10), saj v le-teh prevladuje trendno obnašanje.



Slika 3.10: a) Fraktalno Brownovo gibanje (FBM1) ali simulacija časovne vrste enosmerne napetosti tipa

LZT1000. Časovna vrsta je dobljena s spektralno sintezo močnostnega spektra Ref A;

b) FBM2 časovna vrsta je dobljena s spektralno sintezo spektra oblike  $S_v(f) = f^{-\alpha}$ , za  $\alpha = 1,25$ .

## POGLAVJE

### 4 ANALIZA IN MODELIRANJE ČASOVNIH VRST

Preden se lotimo prediktivnega modeliranja časovnih vrst, si bomo ogledali, kaj predstavljajo časovne vrste. Najprej bomo podali osnovne pojme modeliranja s statističnega vidika ter uvrstili časovne vrste, ki smo jih opisali v SPLOŠNO O DOMENAH, z značilnimi opisnimi metodami. V tekočem poglavju bomo opisali, kaj predstavljata avtokorelacijska funkcija in močnostni spekter časovnih vrst. Znane modele časovnih vrst bomo primerjali s časovnimi vrstami enosmerne napetosti. Poglavje bomo zaključili s testi za razlikovanje dinamike od šuma. Le-ti v glavnem slonijo na vstavljanju časovne vrste v nek prostor (fazni prostor ali prostor stanj) ter opazovanju in razlikovanju lastnosti slike sistema od slike nadomestne časovne vrste. Ta je običajno dobljena iz vrste, ki jo ocenjujemo, s spreminjanjem neke njene lastnosti (diferenciranjem, glajenjem, naključnim spreminjanjem faze).

#### 4.1 Osnovni pojmi o časovnih vrstah

Časovna vrsta je zbirka opazovanj, ki smo jih dobili zaporedno [27]. Srečujemo različne tipe časovnih vrst. Časovne vrste so lahko:

- **realne**, ki jih dobimo z opazovanjem ali merjenjem (na primer merjenje napetosti na izhodu NRE), ali
- **umetne**, ki jih ustvarimo umetno (na primer časovne vrste Lorenzevega atraktorja, ki jih dobimo z numeričnim integriranjem, saj je Lorenzev atraktor podan s tremi diferencialnimi enačbami).

Glede na področje, od koder izhajajo, so časovne vrste lahko:

- ekonomske, ekonometrijske (na primer dnevne cene produktov, letno ali mesečno spreminjanje količine izvoza določenih produktov, letni dobiček firme in podobne),
- fizikalne, meteorološke, v zvezi s pomorskimi znanostmi, geofizične (na primer dnevne padavine na omejenem področju, temperatura zraka, ki jo opazujemo vsako uro, dan, mesec in podobno),
- marketinške<sup>39</sup> (tedenska ali mesečna analiza prodaje določenih produktov, stroški oglaševanja);
- demografske (na primer spreminjanje populacije ene države letno<sup>40</sup>);
- vrste pri vodenju procesov (na primer sledenje spremembam pri proizvodnji z merjenjem spremenljivke, ki kaže kakovost procesa, oziroma izvajanje korekcij, kontrole, če so le-te meritve različne od zelenih vrednosti);
- vrste pri točkovnih, slučajnih procesih (na primer napovedovanje obdobja med neželenimi slučajnimi dogodki, kot so nesreče na železnicah).

**Zvezne časovne vrste** so tiste, katerih vrednosti se spreminjajo zvezno po času, kljub zmožnosti, da spremenljivka, ki jo vrsta opisuje, zavzame diskretne vrednosti. **Diskretne časovne vrste** so tiste, ki predstavljajo opazovanja ekvidistančno v času, kljub zvezni naravi spremenljivke, ki opisuje to vrsto. **Vzorčeno časovno vrsto** dobimo, ko digitaliziramo zvezne vrednosti v enakih časovnih intervalih (ekvidistančno). V disertaciji analiziramo vzorčene časovne vrste. Ko imajo zaporedna opazovanja nek red, ali ko z opazovanjem/obdelovanjem preteklih in sedanjih opazovanj napovemo prihodnje vrednosti, govorimo o determinizmu v časovnih vrstah. S **stohastičnimi časovnimi vrstami** pa imamo opravka, ko so prihodnje vrednosti le delno določene s preteklimi, ko so natančne napovedi nemogoče, oziroma imajo bodoče vrednosti verjetnostno porazdelitev, ki je pogojena s poznavanjem preteklosti.

---

<sup>39</sup> Marketinški podatki so podobni ekonomskim. Napovedovanje bodoče prodaje je pomembno zaradi planiranja proizvodnje. Pri analizi marketinških časovnih vrst je pomembno upoštevati povezave stroškov, na primer prodaje in stroški oglaševanja.

<sup>40</sup> Demografi bi radi napovedali spremembe v populaciji 10 do 20 let vnaprej.

Množico časovnih vrst, ki opisuje nek pojav (sistem), ki je predmet opazovanja imenujemo domena. Časovne vrste v inženirskih področjih pogosto srečujemo pod imenom signali.

Osnovni prijemi pri analizi časovnih vrst so:

- **opis podatkov**, to je, ko časovno vrsto izrišemo, pogledamo njene osnovne lastnosti kot so na primer trendi, vključno z izpadi<sup>41</sup> (na primer stavka zmanjša proizvodnjo, napetost se nezvezno spremeni, ker smo odprli komoro);
- **razlaga**, to je, ko imamo dve ali več časovnih vrst in spremembe v eni lahko razlagajo drugo. V tem primeru je potrebna represija večjih spremenljivk (na primer višina gladine vode je odvisna od temperature in tlaka. Pri modeliranju spremenljivke ustrezno normiramo);
- **napovedovanje**<sup>42</sup> sedanjih in prihodnjih vrednosti na podlagi opazovanja preteklih vrednosti;
- **kontrola**, ko prevzamemo ukrepe, ker se napovedana vrednost razlikuje od ciljne vrednosti.

Da bi ovrednotili orodja za analizo časovnih vrst napetosti (s poudarkom na napovedovanje), v disertaciji uporabljamo različne tipe časovnih vrst (domen). To so realne, vzorčene časovne vrste s stohastičnimi lastnostmi. Uporabljamo dve umetni domeni. Prva je znani Lorenzov atraktor [71], ki ga opiše sistem treh diferencialnih enačb. Drugo domeno sestavljajo časovne vrste, ki jih opišemo z slučajno funkcijo fraktalnega Brownovega gibanja [118] in jih karakteriziramo kot  $1/f$  šum.

Časovne vrste napetosti preliminarno opazujemo kot naključne signale. Obravnavamo jih iz »zunanjega sveta« statično na naslednji način: spremembe vrednosti signala, ki naj bi bil čim bolj konstanten, interpretiramo kot motnje. Zaradi kompleksnosti vzrokov sprememb, ki jih bodisi ne moremo pojasniti bodisi imajo kompleksno naravo, kot na primer ponavljajoče se interakcije okolja<sup>43</sup>, notranja dogajanja znotraj elektronskega vezja ali pa na nivoju  $p-n$  spoja<sup>44</sup>,

---

<sup>41</sup> **Robustne metode** niso občutljive na izpade. Robustnost pa v splošnem pomeni neobčutljivost na šum v podatkih.

<sup>42</sup> V angleščini **napovedovanje** naslavlja s »*prediction*« ali »*forecasting*«. V strokovni literaturi se omenjeni besedi velikokrat uporabljata kot sopomenki, vendar so tudi izjeme. Določeni avtorji uporabljajo »*forecasting*«, kot pogled v prihodnost, medtem ko je zanje »*prediction*« uporaba metode ali algoritma, ki napove prihodnost. Drugi s »*prediction*« povežejo subjektivne metode, s »*forecasting*« pa objektivne.

<sup>43</sup> Na primer dnevno, tedensko, mesečno variranje napajalne napetosti zaradi obremenitve okolja.

spremembe v preliminarni obravnavi jemljemo kot naključne. Potem pa z modeliranjem časovne vrste skušamo zajeti fluktuacije napetosti, ki se dogajajo zaradi določenih zakonitosti v sistemu, ki jih bomo posledično zajeli v modelu.

## 4.2 Opisne metode

Preden se lotimo iskanja modela, ki najbolj uspešno napoveduje naslednjo ali par naslednjih vrednosti, si bomo na kratko pogledali neposredne, opisne metode, ki se ukvarjajo s karakterizacijo sprememb vrednosti v časovni vrsti. Deskriptivne metode zahtevajo dekompozicijo časovne vrste na trend, sezonske spremembe, druge ciklične spremembe ter na preostanek »neregularnih sprememb«.

Veliko časovnih vrst kaže ponavljajoč se vzorec spreminjanja, ki ima periodo največkrat leto. V tem primeru govorimo o **sezonskih spremembah** v časovnih vrstah. Če pa je spreminjanje pogojeno s fizikalnim zunanjim vzrokom, govorimo o **cikličnih spremembah**. Primer so dnevne in tedenske spremembe v časovnih vrstah enosmerne napetosti, ki so mogoče pogojene z nihanjem napajalne napetosti, zaradi obremenitve napajalnega omrežja. Še en primer so ekonomske časovne vrste s poslovnimi cikli, ki pogosto trajajo od 5-7 let. **Trend** predstavlja dolgoročno spremembo v časovni vrsti. V kontekstu časovnih vrst enosmerne napetosti se trend kaže v lezenju izhodne napetosti. V kontekstu meteoroloških dolgoročnih meritev so to na primer klimatske spremembe. Pri definiciji trenda je težavna definicija dolgoročnosti, saj mora biti v sami meritvi zadostno število opazovanj skozi različna ciklična obdobja. Običajen prijem modeliranja v statistiki je, ko trend ter sezonske in druge ciklične spremembe odstranimo ter skušamo preostanek modelirati s statističnimi modeli, kot so drseče povprečje<sup>45</sup> (angl. *moving average*, *MA*) in avtoregresijski (angl. *autoregressiv*, *AR*) modeli.

Pri statističnem modeliranju časovnih vrst je za uporabo verjetnostnih modelov velikokrat predpogoj njena stacionarnost. Časovna vrsta je stacionarna, če so njene statistične lastnosti neodvisne od časa opazovanja. Opisno povedano, vrsta je stacionarna, če ni sistematičnih sprememb povprečja (ni trenda), variance in če ne vsebuje povsem periodičnih

---

<sup>44</sup> Dogajanje na nivoju  $p$ - $n$  spoja je opisano v podpoglavju Nepravi polprevodniki, v dodatku SPLOŠNO O POLPREVODNOSTI.

<sup>45</sup> Drseče povprečje (angl. *moving average*) se včasih prevaja z **drseča sredina**.

sprememb. To pomeni, da so časovne vrste, ki vsebujejo trend tipično nestacionarne, zato moramo pred statističnim modeliranjem vrsto de-trendizirati. Iz časovnega diagrama vrste (Slika 3.4, Slika 3.6, Slika 3.7, Slika 3.9, Slika 3.10) so razvidni trend, periodične spremembe, izpadi, nezveznosti. Transformacije časovnih vrst (kot sta logaritmiranje ali računanje korena vrednosti) se izvajajo s ciljem, da bi stabilizirali varianco, naredili sezonske spremembe aditivne (saj se s trendom poudarjajo učinki sezonskih sprememb) ter naredili podatke normalno razporejene (saj veliko modelov za napovedovanje zahteva normalno razporeditev vhodnih podatkov). V praksi pa večkrat pride do nezaželenih posledic transformiranja, saj vsaka transformacija zahteva inverzno transformacijo izhodnih podatkov, s tem pa uvajanje dodatnih napak [27]. V pričujoči nalogi se izogibamo transformiranju.

#### 4.2.1 Analiza časovnih vrst s trendom

Najbolj enostaven opis časovne vrste, ki vsebuje trend je:

$$X_t = \alpha + \beta t + \varepsilon_t, \quad \text{Enačba (4.1)}$$

$\alpha$  in  $\beta$  sta konstanti premice,  $\varepsilon_t$  pa je naključna napaka s povprečjem 0. **Trendna komponenta** ali sprememba na glavnem nivoju v času  $t$  je  $m_t = \alpha + \beta t$ .

Trend je lahko globalno linearen, lokalno linearen (lahko se parametra  $\alpha$  in  $\beta$  spreminjata skozi čas) ali nelinearen: kvadraten, eksponenten, logaritemski ali polinomski.

Analiza časovne vrste, ki vsebuje trend, je odvisna od namena in lahko temelji na modeliranju trenda<sup>46</sup> ali na odstranjevanju trenda s ciljem, da bi analizirali lokalne spremembe. Odvisna je tudi od prisotnosti cikličnih sprememb. Časovno vrsto s trendom lahko obravnavamo z modeliranjem z **regresijo**. Pri tem s trendom opišemo globalno obnašanje sistema.

S **filtriranjem** (linearnim, drseče povprečje) lahko izločimo trend ali periodično komponento. Filtri so običajno oblikovani zato, da bi proizvajali izhod glede na spremembe, ki se nanašajo na določene frekvence. Na primer, če bi radi »zgladili« vrednosti v časovni vrsti, potem moramo »izbrisati« lokalne spremembe, ki se kažejo v »visokih frekvencah«. V tem primeru uporabljamo **nizkoprepustne filtre**. Da bi dobili lokalne spremembe pa »izbrisemo«

<sup>46</sup> Modeliranje trenda je bolj primerno pri dolgoročnem napovedovanju, ko globalno opišemo obnašanje sistema.

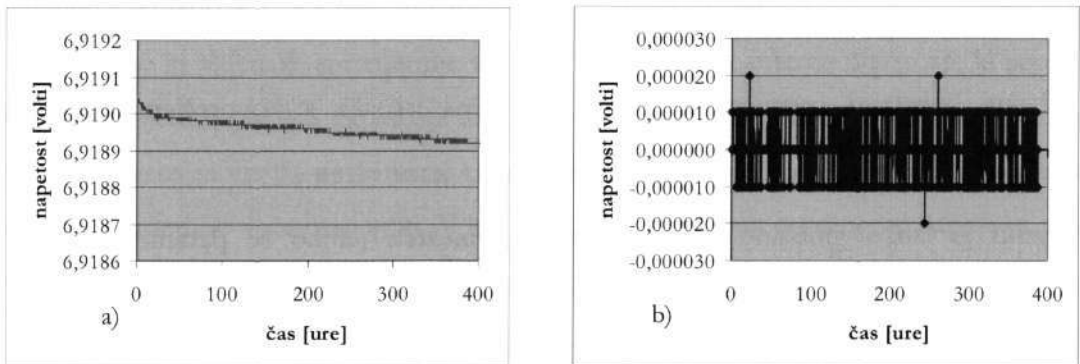
dolgoročne spremembe. V tem primeru uporabljamo **visokoprepustne filtre**. Za glajenje se pogosto uporablja zaporedje linearnih filtrov.

Trend lahko odpravimo tudi z **odštevanjem (diferenciranjem)** vrednosti v časovni vrsti. Če časovna vrsta ne vsebuje sezonskih sprememb zadošča odštevanje sosednjih vrednosti v vrsti ali diferenciranje prvega reda:

$$y_t = x_{t+1} - x_t = \nabla x_{t+1} \quad \text{Enačba (4.2)}$$

#### 4.2.1.1 Trend v časovnih vrstah enosmerne napetosti

Preden uporabimo osnovne opisne metode na časovnih vrstah enosmerne napetosti, izvedemo več fizičnih ukrepov [87] s ciljem, da bi zmanjšali vplive okolja in tehnične realizacije DCNRV na spreminjanje napetosti [49], [103], [104]: temperaturna izolacija vezja, dodatno ogrevanje, izbira najbolj stabilnih diod med diodami enakega tipa, povezovanje le-teh v zaporedno skupino... Kljub fizičnim ukrepom, ki povečajo stabilnost referenčne napetosti, še vedno ostane del spreminjanja napetosti, ki ga lahko modeliramo z modeli za napovedovanje.



Slika 4.1: Diagram časovne vrste LM329 (ZEN2):

- Časovna vrsta kaže izrazit **trend**, ki se v meroslovju imenuje **lezenje**;
- Diagram kaže diferencirano časovno vrsto z zamikom 1.

V [44], [76], [100], [196] so raziskovalci potrdili, da različni tipi Zenerjevih referenc dolgoročno kažejo trendno obnašanje. Odstopanje izhodne napetosti enosmerne napetostnih virov od želene konstantne (kot ga kaže Slika 4.1) imenujejo **lezenje** vira in ga običajno modelirajo z linearnim modelom ali konstanto. Enostavne modele, ki se uporabljajo za opis odstopanja pričakovane vrednosti napetosti glede na lastnosti vira, ki jih statistično modeliramo z opazovanjem preteklih vrednosti, smo opisali v prejšnjem poglavju, v podpoglavju Projektiranje obnašanja polprevodniških elementov med umerjanjema - *state of the art*. Različne tipe časovnih vrst enosmerne napetosti smo podrobneje opisali v poglavju SPLOŠNO O DOMENAH, v podpoglavju Domena enosmerne napetosti. Časovne vrste nekaterih cenениh diod tipa LM329, ki so predmet našega modeliranja, kažejo izrazit trend (Slika 4.1 a)). Časovna vrsta, ki jo dobimo



z diferenciranjem sosednjih vrednosti (Slika 4.1 b)) trenda ne vsebuje več, vendar ne vemo, če je stacionarna. Časovne vrste ultrastabilnih Zenerjevih diod tipa LTZ1000 pri 500 in 1000-urnih meritvah niso kazale izrazitega trendnega obnašanja (Slika 3.4a).

#### 4.2.2 Analiza časovnih vrst s sezonskimi ali cikličnimi spremembami

Časovne vrste velikokrat vsebujejo spremembe periodične narave, katerih perioda je leto, mesec ali teden. Letne spremembe so pogoste v realnih časovnih vrstah. Pri modeliranju sezonskega obnašanja se običajno uporabljajo naslednji trije modeli:

$$\begin{aligned}x_t &= m_t + S_t + \varepsilon_t \\x_t &= m_t S_t + \varepsilon_t \\x_t &= m_t S_t \varepsilon_t\end{aligned}\tag{4.3}$$

$m_t$  je desezonaliziran glavni nivo v času  $t$ ,  $S_t$  so sezonski učinki v času  $t$  in  $\varepsilon_t$  je naključna napaka v času  $t$ .

Prvi model v enačbi (4.3) je glede na sezonske učinke aditiven, medtem ko sta preostala dva multiplikativna. Zadnji model po logaritmiranju lahko obravnavamo multiplikativno. V realnosti nastopajo časovne vrste, ki so glede sezonskega obnašanja nekje vmes med aditivnimi in multiplikativnimi. Sezonski način obnašanja običajno pomeni  $S_t \approx S_{t-s}$  pri čemer je  $s$  število meritev na leto. Podobno kot pri trendu, so sezonske komponente (odvisno od namena) bodisi predmet našega modeliranja bodisi jih hočemo izničiti zato, da bi modelirali preostanek.

##### 4.2.2.1 Sezonski učinki v časovnih vrstah enosmerne napetosti

Slika 2.2 potrjuje prisotnost sezonskih učinkov na obnašanje izhodne napetosti etalonov Fluke 732A in 732B. Tarr in Hamilton [76], [196] pri modeliranju negotovosti izhodne napetosti omenjenih etalonov menita, da sta poglavitna dejavnika negotovosti trend in sezonsko obnašanje, kot smo opisali v podpoglavjih Linearni model lezenja in Sezonski učinki na izhodno napetost v poglavju OPIS VIROV ENOSMERNE NAPETOSTI.

V pričujoči nalogi obravnavamo časovne vrste enosmerne napetosti, katerih meritve so krajše kot 1 leto in zato sezonski učinki niso vidni iz njihovih diagramov. Periodične (ciklične) vplive, smo implicitno zajeli v modelih za napovedovanje, kar bo opisano v nadaljevanju.

### 4.2.3 Avtokorelacija

Avtokorelacijski koeficienti merijo korelacijo med opazovanji, ki so različno oddaljeni v časovni vrsti. Pogosto dajo vpogled v verjetnostni model, ki ustvarja podatke. Izražajo korelacijo med vzorci, ki so oddaljeni  $k$  korakov v časovni vrsti:

$$r_k = \frac{\sum_{i=1}^{N-k} (x_i - \bar{x})(x_{i+k} - \bar{x})}{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \quad \text{Enačba (4.4)}$$

V praksi se avtokorelacijski koeficienti računajo s pomočjo avtokovariančnih koeficientov  $\{c_k\}$ , ki so definirani na naslednji način:

$$c_k = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N-k} (x_i - \bar{x})(x_{i+k} - \bar{x}) \quad \text{Enačba (4.5)}$$

Avtokorelacijski koeficienti so definirani:

$$r_k = c_k / c_0 \quad \text{Enačba (4.6)}$$

Graf avtokorelacijskih koeficientov imenujemo **korelogram**. Običajno poda vizualno informacijo o naravi procesa, ki ga modeliramo, čeprav njegovo interpretiranje ni vedno enostavno.

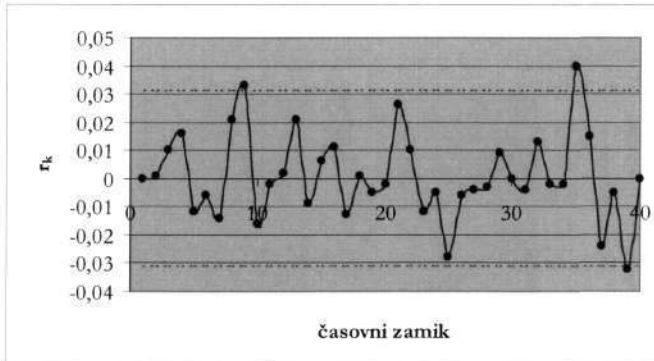
Za pravilno interpretiranje korelograma je pomembna ocena standardne napake računanja avtokorelacijskih koeficientov. Večina avtorjev za interval zaupanja uporablja oceno  $\pm 2(1,96)$  **standardna napaka računanja** avtokorelacijskih koeficientov, ob predpostavki, da so napake normalno razporejene skozi časovno vrsto. Standardno napako ocenimo z  $1/\sqrt{N}$  ob predpostavki, da je časovna vrsta slučajna. Avtokorelacijski koeficienti izven  $\pm 2/\sqrt{N}$  ali  $\pm 1,96/\sqrt{N}$  imajo večji pomen. Vrednosti  $r_k$ , ki sodijo izven opisanih meja, so signifikantno različne od 0 pri 5% stopnji zaupanja oziroma signifikance. Signifikanco koeficientov avtokorelacijske in parcialne avtokorelacijske funkcije lahko ocenimo tudi z Box-Perceovo  $Q$  statistiko (enačba (4.29)) ali Ljung-Boxovo  $Q$  statistiko [228]. Testiramo ničto hipotezo, da se množica avtokorelacijskih koeficientov časovne vrste, ki jo obravnavamo, nanaša na slučajni proces. Programski paket SPSS [228] uporablja modificiran portmonteau test ali Ljung-Boxovo

$Q$  statistiko<sup>47</sup>, ki za krajše časovne vrste omogoča boljše  $\chi^2$  testiranje značilnosti v primerjavi s starejšo Box-Perceovo  $Q$  statistiko:

$$\text{Ljung-Box Q Statistika} = N(N+2) \sum_{k=1}^m \frac{r_k^2}{N-k} \quad \text{Enačba (4.7)}$$

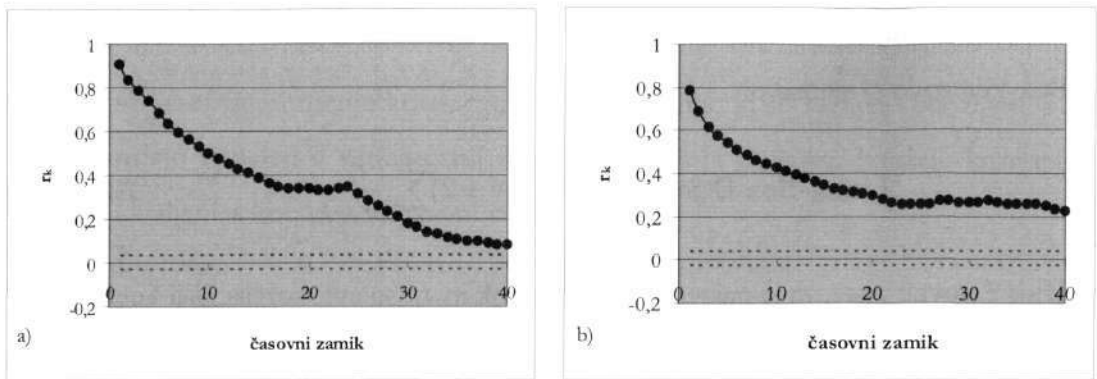
$N$  je dolžina časovne vrste,  $m$  je največji časovni zamik in  $r_k$  so avtokorelacijski koeficienti.

**Časovne vrste** slučajnih procesov, ki so »dovolj dolge« ali dolge  $N$  vzorcev, imajo  $r_k \approx 0$  (avtokorelacijski koeficienti večinoma ležijo znotraj  $\pm \frac{2}{\sqrt{N}}$ , kot kaže Slika 4.2). Stacionarne časovne vrste, ki kažejo kratkoročne korelacije imajo običajno  $r_1$ , ki mu sledi še nekaj  $r_k$ , značilno večjih kot 0. Pri teh vrstah se za večje časovne zamike vrednosti  $r_k$  približujejo 0 [27]. Slika 4.3 prikazuje korelograma dveh časovnih vrst: časovne vrste enosmerne napetosti na izhodu NRE tipa LTZ1000 (podpoglavje Domena enosmerne napetosti v poglavju SPLOŠNO O DOMENAH) ter časovne vrste fraktalno Brownovo gibanje (opisana v istem poglavju, podpoglavje Fraktalna Brownova gibanja ali 1/f šum).



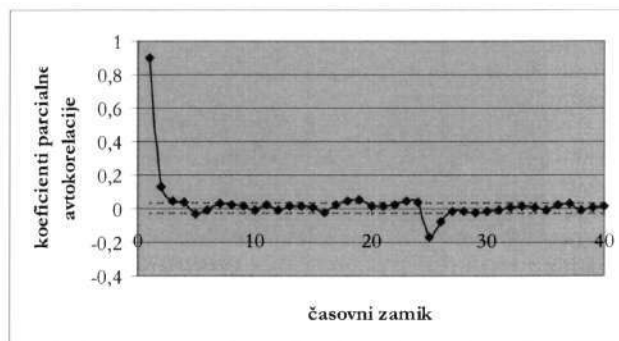
Slika 4.2: Avtokorelacijski koeficienti (korelogram) belega šuma. Prekinjena črta označuje področje zaupanja za avtokorelacijske koeficiente  $\pm 2/\sqrt{N}$ . Večina koeficientov  $r_k, k \geq 1$  pripada temu področju.

<sup>47</sup> Portmanteau test imenujejo uporabo  $Q$  statistike za testiranje predpostavke, da se množica avtokorelacijskih koeficientov nanaša na naključni proces.

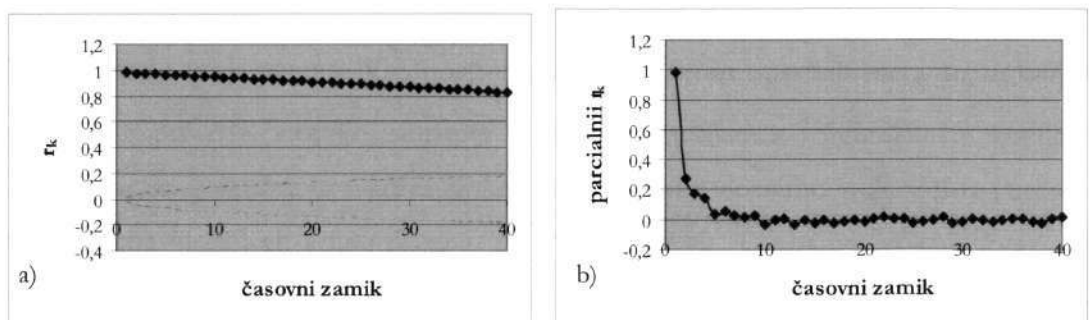


Slika 4.3: Avtokorelacijski koeficienti (korelograma) procesov, ki imajo »omejen spomin«:  
 a) Korelogram časovne vrste AT enosmerne napetosti LTZ1000;  
 b) Korelogram časovne vrste, ki predstavlja fraktalno Brownovo gibanje, FBM2.

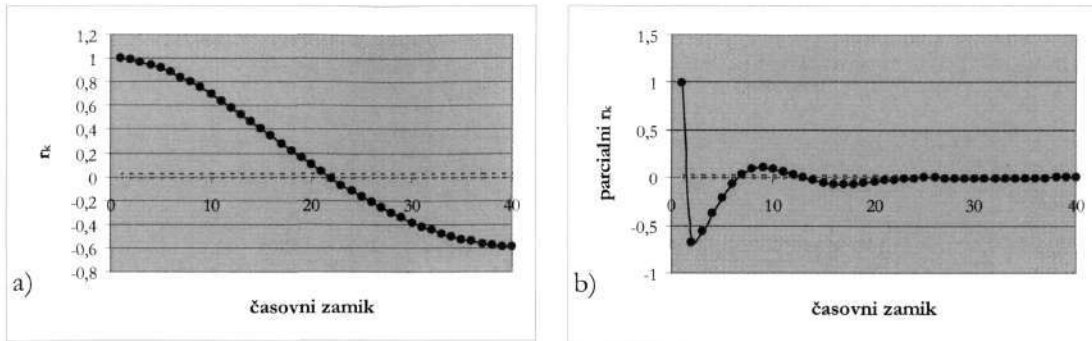
**Parcialni avtokorelacijski koeficienti** so podobno orodje kot korelogram [119], [228]. Parcialni koeficient pri časovnem zamiku  $i$  meri korelacijo med trenutno vrednostjo in vrednostjo oddaljeno  $i$  korakov, potem ko zanemarimo vpliv vseh vzorcev, ki so oddaljeni manj kot  $i$ . Osnovni namen le-te je razlikovanje med avtoregresijskimi procesi reda 1 od tistih, ki so višjega reda, saj je le prvi parcialni avtokorelacijski koeficient pri avtoregresijskem procesu reda 1 značilno večji od ostalih. Slika 4.4 prikazuje parcialne avtoregresijske koeficiente za časovno vrsto enosmerne napetosti LTZ1000.



Slika 4.4: Parcialni avtokorelacijski koeficienti za časovno vrsto AT enosmerne napetosti LTZ1000.



Slika 4.5: a) Koeficienti avtokorelacijske funkcije ter b) parcialne avtokorelacijske funkcije za časovno vrsto tipa LTZ1000 (Ref A).



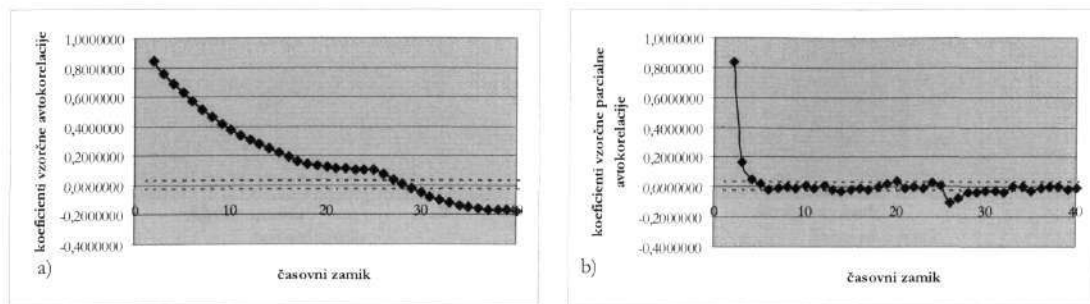
Slika 4.6: a) Koefficienti avtokorelacijske funkcije ter b) parcialne avtokorelacijske funkcije za časovno vrsto spremenljivke  $z$  Lorenzevega sistema.

Avtokorelacijsko in parcialno avtokorelacijsko funkcijo lahko uporabimo pri modeliranju procesov z Box-Jenkinsovimi *ARIMA* modeli [17], [27], pri izbiri parametrov modela. Za identifikacijo statistične narave procesa, ki ustvarja vrsto, se uporabljata še inverzna avtokorelacijska funkcija in razširjena vzorčna avtokorelacijska funkcija [228] (Slika 4.7). Kadar gre za proces z dominantno avtoregresijsko naravo, avtokorelacijska funkcija običajno pada [17], [27] (z alterniranjem ali brez), kot smo opisali pri teoretičnem opisu  $AR(p)$ , v podpoglavju Avtoregresijski proces na strani 46. Za določanje zgornje meje reda procesa  $AR(p)$  si pomagamo s parcialno avtokorelacijsko funkcijo, saj iz te preberemo vrednost  $p$ , do katere so vrednosti koeficientov parcialne avtokorelacijske funkcije še značilne. Slika 4.4 in Slika 4.7 b) kažeta, da bo pri časovnih vrstah enosmerne napetosti AT tipa LTZ1000 zgornja meja za  $p$  4. Za časovno vrsto Ref A je zgornja meja za  $p$  5 do 6 (Slika 4.5 b)). Za časovno vrsto spremenljivke  $z$  Lorenzevega sistema pa je zgornja meja za  $p$  6 (Slika 4.6).

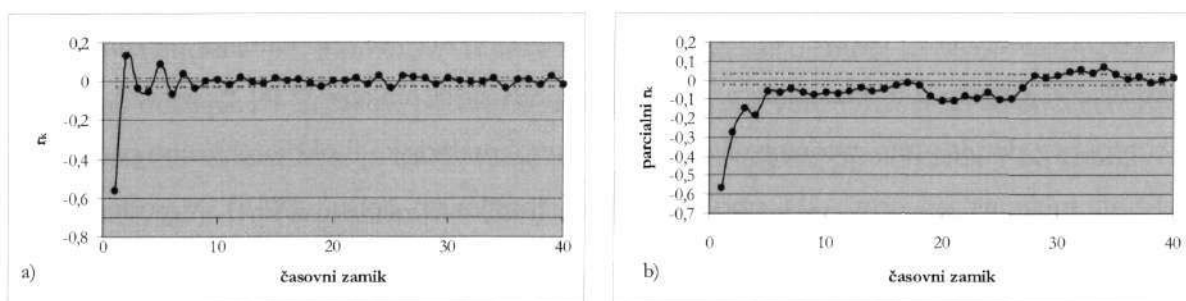
Avtokorelacijska funkcija časovnih vrst s trendom zelo počasi pada in ni koristna pri določanju narave procesa, ki to vrsto ustvarja. Tako vrsto največkrat diferenciramo, da iz nje dobimo stacionarno vrsto [27]. Časovne vrste napetosti, ki jih ustvarjajo diode tipa LM329 ter skupina štirih zaporedno vezanih diod tipa LM329 vsebujejo trend (Slika 3.7 na strani 26, Slika 4.1 na strani 36), zato smo avtokorelacijsko funkcijo in parcialno avtokorelacijsko funkcijo v obeh primerih ocenili na diferenciranih podatkih (Slika 4.8, Slika 4.9).

Opazamo, da se ocenjeni avtokorelacijski funkciji za diferencirani časovni vrsti (LM329 in skupina zaporedno vezanih LM329) bistveno razlikujeta po obliki od tistih, ki smo jih dobili na sicer nediferenciranih časovnih vrstah LTZ1000. Pri opisu teoretičnih osnov procesov drsečega povprečja  $MA(q)$  smo v podpoglavju Drseče povprečje na strani 45 pokazali, da je avtokorelacijska funkcija teh procesov omejena. Pri iskanju reda procesa  $q$  zadošča, če za zgornjo mejo  $q$  vzamemo število avtokorelacijskih koeficientov, ki se signifkantno razlikujejo od 0. V primeru časovne vrste LM329 (ZEN6) je to 6 (Slika 4.8a)), medtem ko je v primeru

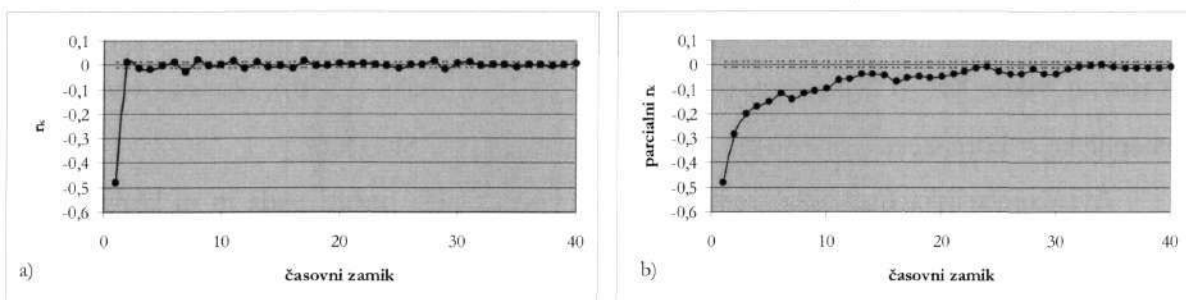
skupine (Slika 4.9) to le 2. Ocenjeni parcialni avtokorelacijski funkciji pa v primeru modeliranja z drsečim povprečjem nista uporabni [27].



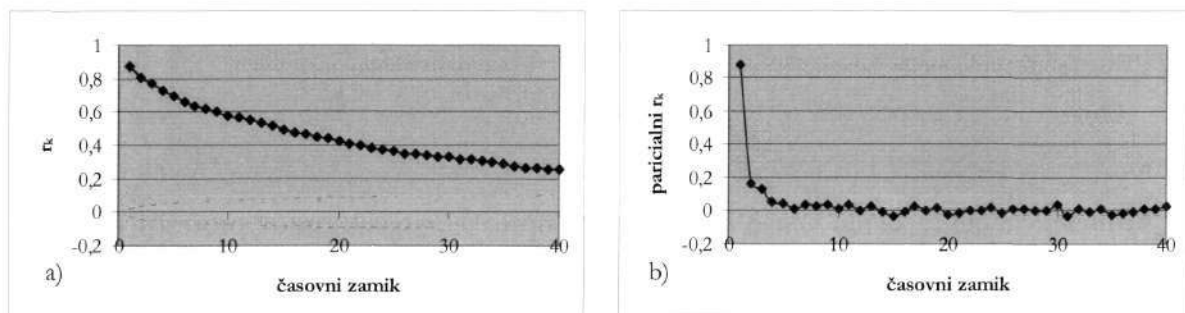
Slika 4.7: a) Koeficienti razširjene vzorčne avtokorelacijske funkcije ter b) razširjene vzorčne parcialne avtokorelacijske funkcije za časovno vrsto tipa LTZ1000 (AT).



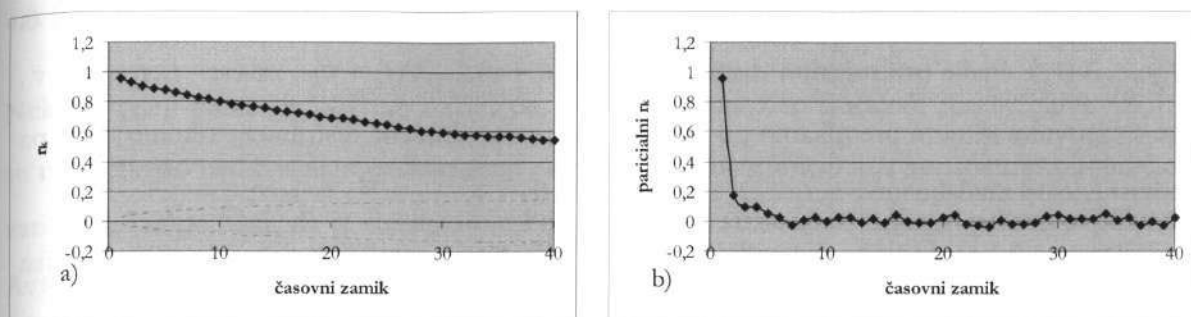
Slika 4.8: a) Avtokorelacijski koeficienti in b) parcialni avtokorelacijski koeficienti diferencirane časovne vrste napetosti najbolj stabilne diode LM329 (ZEN6).



Slika 4.9: a) Avtokorelacijski koeficienti in b) parcialni avtokorelacijski koeficienti diferencirane časovne vrste napetosti skupine štirih zaporedno vezanih diod LM329.



Slika 4.10: a) Avtokorelacijski koeficienti in b) parcialni avtokorelacijski koeficienti časovne vrste FBM1.



Slika 4.11: a) Avtokorelacijski koeficienti in b) parcialni avtokorelacijski koeficienti časovne vrste FBM2.

### 4.3 Verjetnostni modeli

Realne časovne vrste vsebujejo komponento slučajnosti. Velikokrat so produkt **stohastičnih procesov**, ki jih opisujemo kot fizikalne fenomene, ki se razvijajo s časom v skladu z verjetnostnimi zakoni. Ko opazujemo proces, določena časovna vrsta predstavlja možno realizacijo tega procesa. Označujemo jo s slučajno spremenljivko  $X(t)$ ,  $(-\infty \leq t \leq \infty)$ , za zvezne po času in  $X_t$ ,  $(t = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$ , za diskretne po času časovne vrste. Osnovni namen analize je oceniti lastnosti verjetnostnega modela, ki ustvarja opazovano vrsto. Proces v statistiki najprej opišemo z njegovimi pridruženimi verjetnostnimi distribucijami ali **momenti**<sup>48</sup> prvega in drugega reda, kot so: povprečje, varianca in avtokovarianca [25], [125]:

**Povprečje** (funkcija, definirana z matematičnim upanjem) je:

$$\mu(t) = E[X(t)] \quad \text{Enačba (4.8)}$$

**Varianca** (kvadrat standardne deviacije) je:

$$\sigma^2(t) = \text{Var}[X(t)] \quad \text{Enačba (4.9)}$$

**Avtokovarianca** je:

$$\gamma(t_1, t_2) = E\{[X(t_1) - \mu(t_1)][X(t_2) - \mu(t_2)]\} \quad \text{Enačba (4.10)}$$

Pri modeliranju časovnih vrst z Box-Jenkinsovimi  $ARMA$ <sup>49</sup> modeli [20], [27], [119], [228] je pomembna zahteva **stacionarnost** časovne vrste. Obstajata dva tipa stacionarnosti: šibka in

<sup>48</sup> Definicije momentov so podane v [125].

<sup>49</sup>  $ARIMA$  (angl. *AutoRegressive Integrated Moving Average*) analizo časovnih vrst sta uvedla George Box in Gwilym Jenkins. Časovno vrsto najprej transformiramo v smislu kovariančne stacionarnosti in potem naredimo

stroga. **Stroga stacionarnost** pomeni, da so pridružene verjetnostne distribucije za  $X(t_1), \dots, X(t_n)$  enake pridruženim distribucijam  $X(t_1 + \tau), \dots, X(t_n + \tau)$  za vse  $t_1, t_2, \dots, t_n, \tau$ . Če se s časovnim oknom premikamo po časovni vrsti, se pridružene distribucije ohranjajo, ali pa so odvisne le od razdalje med  $t_1, t_2, \dots, t_n$ , za vsak  $n > 0$ .

Pri  $n = 2$  sta pridruženi distribuciji k  $X(t_1)$  in  $X(t_2)$  odvisni le od časovnega zamika  $\tau = t_2 - t_1$ . Avtokovarianca, enačba (4.10), dobi obliko:

$$\gamma(\tau) = E\{[X(t) - \mu][X(t + \tau) - \mu]\} \quad \text{Enačba (4.11)}$$

Standardizirana avtokovarianca je avtokorelacijska funkcija:

$$\rho(\tau) = \frac{\gamma(\tau)}{\gamma(0)} \quad \text{Enačba (4.12)}$$

Empirični model avtokorelacijske funkcije za diskretne časovne vrste je bil opisan v podpoglavju Avtokorelacija v tekočem poglavju, v enačbah (4.4), (4.5), (4.6).

**Šibka ali stacionarnost drugega reda** je manj zavezujoča in pomeni, da je povprečje časovne vrste konstantno in je avtokorelacijska funkcija odvisna le od časovnega zamika [20], [27]. Šibka stacionarnost je velikokrat predpogoj za uporabo algoritmov za modeliranje, med katerimi so *ARMA* modeli [17], [27], [119], [125].

### 4.3.1 Primeri stohastičnih procesov

Pri modeliranju časovnih vrst z verjetnostnimi modeli si pomagamo z opisom osnovnih lastnosti matematičnih modelov in njihovih avtokorelacijskih funkcij. Ogledali si bomo opise določenih tipov stohastičnih procesov, kot so drseče povprečje, avtoregresijski procesi in kombinacije le-teh. V statistiki (kot bomo videli pozneje v poglavju NAPOVEDOVANJE ČASOVNIH VRST), je poudarek na modelih, ki predstavljajo matematično predstavitev realnosti (na primer avtoregresijski proces reda 1,  $AR(1)$ ) in ne na metodah, ki v statistiki predstavljajo pravila za izračunavanje ene ali več prihodnjih vrednosti (na primer drseče povprečje ali nevronska mreža, ki realizira nelinearno regresijo).

---

identifikacijo modela, ocenjevanje, diagnozo ali meta-diagnozo in napovedovanje. *ARIMA* model je predstavljen z notacijo  $ARIMA(p, d, q)$ , pri čemer je  $p$  red avtoregresije,  $d$  diferenciranja in  $q$  drsečega povprečja. Pri stacionarnih časovnih vrstah se uporablja *ARMA*( $p, q$ ) model.



4.3.1.1 Slučajni proces - beli šum

Nek diskreten proces je povsem naključen, če vsebuje množico slučajnih spremenljivk  $\{Z_t\}$ , ki so medsebojno neodvisne in enakomerno razporejene. Po definiciji ima konstantno povprečje in varianco, kar pomeni, da je stacionaren. Njegovo avtokorelacijsko funkcijo prikazuje Slika 4.2. Avtokorelacijski koeficienti  $r_k$  ali  $\rho(k) \approx 0, k = \pm 1, \pm 2, \dots$ , oziroma  $\rho(0) \approx 1$ .

4.3.1.2 Slučajni sprehod

Naj bo  $\{Z_t\}$  diskreten, slučajen proces s povprečjem  $\mu$  in varianco  $\sigma_Z^2$ . Proces  $\{X_t\}$  je slučajni sprehod (angl. *random walk*):

$$\begin{aligned} X_t &= X_{t-1} + Z_t && \text{oziorama} \\ X_1 &= Z_1 \\ X_t &= \sum_{i=1}^t Z_i && \text{načba (4.13)} \end{aligned}$$

Povprečje je  $E(X_t) = \mu t$  in varianca je  $Var(X_t) = t\sigma_Z^2$ . To pomeni, da se spreminjata s časom in proces  $\{Z_t\}$  ni stacionaren, medtem ko njegove difference  $\Delta X_t = X_t - X_{t-1}$  tvorijo slučajni proces.

4.3.1.3 Drseče povprečje

Naj bo  $\{Z_t\}$  slučajni proces s povprečjem  $\mu = 0$  in varianco  $\sigma_Z^2$ . Proces  $\{X_t\}$  je drseče povprečje reda  $q$  (angl. *moving average*)  $MA(q)$ , ki je podano z enačbo:

$$X_t = \beta_0 Z_t + \beta_1 Z_{t-1} + \dots + \beta_q Z_{t-q} \quad \text{Enačba (4.14)}$$

pri čemer so  $\{\beta_i\}$  konstante. Enačbo (4.14) lahko napišemo z operatorjem zamude  $B$  na naslednji način:  $X_t = \theta(B)Z_t$ , za  $\theta(B) = 1 + \beta_1 B + \dots + \beta_q B^q$ .

Povprečje je  $E(X_t) = 0$  in varianca je  $Var(X_t) = \sigma_Z^2 \sum_{i=0}^q \beta_i^2$ . Avtokorelacijska funkcija procesa  $MA(q)$  ima obliko [17], [20], [27]:

$$\rho(k) = \begin{cases} 1 & k = 0 \\ \frac{\sum_{i=1}^{q-k} \beta_i \beta_{i+k}}{\sum_{i=1}^q \beta_i^2} & k = 1, \dots, q \\ 0 & k > q \\ \rho(-k) & k < 0 \end{cases} \quad \text{Enačba (4.15)}$$

Enačba (4.15) kaže, da je avtokorelacijska funkcija drsečega povprečja omejena. Več različnih  $MA(q)$  procesov ima lahko identično avtokorelacijsko funkcijo [27]. Proces  $MA(q)$  je povraten, oziroma ga lahko rekonstruiramo iz njegove avtokorelacijske funkcije, če koreni enačbe  $\theta(B) = 0$  ležijo izven enotnega kroga.

#### 4.3.1.4 Avtoregresijski proces

Naj bo  $\{Z_t\}$  diskreten, slučajen proces s povprečjem  $\mu = 0$  in varianco  $\sigma_Z^2$ . Proces  $\{X_t\}$  je avtoregresijski proces (angl. *autoregressive*) reda  $p$   $AR(p)$ , ki je definiran z enačbo:

$$X_t = \alpha_1 X_{t-1} + \dots + \alpha_p X_{t-p} + Z_t \quad \text{Enačba (4.16)}$$

To je proces, kjer dobimo zadnjo vrednost slučajne spremenljivke ali trenutno vrednost  $X_t$  kot linearno kombinacijo predzadnjih  $p$  vrednosti, ki jim prištejemo naključno komponento (napake)  $Z_t$ .

Proces  $AR(1)$  imenujemo **Markovski proces** [25]. Definira ga enačba:

$$X_t = \alpha_1 X_{t-1} + Z_t \quad \text{Enačba (4.17)}$$

Med  $AR$  in  $MA$  velja dualnost. Enačbo (4.17) lahko izrazimo kot  $MA$  neskončnega reda za  $|\alpha| < 1$ , oziroma  $X_t = Z_t + \alpha Z_{t-1} + \alpha^2 Z_{t-2} + \dots$ . Avtokorelacijska funkcija je definirana [17], [20], [27]:

$$\rho(k) = \alpha^{|k|}, k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad \text{Enačba (4.18)}$$

Enačba (4.18) kaže, da je avtokorelacijska funkcija padajoča, saj je  $|\alpha| < 1$ , in sicer hitreje pada za manjše in pozitivne vrednosti  $\alpha$ . Če pa je  $\alpha$  negativen, alternira.

$AR$  proces reda  $q$  lahko definiramo z operatorjem zamude  $B$  z enačbo:

$$(1 - \alpha_1 B - \dots - \alpha_p B^p) X_t = Z_t \quad \text{ali}$$

$$X_t = Z_t / (1 - \alpha_1 B - \dots - \alpha_p B^p) \quad \text{Enačba (4.19)}$$

Avokorelacijsko funkcijo  $AR(p)$  procesa opisuje množica Yule-Walkerjevih enačb [25]:

$$\rho(k) = \alpha_1 \rho(k-1) + \dots + \alpha_p \rho(k-p), k > 0 \quad \text{Enačba (4.20)}$$

V skladu z rešitvijo Yule-Walkerjevih enačb je proces stacionaren za določen nabor vrednosti parametrov  $\{\alpha_i\}$ , za katere velja  $\phi(B) = 1 - \alpha_1 B - \dots - \alpha_p B^p = 0$ . Potrebni in zadostni pogoj za stacionarnost je zahteva, da koreni enačbe  $\phi(B)$  ležijo izven enotinega kroga [25].

Vrednosti avtokorelacijske funkcije, ki je neskončna (enačba (4.20)), so rahlo padajoče, če  $k$  narašča. Njena oblika pa je bodisi padajoče eksponentna bodisi padajoče sinusne periode [17], [27].

#### 4.3.1.5 ARMA proces

Realne časovne vrste po svojih lastnostih velikokrat spominjajo na kombinirane avtoregresijske in modele drsečega povprečja,  $AR$  in  $MA$ . Kombiniran proces, ki predstavlja  $AR$  reda  $p$  in  $MA$  reda  $q$  ali  $ARMA(p, q)$  je podan z enačbo:

$$X_t = \alpha_1 X_{t-1} + \dots + \alpha_p X_{t-p} + Z_t + \beta_1 Z_{t-1} + \dots + \beta_q Z_{t-q} \quad \text{Enačba (4.21)}$$

Enačbo (4.21) lahko napišemo z uporabo operatorja zamude  $B$  na naslednji način:

$$\phi(B)X_t = \theta(B)Z_t \quad \text{Enačba (4.22)}$$

pri čemer sta  $\phi(B)$  in  $\theta(B)$  polinoma:

$$\begin{aligned} \phi(B) &= 1 - \alpha_1 B - \dots - \alpha_p B^p \\ \theta(B) &= 1 + \beta_1 B + \dots + \beta_q B^q \end{aligned} \quad \text{Enačba (4.23)}$$

Za določen nabor vrednosti parametrov  $\{\alpha_i\}$ , ko so koreni  $\phi(B) = 0$  in ležijo izven enotinega kroga, je  $AR$  proces stacionaren. Za določen nabor  $\{\beta_i\}$ , ko so koreni  $\theta(B) = 0$  in ležijo izven enotinega kroga, je  $MA$  proces invertibilen.

Avtokorelacijska funkcija je neskončna, rahlo padajoča, v obliki padajočih eksponentov ali sinusnih period [17], [20], [27].

#### 4.3.1.6 ARIMA proces

Realni procesi velikokrat niso stacionarni. Da bi dobili stacionarne vrste, začetno časovno vrsto diferenciramo. V modelu  $ARMA$   $X_t$  zamenjamo z  $\nabla^d X_t$ . Dobimo model, ki ga opišemo s

pridevnikom **integrirani**, saj mora biti model, ki ga dobimo na diferenciranih podatkih prištet ali integriran s prvotno časovno vrsto. Model  $ARIMA(p, d, q)$  je definiran z enačbami:

$$\begin{aligned} W_t &= \nabla^d X_t = (1 - B)^d X_t \\ W_t &= \alpha_1 W_{t-1} + \dots + \alpha_p W_{t-p} + Z_t + \dots + \beta_q Z_{t-q} \end{aligned} \quad \text{Enačba (4.24)}$$

Podobno enačbi (4.22) lahko  $ARIMA(p, d, q)$  definiramo z enačbo:

$$\phi(B)W_t = \theta(B)Z_t \quad \text{Enačba (4.25)}$$

V praksi se največkrat uporablja  $ARIMA$  model z  $d=1$  (časovna vrsta, ki je enkrat diferencirana).

#### 4.3.1.7 Splošni linearni proces

Splošna oblika linearnega procesa je podana z modelom drsečega povprečja neskončne stopnje:

$$X_t - \mu = \sum_{i=1}^{\infty} \beta_i Z_{t-i} \quad \text{Enačba (4.26)}$$

$MA$  in  $AR$  sta posebna primera splošnega linearnega procesa.

#### 4.3.1.8 Sezonski $ARIMA$ proces

Realne časovne vrste pogosto vsebujejo periodično, sezonsko komponento. Če gre za mesečna opazovanja ( $s=12$ ), potem pričakujemo, da bo  $X_t$  odvisen od  $X_{t-12}$ . Box in Jenkins [17] sta posplošila model  $ARIMA$  in zgradila  $SARIMA$ , ki ga opiše naslednja enačba:

$$\phi_p(B)\Phi_P(B^s)W_t = \theta_q(B)\Theta_Q(B^s)Z_t \quad \text{Enačba (4.27)}$$

kjer je  $B$  operator časovnega zamika,  $\phi_p, \Phi_P, \theta_q, \Theta_Q$  so polinomi  $p, P, q, Q$  stopnje,  $Z_t$  je slučajni proces in  $W_t = \nabla^d \nabla_s^D X_t$ . Spremenljivke  $\{W_t\}$  dobimo iz originalne časovne vrste  $\{X_t\}$ , ne samo z navadnim diferenciranjem, da bi odstranili trend, ampak tudi s sezonskim diferenciranjem. Na primer, če je  $s=12$ ,  $d=D=1$  potem je  $W_t = \nabla \nabla_{12} X_t = \dots (X_t - X_{t-12}) - (X_{t-1} - X_{t-13})$ . Red modela je  $(p, d, q) \times (P, D, Q)$ , pri tem sta običajno  $d = D = 1$ .

### 4.3.2 Splošna načela modeliranja v časovni domeni z ARIMA modeli

Modeliranje s pomočjo *ARIMA* modelov sodi v modeliranje v časovni domeni. Najbolj enostavno diagnostično orodje, ki smo ga uporabili že v podpoglavju Avtokorelacija na strani 38, je avtokorelacijska funkcija.

Slika 4.3 a), Slika 4.4, Slika 4.7 kažejo avtokorelacijske funkcije, korelograme nekaterih signalov enosmerne napetosti, ki so predmet našega modeliranja ter avtokorelacijske funkcije slučajnih signalov (Slika 4.2) in fraktalnih Brownovih gibanj, ki so delno slučajna (Slika 4.3 b).

Modeliranje v časovni domeni poteka po naslednjem scenariju:

- Glede na lastnosti avtokorelacijske in parcialne avtokorelacijske funkcije se izkustveno odločimo za model;
- Odločimo se za red modela;
- Z določenim algoritmom poiščemo parametre modela.

Modeliranje z uporabo avtoregresijskih modelov pomeni določitev parametrov  $\{\alpha_k\}$  iz enačbe (4.17), medtem ko na primeru drsečega povprečja določimo množico parametrov  $\mu$  in  $\{\beta_k\}$  iz enačbe (4.14). Število parametrov, ki jih iščemo pa predstavlja red procesa, na primer  $AR(p)$  je reda  $p$  in  $MA(q)$  je reda  $q$ . Parametre določimo z različnimi optimizacijskimi procedurami, ki minimizirajo razliko med vrednostjo v časovni vrsti in vrednostjo, ki jo »napove« model, kot merilo pa uporabljajo vsoto kvadratov ali srednjo kvadratno napako. Največkrat se za ocenjevanje parametrov uporabljajo cenilke največjega verjetja (angl. *maximum likelihood estimators*, *MLE*).

Če je v korelogramu, ki je vzorčna avokorelacijska funkcija, prva vrednost  $r_1$  večja od ostalih, potem modeliramo z drsečim povprečjem,  $MA(1)$ . Če pa  $r_1, r_2, r_3, \dots$  eksponentno padajo, potem je najbrž bolj ustrezen model  $AR(1)$ . Pri dovolj velikem vzorcu ali časovni vrsti, ki je dovolj dolga, vrednosti avtokorelacijskih koeficientov  $r_k$  (enačba (4.4)) predstavljajo cenilke ali ocene vrednosti  $\rho(k)$  (enačba (4.12)) [125].

Slika 4.3 in Slika 4.7 kažeta, da avtokorelacijski koeficienti eksponentno padajo, kar pomeni, da se bomo odločili za avtoregresijski model,  $AR$ . Določanje reda modela avtokorelacijske funkcije je težavno opravilo. Pomagamo si s parcialno avtokorelacijsko funkcijo [25]. Avtokorelacijske in parcialne avtokorelacijske koeficiente smo opisali v podpoglavju Avtokorelacija (stran 38).

Vzorčna parcialna avtokorelacijska funkcija ali parcialni avtokorelacijski koeficienti so dobljeni z modeliranjem  $AR$  modelov različnega reda, in sicer: najprej interpoliramo  $AR(1)$  in

$\pi_1$  ocenimo z vrednostjo  $r_1$ , potem interpoliramo  $AR(2)$  in dobimo oceno  $\pi_2$  z vrednostjo  $r_2$  itn. Vrednosti  $\pi_k$ , ki ležijo izven  $\pm \frac{2}{\sqrt{N}}$  so signifikantno različne od 0 pri 5% stopnji zaupanja. Dokazali so [17], [27], da parcialni avtokorelacijski koeficienti procesa  $AR(p)$  za časovne zamike, ki so večji kot  $p$  dobijo vrednosti okoli 0. Če torej želimo določiti red modela kot povratno informacijo iz parcialne avtokorelacijske funkcije časovne vrste, ki jo modeliramo, potem izbiramo med vrednostmi zamika, ki so pred vrednostjo, od katere naprej parcialni avtokorelacijski koeficienti niso značilno različni od 0.

V primeru procesa drsečega povprečja  $MA(q)$  bo parcialna avtokorelacijska funkcija počasi padala, kar pomeni, da le-ta kaže nasprotno lastnosti od avtokorelacijske funkcije. Red modela  $MA(q)$  določimo iz avtokorelacijske funkcije tako, da testiramo zamike manjše od tistega od koder naprej se vrednosti signifikantno ne razlikujejo od 0. Pri določanju parametrov modela namesto drsečega povprečja uporabimo avtoregresijski model visokega reda, saj med modeloma obstaja dualnost (podpoglavje Avtoregresijski proces na strani 46) [27]. S tem se izognemo ocenjevanju parametrov  $MA(q)$ , ki je po definiciji računsko zahtevno in numerično ne vedno obetavno [17]. Največkrat uporabljamo iterativno optimizacijsko proceduro, kot je na primer gradientna metoda, ki žal »pripelje« do lokalnih optimumov. Velikokrat je informativno izrisovanje hiper-ravnine, ki kaže odvisnost napake od parametrov.

Pri modeliranju z  $ARIMA(p,d,q)$  modeli uporabljamo podobne prijeme kot pri modeliranju z  $MA(q)$ . Vrednosti parametrov  $\mu$ ,  $\{\alpha_k\}$ ,  $\{\beta_k\}$  lahko ocenjujemo različnimi algoritmi, pogojnimi in brezpogojnimi najmanjšimi kvadrati, največkrat pa z algoritmi največjega verjetja, MLE.

V disertaciji za izgradnjo  $ARIMA$  modelov uporabljamo programska paketa Statistica in SPSS. Programski paket SPSS pri izgradnji  $ARIMA(p,d,q)$  modela uporablja samo MLE, medtem ko pri napovedovanju lahko izbiramo med pogojnimi in brezpogojnimi najmanjšimi kvadrati. SPSS uporablja Melardov hitri algoritem največjega verjetja [228]. Statistica pa uporablja tudi iterativen postopek za izračun parametrov, s kvazi-Newtonovo metodo minimizira funkcijo napake ter enako kot SPSS uporablja cenilko največjega verjetja [188]. Pri iskanju najboljšega modela lahko uporabimo množico različnih algoritmov, in to bodisi za ocenjevanje začetnih vrednosti parametrov bodisi za izračun parametrov modela (na primer Hannan-Rissanen rekurzivna regresijska procedura, Kalmanov filter [27] in drugi).

### 4.3.3 Splošne opazke v zvezi z modeliranjem

Kako za določeno časovno vrsto izberemo ustrezen verjetnostni model z ustreznimi parametri je odvisno od lastnosti časovne vrste, ki so vidne iz časovnega diagrama, avtokorelacijske funkcije ter tudi od namena modeliranja (kratkoročno ali dolgoročno napovedovanje ter razumevanje narave procesa). Samo modeliranje poteka v treh fazah:

- Specifikacija modela;
- Izgradnja modela;
- Verifikacija modela.

Modeliranje se lahko začne z diferenciranjem časovne vrste. Potem izberemo tip modela med  $AR$ ,  $MA$ ,  $ARMA$  saj večina statističnih programskih paketov izgradi model samodejno, ob specifikaciji parametrov.

### 4.3.4 Analiza ostankov

Pri izgradnji modela nas najbolj zanima, ali je model ustrezen, ali model »dovolj dobro« opisuje podatke, ki jih modeliramo. Merilo za ustreznost modela je analiza **ostankov** (angl. *residuals*). Ostanek definira naslednja razlika:

$$\text{ostanek} = \text{opazovana\_vrednost} - \text{vrednost\_modela} \quad \text{Enačba (4.28)}$$

Vrednost modela je običajno napoved, ki jo model poda za en korak vnaprej, medtem ko je ostanek napaka te napovedi ali njeno odstopanje od »prave vrednosti«. Za model menimo, da je »dovolj dober«, ko so ostanki naključni in blizu 0. Ostanki tvorijo tudi časovno vrsto, ki jo lahko izrišemo in računamo njen korelogram [27]. Če smo z modelom zajeli »poglavitne« lastnosti časovne vrste, potem bodo ostanki normalno razporejeni, s povprečjem 0 in varianco  $1/N$ , za ustrezno dolgo časovno vrsto, ki je dolga  $N$  vzorcev.

Iz časovnega diagrama ostankov izvemo več podatkov (na primer, ali smo z modelom zajeli ciklične komponente, vidimo pa tudi izpade). Če dobro izberemo model, je korelogram ostankov podoben korelogramu slučajnega procesa, ki ga kaže Slika 4.2. Če modeliramo na primer  $AR(1)$  proces, z  $\alpha = 0,7$ , s 95% gotovostjo so meje zaupanja za  $r_1 \pm 1,3/\sqrt{N}$ , za  $r_2$  so  $\pm 1,7/\sqrt{N}$  ter za  $r_k, k > 2$  so  $\pm 2/\sqrt{N}$ . Za časovne zamike, večje od 2, so meje zaupanja enake mejam zaupanja v korelogramu ostankov.

Če modeliramo *ARMA* proces, je  $1/\sqrt{N}$  zgornja meja napake v korelogramu ostankov. Tako so tisti  $r_k$ -ji v korelogramu ostankov, ki ležijo izven  $\pm 2/N$ , s 95% gotovostjo signifikantno različni od 0. Prisotnost veliko takih potrjuje, da je izbrani model napačen [27]. Box in Jenkins [20] opisujeta ostanke prvih  $M$  vrednosti korelograma. Testna statistika  $Q$  je definirana z enačbo:

$$Q = N \sum_{k=1}^M r_k^2 \quad \text{Enačba (4.29)}$$

Pri tem je  $N$  število vzorcev v časovni vrsti,  $M$  pa je običajno izbran med 15 in 30. Če je model, s katerim modeliramo ustrezen, bo  $Q$  distribuirana kot  $\chi^2$ , z  $(M - p - q)$  prostostnimi stopnjami. V podpoglavju Avtokorelacija smo na strani 39 opisali alternativno statistiko (predlagata jo Box-Ljung), ki boljše ocenjuje avtokorelacijske koeficiente ostankov za manjše vzorce ( $N < 100$ ). Poleg te obstaja še Durbin-Watson oziroma  $d$  statistika [25].

Chatfield [27] priporoča uporabo strogih mej zaupanja  $\pm 2/\sqrt{N}$  ter popravljanje modela glede na korelogram ostankov. Žal pa v primeru, ko je le par prvih vrednosti korelograma ostankov značilno različnih kot 0, nimamo dovolj dokazov, da bi zavrnil model.

#### 4.4 Modeliranje v frekvenčni domeni

Poleg avtokorelacijske funkcije (podpoglavje Avtokorelacija, na strani 38) se, kot osnovno orodje za ocenjevanje lastnosti procesa v frekvenčni domeni, uporablja **funkcija spektralne gostote** ali **močnostni spekter**. Analiza lastnosti procesov v frekvenčnem prostoru se pogosto uporablja na področju elektrotehnike, geofizike in vremenoslovja.

##### 4.4.1 Porazdelitvena funkcija spektra

Recimo, da imamo časovno vrsto s periodično ali ciklično sinusno komponento z znano valovno dolžino. Model za tako časovno vrsto je:

$$X_t = R \cos(\omega t + \Theta) + Z_t \quad \text{Enačba (4.30)}$$



pri čemer so  $\omega$  je (kotna) **frekvenca**,  $R$  **amplituda**,  $\Theta$  **faza** (fazni zamik) in  $Z_t$  naključna stacionarna komponenta. Kot  $(\omega t + \Theta)$  merimo v radianih, kjer je  $\omega$  število radianov v časovni enoti in jo določeni avtorji imenujejo kotna frekvenca. Frekvenco pri modeliranju časovnih vrst večina avtorjev izraža s  $f = \omega / 2\pi$ , medtem ko valovno dolžino z  $1/f$  ali  $2\pi / \omega$ . Enostavni model, ki ga opisuje enačba (4.30) lahko posplošimo in dobimo:

$$X_t = \sum_{j=1}^k R_j \cos(\omega_j t + \Theta_j) + Z_t \quad \text{Enačba (4.31)}$$

Pri tem so  $R_j$  amplitude pri frekvencah  $\omega_j$ . Časovna vrsta, ki jo obravnavamo postane stacionarna, če so  $\{R_j\}$  nekorelirani med seboj ali če so faze  $\{\Theta_j\}$  naključne spremenljivke, enakomerno razporejene po intervalu  $(0, 2\pi)$ . Časovne vrste, ki imajo eno ali več sinusnih determinističnih komponent, lažje opišemo z modeli. Enačbo (4.31) lahko opišemo tudi z

$$X_t = \sum_{j=1}^k (a_j \cos(\omega_j t) + b_j \sin(\omega_j t)) + Z_t, \text{ toda število frekvenc, ki nastopajo v modelu je}$$

omejeno. Wiener [27] je pokazal, da lahko, če je število nastopajočih frekvenc neomejeno,  $k \rightarrow \infty$ , katerikoli diskreten stacionarni proces, ki ga opazujemo v ekvidistantnih točkah, izrazimo z enačbo:

$$X_t = \int_0^{\pi} \cos(\omega t) du(\omega) + \int_0^{\pi} \sin(\omega t) dv(\omega) \quad \text{Enačba (4.32)}$$

pri čemer sta  $u(\omega), v(\omega)$  neodvisna zvezna procesa, definirana za  $\omega$  v  $(1, \pi)$ . Enačba (4.32) predstavlja **spektralno predstavitev procesa**. Za zvezne procese je zgornja meja intervala neskončna. Zgornjo frekvenčno mejo  $\omega = \pi$  imenujemo **Nyquistovo frekvenco**. Za diskretne stacionarne procese, ki jih opazujemo v enakih intervalih  $\Delta t$  ali v ekvidistantnih točkah, je Nyquistova frekvenca  $\pi / \Delta t$  [120], [206].

Poglavitna lastnost spektralne predstavitve (Enačba (4.32)) je dejstvo, da so različne frekvence v  $(1, \pi)$  različno prisotne. V skladu z Wiener-Khintchine-ovim izrekom [27], obstaja funkcija, ki jo imenujemo **(močnostna<sup>50</sup>) porazdelitvena funkcija spektra**. Wiener-Khintchine-

---

<sup>50</sup> Pridevnik »močnostna« za spektralno distribucijsko funkcijo prihaja iz njene uporabe v elektrotehnik, ko gre električni tok skozi upor. Za sinusni vhod je moč signala neposredno povezana s kvadratom amplitude sinusa. Naploh pa je moč razporejena različno po različnih frekvencah.

ov izrek [148] pravi, da za vsak realen, stacionarni in stohastični proces, za avtokovariančno funkcijo  $\gamma(k)$  obstaja monotono-naraščajoča funkcija:

$$\gamma(k) = \int_0^{\pi} \cos(\omega k) dF(\omega) \quad \text{Enačba (4.33)}$$

Funkcija  $F(\omega)$  neposredno opiše delež variance v časovni vrsti zaradi prisotnosti frekvenc v rangi  $(0, \omega)$ . Negativne frekvence nimajo vpliva na varianco, medtem ko je največja možna varianca pri  $\pi$  oziroma  $F(\pi) = \text{Var}(X_t) = \sigma_X^2$ . Običajno se uporablja normalizirana oblika  $F(\omega)$ , ki jo poda enačba:

$$F^*(\omega) = F(\omega) / \sigma_X^2 \quad \text{Enačba (4.34)}$$

Enačba (4.34) opisuje deleže variance, ki pripadajo različnim frekvencam v rangi  $(0, \omega)$ .

#### 4.4.2 Funkcija spektralne gostote

**Funkcija spektralne gostote** ali (**močnostni**) **spekter** za naključne stacionarne procese je definiran z enačbo:

$$f(\omega) = \frac{dF(\omega)}{d\omega} \quad \text{Enačba (4.35)}$$

Avtokovariančna funkcija je podana z enačbo:

$$\gamma(k) = \int_0^{\pi} \cos(\omega k) f(\omega) d\omega$$

$$\gamma(0) = \sigma_X^2 = \int_0^{\pi} f(\omega) d\omega = F(\pi) \quad \text{Enačba (4.36)}$$

Fizikalna interpretacija spektra oziroma  $f(\omega)d\omega$  pojasnjuje, kako različne frekvence v rangi od  $(\omega, \omega + d\omega)$  doprinesejo k celotni varianci procesa. Vršički spektra potrjujejo večje deleže variance za ustrezne frekvence.

Avtokovariančna funkcija in močnostni spekter sta enakovredno orodje za opisovanje stacionarnih procesov, le da avtokovariančna funkcija opisuje lastnosti v časovnem, spekter pa v frekvenčnem prostoru. Obratna povezava med  $\gamma(k)$  in  $f(\omega)$  od tiste, ki jo poda enačba (4.36), je podana z inverzno Fourierovo transformacijo:

$$f(\omega) = \frac{1}{\pi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \gamma(k) e^{-i\omega k} \quad \text{Enačba (4.37)}$$

Spekter je Fouriereva transformacija avtokovariančne funkcije [146]. V literaturi je spekter pogosto podan s funkcijo  $f(\omega) = \frac{1}{\pi} \left[ \gamma(0) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \gamma(k) \cos(\omega k) \right]$ . Za realne časovne vrste funkcija spektra je  $f(\omega)$  soda funkcija in jo zato opazujemo le za  $\omega > 0$  [27].

Normalizirana oblika funkcije spektralne gostote ima obliko:

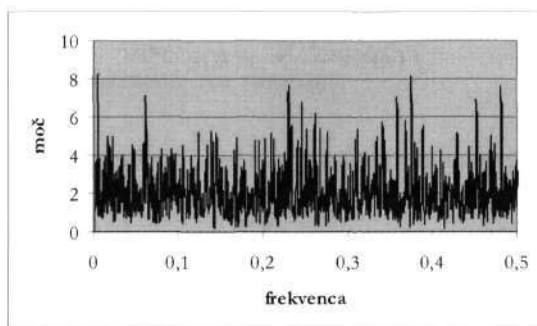
$$f^*(\omega) = f(\omega) / \sigma_X^2 = \frac{dF^*(\omega)}{d\omega} \quad \text{Enačba (4.38)}$$

Hkrati  $f^*(\omega)$  predstavlja Fourierovo transformacijo avtokorelacijske funkcije:

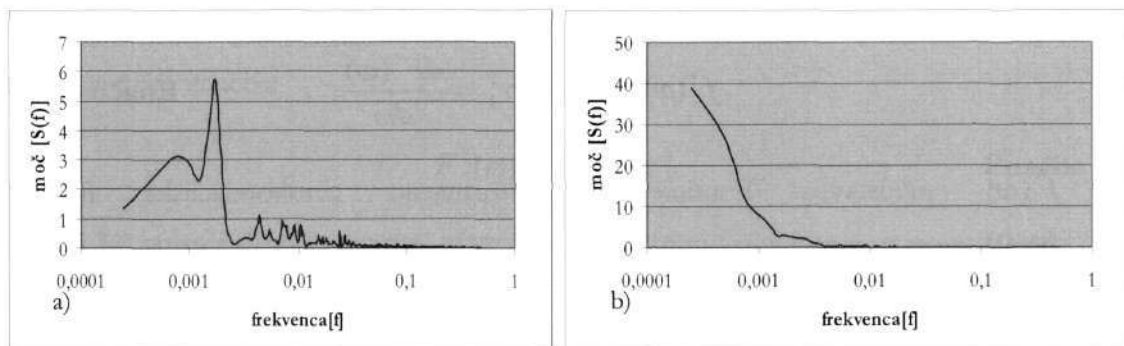
$$f^*(\omega) = \frac{1}{\pi} \left[ 1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \rho(k) \cos(\omega k) \right] \quad [146].$$

Znani modeli statističnih procesov imajo znane oblike spektrov. Slučajni proces, ki smo ga opisali v podpoglavju Slučajni proces - beli šum na strani 45, ima konstanten spekter v območju  $(0, \pi)$ , oblike  $f(\omega) = \sigma_Z^2 / \pi$ . V naravi ni mogoče najti procesa belega šuma, zato pa imajo njegove približne realizacije spekter, ki se obnaša podobno za vse frekvence (Slika 4.12). Oblika spektra procesa drsečega povprečja, ki smo ga opisali na strani 45, je odvisna od vrednosti parametra  $\beta$ . Če je proces prvega reda in je  $\beta > 0$ , spekter ima poudarjene nizke frekvence. Če je  $\beta < 0$ , spekter ima poudarjene višje frekvence. Če je avtoregresijski proces, ki smo ga v splošni obliki opisali na strani 46, prvega reda, potem ima njegov spekter obliko, odvisno od parametra  $\alpha$ . Če je  $\alpha > 0$ , potem je moč signala koncentrirana okoli nizkih frekvenc. Če je  $\alpha < 0$ , je moč signala koncentrirana okoli visokih frekvenc. Avtoregresijski procesi imajo spektre, ki imajo več vršičkov [27].

Najbolj podoben avtoregresijskemu modelu je signal fraktalnega Brownovega gibanja, ki smo ga opisali v poglavju SPLOŠNO O DOMENAH, v podpoglavju Fraktalna Brownova gibanja ali  $1/f$  šum, stran 27 (Slika 4.13). Fraktalna Brownova gibanja so dobila ime  $1/f$  šum, ker je oblika njihovega spektra  $S_v(f) = f^{-\alpha}$  in je eden izmed načinov za njihovo ustvarjanje spektralna sinteza. Za signal, ki ga opisuje Slika 3.10 na strani 30 je izbrana vrednost parametra  $\alpha = 1,25$ .



Slika 4.12: Močnostni spekter belega šuma.



Slika 4.13: Močnostna spektra dveh tipov fraktalnega Brownovega gibanja a) FBM1 in b) FBM2. Slika b) predstavlja spekter  $1/f$  šuma. Sliki sta v lin/log merilu.

### 4.4.3 Spektralna analiza

Spektralna analiza je metoda za ocenjevanje funkcije spektralne gostote ali spektra za različne časovne vrste. Osnovni namen spektralnih analiz je odkrivanje skritih periodičnih vzorcev, ki pripadajo različnim frekvencam.

Spektralna analiza predstavlja modifikacijo **Fouriereve analize** [27]. Stohastično časovno vrsto vidimo kot vsoto sinusnih in cosinusnih komponent, ki sestavljajo Fourierovo vrsto [146]. Fourierovo analizo izvajamo na diskretnih časovnih vrstah, tj. zanimajo nas predstavitve Fouriereve vrste v celoštevilčnih intervalih  $1, 2, \dots, N$ .

Pri ekvidistantnih meritvah, kot smo že povedali, je pomembno, da bo interval med dvema meritvama izbran na takšen način, da ni izgube splošnih lastnosti pri ocenjevanju spektra časovne vrste, ki jo ta meritev predstavlja na intervalu spektra  $(0, \pi)$ . Z določitvijo Nyquistove frekvence določimo najvišjo frekvenco, s katero dobimo časovne vrste, ne da bi izgubljali pomen zaradi vzorčenja. Če merimo v časovnih intervalih  $\Delta t$ , potem je Nyquistova kotna frekvenca  $\omega_N = \pi / \Delta t$ . Ekvivalentna frekvenca izražena v ciklih (Slika 4.15, Slika 4.20, Slika 4.21) na enoto čas je  $f_N = \omega_N / 2\pi = 1 / 2\Delta t$ .

## 4.4.3.1 Analiza periodograma

Z željo, da bi odkrili periodične vzorce obnašanja v časovni vrsti, si ogledamo njene vrednosti pri določenih frekvencah, kot so  $2\pi/N, 4\pi/N, \dots, \pi$ . Poljubno točko v časovni vrsti lahko razvijemo v končno Fourierjevo vrsto:

$$x_t = a_0 + \sum_{p=1}^{(N/2)-1} [a_p \cos(2\pi pt) + b_p \sin(2\pi pt)] + a_{N/2} \cos(\pi t) \quad \text{Enačba (4.39)}$$

$$t = 1, \dots, N$$

Pri tem so koeficienti  $\{a_p, b_p\}$  pred sinusnimi in cosinusnimi členi ali koeficienti Fourierjeve časovne vrste. Analizo samo imenujemo analizo harmonikov.  $\{a_p, b_p\}$  so definirani:

$$a_0 = \bar{x}$$

$$a_{N/2} = \sum (-1)^t x_t \quad \text{Enačba (4.40)}$$

$$a_p = 2 \left[ \sum x_t \cos(2\pi pt / N) \right] / N$$

$$b_p = 2 \left[ \sum x_t \sin(2\pi pt / N) \right] / N \quad \left. \vphantom{\begin{matrix} a_p \\ b_p \end{matrix}} \right\} p = 1, \dots, (N/2) - 1$$

S Fourierjevo analizo variabilnost časovne vrste razstavimo na komponente pri določenih cikličnih frekvencah, kot so  $2\pi/N, 4\pi/N, \dots, \pi$ . Komponenta pri frekvenci  $\omega_p = 2\pi p / N$  je  $p$ -ta harmonična komponenta, ki ima tudi obliko:

$$a_p \cos(\omega_p t) + b_p \sin(\omega_p t) = R_p \cos(\omega_p t + \phi_p)$$

$$R_p = \sqrt{a_p^2 + b_p^2}; \quad \text{Enačba (4.41)}$$

$$\phi_p = \arctan(-b_p / a_p)$$

pri čemer je  $R_p$  amplituda in  $\phi_p$  faza  $p$ -te harmonične komponente. Iz Enačbe (4.41) lahko izpeljemo znani **Parsevalov izrek** [27], [148], ki opiše deleže, ki jih k celotni varianci doprinesejo harmonične komponente:

$$\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 / N = \sum_{p=1}^{(N/2)-1} R_p^2 / 2 + N a_{N/2}^2 \quad \text{Enačba (4.42)}$$

Če izrišemo  $R_p^2 / 2$  v odvisnosti od frekvenc, dobimo **periodogram**<sup>51</sup> [25], [188].

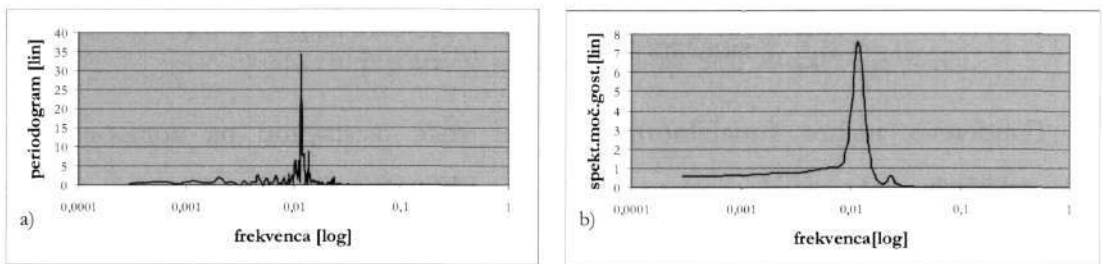
Periodogram  $I(\omega)$  je neposredno povezan z avtokovariančnim koeficientom  $c_k$ , in sicer tako, da

<sup>51</sup> Določeni avtorji imenujejo periodogram »vzorčni spekter« [17] ali spektrogram.

periodogram predstavlja diskretno Fourierovo transformacijo  $\{c_k\}$ , kot kaže naslednja enačba [25]:

$$I(\omega_p) = \left( c_0 + 2 \sum_{k=1}^{N-1} c_k \cos(\omega_p k) \right) / \pi = \sum_{k=-(N-1)}^{N-1} c_k e^{\frac{-i\omega_p k}{\pi}} \quad \text{Enačba (4.43)}$$

$c_k$  so ocene avtokovariance, medtem ko je  $I(\omega_p)$  ocena močnostnega spektra. Periodogram  $I(\omega_p)$  je pionirsko orodje za ocenjevanje močnostnega spektra, žal pa ni konsistentno [25]. Za procese, ki imajo zvezen spekter, ga je potrebno modificirati. Slika 4.14 kaže periodogram in oceno močnostnega spektra spremenljivke  $\xi$  Lorenzevega sistema, ki smo ga opisali v poglavju SPLOŠNO O DOMENAH, na strani 26. Vidimo, da z uporabo cenilke funkcije spektralne gostote ter z uporabo Hammingovega okna<sup>52</sup> dobimo zglajene vrednosti spektra, iz katerega je razvidna prisotnost harmonične komponente pri frekvenci približno  $f_0 = 0,016$  ciklov na časovno enoto, oziroma s periodo  $T_0 = 1/f_0 = 86,2$  časovnih enot.



Slika 4.14: a) Periodogram in b) močnostni spekter za Lorenzev sistem (spremenljivka  $\xi$ ) v lin-log merilu. Ocenjeni močnostni spekter (b) smo dobili s pomočjo Hammingovega okna dolžine 19.

#### 4.4.3.2 Ocenjevanje močnostnega spektra

Obstaja več metod za konsistentno ocenjevanje močnostnega spektra. Metode, ki jih bomo opisali v tekočem podpoglavju, temeljijo na analizi **periodograma** in njegovemu **glajenju** [27], [188]. Še preden se lotimo spektralne analize, je potrebno s časovne vrste odstraniti trend (opisali smo ga v Trend v časovnih vrstah enosmerne napetosti na strani 36) in sezonske spremembe (opisali smo jih v Sezonski učinki v časovnih vrstah enosmerne napetosti na strani 37). V nasprotnem primeru bi trend povzročil močno špico pri ničti frekvenci, oziroma bi sezonske spremembe povzročile močne špice pri večkratnikih frekvenc ustreznega obdobja, ki jih imenujemo harmoniki.

<sup>52</sup> Opisi cenilke funkcije močnostne gostote in različnih tipov oken so v naslednjem podpoglavju.

V tekočem poglavju se ukvarjamo z ocenjevanjem spektra, ki temelji na Fourierjevi analizi odsekane in obtežene kovariančne funkcije. Cenilka, ki omogoča obteženo vlogo  $c_k$  je podana z naslednjo enačbo:

$$\hat{f}(\omega) = \frac{1}{\pi} \left\{ \lambda_0 c_0 + 2 \sum_{k=1}^M \lambda_k c_k \cos(\omega k) \right\} \quad \text{Enačba (4.44)}$$

Pri tem je  $\{\lambda_k\}$  vektor uteži, ki opiše okno dolžine  $M$ . V strokovni literaturi so najbolj znana Daniellovo, Tukeyjevo, Parzenovo, Bartlettovo in Hammingovo okno [27], [188]:

- **Daniellovo okno** predstavlja transformacijo obteženega drsečega povprečja z enakimi utežmi, kjer je vsaka vrednost spektra izračunana kot povprečje  $M/2$  predhodnih in prihodnjih vrednosti.

- **Tukeyevo** (Tukey-Hanningovo ali Blackman-Tukeyjevo) **okno** je definirano z utežmi:

$$\lambda_k = \frac{1}{2} \left( 1 + \cos\left(\frac{\pi}{M} k\right) \right), k = 0, 1, \dots, M \quad \text{Enačba (4.45)}$$

- **Parzenovo okno** je definirano z utežmi:

$$\lambda_k = \begin{cases} 1 - 6\left(\frac{k}{M}\right)^2 + 6\left(\frac{k}{M}\right)^3 & 0 \leq k \leq M/2 \\ 2(1 - k/M)^3 & M/2 \leq k \leq M \end{cases} \quad \text{Enačba (4.46)}$$

- **Bartlettovo okno** je definirano z utežmi:

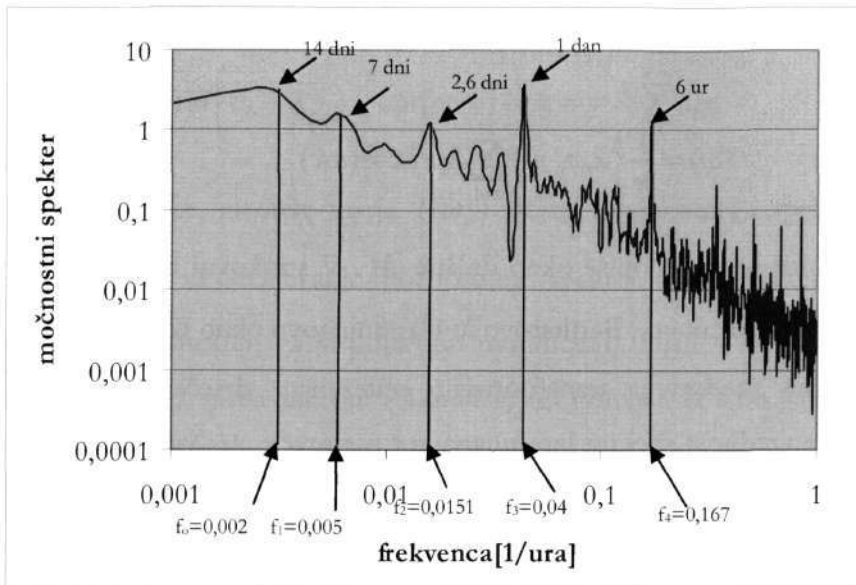
$$\lambda_k = 1 - k/M, k = 0, 1, \dots, M \quad \text{Enačba (4.47)}$$

- **Hammingovo** (Tukey-Hammingovo) **okno** je definirano z utežmi:

$$\lambda_k = \begin{cases} 0,54 + 0,46 \cos(2\pi k / (M - 1)); & 0 \leq k \leq (M - 1) / 2 \\ -\lambda_k & -(M - 1) / 2 \leq k < 0 \end{cases} \quad \text{Enačba (4.48)}$$

Parzenovo in Tukeyevo okno vrmeta podobne rezultate, medtem ko se Bartlettovo okno uporablja bolj poredko. Hammingovo okno, enako kot ostala okna, gladi spekter le tako, da dá večjo težo utežem v centru okna. Zelo pomembna je izbira dolžine okna  $M$ , ki močno vpliva na glajenje spektra.

## 4.4.3.3 Spektralna analiza časovnih vrst napetosti

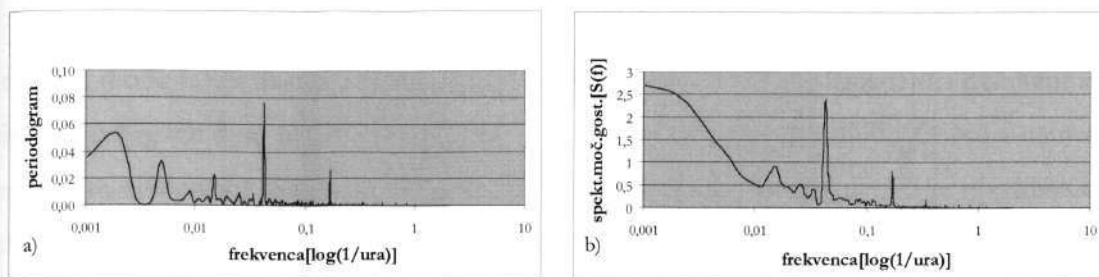


Slika 4.15: Močnostni spekter napetosti diode LTZ1000. Slika je v log/log merilu.

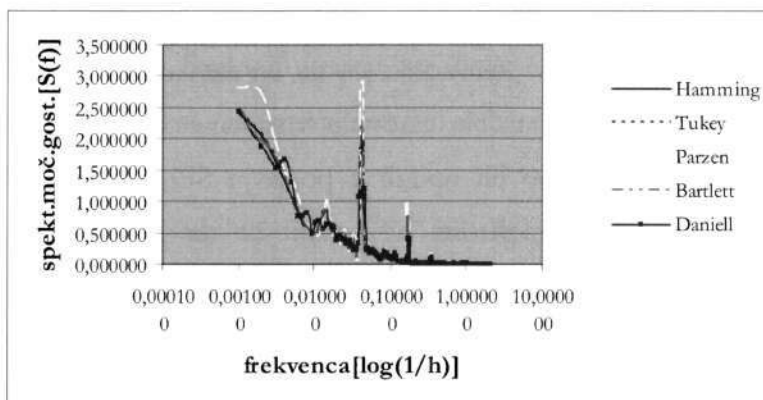
V [129] smo izvedli izčrpno statistično analizo lastnosti časovnih vrst napetosti na primeru LTZ1000. Ugotovili smo, da so stacionarne, ergodične in da imajo njihove vrednosti normalno (Gaussovo) porazdelitev. Avtokorelacijska funkcija (Slika 4.4) in močnostni spekter sta potrdila prisotnost periodičnih komponent: več kot dvo-tedenske, skoraj-tedenske, pol-tedenske, dnevne in šesturne frekvence (Slika 4.15). Slika 4.15 predstavlja ocenjeni močnostni spekter, dobljen z uporabo Hammingovega okna (enačba (4.48)) dolžine 5. Izrisali smo jo v logaritmskem merilu zato, da bi si poudarjeno ogledali harmonične komponente, katerih nosilne frekvence se nanašajo na teden, dan, par ur. To so periode, ki kažejo verjetno ciklične spremembe v obremenitvi napajalnega omrežja ali v vlažnosti, temperaturi okolja, kljub uporabi temperaturne komore.

Da bi dobili čim bolj realno sliko močnostnega spektra, smo primerjali lastnosti periodograma ter ocenjenega močnostnega spektra s pomočjo Hammingovega okna dolžine 11 (Slika 4.16). Opažamo, da ocenjeni močnostni spekter jasneje kaže ponavljajoče se dogodke, ki vplivajo na spreminjanje napetosti. Vplive različno izbranih tipov oken na močnostni spekter časovnih vrst, ki jih ustvarjajo napetostni elementi tipa LTZ1000 ponazarja Slika 4.17. Opažamo, da različni tipi oken dajo med seboj primerljive rezultate, razen Parzenovega okna (enačba (4.46)), ki ga v strokovni literaturi [27] izpostavljajo kot najbolj kakovostnega.

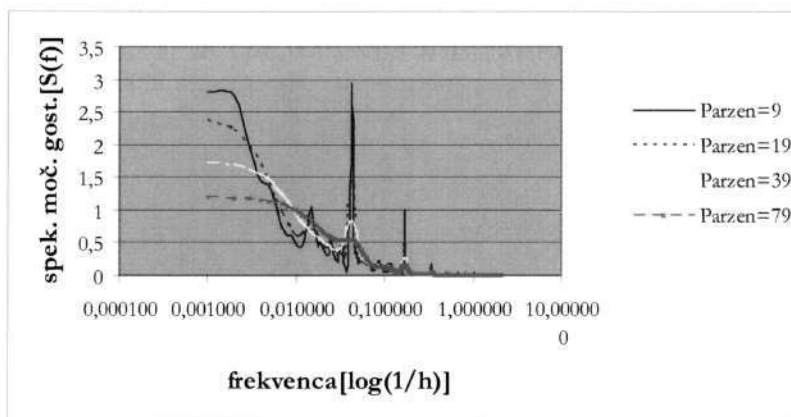




Slika 4.16: a) Periodogram in b) ocenjeni močnostni spekter časovne vrste, ki jo ustvarja LTZ1000, Ref A. Sliki sta v lin-log merilu.



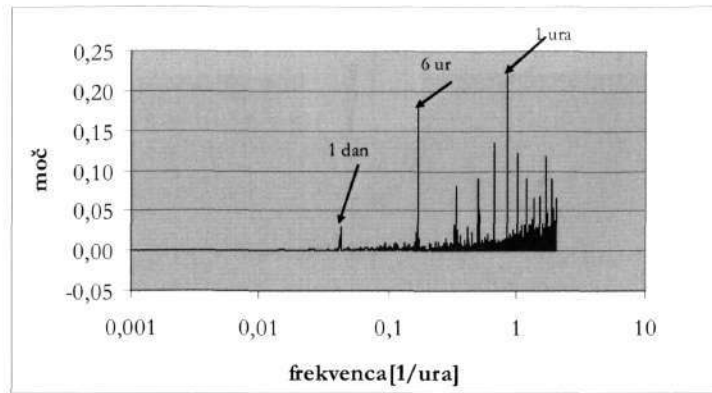
Slika 4.17: Vpliv različnih tipov oken dolžine 9 na ocenjeni močnostni spekter časovne vrste, ki jo ustvarja LTZ1000, Ref A. Slika je v lin-log merilu.



Slika 4.18: Vpliv dolžine Parzenovega okna na ocenjeni močnostni spekter časovne vrste, ki jo ustvarja LTZ1000, Ref A. Slika je v lin-log merilu.

Slika 4.18 kaže kako različne dolžine okna vplivajo na obliko ocenjenega močnostnega spektra. Glede na cilj naše nadaljnje obravnave, kratkoročno modeliranje, opazamo, da je za signale enosmerne napetosti mogoče bolj primerno okno dolžine 9, ki pokaže vpliv dnevni in nekaj-urnih komponent. Okno dolžine 79 je predolgo, saj zgladi vpliv tedenskih komponent.

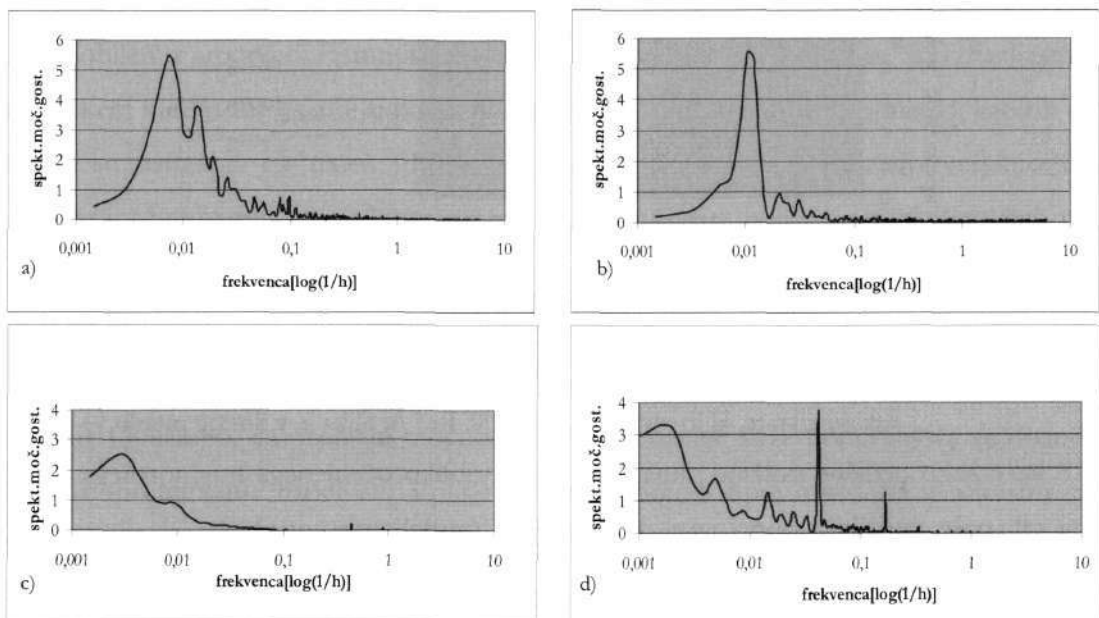
Ocenili smo močnostni spekter diferencirane časovne vrste napetosti LTZ1000 z uporabo Parzenovega okna dolžine 9. Opazamo, da se kljub odštevanju ohranijo špice pri dnevni, 6-urni in 1-urni frekvenci, ki so pomembne fluktuacije tudi v močnostnem spektru nediferenciranega signala.



Slika 4.19: Močnostni spekter diferencirane časovne vrste napetosti napetostnega elementa LTZ1000, Ref A. Slika je v lin/log merilu.

Izvedli smo tudi spektralno analizo časovnih vrst napetosti, ki jih ustvarjajo cenene Zenerjeve diode tipa LM329, ki smo jih opisali v poglavju SPLOŠNO O DOMENAH, v podpoglavju Domena enosmerne napetosti na strani 22 ter v poglavju ENOSMERNI NAPETOSTNI VIR – DCNRV v podpoglavju Zenerjeva dioda LM329 na strani 157.

Primerjali smo ocenjene spektre časovnih vrst, ki jih ustvarjajo posamezne Zenerjeve diode. Med desetimi kandidati smo izbrali časovno vrsto ZEN6 (najbolj stabilno diodo), časovno vrsto ZEN3 (diodo z največjo standardno deviacijo) in časovno vrsto ZEN1 (diodo s povprečnimi lastnostmi), kot kaže Tabela 6.1 na strani 159. Spektre omenjenih časovnih vrst smo primerjali med seboj ter s spektrom časovne vrste LTZ1000, Ref A.



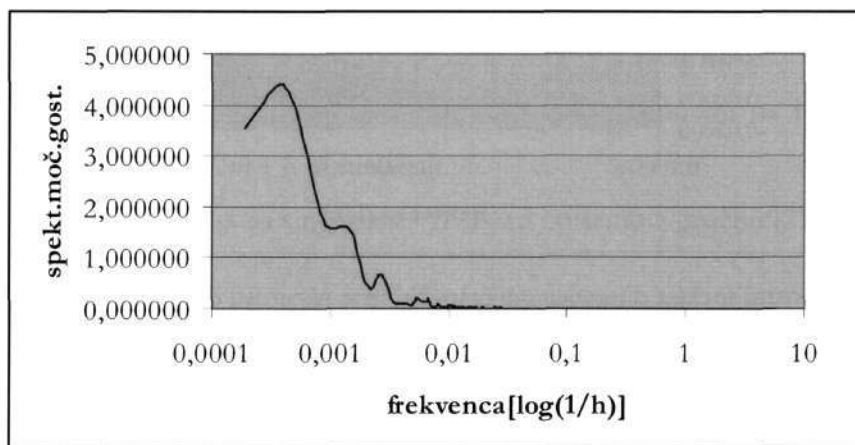
Slika 4.20: Ocenjeni močnostni spektri časovnih vrst LM329 in LTZ1000:

- a) ZEN1 je Zenerjeva dioda s povprečnim standardnim odklonom;
- b) ZEN3 je Zenerjeva dioda z največjim standardnim odklonom (najslabša);
- c) ZEN6 je Zenerjeva dioda z najmanjšim standardnim odklonom (najboljša);
- d) ocenjen spekter diode LZT1000, Ref A.

Ocenjeni spektri so v lin-log merilu. Močnostne spektre smo ocenili z uporabo Parzenovega okna dolžine 9.

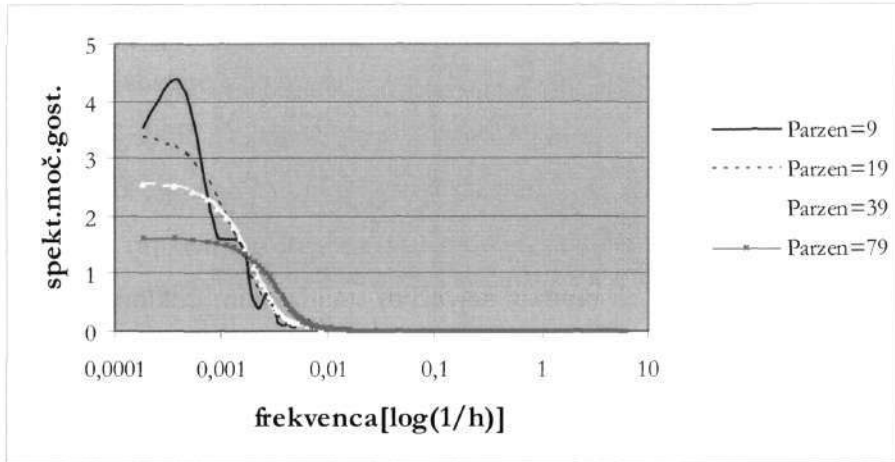
Primerjava med spektri časovnih vrst (Slika 4.20), ki jih ustvarjajo različni viri napetosti (Zenerjeve diode L329 in ultrastabilna dioda LTZ1000) kaže, da so pripadajoči ocenjeni spektri različnih Zenerjevih diod različni med seboj. Časovna vrsta Zenerjeve diode ZEN6 z najmanjšim standardnim odklonom (Slika 3.6 a) na strani 26) ima trendno obnašanje, ki je razvidno tudi iz ocenjenega spektra, saj na Slika 4.20 c) vidimo, da dominira špica pri nizkih frekvencah. Najslabša Zenerjeva dioda ZEN3 ali dioda z največjim standardnim odklonom (Slika 3.6 b) na strani 26) ima spekter, primerljiv s povprečno diodo ZEN1 (Slika 4.20 a) in b)). Ocenjena spektra obeh diod imata špico pri nosilni frekvenci 0,01, oziroma imata dinamično obnašanje s približno periodo tremi do štirimi dnevi. Spekter ultrastabilne diode LTZ1000, Ref A, ima različno obliko od spektrov diod LM329, saj kaže tedensko, izrazito dnevno in par-urno špico, ki jih v spektrih LM329 ne zasledimo.

Ocenjeni spekter ultrastabilne diode LTZ1000 Ref A smo primerjali tudi z ocenjenim spektrom časovne vrste, ki jo ustvarja zaporedna vezava štirih najboljših Zenerjevih diod (Slika 4.21). Pri spektru zaporedne vezave štirih najboljših diod je dominantna špica pri nizkih frekvencah zaradi prisotnega trenda v časovni vrsti (Slika 3.7 na strani 26). Presenetljivo je, da sta si spektra podobna po obliki, če zanemarimo špic dnevnih in par-urnih komponent pri LTZ1000.



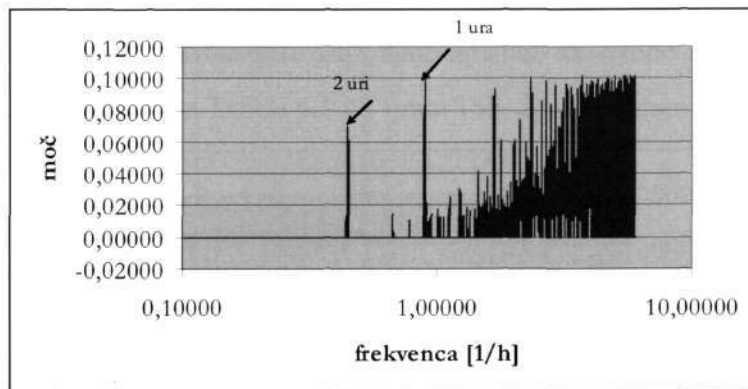
Slika 4.21: Ocenjeni spekter zaporedja štirih najboljših Zenerjevih diod tipa LM329 v lin-log merilu. Cenilka spektra uporablja Parzenovo okno dolžine 9.

Primerjali smo vpliv dolžine okna na obliko ocenjenega močnostnega spektra zaporedja štirih diod. Ugotovili smo, da podobno kot v primeru ocenjenega spektra za LTZ1000 (Slika 4.22) okno dolžine 79 preveč zgladi spekter. Pri večji dolžini okna je vidno trendno obnašanje časovne vrste.



Slika 4.22: Vpliv dolžine Parzenovega okna na ocenjeni močnostni spekter časovne vrste, ki jo ustvarja zaporedna vezava štirih diod tipa LM329. Slika je v lin-log merilu.

Z uporabo Parzenovega okna dolžine 9 smo ocenili močnostni spekter diferencirane časovne vrste ZEN6. Iz Slika 4.23 je razvidno, da ni omejen, kar pomeni, da je diferencirana vrsta šumna. Kljub temu opazamo prisotnost nekaterih značilnih špic, ki odražajo pomembne fluktuacije v diferencirani vrsti. Takšna je urna fluktuacija pri časovni vrstah LM329.



Slika 4.23: Močnostni spekter diferencirane časovne vrste napetosti diode tipa LM329, ZEN6. Slika je v log/lin merilu.

#### 4.5 Testi za razlikovanje dinamike od šuma

Z namenom, da bi še potrdili predpostavko, da modeliramo determinističen dinamičen sistem, kot vir spreminjanja napetosti na izhodu NRE, smo v [129], [130], [131] izvedli izčrpne teste za razlikovanje dinamike od šuma [16], [149] s ciljem, da bi se prepričali, da v časovnih vrstah izmerjene enosmerne napetosti prevladuje determinizem nad šumom.

Analiza nelinearnosti temelji na vlaganju časovne vrste napetosti v nek prostor, kjer so nekatere lastnosti bolj vidne (na primer v frekvenčnem prostoru) ter na opazovanju lastnosti, ki jih dobimo z izvajanjem testov za razlikovanje nelinearne dinamike od šuma.

Predpostavljamo, da je spreminjanje napetosti možno opisati z determinističnim tokom, ki ga lahko poda sistem sklopljenih nelinearnih diferencialnih enačb:

$$\dot{\mathbf{y}} = F(\mathbf{y}) \quad \text{Enačba (4.49)}$$

kjer vektorsko polje  $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_n)$  predstavlja stanje sistema, ki ga lahko ponazorimo kot točko v ustrezno definiranim prostoru  $S$ .  $F = (f_1, f_2, \dots, f_n)$  so neznane funkcije, ki so v splošnem nelinearni operatorji, ki delujejo na točkah transformiranega prostora predstavitve. Ta prostor imenujemo fazni prostor [86], [202]. Dimenzionalnost tega prostora se *a priori* nanaša na število prostostnih stopenj v sistemu. Ocenjujemo jo z metodo razkroja na singularne vrednosti (angl. *singular value decomposition, SVD*).

#### 4.5.1 Razkroj sistema na singularne vrednosti

Časovno vrsto vlagamo v prostor, ki je visoko ali  $n$ -dimenzionalen in tvorimo njeno trajektorijo. Vlagamo jo v skladu s **Takensovim izrekom** [21], ki zagotavlja rekonstrukcijo dinamike sistema. Če je sistem  $m$ -dimenzionalen ( $m$  v splošnem ne poznamo), potem pa bo možno njegovo dinamiko rekonstruirati v  $n \geq 2m + 1$  dimenzijah.

Metodo razkroja sistema na singularne vrednosti opišemo z enačbo [21], [147] :

$$\mathbf{Y} = \mathbf{S}\mathbf{\Sigma}\mathbf{C}^T \quad \text{Enačba (4.50)}$$

$\mathbf{Y}$  je matrika dimenzije  $N \times n$ , pri čemer je število vrstic dosti večje od števila stolpcev  $N \gg n$ .  $\mathbf{S}$  je matrika dimenzije  $N \times n$ , sestavljena iz ortogonalnih stolpcev. Matrika  $\mathbf{C}$ , dimenzije  $n \times n$ , ima za stolpce  $\{c_i\}$  ortonormirano bazo prostora vlaganja.  $\mathbf{S}$  in  $\mathbf{C}$  vsebujeta lastne vektorje matrike  $\mathbf{Y}$ , diagonalna matrika  $\mathbf{\Sigma}$  pa lastne vrednosti, singularne vrednosti, ki so  $\sigma_i \geq 0$ .

Iz časovne vrste jemljemo po  $n$  elementov, ki so za  $J$  mest razmaknjeni med seboj. Tako zgradimo zaporedje vektorjev, ki pripadajo prostoru vlaganja. Vektorji  $\mathbf{y}_i$  tvorijo trajektorijo:

$$\mathbf{y}_i = [v_i, v_{i+\tau}, \dots, v_{i+(n-1)\tau}] \quad \text{Enačba (4.51)}$$

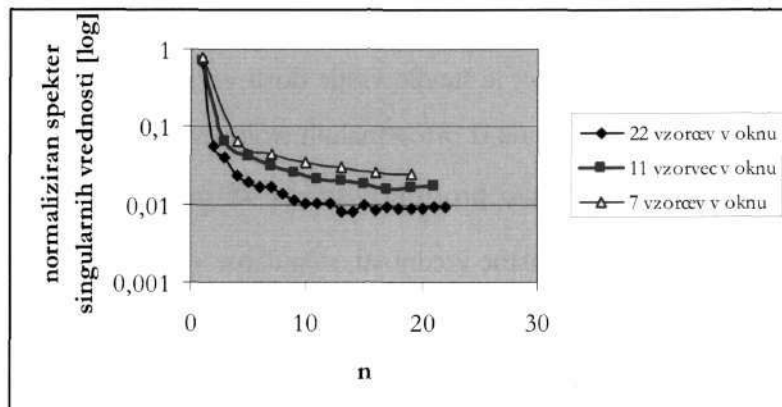
Za analizo singularnosti je potrebna linearna neodvisnost med vzorci, vektorji, ki jo eksperimentalno zagotovimo z izbiro časa okna  $\tau_\omega$ :

- $\tau_s$  predstavlja čas vzorčenja;
- $\tau = J\tau_s$  je čas zakasnitve, ki mora biti tako velik, da omogoči statistično neodvisnost med vzorci [21];
- $\tau_\omega = n\tau$  je čas okna.

Časovna vrsta napetosti LZT1000 ima omejen frekvenčni spekter z mejo  $0,18/[h]$  (Slika 4.15 na strani 60). Zato smo pri SVD analizi za dolžino okna opazovanja  $\tau_\omega$  vzeli vrednost  $5,5 [h]$ . Pri časovni vrsti napetosti, tako kot pri vseh eksperimentalnih časovnih vrstah, ne poznamo *a priori* velikosti podprostora  $m$ , kjer se razvija dinamika, čeprav vemo, da je  $\tau_\omega \geq (2m+1)\tau$  dovolj velik. Pri frekvenci vzorčenja 4 vzorce/uro znotraj  $\tau_\omega = 5,5 [h]$  zajamemo največ 22 vzorcev. Glede na to, da je vzorčna frekvenca fiksna, vzamemo za  $\tau$  samo večkratnike  $0,25 [h]$ . Pri podani velikosti  $\tau_\omega = 5,5 [h]$  smo testirali vpliv spreminjanja števila vzorcev  $n$  na hitrost upadanja spektra singularnih vrednosti. Pri fiksni velikosti  $\tau_\omega = n\tau_s$  lahko za parametra število vzorcev in razmik med vzorci vzamemo naslednje vrednosti:

Št. vzorcev v oknu $n$	Razmik med vzorci $\tau$ v $[h]$
22	0,25
11	0,5
7	0,75

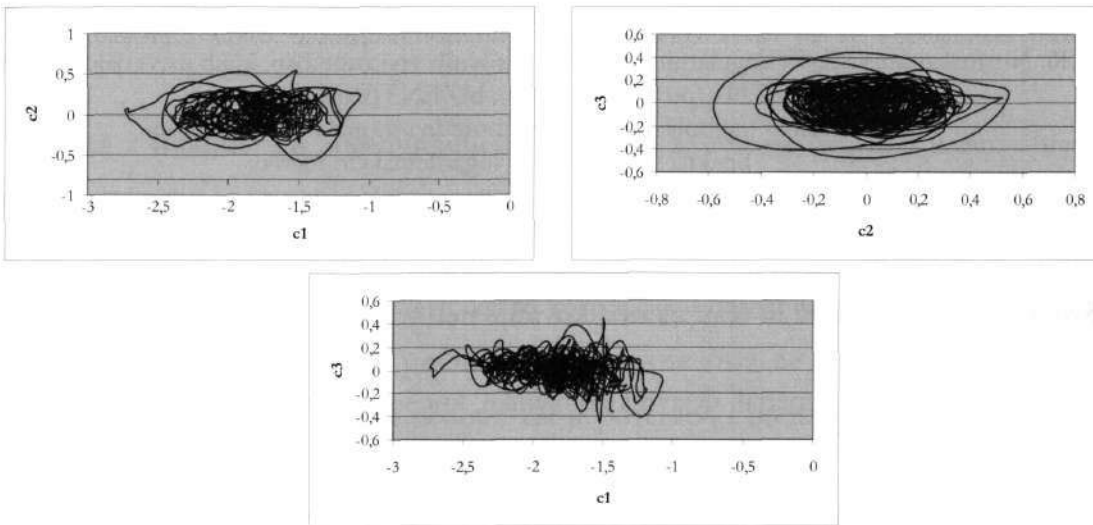
Tabela 4.1: Število vzorcev v oknu  $\tau_\omega = 5,5 [h]$ .



Slika 4.24: Normalizirani spektri singularnih vrednosti časovnih vrst napetost LTZ1000, ki smo jih dobili s SVD dekompozicijo. V oknu  $\tau_\omega = 5,5 [h]$  smo za  $\tau_s$  vzeli večkratnike vzorčne periode oziroma 0,25, 0,5, 0,75, s tem pa dolžine oken 22, 11, 7.

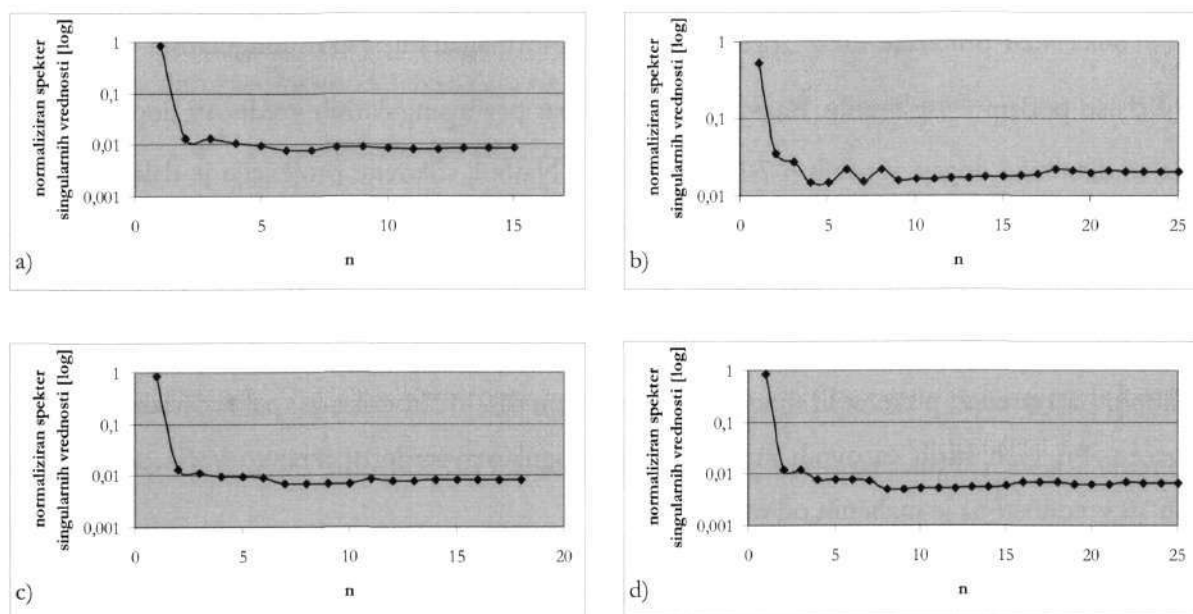
Slika 4.24 prikazuje efekt spreminjanja  $\tau_s$ . Normalizirani spektri singularnih vrednosti  $\sigma_i / \sum \sigma_i$  so podani v log merilu. Razvidno je, da je par prvih singularnih vrednosti dominantnih in da se dinamika dogaja v prvih 6-7-ih dimenzijah. Najbolj slikovite projekcije je dala uporaba okna z devetimi vzorci pri  $\tau_s = 0,75 [h]$ , ki jih prikazuje Slika 4.25.

Slika 4.26 prikazuje normalizirane spektre časovnih vrst LM329 diod. Normalizirani spektri singularnih vrednosti imajo med seboj podobno obliko za »boljše«, »povprečne« diode ter za skupino zaporedno povezanih diod (Slika 4.26 a), c), d)), medtem ko je spekter »slabše« diode drugačen. Pri vseh štirih časovnih vrstah je prva singularna vrednost izrazito večja od ostalih, prvih 10 vrednosti pa je različnih od ostalih.



Slika 4.25: Projekcije trajektorije časovne vrste LTZ1000 na med seboj ortogonalnih ravninah, razpetih med singularnimi vektorji  $\{c_i\}$ .  $i$ -to točko na  $(c_j, c_k)$  ravnini dobimo s projekcijo

$$(c_j^T x_i, c_k^T x_i). \text{ Fazni prostor je devet dimenzionalen in } \tau_s = 0,75 [h].$$



Slika 4.26: Normalizirani spektri singularnih vrednosti časovnih vrst napetosti, ki jih ustvarjajo LM329.  
 a) ZEN1 (povprečna dioda); b) ZEN3 (najslabša dioda);  
 c) ZEN6 (najboljša dioda); d) zaporedna skupina 4-ih najboljših.  
 Spektri so prikazani v logaritemskem merilu.

#### 4.5.2 Korelacijska dimenzija in testi za razlikovanje nelinearne dinamike od šuma

V [129], [130], [131] smo primerjali dejavnike dinamike, kot so korelacijska dimenzija [74], [199] in Lyapunovi eksponenti [86], ter izvedli naslednje teste za razlikovanje nelinearne dinamike od šuma: **diferenciacija signala, naključno spreminjanje faze, časovno-prostorsko ločevanje, neodvisne realizacije, strukturna funkcija.**

Osnovni namen testov je bil iskanje podobnosti pri vizualizaciji določenih lastnosti časovnih vrst, kot so Lorenzev sistem in fraktalna Brownova gibanja na eni strani ter časovne vrste napetosti na drugi strani.

Fazni portreti so grafi, ki opisujejo razvoj sistema [202], trajektorija pa je ustaljeni del razvoja sistema. Trajektorije so krivulje, ki zapolnijo fazni prostor in imajo fraktalno strukturo. To pomeni, da je struktura množice točk, ki leži na krivulji, neobčutljiva na spreminjanje merila. Lastnosti atraktorjev vrednotimo z njihovimi dimenzijami. V splošnem fraktalna (Hausdorffova) dimenzija, ki ponavadi ni celo število, pomeni merilo, koliko je množica točk zapolnila prostor in je strogo manjša od topološke dimenzije mnogoterosti, kjer je le-ta vložena. Če bi vedeli, da atraktor zagotovo obstaja, bi lahko dinamične lastnosti sistema, ki mu le-ta pripada, vrednotili z dimenzijami atraktorja. Žal pa zagotovi o obstoju atraktorja za eksperimentalne časovne vrste ni [16]. V [131] smo se ukvarjali z lastnostmi fazne slike sistema ob predpostavki, da atraktor



obstaja, saj so časovne vrste, ki kažejo določeno tendenco razširjanja v neraziskanih delih faznega prostora in/ali vrste, ki imajo v omenjenih področjih faznega prostora bližnje povratke, kandidati za raziskovanje kompleksnih nelinearnih sistemov (Slika 4.25).

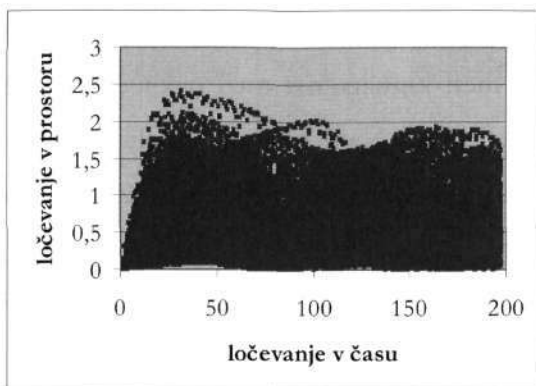
Korelacijska dimenzija meri koreliranost med naključnima točkama na atraktorju [74]. Opisana je s korelacijskim integralom. Njen izračun temelji na štetju točk atraktorja, katerih medsebojna razdalja je manjša od določene vrednosti. Za časovne vrste napetosti smo korelacijsko dimenzijo ocenili na vrednosti med 4 in 5,3 [129], [130], [131]. Zanimalo nas je, če ocenjena korelacijska dimenzija odraža globalno geometrijo ali lokalno fraktalno strukturo. S testi smo hoteli potrditi značilnost korelacijske analize na merjenih signalih.

**Test z odvajanjem, diferenciranjem** časovne vrste je potrdil, da je časovna vrsta napetosti šumna, saj se je vrednost korelacijskega integrala ustalila pri višji vrednosti kot za originalno časovno vrsto. Za diferencirano FBM časovno vrsto pa se korelacijski integral ni ustavil.

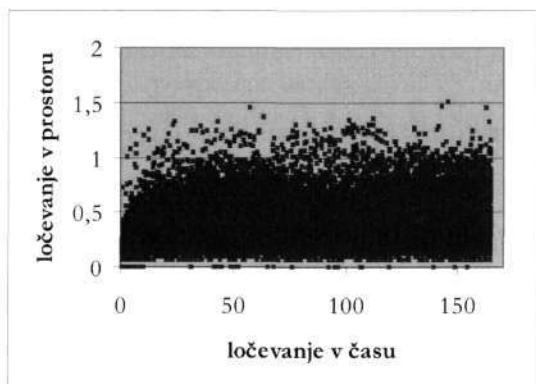
**Test z naključnim spreminjanjem faze** smo izvedli na naslednji način: obravnavali smo časovno vrsto, ki ima popolnoma enak močnostni spekter kot opazovani signal, le da so fazni koti poljubno izbrani. Tako dobljeno časovno vrsto v strokovni literaturi [95], [149] imenujejo nadomestna vrsta. V primeru, ko se korelacijska dimenzija nadomestne časovne vrste značilno ne razlikuje od dimenzije prvotne vrste, časovna vrsta ne izraža dinamike. Naključno spreminjanje faze poruši podvajanje periode, kar je povezano s prehodno in multifraktalno [149] naravo procesa, pa tudi linearizira časovno vrsto. Če se korelacijski dimenziji po naključnem spreminjanju faze ne razlikujeta, je to močan indikator, da v opazovanem signalu prevladuje šum. V nasprotnem primeru, ko je signal izhod dinamičnega sistema, naključno spreminjanje faze uniči konvergenco korelacijske dimenzije. Dodatno smo testirali napovedljivost obeh časovnih vrst z uporabo usmerjenih nevronske mreže, konkretnije večnivojskega preceptrona (VP). Za dolžino vhodnega vektorja po Takensovem izreku [202] smo uporabili dimenzijo vlaganja atraktorja v fazni prostor. VP se je za časovno vrsto napetosti naučil napovedovati manjšo napako kot za nadomestni signal. Dejstvo, da je napaka napovedovanja napetosti bistveno manjša od napake nadomestne vrste pomeni, da lahko zavržemo ničelno hipotezo, da je časovna vrsta napetosti šum.

**Test za časovno-prostorsko ločevanje** temelji na obravnavanju delov podatkov v faznem prostoru s ciljem, da bi poiskali način obnašanja časovne vrste, ki je rezultat dinamične korelacije. Za ta namen preoblikujemo podatke, da bi poiskali dinamične korelacije. Vsak par točk, ki leži na fazni sliki časovne vrste, je med seboj v faznem prostoru prostorsko oddaljen za  $r$ , časovno pa je oddaljen za  $\Delta t$ . Najprej smo izrisali diagrama raztresenosti točk (Slika 4.27,

Slika 4.28), ki kažeta odvisnost prostorske razdalje točk na fazni sliki od časovne razdalje. Za daljše časovne vrste je težko interpretirati diagrame raztresenosti.



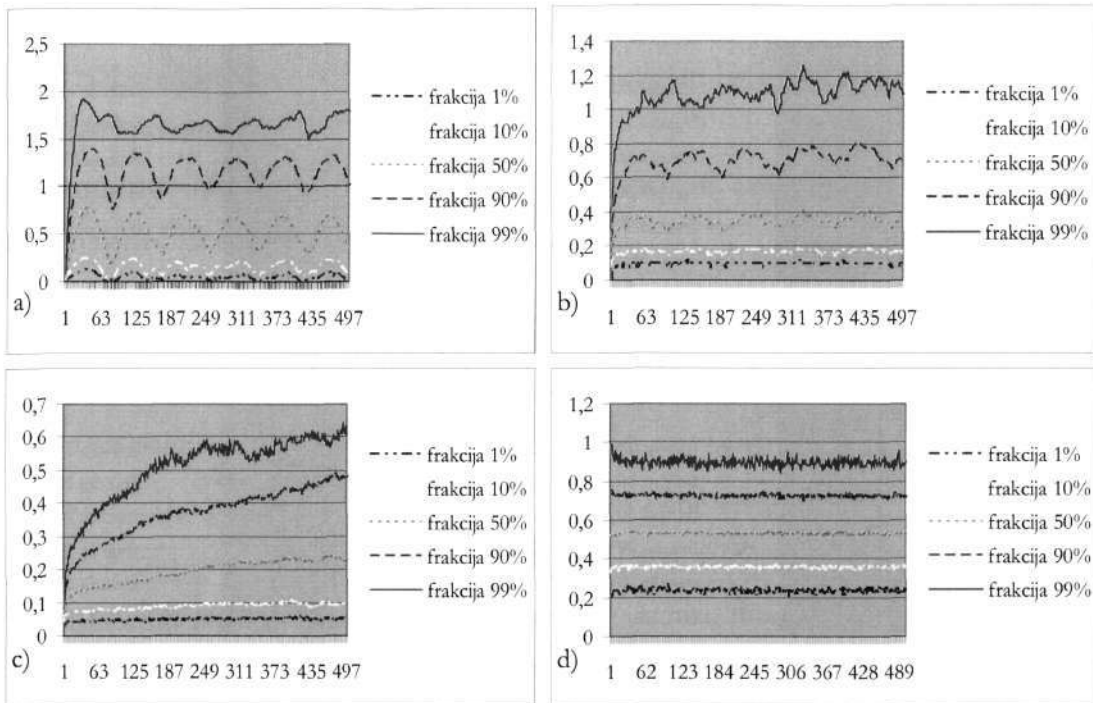
Slika 4.27: Diagram raztresenosti točk v fazni sliki Lorenzevega atraktorja (spremenljivka  $z$ ), ki kaže odvisnost razdalje med točkami v faznem prostoru od časa.



Slika 4.28: Diagram raztresenosti točk v fazni sliki časovne vrste enosmerne napetosti (LTZ1000), ki kaže odvisnost razdalje med točkami v faznem prostoru od časa.

Rišemo tudi konturne mape frakcij točk, ki so v faznem prostoru med seboj bližje od podane razdalje  $r$  pri časovnem ločevanju  $\Delta t$ , kar je enakovredno ocenjevanju verjetnosti  $P(|x(t + \Delta t) - x(t)| < r)$ . Konturne mape rišemo tako, da  $x$ -os ponazarja ločevanje po času,  $y$ -os pa razdalje<sup>53</sup> med točkami v prostoru, ki zajame določen del vseh točk, ki so po času oddaljene  $x$  enot. Cilj je opazovanje načina obnašanja konturnih map.

<sup>53</sup> Razdalje so lahko Evklidske ali norma neskončno.

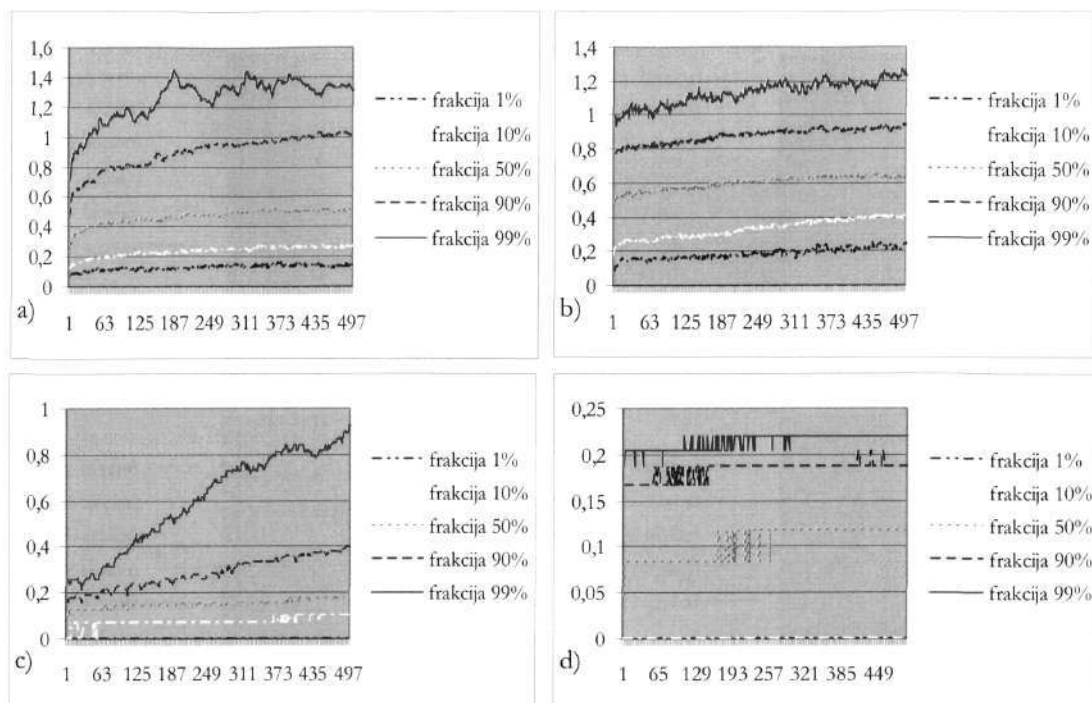


Slika 4.29: Časovno-prostorsko ločevanje za: a) Lorenzev sistem (spremenljivka  $z$ );  
 b) časovno vrsto napetosti (LTZ1000); c) časovno vrsto FBM;  
 d) šum z normalno porazdelitvijo.

Konture predstavljajo frakcije točk, ki so si bližje, kot je podana razdalja  $r$  pri podani časovni razdalji  $\Delta t$ . Grafi ustrezajo frakcijam: 1%, 10%, 50%, 90%, 99%.

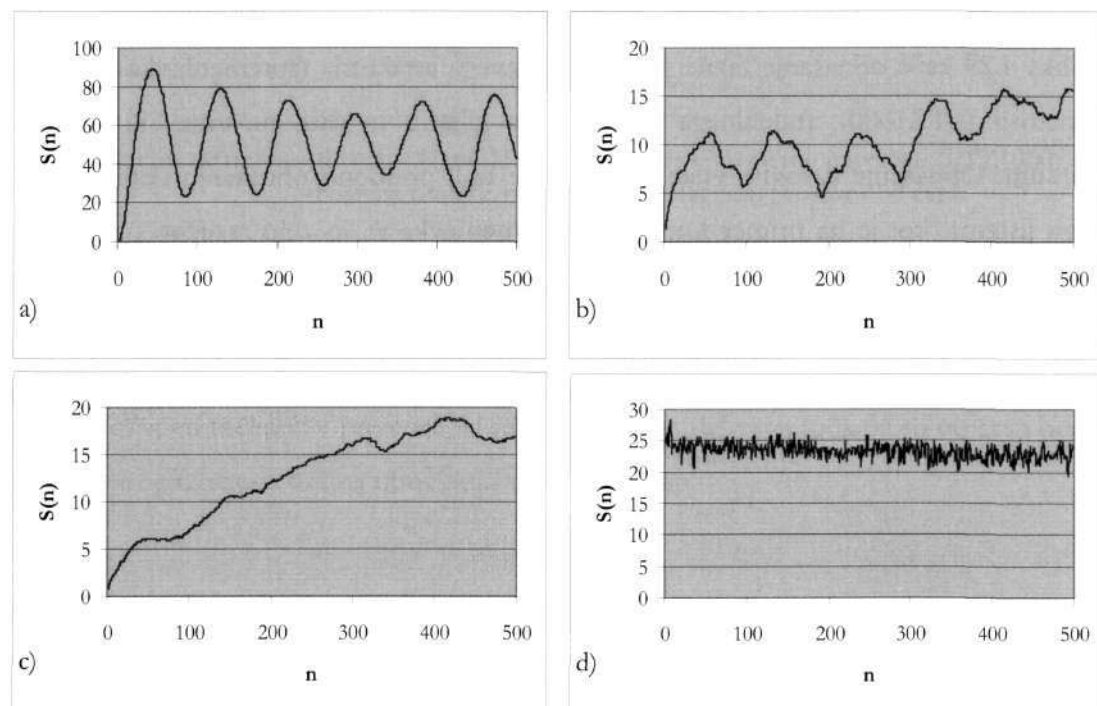
Slika 4.29 kaže obnašanje fazne slike Lorenzevega atraktorja (spremenljivka  $z$ ), časovne vrste napetosti (LTZ1000), fraktalnega Brownovega gibanja in časovne vrste, ki predstavlja normalni šum. Obnašanje časovne vrste napetosti je bolj podobno obnašanju deterministično kaotičnega sistema, kot je na primer Lorenzev (spremenljivka  $z$ ), in zelo različno od obnašanja šuma z normalno porazdelitvijo. Različno je tudi od obnašanja FBM časovne vrste<sup>54</sup>. Fazna slika enosmerne napetosti kaže na neko urejenost, vračanje na skoraj isto mesto po določenem času (rekurenca), kar je značilnost determinističnih sistemov. Fazne slike naključnih vrst so nasprotno brez kakršnekoli strukture [129], [149], [150].

<sup>54</sup> Uporabljamo model FBM1, ki smo ga opisali na strani 30.



Slika 4.30: Časovno-prostorsko ločevanje za časovne vrste LM329: a) ZEN1; b) ZEN3; c) ZEN6; d) zaporedna skupina štirih najboljših diod.

Konture predstavljajo frakcije točk, ki so si bližje, kot je podana razdalja  $r$  pri podani časovni razdalji  $\Delta t$ . Grafi ustrezajo frakcijam: 1%, 10%, 50%, 90%, 99%.



Slika 4.31: Strukturne funkcije: a) Lorenzevega sistema (spremenljivka  $z$ ); b) časovne vrste napetosti (LTZ1000); c) časovne vrste FBM; d) šum z normalno porazdelitvijo.

Slika 4.30 kaže obnašanje faznih portretov časovnih vrst enosmerne napetosti, ki so jih ustvarile diode LM329. Medtem, ko pri časovnih vrstah LTZ1000 opazamo rekurence in urejenost, so pri časovnih vrstah LM329 prostorske korelacije le posledica časovne koreliranosti.

Diagram raztresenosti za najbolj kakovostno diodo LM329, ZEN6, (Slika 4.30 c)) je podoben diagramu raztresenosti časovne vrste FBM (Slika 4.29 c)), kar bi lahko pomenilo, da je v časovnih vrstah LM329 dominanten obarvani šum.

**Strukturna funkcija** predstavlja klasično mero pri analizi izmerjenih časovnih vrst. Definira jo naslednja enačba:

$$S(n) = \sum_{i=1}^{N-n} [x(t + n\Delta t) - x(t)]^2 \quad \text{Enačba (4.52)}$$

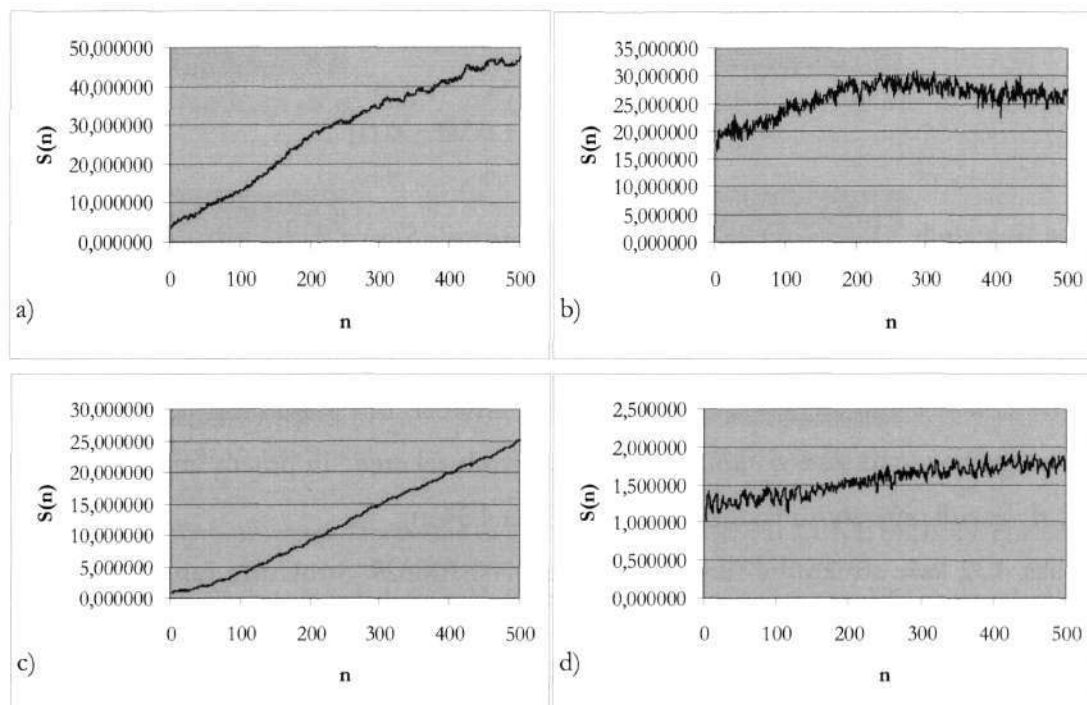
Pri fraktalnih časovnih vrstah ima skalirno lastnost  $S(n) \approx n^{2H}$ , pri čemer je parameter  $H$ <sup>55</sup> neposredno povezan s fraktalno dimenzijo časovne vrste. Slika 4.31 c) in Slika 4.34 e) potrjujeta skalirno lastnost časovnih vrst FBM [69], [149], [199]. Za nelinearne deterministične časovne vrste, kot je spremenljivka  $z$  Lorenzevega sistema, ima strukturna funkcija tendenco oscilacije za majhne vrednosti  $n$ , kot posledico časovnih rekurenc in potem umirjanja za velike vrednosti  $n$  zaradi omejenosti faznega prostora (Slika 4.34 a)).

Slika 4.32 kaže strukturne funkcije časovnih vrst LM329. Strukturni funkciji kakovostne (ZEN6) in povprečne Zenerjeve (ZEN1) diode tipa LM329 (Slika 4.32 a) in c)) sta med seboj podobni po svoji obliki in kažeta skalirno lastnost, podobno časovni vrsti FBM. Strukturne funkcije omenjenih časovnih vrst ne kažejo oscilacij, kot na primer vrsti Lorenzev sistem (spremenljivka  $z$ ) in LTZ1000. Z namenom, da bi poudarili razlike med  $1/f$  šumom in nelinearnimi determinističnimi sistemi izrisujemo strukturne funkcije originalnih (Slika 4.34 leva stran) in diferenciranih časovnih vrst (Slika 4.34 desna stran) v logaritmskem merilu. Opažamo, da je strukturna funkcija diferenciranega signala (Slika 4.34 b)) po obliki praktično identična strukturni funkciji originalnega signala (Slika 4.34 a)), medtem ko so strukturne funkcije vseh ostalih diferenciranih signalov ravne. To bi lahko pomenilo, da so diferencirane časovne vrste šumne, oziroma da je v časovnih vrstah napetosti nekaj šuma (Slika 4.31 d)). Ocenjena močnostna spektra na diferenciranih podatkih (Slika 4.19 na strani 62 in Slika 4.23 na strani 64) potrjujeta prisotnost značilnih dnevnih in par-urnih fluktuacij kot pomemben vir šumnosti v podatkih.

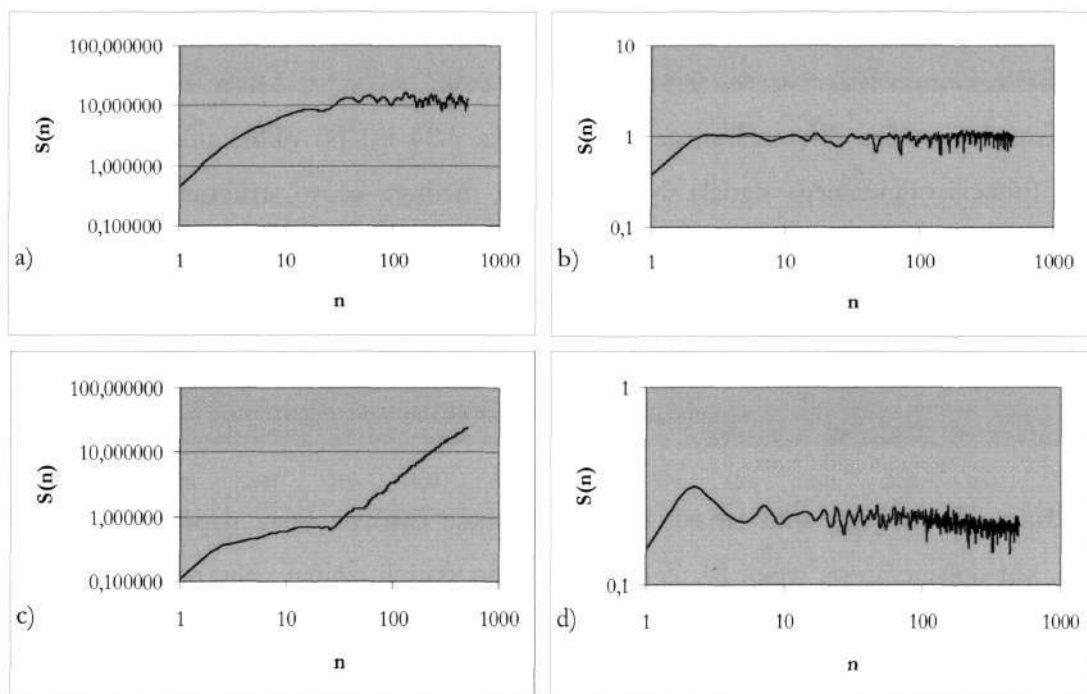
Strukturno funkcijo smo izrisali tudi za filtrirane časovne vrste napetosti, dobljene z glajenjem, kot opisujemo na strani 24. Z glajenjem smo skušali izničiti vpliv nizkih frekvenc, ki naj bi bile glavni vir šuma. V diferencirani zglajeni vrsti LTZ1000 ni evidence o prevladovanju

<sup>55</sup> Podrobnejši opis pomena Hurstovega parametra  $H$  je podan v Fraktalna Brownova gibanja ali  $1/f$  šum na strani 27.

šuma nad determinizmom (Slika 4.34 a) in b)). Strukturni funkciji obeh časovnih vrst, zglačene in diferencirane kažeta podoben vzorec obnašanja. Za zglačeno časovno vrsto LM329 in njeno diferenco (Slika 4.34 c) in d)) pa velja bistveno drugačno obnašanje in ni evidence o prisotnosti deterministične dinamike. Naraščanje strukturne funkcije je le posledica trenda.



Slika 4.32: Strukturne funkcije časovnih vrst LM329: a) ZEN1, b) ZEN3, c) ZEN6, d) zaporedna skupina štirih najboljših diod.



Slika 4.33: Strukturne funkcije (v [log-log] merilu) zglačjenih časovnih vrst LTZ1000 in LM329: a) zglačjena LTZ1000; b) diferencirana zglačjena LTZ1000; c) zglačjena ZEN6; d) diferencirana zglačjena ZEN6.

#### 4.6 Zaključki preliminarne analize časovnih vrst enosmerne napetosti

Preden začnemo s prediktivnim modeliranjem časovnih vrst enosmerne napetosti smo si ogledali njihove osnovne deskriptivne lastnosti. Časovne vrste, ki jih ustvarjajo elementi LM329 so močno zaznamovane s trendom (Slika 4.1 na strani 36).

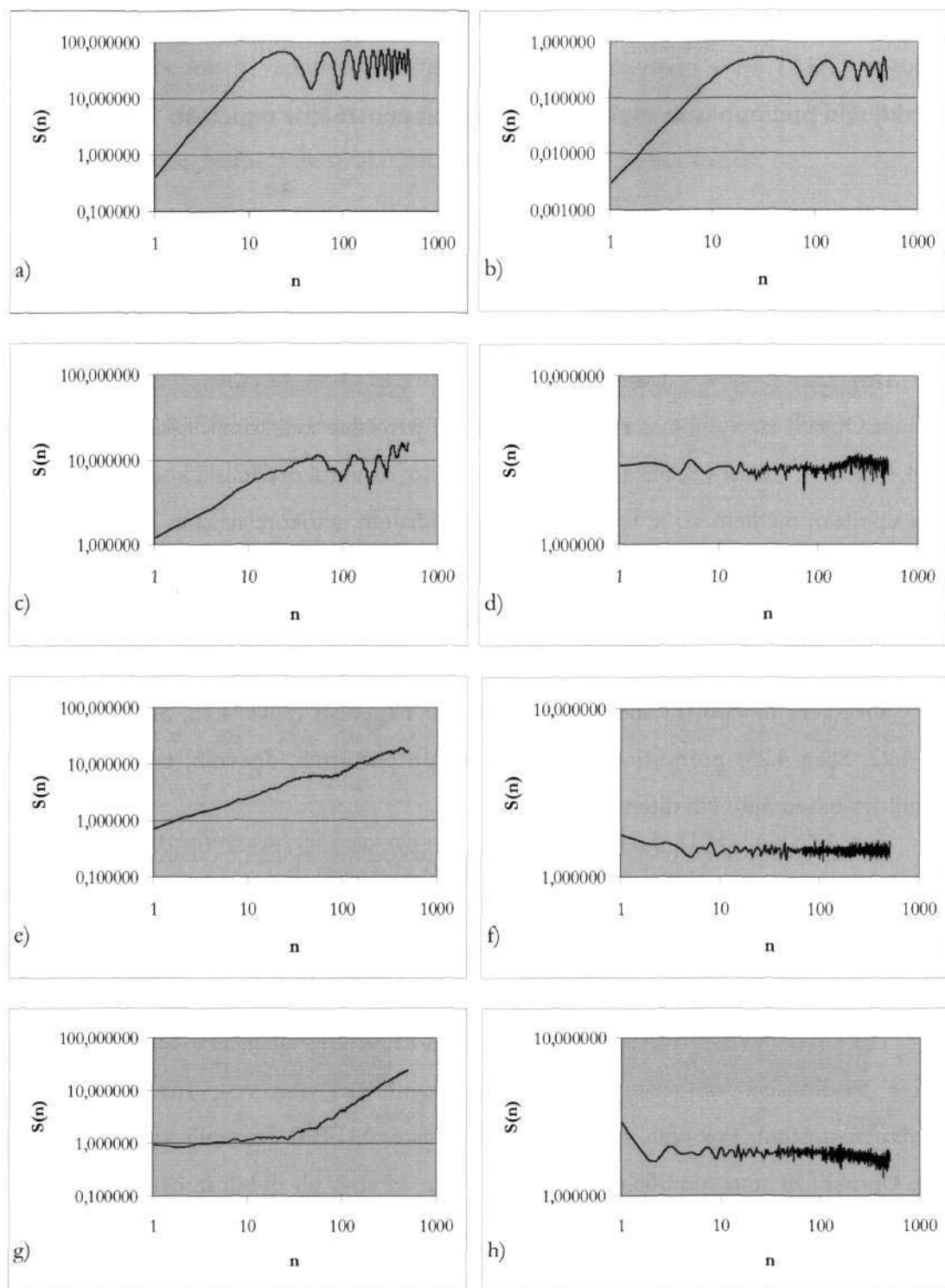
Lastnosti časovnih vrst napetosti smo primerjali z lastnostmi znanih verjetnostnih modelov. Ocenili smo njihove avtokorelacijske in parcialne avtokorelacijske funkcije (Slika 4.3, Slika 4.4, Slika 4.7, Slika 4.8, Slika 4.9). Ugotovili smo, da avtokorelacijski koeficienti za LTZ1000 počasi upadajo, medtem ko je le par značilnih parcialnih avtokorelacijskih koeficientov. To nas napeljuje k uporabi statističnih *ARIMA* modelov pri prediktivnem modeliranju. Oblika avtokorelacijske funkcije časovnih vrst LM329 pa nas napeljuje k uporabi statističnih *MA* modelov drsečega povprečja za prediktivno modeliranje.

Ocenjeni močnostni spektri časovnih vrst napetosti (Slika 4.15, Slika 4.19, Slika 4.21, Slika 4.22, Slika 4.23) potrjujejo prisotnost močnih par-urnih, dnevnih, tedenskih fluktuacij v časovnih vrstah in njihovih diferenciranih inačicah.

Izvedli smo kopico testov za razlikovanje nizkodimenzionalne dinamike od šuma. Večina testov je potrdila prevladovanje determinizma v časovnih vrstah LTZ1000 nad šumom. Testi v glavnem slonijo na opazovanju lastnost fazne slike časovne vrste. Le-ta, če je prostorsko omejena, ima za posledico omejenost kompleksnosti sistema.

Teste smo izvajali na merjenih, simuliranih časovnih vrstah, časovnih vrstah, ki smo jih dobili z modifikacijo določene lastnosti opazovanih časovnih vrst, znanih determinističnih nizkodimenzionalnih časovnih vrstah (Lorenzev sistem), FBM časovnih vrstah ter normalnem šumu. Uporabljali smo modificirane časovne vrste, ki smo jih dobili iz osnovnih z naključnim spreminjanjem njihove faze, numeričnim diferenciranjem ali glajenjem.

Potrdili smo predpostavko, da kljub temu, da imajo časovne vrste LTZ1000 podoben močnostni spekter kot časovne vrste FBM in da imajo FBM končno korelacijsko dimenzijo, ki je posledica fraktalnosti trajektorij, FBM niso izhodi nizkodimenzionalnih dinamičnih sistemov. Glede na rezultate večine testov (naključno spreminjanje faze, časovno-prostorsko ločevanje, strukturna funkcija) v časovnih vrstah LTZ1000 prevladuje deterministična dinamika. V časovnih vrstah LM329 prevladuje trend in ni zadostne evidence o prisotnosti nizkodimenzionalne dinamike ali šuma.



Slika 4.34: Strukturne funkcije (v [log-log] merilu) časovnih vrst (leva stran) in diferenciranih časovnih vrst (desna stran): a) SF spremenljivke  $\zeta$  Lorenzevega sistema; b) SF diferencirane časovne vrste spremenljivke  $\zeta$  Lorenzevega sistema; c) SF časovne vrste napetosti LTZ1000; d) SF diferencirane časovne vrste LTZ1000; e) SF časovne vrste FBM; f) SF diferencirane časovne vrste FBM; g) SF časovne vrste ZEN6 (LM329); h) SF diferencirane časovne vrste ZEN6.



## POGLAVJE

### 5 NAPOVEDOVANJE ČASOVNIH VRST

Z napovedovanjem časovnih vrst se ukvarjajo znanstveniki različnih področij. Najdaljšo tradicijo med njimi imajo statistiki, ki analizirajo podatke zato, da bi z učenjem zgradili splošne modele iz šumnih podatkov.

Iz skupnosti, ki se ukvarja s strojnim učenjem se je razvila veja, ki se ukvarja z umetnimi nevronskimi mrežami, ki jih velikokrat uvrščajo med modele črnih škatel. Med metodami strojnega učenja, ki se je v zadnjem desetletju močno razvilo, poleg nevronskih mrež uvrščajo še jedrne metode ali metodo podpornih vektorjev, ki jo tudi uporabljamo v disertaciji. Ta metoda ima presek z nevronskimi mrežami, saj je njihova struktura podobna perceptonu, hkrati pa njihovo široko uporabnost omogoča teorija naučljivosti preko statistične teorije učenje, katere avtor je ruski statistik Vladimir Vapnik. Obetavnost metode podpornih vektorjev na področju simboličnega učenja je zagotovljena z dobrimi lastnostmi preslikave v transformirani atributni prostor z jedrnimi funkcijami ter v induktivnem principu minimizacije empiričnega tveganja pri izgradnji modela.

Medtem ko so statistični modeli definirani v obliki rezultatov modeliranja, so nevronske mreže opisane z algoritmi njihove arhitekture in učenja. Medtem ko je pri strojnemu učenju poudarek na predstavitvi podatkov ter je učenje iskanje modela in določanje parametrov, je v statistiki glavna »skrb« učenja le določanje parametrov, ki se ujemajo s predpostavljenim modelom. Zaradi tega in zaradi uporabe različnih terminologij je v preteklosti prihajalo do razhajanja v stališčih med tema dvema skupnostima. V zadnjem desetletju je z razvojem teorije

naučljivosti (statistična teorija učenja, PAC naučljivost<sup>56</sup>) prišlo do poenotenja stališč in sinergijskega razvoja področja modeliranja časovnih vrst. Vidni napredki na področju modeliranja časovnih vrst so morda posledica pretokov strokovnega znanja med teoretičnimi študijami in empiričnim modeliranjem, kot je na primer povezovanje strokovnjakov, ki pripadajo skupnosti strojnega učenja s strokovnjaki, ki njihovo modeliranje potrebujejo (na primer bioinformatika na eni strani ter praktične študije in povezovanje znanja iz strojnega učenja, statistike, teorije sistemov, na drugi strani). Na področju umetne inteligence je vidno približevanje paradigme stališča predstavitve znanja statističnemu stališču.

V tekočem poglavju bomo najprej opisali trenutno stanje na področju prediktivnega modeliranja časovnih vrst. Podali bomo koncept prediktivnega modeliranja na osnovi **črnih škatel**. S pojmom **model** bomo poimenovali rezultat uporabe ene izmed metod za napovedovanje časovnih vrst, bodisi metode *ARIMA*, ki je matematična predstavitev realnih stohastičnih procesov bodisi statističnih oziroma metod strojnega učenja (na primer nevronska mreža<sup>57</sup> ali regresijsko drevo) za gradnjo modelov, ki napovedujejo vrednost numerične spremenljivke. V črno škatlo bomo uvrščali naučene *ARIMA* modele, nevronske mreže ali modele s podpornimi vektorji ter pod enakimi pogoji testirali in primerjali njihove zmožnosti kratkoročnega napovedovanja na testnih podatkih, ki jih nismo uporabili za učenje.

Najprej bomo opisali klasične statistične prejeme, kot so na primer linearna regresija, eksponentno glajenje in *ARIMA*. S stališča strojnega učenja bomo opisali regresijske modele, kot so regresijska drevesa, nevronske mreže in metodo podpornih vektorjev. Opisali bomo teoretične osnove omenjenih metod.

## 5.1 Pregled metod za napovedovanje časovnih vrst – *state of the art*

Napovedovanje prihodnjih vrednosti opazovane časovne vrste ali **prediktivno modeliranje** [28] je pomemben problem, ki ga uporabljajo v ekonomiji, bančništvu, planiranju proizvodnje, napovedovanju prodaje, naravoslovnih znanostih (seizmologija, vremenoslovje), inženirstvu

---

<sup>56</sup> Angl. *Probably Approximately Correct learning*, PAC [101] je teorija »verjetno približno pravilnega učenja« [101], ki se ukvarja z naučljivostjo določenega koncepta.

<sup>57</sup> V disertaciji uporabljamo pojem »nevronska mreža« bodisi kot metodo za strojno učenje, bodisi kot model za napovedovanje vrednosti numerične spremenljivke. Način uporabe bo razviden iz konteksta.

(včasih z namenom, da bi sledili pojavom in vzpostavili nadzor), socioloških znanostih in podobno. Posledično je tudi razvoj metod za prediktivno modeliranje izziv, ki so ga sprejeli znanstveniki različnih področij.

Osnovne metode sodijo na področje statistike [13], [20], [27], [228], kjer so razvili običajna orodja za modeliranje, kot sta na primer **eksponentno glajenje** in **ARIMA modeli**.

Zaradi same narave modeliranja pojavov oziroma poznavanja dinamike sistemov, še posebej nelinearnih, so svoj doprinos k prediktivnemu modeliranju dali fiziki [21], [71], [123]. Primer je **lokalno modeliranje nelinearnih dinamičnih sistemov** z iskanjem najbližjega odseka trajektorije, ki je najbližji trenutnemu stanju sistema.

Motivacija za prediktivno modeliranje je pogosto razvoj nadzornih mehanizmov za obvladovanje oziroma upravljanje dinamičnih sistemov. Inženirski pristopi sistemske identifikacije so ponovno v »neposrednem sorodstvu« s prediktivnim modeliranjem časovnih vrst. Slednje sodijo v elektrotehnične znanosti [82], [114], [120], [136], [143], [148], [206]. Primer je modeliranje s **Kalmanovimi filtri** [158].

Med računalniškimi vedami se umetna inteligenca, konkretnije njena veja strojno učenje že vrsto let ukvarja s problemom napovedovanja časovnih vrst tako, da predikcijske modele uvršča med regresijske modele, ki napovedujejo vrednost numerične spremenljivke. Med prvimi modeli za napovedovanje s področja strojnega učenja so bila **regresijska drevesa** [225]. Prvotno so se metode strojnega učenja osredotočale na problem gradnje transparentnih modelov, katerih struktura je razumljiva ekspertom s področja uporabe. Sem še posebej sodijo metode za **avtomatsko odkrivanje modelov** [50], [105] oziroma metode za **odkrivanje diferencialnih enačb** [203]. V zadnjih desetletjih se večina metod strojnega učenja ukvarja z gradnjo modelov črnih škatel. Med drugimi so se razvili tudi biološko navdihnjeni modeli, kot so **umetne nevronske mreže**<sup>58</sup> ter **genetski in evolucionarni algoritmi** [1], [11], [38], [52], [78], [83], [110], [111], [119], [143], [150]. Nevronske mreže so se uveljavile predvsem zaradi svoje robustnosti<sup>59</sup>, prilagodljivosti in zmožnosti realizacije kompleksnih nelinearnih vhodno-izhodnih preslikav oziroma univerzalne aproksimacije [78], [165]. Kljub točnosti in natančnosti

<sup>58</sup> Angl. (*Artificial*) *Neural Networks*, (*ANN*) -prevajamo z (umetnimi) nevronskimi mrežami.

<sup>59</sup> Robustnost je neobčutljivost na šum v podatkih.

napovedovanja žal ne ponujajo transparentne predstavitve modela in jih zato uvrščajo med modele **črnih škatel**<sup>60</sup> [115], [166].

V zadnjem desetletju so se posebej razvile **jedrne metode**<sup>61</sup>, med katere sodita **metoda podpornih vektorjev za regresijo**<sup>62</sup> [3], [32], [39], [102], [128], [134], [155], [166], [169], [172] in **Gaussovi procesi** [39], [73], [173], [174], [219], [220], [221], [222]. Jedrne metode kažejo izjemne rezultate na področju prediktivnega modeliranja predvsem zaradi interdisciplinarnega pristopa. Svoj doprinos so dala različna področja, kot so statistika s svojo vejo statistična teorija učenja [210], [211], operacijske raziskave, optimizacijski algoritmi in strojno učenje. Nekateri raziskovalci, kot tudi sam avtor metode SVM Vapnik, modele podpornih vektorjev uvrščajo med nevronske mreže [78], [189], [190] bolj zaradi načina realizacije vhodno-izhodne preslikave s prehodom iz vhodnega prostora v transformirani atributni prostor<sup>63</sup>, kot zaradi načina učenja modela. Tako kot nevronske mreže lahko modele, ki jih dobimo z metodo podpornih vektorjev uporabimo kot modele črnih škatel. V zadnjem desetletju se je razvila množica učinkovitih (polinomskih) algoritmov, ki omogočajo hitro učenje omenjenih modelov [30], [144], [161], [189], z regularizacijo, ki izboljšuje splošitvene lastnosti modela [78], [136], kontroliranje kapacitete modela in podobno

Na področju nevronskih mrež so najbolj raziskani klasični modeli nevronskih mrež z arhitekturami, kot so **usmerjene nevronske mreže** ali **mreže z veriženjem naprej**<sup>64</sup>, **rekurentne**<sup>65</sup> in **samoorganizacijske mreže** (Slika 5.1). Predmet številnih sedanjih raziskav so celične mreže, Gaussovi procesi [39], [73], [173], [174], [219], [220], [221], [222], številni modeli

---

<sup>60</sup> V pričujoči nalogi uporabljamo le metodologijo modeliranja, ki sloni na črnih škatlah. Uporabljamo različne modele pod enakimi pogoji. Ne zanima nas struktura modela, le njegova zmožnost natančnega in točnega napovedovanja.

<sup>61</sup> Angl. *kernel methods* prevajamo z jedrnimi metodami.

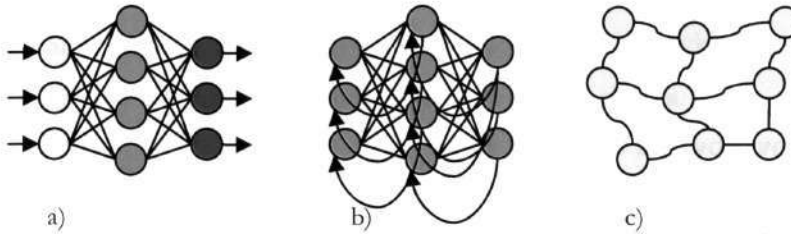
<sup>62</sup> Angl. Support Vector Machines, SVM, (for Regression) Methods ali Support Vector Regression, SVR, Methods prevajamo z metodami podpornih vektorjev (za regresijo).

<sup>63</sup> Angl. *feature space* prevajamo s transformiranim atributnim prostorom [101] ali s prostorom značilk [18]. Nekateri avtorji prevajajo s prostorom atributov ali lastnosti višje dimenzije.

<sup>64</sup> Angl. *Feedforward Neural Networks*, FNN, prevajamo z usmerjenimi nevronskimi mrežami [101] ali z nevronskimi mrežami z veriženjem naprej.

<sup>65</sup> Angl. *Recurrent Neural Networks*, RNN, prevajamo z rekurentnimi nevronskimi mrežami ali z mrežami s povratnimi povezavami.

navdihnjeni z biološkimi nevronskimi in kognitivnimi sistemi [181]. Bazične matematične raziskave potekajo na naslednjih področjih: iskanje učinkovitih algoritmov za učenje modelov, kot je na primer učenje modelov podpornih vektorjev; raziskovanje možnosti učenja glede na začetne pogoje modela [40], kot je na primer zagotovitev konvergence učenja [83] in podobno.



Slika 5.1: Klasične arhitekture nevronskih mrež: a) usmerjena nevronska mreža; b) rekurentna nevronska mreža; c) samoorganizacijska mreža.

Teoretične zmožnosti modelov, časovna kompleksnost njihovega učenja, ekspertno poznavanje pojava, ki ga modeliramo, želja po razumevanju modela ali po točnemu in natančnemu napovedovanju, zmožnost prilagajanja okolici in drugi faktorji narekujejo možno uporabo določenih modelov pri modeliranju realnih pojavov.

Za prediktivno modeliranje realnih časovnih vrst se uporabljajo tudi mešani modeli, ki jih imenujejo **mešanice ekspertov** ali **ansamblji modelov** [38], [215], [224]. Osnovna ideja sloni na uporabi in povezovanju prediktivnih modelov, ki pripadajo homogeni ali heterogeni skupini modelov. Običajno uporabljajo množico enostavnih, naučenih modelov, povezanih med seboj. Ena možnost je izračun obteženega povprečja izhodov modelov [224]. Druga možnost je iskanje mehanizma za prehajanje med prediktorji. Modeli bi se lahko nanašali na posamezne načine delovanja sistema, ki ga modeliramo, oziroma bi bili predstavljeni z deli trajektorije v prostoru stanj. Mehanizem prehajanja med modeli (sledenja dinamike v sistemu) velikokrat ustreza **skritemu Markovskemu modelu** [215].

Pri izbiri modela za modeliranje realnega pojava poleg transparentnosti modelov. Delimo jih na modele **črnih** [115], [166], **sivih** [167], [203] in **belih škatel** [50], [106]. Pomembno vlogo igra tudi horizont napovedovanja, ki modele razdeli na tiste za **kratkorочно** in tiste za **dolgoročno napovedovanje**. Kratkoročno napovedovanje časovnih vrst je veliko lažji problem od dolgoročnega [108]. Velikokrat se za namen kratkoročnega napovedovanja izkaže zadostna uporaba linearnih modelov [115], [166]. Tekmovanja za napovedovanje časovnih vrst na spletu kot so *Santa Fe* tekmovanje (leta 1992 [71]), *KULeuven* tekmovanje z naprednimi metodami črnih škatel za nelinearno modeliranje (leta 1998 [123], [189]), *EUNITE* tekmovanja za napovedovanje časovnih vrst obremenitve električnega omrežja (leta 2001 [25], [29], [54]) in časovnih vrst, ki kažejo obnašanje strank neke banke (leta 2002, [68], [226]), *CAT Benchmark* tekmovanje za napovedovanje umetnih časovnih vrst (leta 2004 [108], [158]) so pokazala, da je za srednjeročna

in dolgoročna napovedovanja potrebuje poznavanje dinamike sistemov, ki ga modeliramo. Zmagali so različni modeli: modeli za iskanje najbližje trajektorije sistema v prostoru stanj [123], model podpornih vektorjev za regresijo [25], nevronske mreže [226]. Pri zmagovalnih modelih so bili ključnega pomena problem izbire »informativnih« vhodnih podatkov, njihova predstavitev in način učenja modela [29], [108].

## 5.2 Definicija napovedovanja časovnih vrst

Naj bo podana časovna vrsta  $x(1), x(2), \dots, x(N)$ <sup>66</sup>. Napovedovanje pomeni ocenjevanje bodoče/bodočih vrednosti v časovni vrsti, kot je na primer vrednost  $x(t+k)$  ali vrednost, ki je  $k$  korakov naprej od trenutka opazovanja  $t$ . Napoved vrednosti  $x(t+k)$ , ki jo računamo v času  $t=N$  za  $k$  korakov naprej, označimo z  $\hat{x}(N, k)$ .

Obstaja veliko metod za napovedovanje in niti ena ni univerzalno uporabna za vse časovne vrste. Napovedi so običajno pogojne prihodnje vrednosti, ki se bodo zgodile ob določenih predpostavkah. Iz teh razlogov ekspertno znanje s področja modeliranja pomaga pri ustvarjanju in popravljanju obstoječih modelov. V tem primeru govorimo o modeliranju s pomočjo **metod belih** ali vsaj **sivih škatel** [115], [166], [167]. Velikokrat pa tega znanja nimamo, ali pa vsaj ni dostopno. V tem primeru posežemo po modelih **črnih škatel**.

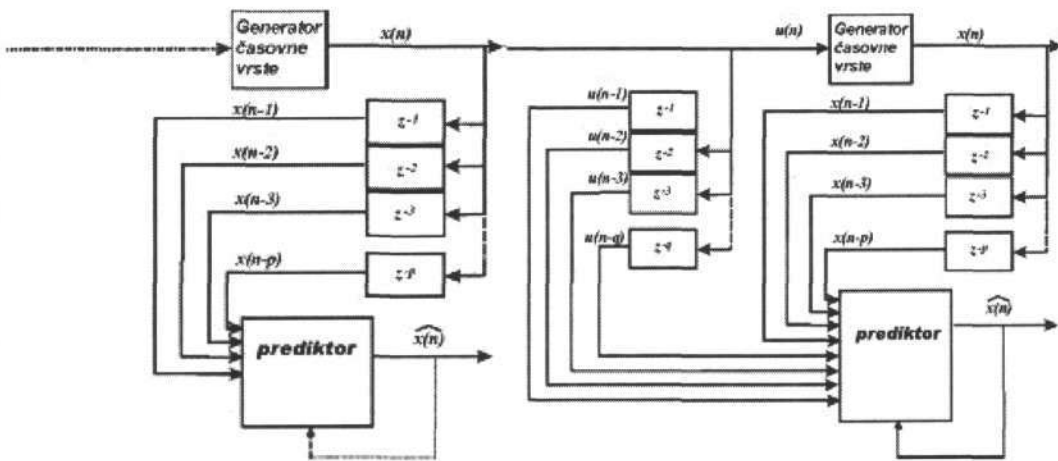
Poleg delitve metod glede transparentnosti modelov, lahko metode za napovedovanje razdelimo tudi na: metode za **kratkoročno** in **dolgoročno** napovedovanje<sup>67</sup>, **linearne** in **nelinearne**, **statične** in **adaptivne**, **samodejne** in **nesamodejne** metode... Obstaja veliko različnih načinov za razdelitev metod za napovedovanje. V statistiki [17], [27], [28] je običajna delitev metod na:

- **Subjektivne**, ko je napoved, narejena na podlagi presoje, intuicije, ekspertnega znanja ali katere koli informacije v zvezi s sistemom, ki ustvarja časovne vrste. Na primer, Delphijevska tehnika [27], ko skupina napovedovalcev skuša doseči soglasje v skladu s preliminarnimi analizami. S temi metodami se v pričujoči nalogi ne ukvarjamo.

<sup>66</sup>  $Z^N$  je množica vseh časovnih vrst opazovanja sistema do časa  $N$ .

<sup>67</sup> Število napovedanih vrednosti tvori horizont napovedovanja.

- **Univariatne** (Slika 5.2 a)), ko napoved  $\hat{x}(N, k)$  temelji le na vrednosti v opazovani časovni vrsti  $x(N), x(N-1) \dots$ . Na primer, napovedujemo prihodnjo vrednost napetosti glede na spreminjanje napetosti v preteklosti. Večina metod, ki jih uporabljamo v disertaciji je univariantnih.
- **Multivariatne** (Slika 5.2 b)), ko je napoved za določeno spremenljivko vsaj delno odvisna od neke druge časovne vrste, ki jo imenujemo pojasnjevalna spremenljivka.



Slika 5.2: Univariatno in multivariatno modeliranje časovnih vrst.

V praksi se uporabljajo kombinacije omenjenih pristopov. Velikokrat kombinirajo statistične metode s subjektivnim predznanjem o modelu ali ekspertno znanje vključujejo v model, ki ga gradijo [203]. V tem primeru lahko govorimo o različno transparentnih modelih. Kot smo že omenili, se za napovedovanje včasih uporablja obteženo povprečje izhodov različnih modelov za napovedovanje, ki tvorijo ansambel ali mešanico napovedovalcev. Za kaj se bomo odločili v praksi, je odvisno od:

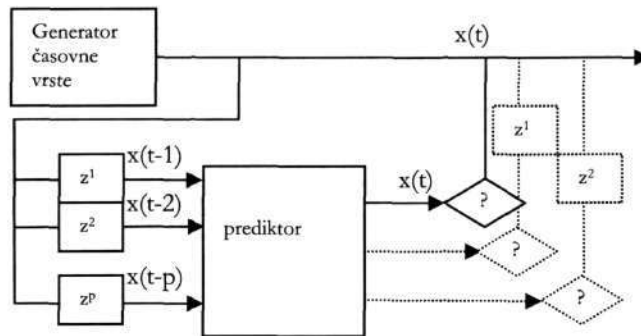
- Namena napovedovanja;
- Tipa časovnih vrst in njenih lastnosti, kot so na primer prisotnost trenda, sezonskih učinkov, nasploh stacionarnosti ipd;
- Dolžine časovne vrste (število opazovanj);
- Horizonta napovedovanja: kratkoročnega/dolgoročnega<sup>68</sup>;

<sup>68</sup> V disertaciji se ukvarjamo s kratkoročnim napovedovanjem.

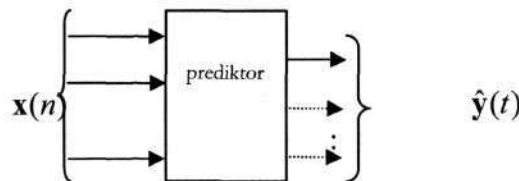
- Števila časovnih vrst, ki jih napovedujemo in v zvezi s tem cene/kompleksnosti izgradnje modelov;
- Izkušnosti in spretnosti napovedovalca, dosegljivostjo programske opreme za napovedovanje itn.

Včasih je napovedovanje prihodnjih vrednosti izraženo preko intervala, ki določa negotovost napovedi. Ustreznost modela, ki smo ga zgradili za napovedovanje, največkrat ocenjujemo tako, da merimo odstopanje napovedanih vrednosti od pravih, kar predstavlja računanje napak napovedi.

V disertaciji uporabljamo pristop, ki temelji na vlaganju vrednosti v časovni vrsti v več-dimenzionalni prostor z uporabo okna konstantne dolžine. Modelu, ki je primeren za napovedovanje hkrati prestavimo več preteklih vrednosti s ciljem napovedovanja sedanje in/ali par prihodnjih vrednosti. V statistiki takšne modele imenujejo **avtoregresijske**. Uporabljamo časovno okno dolžine  $p$  in se v času učenja premikamo po časovni vrsti za en korak naprej tako, da modelu kažemo  $p$ -preteklih vrednosti ali  $p$ -vhodov, z namenom napovedovanja ene sedanje in/ali nekaj prihodnjih vrednosti (Slika 5.3).



Slika 5.3: Kratkoročno modeliranje s stališča vira, ki ustvarja časovno vrsto. Prediktor učimo napovedovati sedanje (in mogoče do par prihodnjih) vrednosti v časovni vrsti, tako da se po časovni vrsti premikamo z oknom dolgim  $p + 1$  s korakom 1. Prediktorju kažemo  $p$  preteklih vrednosti, le-ta pa napoveduje naslednjo vrednost.



Slika 5.4: Kratkoročno modeliranje s stališča modela (prediktorja).



S stališča prediktorja (Slika 5.4) model gradimo tako, da za vse znane pare vhodno izhodnih vektorjev  $\{\mathbf{x}(n), \mathbf{y}(n)\}_{n=1}^N$  iščemo tisti model, s strukturo  $g$  in parametri  $\Theta$ , ki so določeni z minimizacijo funkcijo napake. Odstopanja med  $\mathbf{y}(n)$  in ocenjeno vrednostjo  $\hat{\mathbf{y}}(n; \Theta) = g(\mathbf{x}(n); \Theta)$  naj bi bila najmanjša ne samo za vse pare  $\{\mathbf{x}(n), \mathbf{y}(n)\}_{n=1}^N$ , s katerimi gradimo model (t.j. **učni množici**), ampak tudi za vse nove pare, ki jih nismo uporabili pri izgradnji sistema (t.j. **testni množici**) (Slika 5.6). Učna množica je sestavljena iz časovno vloženi vhodnih vektorjev  $\mathbf{x}(n)$ . Problem vlaganja zajema iskanje ustrezne hitrosti vzorčenja in iskanje ustrezne dolžine okna (s tem smo se ukvarjali v poglavju ANALIZA IN MODELIRANJE ČASOVNIH VRST, na strani 65). Da bi čim bolj dosledno modelirali po scenariju črnih škatel, bo dolžina okna možen parameter modela. Izhod  $\hat{\mathbf{y}}(n; \Theta)$  bo v našem primeru največkrat skalarna vrednost  $\hat{y}(n)$ . V določenih modelih, kot so na primer rekurentne nevronske mreže, bodo inherentno v strukturo prediktorja vključene povratne povezave izhodnega vektorja  $\hat{\mathbf{y}}(n; \Theta)$ , ki bodo časovno zamujene. Tudi te modele bomo obravnavali s scenarijem modeliranja s črnimi škatlami, na nivoju opazovanja vhodno-izhodne preslikave.

### 5.2.1 Scenarij modeliranja s črnimi škatlami

Pri napovedovanju sedanje vrednosti neke systemske spremenljivke na podlagi opazovanja preteklih vrednosti lahko uporabimo različne modele, toda v disertaciji se držimo vedno enakega scenarija, ki se ga uporablja pri modeliranju s črnimi škatlami (**scenarij črnih škatel**):

- Izberemo »tip« modela, ki pripada določenemu strukturnemu razredu (na primer nevronska mrežo, večnivojski perceptron);
- Izberemo metodo za gradnjo modelov tipa, ki smo ga izbrali v prvem koraku;
- Določimo parametre metode za gradnjo modelov katerih vrednosti bomo spreminjali ter zaloge možnih vrednosti le-teh. Parametri metode se lahko nanašajo na »velikost« oziroma kompleksnost modela (na primeru večnivojskega perceptrona so parametri: dolžina vhodnega vektorja, število nivojev, število nevronov, ki pripada vsakemu posameznemu nivoju), ali na samo metodo oziroma učni algoritem, (kot sta vztrajnost<sup>69</sup>  $\alpha$  in hitrost učenja  $\eta$ , zopet na

<sup>69</sup> Angl. *momentum term* prevajamo z vztrajnostjo.

primeru učenja večnivojskega perceptrona). Izbira začetnih vrednosti uteži je prav tako pomemben parameter učenja.

- Z uporabo učnih podatkov določimo optimalne vrednosti zgoraj omenjenih parametrov, za katere pričakujemo da bodo minimizirali napako napovedi na testnih podatkih. Z optimalnimi vrednostmi parametrov poženemo izbrano metodo in kot rezultat dobimo končni model za kratkoročno napovedovanje časovne vrste.

Uporabljamo predstavnike statističnih metod in metod, ki prihajajo iz strojnega učenja. Nevronske mreže in metode podpornih vektorjev (jedrne metode) za napovedovanje/regresijo običajno opišemo kot nelinearne modele črnih škatel [115]. Uporabljamo tudi linearne modele kot so Box-Jenkisnov model ARIMA in regresijska drevesa, ki po strukturi ne sodijo med modele črnih škatel, vendar jih uporabljamo v skladu s scenarijem črnih škatel.

Najprej preiskujemo zmožnosti kratkoročnega napovedovanja linearnih modelov. Za uporabo linearnih modelov (kljub možnosti, da v časovnih vrstah enosmerne napetosti prevladuje nelinearna dinamika) smo se odločili, ker menimo, da za kratkoročno napovedovanje zadošča enostaven model, ki napoveduje smerne, tangentne spremembe napetosti. Za ta namen uporabljamo najprej linearne regresijske modele, kot so **navadna linearna regresija, pace regresija, lokalno utežena regresija in regresijska drevesa. Regresijska drevesa** so med najstarejšimi modeli strojnega učenja. So odločitvena drevesa z numeričnimi vrednostmi v listih [225].

Potem uporabljamo klasične statistične modele **ARIMA** in **eksponentno glajenje**. Pri izbiri strukture modela pri ARIMA modeliranju odstopamo od scenarija črnih škatel v tej meri, da si pomagamo z dodatno informacijo: s korelogramom in parcialno avtokorelacijsko funkcijo.

Med nelinearne modele črnih škatel sodijo: **nevronske mreže, valjčne funkcije, modeli mehke logike** [166]. Z zadnjima dvema razredoma modelov se ne ukvarjamo, saj so v [110] dokazali, da so enakovredni usmerjenim nevronskim mrežam. Prav tako se ne ukvarjamo z valjčnimi funkcijami, zaradi njihovih podobnosti z RBF<sup>70</sup> nevronskimi mrežami. Izpuščamo tudi genetske algoritme. Bayesove modele<sup>71</sup> [14], [15], [101], [227] omenjamo le v kontekstu

---

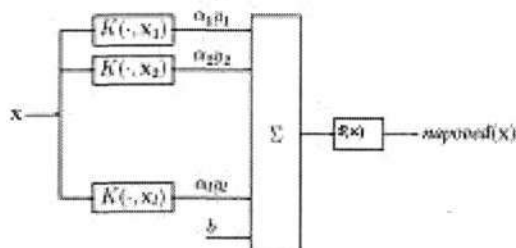
<sup>70</sup> Angl. Radial Basis Function, RBF.

<sup>71</sup> **Bayesovi modeli** so popularna metoda, ki omogoča učenje modela ob prisotnosti negotovosti (šumnosti) vhodnih podatkov ter izražanje negotovosti izhodov, ki so odvisne od variance vhodne napake. Kot model se velikokrat uporabljajo nevronske mreže, katerih uteži in »prave« (brez šuma) vrednosti vhodnih podatkov lahko modeliramo z Markovsko verigo Monte Carlo (MCMC) [227]. Zadnje čase se zelo uveljavlja **metoda relevantnih**

določanja predikcijskih intervalov (stran 102), grafične verjetnostne modele [59], celularne mreže, statistične Gaussove procese [39], [73], [173], [174], [219], [220], [221], [222]. Izpuščamo tudi scenarij spodbujevalnega učenja<sup>72</sup>, skrite Markovske modele [215] in dr. modele.

**Nevronske mreže (NM)** so priročno in široko uporabno orodje, ki ima lepe lastnosti, kot so univerzalna vhodno-izhodna preslikava ter zmožnost prilagoditve k okolici. Zaradi njihove robustnosti, jih lahko neposredno vključimo v merilni sistem za procesiranje merilnih podatkov [1], [11], [12], [13], [142]. Uporabljamo različne tipe nevronske mreže, z znano računsko močjo: večnivojski perceptron (VP) [71], mreža s časovnim procesiranjem podatkov (FIR-VP<sup>73</sup>) [83], nevronske mreže s povratnimi povezavami ali rekurentne mreže (RM) [83], skupinska metoda za obravnavanje podatkov ali GMDH<sup>74</sup> mreža [143].

**Metoda podpornih vektorjev za regresijo (SVR)**, ki jo zaradi podobnosti predstavitve podatkov uvrščajo tudi med nevronske mreže (Slika 5.5), prihaja iz statistične teorije učenja ali Vapnik-Chervonenkisove (VC) teorije [39], [210], [211], [212] za odkrivanje povezav iz realnih, empiričnih podatkov. Moč SVR modelov je v jedrnih preslikavah, ki omogočajo nelinearno preslikavo v nek visokodimenzionalni atributni prostor ter v induktivnem principu minimizacije empiričnega tveganja<sup>75</sup> (ERM). ERM je način za ocenjevanje odvisnosti med podatki zasnovan na minimizaciji učne napake za množico parametričnih funkcij [32].



Slika 5.5: SVM kot nevronska mreža.

**vektorjev** (angl. *Relevance Vector Machine, RVM*), ki jo opisujeta Tipping in Bishop [14], [15]. Le-ta je Bayesovo ogrodje za regresijo.

<sup>72</sup> Angl. *reinforcement learning* prevajamo s spodbujevalnim učenjem [101].

<sup>73</sup> Angl. *Finte-duration Impulz Response, FIR*, prevajamo s končnim odzivom na enotin impulz. FIR-VP pa je večnivojski perceptron s filtri s končnim odzivom na enotin impulz na povezavah.

<sup>74</sup> Angl. *Group Method for Data Handling* prevajamo s skupinsko metodo za obravnavanje podatkov.

<sup>75</sup> Angl. *Empirical Risk Minimization, ERM*, prevajamo z empirično minimizacijo tveganja.

### 5.2.2 Osnovne lastnosti modeliranja s črnimi škatlami

Časovne vrste opazujemo kot mešanice dinamičnega dela, ki vodi opazovani proces in je predmet našega modeliranja, ter šuma, ki je prisoten med meritvijo. Šuma se ne da predvideti [71].

Naloga modeliranja je oceniti funkcijo  $g_0(\mathbf{x})$ . Opazovanja sistema so šumne meritve<sup>76</sup>  $y(k)$  pri vhodih  $\mathbf{x}_k$  ali  $y(k) = g_0(\mathbf{x}_k) + e(k)$ . V nekem trenutku se moramo odločiti med katerimi strukturami modelov bomo iskali. Če imamo informacijo, da je  $g_0$  polinom, bomo iskali med modeli, ki imajo naslednjo strukturo:

$$g(x, \Theta) = \Theta_1 + \Theta_2 x + \Theta_3 x^2 + \dots + \Theta_n x^{n-1} \quad \text{Enačba (5.1)}$$

Če vemo, da je  $g$  polinom 3. stopnje, govorimo o modeliranju s sivimi škatlami. Za  $n = 4$  določimo parametre  $\Theta_i$  modela na podlagi opazovanj  $y$ , po klasični metodi najmanjših kvadratov.

Če nimamo informacije o modelu  $g$ , potem se lotimo scenarija črnih škatel. Predpostavimo, da je analitična funkcija. V tem primeru  $g$  lahko modeliramo s polinomom, katerega stopnjo bomo »odkrili« med modeliranjem. Lahko uporabimo racionalno aproksimacijo:

$$g(x; \Theta) = \frac{\Theta_1 + \Theta_2 x + \Theta_3 x^3 + \dots + \Theta_n x^{n-1}}{1 + \Theta_{n+1} x + \Theta_{n+2} x^2 + \dots + \Theta_{n+m-1} x^{m-1}} \quad \text{Enačba (5.2)}$$

Lahko uporabimo razvoj Fouriereve vrste, kot opisuje enačba:

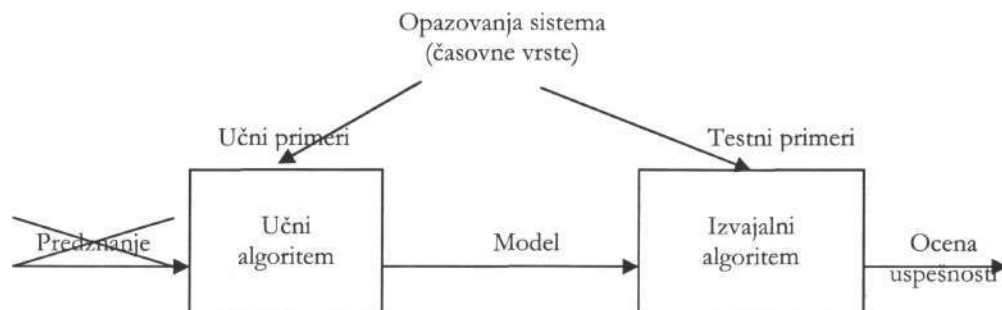
$$g(x; \Theta) = \Theta_0 + \sum_{l=1}^n (\Theta_{2l-1} \cos(l\pi x) + \Theta_{2l} \sin(l\pi x)) \quad \text{Enačba (5.3)}$$

Lahko uporabimo modele različnih struktur in jih označimo z notacijo  $\hat{y}(k; \Theta) = g(\mathbf{x}_k; \Theta)$ .  $\hat{y}(k; \Theta)$  so napovedane vrednosti, ki se nanašajo na opazovane vrednosti  $y(k)$ .

<sup>76</sup> Preden začnemo z modeliranjem, časovno vrsto normiramo zaradi primerljivosti napak na različnih domenah, kot bomo opisali na strani 94.

### 5.2.3 Teoretične osnove za ocenjevanje modelov

Navodila in algoritmi za prilagajanje modelov empiričnim podatkom (učni algoritmi), kot tudi splošne lastnosti, s katerimi ocenjujemo uspešnost modela, so neodvisni od strukture modela. To pomeni, da pozneje lahko primerjamo prediktivne lastnosti na primer nevronske mreže z modeli podpornih vektorjev.



Slika 5.6: Ocenjevanje uspešnosti modelov za napovedovanje časovnih vrst. Slika predstavlja prilagojeno inačico izvorne slike v [101], ki predstavlja ocenjevanje uspešnosti avtomatsko zgrajenih teorij. Predznanja o modelu v dobesednem pomenu ne vključujemo, ker uporabljamo scenarij modeliranja s črnimi škatlami.

#### 5.2.3.1 Optimizacijski problem

Pri ocenjevanju parametrov modela, se kot ocene za kakovost uspešnosti trenutnega modela največkrat uporabljajo kvadratne mere, tudi takrat, ko je  $\hat{y}(t; \Theta)$  bolj splošna funkcija parametrov  $\Theta$  [115]. Optimizacijski problem, problem iskanja nabora parametrov  $\Theta$ , ki minimizira neko definirano napako, je podan na naslednji način:

$$\hat{\Theta}_N = \arg \min_{\Theta} V_N(\Theta, Z^N) \quad \text{Enačba (5.4)}$$

$$V_N(\Theta, Z^N) = \frac{1}{|Z^N|} \sum_{1 \leq t \leq N} \|y(t) - \hat{y}(t; \Theta)\|^2$$

$V_N$  je kriterijska funkcija, ki meri kakovost ujemanja med dejanskimi vrednostmi in modelom.  $Z^N$  so podatki o sistemu do časa  $N$  (učna množica). Enačba (5.4) opisuje srednjo kvadratno napako MSE ali **kvadratno funkcijo izgube**<sup>77</sup>. Slika 5.22 na strani 142 kaže kvadratno funkcijo izgube pri linearni regresiji. Pri večini modelov za napovedovanje uporabljamo kvadratno funkcijo izgube. Pri metodi podpornih vektorjev pa se za regresijo

<sup>77</sup> Angl. *quadratic loss function* prevajamo s kvadratno funkcijo izgube.

uporablja nekoliko drugačna  $\varepsilon$ -intenzivna funkcija izgube. Slika 5.24 na strani 143 kaže  $\varepsilon$ -intenzivno funkcijo izgube pri regresiji, ki jo definira enačba (5.50) na strani 143. Pri izbiri funkcije izgube je zelo pomembna predpostavka o porazdelitvi šuma v domeni, ki jo modeliramo [23], [145]. Če vemo, da je šum porazdeljen normalno, kvadratna funkcija izgube da dobre rezultate. Za neposredno merjenje odstopanja med dejansko in napovedano vrednostjo uporabljamo notacijo:

$$e(t; \Theta) = y(t) - \hat{y}(t; \Theta) \quad \text{Enačba (5.5)}$$

Algoritmu za določanje parametrov modela (pri strojnemu učenju) pravimo učni algoritem ali (v statistiki) numerični algoritem. Če je šum v vrsti normalno porazdeljen, je algoritem za ocenjevanje parametrov ali učni algoritem lahko **cenilka največjega verjetja**, (angl. *maximum likelihood estimator, MLE*).

Če je  $\hat{y}(t; \Theta)$  linearna funkcija  $\Theta$ , je minimizacijski problem (enačba (5.4)) enostaven. Če pa ni, kar se velikokrat zgodi v praksi, potem potrebujemo **numerično nelinearno optimizacijo** [115], [166]. Velikokrat, kot na primer pri nevronske mrežah, se uporablja iterativno lokalno iskanje ali **gradientna metoda**:

$$\hat{\Theta}_N^{(i+1)} = \hat{\Theta}_N^{(i)} + \mu f(Z^N, \hat{\Theta}_N^{(i)}) \quad \text{Enačba (5.6)}$$

$f$  predstavlja gradient  $V_N$ ,  $\mu$  pa je korak, s katerim raziskujemo prostor. Pri numerični optimizaciji je zelo pomemben način spreminjanja parametrov. Razlikujemo med sprotnimi, rekurzivnimi optimizacijami, ki upoštevajo le podatke, do trenutka  $i$ ,  $Z^i$  in optimizacije, ki se izvajajo na celotni učni množici  $Z^N$ . Za usmerjanje spreminjanja parametrov, ki minimizirajo napako, obstaja več metod: navadna gradientna, (pridušena) Gauss-Newtonova, Levenberg-Marquardt, konjugirana gradientna metoda itn. V [166] so Sjöberg in sodelavci podali opise omenjenih metod. Opisali so tudi popularni algoritem za učenje usmerjenih nevronske mrež, vzvratno razširjanje napake<sup>78</sup>, ki je algoritem za računanje gradienta.

Pri gradientnih metodah obstaja nevarnost doseganja lokalnega minimuma  $V_N(\Theta, Z^N)$ . Pri poskusih z nevronske mrežami je bilo ugotovljeno, da kljub uporabi nastavitvene množice<sup>79</sup> za ocenjevanje trenutnega modela pride do prekomernega prileganja parametrov k podatkom iz

<sup>78</sup> Angl. *Back-Propagation* prevajamo z vzvratnim razširjanjem napake [101].

<sup>79</sup> Angl. *Validation set* prevajamo z **nastavitveno množico**, to je del učne množice, ki je ne uporabimo neposredno za spreminjanje parametrov, ampak za optimalnejšo nastavitvev parametrov.

učne množice. Kritejijsko funkcijo v enačbi (5.4) lahko preformuliramo v **regularizacijski problem**:

$$W_N(\Theta, Z^N) = V_N(\Theta, Z^N) + \delta \|\Theta\|^2 \quad \text{Enačba (5.7)}$$

Z uporabo regularizacijskega parametra  $\delta$  pri optimizaciji določimo večji pomen »pomembnejšim« parametrom, oziroma tistim, ki vplivajo na zmanjševanje napake.

Pri metodi podpornih vektorjev za reševanje dualnega problema, v katerega smo prevedli optimizacijski problem, se običajno uporabljajo komercialni paketi za **kvadratno programiranje**, kot bomo opisali pozneje. Pri tem si izvajalci teh algoritmov pomagajo s »triki«, kot je na primer sekvenčna minimalna optimizacija SMO [144], izbira učinkovite podmnožice in podobno.

### 5.2.3.2 Lastnosti ocenjenega modela, konvergenca

Lastnosti ocenjenih parametrov, kot izhod minimizacije iz enačbe (5.4), so odvisni od podatkov  $Z^N$ . Na splošno je težko natančno oceniti kakovost modela  $\hat{\Theta}_N$ . Skušamo oceniti asimptotično obnašanje  $\hat{\Theta}_N$ , če bi imeli na razpolago neskončno dolgo časovno vrsto.

Asimptotske lastnosti ocenjenega modela pri poljubni parametrizaciji lahko opišemo z:

$$\begin{aligned} \hat{\Theta}_N &\rightarrow \Theta^*, \text{ če } N \rightarrow \infty \\ \Theta^* &= \arg \min_{\Theta} E \|e(t; \Theta)\|^2 \end{aligned} \quad \text{Enačba (5.8)}$$

Če imamo veliko podatkov, ocenjeni model konvergira proti vrednosti  $\Theta^*$ . Minimizira pričakovano vrednost norm napak napovedi in doseže »najboljši možni približek«. Matematično upanje v enačbi (5.8) je določeno glede na vse naključne distribucije in vsebuje povprečenje skozi lastnosti vhodnih podatkov [115]. Z drugimi besedami, z modelom  $\Theta^*$  bomo dobili dobre napovedi glede na aspekte sistema, ki so zaobjeti v vhodnih podatkih.

### 5.2.3.3 Asimptotska distribucija

Če obstaja zagotovilo konvergence, potem je zelo pomembno, kako hitro dosežemo »optimalni model«. Če so napake optimalnega modela beli šum, potem  $\hat{\Theta}_N$  konvergira proti  $\Theta^*$  s hitrostjo  $1/\sqrt{N}$ . Konvergenco meri kovariančna matrika. Natančnejši opis teoretičnih osnov asimptotične konvergence je podan v [115].

### 5.2.4 Izbiranje tipa in velikosti modela na realnih podatkih

Za ocenjeni model  $g(x, \hat{\Theta}_N)$  k napaki prispevata [101], [115]:

- **Pristranskost**<sup>80</sup> je sistematična napaka, ki je odvisna od modela. To je napaka, ki smo jo naredili, ko smo izbrali napačen strukturni model
- **Varianca** pa je napaka zaradi učnih primerov. To je razlika med oceno  $\hat{\Theta}_N$  in njeno limito  $\Theta^*$ , kot smo jo opisali v enačbi (5.8).

Oba vira napake sta med seboj nasprotujoča in v praksi je treba poiskati kompromis med njima [101], [115]. Če zmanjšujemo pristranskost, povečujemo število parametrov, kar pripelje do pretiranega prileganja k učni množici. Posledično zraste varianca. Če zmanjšujemo varianco, zmanjšujemo število parametrov, poenostavljamo model in pristranskost narašča.

V nadaljevanju bomo podali pričakovanja obnašanja odstopanja modela od »pravega« sistema.

#### 5.2.4.1 Viri negotovosti realnega modela

Ocenimo odstopanje modela od dejanskih vrednosti v časovni vrsti:

$$V(\Theta) = E|y(t) - \hat{y}(t; \Theta)|^2 \quad \text{Enačba (5.9)}$$

Matematično upanje je tukaj definirano za  $Z^\infty$ <sup>81</sup> in ni odvisno samo od strukture modela, ampak tudi od podatkov. Ocenjeni parametrični model  $\hat{\Theta}_N$  pa je naključna spremenljivka, dobljena na opazovanih podatkih, učni množici, zato lahko izražamo matematično upanje srednje kvadratne napake glede na množico podatkov, s katerimi gradimo model:

$$F_N = E\bar{V}(\hat{\Theta}_N) \quad \text{Enačba (5.10)}$$

$F_N$  ocenjujemo na množici podatkov, ki ima enake lastnosti, kot so podatki, s katerimi gradimo model.  $F_N$  je ocenil Ljung [115] v limiti in enačba (5.10) dobi obliko:

<sup>80</sup> Angl. *Bias error* ali *model-mismatch error* prevajamo s pristranskostjo [101].

<sup>81</sup>  $Z^\infty$  so neskončno dolge časovne vrste, ki opisujejo sistem.



$$F_N \approx \bar{V}(\Theta^*) \left(1 + \frac{\dim \Theta}{N}\right) \quad \text{Enačba (5.11)}$$

$\Theta^*$  je vrednost, proti kateri konvergira ocenjeni model, v skladu z enačbo (5.8), medtem ko je  $\dim \Theta$  število ocenjenih parametrov in praktično ponazarja število efektivnih parametrov. Ljung je v dokazal, da  $\dim \Theta$  lahko zamenjamo s številom lastnih vrednosti Hessove matrike od  $\bar{V}$ , oziroma  $\bar{V}''(\Theta)$ , ki so večji od regularizacijskega parametra  $\delta$ , kot ga opisuje enačba (5.7).

Če model ocenjujemo na podatkih, ki imajo podobne lastnosti kot podatki, s katerimi gradimo model, ujemanje ne bo odvisno od lastnosti podatkov, ampak od modela: števila parametrov in ocene ujemanja.

Enačba (5.10) kaže dvojno naravo med varianco in pristranskostjo. Če je regularizacijski parameter  $\delta$  majhen, model uporabi več parametrov, kar povečuje varianco, kar spet posledično pokvari ujemanje  $\bar{V}(\Theta^*)$ . Ljung je enačbo (5.10) preuredil v naslednjo obliko:

$$\begin{aligned} F_N &\approx \lambda + W(\Theta^*) + \lambda \frac{\dim \Theta}{N} \\ \lambda &= E|y(t) - g_0(t)|^2 \\ W(\Theta) &= E|g_0(t) - \hat{y}(t; \Theta)|^2 \end{aligned} \quad \text{Enačba (5.12)}$$

Enačba (5.12) opisuje dele napake, ki se nanašajo na model:

- $\lambda$  je napaka, ki se ji pri modeliranju ne moremo izogniti, tudi če pri modeliranju uporabimo nedvomno znanje o sistemu.
- $W(\Theta^*)$  je pristranskost, odvisna samo od strukture modela.
- $\lambda \frac{\dim \Theta}{N}$  je varianca, odvisna od števila parametrov in števila podatkov.

### 5.2.5 Ocenjevanje črnih škatel

Da bi preprečili prekomerno prileganje modela k učni množici, kadar imamo omejeno dolge množice podatkov, si pomagamo z mehanizmom, ki ga imenujemo **n-kratno prečno preverjanje**<sup>82</sup> [225]. Prečno preverjanje se uporablja pri klasifikacijskih in regresijskih problemih.

<sup>82</sup> **N-kratno prečno preverjanje** je standardni postopek, kadar učno množico razdelimo na deset (n) delov. Model zgradimo na devetih (n-1) delih, napako modela računamo na desetem (n-tem). Postopek ponovimo desetkrat (n-krat). Napaka predstavlja povprečje desetih (n-tih) napak. S tem postopkom dobimo bolj realno oceno napake, ki ustreza določeni strukturi modela. Končni model pa zgradimo na celotni učni množici.

V našem primeru je zaradi časovne odvisnosti med vzorci »nenavadno« model, ki se uči iz »zgodnje« preteklosti vrednotiti s podatki iz »pozne« preteklosti.

Podatki, ki jih modeliramo so relativno dolge časovne vrste, opisane v poglavju SPLOŠNO O DOMENAH na strani 21. Držimo se naslednjega scenarija:

- Podatke razdelimo na učno množico in testno množico.
- Zgradimo modele različnih struktur.
- Izračunamo **mero prileganja** za vsakega od modelov z uporabo testnih podatkov.
- Za »zmagovalca« izberemo tisti model, ki se glede na izbrano mero najbolj prilega testni množici.

Poleg mer prileganja modelov za napovedovanje nas poleg njihovih ocen kakovosti zanima negotovost posamezne napovedi, ki jo delamo z nekim konkretnim modelom in jo opisujemo v podpoglavju Negotovost napovedovanja in predikcijski intervali na strani 99.

Da bi se izognili občutljivosti ocenjenih napak prediktorjev od dejanskega razpona vrednosti, časovne vrste pred modeliranjem normiramo. Če je časovna vrsta dolga  $L$  vzorcev, učno in testno množico normirane časovne vrste  $x(t) \in [0,1]$  dobimo iz meritev  $x_{mer}(t)$  po naslednjem obrazcu:

$$x(t) = \frac{x_{mer}(t) - \min_{1 \leq t \leq L} x_{mer}(t)}{\max_{1 \leq t \leq L} x_{mer}(t) - \min_{1 \leq t \leq L} x_{mer}(t)} \quad \text{Enačba (5.13)}$$

#### 5.2.5.1 Mere prileganja ali ocene uspešnosti različnih modelov

Najbolj pogosto se kot mera uspešnosti različnih modelov za napovedovanje uporablja **srednja kvadratna napaka** (angl. *Mean Square Error, MSE*):

$$MSE(\Theta) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (y(t) - \hat{y}(t; \Theta))^2 \quad \text{Enačba (5.14)}$$

pri čemer je  $y(t)$  prava vrednost,  $\hat{y}(t; \Theta)$  pa napovedna vrednost.  $N$  je običajno število učnih primerov, čeprav pri statističnih modelih namesto  $N$  uporabljajo  $N - k$ , pri čemer je  $k$  število parametrov uporabljenih v modelu (to je dolžina vektorja  $\Theta$ , na primer če gre za  $ARMA(p, q)$  je  $k = p + q + 1$ ).  $MSE(\Theta)$  lahko računamo na učnih in testnih podatkih. Pri ocenjevanju

kakovosti prediktorja pa ima  $MSE(\Theta)$  večji pomen na testnih podatkih, zato jo včasih imenujejo predikcijski  $MSE(\Theta)$  ali  $PMSE(\Theta)$  [28].

Poleg srednje kvadratne napake se uporablja koren iz srednje kvadratne napake (angl. *Root Square Error, RMSE*)  $RMSE(\Theta) = \sqrt{MSE(\Theta)}$ . Le-ta ocenjuje eksperimentalni standardni odklon srednje vrednosti napovedi podobno kot eksperimentalni standardni odklon srednje vrednosti merilnega rezultata v meroslovju (Definicija B.18 na strani 218).

Druga mera, ki jo uporabljamo pri ocenjevanju prileganja, je **srednja absolutna napaka** (angl. *Mean Absolute Error, MAE*):

$$MAE(\Theta) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N |y(t) - \hat{y}(t; \Theta)| \quad \text{Enačba (5.15)}$$

**Korelacijski koeficient** je mera, ki meri korelacijo med dejanskimi in napovedanimi vrednostmi [101]:

$$K = \frac{S_{y\hat{y}}}{S_y S_{\hat{y}}}$$

$$S_{y\hat{y}} = \frac{\sum_{t=1}^N (y(t) - \bar{y})(\hat{y}(t; \Theta) - \bar{\hat{y}}(\Theta))}{(N-1)^2},$$

$$S_y = \frac{\sum_{t=1}^N (y(t) - \bar{y})^2}{N-1}, \bar{y} = \frac{\sum_{t=1}^N y(t)}{N},$$

$$S_{\hat{y}} = \frac{\sum_{t=1}^N (\hat{y}(t; \Theta) - \bar{\hat{y}}(\Theta))^2}{N-1}, \bar{\hat{y}}(\Theta) = \frac{\sum_{t=1}^N \hat{y}(t; \Theta)}{N}$$

Enačba (5.16)

Korelacijski koeficient ima vrednosti  $K \in [-1,1]$ , za realne vrste  $K \in [0,1]$ . Kakovostni so tisti modeli, za katere je korelacijski koeficient blizu 1. V disertaciji smo ga računali le za modele, ki so imeli podobno srednjo kvadratno napako.

### 5.2.5.2 Druge mere prileganja pri časovnih vrstah

Pri statističnem modeliranju časovnih vrst se uporabljajo še druge mere za ocenjevanje prileganja modela k podatkom, ki se običajno nanašajo na analizo ostankov. Med te sodi množica Akaikejevih mer, kriterijev, ki se uporabljajo za ocenjevanje ostankov avtoregresijskih modelov in predvsem za določanje števila parametrov, ki jih uporabljamo v modelu. Akaikejevi kriteriji temeljijo na »kaznovanju« modelov z veliko parametri, saj negotovost napovedovanja s

predikcijskimi modeli ni odvisna samo od variance napake modela, ampak tudi od napak pri določanju parametrov modela<sup>83</sup> [20]. V splošnem z uporabo različnih mer v množici kandidatov modelov iščemo tistega, ki najbolj minimizira izgubo informacij. Informacijski kriterij, ki opisuje ujemanje modela  $\Theta$ , je opisan z obrazcem  $IC(\Theta) = \log(L(\Theta)) - f(N, k)$ , kjer je  $\log(L(\Theta))$  maksimizirana funkcija logaritemskega verjetja in je  $f(N, k)$  funkcija kazni za kompleksnost modela s  $k$  parametri, zgrajenega na  $N$ -tih učnih primerih. Najbolj znana sta Akaikejev informacijski kriterij (angl. *Akaike's Information Criteria, AIC*) in (Schwarz) Bayesov informacijski kriterij (angl. *Schwarz Bayesian Information Criteria, (S)BIC*) [20], [57], [228]. AIC kriterij je v splošnem definiran z  $AIC(\Theta) = -2 \log(L(\Theta)) + 2k$ . Ker običajno za ocenjevanje modelov uporabljamo analizo najmanjših kvadratov, z normalno porazdeljenimi napakami, kriterija *AIC* in *BIC* dobita uporabno obliko:

$$\begin{aligned} AIC(\Theta) &= N \ln(MSE(\Theta)) + 2k \\ BIC &= N \ln(MSE(\Theta)) + k + k \ln(N) \\ MSE(\Theta) &= \frac{1}{N - k} \sum_{t=1}^N (y(t) - \hat{y}(t; \Theta))^2 \end{aligned} \quad \text{Enačba (5.17)}$$

- $N$  - število učnih primerov;
- $k = \dim \Theta$  - število parametrov v modelu  $\Theta$ .

Ni idealnega kriterija za ocenjevanje in izbiranje med kandidati modelov. Obnašanje modelov pa je odvisno od kriterijev (mer), horizonta napovedovanja, kakovosti podatkov s katerimi gradimo model in podobno. Ker BIC mera strogo kaznuje kompleksne modele, ki nas pri modeliranju izhodne napetosti ne motijo, je v disertaciji ne uporabljamo.

### 5.2.5.3 Zanesljivost ocene uspešnosti in njen interval zaupanja

Za ocenjevanje kakovosti določene mere uspešnosti modela uporabimo metodo, ki sloni na ocenjevanju standardne napake testnih podatkih. Recimo, da bi radi ocenili zanesljivost mere kvadratne napake  $Q$  (enačba (5.14)) določenega modela na testnih podatkih, ki je ocenjena s

---

<sup>83</sup> Negotovosti, ki vplivajo na napake modela pri napovedovanju bodo bolj podrobno opisane pozneje v podglavju Negotovost napovedovanja in predikcijski intervali na strani 99.

povprečjem  $Q = \sum_{j=1}^{N_i} Q_j / N_i$ . Za ta namen ocenimo njeno standardno napako<sup>84</sup> (angl. *standard error, SE*) z enačbo [101]:

$$SE(Q) = \sqrt{\frac{s^2}{N_i}} \quad \text{Enačba (5.18)}$$

$$s^2 = Var[Q] = \frac{\sum_{i=1}^{N_i} (Q_j - Q)^2}{N_i}$$

$s^2$  je varianca kvadratne napake,  $N_i$  je število testnih primerov. Ocena kakovosti je podana z:

$$KAKOVOST(Q) = Q \pm SE(Q) \quad \text{Enačba (5.19)}$$

Enačbo (5.19) interpretiramo na naslednji način: dejanska uspešnost  $MSE(Q)$  se z 68% gotovostjo nahaja na intervalu  $(Q - SE(Q), Q + SE(Q))$  [101].

Posplošitev standardne napake je interval zaupanja za določeno mero. Interval zaupanja  $IZ$  za  $Q$  oceno podamo z:

$$IZ(Q) = Q \pm z_{\alpha/2} SE(Q) \quad \text{Enačba (5.20)}$$

Z  $z_{\alpha/2}$  spreminjamo širino intervala zaupanja glede na stopnjo zaupanja (na primer pri 95% gotovosti,  $\alpha = 5\%$ , je  $z_{\alpha/2} = 1,96$ ). Širina intervala zaupanja je neposredno odvisna od variance mere in stopnje zaupanja.

#### 5.2.5.4 Primerjanje uspešnosti različnih modelov

Vse modele zgradimo na učni množici. Nastavljanje njihovih parametrov mora biti opravljeno pred testiranjem sistema na neodvisni testni množici. Običajno celotno učno množico razbijemo na dejansko učno in nastavitveno množico in parametre nastavljamo toliko časa, dokler ne dosežemo najmanjše napake na nastavitveni množici [101]. Spreminjanje parametrov na testni množici je nedovoljeno.

V disertaciji bi radi izbrali najbolj uspešen model za kratkoročno napovedovanje napetosti, vendar imamo premalo podatkov o fizičnem modelu, ki ustvarja časovne vrste, ki jih modeliramo (posamezne Zenerjeve diode, zaporedja). Premalo vemo o razmerju dinamičen

<sup>84</sup> Predpostavljamo, da je kvadratna napaka normalno porazdeljena.

sistem/šum, kljub temu, da smo izvedli teste za razlikovanje dinamike od šuma (stran 64). Iz teh razlogov je naše modeliranje dvoplastno:

- Ocenjujemo zmožnosti kratkoročnega napovedovanja različnih modelov na različnih domenah, ki smo jih opisali v poglavju SPLOŠNO O DOMENAH, stran 21;
- Izbiramo najbolj uspešen model za kratkoročno modeliranje časovnih vrst enosmerne napetosti.

Ker je razlika med uspešnostjo različnih modelov premajhna, je potrebna ocena značilnosti razlik med algoritmi. Za ta namen uporabljamo neparametrični izboljšani Friedmanov test [101]. Test razvršča uspešnost različnih modelov za vsako domeno posebej, tako da vsakemu modelu dodeli rang. Imamo  $k$  modelov in  $D$  domen.  $r_i^j$  je rang  $i$ -tega modela na  $j$ -ti domeni.

Povprečni rangi modelov so  $R_j = \frac{1}{D} \sum_{i=1}^D r_i^j$ . Najprej izračunamo Friedmanovo,  $\chi_F^2$  statistiko [101]:

$$\chi_F^2 = \frac{12D}{k(k+1)} \left( \sum_{j=1}^k R_j^2 - \frac{k(k+1)}{4} \right) \quad \text{Enačba (5.21)}$$

Potem izračunamo statistiko, ki je porazdeljena po zakonu  $F$  s prostostnima stopnjama  $(k-1), (k-1) \times (D-1)$ :

$$F_F = \frac{(D-1)\chi_F^2}{D(k-1) - \chi_F^2} \quad \text{Enačba (5.22)}$$

Kritične vrednosti za  $F_F$  so tabelirane v splošnih statističnih knjigah, kot je na primer Miller in Miller [125]. Če je  $F_F$  večji od kritične vrednosti, običajno pri stopnji zaupanja  $\alpha = 0,05$ , potem ničelno hipotezo, da so vsi modeli enako uspešni pri napovedovanju, zavržemo. Zatem običajno nadaljujemo s testom in skušamo dokazati, kateri model se na izbranih domenah izkaže kot najbolj uspešen.

Za primerjanje enega modela z ostalimi uporabljamo test Bonferroni-Dunn [101]. Ta potrди značilnost razlike v uspešnosti med modeloma  $j_1$  in  $j_2$ , če je razlika med povprečnima rangoma modelov večja od kritične vrednosti:

$$|R_{j_1} - R_{j_2}| \geq CD = q_\alpha \sqrt{\frac{k(k+1)}{6D}} \quad \text{Enačba (5.23)}$$

Kritične vrednosti za  $q_\alpha$  so podane v [101].

### 5.3 Negotovost napovedovanja in predikcijski intervali

Napovedi določenega modela običajno podamo v obliki izhoda v neki točki  $t$ ,  $\hat{y}(t | \Theta)$ . Pomembna lastnost modela je zanesljivost te konkretne napovedi. Ocenjevanje **negotovosti**<sup>85</sup> ali **zanesljivosti**<sup>86</sup> napovedi je pomemben del prediktivnega modeliranja v statistiki [7], [20], [22], [28], [42], [46], [81], [119] in v strojnem učenju [43], [93], [119], [139], [200]. Obstajajo različni načini za določanje predikcijskih intervalov napovedi, ki jih izvaja določen model z določenim številom vhodnih in izhodnih parametrov, za enega ali nekaj korakov naprej<sup>87</sup>. Celó glede na posebnosti časovnih vrst, kot so na primer ekonometrijske, so nekateri avtorji razvili posebne metode, ki se prilagodijo posebnostim aplikativnega področja [42], [46]. Nekateri načini za ocenjevanje intervalov predikcij slonijo na teoretičnih lastnostih modela, na pogojnih predpostavkah o modelu, ki napoveduje, drugi pa niso tako odvisni od modela, ampak slonijo na empiričnih metodah in vzorčenju [28]. Viri negotovosti predikcijskih modelov pa so zagotovo v samih modelih in v spreminjanju »okolja« obratovanja modelov.

V strokovni literaturi uporabljajo različne metode za ocenjevanje predikcijskih intervalov, ki temeljijo na ocenjevanju kakovosti napake napovedi, kot so: teoretična formula, intervali za pogojne verjetnostne modele (kot je Bayesovo napovedovanje ([14], [15], [28])), približne metode, empirične metode in metode, ki slonijo na razmnoževanju podatkov. V statistiki pogosto uporabljajo klasično metodo za določanje **predikcijskih intervalov** [28], tako da **imamo točkovne napovedi** opremljene s **simetričnim predikcijskim intervalom**. To pa sta spodnja in zgornja meja, ki opišeta interval vrednosti, znotraj katerega pričakujemo, da bo **z določeno stopnjo zaupanja** ležala napovedana vrednost, s tem pa tudi prava vrednost. Včasih predikcijski interval imenujejo območje napovedovanja, meje napovedovanja [20] ali interval zaupanja, čeprav v statistiki interval zaupanja uporabljajo za ocenjevanje intervalov modela s fiksnimi in neznanimi parametri. Tukaj uporabljamo predikcijski interval za ocenjevanje neznane vrednosti ali naključne spremenljivke, medtem ko so znani parametri modela, ki napoveduje, določeni kot parametri najboljšega modela v določenem razredu [28]. V duhu modeliranja s črnimi škatlami

<sup>85</sup> Negotovost je pojem, ki se pogosto uporablja v meroslovju (Definicija B.19), opisuje jo dokument [52] in se pomensko ujema s pojmovanjem negotovosti predikcije.

<sup>86</sup> Z zanesljivostjo ali negotovostjo, ki je sicer nasproten pojem od zanesljivosti, ocenjujemo eno in isto lastnost predikcij. Ocenjujemo kakovost ocene posameznih predikcij.

<sup>87</sup> Napovedovanje za več korakov vnaprej je dosti bolj negotovo, kot napovedovanje za en korak vnaprej.

uporabljamo oceno kakovosti napovedi za en korak vnaprej na testnih podatkih. Pri večini modelov predpostavljamo, da smo izbrali najboljše modele v razredu svojih predstavnikov, ki se najboljše prilagajajo časovni vrsti, ki jo modeliramo. Posledično so napake modela na učni množici povsem naključne, med seboj nekorelirane z Gaussovo porazdelitvijo in povprečjem 0. Pri modelih, ki jih uporabljamo pričakujemo, da se bo napaka obnašala podobno ostankom, oziroma napaki na učni množici. Predpostavka se v praksi izkaže za prehudo. Ocenjeni intervali so zavajajoče ozki, saj veliko dejanskih opazovanj pade izven njih [28]. Radi bi na enak način za vse modele ocenili njihovo predikcijsko obnašanje v skladu s scenarijem črnih škatal.

V praksi žal ne obstaja splošno sprejet mehanizem za izražanje predikcijskih intervalov za vse modele, razen za napovedi s pogojnimi verjetnostnimi modeli za katere je varianca napak napovedi takoj znana [28]. Razlikujemo med teoretično napako modela in dejansko napako, ki jo naredi model na učnih podatkih (ostanki) in na testnih podatkih. Napaka  $\varepsilon(t; \Theta)$  je teoretične narave in je del modela. To je  $\lambda$  v enačbi (5.12). Dejanske napake uporabljenega modela delimo na tiste na učnih podatkih<sup>88</sup> (ostanki) in na tiste na testnih podatkih. Opišemo jih z  $e(t; \Theta) = y(t) - \hat{y}(t; \Theta)$ . Omenjeni napaki se med seboj razlikujeta zaradi možnosti pretiranega prilagajanja učnih podatkov modelu in strukturalnih sprememb v sistemu [198], ki ga modeliramo. Poleg tega je napaka na učnih podatkih preozka za ocenjevanje napake pri dejanski uporabi modelov [28].

### 5.3.1 Teoretična formula

Predikcijske intervale določamo po metodi **teoretična formula**, kot jo imenujejo v statistiki (Armstrong [7], Brockwell [20], Chatfield [28]), saj je njena implementacija dostopna za različne statistične modele, kot so regresijski, eksponentno glajenje in ARIMA. Predikcijski interval je pri napovedovanju korak vnaprej, pri  $100(1 - \alpha)\%$ -nem zaupanju, podan z obrazcem<sup>89</sup>:

$$\hat{y}(t | \Theta) \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\text{Var}[e(t; \Theta)]} \quad \text{Enačba (5.24)}$$

<sup>88</sup> Testiranje modela na testnih podatkih statistiki imenujejo testiranje izven vzorca (angl. *out-of sample*), medtem ko so ostanki (residuali) v učni množici (angl. *within sample*).

<sup>89</sup> Chatfield je podal bolj splošno obliko za izražanje negotovosti napovedi, ki se nanaša na napoved  $b$  (horizont napovedi) korakov vnaprej:  $\hat{y}(t; \Theta, h) \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\text{Var}[e(t; \Theta, h)]}$ .



pri čemer je  $\hat{y}(t; \Theta)$  izhod modela za napovedovanje in je  $Var[e(t; \Theta)]$  varianca napake, ki jo dejansko naredi model z ocenjenimi parametri  $\Theta$ .  $z_{\alpha/2}$  ustreza deležu variance, pri ustrezni stopnji zaupanja<sup>90</sup> in ob predpostavki Gaussove porazdelitve napak [28], [101]. Razlikujemo med teoretičnimi napakami, ki so del modela in dejanskimi napakami, ki nastopajo ob uporabi modela na določenih podatkih. Nekateri avtorji, med katerimi Hwang in ostali [93], Yaffe [228], svetujejo asimptotsko ocenjevanje intervalov ter uporabo  $t$  statistike,  $t_{(1-\alpha/2, df)}$ ,  $df$  je število prostostnih stopenj v modelu. Pri tem uporabljajo naslednji obrazec  $y(t; \Theta, h) \pm t_{(1-\alpha/2, df)} \left( \sqrt{1 + S(\Theta)} \right) \sigma_e^2$ .  $\sigma_e^2 = Var[e(t; \Theta)]$  je varianca napake napovedi za korak vnaprej, medtem ko je  $S(\Theta)$  funkcija, odvisna od načina spreminjanja parametrov modela  $\Theta$ , ki je na primer za nevronske mreže podana v [93], za Box-Jenkinsove modele pa v [228].

Običajna statistika za izražanje negotovosti napovedi v eni točki je MSE (enačba (5.14) na strani 94) na testnih podatkih. Vendar moramo za ocenjevanje predikcijskega intervala prišteti še druge vire negotovosti, kar pomeni, da moramo oceniti MSE uporabljenih »resničnih modelov«. Interval, ki ga opisuje enačba (5.24) je simetričen in predvideva, da bo napoved  $\hat{y}(t | \Theta)$  nepristranska. Varianco napake za nepristranske modele ocenimo z matematičnim upanjem:  $Var[e(t; \Theta)] = E[e(t; \Theta)^2]$ . To pomeni, da moramo znati oceniti varianco napake »resničnih modelov«, če hočemo oceniti intervale po teoretični formuli. V strokovni literaturi najdemo oceno variance napake za regresijske, ARIMA in nekatere modele prostora stanj. Chatfield [28] odsvetuje uporabo teoretične formule za modele, ki vsebujejo nelinearnosti. Na primer, za eksponentno glajenje je splošni obrazec za izražanje variance [28] pri napovedovanju za  $h$  korakov vnaprej podan z  $Var[e(t; \Theta, h)] = [1 + (h-1)\alpha^2] \sigma_e^2$ , pri čemer je  $\sigma_e^2 = Var[e(t; \Theta)]$  varianca napake napovedi za korak vnaprej,  $\alpha$  je parameter glajenja (enačba 5.25 na strani 112). Za  $h=1$  varianco ocenimo z varianco napake za korak vnaprej na testni množici le pod pogojem, da napake ne kažejo avtokorelacije in nimajo izrazitega trenda. Za ARIMA modele velja podobna ocena variance napake pri napovedovanju za korak naprej in pri normalni porazdelitvi napak. Pri ocenjevanju predikcijskih intervalov Chatfield [28] svetuje testiranje Gaussove porazdelitve napak.

<sup>90</sup> Najprej izberemo stopnjo zaupanja  $1-\alpha$ , (na primer 0.95,  $\alpha=0.05$ ), ki se interpretira kot verjetnost, da se ocenjena vrednost nahaja v danem intervalu. Za  $z_{\alpha/2} = 1.96$  [101].

### 5.3.2 Empirične metode, simulacije in razmnoževanje podatkov

Ko ni dostopnih ocen za predikcijske intervale po metodi teoretične formule, si lahko pomagamo bodisi z empirično zasnovanimi predikcijskimi intervali, ki slonijo na analizi porazdelitve ostankov bodisi z metodami simulacij in razmnoževanja<sup>91</sup> podatkov.

Pri empirični metodi analize ostankov predikcijske intervale na testnih podatkih izražamo v odstotkih glede na empirično ugotovljeno porazdelitev napak na učnih podatkih in brez predpostavk o porazdelitvi napak, na primer o njeni normalnosti.

Metode razmnoževanja podatkov, ki se pogosto uporabljajo v statistiki, slonijo na jemanju  $n$  vzorcev iz množice neodvisnih opazovanj, kjer vrednosti v vzorcu dobimo z nadomeščanjem »pravih« vrednosti. Pri časovnih vrstah so opazovanja časovno urejena. Smiselno bi bilo ustvarjanje vzorcev glede na napako modela, saj so napake neodvisne [200]. Problem izbiranja podvzorcev s pomočjo napak je tvegan za časovne vrste in precej odvisen od uporabljenega modela [28].

V zadnje čase se je pri modeliranju v ekonometriji uveljavila metode »gostotnih« napovedi<sup>92</sup> [22], [46], ki jo uporabljajo tudi kot simulacijsko metodo, ne glede na uporabljeno funkcijo izgube pri učenju. Metoda temelji na prediktivni paradigmi ne samo opazovanja verjetnostne gostote vzorca, ampak še posebej na pridruženih gostoti k bodočim opazovanjem (testni množici), ob upoštevanju pogojev, ki se nanašajo na učno množico (vzorec) [46].

### 5.3.3 Bayesov model

Uporaba Bayesovega modela omogoča oceno porazdelitve napovedanih vrednosti, s tem pa tudi določanje Bayesovih predikcijskih intervalov. Uporaben je za mešanico, ansambel modelov, ki jih lahko uporabimo za napovedovanje ene časovne vrste. Pod imenom Bayesovi modeli za napovedovanje v literaturi naslavljajo razred linearnih dinamičnih modelov [28].

Za razliko od klasičnih modelov, kjer modeliranje predstavlja iskanje modela z določenimi parametri ali iskanje vektorja parametrov  $\Theta$ , ki izvaja točkovne napovedi, pri Bayesovih modelih, ki so verjetnostni modeli, negotovosti napovedi opišemo z verjetnostno porazdelitvijo  $p(\Theta)$ , ki je določena na učni množici, ki jo kot apriorno distribucijo opišemo s  $p(\Theta|\alpha)$ . Poseben primer je normalna porazdelitev za  $p(\Theta|\alpha)$ . Z uporabo Bayesovega izreka

<sup>91</sup> Angl. *bootstrapping* ali *resampling* prevajamo z razmnoževanjem podatkov [101].

<sup>92</sup> Angl. *density forecasts* prevajamo z gostotnimi napovedi.

[14] posteriorno porazdelitev parametrov  $\Theta$  opišemo kot produkt apriorne porazdelitve in funkcije verjetja. Pri iskanju nabora parametrov  $\Theta$  običajno maksimiziramo posteriorno distribucijo. Pri točkovnem napovedovanju vrednosti v prihodnosti je prediktivna negotovost pri Baysovem modelu povsem določena [14].

Kljub obetavnim lastnostim Bayesovih modelov je njihova izvedba zahtevna. Za njihovo izvedbo se uporabljajo simulacijska orodja kot sta Markovska veriga Monte Carlo (angl. *Markov Chain Monte Carlo, MCMC, MC<sup>2</sup>*) ali metoda z relevantnimi vektorji (angl. *Relevance Vector Machine, RVM*) [14], [15]. RVM predstavlja Bayesovo ogrodje za regresijo, kjer je model, ki ga učimo verjetnostna mreža, s podobnimi lastnostmi »raztresenosti« kot popularni SVR modeli (stran 138). Njene uteži (vektor parametrov  $\Theta$ ) imajo apriorne verjetnosti. Njihovo določanje »upravlja« množica hiperparametrov, ki se nanašajo na uteži in katerih najbolj verjetne vrednosti določamo skozi učenje. Redkost, raztresenost je dosežena s pomočjo posteriorne porazdelitve določenih uteži, ki jih dodamo v modelu ali zavržemo [14].

### 5.3.4 Izbira metode za določanje predikcijskih intervalov

Pri izbiri metode za določanje predikcijskih intervalov smo omejeni z obstojem teoretične formule. Nujno je diagnosticiranje porazdelitve ostankov. Največkrat pri modeliranju z določeno metodo predpostavimo, da je model v svoji družini optimalen, toda še vedno je potrebno diagnosticiranje porazdelitve predikcijskih napak [28]. Včasih se zgodi, da je model preveč prilagojen učni množici (na primer pri nevronskih mrežah ali ARIMA modelih), kar se potem pokaže kot bistveno širša varianca napake na testni množici v primerjavi z varianco ostankov.

Prav zaradi odsotnosti zagotovila o optimalnosti prediktorja pri nevronskih mrežah se za določanje predikcijskih intervalov pogosto uporabljajo metode razmnoževanja podatkov,  $\delta$ -metoda z uporabo Hessove matrike (stran 91), sendvič estimatorji in druge empirične metode. Tibshirani [200] je empirično potrdil, da dá najboljše rezultate metoda z razmnoževanjem podatkov. Ta je po konceptu najbližja modeliranju s črnimi škatlami, kjer se držimo principa, da vse lastnosti prediktorja izpeljemo iz učne množice. V disertaciji smo se odločili za vrednotenje predikcijskih intervalov za najbolj uspešne modele za kratkoročno napovedovanje časovnih vrst. Uporabljamo 2 algoritma za razmnoževanje podatkov.

Ocenjevanje napake večjega števila modelov:

1. Ustvari  $B$  učnih vzorcev (učnih podmnožic), vsak dolžine  $n$ , iz osnovne množice dolge  $N$  vzorcev. Osnovno učno množico označimo z  $\{(\mathbf{x}_1, y_1), (\mathbf{x}_2, y_2), \dots, (\mathbf{x}_N, y_N)\}$ .  $b$ -ti vzorec označimo z  $\{(\mathbf{x}_1^{*b}, y_1^{*b}), (\mathbf{x}_2^{*b}, y_2^{*b}), \dots, (\mathbf{x}_n^{*b}, y_n^{*b})\}$ .

2. Za vsak vzorec  $b = 1, \dots, B$  izračunamo parametre  $\hat{\Theta}^{*b}$  z minimiziranjem vsote kvadratov

$$\sum_{i=1}^n (y_i^{*b} - y(\mathbf{x}_i^{*b}; \hat{\Theta}^{*b}))^2.$$

3. Standardno napako  $i$ -te napovedane vrednosti ocenjujemo z naslednjo oceno:

$$\sqrt{\frac{1}{B-1} \sum_{b=1}^B (y(\mathbf{x}_i; \hat{\Theta}^{*b}) - y(\mathbf{x}_i; \cdot))^2}$$

$$y(\mathbf{x}_i; \cdot) = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B y(\mathbf{x}_i; \hat{\Theta}^{*b})$$

Razmnoževanje učnih vzorcev s pomočjo ostankov:

Iz učne množice ocenimo  $\hat{\Theta}$  in izračunamo ostanke  $r_i = y_i - y(\mathbf{x}_i; \hat{\Theta})$  za  $i = 1, 2, \dots, n$ .

Ustvarimo  $B$  vzorcev (učnih množic) s preurejanjem ostankov  $r_1, r_2, \dots, r_n$ .  $b$ -ti vzorec ostankov označimo z

$r_1^{*b}, r_2^{*b}, \dots, r_n^{*b}$ , medtem ko je novi izhod glede na ostanke dobljen z enačbo  $y_i^{*b} = y(\mathbf{x}_i; \hat{\Theta}) + r_i^{*b}$ .

Z vsak vzorec  $b = 1, \dots, B$  izračunamo parametre  $\hat{\Theta}^{*b}$  z minimiziranjem vsote kvadratov

$$\sum_{i=1}^n (y_i^{*b} - y(\mathbf{x}_i^{*b}; \hat{\Theta}^{*b}))^2.$$

Standardno napako  $i$ -te napovedane vrednosti ocenjujemo z naslednjo oceno:

$$\sqrt{\frac{1}{B-1} \sum_{b=1}^B (y(\mathbf{x}_i; \hat{\Theta}^{*b}) - y(\mathbf{x}_i; \cdot))^2}$$

$$y(\mathbf{x}_i; \cdot) = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B y(\mathbf{x}_i; \hat{\Theta}^{*b})$$

Drugi algoritem temelji na predpostavki, da je vzorec napak, ki ga naredi »izbrani« model reprezentativen, da so napake modela naključne. Če pride do pretiranega prilagajanja modela k učni množici, potem je bolje uporabiti prvi algoritem, za katerega pričakujemo, da bo bolj robusten. Oba algoritma sta primernejša za določanje predikcijskih intervalov pri modeliranju s črnimi škatlami kot na primer asimptotični predikcijski intervali, kjer je za določanje intervalov potrebno poznavanje strukture prediktorja [93].

## 5.4 Univariatno modeliranje

O univariatnemu modeliranju govorimo, ko modele zgradimo samo iz opazovane časovne vrste. Najprej bomo opisali običajne regresijske metode za modeliranje časovnih vrst, kot so določanje

trenda ter možnih cikličnih sprememb. V disertaciji uporabljamo običajno linearno regresijo, pace regresijo, lokalno uteženo regresijo in regresijska drevesa (sodijo med modele strojnega učenja), ki jih bomo opisali v tekočem poglavju.

#### 5.4.1 Določanje trenda

Za dolgoročno napovedovanje je včasih koristno določiti trendno krivuljo. Trendne krivulje so lahko linearne, polinomske, eksponentne, logaritemske in podobno. Določeni avtorji svetujejo, da trendne krivulje uporabimo za dolgoročno napovedovanje, za obdobje, ki je krajše od obdobja opazovanja pojavov [27]. Problem nastopi, ko se več krivulj enako dobro prilagodi opazovanim podatkom, žal pa so njihove napovedi za prihodnost bistveno različne.

Pri časovnih vrstah enosmerne napetosti smo opazili izrazito trendno obnašanje pri časovnih vrstah, ki jih ustvarjajo Zenerjeve diode LM329 ter skupina zaporedno vezanih štirih najbolj stabilnih LM329. O trendu v časovnih vrstah napetosti smo govorili v naslednjih poglavjih:

- OPIS VIROV ENOSMERNE NAPETOSTI, v podpoglavju Linearni model lezenja, na strani 18, Slika 2.2 na strani 20 kaže trendno spreminjanje napetosti na izhodu Fluke 732B.
- SPLOŠNO O DOMENAH, Slika 3.6 a) in Slika 3.7 na strani 26 kažeta trendno obnašanje časovnih vrst diod tipa LM329.
- ANALIZA IN MODELIRANJE ČASOVNIH VRST, v podpoglavju Trend v časovnih vrstah enosmerne napetosti smo na strani 36 obravnavali trend v časovnih vrstah napetosti ter iskali vzroke za njegovo pojavljanje. Slika 4.1 kaže izrazit trend časovne vrste LM329 ter njegovo odpravljanje (z diferenciranjem), kar je predpogoj za nadaljnje modeliranje časovne vrste.

#### 5.4.2 Linearna regresija z navadnimi najmanjšimi kvadrati

Linearna regresija sodi med najbolj enostavne statistične metode. Njena osnovna ideja (Slika 5.22 na strani 142) je izražanje sedanje vrednosti v časovni vrsti, kot linearna kombinacija preteklih:

$$x = w_0 + w_1 x_1 + \dots + w_p x_p \quad \text{Enačba (5.25)}$$

kjer je  $x$  sedanja vrednost,  $\mathbf{x} = x_1, x_2, \dots, x_p$  je preteklih  $p$  vrednosti in  $w_0, w_1, \dots, w_p$  so uteži ali parametri modela. Uteži računamo na učni množici, ki jo sestavljajo časovno vloženi vektorji,

sestavljani iz zaporednih opazovanj sistema. Vsak vzorec predstavlja časovno zaporedje opazovanj dinamičnega sistema. Na primer,  $x(n), x_1(n), x_2(n), \dots, x_p(n)$  je  $n$ -ti vzorec učne množice,  $\mathbf{x}(n) = x_1(n), x_2(n), \dots, x_p(n)$  so vrednosti vhodnih atributov,  $x(n)$  pa je želeni izhod (Slika 5.4, stran 84). Z metodo linearne regresije izbiramo nabor uteži, ki minimizirajo naslednjo vsoto kvadratov razlik:

$$\sum_{n=1}^N \left( x(n) - \sum_{j=1}^p w_j x_j(n) \right)^2 \quad \text{Enačba (5.26)}$$

Za določanje uteži, ki minimizirajo napako napovedi na učni množici, se uporabljajo različne metode<sup>93</sup>. Če je število vzorcev učne množice večje od števila uteži, potem numerična metoda za določanje uteži zahteva operacijo računanja inverzne matrike [225]. Metodo imenujejo navadni najmanjši kvadrati (angl. *ordinary least squares, OLS*). V disertaciji smo uporabili navadno linearno regresijo kot model črne škatle. Uporabili smo njeno implementacijo v programskem paketu WEKA [218]. Ta za ocenjevanje in izbiro modelov v času izgradnje uporablja Akaikejev informacijski kriterij AIC (enačba (5.17) na strani 96) in srednjo kvadratno napako MSE na učni množici.

### 5.4.3 Pace regresija

Linearna regresija z navadnimi najmanjšimi kvadrati je enostavna in teoretično dobro zasnovana. Žal ne zaznava redundanc v množici odvisnih atributov in zato v praksi deluje slabše, če imamo visokodimenzionalen vhodni prostor [216]. Običajni načini, da izboljšamo rezultat linearne regresije so:

- Izbiranje informativnih atributov - parametrov (angl. *subset selection*):
  - Iščemo množico informativnih atributov na podlagi vnaprej določenih kriterijev, kot so na primer AIC, BIC, ki so opisani na strani 95 ali z algoritmom ReliefF [101], [153]. Metode običajno slonijo na računanju, koliko se ta kriterij spremeni, če odstranimo določen atribut. Temeljijo na predpostavki, da pomembni, informativni atributi signifikantno vplivajo na predikcijo.

---

<sup>93</sup> Metodo najmanjših kvadratov smo opisali na strani 141. Definirali smo kvadratno funkcijo izgube kot mero razlikovanja med modeli.

- Krčitev ali glajenje koeficientov (angl. *shrinkage methods*) je zvezna inačica izbiranja informativnih atributov, ko kaznujemo kompleksnost modela zato, da bi zmanjšali varianco modela [216], [217]:

- Sedlasta ali regularizacijska regresija (angl. *ridge regression*) [66]
- Laso regresija.

V disertaciji smo preizkusili izbiro vhodnih atributov po kriterijih najmanjših kvadratov, AIC in Relief. Vendar pri modeliranju ne posvečamo veliko pozornosti izbiri informativnih atributov, saj ne modeliramo sistema z velikim številom vhodnih parametrov.

Uporabljamo še eno metodo za linearno regresijo, ki sta jo opisala avtorja Wang in Witten [216], [217], [218], [225] ter jo poimenovala **pace regresija** (angl. *Projection Adjustment by Contribution Estiation*). Ta temelji na empiričnem Bayesu. Teoretično zagotavlja optimalnost napovedi, če je število prostih parametrov v sistemu, ki ga modeliramo, neskončno. Temelji na napovedovanju verjetnosti bodočih opazovanj sistema. Za vrednotenje uspeha verjetnostnih napovedi uporablja Kullback-Leiblerovo mero razdalje med dvema porazdelitvenima funkcijama [217]. Za preiskovanje prostora možnih rešitev uporablja izboljšane cenilke največjega verjetja (angl. *maximum likelihood estimators, MLE*), ki slonijo na uporabi empiričnega Bayesa. Uporablja lastnost MLE o asimptotski normalnosti. Osnovne attribute (parametre) transformira v ponarejene. Ustvarja neparametrične mešanice ocen, ki se nanašajo na porazdelitve ponarejenih atributov. Na njih izvaja empirično Bayesovo analizo z namenom določanja porazdelitvene funkcije bodočih opazovanj in vrednosti vzorcev, ki pripadajo tej porazdelitvi. Metoda je podrobno opisana v [216]. V disertaciji uporabljamo njeno implementacijo v programskem paketu WEKA [218], [225].

#### 5.4.4 Lokalno utežena regresija

V disertaciji uporabljamo še en princip učenja, ki ga imenujemo **k-najbližjih sosedov** [101], [225], ki spada med vrsto lenih učenj. Ko napovedujemo funkcijsko vrednost za nek vhodni vektor, poiščemo podmnožico podobnih primerov v preteklosti, katerih funkcijske vrednosti uporabimo za napoved funkcijske vrednosti trenutnega vhoda. Pri linearni regresiji običajno najprej poiščemo k-najbližjih sosedov, skozi katere potem izvedemo regresijo<sup>94</sup>. Lokalno utežena

<sup>94</sup> K-najbližjih sosedov lahko povežemo s kvadratno funkcijo, večnivojskim perceptronom in podobno.

regresija sestavi lokalno aproksimacijo ciljne funkcije v okolici novega primera. Ta aproksimacija se uporabi za napoved vrednosti funkcije za dan vhod [101].

V disertaciji uporabljamo proceduro, ki implementira lokalno uteženo regresijo, ponovno v programskem paketu WEKA [218], [225]. Izbrali smo  $k$ -najbližjih sosedov po evklidski razdalji in jih obtežili z uporabo linearne jedrne funkcije, ki smo jo opisali na strani 147.

#### 5.4.5 Druge statistične metode za regresijo

Poleg linearne regresije se je v statistiki uveljavila množica učinkovitih metod za napovedovanje časovnih vrst, kot so adaptivno filtriranje, Bayesovo napovedovanje s Kalmanovim filtriranjem itn. Med popularnimi statističnimi metodami velja omeniti: posplošeno aditivno metodo<sup>95</sup> in regresijo z zasledovanjem projekcij<sup>96</sup> [57], [66], [67]. O posplošeni aditivni metodi govorimo, ko napovedano vrednost predstavimo kot vsoto funkcij z različnimi argumenti, ki so običajno vrednosti časovne vrste z različnim zamikom. Regresijo z zasledovanjem projekcij sta 1981 predstavila Friedman in Stuetzle. Če je  $\mathbf{x} = (x_{t+1}, \dots, x_{t+p})^T$  vhodni vektor in  $\hat{y}$  ocenjeni izhod, jo predstavlja enačba:

$$\hat{y} = \bar{y} + \sum_{m=1}^{M_0} \beta_m \phi_m(\mathbf{a}_m^T \mathbf{x}) \quad \text{Enačba (5.27)}$$

$\mathbf{a}_m$  predstavlja vektor konstant ustrezne dolžine,  $\beta_m$  je skalar, funkcije  $\phi_m$  pa so ocenjene iz podatkov tako, da bo njihovo povprečje 0. Če primerjamo  $\phi_m$  z aktivacijsko funkcijo pri nevronskih mrežah, imajo  $\phi_m$  prednost, da se prilagodijo podatkom, medtem ko je aktivacijska funkcija pri nevronskih mrežah vnaprej določena (na primer sigmoidna ali logistična funkcija).

Eden izmed avtorjev omenjene metode, Friedman, je leta 2003 s sodelavci predstavil novo metodo [67] za linearno regresijo, ki jo je poimenoval gradientno vodena regularizacija<sup>97</sup>. Metoda sloni na predstavitvi množice kandidatov prediktorjev, ki tvorijo tirnico v nekem prostoru, skupaj s svojimi parametri in na izbiranju prediktorja kot točke tirnice. Obstaja več

<sup>95</sup> Angl. *Generalized Additive Models, GAM*, prevajamo s posplošenimi aditivnimi modeli.

<sup>96</sup> Angl. *Projection Pursuit Regression, PPR*, prevajamo z regresijo z zasledovanjem projekcij.

<sup>97</sup> Angl. *Gradient Directed Regularization* prevajamo z gradientno vodeno regularizacijo. Metoda sodi med sedlastimi ali regulacijskimi metodami.



načinov za tvorjenje tirnic modelov z uporabo gradientnih metod. Nekatere slonijo na kaznovanju, druge pa na regularizacijskih metodah, ki pri iskanju parametrov regresije minimizirajo tveganje ali izgubo v smislu popularne statistične teorije učenja [34], [210], [211]. Metode minimizacije izgube so se uveljavile zaradi robustnosti njihovih izhodnih modelov ter zaradi možnosti omejevanja parametrov regresije s strani uporabnikov. Omenjenih metod v disertaciji ne uporabljamo.

#### 5.4.6 Regresijska drevesa

Med statističnimi metodami in metodami strojnega učenja ne obstaja ozka meja, saj metode strojnega učenja izvirajo iz statistike in računalniških znanosti. Medtem ko je v statistiki poudarek na testiranju predpostavk, se v strojnem učenju ukvarjajo s posplošitvijo kot iskanjem med različnimi možnostmi. V zgodnjih 80-ih letih so raziskovalci vzporedno v statistiki (Breiman in ostali) in v strojnem učenju (Quinlan) razvili metodo **indukcije odločitvenih dreves**. Poseben primer odločitvenih dreves so **regresijska drevesa**, ki jih uporabljamo v disertaciji. Odločitvena drevesa so ne le učinkovit mehanizem za klasifikacijo in numerično napovedovanje (regresijo), temveč tudi mehanizem za predstavitev strukture podatkov. Spadajo v širši razred metod induktivnega učenja, ki je podmnožica avtomatskega učenja iz rešenih primerov [101].

Odločitvena drevesa so sestavljena iz notranjih vozlišč, ki predstavljajo razvejišča pri klasifikaciji vej, ki so podmnožice vrednosti vhodnih polj ter listov, ki predstavljajo razrede. Pri izgradnji odločitvenega drevesa je osnovna naloga, da iz predstavljenih podatkov, učnih primerov, zgradimo odločitveno drevo, ki ponazarja preslikavo med izbranimi vhodnimi polji, atributi in izbranim izhodnim poljem, razredom. Postopek ustvarjanja odločitvenega drevesa iz učne množice imenujemo indukcija drevesa. Pri indukciji začnemo s praznim drevesom in celotno množico učnih objektov. Na vsakem koraku s pomočjo hevristične mere izberemo atribut, ki na poti do trenutnega vozlišča še ni bil uporabljen. Cilj indukcije je najti hipotezo, ki temelji na učnih primerih in je zmožna uspešno predvideti izhode še nerešenih primerov [101]. Če število učnih primerov ni dovolj veliko, ali če podatki vsebujejo šum, običajno pride do prekomernega prilagajanja učnim primerom. Rezultat tega so velika odločitvena drevesa, ki vsebujejo precej nepomembnih vej. V ta namen obstajajo postopki za rezanje nepotrebnih vej.

Modeliranja s pomočjo odločitvenih dreves se lotimo tako, da pripravimo množico rešenih primerov. Kot običajno s pomočjo učne množice gradimo odločitveno drevo in s pomočjo testne množice preverjamo zanesljivost zgrajenega drevesa.

Medtem ko odločitveno drevo omogoča klasifikacijo novih primerov, regresijsko drevo omogoča napovedovanje funkcijskih vrednosti. Ko iščemo rešitev za nek nov, še nerešen primer, začnemo v korenu drevesa in se v vsakem atributnem vozlišču odločimo za vejo glede na vrednost pripadajočega atributa v nerešenem primeru, vse dokler ne pridemo do lista, in s tem do predlagane rešitve. V statistiki je regresija postopek za določanje vrednosti uteži pri izražanju izhoda regresije kot linearne kombinacije prejšnjih vrednosti, regresijsko drevo pa predstavlja odločitveno drevo z listi, ki vsebujejo največkrat povprečne numerične vrednosti, oziroma predstavljajo povprečen izid dogodkov, ki dosega liste [225]. Razen povprečja uvrščenih primerov v listih lahko nastopajo premice, linearne kombinacije ali poljubne funkcije vrednosti atributov.

Predstavitev znanja z odločitvenimi in regresijskimi drevesi lahko posplošimo tako, da namesto enega atributa v notranjem vozlišču nastopa poljubna funkcija vseh atributov. Tudi konstantno vrednost razreda v listih je mogoče zamenjati s poljubno funkcijo. To je običajna situacija pri regresijskih drevesih, ko v listu nastopa linearna kombinacija podmnožice atributov [101]. Tako tip drevesa Witten in Frank [225] imenujeta **modelno drevo**.

#### 5.4.6.1 Učenje regresijskih dreves

Regresijska drevesa, konkretnje modelna drevesa, gradimo s programskim paketom WEKA [218]. Drevesa so zgrajena z algoritmom za indukcijo odločitvenih dreves ali pa z uporabo osnovne metodologije »razveji in omeji« za odločitvena drevesa. Algoritmi med izgradnjo drevesa attribute delijo/vejijo, da bi maksimizirali informacijsko vsebino podatkov [101].

Osnovni algoritem za gradnjo regresijskih dreves, ki ga je opisal Kononenko v [101], je podan na naslednji način:

*Če je izpolnjen ustavitveni pogoj,*

*potem*

*postavi list, ki vključuje vse učne primere;*

*ustvari funkcijo, ki modelira učne primere v listu;*

*sicer*

*izberi »najboljši« atribut  $A_i$ ;*

*označi naslednike  $\mathcal{Z}$  vrednostmi atributa  $A_i$ ;*

*za vsako vrednost  $V_j$  atributa  $A_i$  ponovi:*

*rekurzivno zgradi poddrevo  $\mathcal{Z}$  ustrezno podmnožico učnih primerov.*

Pri izgradnji drevesa ustavitveni pogoj upošteva kakovost funkcije, ki modelira učne primere v listu. V listih, kot smo že prej povedali, nastopa konstanta (kot povprečje primerov uvrščenih v ta list), linearna funkcija (razred modeliran s premico), poljubna funkcija.

Za ocenjevanje najbolj informativnega atributa se pri izgradnji dreves uporabljata meri: razlika variance [101] in regresijski ReliefF [153]. Možna mera je lahko tudi ocena kakovosti funkcije, s katero bi lahko modelirali primere v naslednikih trenutnega vozlišča. Zanesljivost ocene kakovosti atributa je odvisna od števila učnih primerov.

Zgrajeno drevo uporabljamo za določanje vrednosti odvisne spremenljivke novih primerov. Od korena potujemo po vejah do lista. Vrednost odvisne spremenljivke za dani primer napovemo s funkcijo, ki je v tem listu (povprečje, linearna ali katera druga funkcija). Regresijsko drevo po svoji obliki predstavlja funkcijo, simbolični opis zakonitosti v domeni, ki jo modeliramo in zato je še posebej zanimivo za strokovnjake iz problemske domene. Zato bi ga lahko uvrstili med modele »belih škatek«. V disertaciji ga uporabljamo samo na nivoju vhodno-izhodne preslikave, kot črno škatlo. Na nižjih nivojih vozliščem ustreza majhno število učnih primerov in so zato nezanesljiva. Kljub dejstvu, da ustavitveni pogoji poskušajo ustaviti gradnjo, ko ta postane nezanesljiva ali nepotrebna, se gradnja običajno nadaljuje. Drevo se ponavadi naknadno poreže<sup>98</sup>. Za vsako vozlišče se izračuna pričakovana napaka<sup>99</sup>, ki jo je Kononenko podrobno opisal v [101]. Potem primerjamo pričakovano napako v vozlišču, če le-to postane list s pričakovano napako, če ne porežemo poddrevesa. Če je pričakovana napaka poddreves večja, jih porežemo. To ponavljamo za vsa vozlišča od spodaj navzgor do korena [101]. V disertaciji uporabljamo porezana in neporezana drevesa.

## 5.5 Klasične statistične metode

Najbolj pogosto uporabljeni metodi pri modeliranju časovnih vrst v preteklosti sta bili eksponentno glajenje in Box-Jenskinsovi ARIMA modeli.

<sup>98</sup> Angl. *postpruning* prevajamo z naknadnim rezanjem [101].

<sup>99</sup> Druga možnost je uporaba principa najkrajšega opisa (angl. *Minimal Description Length, MDL*).

### 5.5.1 Eksponentno glajenje in Holt-Wintersova metoda

Eksponentno glajenje se uporablja pri modeliranju stacionarnih časovnih vrst in je zelo učinkovit za modeliranje procesov, ki so po naravi drseča povprečja (podpoglavje Drseče povprečje na strani 45). V disertaciji se bomo ukvarjali s Holt-Wintersovo metodo, ki je posplošeno eksponentno glajenje za vrste s trendom (in sezonskimi učinki), ki bi ga radi uporabili na primer pri modeliranju časovnih vrst LM329. Podrobnejši opis omenjenih metod pa najdemo v [17], [20], [27], [228].

Ukvarjamo se z eksponentnim glajenjem, ki je primerno za časovne vrste z linearnim ali pridušenim trendom. Odkrila sta ga Brown in Holt neodvisno drug od drugega. Holt ga je prvič uporabil med Drugo svetovno vojno [188]. Enostavno eksponentno glajenje je pragmatičen model, ki vsako vrednost časovne vrste  $x_t$  ponazori kot vsoto konstantnega dela  $b$  in dela napake  $\varepsilon_t$ , ali  $x_t = b + \varepsilon_t$ . Konstantni del  $b$  mora biti stabilen, skozi določene segmente časovne vrste pa se vseeno lahko počasi spreminja. Če bi radi določili  $b$  ali sistematični in predvidljiv del vrste, potem lahko izvajamo drseče povprečje, tako da damo večjo težo bližnje preteklim vrednostim v vrsti, kot vrednostim, ki so se zgodile v »starejši« preteklosti. Enostavno eksponentno glajenje poda enačba:

$$S_t = \alpha x_t + (1 - \alpha)S_{t-1} \quad \text{Enačba (5.28)}$$

Vsako novo zglajeno vrednost v časovni vrsti računamo kot obteženo povprečje sedanje opazovane vrednosti in prejšnje zglajene vrednosti. Posledično je obteženo povprečje vseh prejšnjih vrednosti, tako da uteži upadajo eksponentno, odvisno od vrednosti  $\alpha^{100}$ .

Eksponentno glajenje je postalo popularna metoda za napovedovanje, ko je Makridakis leta 1986 [117] eksperimentalno pokazal, da je pri napovedovanju 1 korak vnaprej najboljša metoda med 24-imi možnimi metodami in da bo ne glede na teoretično ozadje, ki zgradi časovno vrsto, eksponentno glajenje, kot prediktor za 1 korak vnaprej dalo dobre rezultate. V disertaciji uporabljamo eksponentno glajenje s trendom in sezonskimi učinki, kot je realizirano v programskem paketu Statistica [188]. Da bi se prepričali o optimalnosti modela eksponentnega glajenja smo poskuse ponovili s programskim paketom SPSS [228].

Izbira parametra  $\alpha$  je zelo pomembna. Ocenjujemo ga iz podatkov (ni predhodno določen) običajno s samodejno ali požrešno metodo iskanja<sup>101</sup>. Model za določeno izbiro  $\alpha$

<sup>100</sup> Če je  $\alpha=1$ , pretekla glajenja ignoriramo. Če je  $\alpha=0$ , sedanjo zglajeno vrednost predstavimo samo preko preteklih glajenj, in sicer je  $S_0$ . Praktično  $\alpha \in (0,1)$ .

testiramo tako, da napovedujemo 1 korak vnaprej. Napako modela ocenjujemo z risanjem časovne vrste in izhodom modela ter iz ostankov. S pomočjo ostankov tvorimo razen povprečne kvadratne napake, ali vsote kvadratnih napak, še druge ocene napake kot pokazatelje pomanjkanja prilagoditve prediktorja, kot so srednja napaka, srednja absolutna napaka<sup>102</sup>, napaka v odstotkih, srednja napaka v odstotkih ali srednja absolutna napaka v odstotkih<sup>103</sup>. Pri iskanju najboljše izbire za  $\alpha$  uporabljamo kvazi-Newtonov algoritem za minimizacijo funkcije napake ali požrešno iskanje [188]. Relativno pomembna je tudi izbira prve »zglajene« vrednosti  $S_0$ , saj če je  $\alpha \approx 0$ , bo  $S_0$  močno vplivala na prihodnje napovedi, v praksi pa njen vpliv ni kritičen.

### 5.5.1.1 Sezonski in ne-sezonski modeli z in brez trenda

Do sedaj smo opisali kako zgradimo enostaven model eksponentnega glajenja z ocenjevanjem prilagoditvene zmožnosti modela. Opisani model lahko posplošimo s ciljem, da bi se prilagajal podatkom, ki vsebujejo trend in sezonske fluktuacije.

Ideja posplošitve modela je v tem, da napovedana vrednost ni sestavljena samo iz modela eksponentnega glajenja preteklih vrednost, ampak tudi iz neodvisnega (zglajenega) trenda in dodanih sezonskih fluktuacij.

Glede na obliko trenda modele eksponentnega glajenja delimo na modele brez, z linearnim, eksponentnim ali blagim trendom. Časovne vrste pogosto vsebujejo različne tipe cikličnih fluktuacij. O tem smo govorili v podpoglavju Analiza časovnih vrst s sezonskimi ali cikličnimi spremembami na strani 37. Le-te v modelih eksponentnega glajenja obravnavamo s pomočjo neodvisnega parametra  $\delta$ . Sezonske ali, bolj splošno, ciklične komponente so po naravi lahko aditivne ali multiplikativne. Za aditiven model se odločimo, ko diagram vrste kaže stalne fluktuacije ne glede na celotni nivo spreminjanja, medtem ko se pri multiplikativnih modelih velikost sezonskih fluktuacij spreminja v odvisnosti od celotnega nivoja časovne vrste. V splošnem sezonske fluktuacije preprosto prištejemo k osnovnemu modelu ali pa model

---

<sup>101</sup>  $\alpha$  spreminjamo med 0,1 in 0,9 z določenim korakom in opazujemo vsoto/povprečje kvadratov ostankov ali napak predikcije. Izberemo tisto vrednost  $\alpha$ , ki »povzroči« najmanjšo srednjo kvadratno napako, (angl. *Mean Square Error, MSE*), ki jo običajno imenujejo *ex post* MSE. V splošnem lahko uporabljamo katero koli proceduro za minimizacijo funkcije.

<sup>102</sup> Srednja absolutna napaka (angl. *Mean Absolute Error, MAE*) zmanjša pomen »izpadov« v časovni vrsti.

<sup>103</sup> Napake, izražene v procentih glede na napovedovano vrednost, se včasih uporabljajo kot ocena intervala zaupanja predikcij.

zmnožimo z njimi, kot smo opisali v Analiza časovnih vrst s sezonskimi ali cikličnimi spremembami na strani 37. Pri aditivnem modelu  $napoved_t = S_t + I_{t-p}$ , pri multiplikativnemu pa  $napoved_t = S_t * I_{t-p}$ , pri čemer je  $I_{t-p}$  zglajen sezonski faktor v času  $t-p$ , pri čemer je  $p$  dolžina sezone. Sezonski faktor ocenimo podobno kot enostavno eksponentno glajenje, in sicer na naslednji način za aditivni in multiplikativni model :

$$\begin{aligned} I_t &= I_{t-p} + \delta(1-\alpha)\varepsilon_t \\ I_t &= I_{t-p} + \delta(1-\alpha)\varepsilon_t / S_n \end{aligned} \quad \text{Enačba (5.29)}$$

Napovedana sezonska komponenta v času  $t$  je izračunana v odvisnosti od pretekle sezonske spremembe z določenim deležem napake. Če je  $\delta = 0$ , potem ni sezonskih sprememb. Če pa je 1, potem so zelo izražene. Optimalna vrednost je  $\delta \in (0,1)$ .

Trend je lahko linearne, eksponentne ali počasi naraščajoče/padajoče (prekucnjene) oblike<sup>104</sup>. Analogno s sezonskimi komponentami trend prištejemo k osnovnemu modelu. Glajenje trenda opisuje  $\gamma$  za linearne in eksponentne modele ter  $\phi$  za blago spreminjajoče se modele. Parameter  $\phi$  je parameter spreminjanja trenda in opisuje, kako hitro bo spreminjajoči se trend naraščal/upadal.

V disertaciji je pri modeliranju določenih časovnih vrst smiselno uporabiti eksponentno glajenje z linearnim ali prekucnjenim trendom. Posebej nas je zanimal vpliv cikličnih fluktuacij, saj so v močnostnih spektrih nekaterih vrst (Slika 4.20 na strani 62) zaznavne špice pri urni frekvenci.

### 5.5.2 Box-Jenkinsova ali *ARIMA* metoda

Med najbolj pogosto uporabljane metode za prediktivno modeliranje časovnih vrst v preteklosti nedvomno sodi Box-Jenkinsova *ARIMA* metoda. Podrobno je opisana v [17], [20], [27], [228]. V sedanjem času še vedno predstavlja referenčno metodo pri ponazarjanju prediktivnih lastnosti neke nove metode. Naravo *ARIMA*( $p, d, q$ ) procesov smo opisali v podpoglavjih ARMA proces, ARIMA proces, Sezonski ARIMA proces v poglavju ANALIZA IN MODELIRANJE ČASOVNIH VRST. Modeliranje z *ARIMA* modeli smo tudi že opisali v Splošna načela modeliranja v časovni domeni z ARIMA modeli na strani 49. Tukaj se bomo osredotočili na opis

<sup>104</sup> Angl. *damped trend* prevajamo s počasi spreminjajočim se ali prekucnjenim trendom. Ponazarja pojav, ki se najprej hitro, potem pa vedno bolj počasi spreminja.

scenarija za pridobivanje *ARIMA* modelov za kratkoročno napovedovanje na primeru vrst enosmerne napetosti:

- Identifikacija modela:
  - Pri časovnih vrstah LM329, ki vsebujejo trend, se odločimo za *ARIMA* model.
  - Pri časovnih vrstah LTZ1000, ki ne vsebujejo izrazitega trenda, se odločimo za *ARMA* model.
- Ocenjevanje parametrov modela:
  - Pri časovnih vrstah LM329, ki imajo trend se odločimo za odštevanje sosednjih vrednosti, kar narekuje uporabo modelov *ARIMA*( $p,1,q$ ).
  - Pri obeh tipih časovnih vrst (LM329, LTZ1000) si pri izbiri parametrov  $p, q$  pomagamo z ocenjeno avtokorelacijsko in parcialno avtokorelacijsko funkcijo: Slika 4.3 a), Slika 4.4, Slika 4.5, Slika 4.7, Slika 4.8, Slika 4.9 in sicer tako, kot smo opisali na strani 50 v Splošna načela modeliranja v časovni domeni z *ARIMA* modeli. Pri modeliranju časovne vrste LTZ1000, Ref A (Slika 4.5) red avtoregresije ocenimo tako, da parameter  $p$  spreminjamo med 1 in 6, saj je toliko signifikantnih parcialnih avtokorelacijskih koeficientov. Pri modeliranju časovnih vrst LM329, ZEN6, (Slika 4.8) in skupine zaporedno vezanih LM329 (Slika 4.9) uporabljamo diferencirano časovno vrsto in red drsečega povprečja  $q$  spreminjamo med 1 in 7 oziroma 1 in 2. Podrobnejša razlaga o izbiri reda modelov je podana v podpoglavju Avtokorelacija na straneh 41 in 41.
  - Pri umetnih časovnih vrstah, kot sta spremenljivka  $z$  Lorenzevega sistema in FBM, pa spreminjamo avtoregresijski parameter  $p$  v mejah med 1 in 6 (Slika 4.6, Slika 4.10, Slika 4.11).
  - Za izgradnjo modelov *ARIMA* uporabljamo različne programske pakete Statistica [188], SPSS [228] in delno XLSTAT, kar implicira uporabo njihovih optimizacijskih paketov. SPSS uporablja cenilke največjega verjetja, kot je opisano na strani 50, MLE cenilke. Statistica uporablja iterativen postopek za izračun parametrov: s kvazi-Newtonovo metodo minimizira kvadratno funkcijo napake. SPSS uporablja le cenilko največjega verjetja<sup>105</sup>.

---

<sup>105</sup> V programskem paketu Statistica lahko izbiramo med metodami za ocenjevanje cenilke največjega verjetja, MLE: 1) po McLodu in Salesu, 2) metodo z odlivanjem nazaj (angl. *backcasting*), 3) eksaktno Melardovo metodo. Avtorji programskega paketa [188] priporočajo uporabo 1) ali 2) v odvisnosti od dolžine časovne vrste, in sicer 1) za dolge časovne vrste, v vsakem primeru pa 3) za dokončno ocenjevanje parametrov.

- Diagnosticiranje kakovosti modela:
  - Kakovost modela med izgradnjo ocenjujemo z analizo ostankov<sup>106</sup>.
- Primerjava z ostalimi modeli
  - *ARIMA* modele primerjamo s skupino različnih metod, kot so metode za linearno regresijo, nevronske mreže in modeli podpornih vektorjev. Pri izgradnji vseh modelov se dosledno držimo scenarija, ki je opisan v poglavju POSKUSI: različne modele gradimo na enakih segmentih časovnih vrst in napovedujemo povsem druge segmente časovnih vrst, toda za vse modele veljajo enaki pogoji »učenja« ali identifikacije in ocenjevanja parametrov in napovedovanja.

Pri ocenjevanju parametrov smo se, poleg splošnih načel modeliranja z *ARIMA* modeli [17], [20], [27], [228], držali tudi navodil programskega paketa Statistika [188]. Pri iskanju optimalnega *ARIMA*( $p, d, q$ ) modela smo vseeno držali načela, da naj bi izbrani model imel parametra  $p$  in  $q$  v mejah med 0 in 6. Časovne vrste LTZ1000 nismo diferencirali ( $d = 0$ ). Pri časovnih vrstah LM329 smo zaradi trenda uporabljali diferencirano vrsto ( $d = 1$ ). Alternativa uporabi navadnih *ARIMA* modelov bi bila uporaba *SARIMA* modelov, ki smo jih opisali v podpoglavju Sezonski *ARIMA* proces na strani 48. Toda v časovnih vrstah enosmerne napetosti (kot smo že obravnavali na strani 37 v Sezonski učinki v časovnih vrstah enosmerne napetosti) niso izraziti, pa tudi ni izrazitih špic s sezonsko periodo v njihovih avtokorelacijskih in parcialnih avtokorelacijskih funkcijah (Slika 4.3 a, Slika 4.4, Slika 4.7, Slika 4.8, Slika 4.9).

Pri diagnosticiranju kakovosti modela med izgradnjo, kot smo povedali, pomembno vlogo igra analiza ostankov. Programski paketi običajno samodejno, iterativno določajo in ocenjujejo izbrane nabore vrednosti parametrov s standardno napako<sup>107</sup>. Mera za zanesljivost modela je njegova zmožnost napovedovanja na podatkih, ki jih nismo uporabili pri njegovi izgradnji. Dober model je tudi tisti, ki je »varčen« in so njegovi ostanki statistično neodvisni, vsebujejo samo šum in so brez sistematičnih komponent. Za ta namen je potrebno izrisati časovno vrsto ostankov, saj nas zanima, ali vsebujejo trend. Da bi raziskali obstoj cikličnih

---

<sup>106</sup> Analiza ostankov pri statističnem modeliranju je podana v podpoglavju Analiza ostankov v poglavju ANALIZA IN MODELIRANJE ČASOVNIH VRST.

<sup>107</sup> V programskem paketu Statistica parametre ocenjujemo z asimptotično standardno napako, ki jo izračunamo s pomočjo matrike parcialnih odvodov drugega reda, dobljeno s končnim diferenciranjem. Procedura ocenjevanja parametrov zahteva minimizacijo vsote kvadratov ostankov. Postopek ocenjevanja je iterativen, zato se lahko zgodi, da parametri dobijo velike vrednosti



komponent, izrisujemo tudi korelogram ostankov. Ostanke »dobrega« modela naj ne bi vsebovali ne trenda, ne cikličnih sprememb.

V družino Box-Jenkisovih metod, kot poseben primer *ARIMA* metod, sodi tudi avtoregresija po korakih (angl. *stepwise autoregression*), ko časovno vrsto najprej diferenciramo in potem na diferenciranih podatkih poiščemo avtoregresijski model reda 1, ki opiše povezavo med trenutno vrednostjo in vrednostjo, ki je oddaljena od trenutne največ  $p$  korakov.

## 5.6 Multivariatno modeliranje v statistiki

Pri multivariatnem modeliranju uporabljamo več »pojasnjevalnih« spremenljivk z namenom, da bi modelirali ciljno spremenljivko, predstavljeno v obliki časovne vrste. Pojasnjevalne spremenljivke običajno predstavlja množica neodvisnih spremenljivk. Med pogosto uporabljenimi multivariatnimi modeli je **multipla regresija**. Pri modeliranju z multiplo regresijo Chatfield poudarja pomembnost [27] povezanosti pojasnjevalnih spremenljivk.

Pri **modeliranju v ekonometriji** pa ekonomisti razlikujejo med eksogenimi in endogenimi spremenljivkami. Eksogene so tiste, ki vplivajo na sistem, medtem ko na njih druge spremenljivke ne vplivajo. Endogene pa so tiste, ki vplivajo ena na drugo. Pričujoča naloga ne zajema metod multivariatnega modeliranja.

## 5.7 Nevronske mreže

V disertaciji smo se odločili za uporabo nevronske mreže, ker so univerzalno orodje, ki omogoča realizacijo poljubne vhodno-izhodne preslikave pa tudi ker se z učenjem prilagajajo okolju. Ko govorimo o mrežah običajno opisujemo njihovo strukturo (arhitekturo), numerični, optimizacijski ali učni algoritem, ki ga uporabimo za spreminjanje določanje njihovih uteži. Govorimo tudi, kako mrežo učimo z učno množico (ki je v našem primeru časovna vrsta) ter kako testiramo naučen model na testnih podatkih. Obstaja več tipov standardnih nevronske mreže, ki nosijo imena njihovih razvijalcev ali strukture, ki jo predstavljajo: Hopfieldova, Boltzmanova, Grossbregerjeva, večnivojski perceptron, Kohonenova [101] in druge. V pričujoči nalogi se ukvarjamo le z usmerjenimi večnivojskimi in rekurentnimi mrežami.

Razvijalci umetnih nevronske mreže so inspiracijo iskali pri bioloških sistemih in so z mrežami skušali realizirati visoko stopnjo paralelizma, asinhrono in večsmerno izvajanje, prilagodljivost v realnem času, robustnost glede na okvare in manjkajoče podatke, sposobnost učenja in samodejnega ustavljanja [101]. Osnovni gradniki nevronske mreže so nevroni s povezavami (Slika 5.7). Nevroni imajo vhodne in izhodne povezave z utežmi  $w_{ij}$ , funkcije kombiniranja vhodov<sup>108</sup>, ki je običajno obtežena vsota  $\sum_{i,i \neq k} w_{ik} x_i + c_j$  ter izhodno funkcijo<sup>109</sup>  $f$ , ki je lahko pragovna ( $f(x) = 1$ , za  $x \geq 0$ ;  $f(x) = -1$  sicer); sigmoidna funkcija  $f(x) = \sigma(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$ , radialna itn.

Nevronske mreže lahko razdelimo glede na njihovo topologijo (arhitekturo/strukturo), namena, pravila učenja, funkcij kombiniranja izhodov nevrona z vhodi [101], kar je včasih zaobjeto pri določanju arhitekturi mreže.

Klasične nevronske mreže lahko glede na njihovo arhitekturo razdelimo na: **usmerjene nevronske mreže, rekurentne in samoorganizacijske mreže**<sup>110</sup> (Slika 5.1). Glede na namen nevronske mreže lahko predstavljajo: asociativni pomnilnik, hetero-asociativni pomnilnik, časovni asociativni pomnilnik, klasifikator, mehanizem za razvrščanje v skupine, mehanizem za samoorganizacijo in urejanje. Učenje nevronske mreže lahko razdelimo glede na pravilo učenja ali scenarij učenja. Glede na pravilo učenja poznamo [101]:

- **Hebbovo pravilo**<sup>111</sup>, ko se vez med dvema aktivnima nevronoma ojača (utež poveča) in si mreža zapomni aktivnost dveh povezanih nevronov.
- **Pravilo delta**<sup>112</sup> se uporablja pri usmerjenih nevronske mreže, posplošeno pravilo delta<sup>113</sup> pa pri večnivojskih mrežah. Učenje poteka z znanimi pari vhodnih in izhodnih podatkov.

<sup>108</sup> Angl. *induced local field* prevajamo s funkcijo kombiniranja vhodov.

<sup>109</sup> Angl. *activation function* prevajamo z aktivacijsko ali izhodno funkcijo nevrona.

<sup>110</sup> Obstaja še dvosmerni asociativni pomnilnik, ki ga je leta 1987 opisal Kosko s sodelavci [101].

<sup>111</sup> Opisal ga je Hebb leta 1949. Posplošeno Hebbovo pravilo je predstavil Rumelhart s sodelavci leta 1986.

<sup>112</sup> Z učenjem perceptrona so se med prvimi ukvarjali raziskovalci Rosenblatt, leta 1958, Minsky in Papert 1969, 1988 [157].

<sup>113</sup> Leta 1986 so raziskovalci Rumelhart, Hinton in Williams postavili osnove posplošenega pravila delta [157].

Vhodni nevroni dobijo vhodni vzorec, zatem se izračuna izhod pri danem vhodu. Enako se ponovi na naslednjem nivoju itn. z veriženjem do izhodnega nivoja. Zatem se izračuna razlika med želenim in dejanskim izhodom. Glede na to napako se najprej popravijo vrednosti uteži med zadnjim in predzadnjim nivojem, potem pa se popravljane uteži vzvratno veriži do vhodnega nivoja.

- **Tekmovalno pravilo** zahteva, da je v skupini nevronov aktiven natanko eden, ki zatre ostale (ne morejo postati aktivni). Pri ustrezni arhitekturi mreže se uporablja pri razvrščanju primerov v skupine.
- **Učenje s pozabljanjem** se uporablja pri določenih metodah, ko prej naučenega ne upoštevamo enakovredno z novo naučenim.

Kot scenarij učenja nevronske mreže uporabljamo dva tipa učenja:

- **Nadzorovano učenje**, ko učni algoritem spreminja uteži ali »moč« povezav med nevroni glede na razliko med želeno in dejansko vrednostjo na izhodu mreže za dan vhod. Ta tip učenja zahteva »nadzor« ali »učitelja« v smislu prikazovanja ciljnega, želenega signala na izhodu mreže. Primeri nadzorovanega učenja so pravilo delta za učenje percetprona, posplošeno pravilo delta ali vzvratno razširjanje napake [85], LVQ<sup>114</sup> algoritem, učenje (N)Adaline ali Widrow-Hoffovo učenje<sup>115</sup>, različni algoritmi za učenje rekurentnih nevronske mreže<sup>116</sup> in drugi.
- **Nenadzorovano učenje**, ko učnemu algoritmu ni potrebno poznavanje zelenih izhodov. V fazi učenja nevronske mreže predstavimo le vhode. Učni algoritem samodejno spreminja uteži mreže, tako da združuje vhode s podobnimi lastnostmi. Primeri nenadzorovanega učenja se pogosto uporabljajo pri samorganizacijskih mrežah. Primeri tekmovalnega učenja so kvantizacija vektorjev (angl. *Vector Quantization, VQ*)<sup>117</sup>, samoorganizacijska preslikava (angl. *Self-Organizing Map, SOM*)<sup>118</sup>, adaptivna resonančna teorija ART<sup>119</sup> in drugi. Primer učenja z zmanjševanjem dimenzij je Hebbovo učenje<sup>120</sup>. Primer samopovezovalnega učenja je učenje Hopfieldove mreže [157].

<sup>114</sup> Angl. *Learning Vector Quantisation, LVQ*. Avtor je Kohonen, leta 1988 in se uporablja le za klasifikacijske probleme [157].

<sup>115</sup> Učenje Adaline mreže je bilo predstavljeno leta 1960, razvila sta ga Widrow in Hoff [157].

<sup>116</sup> Primeri algoritmov za učenje rekurentnih nevronske mreže so: vzvratno razširjanje napake skozi čas (Werbos, 1990) [83], [157], učenje FIR-VP, učenje rekurentne mreže v realnem času (Williams in Zipser 1989) [83] itn.

<sup>117</sup> Predstavil ga je Grossberg leta 1976 [157].

<sup>118</sup> Predstavil ga je Kohonen leta 1995 [157].

<sup>119</sup> Predstavila sta jo Carpenter in Grossberg leta 1987 [157].

<sup>120</sup> Predstavil ga je Hebb leta 1949 [157]. Hebbovo učenje sloni na optimizaciji energijske funkcije [79].

- **Spodbujevano učenje**, ko namesto »nadzora« v smislu prikazovanja želenega izhoda zaposlimo le »kritiko« nad zadovoljivostjo izhoda mreže, ki ustreza določenemu vhodu [143]. Primera sta klasičen pristop z nagrajevanjem in kaznovanjem ter dinamično programiranje [83].

V sedanjem času nevrnske mreže predstavljajo matematično dobro raziskano orodje [78], [79], in sicer v smislu:

- **Približne ocene zmožnosti (univerzalna aproksimacija)**, ki odgovarja na vprašanje, katera arhitektura realizira funkcijo, ki bi jo radi realizirali z modeliranjem;
- **Kompleksnosti njihovega učenja**, ki odgovarja na vprašanje, kako deluje dober učni algoritem, ki minimizira predikcijske napake na učni množici in kakšna je njegova kompleksnost;
- **Naučljivosti**, ki odgovarja na vprašanje ali ima mreža zagotovljeno lastnost posplošitve in ali lahko relevantno izračuna izhod za vhode, ki niso bili del učne množice.

Raziskave na področju nevrnskih mrež potekajo z različnimi nameni: iskanje dobro definiranih učnih algoritmov [32], raziskovanje učinkov učenja za že obstoječe algoritme [83], [85], [105] in doseganje zajamčenih pogojev iz učenja<sup>121</sup> in konvergence učenja [40], [176], [178], [179], [180] ter navsezadnje povezovanje obstoječih mehanizmov modeliranja »starejše« statistične teorije o časovnih vrstah z novejšimi metodologijami strojnega učenja [152], [156], [157], [174], [195]. V zadnjem desetletju se je z razvojem učinkovitih učnih algoritmov potrdila in uveljavila uporabnost nevrnskih mrež na različnih področjih [54], [57], [136], med drugim tudi na področju meroslovja in identifikacije meroslovnih sistemov [1], [11], [12], [13], [142], [150].

V disertaciji se bomo ukvarjali z usmerjenimi in rekurentnimi nevrnskimi mrežami, medtem ko bomo samoorganizacijske mreže izpustili. Usmerjene in rekurentne nevrnske mreže so se v preteklosti izkazale kot uspešne pri napovedovanju realnih časovnih vrst [78], [195], [226]. Kljub temu, da jih uporabljamo po scenariju črnih škatel, smo pozorni na število parametrov v modelu, porazdelitev vrednosti v učni množici in porazdelitev napak [57]. Modele uporabljamo v skladu z matematično teorijo, ki jo realizirajo.

---

<sup>121</sup> Velikokrat pri raziskovanju učinkov učenja raziskovalci spuščajo pomembnost nastavitve začetnih parametrov (uteži in drugi parametri).

### 5.7.1 Usmerjene nevronske mreže

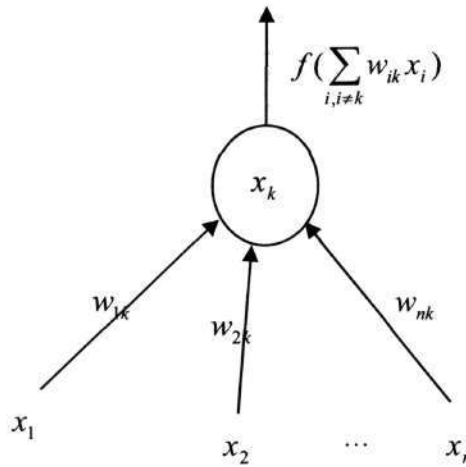
Usmerjene nevronske mreže (UNM) realizirajo nelinearno funkcijo  $g: \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}^o$  kot sestavljeno funkcijo enostavnih funkcij v nevronih. Nevroni so povezani v usmerjen acikličen graf. Vsak nevron običajno računa funkcijo oblike  $\mathbf{x}_i \rightarrow \sigma(\mathbf{w}^T \mathbf{x}_i)$  (Slika 5.7) za sigmoidne mreže in  $\mathbf{x}_i \rightarrow \sigma(|\mathbf{w} - \mathbf{x}_i|)$  za radialne (RBF<sup>122</sup>) mreže, kjer je  $\sigma: \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$  aktivacijska funkcija ter  $\mathbf{w}$  uteži vstopnih povezav nevrona. Usmerjene nevronske mreže lahko uporabimo za realizacijo poljubne zakonitosti  $g$ , ki jo predstavlja množica učnih parov  $\{(\mathbf{x}_i, g(\mathbf{x}_i)) | i = 1, 2, \dots, N\}$ . Učenje nevronske mreže poteka običajno v treh korakih: najprej izberemo arhitekturo mreže, hiperparametre učenja (ročno ali samodejno), potem izberemo optimizacijski algoritem za določanje uteži z minimizacijo napake na učni množici (pogosto gradientna metoda, vzvratno razširjanje napake<sup>123</sup>) in nazadnje ocenimo zmožnosti posplošitve na testni množici oziroma na primerih, ki jih nismo uporabili za učenje. Običajno učenje in nadaljnja optimizacija arhitekture sta med sabo povezani. Učni algoritmi omogočajo prilagoditev arhitekture problemu (naraščanje in rezanje) z izvajanjem regularizacije. Na primeru modelov s podpornimi vektorji SVM<sup>124</sup> je učenje formulirano v smislu optimizacije arhitekturnih komponent, z oblikovanjem roba na tak način, ali pod omejitvami, da bodo učni primeri korektno preslikani.

V disertaciji se ukvarjamo z naslednjimi tipi usmerjenih nevronskih mrež (Slika 5.8): večnivojski perceptron (VP), skupinska metoda za obravnavanje podatkov ali GMDH mreža, mreža s časovnim procesiranjem podatkov ali FIR-VP. Posebej se bomo posvetili metodi s podpornimi vektorji ali SVM za regresijo v poglavju Jedrne metode in metoda podpornih vektorjev za regresijo. Z RBF ali radialnimi mrežami se ne bomo posebej ukvarjali, ker bomo zmožnosti radialnih funkcij preizkusili v okvirju metode SVM.

<sup>122</sup> Angl. *Radial Basis Function* prevajamo z radialno bazno funkcijo.

<sup>123</sup> Angl. *Backpropagation* prevajamo z vzvratnim razširjanjem napake.

<sup>124</sup> SVM-je zaradi njihove arhitekture uvrščamo med nevronske mreže, saj jih je že leta 1964 njihov izumitelj, V. Vapnik, v svojih začetnih publikacijah o SVM-jih imenoval perceptrone ali »mreže« [37], [169], [211].

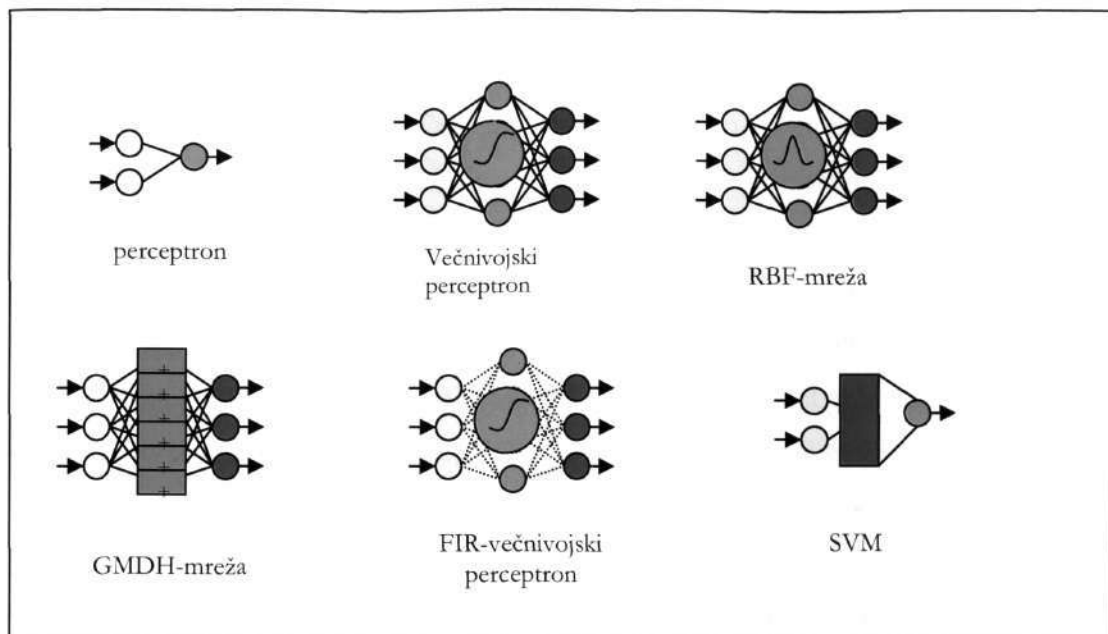
Slika 5.7: Umetni nevron za aktivacijsko funkcijo  $f$ .

#### 5.7.1.1 Aproksimacijske lastnosti, kompleksnost, naučljivost

Preden predstavimo uporabljene tipe UNM in njihove učne algoritme bomo podali približne ocene računskih zmožnosti UNM. Univerzalna aproksimacijska lastnost za UNM, kot so VP, FIR-VP, RBF-VP in SVM-je, bila utemeljena v zadnjih 15-ih letih. En nivo v arhitekturi VP je zadosten za realizacijo katerekoli merljive realne funkcije, in to z določeno stopnjo preciznosti. Posledično je prostor za iskanje učnega algoritma, ki določa arhitekturo z ustreznimi utežmi, omejen na kandidate z enim do dveh skritih nivojev. Celó če je število primerov v učni množici omejeno, je Sontag [175] pokazal, da je za interpolacijo potrebno končno število nevronov. Dokazali so tudi univerzalno aproksimacijsko lastnost za SVM modele<sup>125</sup> [79].

Poleg teoretičnega zagotovila o univerzalni aproksimaciji pri nevronske mrežah in omejitvah pri njihovih arhitekturah (na primer potrebno število nevronov) je za praktično realizacijo nevronske mreže pomemben način realizacije aproksimacije. Matematiki so za različne razrede funkcij iskali ustrezne tipe nevronske mreže, ki jih realizirajo. Hkrati so se ukvarjali z arhitekturnimi omejitvami nevronske mreže, enotnostjo njihovih parametrov, realizacijo drugačnih prenosnih funkcij (na primer jedrne funkcije pri SVM-jih). Število nevronov je, razen od kompleksnosti funkcije, odvisno od števila učnih primerov.

<sup>125</sup> Če je število konceptov veliko in učimo model z ozkim pasom (margino), potem kapaciteta SVM arhitekture ni omejena.



Slika 5.8: Usmerjene nevronske mreže: perceptron, večnivojski perceptron (sigmoidna aktivacijska funkcija), RBF-mreža; GMDH-mreža, FIR- večnivojski perceptron in SVM.

Za uporabo nevronske mreže je pomembna kompleksnost njihovega učenja. Nevronske mreže običajno učimo z gradientnimi algoritmi. Medtem, ko je učenje navadnega perceptrona<sup>126</sup> z linearnim programiranjem, ki sicer rešuje linearno ločljive probleme, v polinomskem času, je njegovo učenje poljubne preslikave ob prisotnosti šuma NP-poln problem [40]. Večkrat je bilo pokazano, da je celo učenje enostavnih problemov (s tem pa iskanje optimalnih rešitev) z nevronskimi mrežami NP-poln problem. V praksi pa večkrat zadoščajo dobre in ne nujno optimalne rešitve [79]. V nasprotju s klasičnimi nevronskimi mrežami lahko SVM-jev učni algoritem realiziramo s kvadratnim optimizacijskim algoritmom z omejitvami, kar pomeni, da je učenje polinomsko.

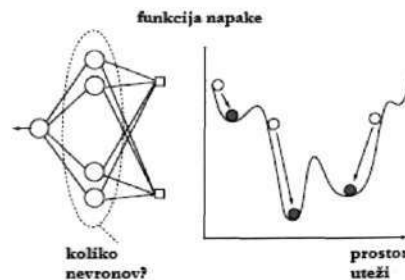
Cilj povečanja posplošitvenih lastnosti je že prisoten skozi učenje nevronske mreže, na primer z dodajanjem regularizacijskih parametrov pri izražanju napake. Postavlja se vprašanje obstoja optimalnosti. Poenotenje statističnih interpretacij z Baysovo predikcijsko paradigmo omogoča odkrivanje približno optimalnih vrednosti [73]. SVM korektno rešuje regularizacijski problem. Ko naučimo model z uporabo učnih podatkov, nas zanimajo posplošitvene lastnosti modela na novih podatkih, z matematičnimi zagotovitvami o veljavnosti ugotovljenih lastnosti. Obstaja več formalizmov za opisovanje posplošitvenih lastnosti modelov, med najbolj popularnimi sta teorija verjetno približno pravilnega učenja ali **PAC naučljivost** (Valiant jo je

<sup>126</sup> Perceptron lahko učimo kot poseben primer linearnega programiranja ali pa z  $\delta$  pravilom.

predstavil v [208]) in **teorija uniformne konvergence empiričnega tveganja** (sloni na statistični teoriji učenja [211]).

PAC naučljivost zagotavlja dejstvo, da lahko najdemo vsaj en učni algoritem, takšen, da bo verjetnost »napačne« uvrstitve izhodov za primere testne množice konvergirala proti nič, ob pogoju da bo učna množica zadosti velika. Uniformna konvergenca empirične proti »pravi« napaki za vse možne vhode pa zagotavlja, da so vsi učni algoritmi z majhno napako učenja PAC [79]. Uniformni konvergenca za določen funkcijski razred ustreza kapaciteta tega funkcijskega razreda, s pomočjo katere se lahko izrazijo meje napake. Kapacitivnost funkcijskega razreda meri tako imenovana VC-dimenzija [32], [33], [34], [35], [179]. Velja celo, da je določen funkcijski razred PAC naučljiv n.t.k. je VC dimenzija končna. Z VC dimenzijami nevronske mreže se ukvarja Sontag v [179]. Glede na to, da VC dimenzija opisuje kapacitivnost modela glede na arhitekturo, jo lahko uporabimo za raziskovanje aproksimacijskih lastnosti te arhitekture. Posplošitvene lastnosti so testirali tudi tako, da so spreminjali funkcijo izgube [34], [170].

Čeprav so splošne ugotovitve glede aproksimacijskih lastnosti, kompleksnosti, naučljivosti modelov trdne, potekajo številne raziskave prilagoditve in izboljšanja modelov za specifične domene uporabe. Pri modeliranju s klasičnimi nevronske mreže ostaja odprto vprašanje iskanje optimalnega števila nevronov v skritih nivojih, ki je hkrati vprašanje velikosti modela ter problem doseganja lokalnih minimumov namesto globalnega pri učenju z vzvratnim razširjanjem napake in pri katerikoli gradientni metodi (Slika 5.9).

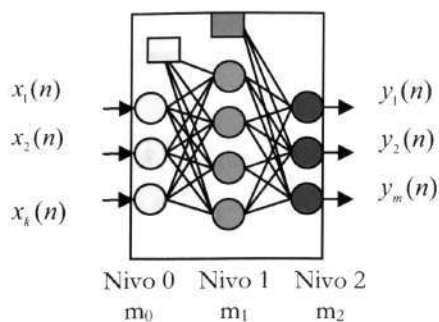


Slika 5.9: Problemi pri praktičnem modeliranju s klasičnimi nevronske mreže: število nevronov v skritih nivojih in problem lokalnega minimuma.

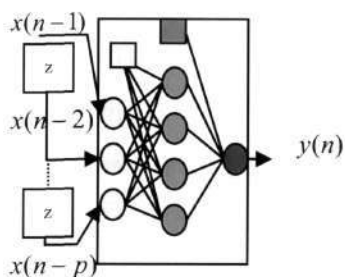
### 5.7.1.2 Večnivojski perceptron

Večnivojski perceptron je usmerjena nevronska mreža, ki je primerna za realizacijo nelinearnih preslikav. Najbolj razširjen algoritem za učenje nevronske mreže je *posplošeno pravilo delta* ali *vzvratno razširjanje napake*, ki ga je razvil Rumelhart s sodelavci leta 1986. Omogoča učenje mreže, sestavljene iz poljubnega števila nivojev [101] (Slika 5.10).





Slika 5.10: Usmerjena večnivojska umetna nevronska mreža.  $x_i(i)$  so komponente vhodnega vektorja v času  $i$ ,  $y_i(i)$  so želene izhodne vrednosti, komponente izhodnega vektorja. Krogci predstavljajo neurone, črte, ki povezujejo neurone pa sinapse z utežmi. Kvadratici predstavljajo neurone brez vhoda, katerih sinapse hranijo proste člene za neurone naslednjega nivoja.  $m_i$  je število nevronov na  $i$ -tem nivoju.



Slika 5.11: Statičen večnivojski perceptron, uporabljen za napovedovanje časovnih vrst.

Osnovni princip učenja je pravilo, ki smo ga opisali kot posplošeno pravilo delta, ki smo ga omenili na strani 118. Na začetku so uteži naključne. Mreža dobi vhodni vzorec in s propagiranjem po nivojih do izhodnega nivoja izračuna izhod. Izračuna napako ali razliko med dejanskim in želenim izходом. Glede na napako popravi uteži najprej med zadnjim in predzadnjim nivojem. Potem se z veriženjem nazaj, rekurzivno računajo uteži povezav med vsemi nivoji vse do vhodnega nivoja. Na primeru modeliranja časovnih nevronske mreže VP uporabimo statično, kot kaže Slika 5.11, le da dobimo vhode učne množice z vlaganjem časovne vrste s pomočjo časovnega okna in operatorjev zamud.

Algoritem ponavlja naslednji korake **vzratnega propagiranja napake** (opisan v [83], Haykin), za vse pare  $(\mathbf{x}(n), \mathbf{y}(n))$ , ki pripadajo učni množici  $\{(\mathbf{x}(n), \mathbf{y}(n))\}_{n=1}^N$ <sup>127</sup>:

1. **Inicializacija:** Uteži nastavimo na naključne vrednosti  $z$  uniformno porazdelitvijo, s povprečjem 0, varianco izberemo po navodilih, podrobneje opisana v [83], Haykin.

<sup>127</sup>  $\mathbf{x}(n) = (x_1(n), x_2(n), \dots, x_k(n))$  so pri nas vektorji, ki smo jih dobili z vlaganjem časovne vrste v nek  $k$ -dimenzionalni časovni prostor, s pomočjo časovnega okna dolžine  $k$ , kot smo opisali na strani 65.

2. Predstavitel učnih vzorcev: Mreži predstavimo vse učne vzorce  $\{(\mathbf{x}(n), \mathbf{y}(n))\}_{n=1}^N$ , ki predstavljajo razdobje učenja. Za vse vzorce učne množice izračunamo propagiranje vhodnega vzorca in vzvratno razširjanje napake, kot je to opisano v korakih 3. in 4.
3. Propagiranje vhodnega vzorca: Naj bo učni vzorec nekega razdobja predstavljen z  $(\mathbf{x}(n), \mathbf{y}(n))$ ,  $\mathbf{x}(n) = [x_1(n), \dots, x_k(n)]$  predstavlja vhodni vektor in  $\mathbf{y}(n) = [y_1(n), \dots, y_m(n)]$  želeni izhod mreže. Izračunamo aktivacijsko funkcijo za vsak nevron posebej, od vhodnega nivoja z verženjem naprej. Aktivacijska funkcija  $v_j^{(l)}(n)$   $j$ -tega nevrona na  $l$ -tem nivoju je podana z enačbo:

$$v_j^{(l)}(n) = \sum_{i=1}^{m_0} w_{ji}^{(l)}(n) y_i^{(l-1)}(n) \quad \text{Enačba (5.30)}$$

pri čemer je  $y_i^{(l-1)}(n)$  izhod  $i$ -tega nevrona prejšnjega,  $(l-1)$ -tega nivoja pri  $n$ -ti iteraciji,  $w_{ji}^{(l)}(n)$  so uteži na sinapsah  $j$ -tega nevrona,  $l$ -tega nivoja, ki ga »napolnijo« nevroni  $i$  prejšnjega  $(l-1)$  nivoja. Za  $i=1$  imamo  $y_0^{(l-1)}(n) = +1$  in  $w_{j0}^{(l)} = b_j^{(l)}(n)$  so svobodni členi, ki se nanašajo na  $j$ -ti nevron,  $l$ -tega nivoja. Izhod  $j$ -tega nevrona,  $l$ -tega nivoja, dobimo z izhodno, sigmoidno funkcijo, ki smo jo opisali na strani 118:

$$y_j^{(l)}(n) = f_j(v_j^{(l)}(n)) \quad \text{Enačba (5.31)}$$

Na prvem skritem nivoju ( $l=1$ ),  $j$ -temu nevronu izračunamo izhod:

$$y_j^{(0)}(n) = x_j(n) \quad \text{Enačba (5.32)}$$

pri čemer je  $x_j(n)$   $j$ -ta komponenta vhodnega vektorja  $\mathbf{x}(n)$ . Če pa nevron pripada izhodnemu nivoju  $l=L$ , pri čemer je  $L$  globina mreže, izhod izračunamo z enačbo:

$$y_j^{(L)}(n) = \hat{y}_j(n) \quad \text{Enačba (5.33)}$$

Napako tega izhoda izračunamo z enačbo:

$$e_j(n) = y_j(n) - \hat{y}_j(n) \quad \text{Enačba (5.34)}$$

pri čemer je  $y_j(n)$   $j$ -ta komponenta želenega izhodnega vektorja  $\mathbf{y}(n)$ .

4. Vzvratno razširjanje napake:  $\delta$  ali lokalne gradiente mreže računamo po naslednji enačbi:

$$\delta_j^{(l)}(n) = \begin{cases} e_j^{(L)}(n) f_j'(v_j^{(L)}(n)) & \text{za nevrone } j \text{ izhodnega nivoja } L \\ f_j'(v_j^{(l)}(n)) \sum_k \delta_k^{(l+1)}(n) w_{kj}^{(l+1)}(n) & \text{za nevrone } j \text{ skritega nivoja } l \end{cases} \quad \text{Enačba (5.35)}$$

pri čemer je  $f'$  prvi odvod sigmoidne funkcije. Uteži  $l$ -tega nivoja popravimo po splošenem pravilu delta ( $\delta$ ):

$$w_{ji}^{(l)}(n+1) = w_{ji}^{(l)}(n) + \alpha [w_{ji}^{(l)}(n-)] + \eta \delta_j^{(l)}(n) y_i^{(l-1)}(n) \quad \text{Enačba (5.36)}$$

$\eta$  je hitrost učenja in  $\alpha$  je vztrajnost.

5. *Iteracija*: ponavljamo koraka 3. in 4. v novem učnem razdobju, vse dokler ne bo zadovoljen vstavitveni kriterij. Vstavitveni kriterij pri učenju nevronske mreže je običajno naraščanje napake na nastavitveni množici.

Slabost splošenega pravila delta je, da ni zagotovila za optimalnost rešitve (Slika 5.9).

Parametra  $\eta$  in  $\alpha$  spreminjamo (zmanjšujemo) med učenjem mreže, s tem »omilimo« problem lokalnih minimumov, vendar še vedno ni zagotovila, da bo opisan algoritem vrnil optimalne parametre. Problema izbire topologije (arhitekture) in prevelikega prilagajanja učni množici rešujemo na različne načine: s preprečevanjem pretiranega naraščanja uteži, brisanjem sinaps in posledično nevronov, z zelo majhnimi utežmi (rezanje) itn [83]. Običajno učenje začnemo z veliko mrežo in med učenjem odstranimo odvečne nevrone. S tem hkrati preprečimo pretirano prilagajanje učni množici [101]. Sama metoda izbire optimalne velikosti mreže včasih vpelje dodatne (regularizacijske) parametre učenja. Obstaja več hevrstik, ki omogočijo boljši učinek osnovnega algoritma za učenje z vzratnim razširjanjem napake, kot so maksimiziranje informacijske vsebine (na primer sledenje največji napaki učenja), izbira aktivacijske funkcije, normaliziranje vrednosti vhodnega vektorja, dobra izbira začetnih vrednosti uteži [83] itn.

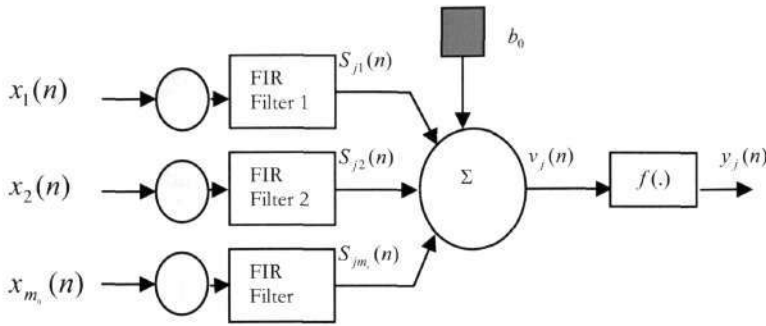
Hessova matrika, ki smo jo omenili na strani 93 pri opisu modeliranja s črnimi škatlami, je definirana kot drugi odvod funkcije ocene napak napovedi glede na uteži  $\bar{V}''(\mathbf{w}) = \frac{\partial^2 \bar{V}(\mathbf{w})}{\partial \mathbf{w}^2}$ . Njene lastne vrednosti so osnova pri opisovanju dinamike splošenega pravila delta. Inverzna Hessova matrika je osnova za rezanje mreže. Hkrati Hessova matrika predstavlja temelj za definiranje optimizacijske metode drugega reda, kot sta na primer konjugirana gradientna metoda in kvazi-Newtonova metoda, kot alternativni algoritem za splošeno pravilo delta za učenje usmerjene nevronske mreže.

### 5.7.1.3 FIR večnivojski perceptron ali mreža s časovnim procesiranjem podatkov

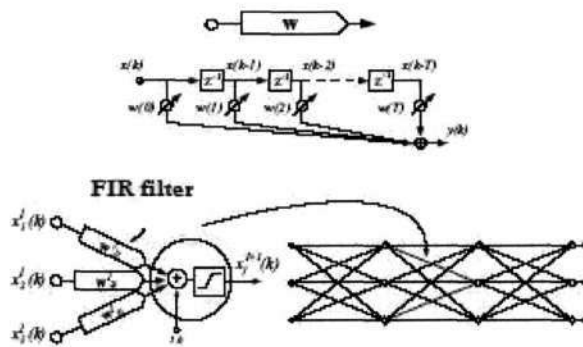
FIR-VP ali mreža s časovnim procesiranjem<sup>128</sup> je vektorska splošitev VP. Njegov učni algoritem je vektorska splošitev vzratnega razširjanja napake, ki ga imenujemo časovno vzvratno razširjanje napake [71], [83], [214]. Model nevrona v VP lahko spremenimo z uvedbo zakasnitev z utežmi na sinapsah, ki predstavljajo lokalni spomin. Prav zaradi tega je mreža s časovnim procesiranjem podatkov posebej primerna za napovedovanje časovnih vrst. Takšne

<sup>128</sup> Angl. *Time Lagged Feedforward Networks, TLFN* prevajamo z mrežo s časovnim procesiranjem ali FIR-VP.

sinapse lahko obravnavajo časovno-spreminjajoče se signale in funkcionirajo kot filtri s končnim odzivom na enotin impulz (angl. *Finite-duration Impuls Response, FIR*) (Slika 5.12).



Slika 5.12: Procesiranje signalov skozi FIR sinapse, kot vhodni signali nevrona v FIR-VP.



Slika 5.13: Potek signala skozi FIR sinapse, procesiranje signalov v nevronu, struktura FIR-VP.

Najprej bomo opisali procesiranje mreže pri predstavitvi vhodnih vzorcev (Slika 5.12, Slika 5.13). Naj bo  $w_{ji}(k)$   $k$ -ta utež FIR filtra na sinapsi, ki je izhod  $i$ -tega nevrona na  $l$ -tem nivoju do  $j$ -tega nevrona na naslednjem  $(l + 1)$ -vem nivoju. Signal  $s_{ji}(n)$  ki se pojavi na  $i$ -ti sinapsi  $j$ -tega nevrona je podan s konvolucijsko vsoto  $s_{ji}(n) = \mathbf{w}_{ji}^T \mathbf{x}_i(n)$ , kjer je  $\mathbf{x}_i(n) = [x_i(t), \dots, x_i(t - p)]^T$  vložen vektor učne množice ali vektor prostora stanj in  $\mathbf{w}_{ji} = [w_{ji}(0), w_{ji}(1), \dots, w_{ji}(p)]^T$  je vektor uteži na sinapsi  $i$ . Izhod  $y_j(n)$   $j$ -tega nevrona dobimo po enačbi:

$$y_j(n) = f(v_j(n))$$

$$v_j(n) = \sum_{i=1}^{m_0} s_{ji}(n) + b_j = \sum_{i=1}^{m_0} \mathbf{w}_{ji}^T \mathbf{x}_i(n) + b_j \tag{Enačba (5.37)}$$

$v_j(n)$  je funkcija kombiniranja vhodov,  $f$  je nelinearna izhodna funkcija  $j$ -tega nevrona in  $b_j$  je prosti člen.

Učni algoritem je posplošitev vzvratnega razširjanja napake ali časovno vzvratno razširjanje napake (angl. *temporal back-propagation*, TBP). Ta minimizira funkcijo napake, ki jo podajo enačbe:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{total} &= \sum_n \varepsilon(n) \\ \varepsilon(n) &= \frac{1}{2} \sum_j e_j^2(n) \\ e_j(n) &= \hat{y}_j(n) - y_j(n)\end{aligned}\quad \text{Enačba (5.38)}$$

$\hat{y}_j(n)$  je ocenjena,  $y_j(n)$  pa želena vrednost  $j$ -tega izhoda v času  $n$ . Algoritem za računanje uteži išče optimalne uteži po metodi najhitrejšega padca gradienta napake. Povzetek spreminjanja uteži v skladu s TBP algoritmom opišeta naslednji enačbi [214]:

$$\begin{aligned}\mathbf{w}_{ji}(n+1) &= \mathbf{w}_{ji}(n) + \eta \delta_j(n) \mathbf{x}_i(n) \\ \delta_j(n) &= \begin{cases} e_j(n) f'_j(v_j(n)) & \text{za nevron } j \text{ izhodnega nivoja} \\ f'_j(v_j(n)) \sum_{r \in A} \Delta_r^T(n) \mathbf{w}_{rj} & \text{za nevron } j \text{ skritega nivoja} \end{cases}\end{aligned}\quad \text{Enačba (5.39)}$$

Pri navadnem vzvratnem razširjanju napake nastopajo skalarji, medtem ko v TBP algoritmu nastopajo vektorji:  $\mathbf{x}_i(n)$ ,  $\mathbf{w}_{rj}$  in  $\Delta_r$  (gradientni vektor). Slika 5.14 kaže, kako za izračun  $\delta_j(n)$  »propagiramo«  $\delta$ -e naslednjega nivoja, kar pomeni, da se simetrično s predstavitvijo vzorcev s FIR filtriranjem tokrat izvaja propagiranje napake s FIR filtriranjem. Osnovna inačica časovnega vzvratnega razširjanja napake je ne-vzročna in za računanje  $\delta_j(n)$  zahteva poznavanje prihodnjih vrednosti  $\delta$  in  $w$ . Spremenimo ga v vzročnega z dodajanjem končnega števila zamud z utežmi ali FIR filtrov na povratnih sinapsah, tako da uporabljamo samo sedanje in pretekle vrednosti  $\delta$  in  $w$ . Pri spreminjanju uteži uporabljamo le sedanje in pretekle vrednosti gradientnih vektorjev  $\Delta_r$ , ki smo jih prej shranili.

Povzetek algoritma za vzročno **časovno vzvratno razširjanje napake, TBP**, ki je podrobneje opisan v Haykin [83], podamo na naslednji način:

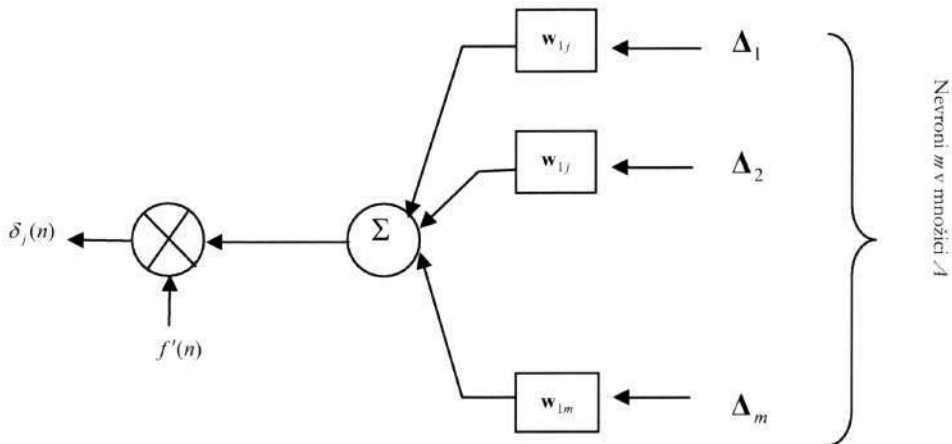
1. Predstavimo vhodni signal skozi mrežo  $\mathcal{Z}$  veriženjem vnaprej, nivo  $\mathcal{Z}$  za nivojem. Izračunamo napako  $e_j(n) = \hat{y}(n) - y(n)$ ,  $j$ -tega izhodnega nevrona. Zapomnimo si vrednosti vektorjev  $\mathbf{x}_i(n)$  skozi sinapse.
2. Za  $j$ -ti izhodni nevron uteži spremenimo po enačbi:

$$\begin{aligned}\mathbf{w}_{ji}(n+1) &= \mathbf{w}_{ji}(n) + \eta \delta_j(n) \mathbf{x}_i(n) \\ \delta_j(n) &= e_j(n) f'_j(n)\end{aligned}\quad \text{Enačba (5.40)}$$

3. Za neurone skritih nivojev pa uteži spreminjamo po obrazcu:

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_{ji}(n+1) &= \mathbf{w}_{ji}(n) + \eta \delta_j(n-lp) \mathbf{x}_i(n-lp) \\ \delta_j(n-lp) &= f'_j(v_j(n-lp)) \sum_{m \in A} \Delta_m^T(n-lp) \mathbf{w}_{mj} \end{aligned} \quad \text{Enačba (5.41)}$$

kjer je  $p$  dolžina sinaptičnega filtra in  $l$  določa nivo, če jih v tem primeru štejemo od izhoda proti vходу.



Slika 5.14: Vzratno razširjanje lokalnih gradientov skozi FIR sinapse.

Mreža s časovnim procesiranjem omogoča simetrično veriženje vhodnih vzorcev in napak  $\delta$ . Poleg te lastnosti, ki omogoča njeno realizacijo in učenje z posplošenim vzratnim razširjanjem napak, je FIR-VP primerna celo za procesiranje nestacionarnih signalov. Haykin [83] jo skupaj z rekurentnimi nevronskimi mrežami izpostavlja kot najbolj primerno za identifikacijo, modeliranje in napovedovanje dinamičnih sistemov, filtriranje šuma, adaptivno kontrolo in drugo.

Po računski moči so v [165] FIR-VP primerjali s polno povezano rekurentno mrežo, za katero je že dokazano, da je enako močna kot Turingov stroj<sup>129</sup>. V skladu z znanim izrekom Sandberga in Xuja [83] obstaja matematični dokaz, da je FIR-VP primerna za aproksimacijo vzročnih preslikav z »enakomerno-bledečim« spominom.

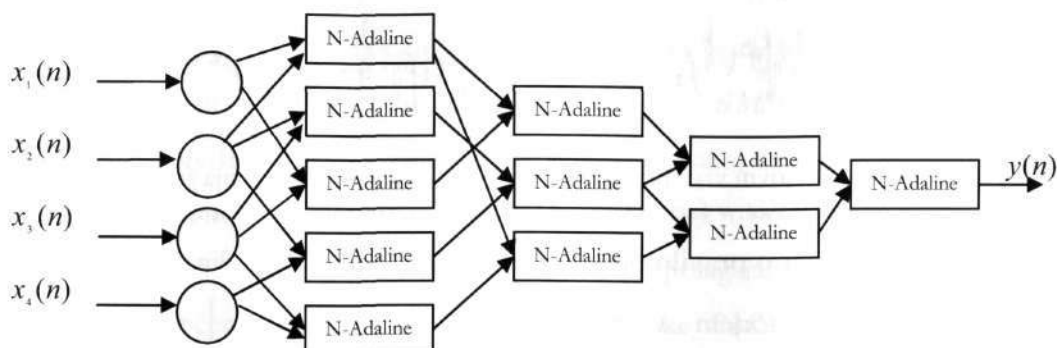
#### 5.7.1.4 Skupinska metoda za obravnavanje podatkov ali GMDH mreža

GMDH je mreža [85], [143], katere struktura se prilagaja učni množici skozi učenje (Slika 5.15). Procesni elementi PE so N-Adaline (adaptivni linearni elementi z nelinearnim

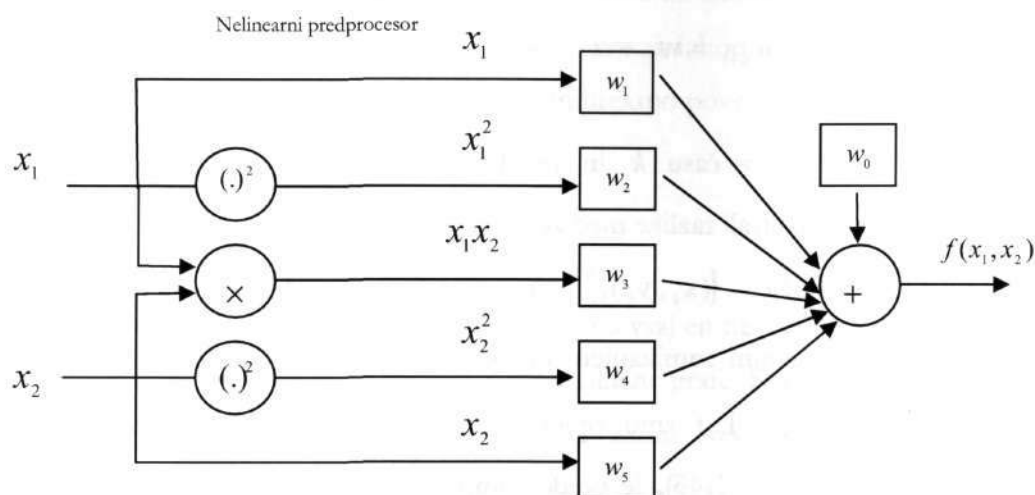
<sup>129</sup> Primerjava računski moči nevronske mreže s Turingovim strojem potrjuje, da je opisana nevronska mreža računsko univerzalno orodje. Žal pa v smislu optimizacije potrjuje širino prostora za iskanje najboljših kandidatov in govori v prid predpostavki, da je učenje takšne mreže časovno kompleksno.

predprocesiranjem) elementi z dvema vhodnima parametroma (Slika 5.16). Aktivacijska funkcija je polinom druge stopnje, kvadratna kombinacija dveh vhodov:

$$f(x_1, x_2) = w_0 + w_1 x_1 + w_2 x_1^2 + w_3 x_1 x_2 + w_4 x_2^2 + w_5 x_2 \quad \text{Enačba (5.42)}$$



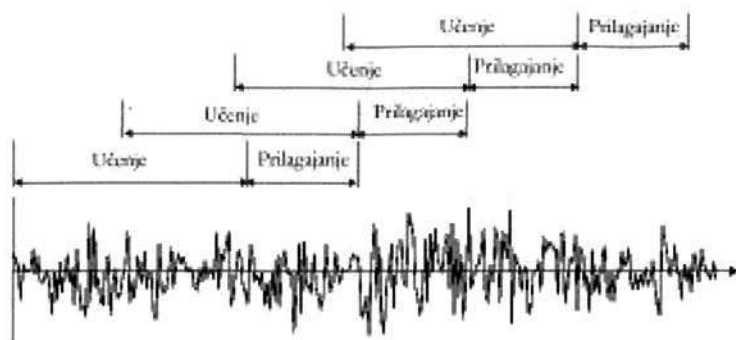
Slika 5.15: Primer naučene GMDH mreže.



Slika 5.16: N-Adaline element.

Učni algoritem je Widrow-Hoffovo pravilo, ki ga bomo opisali. V času učenja se struktura mreže spreminja. Vsakič ko dodamo novi nivo, zberemo »nezadovoljivo delujoče« PE prejšnjega nivoja. Da bi onemogočili pretirano prilagajanje GMDH učnim podatkom, učno množico uporabljamo tako, da najprej z določenim delom časovne vrste gradimo model, naslednji del uporabimo za izbiro dobrih PE (Slika 5.17).

Računsko je GMDH z  $m$  nivoji enako močan kot polinom  $2^m$  stopnje. Tako naj bi  $m$ -nivojski GMDH realiziral poljubno nelinearno preslikavo  $2^m$  stopnje [143].



Slika 5.17: Premikanje po časovni vrsti pri izgradnji GMDH mreže: v fazi učenja število N-Adaline elementov narašča, v fazi prilagajanja pa odrežemo »odvečne« N-Adaline elemente.

**Widrow-Hoffovo učno pravilo** opisuje spreminjanje uteži N-Adaline elementa ali PE v času  $k+1$ , z vhodnim vektorjem  $\mathbf{x}_k = [1, x_1, x_1^2, x_1x_2, x_2^2, x_2]$  v času  $k$ , ter z vektorjem uteži  $\mathbf{w}_k = [w_0, w_1, w_2, w_3, w_4, w_5]$  po enačbi:

$$\mathbf{w}_{k+1} = \mathbf{w}_k + \alpha \frac{\mathbf{x}_k}{|\mathbf{x}_k|^2} (y_k - \mathbf{w}_k^T \mathbf{x}_k) \quad \text{Enačba (5.43)}$$

Pri tem je  $y_k$  želeni izhod v času  $k$  in  $\alpha \in (0, 1)$  vztrajnost. Vrednosti vektorja  $\mathbf{w}$  spreminjamo zato, da bi zmanjšali razlike med želenim in dejanskim izhodom.

Celotna učna množica  $\{(\mathbf{x}_k, y_k)\}_{k=1}^N$  je sestavljena iz vloženih vektorjev (vhodov  $\mathbf{x}_k \in \mathfrak{R}^d$ , dobljenih s časovnim zamikanjem in oknom dolgim  $d$ , in skalarnim izhodom, ki predstavlja želeni izhod  $y_k$ ), kot smo opisali na strani 85. Celotno časovno vrsto smo standardizirali<sup>130</sup> po navodilih iz [143], še preden smo jo vložili in sestavili pare učne množice  $\{(\mathbf{x}_k, y_k)\}_{k=1}^N$ , tako da smo komponente vektorjev in želenega izhoda dobili po obrazcu  $x_i = \frac{x_{i\_mer} - \bar{x}_{i\_mer}}{\sigma_{x_{i\_mer}}}$ , pri čemer so  $x_{i\_mer}$  dejanske vrednosti časovne vrste,  $\bar{x}_{i\_mer}$  je povprečje v učni množici,  $\sigma_{x_{i\_mer}}$  je standardna deviacija v učni množici. S standardizacijo naj bi zmanjšali vpliv stacionarnih komponent, ki motijo dinamično modeliranje [143] sistemov.

Učenje celotne mreže se začne z oblikovanjem prvega nivoja, kot množice PE z dvema vhodoma. Vsak posamezen PE učimo, spreminjamo njegove uteži, tako da uporabimo del učne množice (Slika 5.17). Pri tem uporabljamo za mero napake povprečno napako ali skupno

<sup>130</sup> Za ostale algoritme smo časovne vrste normirali (tako kot smo opisali na strani 94), predvsem zaradi enotnosti primerjave performanc algoritmov na različnih domenah, katerih dinamika je predstavljena z različnimi merili.



povprečno kvadratno napako  $BMSE$  (stran 94) za del učne množice<sup>131</sup>. Ko ta doseže minimum, uteži PE »zamrznemo«. Ko se spreminjanje uteži za vse PE znotraj določenega nivoja konča, uporabimo naslednji kos učne množice za »prilagajanje«<sup>132</sup>, izbiranje »koristnih« PE ali brisanje »nepotrebnih« (Slika 5.17). Obdržimo le tiste PE, za katere je  $BMSE$  na množici za prilagajanje manjša od uporabniško izbranega praga. Hkrati si zapomnimo najmanjšo  $BMSE$ , ki jo pozneje uporabimo kot kriterij za ustavitev učenja. Če je najmanjša  $BMSE$  na tem nivoju manjša od najmanjše  $BMSE$  prejšnjega nivoja, nadaljujemo z učenjem tako, da ustavimo nov nivo, katerega število PE je določeno s številom »izbranih« PE prejšnjega nivoja. Postopek učenja novega nivoja ponovimo, kot smo že opisali. Učenje in izbiranje (prilagajanje) ustavimo, če je najmanjša napaka  $BMSE$  tekočega nivoja večja od najmanjše napake  $BMSE$  prejšnjega nivoja. Če smo učenje ustavili zaradi naraščanja napake  $BMSE$  tekočega nivoja, prejšnji nivo izžremo kot izhodni nivo in PE z najmanjšo napako  $BMSE$  izberemo za izhod celotne mreže. Če se zgodi, da tekoči nivo vsebuje le en PE, potem tega določimo za izhodni PE. Mreža dobi dokončno strukturo z brisanjem vseh PE, ki niso direktno ali indirektno povezani z izhodnim PE.

### 5.7.2 Rekurentne nevronske mreže

O rekurentni nevronske mreži (RNM) govorimo, ko ima vsaj en nevron povratno povezavo [83]. Rekurentne nevronske mreže povezujejo nevrone v cikične grafe. S tem omogočajo modeliranje dinamičnih sistemov, katerih lastnosti s spreminjajo s časom. Nevroni računajo izhode v času  $t$  na podlagi aktivacij v preteklosti, in sicer diskretno  $x_i(t) = \sigma(w_i'x(t-1))$  ali pa zvezno  $\dot{x}_i(t) = \sigma(w_i'x(t))$  po času. RNM so primerne za napovedovanje poljubnih zaporedij, ustvarjanje vzorcev, transdukcijo, delujejo kot asociativni pomnilniki, uporabljajo jih tudi pri povezovanju podatkov, razvrščanju, minimiziranju stroškovnih funkcij ipd [79]. Učenje RNM za aproksimacijo določene funkcije  $f$  lahko formuliramo podobno kot učenje UNM. Modeliranje z RNM opišemo z že uporabljenim scenarijem:

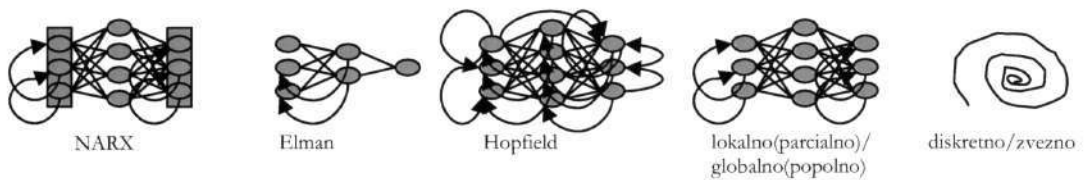
- Izbira strukture (arhitekture) mreže (Slika 5.18).

<sup>131</sup> Angl. *Batch Mean Square Error*,  $BMSE$ , prevajamo s skupno povprečno kvadratno napako.

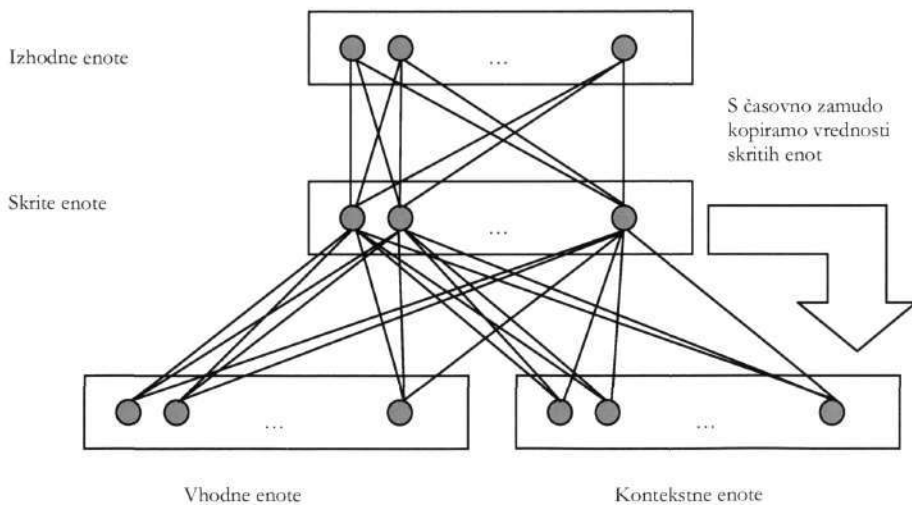
<sup>132</sup> Ta del učne množice, ki ga uporabimo za izbiranje »koristnih« PE, bi lahko ponovno poimenovali nastavitvena množica.

- Določanje parametrov mreže ali optimizacija empirične napake na učni množici.
- Ocenjevanje prediktivnih zmožnosti mreže na testni množici.

Obstaja več različnih standardnih tipov nevronskih mrež (Slika 5.18): NARX, Elmanova, Hopfieldova, zvezne/diskretne itn. Elmanovo mrežo bomo opisali v tekočem poglavju. Nelinearna avtoregresijska mreža NARX [83], [111] je poseben tip RNM. Pri njej so povratne povezave dovoljene le med izhodi in vhodi, ne med skritimi nivoji. Hopfieldova nevronska mreža sodi med najbolj znane diskretne in zvezne RNM. Predstavlja polno povezan graf. Za učenje lahko uporabimo posplošeno Hebbovo pravilo. Dokaz stabilnosti izvajanja Hopfieldovega modela temelji na funkciji (energiji) stanja RNM. Med učenjem energija pada in doseže svoj minimum [101]. Glede na tipe povratnih povezav, ki nastopajo pri RNM, jih lahko razdelimo na delne rekurence in polne rekurence. Prav zaradi povratnih povezav so za matematike posebej zanimive v smislu določanja računskih zmožnosti in dinamičnih lastnosti mreže, kot so njena konvergenca in stabilnost [40], [79], [83], [165], [176], [177], [179]. Pri modeliranju časovnih vrst z nevronskimi mrežami imajo RNM poseben pomen, saj njihova struktura omogoča modeliranje tako kratkoročnih, kot tudi dolgoročnih odvisnosti.



Slika 5.18: Različni tipi rekurentnih nevronskih mrež.



Slika 5.19: Splošna oblika Elmanove mreže.

### 5.7.2.1 Teoretične osnove modeliranje z RNM

Pri modeliranju dinamičnih sistemov je posebnega pomena dinamično obnašanje RNM s poudarkom na zagotovitlu **konvergence v stabilno stanje** [79], [91], [109], [159], [184], [185], [186]. Pri dolgoročnem modeliranju nelinearnih dinamičnih sistemov je potrebno zagotovilo konvergence funkcije, ki jo modelira mreža<sup>133</sup>. Pri klasičnih Hopfieldovih mrežah je konvergenca proti stabilnemu stanju kontrolirana preko Lyapunovih funkcij [78], [79], [83]. Splošno stabilnost RNM in NM nasploh matematično raziskujejo v [31], [91], [184], [204]. Skozi učenje mrežo lahko naučimo z upoštevanjem pogojev stabilnosti, izraženih z neenačbami, ki se nanašajo na uteži, tako, da bo imela določeno dinamično obnašanje.

Drugo pomembno vprašanje, ki zadeva RNM, je njihova **kapacitivnost**. Pri modeliranju časovnih vrst lahko z RNM realiziramo poljubno merljivo funkcijo, saj RNM predstavljajo univerzalno aproksimacijsko orodje<sup>134</sup>. Uporabljamo jih pri napovedovanju za končno korakov vnaprej (končen horizont napovedi) z uporabo zveznega ali diskretnega scenarija. Glede na končno število učnih primerov so raziskovali potrebno število nevronov, ki realizirajo določen tip funkcije [78], [79], [176], [177], [178]. S stališča modeliranja in dolgoročnega napovedovanja so RNM, kot orodje za simbolično računanje sekvenc, po kapacitivnosti primerjali s Turingovimi stroji in celo s še bolj računsko močnimi Boolovimi vezji [165] ter pri omejenih scenarijih, kot je na primer RNM z majhnimi utežmi, s končnimi avtomati [101]. Kremer [105] je že leta 1995 dokazal, da je po svoji kapacitivnosti ali računski moči RNM, Elmanov tip, s sigmoidnimi aktivacijskimi funkcijami, končni avtomat. RNM z majhnimi utežmi so globalno asimptotično stabilni [78]. Pri modeliranju dinamičnih sistemov so dokazali, da so ravno te RNM zmožne modeliranja tako stabilnega, kot periodičnega, kvaziperiodičnega in kaotičnega obnašanja [201]. Sledi, da lahko z RNM modeliramo poljubno dinamiko z zveznimi tranzicijskimi funkcijami, v kompaktni množici in s končnim horizontom napovedi [176].

Zvezne in diskretne RNM se uporabljajo tudi v kontekstu identifikacije in kontrole sistemov [92], [136], adaptivnega filtriranja [141], [143], reduciranja šuma, ekvalizacije kanalov in izločanje signala [13], [72], [142] in podobno. Uporabljajo se tudi za razpoznavanje objektov, z vključevanjem informacij iz časovnega konteksta, kot zaporedja slik, za razpoznavanje, uvrščanje in napovedovanje govora in jezikov, pa tudi v kemiji, bioinformatiki [78] itn.

<sup>133</sup> Fazna slika naj bi konvergirala proti cikličnemu atraktorju v prostoru stanj, kot smo opisali na strani 68.

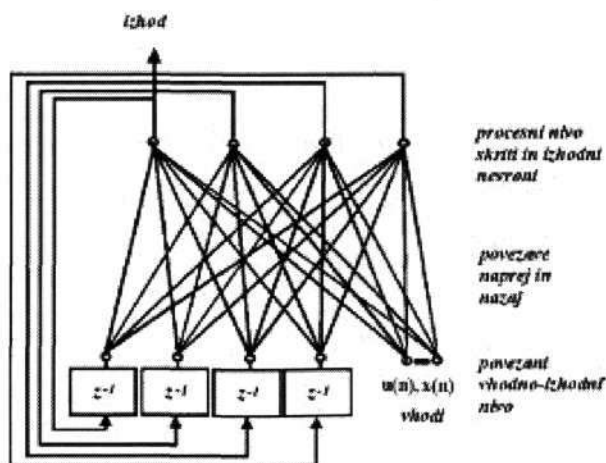
<sup>134</sup> RNM naj bi po svoji kapacitivnosti realizirale ne samo poljubno funkcijo, ampak tudi določene operatorje [40].

V kontekstu teorije naučljivosti sta pomembni vprašanji **zagotovilo posplošitve** in **kompleksnost učenja**. Če RNM učimo za aproksimacijo določene funkcije, potem je učenje podobno učenju UNM. Minimiziramo empirično napako na učni množici, na primer z gradientno metodo. Statistična notacija PAC naučljivosti (stran 124) zagotavlja, da bo pri zadosti veliki učni množici napaka naučene mreže z visoko verjetnostjo majhna za primere z visoko verjetnimi vhodi. VC dimenzija (stran 124) pri RNM je odvisna od maksimalne dolžine vhodov ali neskončna za neskončne vhode [179]. Za razliko od UNM, za katere velja, da so meje napake napovedovanja neodvisne od porazdelitve, za RNM PAC naučljivost ni zagotovljena neodvisno od vhodne porazdelitve [78]. Pri določanju posplošitvenih mej si zato RNM raziskovalci pomagajo s prijemi, kot smo jih opisali v Negotovost napovedovanja in predikcijski intervali na strani 99, s poudarkom na določanju posteriornih posplošitvenih mej. V praksi so občasno potrebne omejitve glede na nastavitve parametrov RNM, kot je na primer zahteva, da bo RNM imela majhne uteži. V tem primeru RNM deluje kot končni avtomati. V smislu aproksimacije funkcij jo lahko uporabimo kot Markovski prediktivni model. Taka RNM se ustrezno odziva na poljubne vhodne vzorce z različnimi fraktalnimi dimenzijami (stran 68) [201].

Pri učenju dolgoročnih odvisnosti na realnih časovnih vrstah so se gradientne metode izkazale kot nezadostne, saj se informacije zgublajo skozi rekurzivne korake učenja. Zato raziskovalci priporočajo uporabo regularizacijskega scenarija (stran 91) [78]. **Kompleksnost učenja** RNM je NP-poln problem celo za UNM in žal regularizacija, ki pri UNM deluje pozitivno, pri učenju RNM nima vedno učinka [40]. Kompleksnost učenja RNM v odvisnosti od strukture je še vedno raziskovalno odprto vnašanje [78].

### 5.7.2.2 Rekurentna nevronska mreža in rekurentno učenje v realnem času

V disertaciji uporabljamo diskretno RNM z arhitekturo, ki jo kaže Slika 5.20.



Slika 5.20: Rekurentna nevronska mreža: povezani vhodno-izhodni nivo povezuje zamujene povratne povezave (kontekstne enote) z vhodnimi vektorji  $u(n)$  in  $x(n)$ .

Za učenje RNM lahko uporabimo različne scenarije učenja: rekurentno učenje v realnem času<sup>135</sup> (Williams in Zipser 1989) [83], vzvratno razširjanje napake skozi čas<sup>136</sup> (Werbos, 1990) [83], [157], druge gradientne scenarije, ki temeljijo na iskanju stabilnega stanja: rekurentno vzvratno razširjanje napake, delta pravilo, razločevalno Hebbovo učenje, posplošeno kroženje, scenarije, ki temeljijo na stohastičnih predpostavkah (delta pravilo), ter druge scenarije (gradientno rezanje, Kalmanovo filtriranje [78], [83] in drugi). Regularizacijski scenariji, ki se pri UNM v glavnem ukvarjajo z izvedbo optimizacijskega problema z namenom izboljšanja posplošitve, so pri RNM zaradi prisotnosti dinamike bistveno širši. Iskanje učinkovitih algoritmov za učenje RNM je odprta raziskovalna tema sedanjega časa [185], [186].

V disertaciji uporabljamo **rekurentno učenje v realnem času (RTRL)**, ki sodi med gradientne metode. Minimizira funkcijo empirične napake na učni množici s spreminjam uteži »vidljivih«  
nevronov. RTRL je podrobneje opisan v Haykin [83], povzetek algoritma pa podamo na naslednji način:

RNM je sestavljena iz povezanega vhodno-izhodnega in procesnega nivoja. RNM povezuje zunanji časovno spreminjajoči se vhod s prejšnjimi izhodi z uporabo operatorjev časovne zamude.  $\mathbf{x}(n)$  je vhodni vektor, medtem ko je  $\mathbf{y}(n+1)$  izhod zamujen za 1 korak. Vektorja  $\mathbf{x}(n)$  (množica A) in  $\mathbf{y}(n+1)$  (množica B) sta povezana v vektor:

$$u_j(n) = \begin{cases} x_i(n), & i \in A \\ y_i(n), & i \in B \end{cases} \quad \text{Enačba (5.44)}$$

Nevroni množice B imajo aktivacijsko funkcijo in izhod:

$$\begin{aligned} v_j(n) &= \sum_{i \in A \cup B} w_{ij}(n) u_i(n) \\ y_j(n+1) &= \varphi_j(v_j(n)) \end{aligned} \quad \text{Enačba (5.45)}$$

Zunanji vhodi  $\mathbf{x}(n)$  ne vplivajo na izhod RNM do trenutka  $n+1$ . Vrednosti  $y_j$  se prenašajo po povratnih povezavah. RTRL se izvaja po naslednjem scenariju:

1. Nastavimo vse uteži  $w_{ij}(n)$  na majhne naključne vrednosti. Na vsakem korak po enačbi (5.42) računamo izhode nevronov. Izračunani izhodi in zunanji izhodi so povezani v vhodno-izhodni nivo  $u_i(n), i \in A \cup B$
2. Za vsak  $j, k, l$ , izračunamo parameter  $\pi$ , ki karakterizira nelinearen dinamičen sistem:

<sup>135</sup> Angl. *Real Time Recurrent Learning*, RTRL, prevajamo z rekurentnim učenjem v realnem času.

<sup>136</sup> Angl. *Back-Propagation Through Time*, BPTT, prevajamo z vzvratnim razširjanjem napake skozi čas.

$$\pi_{kl}^j(n+1) = \varphi'(v_j(n)) \left[ \sum_{i \in B} w_{ij}(n) \pi_{kl}^j(n) + \delta_{kl}(n) u_l(n) \right] \quad \text{Enačba (5.46)}$$

$$\pi_{kl}^j(0) = 0$$

3. Z uporabo  $\pi_{kl}^j(n)$  izračunamo spremembe uteži:

$$\Delta w_{kl}(n+1) = \eta \sum e_j(n) \pi_{kl}^j(n), \text{ kjer je } e_j(n) \text{ empirična napaka, kot jo opisuje enačba (5.36).}$$

4. Spremenimo uteži po naslednjem obrazcu:

$$w_{kl}(n+1) = w_{kl}(n) + \Delta w_{kl}(n+1), \text{ premaknemo se za korak naprej in ponovimo računanje od koraka 2. naprej.}$$

Za RTRL žal ni zagotovila, da bo sledil negativnemu gradientu globalne funkcije napake. Ta problem lahko »omilimo« s počasnim spreminjanjem uteži  $w_{kl}$  ( $\eta$  je majhen). Kljub težavam pri učenju dolgoročnih odvisnosti (stran 136) z opisano gradientno metodo, se njena uporaba v praksi (še posebej za kratkoročno napovedovanje in ob upoštevanju strukturalnih omejitev, ki pogojujejo stabilnost sistema) izkaže kot možna in učinkovita.

## 5.8 Jedrne metode in metoda podpornih vektorjev za regresijo

Algoritmi podpornih vektorjev (SV<sup>137</sup>) so nelinearna posplošitev algoritmov posplošenih portretov<sup>138</sup>, ki so jih v šestdesetih letih prejšnjega stoletja razvili v Rusiji Vapnik in sodelavci [169], [172], [211]. Ogradje za njihovo učenje predstavlja **statistična teorija učenja** ali **Vapnik-Chervonenkisova (VC) teorija**, ki sta jo več desetletji razvijala Vapnik in Chervonenkis [210], [211]. V svojem jedru VC teorija karakterizira lastnosti različnih modelov in jim omogoča dobro posplošitev na podatkih, ki jih nismo uporabili za učenje [172]. Bolj precizno, SVM modeli realizirajo indukcijski **princip minimizacije strukturnega tveganja**, ki trdi, da bo napaka modela na testnih podatkih omejena in odvisna od vsote učnih napak in člena, ki je odvisen od VC dimenzije [83].

<sup>137</sup> Angl. *Support Vectors* prevajamo s podpornimi vektorji.

<sup>138</sup> Angl. *Generalized Portraits* prevajamo s posplošenimi portreti.

Za razliko od ostalih modelov, ki imajo fiksno arhitekturo, SVM modeli v svoji osnovi torej realizirajo fiksno empirično tveganje, povezano z arhitekturo in metodo, ki minimizira napako napovedovanja. SVM so adaptivni modeli. Za model z relativno majhno VC dimenzijo z majhno verjetnostjo pričakujemo, da bo imel večje predikcijske napake. Za nelinearno regresijo je potrebno z jedrnimi funkcijami preslikati vhodni prostor v nek visokodimenzionalni atributni prostor, kjer bomo lahko namesto nelinearne realizirali linearno regresijo.

SVM modeli so v sedanjem času zelo popularni modeli, ki jih uspešno uporabljajo pri realnih problemih uvrščanja, razpoznavanja, regresije in napovedovanja. Od devetdesetih let naprej različne raziskovalne skupine po svetu<sup>139</sup> potrjujejo moč uporabnosti SVM-jev na realnih problemih: razpoznavanja vzorcev (na primer OCR, angl. *optical character recognition*, problem<sup>140</sup>), modeliranja časovnih vrst [29], [51], [127], [128], [151], [155], [209] in celo identifikacije nelinearnih dinamičnih sistemov [75], [171], [189], [190]. Pri modeliranju časovnih vrst in pri identifikacijskih problemih uporabljamo regresijsko različico SVM algoritma, SVR. Raziskovalci pa raziskujejo praktično izbiro parametrov in različnih tipov jeder pri šumnih podatkih [32], [33], [34], [35], možnost uporabe SVR-ja pri finančnih časovnih vrstah [209], [229], skratka povsod, kjer se kaže potreba po modelih za točno in natančno napovedovanje in regresijo. V podpoglavju Pregled metod za napovedovanje časovnih vrst – *state of the art*, na strani 81, smo izpostavili uspeh družine SVM metod na različnih tekmovanjih za napovedovanje časovnih vrst po svetu.

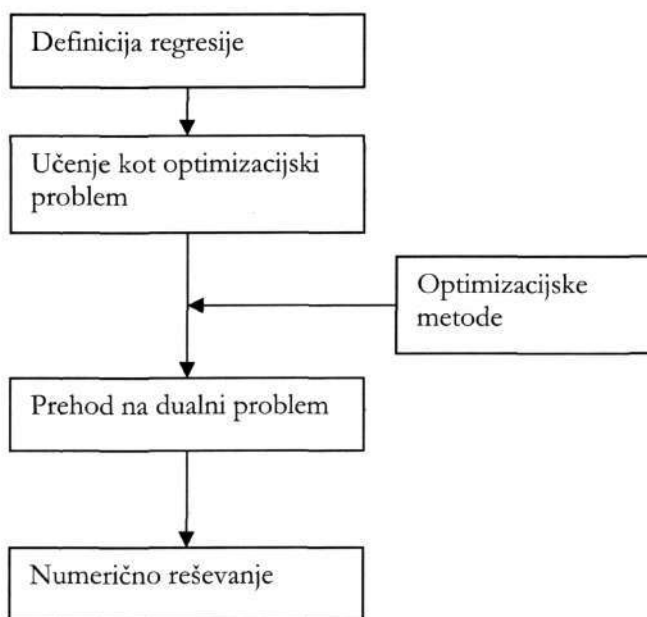
Za SVM modele je bila dokazana zmožnost univerzalne aproksimacije [78]. Dokazana je tudi njihova ekvivalenca z regularizacijskimi nevronskimi mrežami [5], [172]. Kapacitivnost SVM modelov opisuje njihova VC dimenzija, preko margin, ki neposredno definirajo model. Med najbolj koristnimi lastnosti SVM modelov je polinomski čas njihovega učenja [78], [83], ki je »skrit« v realizaciji dualnega optimizacijskega problema (stran 144). Poleg ekvivalence z regularizacijskimi mrežami lahko SVM modele uporabimo namesto RBF mrež in dvo-nivojskega perceptrona, saj njihov učni algoritem zagotavlja bolj splošno aplikativnost [83].

V sedanjem času pod imenom metoda podpornih vektorji ali SVM naslavljamo družino metod [24], [30], [90], [163]. Osnovna različica SVMja se ukvarja s klasifikacijskimi problemi z dvema razredoma. Primeri so točke v večrazsežnem realnem prostoru, učenje pa je definirano kot optimizacijski problem. Optimizacijski problem običajno matematično preoblikujemo v dualni problem, ki ga rešujemo numerično [18]. Osnovno metodo SVM so učinkovito razširili

<sup>139</sup> Avtor SVM-jev, Vapnik s sodelavci, raziskuje SVM algoritme v AT&T Bellovih laboratorijih.

<sup>140</sup> SVM so zelo uspešni pri procesiranju takoimenovanih redkih matrik, na primer pri besedilnemu rudarjenju [96].

tako, da poleg hiperravnin odkriva tudi drugačne razmejitvene ploskve. Iz dvorazrednega klasifikatorja so jo razširili v model za klasifikacijo v več razredov in model za regresijo, tako da poznamo naslednje različice metode s podpornimi vektorji: C-SVC (angl. *C-Support Vector Classification*) [37],  $\nu$ -SVC,  $\varepsilon$ -SVR [169], [212],  $\nu$ -SVR [161], transduktivni SVM [96], SVM z ocenjevanjem podpore porazdelitev itn. Realizirajo jih programski paketi, ki jo za univerzitetno rabo brezplačni, med katerimi so znani: SVM<sup>light</sup> (Joakims [96], [205]), MySVM (Rüping [154], [155]), LIBSVM (Chang in Lin [24], [25], [30], [90]), WEKA in SMO (Platt [144], [218], [225]) itn.



Slika 5.21: Shema realizacije SVM paradigme.

Realizacija družine SVM metod podpornih vektorjev (Slika 5.21) sloni na močnem matematičnem ogrodju, ki učenje realizira kot optimizacijski problem. Ima številne lepe lastnosti. Predvsem ima zelo dobro teoretično podlago, ki se je obenem izkazala za uspešno v praksi, pa tudi fleksibilnost<sup>141</sup>, robustnost<sup>142</sup> itn. Njene negativne lastnosti bi lahko bile, da jo je težje razumeti in implementirati, modeli so težko razumljivi in jih je težje interpretirati, časovno zahtevnost te metode pri večini implementacij je bližja kvadratni, kot linearni zahtevnosti [18].

<sup>141</sup> Različna jedra omogočajo raziskovanje različnih prostorov hipotez.

<sup>142</sup> Odporna je na pretirano prilagajanje ter je v glavnem ne moti dimenzija vhodnega prostora.



### 5.8.1 Definicija problema podpornih vektorjev za regresijo

Naj bo podana učna množica  $\{(\mathbf{x}_k, y_k)\}_{k=1}^N \subset \mathfrak{R}^d \times \mathfrak{R}$ , ki je sestavljena iz vloženih vektorjev, vhodov  $\mathbf{x}_k \in \mathfrak{R}^d$ , dobljenih s časovnim zamikanjem in oknom dolgim  $d$  ter skalarnim izhodom, ki predstavlja želeni izhod  $y_k$ . Pri metodi podpornih vektorjev za regresijo s parametrom  $\varepsilon$ ,  $\varepsilon$ -SVR, iščemo funkcijo  $f(\mathbf{x})$ , ki je za celotno učno množico največ  $\varepsilon$  oddaljena od dejanskih vrednosti  $y_i$  in je istočasno maksimalno ravna, sploščena. Pri iskanju te funkcije nas ne zanimajo napake, ki so manjše kot  $\varepsilon$ , medtem ko so nesprejemljive večje napake.

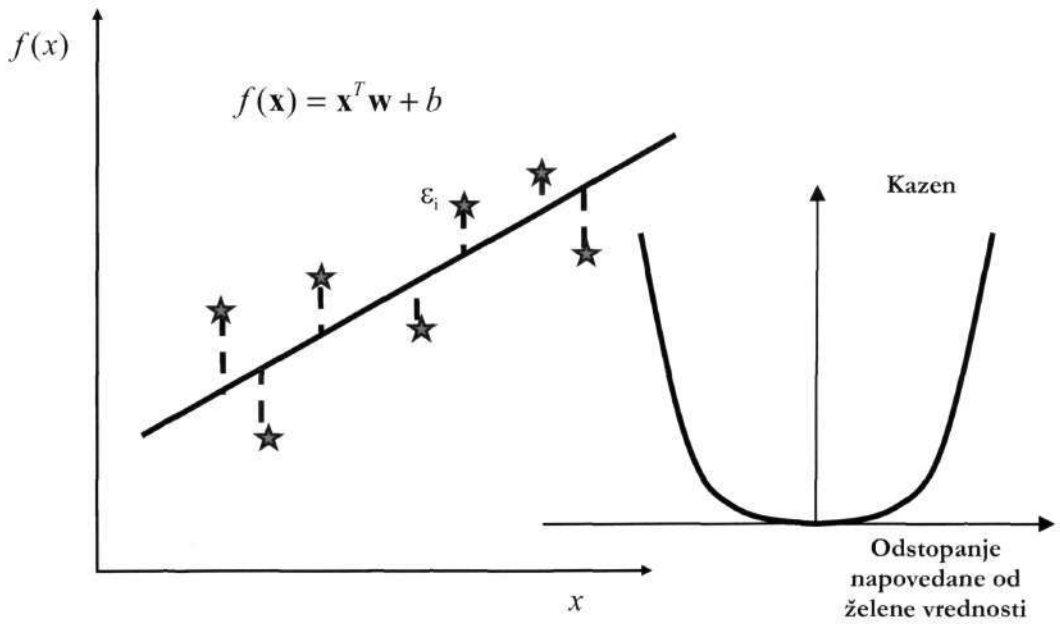
Preden opišemo  $\varepsilon$ -SVR, bomo opisali metodo navadnih najmanjših kvadratov, ki jo prikazuje Slika 5.22. Recimo, da modeliramo z linearno funkcijo. Pri tem minimiziramo funkcijo napake ali kriterijsko funkcijo<sup>143</sup>, ki opisuje odstopanje modela od zelenih izhodov, ki jo pri statistični teoriji učenja imenujejo **funkcija izgube**. Vhodni vektorji so  $\mathbf{x}_i$ , posamezni izhodi modela pri vhodnih vektorjih  $\mathbf{x}_i$  so  $\hat{y}_i = \mathbf{x}_i \mathbf{w} + b_i$ , oziroma izhodni vektor modela je  $\hat{\mathbf{y}}$  in želeni izhodi so vektor  $\mathbf{y}$ , potem funkcijo izgube ocenimo po obrazcu<sup>144</sup>  $izguba = \|\hat{\mathbf{y}} - \mathbf{y}\|_2^2$ . Če vhodne vektorje  $\mathbf{x}_i$  predstavimo z matriko  $\mathbf{X}$ , je problem iskanja parametrov ali optimizacijski problem formuliran na naslednji način:

$$\frac{d(izguba)}{d\mathbf{w}} = 0 \Rightarrow (\mathbf{X}^T \mathbf{X})\mathbf{w} = \mathbf{X}^T \mathbf{Y} \quad \text{Enačba (5.47)}$$

Radi bi napovedali  $f(\mathbf{x}_i) = \mathbf{x}_i^T \mathbf{w} + b$ . To si lahko predstavljamo kot ravnino v  $(d+1)$ -razsežnem prostoru. Pri modeliranju regresije si želimo, da bi vsi učni primeri  $(\mathbf{x}_k, y_k)$  ležali čim bližje te ravnine:  $|y_i - \mathbf{x}_i \mathbf{w} - b| \leq \varepsilon$ . Če velja ta neenačba, potem ležijo vsi  $(\mathbf{x}_k, y_k)$  znotraj pasu širine  $2\varepsilon / \sqrt{1 + \|\mathbf{w}\|^2}$ . Torej je spet potrebno minimizirati  $\|\mathbf{w}\|^2 = \mathbf{w}^T \mathbf{w}$  [18].

<sup>143</sup> Minimizacijo funkcijo napake v kontekstu modeliranja s črnimi škatlami smo opisali na strani 89.

<sup>144</sup> Metoda najmanjših kvadratov kot mero za odstopanje med zelenimi izhodi in izhodi modela uporablja kvadratno normo ali najmanjše kvadrate.



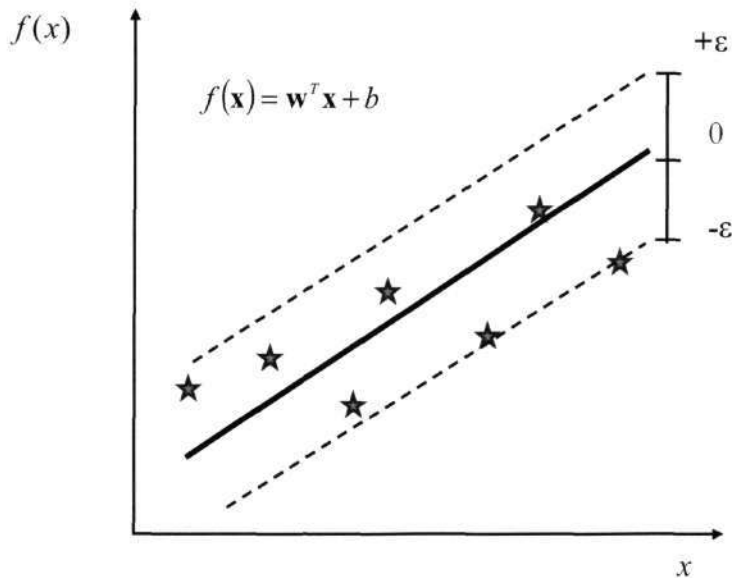
Slika 5.22: Določanje parametrov modela po metodi najmanjših kvadratov. Kvadratna funkcija izgube.

Pri modeliranju linearne funkcije v smislu konveksnega optimizacijskega problema (Slika 5.23) [169], [172], [212] iščemo parametre modela z minimizacijo funkcije:

$$\frac{1}{2} \|\mathbf{w}\|^2$$

glede na omejitve: 
$$\begin{cases} y_i - \mathbf{w}^T \mathbf{x}_i - b \leq \varepsilon \\ \mathbf{w}^T \mathbf{x}_i + b - y_i \leq \varepsilon \end{cases}$$

Enačba (5.48)



Slika 5.23: Določanje parametrov modela kot konveksen optimizacijski problem.

Tiha predpostavka je, da obstaja takšna funkcija  $f(\mathbf{x})$  (Slika 5.23), za katero je optimizacijski problem, ki ga opisuje enačba (5.46) izvedljiv. Da bi omilili omenjen problem in celo omogočili napake, vpeljemo »ohlapne« spremenljivke  $\xi_i$ , kar nas pripelje do formulacije  $\varepsilon$ -SVR problema, kot jo je leta 1995 podal Vapnik s sodelavci [210]:

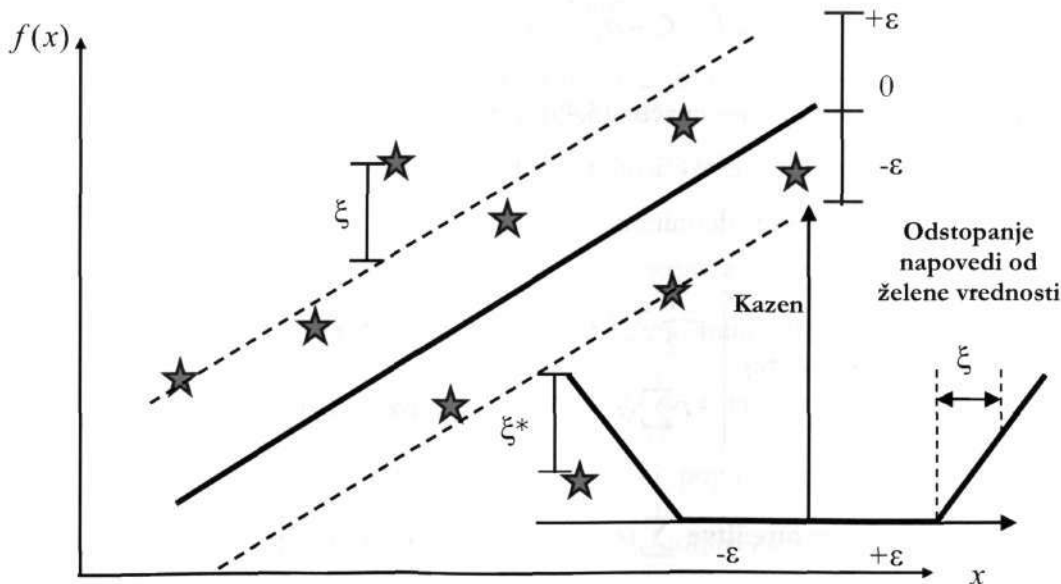
$$\text{minimiziraj } \frac{1}{2} \|\mathbf{w}\|^2 + C \sum_{i=1}^l (\xi_i + \xi_i^*)$$

$$\text{glede na omejitve: } \begin{cases} y_i - \mathbf{w}^T \mathbf{x}_i - b \leq \varepsilon + \xi_i \\ \mathbf{w}^T \mathbf{x}_i + b - y_i \leq \varepsilon + \xi_i^* \\ \xi_i, \xi_i^* \geq 0 \end{cases} \quad \text{Enačba (5.49)}$$

Konstanta  $C > 0$  opisuje sploščenost funkcije  $f$  in podaja, kolikšna odstopanja od  $\varepsilon$  naj toleriramo, kar nas pripelje do definicije  $\varepsilon$ -intenzivne funkcije izgube  $|\xi|_\varepsilon$ , ki je definirana na naslednji način [163], [169], [172]:

$$|\xi|_\varepsilon := \begin{cases} 0 & |\xi| \leq \varepsilon \\ |\xi| - \varepsilon & \text{sicer} \end{cases} \quad \text{Enačba (5.50)}$$

Enačba (5.48) predstavlja kazensko optimizacijsko funkcijo [9]. Slika 5.24 ponazarja linearni  $\varepsilon$ -SVM optimizacijski problem z  $\varepsilon$ -intenzivno funkcijo izgube. Točke, ki so več kot  $\varepsilon$  oddaljene so ustrezno kaznovane.



Slika 5.24: Določanje mehkih margin  $\varepsilon$ -intenzivne funkcije izgube pri linearnem SVR problemu. Zgornja slika kaže nastavitve optimizacijskega problema. Spodnja slika kaže  $\varepsilon$ -intenzivno funkcijo izgube.

### 5.8.2 Dualni problem in kvadratno programiranje

Pri optimizacijskih metodah [60] lahko iz prvotnega optimizacijskega problema z omejitvami konstruiramo Lagrangeovo funkcijo. Ta funkcija ima sedlo glede na prvotne in dualne spremenljivke v točki rešitve [9], [169], [172]. Definirana je na naslednji način:

$$\begin{aligned}
 L := & \frac{1}{2} \|\mathbf{w}\|^2 + C \sum_{i=1}^l (\xi_i + \xi_i^*) - \sum_{i=1}^l (\eta_i \xi_i + \eta_i^* \xi_i^*) - \\
 & - \sum_{i=1}^l \alpha_i (\varepsilon + \xi_i - y_i + \mathbf{w}^T \mathbf{x}_i + b) - \\
 & - \sum_{i=1}^l \alpha_i^* (\varepsilon + \xi_i^* + y_i - \mathbf{w}^T \mathbf{x}_i - b)
 \end{aligned}
 \tag{5.51}$$

$L$  je Lagrangeova funkcija,  $\eta_i, \eta_i^*, \alpha_i, \alpha_i^*$  so Lagrangeovi multiplikatorji. Kot dualne spremenljivke morajo zadoščati naslednjim neenačbam:

$$\alpha_i^{(*)}, \eta_i^{(*)} \geq 0
 \tag{5.52}$$

Sedla Lagrangeove funkcije dobimo v točkah prvotnih spremenljivk  $(\mathbf{w}, b, \xi_i, \xi_i^*)$ . Parcialni odvodi v teh točkah so nič:

$$\begin{aligned}
 \partial_b L &= \sum_{i=1}^l (\alpha_i^* - \alpha_i) = 0 \\
 \partial_{\mathbf{w}} L &= \mathbf{w} - \sum_{i=1}^l (\alpha_i^* - \alpha_i) \mathbf{x}_i = 0 \\
 \partial_{\xi_i^{(*)}} L &= C - \alpha_i^{(*)} - \eta_i^{(*)} = 0
 \end{aligned}
 \tag{5.53}$$

Če v Lagrangeovi funkciji, ki jo opiše enačba (5.49), zamenjamo pogoje iz enačb (5.51), dobimo dualni optimizacijski problem, ki je ekvivalenten prvotnemu, ki je podan z enačbo (5.47). **Dualni (enakovredni) problem** [9], [60] je definiran:

$$\begin{aligned}
 & \text{maksimiziraj} \begin{cases} -\frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*)(\alpha_j - \alpha_j^*) \mathbf{x}_i^T \mathbf{x}_j \\ -\varepsilon \sum_{i=1}^l (\alpha_i + \alpha_i^*) + \sum_{i=1}^l y_i (\alpha_i - \alpha_i^*) \end{cases} \\
 & \text{glede na omejitve} \quad \sum_{i=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*) = 0, \alpha_i, \alpha_i^* \in [0, C]
 \end{aligned}
 \tag{5.54}$$

Enačba (5.51) dobi obliko:

$$\mathbf{w} = \sum_{i=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*) \mathbf{x}_i \text{ in } f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*) \mathbf{x}_i^T \mathbf{x} + b \quad \text{Enačba (5.55)}$$

Enačbo (5.53) imenujejo **ekspanzija podpornih vektorjev**.  $\mathbf{w}$  dobimo kot linearne kombinacije vhodov  $\mathbf{x}_i$ . Kompleksnost funkcije  $f(\mathbf{x})$  je odvisna le od števila podpornih vektorjev in ne od dimenzionalnosti vhodnega prostora [169], [170].

V sedlu, rešitvi, ko Lagrangeova funkcija doseže svoj minimum, **Karush-Kuhn-Tuckerjev izrek**<sup>145</sup> (KKT) [18], [172] trdi, da produkt med dualnimi spremenljivkami in omejitvami »izgine« (enačba (5.49), Lagrangova funkcija):

$$\begin{aligned} \alpha_i (\varepsilon + \xi_i - y_i + \mathbf{w}^T \mathbf{x}_i + b) &= 0 \\ \alpha_i^* (\varepsilon + \xi_i^* + y_i - \mathbf{w}^T \mathbf{x}_i - b) &= 0 \end{aligned} \quad \text{Enačba (5.56)}$$

$$\text{in} \quad \begin{aligned} (C - \alpha_i) \xi_i &= 0 \\ (C - \alpha_i^*) \xi_i^* &= 0 \end{aligned} \quad \text{Enačba (5.57)}$$

Iz tega sklepamo, da učni primeri  $(\mathbf{x}_k, y_k)$ , ki imajo  $\alpha_i^{(*)} = C$  ležijo izven  $\varepsilon$ -cevi in ne obstaja tak par  $\alpha_i, \alpha_i^*$ , da sta oba istočasno različna od 0,  $\alpha_i \alpha_i^* = 0$ . Posledično:

$$\begin{aligned} \varepsilon - y_i + \mathbf{w}^T \mathbf{x}_i + b &\geq 0 \text{ in } \xi_i = 0 \text{ za } \alpha_i < C \\ \varepsilon - y_i + \mathbf{w}^T \mathbf{x}_i + b &\leq 0 \text{ za } \alpha_i > 0 \end{aligned} \quad \text{Enačba (5.58)}$$

Te ugotovitve lahko uporabimo pri računanju parametra  $b$ , ki ga ocenimo:

$$\max \left\{ -\varepsilon + y_i - \mathbf{w}^T \mathbf{x}_i \mid \alpha_i < C \text{ ali } \alpha_i^* > 0 \right\} \leq b \leq \min \left\{ -\varepsilon + y_i - \mathbf{w}^T \mathbf{x}_i \mid \alpha_i > 0 \text{ ali } \alpha_i^* < C \right\}$$

Obstajajo tudi drugi načini za izračun parametra  $b$ , ki so v glavnem posledica optimizacijskega procesa [169].

Število podpornih vektorjev lahko ocenimo iz ekspanzije (enačba (5.53)). Iz enačbe (5.54) je razvidno, da so edino za  $|f(\mathbf{x}_i) - y_i| \geq \varepsilon$  Lagrangeovi multiplikatorji različni od 0. Za učne primere v  $\varepsilon$ -cevi  $\alpha_i, \alpha_i^* = 0$ . Sicer, za  $|f(\mathbf{x}_i) - y_i| < \varepsilon$  v enačbi (5.54) drugi faktor ni 0 in morata biti  $\alpha_i, \alpha_i^* = 0$  zato da bodo zadovoljeni KKT pogoji. Če so  $\mathbf{w}$  izražene z vhodnimi vektorji  $\mathbf{x}_i$ , potem ne potrebujemo vseh vhodnih vektorjev za izražanje parametrov modela. Tiste  $\mathbf{x}_i$ , ki nastopajo z obstoječimi parametri so **podporni vektorji**.

<sup>145</sup> Po Karush-Kuhn-Tuckerjevem izreku so odvodi Lagrangove funkcije po  $\mathbf{x}$  v sedlu 0.

### 5.8.3 Jedra in nelinearnost

SV modeli, ki jih kažeta Slika 5.23, Slika 5.24 so linearni. SV algoritem lahko naredimo nelinearen s predprocesiranjem  $\phi: \mathfrak{R}^d \rightarrow F$  ali preslikavo učnih vektorjev  $\mathbf{x}_i \in \mathfrak{R}^d$  v nek visokodimenzionalen atributni prostor  $F$ , kjer bomo lahko namesto nelinearne izvedli linearno regresijo (Slika 5.25). Odpira se vprašanje: ali je to vedno možno?

V enačbi (5.52) pri formulaciji dualnega problema nastopa pri določanju parametrov modela samo skalarni produkt med  $\mathbf{x}_i$ . Zadošča, če poznamo  $k(\mathbf{x}, \mathbf{z}) := \phi(\mathbf{x})^T \phi(\mathbf{z})$ . Pri tem je  $k$  jedrna funkcija. **Optimizacijski problem za nelinearnerno regresijo**<sup>146</sup> se glasi:

$$\text{maksimiziraj } \begin{cases} -\frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*)(\alpha_j - \alpha_j^*)k(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) \\ -\varepsilon \sum_{i=1}^l (\alpha_i + \alpha_i^*) + \sum_{i=1}^l y_i (\alpha_i - \alpha_i^*) \end{cases} \quad \text{Enačba (5.59)}$$

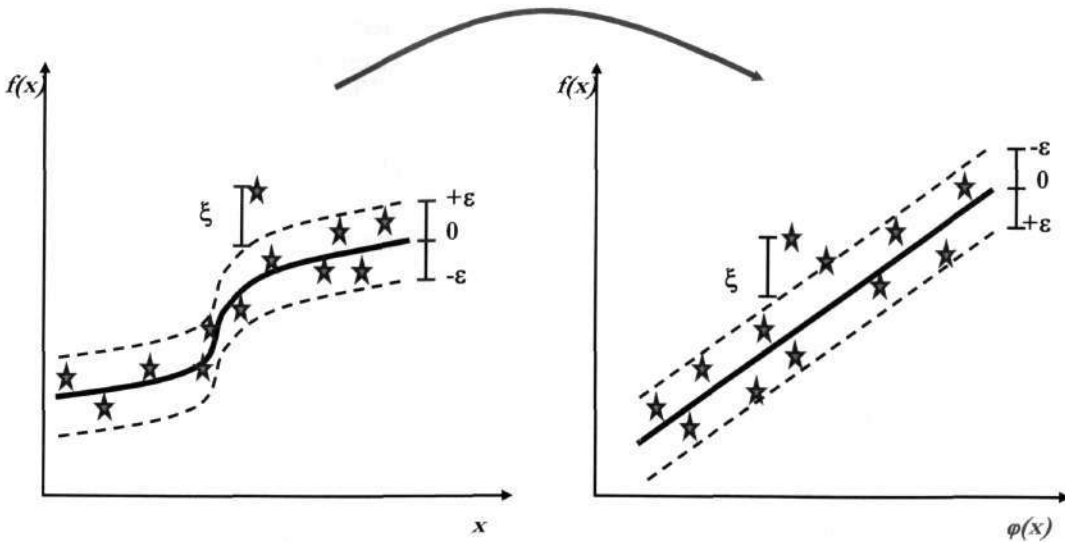
$$\text{glede na omejitve } \sum_{i=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*) = 0, \alpha_i, \alpha_i^* \in [0, C]$$

$$\mathbf{w} = \sum_{i=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*) \phi(\mathbf{x}_i) \text{ in } f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*) k(\mathbf{x}, \mathbf{x}_i) + b \quad \text{Enačba (5.60)}$$

<sup>146</sup> Dualni problem včasih zapišejo v matrično obliko:

$$\text{maksimiziraj } \begin{cases} -\frac{1}{2} (\mathbf{a} - \mathbf{a}^*)^T \mathbf{Q} (\mathbf{a} - \mathbf{a}^*) \\ -\varepsilon \sum_{i=1}^l (\alpha_i + \alpha_i^*) + \sum_{i=1}^l y_i (\alpha_i - \alpha_i^*) \end{cases} \quad \text{pri čemer je } Q_{ij} = k(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$$

$$\text{glede na omejitve } \sum_{i=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*) = 0, \alpha_i, \alpha_i^* \in [0, C]$$



Slika 5.25: Prehod iz nelinearne v linearno regresijo z uporabo jeder.

Pri optimizacijskem problemu (enačba (5.57)) tokrat v atributnem prostoru iščemo najbolj ravno funkcijo  $f(\mathbf{x})$ . Parametri  $\mathbf{w}$  niso podani eksplicitno in je ekspanzija podpornih vektorjev opisana z enačbo (5.58).

### 5.8.3.1 Lastnosti in tipi jeder

**Mercerjev izrek**<sup>147</sup> določa potrebne in zadostne pogoje, kdaj je neka funkcija  $k(\mathbf{x}, \mathbf{z})$  jedrna funkcija ali jedro. Če so  $k_1(\mathbf{x}, \mathbf{z}), k_2(\mathbf{x}, \mathbf{z}), k_3(\mathbf{x}, \mathbf{z})$  jedra, potem je jedro tudi  $k(\mathbf{x}, \mathbf{z})$  (nekatero lastnosti jeder):

- $k(\mathbf{x}, \mathbf{z}) = c_1 k_1(\mathbf{x}, \mathbf{z}) + c_2 k_2(\mathbf{x}, \mathbf{z})$
- $k(\mathbf{x}, \mathbf{z}) = k_1(\mathbf{x}, \mathbf{z}) * k_2(\mathbf{x}, \mathbf{z})$
- $k(\mathbf{x}, \mathbf{z}) = f(\mathbf{x}) * f(\mathbf{z})$  za poljubno  $f: \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}$
- $k(\mathbf{x}, \mathbf{z}) = k_3(\phi(\mathbf{x}), \phi(\mathbf{z}))$  za poljubno  $\phi: \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}^m$
- $k(\mathbf{x}, \mathbf{z}) = \mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{z}$  za poljubno semidefinitno matriko  $\mathbf{A}$

Znani primeri in protiprimeri jeder so:

- Linearno jedro (skalarni produkt)  $k(\mathbf{x}, \mathbf{z}) := \mathbf{x}^T \mathbf{z}$
- Polinomsko jedro<sup>148</sup>  $k(\mathbf{x}, \mathbf{z}) := (\mathbf{x}^T \mathbf{z} + 1)^p$

<sup>147</sup> Mercerjev izrek trdi, da je jedro pozitivna semidefinitna simetrična funkcija. Definicije in podroben opis jeder so v Cristianini in Shawe-Taylor [39] ter Schölkopf in Smola [163].

<sup>148</sup> Primer: Imamo  $p=2$ , vektorja  $\mathbf{v}$  v vhodnem prostoru sta  $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$  in  $\mathbf{z} = (z_1, z_2)$ .  
 $K(\mathbf{x}, \mathbf{z}) = (x_1 z_1 + x_2 z_2 + 1)^2 = (x_1^2, x_2^2, \sqrt{2}x_1 x_2, \sqrt{2}x_1, \sqrt{2}x_2, 1)(z_1^2, z_2^2, \sqrt{2}z_1 z_2, \sqrt{2}z_1, \sqrt{2}z_2, 1)^T$ . Enako kot če bi

- Gaussovo jedro  $k(\mathbf{x}, \mathbf{z}) := \exp\left[-\frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{z}\|^2}{2\sigma^2}\right]$ , ki je enakovredno izrazu  $k(\mathbf{x}, \mathbf{z}) := \exp[-\lambda\|\mathbf{x} - \mathbf{z}\|^2]$  (radialno jedro ali radialna bazna funkcija, RBF)
- Sigmoidna funkcija  $k(\mathbf{x}, \mathbf{z}) := th(k\mathbf{x}^T\mathbf{z} + \Theta)$  ni jedro, ker ne zadošča Mercerjevemu pogoju.

Obstaja veliko različnih tipov jeder: difuzijsko, Fischerjevo, jedro za nize, posplošena jedra. V praksi se za modeliranje časovnih vrst največkrat uporabljata polinomsko in radialno jedro.

### 5.8.4 $\nu$ -SVR ali $\nu$ -metoda podpornih vektorji za regresijo

Smola in ostali [168] so dokazali, da je pri SVR optimalna izbira parametra  $\varepsilon$  linearno odvisna od nivoja šuma v podatkih. Schölkopf in ostali [161], [162] so predlagali uporabo parametra  $\nu$ , ki neposredno kontrolira število podpornih vektorjev.  $\varepsilon$  sedaj postane spremenljivka optimizacije. Prvotni optimizacijski problem dobi obliko [30]:

$$\text{minimiziraj } \frac{1}{2}\|\mathbf{w}\|^2 + C\left(\nu\varepsilon + \frac{1}{l}\sum_{i=1}^l(\xi_i + \xi_i^*)\right)$$

$$\text{glede na omejitve: } \begin{cases} y_i - \mathbf{w}^T\phi(\mathbf{x}_i) - b \leq \varepsilon + \xi_i \\ \mathbf{w}^T\phi(\mathbf{x}_i) + b - y_i \leq \varepsilon + \xi_i^* \\ \xi_i, \xi_i^* \geq 0 \end{cases} \quad \text{Enačba (5.61)}$$

Dualni problem pa, z malimi modifikacijami, postane [24], [30], [90]:

$$\text{maksimiziraj } \begin{cases} -\frac{1}{2}\sum_{i,j=1}^l(\alpha_i - \alpha_i^*)(\alpha_j - \alpha_j^*)k(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) \\ -\varepsilon\sum_{i=1}^l(\alpha_i + \alpha_i^*) + \sum_{i=1}^l y_i(\alpha_i - \alpha_i^*) \end{cases}$$

$$\text{glede na omejitve } \sum_{i=1}^l(\alpha_i - \alpha_i^*) = 0, \sum_{i=1}^l(\alpha_i + \alpha_i^*) = Cl\nu, \alpha_i, \alpha_i^* \in [0, C] \quad \text{Enačba (5.62)}$$

oba vektorja preslikali s preslikavo  $\Phi: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^7, \Phi(\mathbf{x}) = (x_1^2, x_2^2, \sqrt{2}x_1x_2, \sqrt{2}x_1, \sqrt{2}x_2, 1)^T$  in potem izračunali navaden skalarni produkt.



Uvedba parametra  $\nu$  se pokaže kot koristna, ker z njim nadziramo delež podpornih vektorjev in napak, tako kot s  $C$  v prvotni formulaciji, le da z  $\nu$  bolj neposredno.

### 5.8.5 Funkcional empiričnega tveganja in funkcije izgube

Učenje SVM modelov realizira principe statistične teorije učenja ali principe konvergence empiričnega tveganja [211]. Induktivni princip **minimizacije empiričnega tveganja** (ERM) je način za ocenjevanje odvisnosti med podatki, zasnovan na minimizaciji učne napake za množico parametričnih funkcij [32]. Če imamo učno množico  $\{(\mathbf{x}_k, y_k)\}_{k=1}^N \subset \mathcal{R}^d \times \mathcal{R}$ , za katero predpostavimo, da pripada neki verjetnostni porazdelitvi  $P(\mathbf{x}, y)$ , je cilj SVM metode poiskati  $f$ , ki minimizira pričakovano tveganje [211]:

$$R[f] = \int c(\mathbf{x}, y, f(\mathbf{x})) dP(\mathbf{x}, y) \quad \text{Enačba (5.63)}$$

$c(\mathbf{x}, y, f(\mathbf{x}))$  je **cenovna funkcija**, ki kaznuje odstopanja modela od zelenih vrednosti. Če poznamo porazdelitev  $P(\mathbf{x}, y)$ , lahko uporabimo učno množico, da bi ocenili  $f(\mathbf{x})$ , ki minimizira  $R[f]$ . V realnih aplikacijah dobimo empirično tveganje tako, da integral zamenjamo z vsoto. Funkcional empiričnega tveganja dobi obliko  $R_{emp}[f] := \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N c(\mathbf{x}_i, y_i, f(\mathbf{x}_i))$ . Razred funkcij  $f$  je na začetku zelo širok. Zato so definiciji regresijskega SVMja dodali regularizacijski parameter, ki narekuje naslednjo definicijo **regulariziranega funkcionalnega tveganja** [169]:

$$R_{reg}[f] = R_{emp}[f] + \frac{\lambda}{2} \|\mathbf{w}\|^2 \quad \text{Enačba (5.64)}$$

Enačba (5.64) je enakovredna enačbi (5.7) na strani 91, ki smo jo definirali kot regularizacijski problem pri opisu modeliranja s črnimi škatlami. Za  $\nu$ -SVR metodo ima obliko  $R_{reg}[f] = R_{emp}[f] + \frac{\lambda}{2} \|\mathbf{w}\|^2 + \nu \varepsilon$  [172]. Pri metodi podpornih vektorjev je standardna izbira za cenovno funkcijo  $\varepsilon$ -intenzivna funkcija izgube:

$$c(\mathbf{x}, y, f(\mathbf{x})) = |y - f(\mathbf{x})|_{\varepsilon} \quad \text{Enačba (5.65)}$$

Dokazali so ([5], [163]), da je minimiziranje funkcionala, ki ga opisuje enačba (5.64), enakovredno prvotnemu optimizacijskemu problemu pri SVR problemu, ki ga opisuje enačba

(5.49) na strani 143 ( $C = \frac{1}{\lambda N}$ ). Iz tega je razvidno, da s SVR hkrati rešujemo regularizacijski problem.

Če bi namesto  $\varepsilon$ -intenzivne funkcije izgube uporabljali kvadratno funkcijo izgube  $c(\mathbf{x}, y, f(\mathbf{x})) = (y - f(\mathbf{x}))^2$ , bi to pripeljalo do problema, ki se ga rešuje z računanjem inverzne matrike, in ne s kvadratnim programiranjem, kot v primeru SVM. Obstaja več različnih cenovnih funkcij, ki jih lahko uporabljamo kot osnove pri optimizaciji poleg  $\varepsilon$ -intenzivne ( $c(\xi) = |\xi|_\varepsilon$ ): Laplaceova ( $c(\xi) = |\xi|$ ), Gaussova ( $c(\xi) = \frac{1}{2}\xi^2$ ), Huberjeva robustna [172] itn. Pod predpostavko, da so bili vzorci ustvarjeni pod funkcijsko odvisnostjo in ob prisotnosti šuma, dobimo  $y_i = f_{prava}(\mathbf{x}) + \xi_i$ , z gostoto  $p(\xi)$ . Optimalna cenovna funkcija ima v smislu največjega verjetja obliko:  $c(\mathbf{x}, y, f(\mathbf{x})) = -\log p(y - f(\mathbf{x}))$ . Iz SVR optimizacijskega problema je možno izpeljati dualni problem, ki je zelo odvisen od formulacije cenovne funkcije, kar so tudi eksperimentalno potrdili [128]. V tekoči nalogi uporabljamo  $\varepsilon$ -intenzivno funkcijo izgube.

### 5.8.6 Numerični algoritmi in reševanje konveksnega optimizacijskega problema

V skladu s shemo reševanja SVR problema (Slika 5.21) se ukvarjamo z zadnjim korakom oziroma z numeričnim algoritmom za reševanje konveksnega optimizacijskega problema. Pri učenju SVM lahko uporabimo večino komercialnih paketov za kvadratno programiranje. Paketi za kvadratno programiranje so stabilni in slonijo na klasičnih numeričnih paradigmah: algoritem notranje točke, reducirani gradientni algoritmi s kvazi-Newtonovo metodo, bariera med osnovnim in dualnim problemom in drugi. Žal so običajno omejeni z velikostjo učne množice (3000 primerov [172]). Zato si raziskovalci pomagajo s triki. Običajno fiksirajo večino spremenljivk in optimizirajo po preostalih, pri tem pa uporabljajo delovne množice. Potem optimizirajo po neki drugi množici spremenljivk itn [18]. S KKT pogoji preverjajo, če so že pri optimalni rešitvi. Različice implementacije SVM-ja se razlikujejo po načinu, kako zastaviti delovno množico. Vapnik [211] je predlagal odstranitev spremenljivk z  $\alpha_i = 0$ , dodajanje novih in ponovno optimiziranje, pri čemer računamo, da se rezultat ne spreminja, če iz delovne množice vržemo ne-podporne vektorje. To tehniko imenujejo angl. *chunking*. Osuna [18] je predlagal uporabo dekompozicije in dodajanje toliko spremenljivk, kot smo jih odvzeli iz nje, pri tem pa pazimo, da bo delovna množica tako velika, da bodo šli vanjo vsi podporni vektorji.

V disertaciji preizkušamo delovanje treh scenarijev za reševanje optimizacije:

- **Joakimsov scenarij** [96], [154], [205] (MySVM, SVM<sup>light</sup>) z računanjem na delovni množici (ki jo sestavlja  $q$  ( $q=10$ ) elementov različnih od 0), ki najbolj minimizira kriterijsko funkcijo. Pomaga si z odvodi kriterijske funkcije. Povečuje tiste z negativnim in zmanjšuje tiste s pozitivnim odvodom, oziroma izbira delovno množico spremenljivk na podlagi najbolj strmega spusta. Uporablja hevristiko krčenja: za določen  $\alpha_i$  če veliko iteracij ostaja pri vrednosti 0 (ali C), je v bodoče sploh ne gleda več. Čez čas preveri, če je njena vrednost še sprejemljiva. Uporablja predpomnenje jeder in prepogibanje na linearnih problemih.
- **Plattov scenarij** [144] ali zaporedna minimalna optimizacija (angl. *Sequential Minimal Optimization*, SMO, WEKA [218]). Iz pogojev optimizacije je Platt opazil, da moramo spreminjati vsaj dve spremenljivki naenkrat, da bi ohranili pogoje optimizacije (na primer  $\alpha_i, \alpha_j$ ). Delovna množica vsebuje dva elementa. Ko spremenimo  $\alpha_i$ , je točno določena sprememba za  $\alpha_j$ . Posledično imamo samo en parameter  $\alpha_i$ , kriterijska funkcija je kvadratna in hitro poiščemo minimum. Hevristika za določanje delovne množice je naslednja:  $\alpha_i$  je tisti, ki najhujše krši svoj KKT pogoj,  $\alpha_j$  pa je tisti, ki obeta največji premik.
- **Chang-Linov scenarij** [24], [29], [90], (LIBSVM) sloni na dekompoziciji in je tipa zaporedna minimalna optimizacija SMO. Spreminja majhno število  $\alpha_i$ , rešuje optimizacijski podproblem (podrobnejše je opisan v Fan [55]). Pri določanju delovne množice uporablja ugotovitve iz Plattovega in Joakimsovega algoritma. Tako kot Joakimsov algoritem uporablja tehniko krčenja in medpomnjenja kvadratne pod-matrike, ki je predmet optimizacije. Ravno tako uporablja odvode kriterijske funkcije in s tem zagotavlja hitro konvergenco metode, ki so jo glede na teoretične lastnosti ocenili kot linearno [55].

## 5.9 Izbira ustreznega modela za kratkoročno napovedovanje časovnih vrst enosmerne napetosti

V disertaciji raziskujemo modele za kratkoročno napovedovanje s poudarkom na časovnih vrstah enosmerne napetosti NRE. Tip modela, ki ga uporabimo za napovedovanje, je odvisen od narave časovne vrste (linearna/nelinearna, šumna...) ter od časovnega intervala napovedovanja. Modele uporabljamo za kratkoročno napovedovanje (korak ali nekaj korakov vnaprej) in ne za dolgoročno napovedovanje (ko z modelom skušamo opisati globalno obnašanje sistema). Cilj uporabe modelov za napovedovanje je zgraditi sistem:

- ki se na podlagi opazovanja **prilagodi okolju**, saj modele za napovedovanje učimo s pomočjo dolgih časovnih vrst napetosti, ki smo jih predhodno dobili z merjenjem napetosti z merilnim instrumentom (digitalni voltmeter HP 3458A) v okolju, kjer bo ta sistem deloval;

- ki je **samostojen** oziroma ocenjuje spreminjanje napetosti brez prisotnosti dragega merilnega inštrumenta. Naučeni modeli morajo biti robustni, neobčutljivi na šum in napovedovati naslednjo vrednost napetosti na podlagi ocene preteklih nekaj vrednosti;
- ki je **transparenten**, oziroma omogoča vpogled v spreminjanje napetosti. Posledično lahko s sledenjem trenda spreminjanja napetosti pravočasno ukrepamo pri zaznavanju lezenja napetosti opazovanega NRE. Na tak način z določeno točnostjo predvidevamo, da smo prekoračili predpisane meje;
- ki ima **čim manjšo napako** na testni množici, napovedi malo odstopajo od pravih vrednosti;
- katerega **predikcijski intervali** so ozki, oziroma je negotovost samega modela minimalna.

Da bi ocenili kompleksnost modela za napovedovanje, smo v prejšnjem poglavju izvedli teste za ocenjevanje kompleksnosti sistema, ki ustvarja časovne vrste. Testi potrjujejo domnevo o prisotnosti deterministične dinamike, ki jo lahko modeliramo. Zaključke preliminarne analize časovnih vrst smo podali v podpoglavju Zaključki preliminarne analize časovnih vrst enosmerne napetosti na strani 75.

Ustrezen model za napovedovanje so statistični modeli, regresijska drevesa, različni tipi nevronske mreže, SVM za regresijo, ali katerikoli model, ki zadošča prej naštetim pogojem. Preden se lotimo ocenjevanja najboljšega prediktorja, bomo opisali zgodovino razvoja enosmernih napetostnih virov v Laboratoriju za procesno merilno tehniko na Fakulteti za elektrotehniko v Ljubljani. V naslednjem poglavju bomo podali tehnično karakterizacijo virov in okolja, kjer viri delujejo in jih modeliramo.

## POGLAVJE

### 6 ENOSMERNI NAPETOSTNI VIR – DCNRV

Ukvarjamo se z modeliranjem izmerjenih signalov na izhodu enosmernega (DC) **napetostnega referenčnega vira (DCNRV)**, ki predstavlja **laboratorijski skupinski napetostni vir**. Zasnovan je bil kot enosmerni **delovni etalon**<sup>149</sup> z možnostjo uporabe kot meroslovni **sekundarni etalon** [103]. Ideja njegove izvedbe temelji na izgradnji meroslovno avtonomnega sistema v času med dvema umerjanjema. Napetostni vir mora biti sposoben v obdobju med **umerjanjema**, v odsotnosti napetostnega etalona višjega reda, napovedati trenutno vrednost meroslovnih parametrov. Ugotoviti mora, če se referenčna napetost nahaja znotraj ob umerjanju specificiranih mej, izven njih, oziroma če so spremembe napetosti zanemarljive. Sledenje napetosti mora potekati v stvarnem (realnem) času, podatki o trenutnem stanju meroslovne kakovosti napetostnega vira morajo biti na voljo v vsakem trenutku.

DCNRV sestavljajo **napetostni referenčni elementi (NRE)**, ki so zgrajeni z uporabo Zenerjevih diod, ki imajo zadovoljivo kratkoročno in dolgoročno stabilnost [182]. V disertaciji raziskujemo obnašanje dveh tipov diod: drago temperaturno kompenzirano Zenerjevo diodo tipa LTZ1000 [49], [87] ter, ločeno od DCNRV, preprosto in ceneno Zenerjevo diodo tipa LM329. Preden smo se lotili opisa karakteristik uporabljenih diod, podajamo zgodovino razvoja DCNRV. Diodi sta v smislu izhodne stabilnosti neprimerljivi med seboj. LM329 uporabljamo s ciljem ocenjevanja možnosti modeliranja njene izhodne dinamike. Opisali smo tudi deskriptivne statistične lastnosti časovnih vrst napetosti, ki so predmet našega modeliranja.

Poglavje smo zaključili z umestitvijo negotovosti modela za napovedovanje med druge negotovosti meroslovnega sistema.

---

<sup>149</sup> Definicije v zvezi z meroslovjem so podane v dodatku MEROSLOVJE.

## 6.1 Skupinski polprevodniški napetostni referenčni vir DCNRV

V osemdesetih letih prejšnjega stoletja je bil v Laboratoriju za procesno merilno tehniko razvit in izdelan skupinski polprevodniški napetostni referenčni vir (DCNRV). DCNRV (prikazuje ga Slika 6.1 na strani 156) je bil zasnovan kot enosmerni **delovni etalon** (Definicija B.43) z možnostjo uporabe kot **sekundarni etalon** (Definicija B.41) [112]. Na njegovih različnih izvedbah so raziskovalci preizkušali in uporabili razne ukrepe za doseganje visoke **stabilnosti** (Definicija B.31), ki temeljijo na njegovi fizični izvedbi, kakor tudi metode za interno merjenje in samodiagnostiko, ki temeljijo na vgrajenih programskih funkcijah vira [48], [49], [103], [104], [112]. Pričujoča naloga govori o razvoju in uporabi algoritmov za sledenje napetosti, ki so algoritmi za kratkoročno napovedovanje in ki jih uporabljamo za samodiagnostiko merilnih parametrov sistema v času med dvema **umerjanjema** (Definicija B.47). S pomočjo algoritmov ugotavljamo, ali se referenčna napetost nahaja znotraj specificiranih mej oziroma izven njih.

**Napetostni referenčni elementi (NRE)**, ki sestavljajo DCNRV, so polprevodniški referenčni elementi, ki imajo zadovoljivo kratkoročno in dolgoročno stabilnost [182]. Kljub nekaterim prej omenjenim pomanjkljivostim Zenerjevih diod (lezenje, šumna napetost, napetostni skoki...), ki zaenkrat s tehnologijo izdelave niso povsem odpravljljive, se polprevodniški napetostni elementi pogosto uporabljajo v enosmernih napetostnih etaloni. Pomanjkljivosti je možno v veliki meri odpraviti z oblikovanjem skupin, s čemer dobimo tako imenovane **skupinske etalone** (Opomba 1. v Definicija B.37) [49]. Uporaba statistike v skupinskih etaloni z ustrezno izvedbo omogoča zmanjševanje šuma in lezenja, diagnostični algoritmi pa zaznavajo morebitne nepravilnosti pri delovanju elementov, kot so nenadne odpovedi, prekomerno lezenje in podobno.

## 6.2 Napetostni referenčni elementi

**Referenca**, po definiciji, je tista vrednost v elektronskem vezju, s katero primerjamo ostale in jih zato ne moremo vrednotiti natančneje, kot poznamo referenco [191]. Moderna napetostna referenčna vezja, napetostni stabilizatorji, slonijo na uporabi Zenerjevih diod. To so običajne

polprevodniške diode, ki jih uporabljamo za stabilizacijo napetosti v zaporni smeri<sup>150</sup>. Zaporedno vezavo Zenerjeve diode in nekega polprevodniškega elementa imenujemo zaradi kompenzacije temperaturnega koeficienta referenčna dioda. Če želimo majhne temperaturne koeficiente in dobro časovno stabilnost, uporabljamo temperaturno stabilizirane napetostne referenčne elemente v monolitni izvedbi [103].

Alternativa Zenerjevim referencam bi bile tako imenovane *bandgap* reference, ki so integrirani napetostni referenčni elementi nizkih izhodnih napetosti.

Najpomembnejša lastnost referenčnih elementov je njihova izhodna napetost, medtem ko so njihove inherentne lastnosti in neidealnosti opisane z naslednjimi lastnostmi [103]:

- **napaka**, (definira jo odstopanje izhodne napetosti od predpisane, nazivne, ter podana je v stotinah oziroma‰, tisočinah oziroma ‰‰ ali milijoninkah oziroma ppm);
- **točnost** (Definicija B.17) je napaki komplementaren pojem;
- **lezenje** (Definicija B.32) je sprememba parametra v časovnem intervalu. Dolgotrajno lezenje je podano v ppm/1000h;
- **časovna stabilnost** je komplementarna lastnost lezenju;
- **staranje** je postopna sprememba izhodne napetosti zaradi spremenjenih dolgoročnih karakteristik vira in uporabljenih komponent;
- **šum** je električni šum na izhodnih sponkah diode. Največkrat izvira iz fizikalnih lastnosti uporabljenih elementov;
- **temperaturno lezenje** je sprememba izhodne napetosti zaradi spremembe v temperaturi (podano v ppm/°C) itd..

Primeri napetostnih referenčnih elementov:

- LM369, proizvajalca National, s temperaturnim koeficientom okoli 1,5 ppm/°C;
- REF10KM, proizvajalca Burr-Brown, s temperaturnim koeficientom manjšim kot 1 ppm/°C;
- LTZ1000, proizvajalca Linear Technology, s temperaturnim koeficientom 0,05 ppm/°C;
- *Bandgap* referenca, LM385-1.2, proizvajalca National, s predpisano izhodno napetostjo 1,235 V, s temperaturnim koeficientom 30 ppm/°C.

---

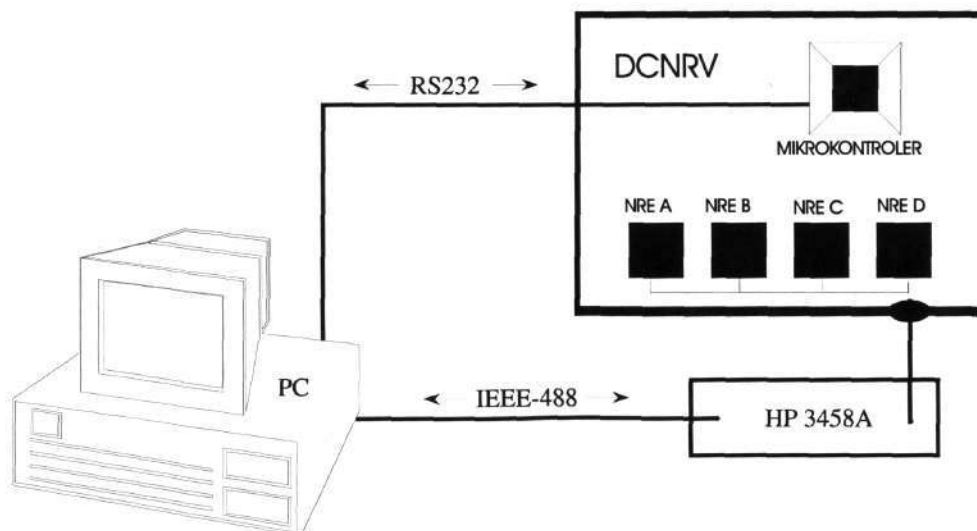
<sup>150</sup> Podrobne lastnosti polprevodnosti, polprevodniških Zenerjevih diod smo podali v dodatku SPLOŠNO O POLPREVODNOSTI.

### 6.2.1 Napetostni referenčni elementi v DCNRV

Razvijalci DCNRV so se v zgodovini razvoja DCNRV odločali za uporabo kakovostnih enosmernih napetostnih referenčnih elementov, ki so jih uporabljali posamično ali v zaporedno in vzporedno vezanih skupinah.

Leta 1985 je dr. Drnovšek uporabljal [48] Zenerjeve reference LM199 proizvajalca National Semiconductor, s temperaturnim koeficientom  $0,1 \text{ ppm}/^\circ\text{C}$  ter z dolgoročno stabilnostjo 20-ih ppm. Zanesljivost merjenih parametrov je bila dosežena z rekonfigurabilnim, inteligentnim merilnim sistemom, katerega algoritmi so delovali v realnem času in so sloneli na numeričnem procesiranju. En element je bil izbran kot vodilna referenca (LR), ki jo reguliramo s spremembo toka v zaporni smeri. Algoritmi za referenčni modul so se delili na statistični in sledilni oziroma deterministični. Prikazano je bilo, da s pomočjo sistematskega pristopa uspešno presežemo določene tehnološke omejitve.

Pozneje, od 1986 do 1999, sta mag. Lindič in dr. Kranjec [103], [104], [112] uporabljala vrhunsko Zenerjevo diodo LTZ1000 proizvajalca Linear Technology, s temperaturnim koeficientom  $0,05 \text{ ppm}/^\circ\text{C}$ , lezenjem  $1 \text{ ppm}/1000 \text{ h}$  in nizkofrekvenčnim šumom  $1,2 \mu\text{Vpp}$  na pasu od  $0,1\text{-}10 \text{ Hz}$ . Dr. Kranjec je primerjal lastnosti različnih Zenerjevih in bandgap (pragovnih) elementov. Opazoval je naslednje značilne parametre napetostnih referenc: U/I karakteristiko (prikazuje Slika A.2 na strani 211), temperaturno odvisnost napetosti, diferencialno upornost, temperaturno odvisnost diferencialne upornosti in elektronski šum. Meritve na referenčnem vezju so bile opravljene v klima komori WEISS SB11/300/40, z voltmetrom HP 3458A opt. 002 in ampermetrom HP 3468A. Prišel je do sklepa, da ima Zenerjev referenčni element tipa LTZ1000 z izhodno napetostjo  $7,1 \text{ V}$  najboljše parametre, zato se ga tudi uporablja v vrhunskih polprevodniških napetostnih referenčnih virih [87].



Slika 6.1: Zajemanje podatkov in krmiljenje DCNRV z osebnim računalnikom.



### 6.3 Opisi uporabljenih tipov Zenerjevih virov

V disertaciji smo uporabili dva tipa Zenerjevih diod: drago temperaturno kompenzirano Zenerjevo diodo tipa LTZ1000 [49], [103] ter preprosto in ceneno Zenerjevo diodo tipa LM329, ki jo uporabljamo ločeno od DCNRV. Za LM329 smo se odločili ker je »merljiva«, ker z merilno opremo oziroma z digitalnima voltmetroma HP 3458A in HP 3456A, ki sta bila dosegljiva v Laboratoriju za procesno merilno tehniko, lahko zaznamo dinamiko spreminjanja napetosti. Časovne vrste izmerjene napetosti, ki so predmet naših raziskav, smo dobili z merjenjem izhodne napetosti diod teh dveh tipov, ter z merjenjem napetosti na izhodu izbrane skupine štirih zaporedno vezanih diod tipa LM329. Po teoriji, oziroma iz statistične analize zmanjševanja naključnih pogreškov s povprečenjem [48], smo skušali potrditi predpostavko, da se bo nestabilnost sistema oziroma zaporedne skupine izboljšala v primerjavi z nestabilnostjo posameznega elementa za koren iz števila elementov oziroma dvakrat. Diodi LM329 in LTZ1000 sta po svojih meroslovnih karakteristikah neprimerljivi. Namen je bil le preizkušati možnosti prediktivnega modeliranja na izhodu posameznih LM329, ki imajo »bogato« dinamiko. Po analogiji bi lahko sklepali, da lahko modeliramo tudi ne tako močno zaznavno dinamiko kakovostnih LTZ1000.

#### 6.3.1 Zenerjeva dioda LM329

LM129/329 je več-tokovna, temperaturno kompenzirana 6,9 voltna Zenerjeva dioda, ki jo proizvaja podjetje National Semiconductor. Na trgu je dostopna v različnih izvedbah, ki se razlikujejo v karakteristikah in cenah<sup>151</sup>, oziroma imajo kovinska ali plastična ohišja<sup>152</sup> in različne temperaturne koeficiente<sup>153</sup>. Odločili smo se za modeliranje izhodne napetosti Zenerjeve diode

---

<sup>151</sup> Cena diode LM329CZ je trenutno okoli 350 SIT, za razliko od vrhunske reference LTZ1000, ki je okoli 10.000 SIT, torej je okoli 30 krat cenejša.

<sup>152</sup> Na primer LM329AH, LM329BH, LM329CH in LM329DH imajo kovinsko ohišje, medtem ko imajo LM329BZ, LM329CZ in LM329DZ plastično ohišje.

<sup>153</sup> Različne izvedbe LM129/329 imajo temperaturne koeficiente 0,001, 0,002, 0,005 in 0,01%/°C.

tipa LM329CZ (prikazuje Slika C.4 na strani 226). Izbrali smo ceneno Zenerjevo diodo z izrazito dinamiko, da bi jo primerjali z ultra-stabilno Zenerjevo diodo LTZ1000 z izhodno napetostjo 7 V.

LM329CZ ima še naslednje karakteristike:

- 7  $\mu$ V širokopasovni šum;
- 20 ppm/1000ur dolgoročno stabilnost;
- temperaturni koeficient med 30 in 50 ppm/ $^{\circ}$ C;
- nizka cena.

Meritve izhodne napetosti desetih diod ter zaporedja posameznih diod smo izvajali s vezjem ZB10, ki je bilo posebej načrtovano in izdelano za ta namen. Podrobnejši opis vezja je podan v dodatku ELEKTRIČNO VEZJE ZB10. Meritve smo zasnovali in realizirali s ciljem, da bi raziskovali in modelirali dinamično obnašanje napetosti na izhodu posameznih diod ter na izhodu zaporedno vezanih štirih diod. Z uporabo omenjene plošče smo z različno orientacijo diod LM329CZ realizirali določene konfiguracije vezave diod (prikazujeta Slika C.2 in Slika C.3 na strani 226).

Meritve so bile opravljene v klima komori WEISS SB11/300/40 pri temperaturi  $45 \pm 0,1^{\circ}$ C in 35% vlažnosti z voltmetroma HP 3456A in HP 3458A opt. 002.

Najprej smo izvedli 1000-urno preliminarno meritev desetih diod s ciljem:

- da bi izbrali štiri »najboljše<sup>154</sup>« diode in jih povezali zaporedno;
- da bi modelirali obnašanje poljubne diode.

---

<sup>154</sup> Izbira vrhunskih napetostnih referenc za vgradnjo v napetostni vir je dolgotrajen (do več let) in zelo drag postopek. Kriteriji za izbiro »dobrih« Zenerjevih diod so opisani v [103] in temeljijo na izkušnjah podjetja Fluke [61].

Ime	Št. vzorcev	Povprečje	Minimum	Maksimum	Std. odklon
ZEN1	4649	6,885894	6,885650	6,886160	0,000083
ZEN2	4649	6,918959	6,918910	6,919050	0,000024
ZEN3	4649	6,824953	6,824530	6,825270	0,000127
ZEN4	4649	6,787964	6,787910	6,788060	0,000027
ZEN5	4649	6,893492	6,893440	6,893590	0,000028
ZEN6	4649	6,801869	6,801820	6,801960	0,000024
ZEN7	4649	6,796884	6,796810	6,796990	0,000034
ZEN8	4649	6,789170	6,789100	6,789280	0,000030
ZEN9	4649	6,789768	6,789680	6,789880	0,000037
ZEN10	4649	6,764003	6,763920	6,764120	0,000034
Skupina 4 ZEN	33531	27,4022	27,4015	27,4027	0,00016
Skupina 4 ZEN (del zgornje)	4649	27,40219	27,4021	27,4023	0,0000111

Tabela 6.1: Opis osnovnih lastnosti desetih časovnih vrst, ki jih ustvarjajo Zenerjeve diode tipa LM329 (ZEN1..ZEN10) in izbrane skupine 4-ih LM329 (dolga meritev in izbrana meritev).

Ugotovili smo, da je obnašanje desetih Zenerjevih diod zelo različno (Tabela 6.1). Imajo različen standardni odklon vrednosti, stabilnost, izhodno napetost in temperaturni koeficient. Za najboljše smo izbrali tiste diode, ki imajo najmanjši standardni odklon.

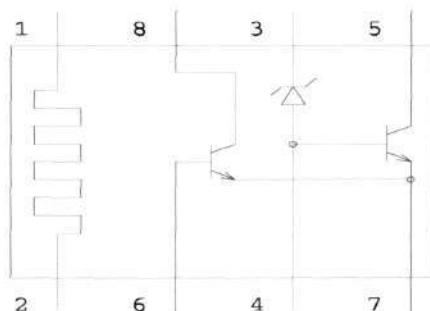
Potem smo izvedli tedensko testno meritev štirih poljubnih diod in na koncu mesečno meritev izhodne napetosti štirih predhodno izbranih diod, vezanih v zaporedje.

Iz daljše meritve smo ustvarili več neodvisnih časovnih vzorcev, krajših meritev, dolgih enako, kot so časovne vrste ZEN. Želeli smo preizkusiti teoretično domnevo, da se standardni odklon časovne vrste, ki go ustvarja zaporedna skupina  $N$ -tih diod zmanjša za faktor  $\sqrt{N}$ . Pričakovali smo, da se bo standardni odklon časovne vrste napetosti, ki jo ustvari skupina štirih diod zmanjšal za faktor 2 ( $(\sqrt{4})$ ). Če je povprečni standardni odklon 10-ih diod 0,000044, potem je pričakovani standardni odklon skupine 0,000022. Povprečni dejanski standardni odklon pa je bil nekoliko slabši oziroma 0,000039. Če pa izberemo najboljšo diodo (ZEN6), je njen standardni odklon 0,000024. Glede na njene lastnosti je pričakovani standardni odklon skupine štirih diod 0,000012, kar je veljalo za srednji del časovne vrste skupine. Standardni odklon za ta del vrste je 0,0000111. Ta del smo izbrali za nadaljnje modeliranje (Tabela 6.1).

### 6.3.2 Ultrastabilna Zenerjevih dioda LTZ1000

Med kakovostnejše, komercialno dosegljive Zenerjeve diode sodi LTZ1000 proizvajalca Linear Technology. LTZ1000 je ultrastabilna temperaturno kompenzirana Zenerjevih dioda z izhodno napetostjo 7 V in z naslednjimi karakteristikami:

- temperaturni koeficient 0,05 ppm/°C
- lezenje 1 ppm/1000h
- nizkofrekvenčni šum 1,2  $\mu$ Vpp na pasu od 0,1-10 Hz.

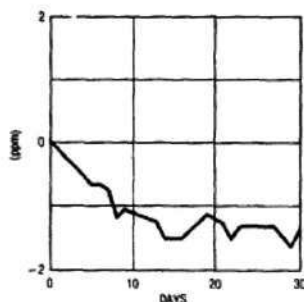


Slika 6.2: Shema integriranega vezja LTZ1000 (Linear Technology) (vir slike [113]).

V primerjavi z zastarelo LM199 ima referenca LTZ1000 boljše lastnosti, toda na račun kompleksnejšega referenčnega vezja za zagotavljanje temperaturnih pogojev. Shemo integriranega vezja LTZ1000 prikazuje Slika 6.2. Najpomembnejši deli reference LTZ1000 so 7 V Zenerjevih dioda in dva tipalna tranzistorja za temperaturo, ki sta vezana v zanko za krmiljenje grelca, ki je tudi del integriranega vezja LTZ1000.

Za modeliranje izhodne napetosti je med najpomembnejšimi lastnosti njena dolgoročna stabilnost, ki jo prikazuje Slika 6.3.

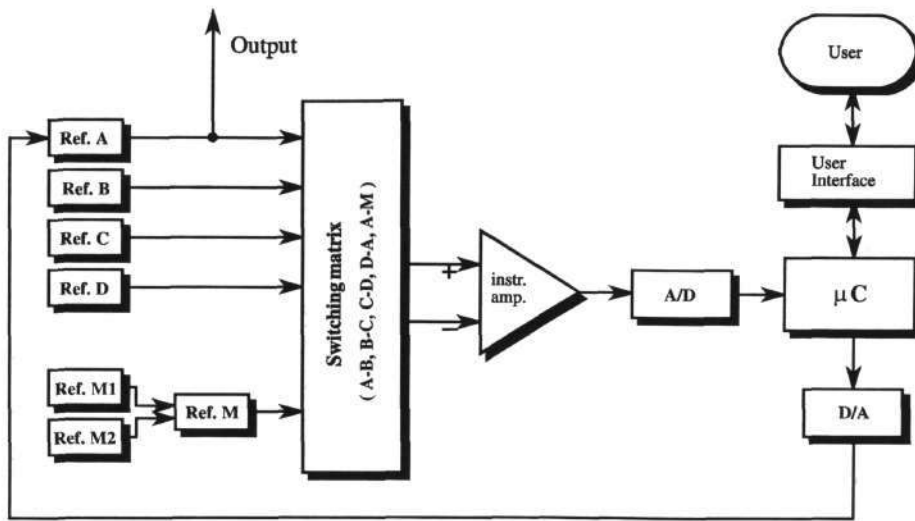
LTZ1000 smo uporabljali kot bistveni sestavni del napetostnih referenčnih elementov, ki sestavljajo enosmerni napetostni referenčni vir DCNRV.



Slika 6.3: Dolgoročna stabilnost LTZ1000 po specifikacijah proizvajalca brez predhodnih priprav ali staranja (vir slike [113]).

## 6.3.2.1 Ultrastabilna Zenerjevih dioda LTZ1000 v DCNRV

DCNRV je napetostni referenčni vir. Sestavljajo ga (Slika 6.4): sistem napetostnih referenčnih elementov (NRE), merilni sistem in mikrokrmilniški nadzorni sistem.



Slika 6.4: Shema enosmerne napetostnega referenčnega vira, DCNRV (vir slike [103]).

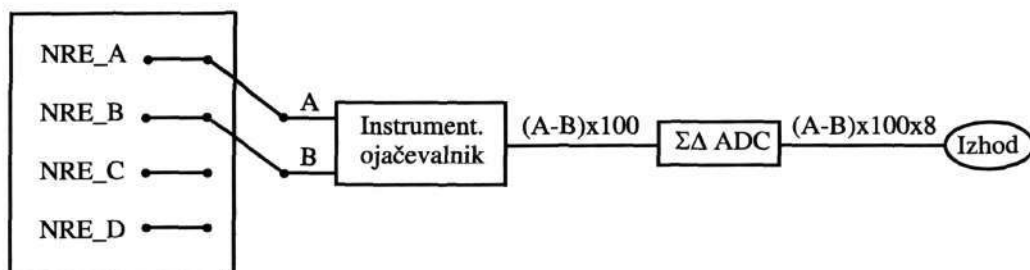
Sistem NRE je glavni funkcionalni del DCNRV. Sestavljen je iz vzporedne skupine NRE (Ref A, Ref B, Ref C, Ref D) in neodvisne skupine dveh zaporedno vezanih NRE, ki jo imenujemo vodilna (angl. *master*) referenca, oziroma Ref M. Ref M služi v celotnem sistemu DCNRV kot dodatni element, ki je namenjen razpoznavanju zunanjih vplivov, ki ne vplivajo istočasno na vzporedni in zaporedni skupini [103]. V disertaciji smo Ref M obravnavali enakopravno z ostalimi referencami le kot vir, ki ustvarja časovno vrsto napetosti.

Najpomembnejši deli NRE so ultra-stabilni napetostni stabilizatorji z Zenerjevih diodami. Razvijalci DCNRV so, kot poglavitni del NRE, uporabljali monolitno vezje LTZ1000 [103], [112], kot prikazuje Slika 6.6. Vezje je sestavljeno iz Zenerjevih diod, grelca in dveh bipolarnih tranzistorjev v vlogi temperaturnega tipala. Temperaturna delovna točka je zvezno regulirana s pomočjo aktivne povratne zanke [103].

Celoten DCNRV se uporablja kot samostojen merosloven sistem. Merilni sistem omogoča meritev napetosti posameznih NRE v skupini in njihovo medsebojno primerjavo. Za vodenje merilnega postopka in interpretacijo meritev skrbi mikrokrmilniški sistem. Na začetku merilne verige, ki jo prikazuje Slika 6.5, je preklopna matrika (angl. *scanner*), ki omogoča samodejno izbiranje med napetostnimi referencami. Na izhodu preklopne matrike se pojavi referenčna napetost para referenčnih elementov<sup>155</sup>. Merilni algoritem krmili delovanje preklopne

<sup>155</sup> Merilni algoritem skrbi za pravilno izbiranje para napetostnih referenčnih elementov, katerih napetost odčitava s pomočjo AD pretvornika. Uporabljata se statistični in sledilni algoritem.

matrike in s tem poskrbi, da je na vhodnih sponkah instrumentacijskega ojačevalnika ustrezen par referenčnih napetosti. Napetostno razliko med dvema NRE izmeri AD pretvornik. Algoritem mora iz izmerjenih napetostnih razlik izračunati absolutne vrednosti napetosti referenčnih elementov in jih podati na izhodu, ki je lahko priključen prikazovalnik (angl. *display*), monitor osebnega računalnika ali pa datoteka [103].



Slika 6.5: Prikaz vgrajenega merilnega sistema (vir slike [103]).

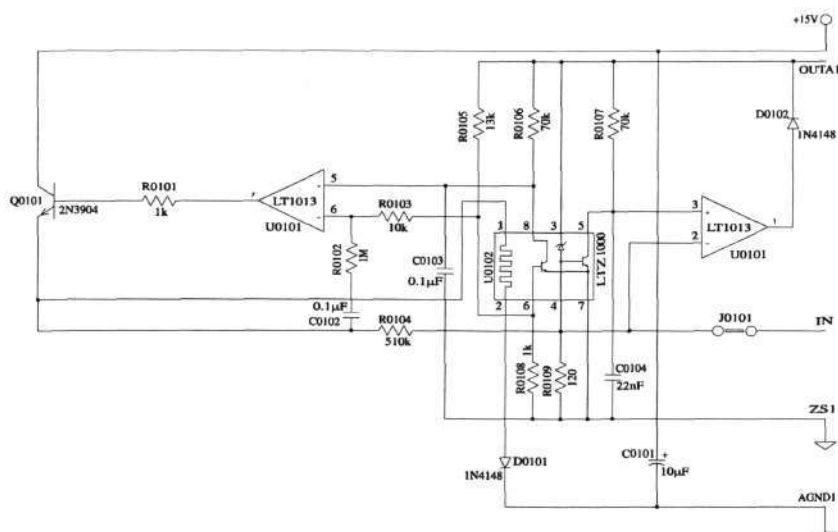
Kljub opisanemu načinu delovanja DCNRV smo se v disertaciji ukvarjali samo z modeliranjem izhodov posameznih NRE. Opazovali smo jih kot posledični pojav, na podlagi česar smo sklepali o dogajanju v NRE. Zajemanje podatkov je omogočil sistem, ki ga prikazuje Slika 6.1. Komunikacija med računalnikom in DCNRV poteka preko serijskega vmesnika RS232. Program, ki teče na osebnem računalniku, skrbi za sočasno zajemanje podatkov, ki jih merimo na dva načina. Po serijski povezavi sprejema podatke, ki jih meri mikroračunalnik s pomočjo vgrajenega merilnega sistema v napetostnem viru. Po vodilu IEEE-488 se sproži zahteva po meritvi napetosti z voltmetrom HP 3458A, ki meri na zunanjih sponkah DCNRV. Po opravljenem ciklu se izmerjene napetosti posameznih NRE (Ref A, Ref B, Ref C, Ref D, Ref M) shranijo v datoteko na osebnem računalniku. Ukvarjali smo se s časovnimi vrstami, ki smo jih dobili s 1000-urnimi meritvami, ob intervalu vzorčenja 15 minut, [129] ter pri delovni temperaturi  $40 \pm 0,1$  °C. Tabela 6.2 kaže njihove osnovne, deskriptivne statistične lastnosti, Slika 3.1 na strani 23 pa podaja njihove časovne diagrame.

Ime	Št. vzorcev	Povprečje	Minimum	Maksimum	Std. Odklon
Ref A	4475	7,168117	7,168058	7,168243	0,000043
Ref B	4475	7,161432	7,161340	7,161634	0,000046
Ref C	4475	7,170600	7,170466	7,170765	0,000064
Ref D	4475	7,176334	7,176167	7,176368	0,000004
Ref M	4475	7,101212	7,101206	7,101215	0,000001

Tabela 6.2: Opis osnovnih lastnosti časovnih vrst, ki jih ustvarjajo posamezni napetostni referenčni elementi tipa LTZ1000 (Ref A., Ref B,...) in ki smo jih dobili s 1000-urno meritvijo.

6.3.2.2 Ukrepi za stabilizacijo izhodne napetosti napetostnega vira DCNRV

Kljub temu, da so polprevodniški viri mehansko robustni ter imajo minimalne temperaturne koeficiente, vplivata na stabilnost izhodne napetosti tehnološka izvedba in okolje. Razvijalci DCNRV so vplive okolja skušali zmanjšati s pogosto uporabljenimi preventivnimi ukrepi, kot so temperaturna izolacija<sup>156</sup>, greetje, tesnjenje proti vlagi, uporaba elektrostaticnih in elektromagnetnih oklepov, izhodnih filtrov in posebnih izvedbenih metod - reverzna metoda, diferenčna metoda, [104], [133]... S postopnim uvajanjem omenjenih preventivnih ukrepov je bila stabilnost izhodne napetosti NRE zmanjšana z nekaj deset na nekaj ppm-ov. V disertaciji smo se ukvarjali z modeliranjem predvidljivega dela dinamike časovnih vrst, ki ostane prisoten kljub številnim ukrepom in ki je verjetno posledica neposrednega dogajanja v samem polprevodniku<sup>157</sup> ali pa determinističnih, ponavljajočih se vplivov okolja<sup>158</sup>.



Slika 6.6: Shema napetostnega referenčnega elementa NRE (vir slike [103]).

<sup>156</sup> Referenčni vir je bil postavljen v klimatsko komoro WEISS SB11/300/40, v kateri je bila vzdrževana temperatura 40°C in relativna vlažnost 40%. Meritve smo izvajali po metodi z zunanjim digitalnim voltmetrom HP 3458A.

<sup>157</sup> Neposredno dogajanje v polprevodnikih je podrobneje opisano v dodatku A, SPLOŠNO O POLPREVODNOSTI, v pod poglavju Polprevodniki.

<sup>158</sup> Napajalna napetost se je spreminjala v skladu z obremenitvijo električnega omrežja na Fakulteti za elektrotehniko. Znani faktorji, ki vplivajo na stabilnost napetosti so temperatura, tlak in vlažnost. V [44], [76], [100], [196] menijo, da je poglavitni razlog za sezonske spremembe izhodne napetosti počasen odziv na vlago iz okolja.

## 6.4 Signali enosmerne napetosti v kontekstu meroslovja

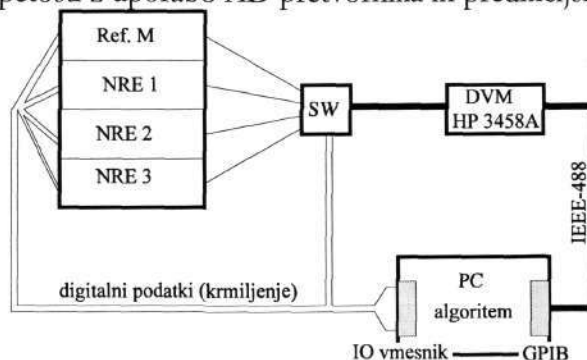
Pri eksperimentalnem opazovanju poljubne fizikalne veličine ni možno izmeriti idealne, dejanske vrednosti le-te, saj nas fizikalni svet v katerem ta veličina obstaja in jo merimo, omejuje s končnimi predstavitvami. Pri merjenju (Definicija B.9) vrednosti napetosti moramo upoštevati, da na merilni rezultat poleg merjene veličine (Definicija B.13) vplivajo še merilna metoda (Definicija B.11), merilni inštrument (Definicija B.25) in vrsta dejavnikov, ki jih imenujemo vplivne veličine (Definicija B.14). Merilne rezultate opremimo z oceno, ki označuje področje vrednosti, znotraj katerega ležijo prave vrednosti, z **merilno negotovostjo** (Definicija B.19)<sup>159</sup>. Pri ocenjevanju pogreškov (Definicija B.20) nastopata sistemski in naključni del. Sistemski del (Definicija B.24) je konstantnega vira in ga je možno izločiti, medtem ko naključni del (Definicija B.23) prihaja iz vira, ki se kontinuirano spreminja in je neizločljiv.

Empirično vrednotenje merilne negotovosti meritev ali časovnih vrst napetosti, ki jih ustvarjajo napetostni etaloni Fluke 732A in 732B smo opisali v podpoglavju Projektiranje obnašanja polprevodniških elementov med umerjanjema - *state of the art* na strani 13.

### 6.4.1 Merilne negotovosti

Predpostavljamo, da imamo vir napetosti, ki ga predstavlja Slika 3.8 na strani 26. Za realizacijo takega sistema izvajamo:

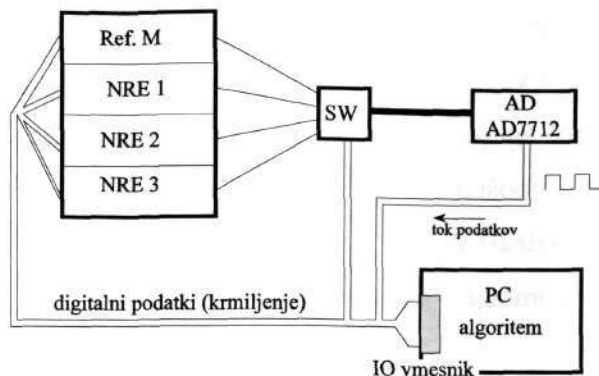
- merjenje napetosti (LTZ1000 ali LM329) z zunanjim digitalnim voltmetrom (DVM), ki jo uporabimo za izgradnjo predikcijskih modelov (Slika 6.7);
- ocenjevanje napetosti z uporabo AD pretvornika in predikcijskega algoritma (Slika 6.8).



Slika 6.7: Merilna postavitve za zajemanje časovnih vrst s katerimi zgradimo model (vir slike [103]).

<sup>159</sup> Dokument [52] obravnava merilno negotovost in podaja smernice za njeno izražanje.





Slika 6.8: Vgrajeni merilni sistem z uporabo AD pretvornika in algoritma za napovedovanje (vir slike [103]).

Izhodne napetosti LTZ1000 merimo z DVM HP 3458A, medtem ko napetost diod LM329 merimo z DVM HP 3456A. DVM upravlja osebni računalnik z uporabo komunikacijskega protokola IEEE-488. Meritev posameznih NRE omogoča stikalo SW, ki predstavlja matriko reed relejev. NRE so v našem primeru poljubni napetostni referenčni elementi ali viri napetosti. Stikalo in NRE krmili digitalni vhodno/izhodni vmesnik v osebni računalniku, ki ima 48 linij. Merilna negotovost takega sistema je določena z merilnim pogreškom stikala (reed relejev), ki znaša največ  $0.5 \mu\text{V}$  (0,07 ppm) in s pogreškom DVM, ki ga je Kranjec [103] v skladu z EA-4/02 [52] ovrednotil in je glavni vir negotovosti.

Vgrajeni merilni sistem, ki ga prikazuje Slika 6.8, je v času med umerjanji popolnoma avtonomen, saj sam meri/ocenjuje napetost. Mikrokrmilnik upravlja meritve in digitalno krmiljenje napetostnih referenčnih elementov. Merilna negotovost je posledica merilnega pogreška AD pretvornika, neidealnosti instrumentacijskega ojačevalnika in digitalnega voltmetra, s katerim je bil ovrednoten instrumentacijski ojačevalnik. Skupna merilna negotovost je izpeljana v [103] in znaša **0,62 ppm (+2 ppm zaradi sledljivosti DVM)**.

#### 6.4.1.1 Negotovost meritve z digitalnimi voltmetri ali negotovosti umerjanja

Digitalni voltmeter HP 3456A je 6,5 mestni in HP 3458A je 8,5 mestni. Oba sta opremljena s certifikati o umerjanju<sup>160</sup> (Definicija B.47), s tem pa je bila zagotovljena sledljivost merilnih rezultatov.

Meritve s HP 3458A so bile opravljene v klima komori pri  $40,7^\circ\text{C}$  in relativni vlagi približno 35%. Meritve z HP 3456A so bile opravljene v klima komori pri  $45^\circ\text{C}$  in relativni vlagi 35%.

<sup>160</sup> Širša razlaga o zagotavljanju sledljivosti merilnih rezultatov v nacionalnem meroslovnem sistemu je podana v podpoglavju Meroslovna hierarhija, znotraj dodatka MEROSLOVJE.

Vrednotenje dolgoročne stabilnosti napetosti zahteva uporabo multimetra HP 3458A z določenimi parametri: DCV, 10 V, NPLC 1000, NDIG 8, AZERO ON. Voltmeter ima ločljivost 0,1  $\mu\text{V}$ . Pri merjenju 1000 urne karakteristike zahteva uporabo 90 dnevne absolutne točnosti. Pri izračunu absolutne točnosti upoštevamo 90-dnevno specifikacijo inštrumenta za merjenje enosmerne napetosti na območju 10 V [89]:

$$2,6 \text{ ppm} \cdot \text{odčitek} + 0,2 \text{ ppm} \cdot \text{območje} = 2,6 \text{ ppm} \cdot 7,1 \text{ V} + 0,2 \text{ ppm} \cdot 10 \text{ V} = 20,46 \mu\text{V} \approx 2,9 \text{ ppm}$$

**Enačba (6.1)**

Prizadevamo si doseči dolgoročno stabilnost vira reda 1 ppm. Za dosego čim boljše točnosti se priporoča samokalibracija merilnika vsakih 24 ur, ali ko se temperatura multimetra spremeni za več kot 1°C izven kalibracijskega temperaturnega območja ( $T_{\text{cal}} \pm 5^\circ\text{C}$ ). Izboljšanje merilne točnosti dosežemo z vsakodnevnim primerjanjem voltmetra HP 3458A z etalonom višjega reda [103] (na primer FLUKE 732A, ki smo ga opisali v poglavju OPIS VIROV ENOSMERNE NAPETOSTI na strani 11). To opravičuje uporabo 24-urne specifikacije za merilno negotovostjo HP 458A [89]:

$$U_{HP} = 0,5 \text{ ppm} \cdot \text{odčitek} + 0,05 \text{ ppm} \cdot \text{območje} = 0,5 \text{ ppm} \cdot 7,1 \text{ V} + 0,05 \text{ ppm} \cdot 10 \text{ V} = 4,05 \mu\text{V}$$

$$\approx 0,57 \text{ ppm}$$

**Enačba (6.2)**

S tako merilno negotovostjo instrumenta dosežemo zadovoljivo merilno negotovost za meritve dolgoročne stabilnosti DCNRV. Zgoraj podana merilna točnost je podana relativno na merilni instrument HP 3458A. Absolutna točnost multimetra je določena s prištevanjem relativne točnosti k pogrešku zaradi sledljivosti kalibracijskega etalona. Za meritve enosmerne napetosti je podani pogrešek sledljivosti tovarne Hewlett Packard 2 ppm, tako da ga lahko ocenimo na  $U_{HP} = 2,57 \text{ ppm}$ .

Multimeter HP 3456A smo uporabili za merjenje izhodne napetosti diod tipa LM329 in to na področju 10 V za merjenje napetosti na izhodu posameznih Zenerjevih diod ( $\approx 7 \text{ V}$ ) ter na področju 100 V za merjenje izhodne napetosti zaporedja štirih Zenerjevih diod ( $\approx 28 \text{ V}$ ). Specifikacija inštrumenta za 90-dnevno merjenje enosmerne napetosti na območju 10 V določa naslednjo merilno negotovost [88]:

$$0,0015\% \cdot \text{odčitek} + 2 \text{ inkrement} = 0,000015 \cdot 6,8 \text{ V} + 2 \cdot 10 \mu\text{V} = 122 \mu\text{V} \approx 17 \text{ ppm}$$

**Enačba(6.3)**

Specifikacija inštrumenta za 90-dnevno merjenje enosmerne napetosti na območju 100 V določa naslednjo merilno negotovost:

$$0,0018\% \cdot \text{odčitek} + 3 \cdot \text{inkrement} = 0,000018 \cdot 27,4 \text{ V} + 3 \cdot 100 \mu\text{V} = 793 \mu\text{V} \approx 29 \text{ ppm}$$

**Enačba(6.4)**

Merilno negotovost bi, enako kot prej, izboljšali z vsakodnevnim primerjanjem voltmetra HP 3456A z etalonom višjega reda [103] in s tem opravičili uporabo 24 urne specifikacije za merilno negotovost instrumenta HP 3456A za področje 10 V in 100 V:

$$U_{HP}=0,0008\% \cdot \text{odčitek} + 2 \text{ inkrement} = 0,000008 \cdot 6,8V + 2 \cdot 10\mu V = 74 \mu V \approx 11 \text{ ppm}$$

**Enačba(6.5)**

$$U_{HP}=0,0011\% \cdot \text{odčitek} + 3 \cdot \text{inkrement} = 0,000011 \cdot 27,4V + 3 \cdot 100\mu V = 601 \mu V \approx 22 \text{ ppm}$$

**Enačba(6.6)**

#### 6.4.1.2 Teoretična in ocenjena negotovost merilnega sistema

Merilno negotovost, s katero je enosmerni napetostni vir sposoben zagotavljati izhodno referenčno napetost med dvema umerjanjema določajo: merilna negotovost zaradi pogreška merilnega algoritma, merilna negotovost zaradi pogreška vgrajenega merilnega sistema, merilna negotovost zaradi pogreška kalibracijskega sistema, statistična negotovost meritve. Te negotovosti se prepletajo med seboj. Med njimi obstoja veliko korelacij, ki jih je matematično nemogoče opredeliti ( $U_{HP}$  se pojavlja pri ovrednotenju merilnih algoritmov in celotnega merilne negotovosti instrumenta). Iz teh razlogov je Kranjec v disertaciji [103], za merilni sistem, ki ga predstavlja Slika 6.5 uporabil metodo izvedene pričakovane standardne negotovosti v skladu z dokumentom EAL-R2, ki predvideva 95% nivo zaupanja ( $k = 2$ ) [53]. Celotno teoretično merilno negotovost merilnega sistema, dobljeno na podlagi specifikacij proizvajalcev, je ocenil na **8,1 ppm**, medtem ko jo je dejansko, glede na meritve, ocenil na **2,57 ppm**.

Dejanska merilna negotovost se v praksi izkaže za manjšo, kot če bi upoštevali tipične podatke proizvajalcev komponent, ki so zastopane v merilnem sistemu. Ta ugotovitev se ujema z ugotovitvami v zvezi z modeliranjem izhodne napetosti etalonov Fluke 732A ali 732B [76], [196], ki smo jih podali na strani 19.

#### 6.4.1.3 Celotna merilna negotovost sistema za sledenje napetosti LTZ1000 in LM329

Pri vrednotenju negotovosti meritev napetosti LTZ1000 in LM329 lahko uporabimo modele negotovosti, ki jih uporabljajo raziskovalci 10 V Zenerjev etalonov tipa Fluke 732A ali 732B [44], [76], [99], [100], [196], kot smo opisali v podpoglavju Projektiranje obnašanja polprevodniških elementov med umerjanjema - *state of the art* na strani 13.

Neposredno pri vrednotenju celotne merilne negotovosti ocenjene napetosti lahko uporabimo enačbo (2.2) na strani 15 ali klasičen pristop vrednotenja negotovosti [100].

Teoretično celotno negotovost<sup>161</sup>  $U_{tot}$  dobimo z upoštevanjem vseh negotovosti veličin, ki nastopajo v merilnem sistemu  $U_{ostalo}$ , kot jih podajo proizvajalci in merilno negotovostjo umerjanja<sup>162</sup>:

$$U_{tot} = \sqrt{U_{ostalo}^2 + U_{HP}^2} \quad \text{Enačba(6.7)}$$

Empirično ocenjene negotovosti so manjše. Če bi izhodno napetost opisali z modelom črne škatle:

$$V = f(\mathbf{x}) \pm U \quad \text{Enačba(6.8)}$$

potem lahko negotovost napetosti, ki jo ocenjuje algoritem v PC (kot prikazuje Slika 6.8) ocenimo s poenostavljenim modelom:

$$U = t(1 - \alpha, \nu_{eff}) \sqrt{U_{reg}^2 + U_{HP}^2 + U_{ADC}^2} \quad \text{Enačba(6.9)}$$

$\mathbf{x}$  je vektor vhodnih veličin v modelu za napovedovanje

$t(1 - \alpha, \nu_{eff})$  je  $t$  statistika in pri 95% jo zamenjamo s faktorjem 2

$1 - \alpha$  je nivo zaupanja

$\nu_{eff}$  je število efektivnih prostostnih stopenj za  $U$  po Welch-Satterthwaite enačbi [100]

$U_{HP}$  je negotovost zaradi umerjanja (ocenili smo jo v podpoglavju Negotovost meritve z digitalnimi voltmetri ali negotovosti umerjanja)

$U_{ADC}$  je negotovost zaradi AD pretvorbe (ocenjena je v [103])

$U_{reg}$  je negotovost zaradi regresije.

#### 6.4.2 Negotovosti modelov za napovedovanje

Negotovost zaradi regresije  $U_{reg}$  lahko ovrednotimo s stališča izhoda modela za napovedovanje (regresijskega modela). Ta v meroslovnem smislu predstavlja posredno meritev, ki je dobljena s

<sup>161</sup> V tem primeru ne uporabljamo razširjenega modela, saj so meritve izvedene v klima komori in so negotovosti zaradi temperature, tlaka zanemarljivo majhne v primerjavi z  $U_{HP}$ , medtem ko so sezonski vplivi zajeti v modelu, s katerim modeliramo izhodno napetost.

<sup>162</sup> Celotno (absolutno) negotovost  $U_{HP}$  smo pri meritvah LTZ1000 (7V) s HP 3458A ocenili na 2,57 ppm.

procesiranjem vhodnih, vplivnih veličin [142], [227]. Izhod modela za napovedovanje opišemo z enačbo (6.8), pri čemer je  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  vhodni vektor,  $f: \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}$  preslikava, ki jo izvaja model za napovedovanje črna škatla.

Z negotovostjo zaradi samega modela napovedovanja smo se ukvarjali v poglavju NAPOVEDOVANJE ČASOVNIH VRST, v podpoglavju Negotovost napovedovanja in predikcijski intervali na strani 99.

Z meroslovnega stališča pa samo učenje regresijskega modela poteka ob prisotnosti različnih tipov negotovosti, ki jih prikazuje Tabela 6.3. Pri vrednotenju negotovosti, ki nastopajo pri izgradnji modela za napovedovanje, lahko uporabimo statistični ISO model [94], ki vrednoti in kombinira posledice negotovosti različnih virov v obliki standardnih deviacij. Negotovost izhoda modela za napovedovanje lahko opišemo s kombiniranjem negotovosti [94]:

$$U_{reg}^2 = \sigma_{io}^2 + U_{MODEL}^2 + U_{NE\_MODEL}^2 \quad \text{Enačba(6.10)}$$

Enačba (6.10) zajema naslednje negotovosti:

- **Negotovosti vhodnih podatkov ( $\sigma_{io}^2$ )**, ki zajemajo negotovosti merilnega sistema, ki ga prikazuje Slika 6.7 in se prenašajo na izhodne. V skladu z ISO navodili [94] se negotovosti vhodov  $\sigma_{x_j}$ , če vhodi niso korelirani med seboj, propagirajo na izhod po enačbi:

$$\sigma_{io}^2 = \sum_{j=1}^n \left( \frac{\partial f}{\partial x_j} \right)^2 \sigma_{x_j}^2 \quad \text{Enačba(6.11)}$$

- Pri izgradnji modelov za napovedovanje smo uporabili časovne vrste izmerjene napetosti, ki smo jih dobili z etaloni višjega reda (DVM z zagotovljeno sledljivostjo), kar pomeni, da je v fazi učenja modela  $\sigma_{x_j}^2 = U_{HP}^2$ , medtem ko je v fazi delovanja  $\sigma_{x_j}^2 = U_{ADC}^2$ . Deleže le-teh  $\left( \frac{\partial f}{\partial x_j} \right)^2$  smo v poglavju POSKUSI IN REZULTATI eksperimentalno ovrednotili z metodami za razmnoževanje podatkov, ki smo jih teoretično opisali v podpoglavju Izbira metode za določanje predikcijskih intervalov.
- Pri modeliranju izhodne napetosti Ref A smo uporabili kontrolno časovno vrsto napajalne napetosti, za katero smo empirično potrdili, da ne vpliva na izhodno veličino.
- **Negotovosti modela za napovedovanje ( $U_{MODEL}$ ):**
  - Ocenjevanje negotovosti modela med učenjem (napaka na učnih podatkih).
  - Ocenjevanje negotovosti modela med delovanjem (napaka na testnih podatkih).
- **Negotovosti, ki jih ne zajema model ( $U_{NE\_MODEL}$ )** in so podane vnaprej:

- Modele smo gradili s podatki 1000-urne (približno 3 mesece trajajoče) meritve. Na izhodno napetost vpliva tudi sprememba tlaka, temperaturi in vlažnosti, ki se kaže kot sezonski učinek z zamudo od 20 do 40 dni (opisali smo ga v podpoglavju Sezonski učinki na izhodno napetost na strani 19). Vseh sprememb nismo mogli zajeti z modelom zaradi omejenosti trajanja meritve.
- Meritve so bile narejene v klima komori WEISS SB11/300/40, ki vzdržuje temperaturo in vlago z določeno negotovostjo.

VZROK	POSLEDICA	PROCESIRANJE
Negotovosti vhodnih podatkov	Negotovosti se propagirajo na izhodne podatke in to v skladu z »vplivom« vhodnih podatkov na izhodne	Izhodne negotovosti računamo s kombiniranjem vhodnih negotovosti, ki so ustrezno skalirani (lokalni parcialni odvodi)
Negotovost modela	Model ne izraža dejanske vhodno-izhodne preslikave	Ustrezno ocenjevanje ujemanja <sup>163</sup> izhodnih podatkov modela z dejanskimi izhodnimi podatki (uporaba različnih modelov za različne načine delovanja sistema)
Negotovosti, ki jih ne zajema model	Odražajo posledice vplivnih veličin	Morajo biti znane v naprej

Tabela 6.3: Deleži negotovosti pri modeliranju.

V podpoglavju Projektiranje obnašanja polprevodniških elementov med umerjanjema - *state of the art*, na strani 13, smo opisali kako vrednotijo negotovosti **modelov za dolgoročno napovedovanje** v raziskovalnih laboratorijih Fluke, VMetrix in Laboratoriju primarnih etalonov ameriške vojske. V disertaciji uporabljamo **modele (črne škatle) za kratkoročno napovedovanje**. Teoretično podlago za prisotnost negotovosti v modelih črnih škatel smo podali v podpoglavju Viri negotovosti realnega modela na strani 92, kot sta varianca in pristranskost. Modele gradimo z omejeno učno množico in so odvisni od prisotnosti šuma v vhodnih podatkih, kar implicira, da se  $\sigma_{io}^2$  in  $U_{MODEL}$  vsaj delno prekrivata. Negotovosti modelov za napovedovanje ( $U_{MODEL}$ ) najprej poenostavljeno ocenjujemo z uporabo mer, ki jih uporabljamo pri ocenjevanju napake na testni množici. Model je uspešen, če je njegova ocenjena napaka čim manjša. Na meritvah LTZ1000 in LM329 dobimo:

<sup>163</sup> Ocenjevanje ujemanja izhodnih podatkov modela (prediktorja) z dejanskimi izhodnimi podatki sistema izvajamo na testnih podatkih. Kot mere prileganja uporabljamo srednjo kvadratno napako MSE, ali srednjo absolutno napako MAE, ki zmanjšuje pomen »izpadov«.

- Za napovedovanje časovne vrste NRE LTZ1000 (Ref A) uporabljamo **model podpornih vektorjev za regresijo**<sup>164</sup>. Njegovo prediktivno uspešnost smo ocenili kot nasprotje napake oziroma z mero srednje kvadratne napake (MSE) na testnih podatkih (Slika 6.9 a)). Za izgradnjo modelov smo uporabili normirane časovne vrste med 0 in 1. Na nenormirani testni časovni vrsti MSE napaka napovedovanja je  $4 \cdot 10^{-11}$  (0,00004  $\mu\text{V}$ , pri meritvah 7 V, to je 0,00001 ppm).
- Pri empiričnem ocenjevanju negotovosti modela<sup>165</sup> pa igra posebno vlogo izbira mere, ki uporabljamo za ocenjevanje napake<sup>166</sup> (MSE, MAE in druge). Opažamo, da z MSE preveč optimistično ocenimo negotovosti modela. Če napako modela ocenimo s srednjo ali maksimalno absolutno napako dobimo realnejšo sliko o »zmotljivosti« modela pri napovedovanju za 1 korak vnaprej. Srednja absolutna napaka, MAE, na nenormiranih podatkih je  $4,3 \cdot 10^{-6}$  (4,3  $\mu\text{V}$  ali pri meritvah 7 V to je 0,62 ppm).
- Pri napovedovanju časovnih vrst LM329 (ZEN6) ponovno uporabljamo metodo podpornih vektorjev. MSE napovedovanja na testnih nenormiranih podatkih (Slika 6.9 b))  $2,4 \cdot 10^{-11}$  (0,00002  $\mu\text{V}$ , oziroma pri meritvah 6,8 V napetosti to je 0,000004 ppm). Srednja absolutna napaka, MAE, na nenormiranih podatkih je  $3,2 \cdot 10^{-6}$  (3,2  $\mu\text{V}$  pri meritvah 6,8 V to je 0,47 ppm).

Iz tega je razvidno, da je delež negotovosti zaradi samega modela relativno majhen. MSE mera napake preveč poenostavljeno oceni negotovost modela. Z različnimi merami napak prediktorjev se bomo naprej ukvarjali le pri izbiri uspešnih prediktorjev. Ocenjene mere napak (in njihove intervale zaupanja) bomo uporabljali le za primerjavo med različnimi tipi prediktorjev (Slika 7.17 na strani 197).

V disertaciji pa se bomo poglobljeno ukvarjali z določanjem **predikcijskih intervalov točkovnih napovedi** (stran 197). Pri tem se bo negotovost posamezne (točkovne) napovedi dinamično spreminjala s časom. Za določanje negotovosti posamezne točkovne napovedi bomo uporabili metodo, ki se običajno uporablja pri statističnem modeliranju časovnih vrst (opisali smo ga podpoglavju Negotovost napovedovanja in predikcijski intervali na strani 99). Zaradi modeliranja po scenariju črnih škatel bomo predikcijske intervale ocenjevali z metodo *Ocenjevanje*

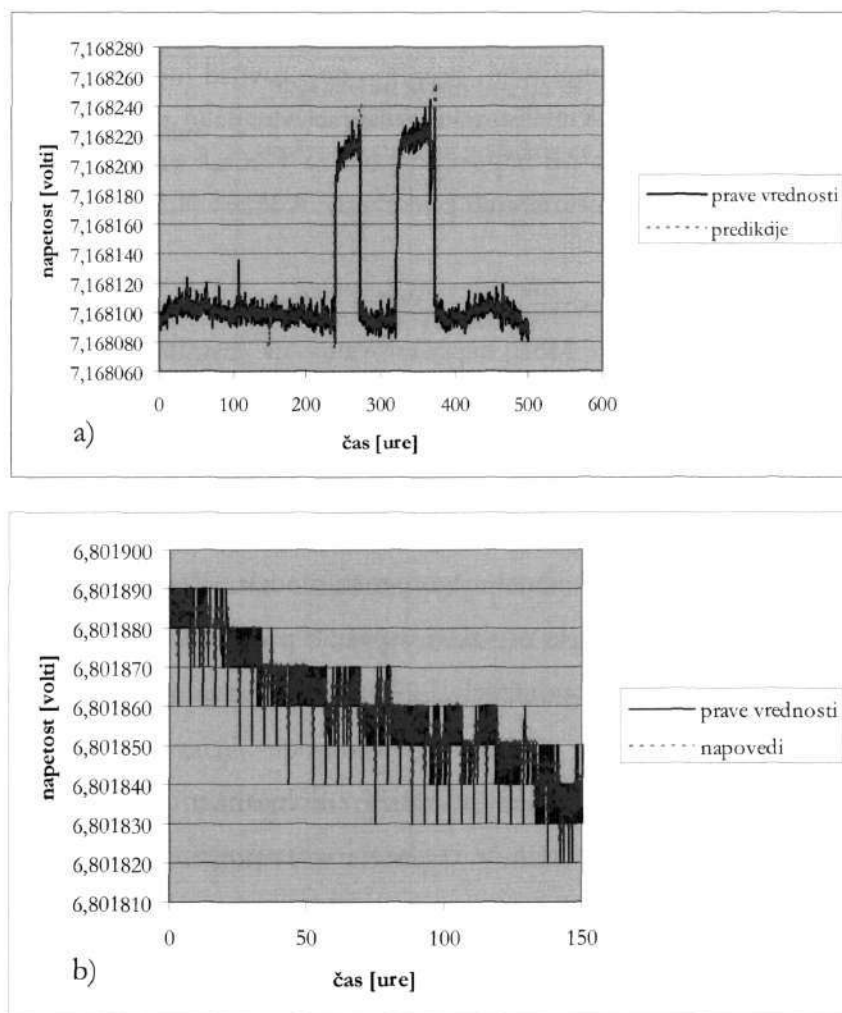
---

<sup>164</sup> Metoda s podpornimi vektorji za regresijo je opisana v podpoglavju Jedrne metode in metoda podpornih vektorjev za regresijo na strani 138.

<sup>165</sup> Do napak pri napovedovanju pride zaradi: sprememb okolja obratovanja modela, sprememb v sistemu, numerečne občutljivosti modela za napovedovanje in drugo.

<sup>166</sup> Z definicijo mer uspešnosti prediktorjev smo se ukvarjali v podpoglavju Zanesljivost ocene uspešnosti in njen interval zaupanja na strani 96.

napake večjega števila modelov (podpoglavje Empirične metode, simulacije in razmnoževanje podatkov na strani 103). Ocenjevanje negotovosti točkovne napovedi s to metodo sloni na oceni variance napake večjega števila različnih modelov, kar se ujema z definicijo statističnega dela merilne negotovosti. Ustreznost izbranih predikcijskih intervalov bomo preverjali s kriterijem  $OOC^{167}$  (angl. *out of confidence*, *OOC*), ki meri odstotek napovedanih napetosti (na testnih podatkih), ki padejo izven predikcijskih intervalov.



Slika 6.9: Napovedovanje napetosti časovnih vrst: a) LTZ1000 (Ref A) in b) LM329 (ZEN6).

Obe sliki predstavljata napovedovanje na testnih podatkih. Modela, ki ju uporabljamo, sta dobljena z metodo podpornih vektorjev za regresijo<sup>168</sup>.

<sup>167</sup> Kriterij  $OOC$  smo opisali na strani 17. Uporabljajo ga pri Flukeju za ocenjevanje modelov pri projektiranju napetosti.

<sup>168</sup> Dolžina vhodnih vektorjev za Ref A je 4, za ZEN6 pa 6. Uporabljamo skalarno jedro, kapaciteto  $C=10$  in  $\epsilon=0,01$ .



## POGLAVJE

### 7 POSKUSI IN REZULTATI

V tekočem poglavju bomo opisali pogoje, potek in rezultate poskusov, ki smo jih izvedli na domenah, ki vsebujejo časovne vrste. Domene smo opisali v poglavju SPLOŠNO O DOMENAH. Poskuse smo izvedli s ciljem določanja modela, ki najbolj točno (imajo majhno srednjo kvadratno MSE napako na testni množici) in natančno (imajo ozke predikcijske intervale) napoveduje izhodno enosmerno napetost.

Zaradi večje preglednosti bomo opisali, kako smo posamezne skupine metod testirali na štirih normiranih<sup>169</sup> časovnih vrstah od dvanajstih možnih<sup>170</sup>, ki pripadajo domenam. Izbrali smo jih kot reprezentančne predstavnike domen, in to so:

- **Ref A**, kot predstavnik izmerjene napetosti na izhodu napetostnega referenčnega elementa tipa LTZ1000;
- **ZEN6**, kot predstavnik izmerjene napetosti na izhodu diode tipa LM329;
- **LorZ**, časovna vrsta dobljena z numeričnim integriranjem, spremenljivka  $z$  Lorenzevega sistema, ki predstavlja nelinearen dinamičen sistem;
- **FBM1**, ki predstavlja fraktalno Brownovo gibanje z močnostnim spektrom, ki je podoben spektru Ref A.

Metode, ki smo jih opisali v poglavju NAPOVEDOVANJE ČASOVNIH VRST smo razdelili v naslednje skupine metod:

---

<sup>169</sup> Časovno vrsto normiramo zaradi primerljivosti napak na različnih domenah, kot smo opisali na strani 94.

<sup>170</sup> Poskuse smo izvedli na vseh dvanajstih časovnih vrstah. Rezultate vseh poskusov uporabljamo pri testih, ki kažejo značilnosti razlik med metodami.

- **Osnovne regresijske metode** (navadna linearna regresija, pace regresija, lokalno utežena linearna regresija in regresijska drevesa);
- **Klasične statistične metode** za napovedovanje časovnih vrst (eksponentno glajenje in Box-Jenkinsove ARIMA metode);
- **Nevronske mreže** (večnivojski perceptron, FIR-večnivojski perceptron, GMDH mreža, rekurentna mreža);
- **Metoda podpornih vektorjev za regresijo** ( $\varepsilon$ -SVR,  $\nu$ -SVR, za različne tipe jeder in različne realizacije optimizacijskega problema).

Najprej bomo predstavili poskuse, ki so potekali po skupinah metod. Najbolj uspešne metode smo testirali na vseh dvanajstih časovnih vrstah, da bi izbrali najbolj uspešno metodo, ki točno in natančno napoveduje izhodno napetost na testnih podatkih. Za izbiro metode smo uporabili test Bonferroni-Dunn (opis na strani 97), ki potrди značilnost razlike v uspešnosti med modeloma. Rezultate napovedovanja smo opremili s predikcijskimi intervali, ki smo jih v skladu s strategijo modeliranja s črnimi škatlami dobili z metodami razmnoževanja podatkov (opis na strani 103). Simulacijo napovedovanja smo izvedli na časovnih vrstah napetosti.

## 7.1 Nastavitve poskusov

Poskuse smo izvajali pod skupno paradigmo, v skladu s scenarijem za modeliranje s črnimi škatlami, kot smo opisali v podpoglavju Scenarij modeliranja s črnimi škatlami na strani 85. Splošno paradigmo vseh poskusov podaja Slika 5.6 na strani 89. Časovne vrste smo razdelili na 2 dela. Prvih  $N = 1000$  podatkov smo pri vseh metodah uporabili kot učno množico  $\{(\mathbf{x}(n), \mathbf{y}(n))\}_{n=1}^N$ , za določanje parametrov modela. Naslednjih 1000 podatkov smo uporabili kot testno množico, za ocenjevanje performančnih lastnosti modela.

Vhodni vektorji  $\mathbf{x}(n) = x_1(n), x_2(n), \dots, x_p(n)$  so sestavljeni iz zaporednih opazovanj sistema. Dobljeni so s premikanjem okna fiksne dolžine po času. Problem vlaganja zajema iskanje ustrezne hitrosti vzorčenja in iskanje ustrezne dolžine okna. S tem smo se ukvarjali v podpoglavju Razkroj sistema na singularne vrednosti na strani 65.

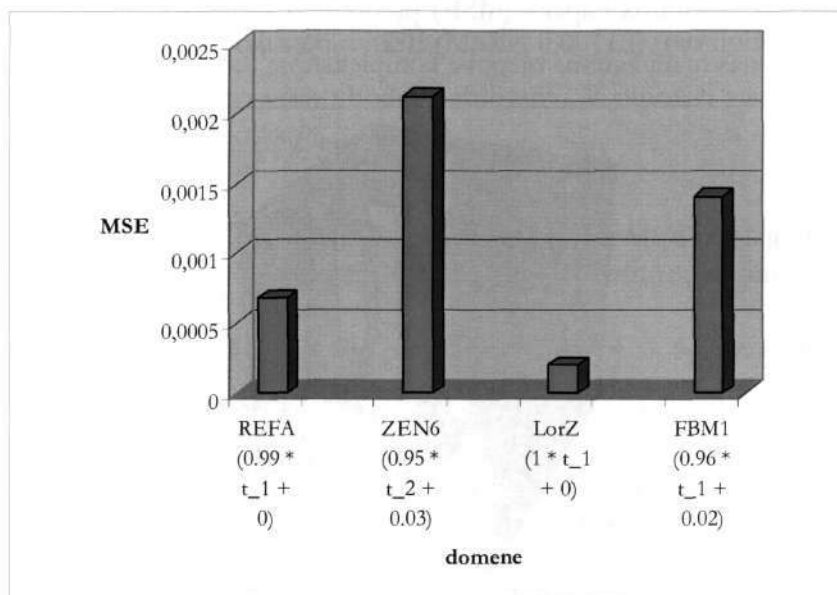
Da bi modelirali čim bolj skladno s scenarijem modeliranja s črnimi škatlami, smo za vse modele (razen eksponentno glajenje in ARIMA) spreminjali dolžino vhodnega vektorja  $p$  med 2 in 7.

Model, ki je poljubnega tipa (poljubne strukture in velikosti), smo vedno obravnavali kot črno škatlo (Slika 5.4 na strani 84), ki izvaja preslikavo  $\hat{y}(n; \Theta) = g(\mathbf{x}(n); \Theta)$ . Izhod  $\hat{y}(n; \Theta)$  je bil v našem primeru največkrat skalarna vrednost  $\hat{y}(n)$ .

Kot kriterij za izbiro najboljšega prediktorja smo uporabili srednjo kvadratno napako MSE (definirana na strani 94) pri napovedovanju za en korak vnaprej na testni množici.

## 7.2 Poskusi z linearnimi regresijskimi metodami

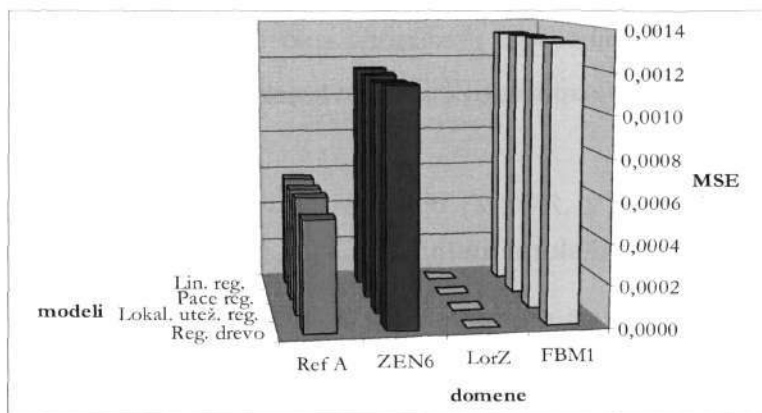
Osnovne regresijske modele gradimo na učnih množicah štirih časovnih vrst, ki smo jih izbrali kot reprezentančne. Na začetku smo zgradili najbolj enostavne avtoregresijske modele, linearne funkcije, ki opisujejo sedanje vrednosti v odvisnosti od ene same vrednosti iz preteklosti. Skušali smo napovedovati trenutno vrednost s poznavanjem nekaj preteklih. Slika 7.1 kaže srednjo kvadratno napako najbolj enostavnih avtoregresijskih modelov na reprezentančnih časovnih vrstah. Že iz preliminarnih poskusov je razvidno, da bo časovna vrsta LorZ najboljše napovedljiva, medtem ko ZEN6 in FBM1 slabše. Za namene kratkoročnega napovedovanja so linearni modeli pomembno orodje.



Slika 7.1: Srednja kvadratna napaka (MSE) za najbolj enostavne linearne modele na testnih podatkih za časovne vrste REF A, ZEN6, LorZ in FBM1. Pod vsako napako je podan še ustrezen model.

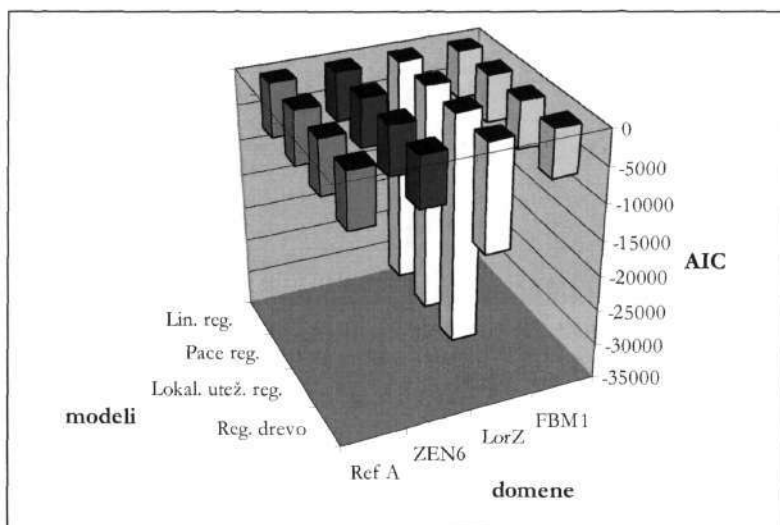
Pri poskusih z regresijskimi metodami smo modele primerjali s kriterijem MSE napake (enačba (5.14) na strani 94) na testnih podatkih. Slika 7.2 in Tabela D.1 (stran 229) podajata povzetek rezultatov poskusov z linearnimi regresijskimi metodami. MSE napake (z-os) različnih modelov (x-os) so razvrščene po domenah (y-os). Dolžino vhodnega vektorja, ki je le en izmed

parametrov modela črne škatle, smo spreminjali med 2 in 7. Rezultati poskusov v Tabela D.1 na strani 229 so razvrščeni po dimenziji vhodnega vektorja. Slika 7.2 predstavlja najmanjšo MSE napako, ki jo je dosegel določen tip modela na določeni domeni.



Slika 7.2: Primerjava MSE napak (z-os), ki jo naredijo regresijski modeli (x-os) na testnih podatkih za domene časovnih vrst Ref A, ZEN6, LorZ in FBM1 (y-os).

Slika 7.3 predstavlja AIC mere (enačba (5.17) na strani 96) za izbrane modele za vsako domeno. Iz te slike je razvidno, da je najboljše napovedljiva časovna vrsta LorZ, medtem ko so ostale vrste glede na AIC podobno napovedljive. Glede na AIC mero časovno vrsto LorZ najboljše napovedujejo navadna linearna regresija, pace regresija in lokalno utežene regresija, in sicer pri vhodnih vektorjih dolžine 4, 5, 6, 7. AIC mere ne bomo več uporabljali za primerjavo prediktorjev, saj srednja kvadratna napaka (MSE) prediktorja v meroslovnem smislu bolj izraža negotovost modelov in nas manj zanima njegova kompleksnost<sup>171</sup>.



Slika 7.3: Primerjava AIC za regresijske modele (x-os) na testnih podatkih za domene (y-os) Ref A, ZEN6, LorZ in FBM1.

<sup>171</sup> To velja le z določenim zadržkom, saj imajo običajno bolj kompleksni modeli večje negotovosti.

Kljub strategiji modeliranja s črnimi škatlami bomo za vsako metodo posebej opisali, kako se je izkazala pri kratkoročnem napovedovanju določene časovne vrste. Podali bomo notranjo strukturo najboljšega predstavnika, ki da najmanjši MSE za svoj tip na testnih podatkih časovne vrste. Poskuse z linearnimi modeli smo izvedli s programskim paketom WEKA [218].

### 7.2.1 Linearna regresija

Linearna regresija z navadnimi najmanjšimi kvadrati je empirično potrdila svojo uporabnost pri kratkoročnem napovedovanju časovnih vrst. Med poskusi smo spreminjali naslednje parametre:

- Dolžino vhodnega vektorja med: 2 in 7;
  - Mero za izbiro najboljšega modela v množici kandidatov: AIC ali MSE;
  - Izbiro vhodnih atributov: uporaba vseh vhodnih atributov ali izbira množice informativnih po kriterijih: navadni najmanjši kvadrati s pragom, požrešno iskanje, AIC, BIC mera.
- Ref A: Najboljši rezultat po kriteriju MSE ( $MSE=0,00056$ ) smo dobili z modelom z vhodom dolžine 6, z uporabo vseh vhodnih atributov. V množici vseh kandidatov sta obe meri AIC in MSE izbrali model, ki ga kaže Slika D.1 na strani 230.
  - ZEN6: Dobre rezultate po kriteriju MSE ( $MSE= 0,00115$ ) smo dobili z modeli z vhodi ( $p$ ) dolžine 5, 6, 7, z uporabo vseh vhodnih atributov. V množici vseh kandidatov je mera MSE izbrala modele, ki jih kaže Slika D.2 na strani 230.

Korelacijski koeficient  $K$  (enačba (5.16) na strani 95) za MODEL1 je 0,7823, medtem ko je za MODEL2 in MODEL3 0,7825. MODEL2 ima prednost, ker ima 1 parameter manj.

- LorZ:  $MSE \approx 0$  smo dobili z modeli z vhodi ( $p$ ) dolžine 4, 5, 6, 7, z uporabo vseh vhodnih atributov. To so modeli s strukturo, ki ga kaže Slika D.3 na strani 231.

Vsi 4 modeli imajo korelacijske koeficiente  $K \approx 1$ . Prednost ima model z najmanj parametri (MODEL1).

- FBM1: Manjšo MSE ( $MSE= 0,00133$ ) smo dobili z modelom z vhodom ( $p$ ) dolžine 6 z uporabo vseh vhodnih atributov. V množici vseh kandidatov je mera MSE izbrala model, ki ga kaže Slika D.4 na strani 231.

Korelacijski koeficient  $K$  je 0,962.

### 7.2.2 Pace regresija

Poskusi s pace regresijo so pokazali podobne rezultate kot poskusi z regresijo z navadnimi najmanjšimi rezultati, saj skladno s teorijo le ta zagotavlja optimalnost pri zelo velikem številu vhodnih parametrov. Med poskusi smo spreminjali le dolžino vhodnega vektorja med: 2 in 7.

- Ref A: Najboljši rezultat po kriteriju MSE ( $MSE=0,00056$ ) smo dobili z modelom z vhomom dolžine 6, z uporabo vseh vhodnih atributov. Model, s korelacijskim koeficientom ( $K=0,95$ ), ima strukturo, ki jo kaže Slika D.5 na strani 231.
- ZEN6: Dobre rezultate po kriteriju MSE ( $MSE= 0,00114$ ) smo dobili z modelom z vhomom ( $p$ ) dolžine 6, z uporabo vseh vhodnih atributov. V množici vseh kandidatov je mera MSE izbrala model, ki ga kaže Slika D.6 na strani 231.

Korelacijski koeficient  $K$  za ta model je 0,783 in je boljši od korelacijskega koeficienta modela, ki smo ga izbrali pri navadni linearni regresiji.

- LorZ:  $MSE \approx 0$  smo, enako kot pri linearni regresiji, dobili z modeli z vhodi ( $p$ ) dolžine 4, 5, 6, 7, z uporabo vseh vhodnih atributov. To so modeli s strukturo, ki jo kaže Slika D.7 na strani 231. Razlikujejo se od modelov pri linearni regresiji.

Vsi 4 modeli imajo korelacijske koeficiente  $K \approx 1$ . Prednost ima model z najmanj parametri (MODEL1).

- FBM1: Manjšo MSE ( $MSE= 0,00133$ ) smo dobili z modelom z vhomom ( $p$ ) dolžine 5, 6 z uporabo vseh vhodnih atributov. V množici vseh kandidatov je mera MSE izbrala modela, ki ju kaže Slika D.8 na strani 232.

Korelacijski koeficient MODEL2 ( $K = 0,962$ ) je za malenkost boljši od korelacijskega koeficienta MODEL1 ( $K = 0,96$ ) in zato ima le-ta prednost.

### 7.2.3 Lokalno utežena regresija

Pri poskusih z lokalno uteženo regresijo smo spreminjali naslednje parametre:

- Dolžino vhodnega vektorja med: 2 in 7;
- Število sosedov, med katerimi interpoliramo določeno funkcijo: 5, 7, 10 ali vsi sosedje;

- Funkcijo, s katero obtežimo sosedo (tip jedra): linearna, Gaussova, inverzna razdalji med primerom, za katerega računamo funkcijsko vrednost in njegovimi sosedi.

Na izbranih domenah je metoda dala najboljši rezultat ob upoštevanju vseh sosedov in pri uporabi linearnega jedra.

- Ref A: Najboljši rezultat ( $MSE=0,00058$ ) smo dobili z modelom z vhom dolžine 4, z linearnim jedrom in ob upoštevanju vseh sosedov. Korelacijski koeficient  $K$  ima vrednost 0,948.
- ZEN6: Najboljši rezultat ( $MSE= 0,001135$ ) smo dobili z modelom z vhom dolžine 7, z interpoliranjem linearne funkcije (uporaba linearnega jedra) skozi vse sosedo. Korelacijski koeficient  $K$  za ta model je 0,785.
- LorZ: Napako  $MSE \approx 0$ , enako kot pri linearni in pace regresiji, smo dobili z modeli z vhodi ( $p$ ) dolžine 4, 5, 6, 7, z uporabo linearnega jedra in interpolacije skozi vse sosedo. Vsi 4 modeli imajo korelacijske koeficiente  $K \approx 1$ .
- FBM1: Najmanjšo MSE ( $MSE= 0,00133$ ) smo dobili z modelom z vhom ( $p$ ) dolžine 4, 5, 6 z uporabo linearnega jedra in ob upoštevanju vseh sosedov. Korelacijski koeficienti ( $K$ ) ima vrednost 0,962.

## 7.2.4 Regresijska drevesa

Pri poskusih z regresijskimi (modelnimi) drevesi smo spreminjali naslednje parametre:

- Dolžino vhodnega vektorja med: 2 in 7;
- Glajenje parametrov (da/ne);
- Rezanje drevesa (da/ne);
- Izgradnja regresijskega ali modelnega drevesa.

Na različnih domenah je metoda dala različne rezultate: na nekaterih domenah je bilo potrebno glajenje ali rezanje, na dr. pa ne. Povsod pa uporabljamo modelna drevesa.

- Ref A: Najboljši rezultat ( $MSE=0,000538$ ) smo dobili z modelom, ki ima vhod dolžine 3, drevo pa je zgrajeno brez rezanja, z glajenjem parametrov. Korelacijski koeficient  $K$  ima vrednost 0,952. Drevo je kompleksno in vsebuje 327 pravil v listih.

- **ZEN6**: Najboljši rezultat (MSE= 0,00118336) smo dobili z modelom z vhodom dolžine 5 in, nasprotno od drevesa za Ref A, z uporabo porezanega drevesa in glajenjem parametrov. Korelacijski koeficient  $K$  je 0,782. Podaja ga »škatla«, ki jo kaže Slika D.9 na strani 232.
- **LorZ**: Napako MSE=3,37E-07 smo dobili z modelom z vhodom dolžine 3, z rezanjem in brez glajenja parametrov. Porezano drevo vsebuje 15 pravil v listih. Korelacijski koeficient je skoraj 1 ( $K \approx 1$ ).
- **FBM1**: Najmanjšo MSE (MSE= 0,00133) smo dobili z modelnim drevesom z vhodom dolžine 6, z rezanjem in brez glajenja. Modelno drevo vsebuje samo eno pravilo. Korelacijski koeficient ima vrednost 0,962.

### 7.2.5 Primerjanje uspešnosti regresijskih modelov

Radi bi ugotovili, ali vsi algoritmi, ki smo jih uporabili do sedaj, napovedujejo enako uspešno. Za ta namen smo, kot smo opisali v podpoglavju Primerjanje uspešnosti različnih modelov strani 97 testirali hipotezo, izvedli neparametrični izboljšani Friedmanov test.

S podatki na štirih domenah ( $D = 4$ ) in štirih prediktorjih ( $k = 4$ ) smo zgradili statistiko  $F_F = -2,4$ . Kritična vrednost za  $F_F$  je  $F_F(3,9) = 3,8$ . Zato ničelne hipoteze, da so algoritmi enako uspešni, po tej inačici testa nismo mogli zavreči.

Po navodilih iz [164] za  $D < 5$  zgradimo  $Q$  statistiko in uporabljamo druge kritične vrednosti, kot če bi bil  $D \geq 5$ . Na podatkih smo dobili naslednje rezultate, ki jih kaže Tabela 7.1.

$Q$ (izračunana vrednost)	12,000
$Q$ (kritična vrednost)	7,815
DF	3
P	0,007
$\alpha$	0,05
Friedmanov $Q$ porazdeljen kot $\chi^2$	

Tabela 7.1: Testiranje hipoteze, da so vsi prediktorji enako uspešni za  $D < 5$ . Hipotezo zavrnemo.

Potem smo izvedli še test Bonferroni-Dunn, da bi primerjali vse modele med seboj. Kritična vrednost difference za podatke, kjer je  $D < 5$ , je 9,63. Dobili smo tabelo rankov modelov:



	Vsota rankov	Skupini	
Lok. utež. reg.	4	A	
Lin. reg.	8	A	B
Pace reg.	12	A	B
Reg. drevo	16		B

Tabela 7.2: Tabela skupin uspešnosti.

Rezultate primerjav med metodami podaja Tabela 7.3. Glede na ta test obstaja signifikantna razlika med regresijskim drevesom in lokalno uteženo regresijo. Zaradi rezultatov prvega testa in slabega razlikovanja med algoritmi smo Fiedmanov test ponovili na rezultatih poskusov na vseh dvanajstih domenah (Tabela D.2 na strani 230).

	Lin. reg.	Pace reg.	Lok. utež. reg.	Reg. drevo
Lin. reg.				
Pace reg.	4,000			
Lok. utež. reg.	4,000	8,000		
Reg. drevo	8,000	4,000	12,000	0,000
<i>Kritična vrednost diference 9,634</i>				

	Lin. reg.	Pace reg.	Lok. utež. reg.	Reg. drevo
Lin. reg.				
Pace reg.	NS			
Lok. utež. reg.	NS	NS		
Reg. Drevo	NS	NS	×	
<i>Pripomba: NS = nesignifikantna diference, × = signifikantna diference</i>				

Tabela 7.3: Tabeli primerjav med regresijskimi modeli.

Friedmanov test ponovno ni potrdil signifikantnost razlike med prediktorji (izračunana vrednost  $F_F = -3,94$ ,  $D = 12, k = 4$ , kritična vrednost  $F_F(3,33) = 2,896$ ). Iz teh razlogov imamo prediktorje, ki smo jih preizkušali v tem podpoglavju, za enako uspešne.

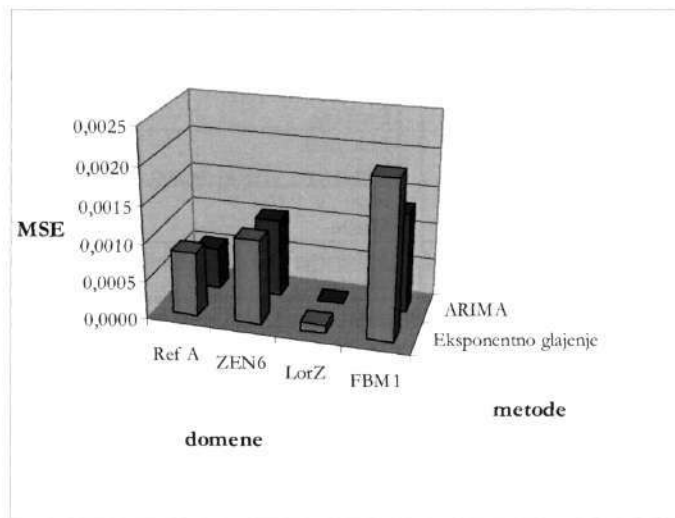
### 7.3 Poskusi s klasičnimi statističnimi metodami

Pri izgradnji klasičnih statističnih modelov (eksponentno glajenje in ARIMA modeli) smo, v korist narave modelov, odstopili od scenarija modeliranja, ki ga običajno uporabljamo v disertaciji. Še vedno smo modelirali v okviru paradigme modeliranja s črnimi škatlami, kot smo opisali v podpoglavju Scenarij modeliranja s črnimi škatlami na strani 85, razlika je bila le v pripravi učne množice. Pri ostalih poskusih smo uporabljali vhodne vektorje časovno vložnega sistema (dolžina se spreminja med 1 in 7), kar je bil eden izmed parametrov modeliranja s črnimi škatlami.. Pri modeliranju s klasičnimi statističnimi metodami smo uporabljali le osnovno

časovno vrsto<sup>172</sup>. Modelirali smo jo v skladu z osnovnimi lastnostmi vrste, kot so prisotnost trenda, cikličnih (sezonskih) vplivov ali lastnosti, ki jih vidimo iz korelograma ali parcialne avtokorelacijske funkcije.

Za modeliranje s klasičnimi statističnimi metodami smo uporabljali paketa Statistica [188] in SPSS [228]. Statistica ponuja več opcij pri izvajanju poskusov. Zato smo končne poskuse izvedli s Statistico.

Slika 7.4 kaže primerjavo MSE napak obeh metod na testnih podatkih. Opazna je prednost *ARIME* pred eksponentnim glajenjem, ki pri majhnem vzorcu (število domen  $D = 4$ ) ni statistično značilna. Poskuse z metodami ARIMA smo izvedli na vseh dvanajstih domenah. V poglavju Izbiranje najboljšega modela črne škatle na strani 195 primerjamo uspešnost najbolj uspešnih modelov iz vsake skupine.



Slika 7.4: Primerjava MSE napak (z-os), ki jo naredijo klasični statistični modeli (x-os) na testnih podatkih domen časovnih vrst Ref A, ZEN6, LorZ in FBM1 (y-os).

### 7.3.1 EkspONENTNO glajenje

Pri modeliranju z metodo eksponentnega glajenja smo spreminjali naslednje parametre:

- Prisotnost trenda (da/ne):
  - Da: linearen, eksponenten, prekucnjen.
- Prisotnost cikličnih vplivov (da/ne):
  - Da: aditivni, multiplikativni.

<sup>172</sup> Klasične statistične metode sodijo med univariantne metode.

- Dolžino cikličnih vplivov (zaostanek) smo spreminjali med 4 in 12.

Način modeliranja z metodo eksponentnega glajenja smo opisali v podpoglavju Eksponentno glajenje in Holt-Wintersova metoda na strani 112.

- Ref A: Najboljši rezultat ( $MSE = 0,00085$ ) smo dobili z modelom, ki vsebuje linearni trend in multiplikativne ciklične spremembe z zaostankom  $4^{173}$ .
- ZEN6: Najboljši rezultat ( $MSE = 0,00118336$ ) smo dobili, z modelom, ki vsebuje prekucnjeni trend in je brez cikličnih variacij, kljub pričakovanju, da bodo ciklične variacije pripomogle k modeliranju (stran 113).
- LorZ: Napako  $MSE = 0,000100$  smo dobili pri modelu z linearnim trendom in aditivnimi cikličnimi vplivi z zaostankom 12.
- FBM1: Najmanjšo MSE napako ( $MSE = 0,00207$ ) smo dobili z modelom s prekucnjenim trendom in multiplikativnimi cikličnimi vplivi dolžine 12.

### 7.3.2 Box-Jenkinsovi ARIMA modeli

Pri modeliranju z  $ARIMA(p, d, q)$  modeli smo parametre  $p, d, q$  spreminjali v odvisnosti od lastnosti korelogramov in parcialne avtokorelacijske funkcije. Postopek določanja zgornje meje parametrov  $p, d, q$  smo opisali v podpoglavju Box-Jenkinsova ali  $ARIMA$  metoda na strani 114.

- Ref A: Parametre modela  $ARIMA(p, d, q)$  smo spreminjali na naslednji način:
  - ◆ vrste nismo diferencirali ( $d = 0$ ), saj ne vsebuje trenda;
  - ◆ avtoregresijski parameter  $p$  smo spreminjali med 1 in 6;
  - ◆ parameter drsečega povprečja  $q$  dobi vrednosti 0, 1.

Najboljši rezultat ( $MSE = 0,000555$ ) smo dobili z modelom  $ARIMA(6,0,0)$ , kar potrjuje domnevo, da gre za proces z avtoregresijsko naravo.

- ZEN6: Parametre modela  $ARIMA(p, d, q)$  smo spreminjali na naslednji način:

---

<sup>173</sup> Pri poskusih s programom XLStat smo dobili celo  $MSE = 0,0003$  pri uporabi eksponentnega glajenja z drsečim povprečjem, ob upoštevanju predzadnjih dveh vrednosti.

- ◆ vrsto smo zaradi trenda diferencirali ( $d = 1$ );
- ◆ avtoregresijski parameter  $p$  smo nastavili na 0;
- ◆ parameter drsečega povprečja  $q$  smo spreminjali med 0 in 7.

Najboljši rezultat (MSE= 0,001040) smo dobili z modelom  $ARIMA(0,1,7)$ .

- LorZ: Parametre modela  $ARIMA(p, d, q)$  smo spreminjali na naslednji način:
  - ◆ vrste nismo diferencirali ( $d = 0$ ), saj ne vsebuje trenda;
  - ◆ avtoregresijski parameter  $p$  smo spreminjali med 1 in 6;
  - ◆ parameter drsečega povprečja  $q$  smo spreminjali med 0 in 7.

Najboljši rezultat po kriteriju MSE (MSE= 4,62122E-07) smo dobili z modelom  $ARIMA(6,0,0)$ .

- FBM1: Parametre modela  $ARIMA(p, d, q)$  smo spreminjali na naslednji način:
  - ◆ vrste nismo diferencirali ( $d = 0$ ), saj ne vsebuje trenda;
  - ◆ avtoregresijski parameter  $p$  smo spreminjali med 1 in 6;
  - ◆ parameter drsečega povprečja  $q$  smo spreminjali med 0 in 7.

Najboljši rezultat (MSE=0,00133) smo dobili z modelom  $ARIMA(6,0,0)$ , kar potrjuje avtoregresijsko naravo procesa, ki jo FBM po svoji definiciji predstavlja.

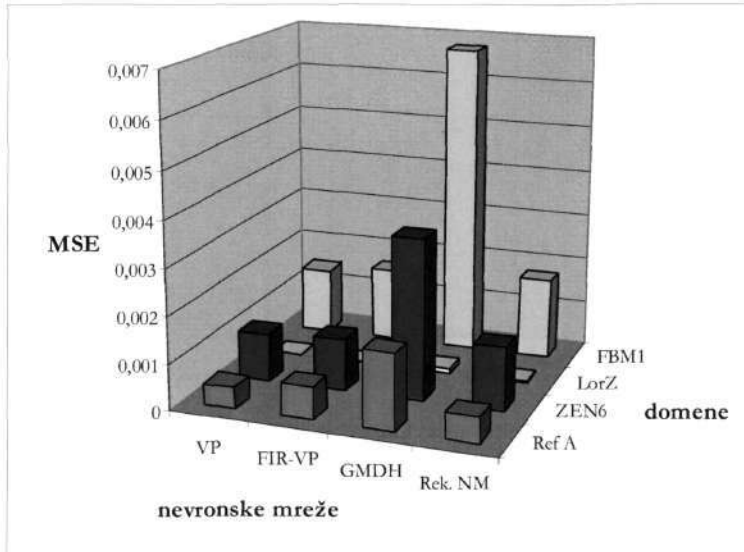
## 7.4 Poskusi z nevronskimi mrežami

Pri poskusih z nevronskimi mrežami smo uporabljali lastno programsko opremo, ki je zbirka nevronskih mrež ali programov, napisanih v programskem jeziku Delphi. Skoraj vse nevronske mreže so izdelane po opisu, ki ga je podal Haykin [83]. Izjema je GMDH Le-ta je izdelana po opisu, ki sta ga podala Pham in Lin [143]. Za validiranje pravilnosti delovanja algoritmov, ki smo jih realizirali v programih, smo uporabili še dodatno programsko opremo (na primer večnivojski perceptron kot model smo primerjali z enako strukturiranim modelom v programskem paketu WEKA [218]).

S kriterijem MSE smo preliminarno primerjali uspešnost nevronskih mrež: večnivojski perceptron (VP), FIR-VP, GMDH in rekurentno mrežo na štirih predstavnih domen. Slika 7.5

kaže MSE napako, ki jih naredijo izbrane nevronske mreže pri napovedovanju na testnih množicah predstavnikov. Pozneje bomo v podpoglavju Primerjava uspešnosti nevronskih mrež na strani 191 izvedli medsebojno primerjavo različnih tipov mrež na vseh dvanajstih domenah.

Posebno pozornost posvečamo študiju učenja navadnega večnivojskega perceptrona, ker se je izkazal kot zelo uspešen model in je hkrati najbolj tipičen predstavnik modelov črnih škatel.



Slika 7.5: Primerjava MSE napak (z-os), ki jo naredijo nevronske mreže (x-os) na testnih podatkih domen časovnih vrst Ref A, ZEN6, LorZ in FBM1 (y-os)

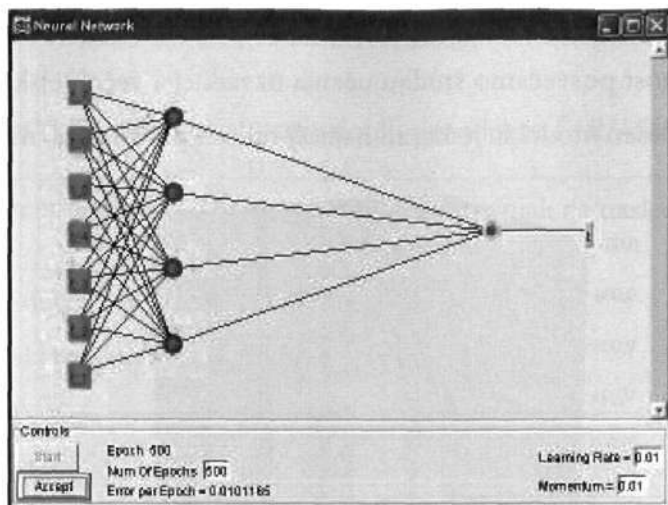
#### 7.4.1 Večnivojski perceptron

Večnivojski perceptron smo učili z vzratnim razširjanjem napake (stran 124). Uporabljali smo dvonivojski perceptron z enim samim izhodnim nevromom (Slika 7.6) in sigmoidno aktivacijsko funkcijo. Spreminjali smo naslednje parametre:

- Število nevronov na vhodnem nivoju = dolžina vhodnega vektorja med 2 in 7;
- Število nevronov na skritem nivoju (2..število vhodnih-1);
- Parametra vztrajnost  $\alpha$  in hitrost učenja  $\eta$ .

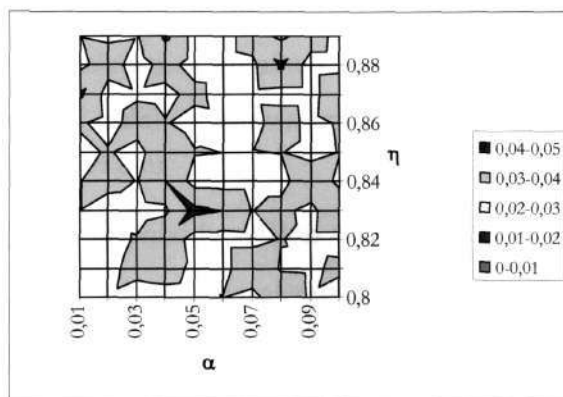
Vrednosti parametrov  $\alpha$  in  $\eta$  med poskusi nismo spreminjali. Zaradi scenarija modeliranja s črnimi škatlami nismo hoteli posegati v strukturo modela. S tem se je razširil prostor možnih kandidatov za najboljši model. Nasploh imamo pri modelih, ki imajo veliko parametrov, takšne pa so nevronske mreže, zelo veliko število kandidatov za izbiro najboljšega

prediktorja. Med vsemi »dobrimi« modeli smo s fiksno podanimi vhodnimi parametri izbirali s časovno zahtevnim iskanjem v širino<sup>174</sup>.



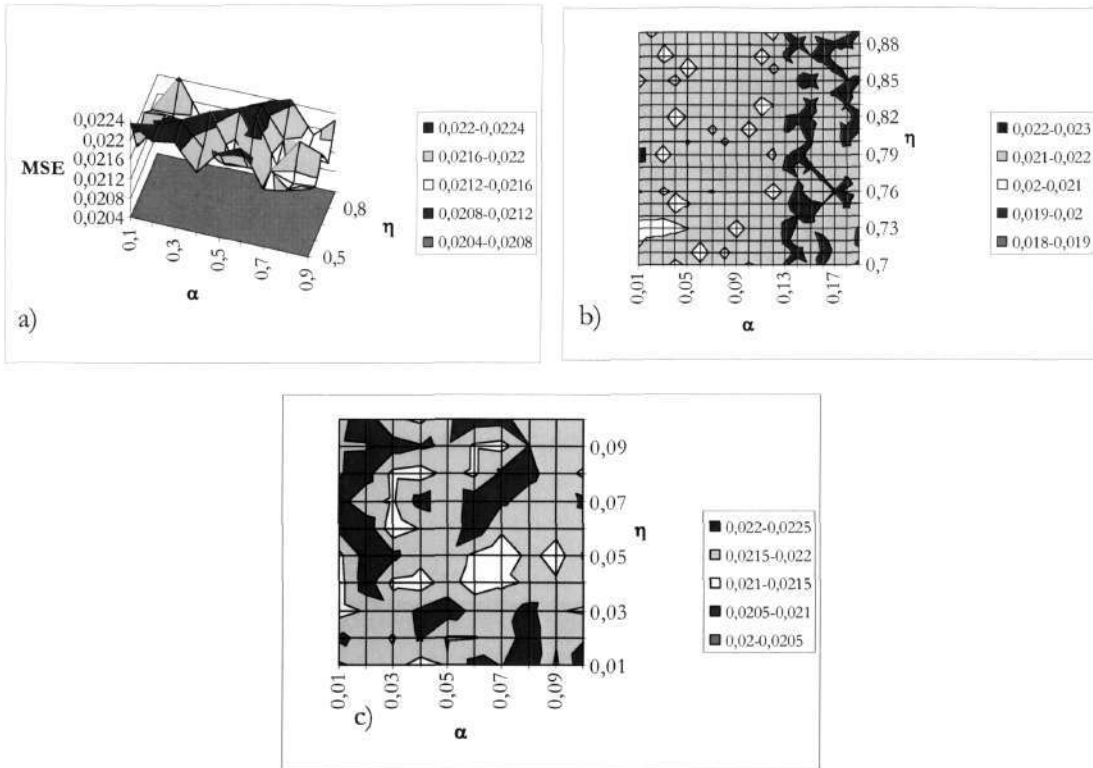
Slika 7.6: Večnivojski perceptron v programskem paketu WEKA.

Testirali smo vpliv začetnih nastavitvev parametrov  $\alpha$  in  $\eta$  na velikost MSE napake na učni množici, kot jo za časovno vrsto LorZ kaže Slika 7.7. Učili smo VP z dvema vhodnima nevronoma, dvema nevronoma na skritem nivoju in enim izhodnim nevronom. Poskuse z izbranimi vrednostmi za  $\alpha$  in  $\eta$  smo trikrat ponavljali zato, da bi »omilili« vpliv začetnih nastavitvev uteži, ki ravno tako vplivajo na učenje VP. Ugotovili smo, da je pri majhnih vrednostih vztrajnosti  $\alpha < 0,1$  povprečna vrednost MSE napak treh neodvisnih poskusov naključna in ni koncentrirana okoli manjših vrednosti  $\alpha$ , kot smo prvotno pričakovali.



Slika 7.7: Odvisnost MSE napake na učni množici časovne vrste LorZ od začetnih nastavitvev parametrov  $\alpha \in [0,01..0,1]$ ,  $\eta \in [0,8,..,0,9]$ . MSE napake različnih velikosti so predstavljene z različno pobarvanimi področji. Vrednosti napak predstavljajo povprečja napak treh neodvisnih poskusov.

<sup>174</sup> V komercialnih programskih paketih problem učenja nevronskih mrež rešujejo z regularizacijskimi ali optimizacijskimi postopki.



Slika 7.8: Odvisnost MSE napake na učni množici časovne vrste Ref A od začetnih nastavitvev parametrov  $\alpha$  in  $\eta$ . MSE napake različnih velikosti so predstavljene z različno pobarvanimi področji.

Vrednosti napak predstavljajo povprečja napak dveh neodvisnih poskusov.

- a) Grobo raziskovanje MSE ploskve za  $\alpha \in [0,1..0,9], \eta \in [0,5..0,9]$ .
- b) Podrobno (s korakom 0,01) raziskovanje za  $\alpha \in [0,01..0,2], \eta \in [0,7..0,9]$ .
- c) Podrobno raziskovanje  $\alpha \in [0,01..0,2], \eta \in [0,01..0,2]$ .

Zanimiva so opažanja pri poskusih s časovno vrsto napetosti Ref A (Slika 7.8). VP ima tri vhodne nevrone, dva nevrona na skritem nivoju in enega izhodnega. Pri opazovanju MSE odvisnosti od  $\alpha \in [0,1..0,9], \eta \in [0,5..0,9]$  smo odkrili »nevaren greben« večjih napak za majhne vrednosti parametra  $\eta$  in velike vrednosti parametra  $\alpha$  (Slika 7.8 a)). Raziskali smo prostor  $\alpha \in [0,01..0,2], \eta \in [0,7..0,9]$  (Slika 7.8 b)) in ugotovili, da dobimo manjšo MSE za  $\alpha \in [0,01..0,13], \eta \in [0,7..0,73]$ . Pri raziskovanju prostora za  $\alpha \in [0,01..0,2], \eta \in [0,01..0,2]$  (Slika 7.8 c)) pa najbolj ugodne rezultate dobimo za  $\alpha, \eta \approx 0,05$ .

Če VP učimo zelo dolgo (na primer 10.000 razdobj) in se učenje ne ustavi zaradi naraščanja napake na učni množici, potem se običajno mreža preveč prilagodi učni množici. VP smo učili tudi z uporabo nastavitvene množice (angl. *validation set*), ki je del učne množice in jo ne uporabljamo za spreminjanje uteži, ampak le za testiranje napake.

- Ref A: Najboljši rezultat (MSE=0,00046) smo dobili z VP, ki ima 3 vhodne nevrone, 2 nevrona na skritem nivoju ter  $\alpha = 0,06; \eta = 0,045$  (Slika 7.8 c)).

- ZEN6: Najboljši rezultat ( $MSE=0,000103$ ) smo dobili z VP s sedmimi vhodnimi nevroni, štirimi nevroni na skitem nivoju ter za  $\alpha, \eta \approx 0,03$ .
- LorZ: Napako  $MSE=1,6E-07$  smo dobili z VP s sedmimi vhodnimi nevroni, štirimi nevroni na skitem nivoju, ter za  $\alpha = 0,03, \eta = 0,02$ .
- FBM1: Najmanjšo MSE napako ( $MSE=0,0014$ ) smo dobili z VP, ki ima 5 vhodov in 3 skrite nevrone ter za  $\alpha, \eta \approx 0,03$ .

#### 7.4.2 FIR-večnivojski perceptron

Nevronske mreže FIR-VP (Slika 5.12 na strani 128, Slika 5.13 na strani 128) smo učili s časovnim vzvratnim razširjanjem napake (opisanim na strani 130). Pri tem smo spreminjali naslednje parametre:

- Število nevronov na vhodnem nivoju = dolžina vhodnega vektorja med 2 in 7;
- Število nevronov na skitem nivoju (med 2 in 6 oziroma *stevilo\_vhodov*-1);
- Parameter hitrosti učenja  $\eta$ ;
- Število procesnih elementov na sinapsah ali dolžine FIR filtrov (2..4).

Najboljše rezultate za vse domene smo dobili za  $\eta \approx 0,03$  ter za dolžino 2 vseh FIR filtrov na vseh sinapsah.

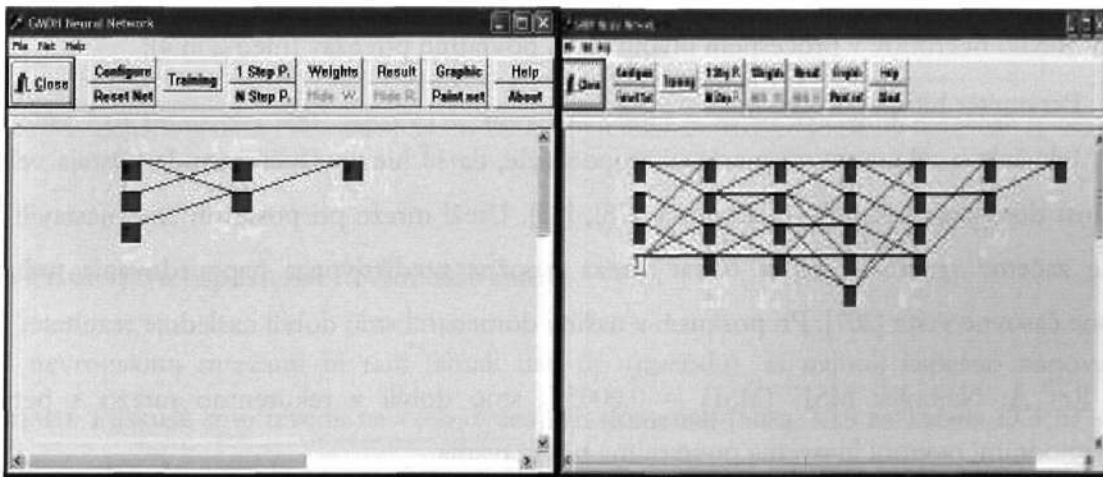
- Ref\_A: Najboljši rezultat ( $MSE= 0,00069$ ) smo dobili s FIR-VP, ki ima 7 vhodnih nevronov, 3 nevrone na skitem nivoju.
- ZEN6: Najboljši rezultat po kriteriju MSE ( $MSE= 0,00113$ ) smo dobili z FIR-VP s štirimi vhodnimi nevroni, dvema nevronoma na skitem nivoju.
- LorZ: Napako  $MSE=4,4E-06$  smo dobili z FIR-VP s sedmimi vhodnimi nevroni, štirimi nevroni na skitem nivoju.
- FBM1: Manjšo MSE napako ( $MSE= 0,00159$ ) smo dobili z FIR-VP, ki ima 6 vhodov in 3 skrite nevrone.



### 7.4.3 GMDH skupinska metoda za obravnavanje podatkov

Za uporabo GMDH mrež smo se odločili, ker realizirajo princip učenja, ki se razlikuje od vzvratnega razširjanja napake. Učni algoritem je Widrow-Hoffovo učno pravilo. GMDH mreže sestavljajo N-Adaline elementi (Slika 5.15 na strani 131). Učili smo jih na način, ki smo ga opisali na strani 130. Določene dele učne množice smo uporabili za spreminjanje parametrov modela, druge pa za rezanje nepotrebnih elementov (Slika 5.17). Pri poskusih z GMDH mrežo smo spreminjali naslednje parametre:

- Število nevronov na vhodnem nivoju = dolžina vhodnega vektorja med 2 in 7;
- Hitrost učenja  $\eta$ ;
- Prag (običajno ima vrednost 1,1).



Slika 7.9: Naučeni GMDH mreži a) učenje brez kontrolnih parametrov s tremi vhodnimi nevroni; b) učenje s kontrolnim parametrom in tremi vhodnimi nevroni.

GMDH mreže naredijo večje MSE napake v primerjavi z ostalimi nevronskimi mrežami. To je bilo tudi pričakovano, saj mreže z  $m$  nivoji realizirajo polinomske preslikave  $m$ -te stopnje. Razmerje uspešnosti napovedovanja med domenami se ponovno ohranja.

- Ref A: Najboljši MSE (MSE = 0,0016) smo dobili z GMDH mrežo z dvema vhodnima nevronoma.
- ZEN6: Najboljši MSE (MSE = 0,00113) smo ponovno dobili z GMDH mrežo z dvema vhodnima nevronoma.
- LorZ: Napako MSE = 0,0002 smo dobili z GMDH mrežo, ki ima dva vhoda.

- FBM1: Najmanjšo MSE napako ( $MSE = 0,006$ ) smo dobili z GMDH mrežo, ki ima dva vhoda<sup>175</sup>.

#### 7.4.4 Rekurentna mreža

Rekurentne nevronske mreže predstavljajo popularno *ad hoc* orodje za modeliranje s scenarijem črnih škatel. Pri poskusih z rekurentnimi nevronskimi mrežami smo uporabljali model, ki ga kaže Slika 5.20 na strani 136 z algoritmom RTRL, ki smo ga povzeli po [83] na strani 137. Spreminjali smo naslednje parametre:

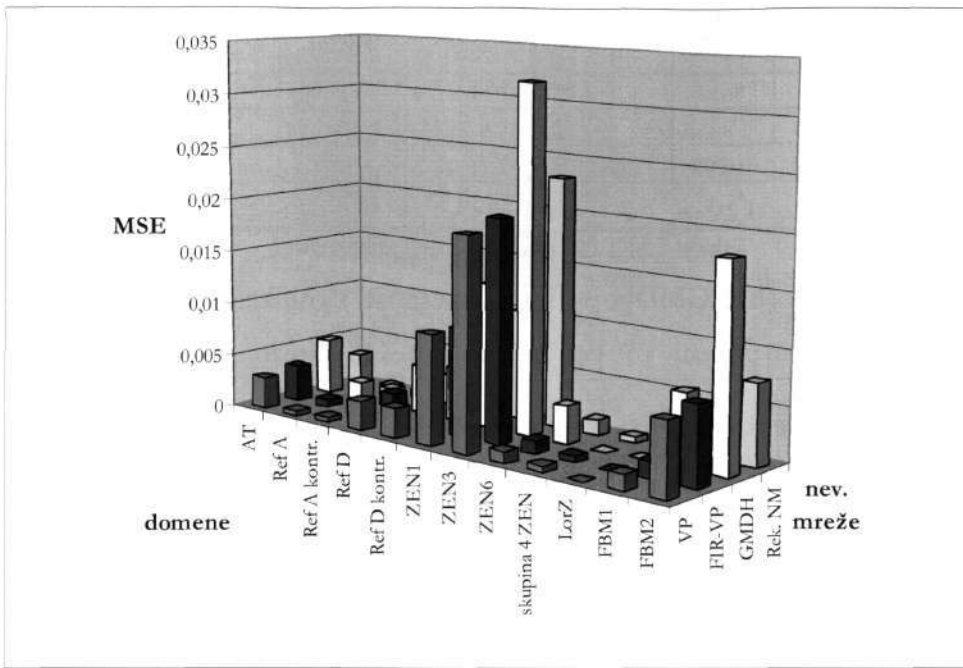
- Število nevronov na vhodnem nivoju = dolžina vhodnega vektorja (med 2 in 7);
- Število nevronov v procesnem nivoju ali št. povratnih povezav (med 2 in 4);
- Parameter hitrosti učenja  $\eta$ .

Izkušnje z rekurentnimi mrežami so pokazale, da se hitro »naučijo«, toda obstaja velika nevarnost doseganja lokalnih minimumov [78], [83]. Uteži mreže pri poskusih smo nastavili na majhne začetne vrednosti, saj je takrat mreža zmožna prediktivnega napovedovanja tudi za poljubne časovne vrste [201]. Pri poskusih z našimi domenami smo dobili naslednje rezultate:

- Ref A: Najboljši MSE ( $MSE = 0,00057$ ) smo dobili z rekurentno mrežo s petimi vhodnimi nevroni in dvema povratnima povezavama.
- ZEN6: Najboljši MSE ( $MSE = 0,0013$ ) smo dobili z mrežo s sedmimi vhodnimi nevroni in dvema povratnima povezavama.
- LorZ: Napako  $MSE = 2,8E-05$  smo dobili z rekurentno mrežo, ki ima sedem vhodov in tri povratne povezave.
- FBM1: MSE napako 0,0017 smo dobili z mrežo, ki ima tri vhode in dva povratna nevrona.

---

<sup>175</sup> Pri domeni Ref D in Ref D s kontrolnim parametrom je najboljši MSE dosegla na primer mreža s tremi vhodi. Domnevamo, da je zgolj naključje, da so na vseh štirih domenah »zmagale« GMDH mreže z dvema vhodoma.



Slika 7.10: Primerjava MSE napak (z-os) nevronske mreže (x-os) na dvanajstih domenah (y-os).

### 7.4.5 Primerjava uspešnosti nevronske mreže

Med nevronskimi mrežami bi radi izbrali tisti tip (metodo), ki najbolj uspešno napoveduje vrednosti. Poskuse smo izvedli na vseh dvanajstih domenah (Slika 7.10 in Tabela D.3 na strani 232). Navaden večnivojski perceptron je največkrat dosegel najmanjši MSE. Opažamo, da je MSE napaka GMDH mreže povsod večja, da pa je za nevronske mreže enako kot za ostale modele časovna vrsta ZEN3 slabo napovedljiva.

Izvedli smo Friedmanov neparametričen test za primerjavo k-parov prediktorjev. Pri značilnosti 0,05 je test pokazal, da se prediktorji med seboj signifikantno razlikujejo. Z drugimi besedami smo zavrgli ničelno hipotezo, da ni razlike med prediktorji.

Potem smo izvedli primerjavo (Friedmanov test z Bonferroni korekcijo) tipov mrež med seboj. Test je razvrstil nevronske mreže v skupine, in sicer kot kaže spodnja tabela:

	Vsota rankov	Skupini	
VP	14	A	
FIR-VP	22	A	B
Rek. NM	27	A	B
GMDH	37		B

Tabela 7.4: Tabela skupin uspešnosti nevronske mreže.

	VP	FIR-VP	GMDH	Rek. NM
VP				
FIR-VP	8,000			
GMDH	23,000	15,000		
Rek. NM	13,000	5,000	10,000	0,000
Kritična vrednost difference 15,232				

	VP	FIR-VP	GMDH	Rek. NM
VP				
FIR-VP	NS			
GMDH	×	NS		
Rek. NM	NS	NS	NS	
Pripomba: NS = nesignifikantna diferenca, × = signifikantna diferenca				

Tabela 7.5: Tabeli primerjav med mrežami.

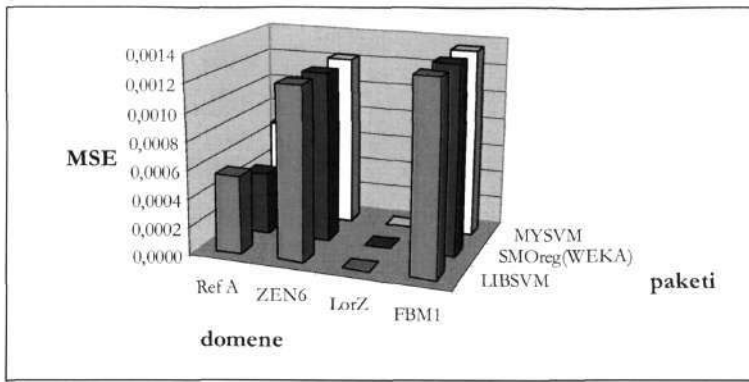
Test je potrdil, da se le GMDH po svoji uspešnosti signifikantno razlikuje od VP. Med nevronskimi mrežami smo izbrali VP kot najbolj uspešno mrežo, ker ima najmanjšo vsoto rankov.

## 7.5 Poskusi z metodo podpornih vektorjev za regresijo

Posebno pozornost smo posvetili poskusom z metodo podpornih vektorjev za regresijo (SVR). Le-ta realizira princip minimizacije strukturnega tveganja, ki je izraženo v negotovosti modela ob izgradnji, kot smo opisali v podpoglavju Jedrne metode in metoda podpornih vektorjev za regresijo na strani 138. Učenje realizira kot optimizacijski problem, hkrati pa rešuje regularizacijski problem (stran 149). Ima številne lepe lastnosti, kot je dobra teoretična podlaga, ki se je obenem izkazala za uspešno v praksi, fleksibilnost, robustnost itn. Iz teh razlogov smo pričakovali, da bodo modeli SVR najbolj uspešni.

### 7.5.1 Izbira paketa (numerične metode)

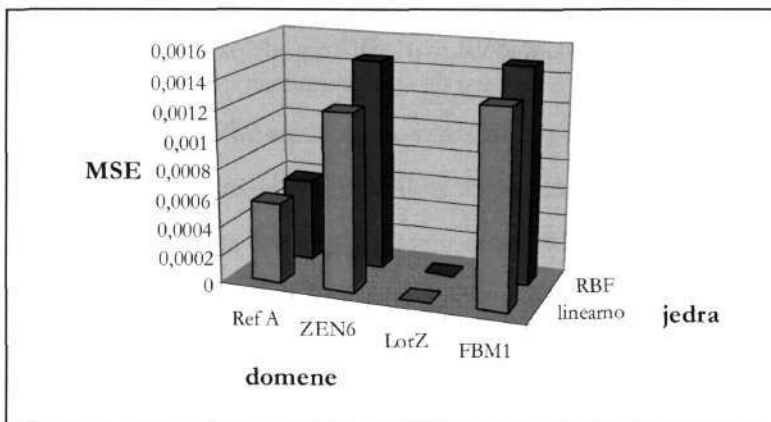
Pri poskusih z metodo SVR smo se najprej odločali za paket, implicitno pa za način učenje SVR modela. Preizkusili smo tri realizacije SVR paradigme (kot smo opisali na strani 150): Joakimsovo [96], [205] z Rüpingovim paketom **MySVM** [154]; Plattovo [144] ali Smola in Schölkopfovo [169] s funkcijo **SMOreg** v paketu WEKA [218], [225] in Chang-Linovo, ki je modificirana SMO metoda [55], s paketom **LIBSVM** [24]. Poskuse smo izvedli z že vnaprej določenimi parametri  $C = 10, \epsilon = 0,01$ . Slika 7.11 kaže, da so rezultati paketov podobni. Odločili smo se, da bomo za ostale poskuse uporabljali paket LIBSVM zaradi preglednosti njegove programske kode, ker se je v praksi večkrat izkazal kot zelo uspešen (več zmag na tekmovanjih za napovedovanje realnih časovnih vrst EUNITE [29], IJCNN [24]) in zaradi možnosti raziskovanja prostora parametrov.



Slika 7.11: Primerjava MSE napak (z-os),  $\epsilon$ -SVR modelov z linearnim jedrom, ki jih zgradijo različni paketi (y-os) na štirih domenah (x-os).

Preizkušali smo dva SVR algoritma:  $\epsilon$ -SVR in  $\nu$ -SVR. Preden smo se odločili za tip algoritma, smo izbrali tip jedra, ki vhodni prostor preslika v visokodimenzionalni atributni prostor in s tem omogoči uporabo SVR algoritmov tudi za nelinearne probleme, kot smo opisali na strani 146.

## 7.5.2 Jedra

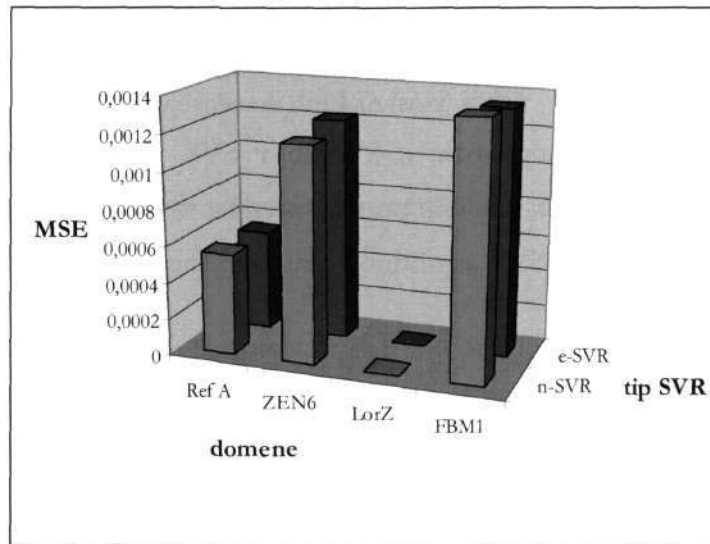


Slika 7.12: Primerjava MSE napak (z-os)  $\epsilon$ -SVR modelov z linearnim jedrom in RBF jedrom (y-os) na štirih domenah (x-os).

Preizkušali smo linearno, RBF in polinomsko jedro. Slika 7.12 prikazuje MSE performance linearnega in RBF jedra. Na vseh štirih domenah smo spreminjali vhodno dimenzijo med 2 in 7 ter pri tem uporabljali modele s kapacitivnostjo  $C = 10$ . Boljše rezultate za časovne vrste napetosti (Ref A in ZEN6) smo dobili z uporabo linearnega jedra, medtem ko je RBF jedro omogočilo najboljše predikcije le na primeru domene LorZ. V nadaljnjih poskusih uporabljamo samo linearno jedro.

### 7.5.3 Izbira tipa SVR-ja in njegovih parametrov

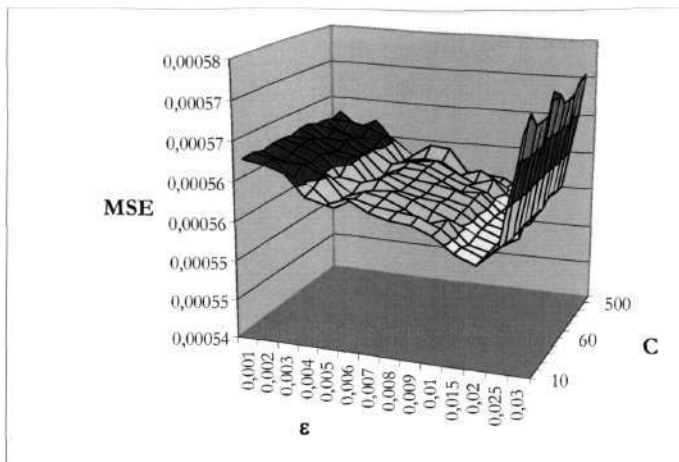
Izbirali smo med modeli  $\varepsilon$ -SVR in  $\nu$ -SVR algoritmov z uporabo linearnih jeder. Primerjali smo performanco obeh SVR algoritmov. Pri poskusih z  $\varepsilon$ -SVR smo spreminjali: dolžino vhodnega vektorja (2..7); parameter  $\varepsilon$  (0,001..0,1) in parameter C (10..1000). Pri poskusih z  $\nu$ -SVR, pa smo spreminjali: dolžino vhodnega vektorja (2..7); parameter  $\nu$  (0,001..0,2). Primerjava performance (Slika 7.13) kaže izenačeno uspešnost algoritmov.



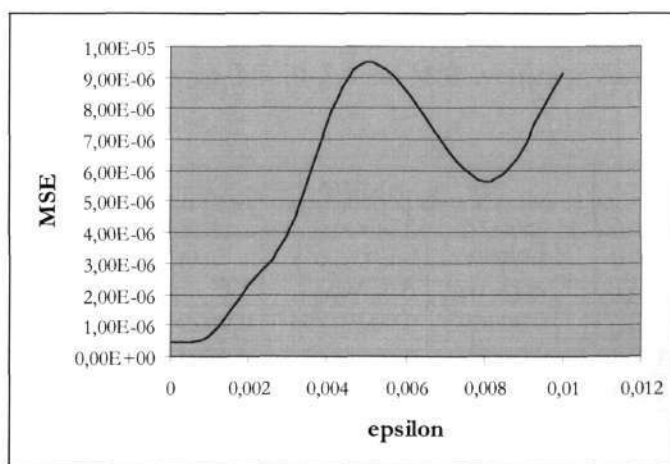
Slika 7.13: Primerjava MSE napak (z-os)  $\varepsilon$ -SVR in  $\nu$ -SVR modelov z linearnim jedrom in RBF jedrom (y-os) na štirih domenah (x-os).

Raziskovali smo vpliv izbire parametrov  $\varepsilon$  in C na MSE napako. Smola in ostali [168] so dokazali, da je optimalna izbira parametra  $\varepsilon$  linearno odvisna od nivoja šuma v podatkih. To smo empirično potrdili na izbranih časovnih vrstah. Ugotovili smo, da spreminjanje C parametra (500..1000) bistveno ne vpliva na velikost MSE:

- Najboljši model za Ref A smo dobili s štirimi vhodi in  $\varepsilon = 0,02, C = 30$  (Slika 7.14).
- Za ZEN6 je boljše rezultate dal  $\nu$ -SVR ali  $\varepsilon$ -SVR s petimi vhodi  $\varepsilon = 0,03, C = 30$ .
- Za časovno vrsto LorZ smo dobili najboljši model z  $\varepsilon = 0,001, C = 30$  (Slika 7.15) in sedmimi vhodi.
- Za časovno vrsto FBM1 smo dobili najboljši model pri šestih in sedmih vhodih z  $\varepsilon = 0,02, C = 30$ .



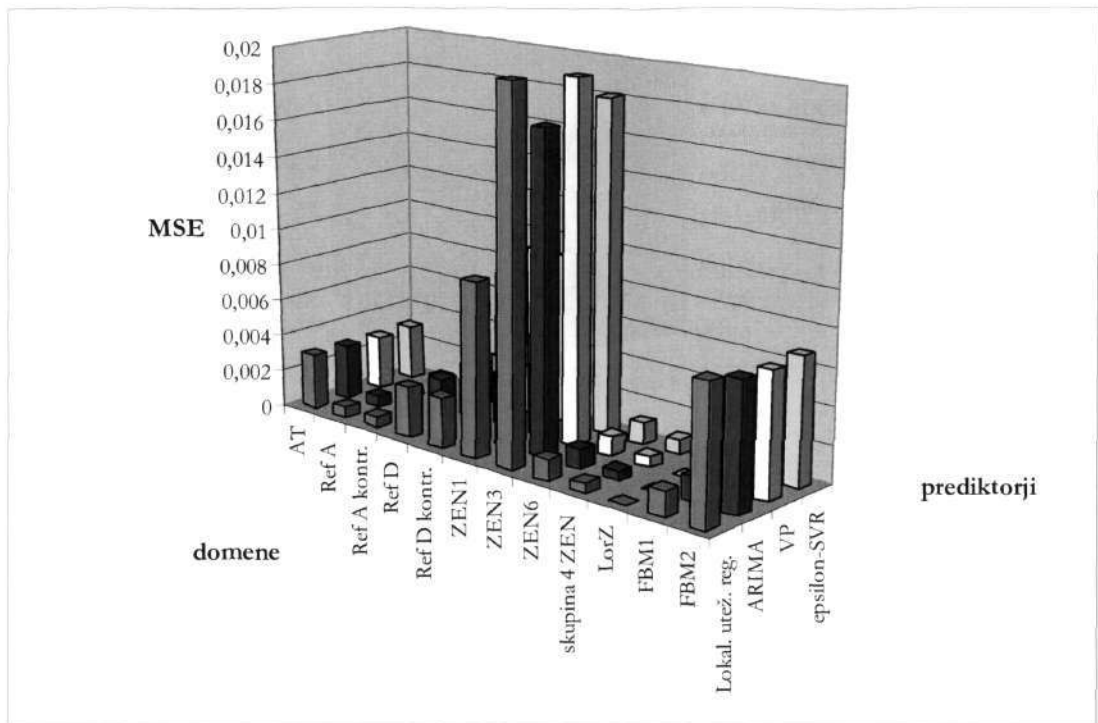
Slika 7.14: Odvisnost MSE (z-os) na testnih podatkih časovne vrste Ref A (dolžina vhoda 4) od parametrov  $\epsilon$  (x-os) in C (y-os).



Slika 7.15: Odvisnost MSE (y-os) na testnih podatkih časovne vrste LorZ (dolžina vhoda 7) od parametra  $\epsilon$  (x-os).

### 7.6 Izbiranje najboljšega modela črne škatle

Da bi izbrali metodo, ki naredi najmanjšo MSE napako, smo primerjali predstavnike predstavljenih skupin. Med metodami za regresijo smo izbrali lokalno uteženo regresijo, med klasičnimi statističnimi metodami ARIMO, med nevronskimi mrežami navadni večnivojski perceptron ter med metodami podpornih vektorjev  $\epsilon$ -SVR. Slika 7.16 in Tabela 7.6 kažeta, kako so se vsi izbrani prediktorji odrezali na vseh dvanajstih domenah.



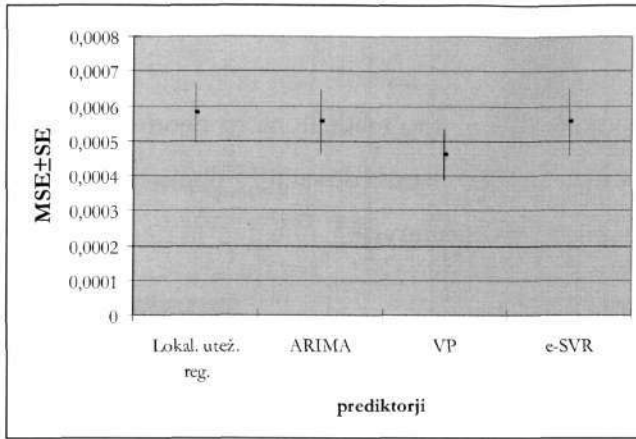
Slika 7.16: MSE performance (z-os) izbranih prediktorjev (y-os) na testnih podatkih domen (x-os).

	Lokalno utež. reg.	ARIMA	VP	$\epsilon$ -SVR
AT	0,003003	0,00291891	<b>0,002905</b>	0,003004
Ref A	0,000581	0,0005552	<b>0,000462</b>	0,000553
Ref A kontr.	0,000576	0,0006710	<b>0,000548</b>	0,000558
Ref D	0,002725	<b>0,0026206</b>	0,002746	0,002745
Ref D kontr.	0,002714	0,0026064	0,002767	0,002675
ZEN1	0,00937	<b>0,0091755</b>	0,01012	0,009292
ZEN3	0,019881	<b>0,0172243</b>	0,019488	0,018131
ZEN6	0,001136	0,0010472	<b>0,00103</b>	0,001159
skupina 4 ZEN	0,000515	<b>0,0004725</b>	0,000557	0,000808
LorZ	<b>1E-14</b>	0,0000005	1,6E-07	4,42E-07
FBM1	0,00134	0,0013328	0,001444	<b>0,00133</b>
FBM2	0,007327	0,00679133	<b>0,006675</b>	0,006822

Tabela 7.6: MSE performance izbranih prediktorjev (stolpci) na testnih podatkih domen (vrstice). S krepko pisavo so napisane MSE napake najuspešnejših modelov.

Ponovno smo izvedli Friedmanov test z Bonferronijevo korekcijo, ki ni pokazal signifikantne razlike v uspešnosti napovedovanja prediktorjev. Z drugimi besedami, vse izbrane prediktorje lahko v kontekstu kratkoročnega napovedovanja obravnavamo kot enako uspešne.





Slika 7.17: MSE ocene izbranih prediktorjev na testnih podatkih Ref A in njihovi intervali zaupanja.

Ogledali si bomo kakovost ocene MSE primeru testnih podatkov Ref A. Ocenili smo zanesljivost ocene MSE, ki pripadajo izbranim prediktorjem, kot smo opisali na strani 96. Pri 68% zaupanju dobimo kakovosti ocen, kot jih kažeta MSE vrstica v Tabela 7.7 in Slika 7.17.

	Lokal. utež. reg.	ARIMA	VP	$\varepsilon$ -SVR
MSE±	0,000580±	0,000555±	0,000462±	0,000553±
SE(MSE)	8,63E-05	9,03E-05	7,32E-05	9,74E-05
MAE	0,0159	0,0156	0,0148	0,0153
K	0,951	0,946	0,958	0,950

Tabela 7.7: Ocene prediktorjev na testnih podatkih Ref A.

Poleg srednje kvadratne napake (MSE) smo za primerjavo med prediktorji uporabili še srednjo absolutno napako (MAE) in korelacijski koeficient (K) (Tabela 7.7). Tudi meri MAE in K sta potrdili usklajenost uspešnosti prediktorjev in rahlo premoč večnivojskega perceptrona.

Po primerjavi občutljivosti MSE na spremembe parametrov pri VP in  $\varepsilon$ -SVR (Slika 7.7 in Slika 7.14) se kljub manjši MSE na testni množici zaradi robustnosti odločimo za  $\varepsilon$ -SVR. Za izbiro optimalne nevronske mreže je bilo potrebno dolgotrajno raziskovanje prostora vseh kandidatov, kot pri učenju  $\varepsilon$ -SVR.

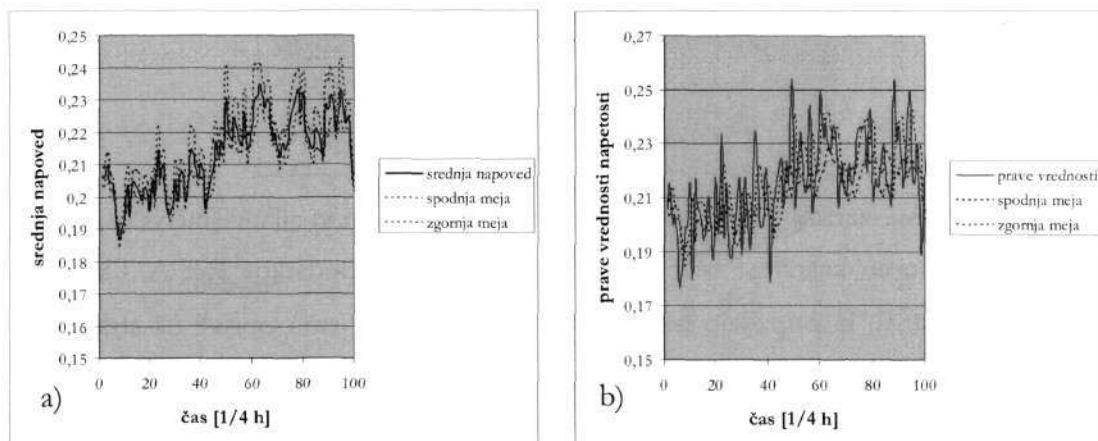
## 7.7 Simulacija napovedovanja in predikcijski intervali

Posebno pozornost v disertaciji smo posvetili določanju predikcijskih intervalov, ki v meroslovlju narekujejo zanesljivost delovanja meroslovnih sistemov.

Preizkusili smo dva algoritma za določanje predikcijskih intervalov, ki smo jih opisali na strani 103. Algoritmi slonijo na razmnoževanju in simulaciji. Ugotovili smo, da je algoritem, ki sloni na razmnoževanju učnih primerov s pomočjo ostankov bolj primeren za krajše časovne

vrste. Odločili smo se za uporabo algoritma, ki skloni na ocenjevanju napake večjega števila modelov.

Časovno vrsto napetosti Ref A smo razdelili na tri neodvisne učne množice. Z vsako od njih smo zgradili model za kratkoročno napovedovanje, s pomočjo katerega smo potem na testni množici validirali ocenjene predikcijske intervale.



Slika 7.18: Validiranje predikcijskih intervalov pri napovedovanju testnih podatkov Ref A:  
 a) Srednje napovedi treh modelov in predikcijski intervali;  
 b) Prave vrednosti in predikcijski intervali.

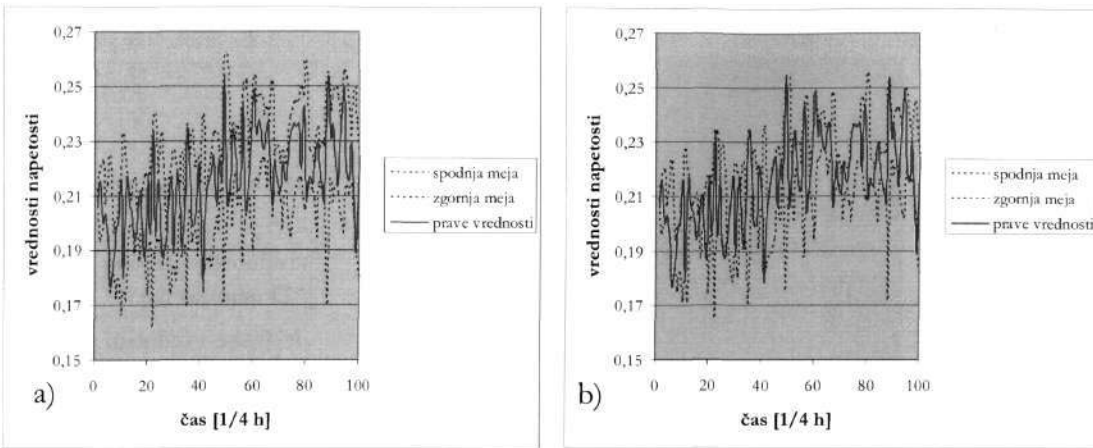
Najprej smo predikcijske intervale ovrednotili po navodilih algoritma za ocenjevanje predikcijskih intervalov (na strani 103) kot standardno napako povprečne napovedi. Ugotovili smo, da je ocena preozka, saj 20% pravih vrednosti leži izven predikcijskih intervalov (angl. *out of confidence*, *OOC*). Slika 7.18 b) kaže simulacijo napovedovanja na prvih stotih podatkih testne množice.

Odločili smo se, da bomo za vsako napovedano vrednost napako srednje napovedi modelov ocenili z maksimalno absolutno napako napovedi<sup>176</sup>. Ponovno smo izračunali predikcijske intervale napovedi in jih primerjali s pravimi vrednostmi. Simulacija je pokazala, da vse prave vrednosti ležijo znotraj intervalov (Slika 7.19 a)).

Skušali smo »zožiti« predikcijske intervale in še vedno »pokriti« vse prave vrednosti. Za oceno napake napovedi smo tokrat uporabili mero srednje absolutne napake *MAE* (stran 95). Simulacija napovedovanja prvih 100 testnih podatkov je ponovno pokazala, da vse prave vrednosti ležijo znotraj predvidenih predikcijskih intervalov.

<sup>176</sup> Maksimalno absolutno napako ocenimo za povprečno napoved *B*-tih prediktorjev z enačbo:

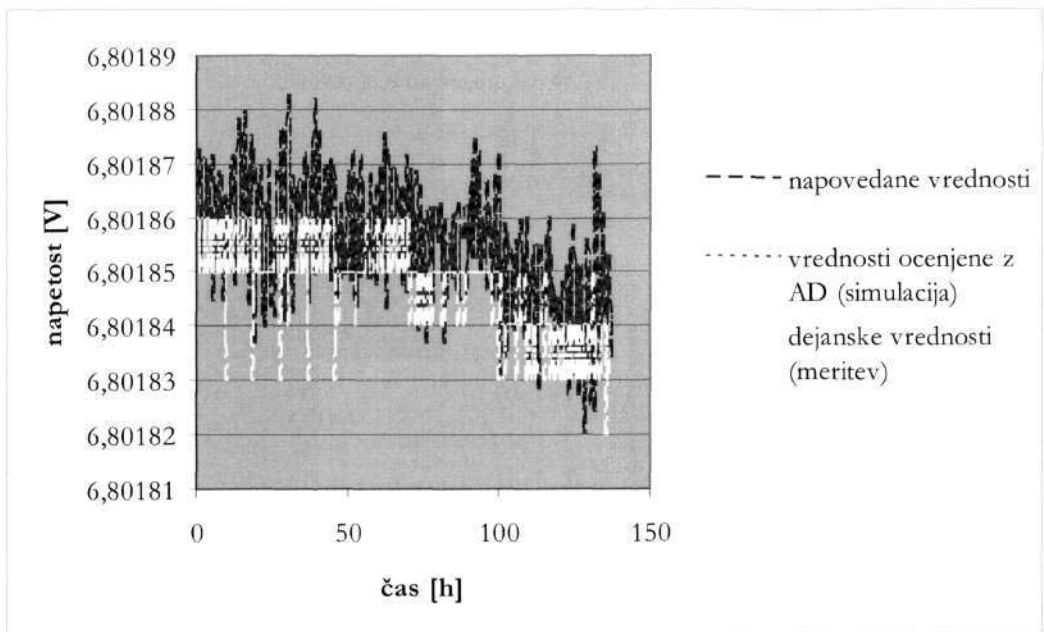
$$MAX_{i=1..B} |y(\mathbf{x}_i; \hat{\Theta}^{*b}) - y(\mathbf{x}_i; \cdot)|; y(\mathbf{x}_i; \cdot) = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B y(\mathbf{x}_i; \hat{\Theta}^{*b})$$



Slika 7.19: Validiranje predikcijskih intervalov pri napovedovanju testnih podatkov Ref A:  
 a) Srednje napovedi treh modelov in predikcijski intervali ocenjeni z maksimalno absolutno napako; b) Prave vrednosti in predikcijski intervali s srednjo absolutno napako.

V [135] smo preizkušali robustnost metode  $\epsilon$ -SVR oziroma njeno občutljivost na dodajanje šuma. Prediktivno smo modelirali časovno vrsto ZEN6. V testno množico smo dodali 1% umetno ustvarjenega šuma, ki ima Gaussovo porazdelitev, da bi simulirali zajemanje napetosti z AD pretvornikom. Izračunali smo MSE napako, ki bi jo naredili z ocenjevanjem izhodne napetosti samo z AD pretvornikom. Ocenjena MSE napaka simuliranega signala (brez napovedovanja) je  $MSE = 0,0049$ . Izračunali smo tudi MSE napako napovedanega signala (z uporabo modela za napovedovanje), ki smo ga zgradili s »kakovostnimi«<sup>177</sup> meritvami. Model je napovedoval z uporabo nekaj zadnjih ocenjenih vrednosti. Dobili smo  $MSE = 0,002$ . Po kriteriju MSE smo z uporabo prediktorja  $\epsilon$ -SVR za dvakrat izboljšali poznavanje trenutne vrednosti napetosti v primerjavi z ocenjevanjem napetosti brez predikcijskega modela (Slika 7.20). Ugotovili smo, da je metoda  $\epsilon$ -SVR robustna.

<sup>177</sup> Kakovostne meritve so pri nas meritve z instrumentom z zagotovljeno sledljivostjo, na primer HP 3458 .



Slika 7.20: Simulacija z dodajanjem šuma v časovni vrsti ZEN6. Napovedane vrednosti so bližje dejanskim v primerjavi z vrednostmi, ki jih pri simulaciji oceni AD (brez napovedovanja).

## POGLAVJE

### 8 ZAKLJUČKI

Poskusi z modeli črnih škatel na dvanajstih časovnih vrstah so potrdili, da za kratkoročno napovedovanje zadošča uporaba linearnih metod.

Metode smo razdelili na štiri skupine: regresijske, klasične statistične, nevronske mreže in metodo podpornih vektorjev. Iz vsake skupine smo izbrali najbolj uspešne predstavnike. Po kriteriju srednje kvadratne napake (MSE) smo primerjali performance izbranih metod na vseh dvanajstih časovnih vrstah. Testi so pokazali, da za kratkoročno napovedovanje ni signifikantnih razlik med prediktorji. Na primeru napovedovanja časovne vrste napetosti Ref A smo performance prediktorjev merili tudi s kriteriji srednje absolutne napake (MAE) in korelacijskim koeficientom (K). Prediktorji so ponovno pokazali izenačene performance z rahlo prednostjo večnivojskega perceptrona. V smislu hitrosti učenja imata prednost metoda podpornih vektorjev in lokalno utežena regresija.

Iz poskusov bi lahko sklepali, da ima za kratkoročno napovedovanje večji pomen postopek iskanja optimalnega prediktorja v skupini sorodnih prediktorjev kot izbira same metode. Kljub uporabi modelov na nivoju vhodno-izhodne preslikave je pomembno, koliko raziskovalec pozna uporabljeno orodje. Hkrati je potrebno poznavanje osnovnih lastnosti časovne vrste, ki jo modeliramo (stacionarnost, trend, avtokorelacijska funkcija, močnostni spekter in podobno). Le z obvladovanjem prostora parametrov, ki se neposredno nanašajo na model lahko poiščemo optimalni prediktor.

Uporabljene časovne vrste so različno napovedljive, in to ne glede na model, ki ga uporabimo za napovedovanje. Slika 7.16 na strani 196 kaže, da so stolpci, ki opisujejo MSE napako za posamezne domene, izenačeni po velikosti glede na prediktorje, vendar so zelo različni med seboj glede na domene. S stališča modelov za kratkoročno napovedovanje je najbolj

šumna časovna vrsta »slabe« diode ZEN3, medtem ko je najbolj napovedljiva časovna vrsta nelinearnega dinamičnega sistema LorZ. Med časovnimi vrstami enosmerne napetosti ugotavljamo, da sta najbolj napovedljivi časovni vrsti Ref A in ZEN6. Ref A ustvarja »staran« napetostni referenčni element tipa LTZ1000 v temperaturno stabilnem okolju. Časovno vrsto ZEN6 ustvarja, tudi v temperaturno stabilnem okolju, Zenerjeva dioda tipa LM329, ki ima med desetimi sorodnimi diodami najmanjši standardni odklon. Majhna MSE napaka pri napovedovanju napetosti na izhodu skupine zaporedno vezanih Zenerjevih diod je posledica slabe variabilnosti izrazito trendne časovne vrste, ki jo modeliramo (Slika 3.7 na strani 26 in Tabela 6.1 na strani 159) in ne uspešnosti modela (na primer korelacijski koeficient za najbolj uspešen model  $ARIMA(0,1,4)$  je 0,7).

Simulacija z dodajanjem šuma v časovni vrsti ZEN6 je pokazala, da z uporabo modela za napovedovanje dvakrat izboljšamo poznavanje trenutne napetosti v primerjavi z ocenjevanjem napetosti brez modela za napovedovanje (Slika 7.20 na strani 200). S tem potrjujemo smotrnost kratkoročnega napovedovanja na časovnih vrstah enosmerne napetosti tipa LM329.

Za kratkoročno napovedovanje so pri sledenju izhodne napetosti v meroslovnem smislu zelo pomembni predikcijski intervali. Predlagamo uporabo skupine sorodnih modelov (na primer  $\varepsilon - SVR$ ), ki smo jih dobili z učenjem na različnih delih časovne vrste. Skupina prediktorjev tvori model črne škatle. Točkovne napovedi predstavljajo povprečje napovedi skupine prediktorjev, medtem ko so predikcijski intervali ocenjeni z uporabo srednje absolutne napake modelov. Na takšen način dobljeni intervali omogočajo »varno« uporabo predikcijskih modelov na področju merilne tehnike oziroma napovedovanje znotraj predvidenih mej. Maksimalno širino predikcijskih intervalov uporabimo pri ocenjevanju negotovosti modela med delovanjem.

Posebno možnost uporabe modelov, ki so opremljeni s predikcijskimi intervali, vidimo pri zaznavanju nepravilnosti delovanja napetostnih elementov pri skupinskih napetostnih virih in sicer za izločanje elementa iz skupine. Recimo, da smo za vsak element posebej zgradili predikcijski model ali več modelov skupaj v obliki črne škatle. Črna škatla napoveduje trenutno vrednost. Pri izgradnji modelov smo uporabili meritve, ki smo jih dobili s kakovostnim inštrumentom z zagotovljeno sledljivostjo ali s kalibracijsko meritvijo. V času med umerjanji uporabljamo modele za kratkoročno napovedovanje, ki so opremljeni s predikcijskimi intervali. Modeli napovedujejo trenutne vrednosti na podlagi ocen, ki jih dobijo na svojih vhodih s pomočjo AD pretvornika ali poceni instrumenta. Za sledenje napetosti uporabljamo točkovne napovedi. Predikcijske intervale lahko uporabimo za ocenjevanje elementov v skupini za en korak nazaj. Če se zgodi, da bo ocenjena vrednost s strani AD pretvornika izven predikcijskih intervalov, ki se nanašajo na to napoved, sistem za sledenje napetosti lahko predlaga izločitev

elementa. Glede na to, da so modeli zgrajeni z dolgoročnimi meritvami, bi to lahko pomenilo, da je element začel »lesti prehitro« ali da se je z delovanjem tega elementa zgodilo nekaj, kar nismo mogli predvideti. To je zadostni razlog za izločitev.

Disertacija predstavlja študijo modelov za kratkoročno napovedovanje časovnih vrst z opisom možnosti uporabe le-teh na področju merilne tehnike za sledenje enosmerne napetosti na izhodu Zenerjevih diod.

## 8.1 Prispevki k znanosti

### 8.1.1 Prispevki na področju merilne tehnike

Z uporabo modelov za napovedovanje zgradimo merilni sistem, ki se z »opazovanjem« prilagodi okolju, je samostojen, oziroma z določeno točnostjo ocenjuje spreminjanje napetosti, ne da bi jo neposredno merili, celo fizično je lahko oddaljen od vira napetosti. Sistem za sledenje izhodne napetosti je transparenten oziroma omogoča vpogled v spreminjanje napetosti znotraj predvidenih mej (predikcijskih intervalov).

Modeli za dolgoročno napovedovanje enosmerne napetosti<sup>178</sup> [44], [63], [76], [99], [100], [196], ki so jih razvili raziskovalci svetovno znanih meroslovnih laboratorijev, kot je NIST-ov, Flukejev, ocenjujejo, »projektirajo« izhodne napetosti referenčnih virov med dvema zaporednima umerjanjema. Projektirane napetosti so ocenjene glede na Josephsonov etalon. Naši modeli za kratkoročno napovedovanje ocenjujejo vrednosti napetosti kot **relativne spremembe** napovedane vrednosti glede na nekaj zadnjih ocenjenih vrednosti<sup>179</sup>. Točkovne napovedi kratkoročnih modelov so bolj natančne. Njihovi predikcijski intervali so ozki in sledijo relativnim spremembam napetosti, odražajo negotovosti zaradi modela samega in zaradi sprememb v okolju obratovanja. Pri dolgoročnem napovedovanju so predikcijski intervali širši. Točno<sup>180</sup>

---

<sup>178</sup> Modele za dolgoročno napovedovanje smo opisali v poglavju OPIS VIROV ENOSMERNE NAPETOSTI na strani 13.

<sup>179</sup> V času delovanja sistema za sledenje enosmerne napetosti izhodno napetost ocenjujemo z AD pretvornikom ali s cenejšim merilnim instrumentom.

<sup>180</sup> Modeli za dolgoročno napovedovanje so zgrajeni z meritvami, ki so jih dobili s kakovostnimi etaloni, celo z Josephsonovim etalonom, ki ga ima v lasti Flukejev laboratorij.

ocenjujejo lezenje vira med umerjanjema z vsemi negotovostmi, ki povzročajo nestabilnost napetosti.

Modele za kratkoročno napovedovanje uporabljamo v kontekstu **merilnih negotovosti sistema**:

- Umeščamo in ocenjujemo negotovosti modela za napovedovanje med ostale negotovosti merilnega sistema.
  - Ocenjujemo negotovosti modela za napovedovanje med delovanjem kot negotovosti zaradi modela in negotovosti zaradi spremembe okolja obratovanja.
- Modele za kratkoročno napovedovanje bi lahko uporabili za diagnosticiranje **delovanja posameznih elementov** v skupinskih enosmernih napetostnih virih:
    - Za vsak element posebej zgradimo model ali skupino modelov za kratkoročno napovedovanje.
    - Modele umestimo v zanko, ki omogoča točkovno ocenjevanje spreminjanja izhodne napetosti. Točkovne napovedi opremimo s predikcijskimi intervali, ki jih pri sledenju napetosti uporabimo za korak nazaj. Če so ocene vrednosti izven predikcijskih intervalov lahko ukrepamo z izločanjem elementa iz skupine.

### 8.1.2 Prispevki na področju prediktivnega modeliranja časovnih vrst

Vpeljemo paradigmo **črnih škatel**, s katero poenoteno opišemo linearne regresijske, klasične statistične modele, nevronske mreže, metodo podpornih vektorjev in katerokoli drugo metodo, ki jo opazujemo na podlagi vhodno-izhodne preslikave. Metodologija modeliranja s črnimi škatlami omogoča **poenoteno parametrizacijo, izvajanje poskusov in primerjanje uspešnosti napovedovanja različnih metod** za kratkoročno napovedovanje. Izvajamo sistematično preiskovanje prostora parametrov ali **optimizacijo parametrov modela** med kandidati iz določenega strukturnega razreda<sup>181</sup>. S preiskovanjem prostora parametrov v širino izberemo tistega, ki doseže najmanjšo napako, kar v meroslovnem smislu pomeni, da izbiramo model, ki je najbolj točen. Najbolj uspešne modele izbiramo z ocenjevanjem napake napovedovanja na testnih podatkih. Za primerjanje prediktorjev, ki so enako uspešni po kriteriju srednje kvadratne napake, uporabljamo več mer uspešnosti (AIC, korelacijska dimenzija).

---

<sup>181</sup> Raziskovalčevo poznavanje orodja zagotavlja pravilno dimenzioniranje prostora parametrov, ki opišejo modele.



**Predikcijske intervale** določamo v kontekstu merilne tehnike kot **srednjo absolutno napako skupine prediktorjev**, ki smo jih zgradili z uporabo različnih segmentov učne množice.

Na področju modeliranja časovnih vrst napetosti je prvič uporabljen regresijski model podpornih vektorjev SVR.

## DODATEK

### A SPLOŠNO O POLPREVODNOSTI

V dodatku se ukvarjamo z opisovanjem fizikalnega pojava polprevodnosti. Najprej bomo opisali zgodovinsko osnovo za razvoj modela za razumevanje lastnosti prevodnosti materialov, ki ne sodi med modele klasične fizike. Preko fizikalne teorije trde snovi bomo prišli do definicije polprevodnikov ter do opisa polprevodnosti z energetskega stališča. Polprevodniški napravi, tranzistor in dioda, sta osnovna sestavina pri izgradnji računalnikov ter vseh digitalnih instrumentov. S posebnim poudarkom se ukvarjamo z diodami.

Polprevodniški elementi, ki jih uporabljamo pri ustvarjanju signalov enosmerne napetosti so Zenerjeve diode. V tem podglavju bomo opisali, kaj v fizikalnem smislu pomeni prevodnost. Začeli bomo z opisom, kako pridemo do klasifikacije materialov na prevodnike, polprevodnike in izolatorje.

#### A.1 Fizikalne osnove prevodnosti

Če baterijo zaporedno povežemo z ampermetrom ter določenim materialom (bakrom, silikonom, steklom...), bo odklon ampermetra potrdil prisotnost pretoka nabitih delcev (električni tok) skozi vezje. To pomeni, da je prisoten padec električnega potenciala skozi material, ki ga opazujemo. Električno upornost, oziroma prevodnost, ki so električne lastnosti materialov, ni možno opisati z modeli klasične fizike. Prvi resnejši poskus za razumevanje lastnosti prevodnosti materialov je bil model klasične teorije prostih elektronov (angl. *classical free electron model*, CFE) skozi trde snovi [61], ki je slonel na predpostavki, da je kovina, trda snov, zaporedje ionov, med katerimi se gibljejo prosti elektroni, valentni elektroni, ki so nosilci električne prevodnosti. Model prostih elektronov je opisal Ohmov zakon, žal pa ni opisal električne in toplotne prevodnosti trdih materialov (snovi). Pozneje je bil razširjen na kvantno mehanični model prostih elektronov (angl. *quantum-mechanical free electron model*, QMFE), ki je upošteval kvantno naravo elektronov<sup>182</sup> in elektrone obravnaval v skladu s Paulijevim principom izključitve<sup>183</sup>. Temperaturno odvisnost prevodnosti so pojasnili šele z upoštevanjem dvojne narave elektronov, ki so hkrati delci in valovi. Žal pa oba modela nista odgovorila na vprašanje, zakaj imajo različni tipi materialov zelo različne karakteristike prevodnosti. S tem se ukvarja pasovna teorija trdih snovi.

---

<sup>182</sup> Energetski spekter elektronskega plina je kvanten.

<sup>183</sup> Ni dveh elektronov, ki bi imela isti kvantni številki.

## A.2 Pasovna teorija trdih snovi

Kemični elementi kristalizirajo in tvorijo trde snovi, ki so lahko dobri prevodniki, izolatorji ali pa polprevodniki, katerih električne lastnosti se spreminjajo s temperaturo. Električna upornost različnih materialov se lahko spreminja od  $\rho \sim 10^{-8} \Omega$  za dobre prevodnike do  $\rho \sim 10^{22} \Omega$  za dobre izolatorje. Razlike med tema dvema skupinama lahko razumemo z upoštevanjem interakcije med elektroni s pozitivno rešetko ionov. Kvantni model prostih elektronov predpostavlja enakomerno porazdelitev potencialne energije znotraj rešetke ionov. Bolj realna je periodična porazdelitev, saj se ioni razporejajo v pravilno rešetko s kristalizacijo. Če upoštevamo interakcijo elektronov z rešetko ionov, pridemo do naslednjih lastnosti elektronov v trdih snovi:

Kvantno mehanični model prostih elektronov opisuje zaporedje stanj diskretnih energij, ki ju loči  $10^{-15}$  eV, od približno 0 do Fermijevega nivoja<sup>184</sup> potencialne energije (Fermijeva energija  $E_F$ ). Zaporedje stanj diskretnih energij predstavlja kvazi-zvezen pas energij. V skladu z modelom kvantne energije je neskončno veliko stanj nezasedenih energetskih stanj nad Fermijevim nivojem. Če upoštevamo interakcijo elektronov z ioni, pridemo do zaključka, da je ta pas omejen. Če je le-ta prost, potem elektrone lahko razburimo in lahko preidejo v višja energetska stanja, pri tem pa prispevajo k toplotni in električni prevodnosti. Če je ta pas izpolnjen, oziroma ni prostih energetskih stanj, potem elektronov ni mogoče razburiti. Pasovna teorija trdih snovi opisuje razlike med izolatorji in prevodniki.

Če pripeljemo zunanji električni ali magnetni vir, elektroni pridobijo efektivno maso  $m^*$ , ki je lahko večja ali manjša od mase prostega elektrona ali celo negativna, oziroma različna od dejanske mase.

Pri polprevodnikih, pri absolutni ničli, je valentni pas elektronov popolnoma zaseden, medtem ko je prevodni pas popolnoma prost. V tem primeru se polprevodnik obnaša kot idealen izolator. S povečevanjem temperature določeni elektroni<sup>185</sup> iz valentnega pasu sprejmejo zadosti toplotne energije in preidejo v prevodni pas. Prosta mesta v valentnem pasu se imenujejo vrzeli. Sosedni elektroni z valentnega pasu lahko zapolnijo izpraznjeno pozicijo, kar ustreza gibanju pozitivnih nabojev.

## A.3 Polprevodniki

Uporaba polprevodniških tehnologij se je razširila okoli leta 1950 zaradi njihove uporabe v računalništvu. Leta 1930 je A. H. Willson razvil osnovni model polprevodnika. Razlog za tehnološko revolucijo, ki je sledila, je odkrivanje metodologij za pripravo vzorcev silicija (Si) in germanija (Ge) s koncentracijo nečistosti od 1 do 1010. Take nečistosti je pri drugih trdih snoveh težko doseči.

### A.3.1 Pravi polprevodniki

Pri pravih polprevodnikih (angl. *intrinsic semiconductors*) je koncentracija nečistosti tako nizka, da ne vpliva na električne lastnosti snovi. Le-te so določene samo s pasovnimi lastnostmi snovi.

Polprevodnik je trda snov, ki ima pri temperaturi  $T=0$  K valentni pas popolnoma zaseden z elektroni in ki ga od praznega prevodnega pasu loči prepovedan energetski prepad  $E_g$ . Pri določeni temperaturi se majhno število elektronov toplotno vzburi in preko prepovedanega energetskega prepada preide v prevodni pas. Le-tisti elektroni ter vrzeli, ki jih puščajo v valenčnem pasu in jih lahko pospešimo z zunanjim električnim poljem, imajo merljive prevodne lastnosti. Natančneje, najbolj pomemben dejavnik pri določanju prevodnih lastnosti polprevodnikov je število elektronov na enoto prostornine, ki preidejo v prevodni pas pri podani temperaturi  $T$ . Število elektronov v prevodnem pasu dobimo tako, da

<sup>184</sup> Fermijeva energija je najvišji zapolnjen energetski nivo pri absolutni ničli. ( $T=0$ ).

<sup>185</sup> Elektroni na vrhu valentnega pasu imajo negativno efektivno maso.

zmnožimo gostoto določenih stanj v vsakem zaporednem energetskem intervalu z verjetnostjo, da bo le-ta zaseden ter integriramo po dolžini prevodnega pasu. Natančnejši postopek izračuna števila elektronov na enoto prostornine v prevodnem pasu je opisan v [70]. Gostota prevodnih elektronov je v diamantu za 44 redov velikosti manjša od gostote prevodnih elektronov pri silikonu (Si). Pri sobni temperaturi ( $T=300\text{K}$ ), je gostota elektronov pri Si  $10^{15}$  na  $\text{m}^3$ . V skladu s pasovno teorijo trdnih snovi (opis 3. lastnosti) je gostota vrzeli, ki se obnašajo kot pozitivni naboji, v valentnem pasu enaka gostoti prostih elektronov v prevodnem pasu. Temperatura ter notranje lastnosti, kot sta efektivni masi  $m_e^*$ ,  $m_h^*$ , ter širina energetskega prepada  $E_g$ , določajo lastnosti polprevodnika. Fermijeva energija  $E_F$  za  $T=0$  je  $E_g/2$ . Celo za  $T>0$   $E_F \approx E_g/2$ . Pri polprevodnikih vemo, da potrebuje elektron, ki zapuša vrh valentnega pasu energijo  $E_g$ . Za seboj pušča vrzel. Če na proces gledamo kot na proces dveh osnovnih delcev, potem vsaka vrzel (implicitno elektron) potrebuje  $E_g/2$  za premostitev energetskega prepada.

### A.3.2 Nepravi polprevodniki

Z dodajanjem določenih elementov se prevodne lastnosti polprevodnikov povečujejo. Elementi, ki se uporabljajo za dodajanje so: fosfor, arzen, antimon, ki sodijo v V skupino elementov Periodičnega sistema, ter aluminij, bron, galium ipd., ki so elementi III skupine. Atomi dodatka se vežejo na rešetko polprevodnika. Na primer, z dodajanjem fosforja silikonu ostane elektron, ki ni premočno vezan na jedro (nukleus). Pri absolutni ničli je potrebnih  $\approx 10^{-2}$  eV za njegovo ionizacijo. Pri višjih temperaturah ta elektron še lažje pride v prevodni pas, ker pa ga »dotira« (»podari«) dodani element, se imenuje donorski elektron in ne »odpira« vrzeli s svojim prehodom v prevodni pas. V tem primeru, ko je v polprevodniku več negativnih delcev, govorimo o polprevodnosti tipa  $n$ . Element, ki ga dodamo je donor.

Če silikonu dodamo element iz III skupine, dobimo vrzel v štirivalentni rešetki. S povečevanjem temperature se vrzel lahko premika po kristalni strukturi rešetke. Element, ki ga dodamo je akceptor. Tip polprevodnika, ki vsebuje več pozitivnih delcev je  $p$ .

Pri polprevodnikih tipa  $n$  je Fermijeva energija  $E_F$  na polovici med donorjevo energijo  $E_D$  in vrhom prevodnega pasu  $E_g$ . S povečevanjem temperature  $E_F$  se približuje vrednosti, ki velja za čiste polprevodnike. Prehod v prevodnost se pojavi pri večji temperaturi ob določeni koncentraciji »nečistosti« oziroma dodatka. V tem primeru elektroni iz valenčnega pasu igrajo pomembnejšo vlogo od elektronov dodatka in se polprevodnik začne obnašati kot pravi polprevodnik.

Pri polprevodnikih tipa  $p$  je akceptorska energija  $E_A$  blizu valenčnega pasu. Pri nizkih temperaturah dodatek sprejme elektrone iz valenčnega pasu ter s tem onemogoči prenašanje vrzeli. Pri višjih temperaturah prevodni pas prevzame glavno vlogo pri prevodnosti. Polprevodnik se obnaša kot pravi polprevodnik.

Pri polprevodnikih tipa  $n$  so elektroni večinski nosilci prevodnosti, vrzeli pa manjšinski, medtem ko je pri polprevodnikih tipa  $p$  situacija obrnjena.

Premikanje elektrine ali nabojev v polprevodnikih je moteno zaradi lezenja zaradi električnega polja, difuzije termalno vzbujenih nabojev iz področja z visoko koncentracijo proti področju z nižjo koncentracijo ter z ustvarjanjem in rekombinacijo parov elektron-vrzel [70].

#### A.3.2.1 Lezenje

Električna prevodnost  $\sigma$  pri polprevodnikih je močno odvisna od temperature. Medtem ko je pri prevodnikih  $\sigma \propto 1/T$ , pri pravih polprevodnikih prevodnost narašča eksponentno s temperaturo:

$$\sigma = \sigma_0 \exp(-\alpha/T) \quad \text{Enačba (A.1)}$$

kjer je  $\alpha$  konstanta. V primeru nečistega polprevodnika je odvisnost tudi eksponentna, in sicer tako, da je pri višjih temperaturah prevodnost podobna prevodnosti pravih polprevodnikov. Pri nižjih temperaturah, na primer pri polprevodniku tipa  $n$  so nosilci prevodnosti elektroni iz dodatka. Če je bila pri višjih temperaturah odvisnost  $\ln(\sigma)$  skozi  $1/T$  skoraj navpična črta, je pri nižjih temperaturah ta odvisnost linearna [70].

### A.3.2.2 Difuzija

Elektroni in vrzeli se gibljejo okoli naključno z neko povprečno temperaturno hitrostjo. Če je prisoten koncentracijski gradient, potem je prisotno mrežno gibanje nosilcev proti področju z nižjo koncentracijo nosilcev, ki ga imenujemo difuzija, sam pojav je zelo podoben gibanju nabojev ob prisotnosti temperaturnih gradientov. Difuzijska razdalja, oziroma razdalja, ki doseže difuzijski delec v določenem času, je pomemben parameter polprevodnika, ki opiše ne samo gibanje nosilcev elektrine, ampak tudi gibanje atomov pri visokih temperaturah. Pri proizvodnji polprevodnikov atomi dodatka poskakujejo v rešetki polprevodnika. Dimenzije dodanih področji so določene z difuzijsko dolžino atomov dodane snovi [70].

### A.3.2.3 Ustvarjanje in rekombinacija

Ustvarjanje (kreiranje) in rekombinacija (izginotje) parov elektron-vrzel v ekvilibrijskem stanju mora biti usklajeno, oziroma mora biti njihova koncentracija čim bolj uravnotežena. Rekombinacijski življenjski čas je čas, v katerem presežni nosilci naboja izginejo. Polprevodniki včasih preidejo v zančno stanje, v katerem se stopnjuje ustvarjanje in rekombinacija parov, presegajoč nizke energijske zapreke. Te situacije se pojavljajo zaradi onesnaženosti polprevodnikov ali zaradi napak na sami rešetki, kar se posebej kaže na površini polprevodnikov. V silikonskih integriranih vezjih se ta problem rešuje z oksidacijo silikonske površine [70].

## A.4 Polprevodnost – energetska stališča

Prevajanje pri polprevodnikih lahko opišemo z energetskega stališča. Med različno naelektrenimi plastmi nastane potencialna razlika  $V_c$ ,  $n$  postane pozitivno naelektren,  $p$  pa negativno. Ko naboj  $q$  pripeljemo v potencialno točko  $V$ , je potencialna energija naboja  $E_c = qV$ . Elektroni iz  $n$  področja imajo potencialno energijo  $E_p = -|e|V_c$ , medtem ko je potencialna energija  $p$  področja  $E_p = 0$ . S stikom (spojem) se potencialna energija premakne in se pojavlja s strani  $n$  področja, kot potencialna energija vrzeli  $E_p = |e|V_c$ . Ta energija predstavlja potencialno zapreko za nadaljnje prehode nosilcev nabojev skozi spoj. S tem je zadoščeno zahtevi, da je Fermijev nivo enak na obeh straneh spoja, kar pa definira kontaktni potencial  $E_F$ : premik energije med pasovi mora biti enak razliki dveh Fermijevih nivojev pred spojem:

$$|e|V_c = E_{F_n} - E_{F_p} \quad \text{Enačba (A.2)}$$

kjer sta  $E_{F_n}$  in  $E_{F_p}$  Fermijeva nivoja za  $n$  in  $p$  področji,  $V_c$ <sup>186</sup> je kontaktni potencial.

V  $p$ - $n$  spoju obstaja dinamično ravnovesje med tokovi elektronov in vrzeli, ki sta si nasprotna tako, da je omrežni tok ničeln. Koncentracija elektronov  $N_c$  pri sobni temperaturi je v polprevodniku tipa  $p$  par-krat manjša kot v polprevodniku tipa  $n$ , saj je  $E_g - E_F$  veliko večja za  $p$  tip kot za  $n$  tip. Elektroni (manjšinski nosilci naboja) se pretakajo iz prevodnega pasu polprevodnika tipa  $p$  proti polprevodniku tipa  $n$ . Tok  $i(p \rightarrow n)$  je proporcionalen celotnemu številu elektronov na strani:

$$i(p \rightarrow n) = A \exp\left(\frac{-(E_g - E_F)}{K_B T}\right) \quad \text{Enačba (A.3)}$$

$A$  je proporcionalna konstanta.

Na strani  $n$  so večinski nosilci naboja elektroni, ki so v prevodnem pasu. Le tisti elektroni, ki imajo energijo enako ali večjo energiji zapreke  $|e|V_c$  preidejo skozi spoj. Tok elektronov skozi spoj je proporcionalen številu elektronov, ki imajo energijo večjo od  $|e|V_c$ .

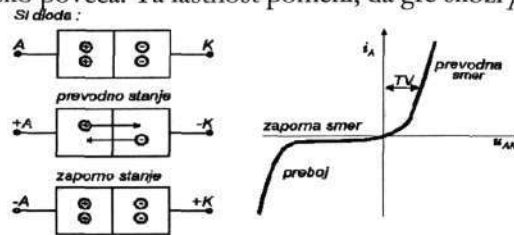
$$i(n \rightarrow p) = AN_e f(E \geq |e|V_c) \quad \text{Enačba (A.4)}$$

<sup>186</sup> Za silicijevo diodo je  $V_c$  pri sobni temperaturi med 0,6 in 0,8 V.

$N_e$  je število elektronov v prevodnem pasu polprevodnika  $n$  in  $f(E \geq |e|V_C)$  je njihov delež, ki imajo energijo večjo od zapreke  $E \geq |e|V_C$ . Pri sistemih z Maxwell-Bolzmanovo porazdelitvijo delež elektronov, ki imajo višjo energijo od določene lahko aproksimiramo z Bolzmanovim faktorjem  $\exp(-E_i/(k_B T))$ , kar potrjuje predpostavko, da je omrežni tok ničeln:

$$i(n \rightarrow p) = i(p \rightarrow n) \quad \text{Enačba (A.5)}$$

Tok  $p \rightarrow n$ , kjer so elektroni manjšinski naboji, ni vzburjen z višino potencialne zapreke, saj ko jo elektron enkrat najde v prevodnem pasu, ni omejitvev v  $p$  ali  $n$  smereh. Če opazujemo tok iz  $n \rightarrow p$ , kjer so večinski nosilci elektroni, je negativno eksponentno odvisen od višine zapreke. Če se le ta zmanjša, se pretok elektronov skozi zapreko poveča. Ta lastnost pomeni, da gre skozi  $p$ - $n$  spoj tok le v eno smer.



Slika A.1: Preprost model polprevodniške diode (vir slike [192]).

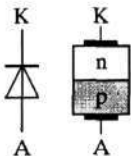
#### A.4.1 Dinamika v polprevodnikih povzročena s trki ionizacijskih plazov

Kompleksne disipativne strukture in turbulence, ki se kažejo v nitkastih polprevodniških tokovih, so pogosto predmet numeričnega modeliranja fizikov, ki se ukvarjajo s kvantno mehaniko. Turbulence elektronov pod periodično vodenim režimom (izmenično polje), ki jih opisujejo z modelom trka ionizacijske lave, kažejo vzorec bufurkacij oziroma determinističnega kaosa in predstavljajo zelo kompleksno nelinearno dinamiko. Bifurkacija tipa podvojevanja periode toka skozi polprevodnik je vidna. Tvorijo se prostorsko-časovni vzorci pod vplivom prečnega polja. Časovno prostorske bifurkacije na nivoju polprevodnikov so težko merljive zaradi občutljivosti tokovnih nitk na elektronski ali laserski žarek, ki ga proizvajajo med meritvijo merilni inštrumenti.

Upamo, da bo z razvojem merilne tehnike omogočeno merjenje prostorsko-časovnih bifurkacij znotraj polprevodnikov. S tem bo znanstveno pojasnjen tudi velik del nelinearne dinamike, ki se kaže tudi na nivojih izhodne napetosti, ki je predmet modeliranja v disertaciji.

#### A.5 Polprevodniške naprave

Polprevodniki tipa  $n$  in tipa  $p$  se uporabljajo v polprevodniških napravah, kot sta tranzistor in dioda, ki sta osnovna sestavina pri izgradnji računalnikov ter vseh digitalnih instrumentov. Ukvarjali se bomo z lastnostmi diod, saj jih uporabljamo kot napetostne vire. Ko se dve različni kovini stikata, elektroni iz ene kovine prehajajo v drugo. Najmanjšo kinetično energijo, ki »drži« elektrone ene kovine imenujemo delovno funkcijo  $\Phi$  kovine. Če se dve kovini z različnimi delovnimi funkcijami stikata ( $\Phi_1 < \Phi_2$ ), bodo elektroni blizu Fermijevega nivoja prve kovine imeli višjo energijo kot elektroni druge kovine, kar bo povzročilo pretok elektronov iz prve v drugo kovino. Prva kovina bo pozitivno nabita, druga pa negativno. Pojavila se bo potencialna razlika na samem spoju med kovinama. Pomembna predpostavka, ki velja tako za prevodnike kot za polprevodnike je, da so Fermijevi nivoji prevodnih snovi enaki. Prav vzdrževanje ekvilibrijskega pogoja, ki ga lahko spremenimo z dovajanjem zunanje energije, je osnovna funkcija diod.



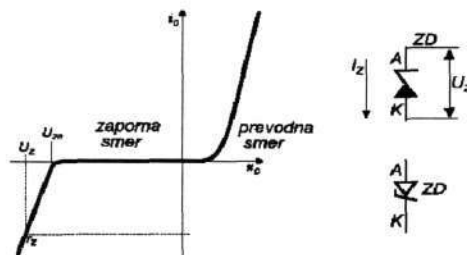
### A.5.1 Polprevodniška dioda

Najenostavnejša polprevodniška naprava je  $p$ - $n$  spoj ali polprevodniška dioda, ki prevaja električni tok v samo eno smer. Preden pride do stika, polprevodnik tipa  $n$  vsebuje proste elektrone<sup>187</sup>. Nosilci naboja se nevtralizirajo v prostoru s pomočjo pozitivnih donorskih ionov. Podobno v polprevodniku tipa  $p$  obstaja veliko mobilnih vrzeli, ki se nevtralizirajo s prostorskimi negativnimi akceptorskimi ioni. Ko staknemo polprevodnika, pride do prehoda elektronov polprevodnika tipa  $n$  v  $p$  področje, oziroma vrzeli iz področja  $p$  prehajajo v področje  $n$  in se rekombinirajo z elektroni s prevodnega pasu. Istočasno neokretni donorski ioni na strani  $n$  ter akceptorski ioni na strani  $p$  postanejo nosilci naboja tako, da sedaj področje  $n$  postane pozitivno ter področje  $p$  negativno. Oblikuje se notranje električno polje, ki preprečuje nadaljnjo prelivanje nosilcev nabojev. Prevajanje v energetskem smislu smo natančneje opisali v prejšnjem podpoglavju.

Dioda, kot polprevodniška naprava, je sestavljena iz  $p$ - $n$  spoja polprevodnika in dveh priključkov: ANODA (na  $p$ -tip) in KATODE (na  $n$ -tip).

Skozi diodo pripeljemo zunanji vir napetosti  $V_0$  oziroma priključimo vir napetosti na dva možna načina: v prevodno in zaporno smer. Če  $p$  in  $n$  dotirana polprevodnika primerno spojimo, dobimo na meji  $p$ - $n$  spoj.  $n$  polprevodnik je katoda in  $p$  polprevodnik anoda polprevodniške diode. Slika A.1 prikazuje tri možna stanja  $p$ - $n$  spoja.

Kot smo že povedali, ko med anodo in katodo ni zunanje napetosti, nastopi na mejnem  $p$ - $n$  spoju difuzija elektronov v  $p$  področje in difuzija vrzeli v  $n$  področje, dokler ne pride do ravnotežja med elektroni in vrzeli, kot je opisano v tekočem poglavju. Mejno področje nima več nosilcev elektrine in je dober izolator.  $P$ - $n$  spoj tvori zaporno plast. To področje imenujemo tudi področje prostorskega naboja. Pojav si razlagamo takole: ko  $p$  in  $n$  polprevodnika staknemo, nastopi izenačevalni proces. Oba  $p$  in  $n$  polprevodnika predstavljata rezervoar nosilcev elektrine, ki v sosednjem področju manjka. Nosilci elektrine, ki so odpotovali v sosednje področje so pustili za sabo praznino, ki povzroča električno polje. To polje je tako usmerjeno, da nasprotuje izenačevanju. Ko dosežeta difuzija nosilcev elektrine in električno polje, ki difuziji nasprotuje, ravnotežje, je proces ustvarjanja zaporne plasti in prostorskega naboja ustavljen. Zunanja električna napetost med anodo in katodo ojači oziroma oslabi zaporno plast, odvisno od polaritete napetosti. Če zaporno napetost večamo, teče v zaporni smeri le zelo majhen tok od  $10^{-6}$  do  $10^{-12}$  A. Pri prebojni napetosti nastopi kritična električna poljska jakost v zaporni plasti, do  $10^7$  V/m, zaradi katere pride do množičnega trganja valenčnih vezi, in s tem do velike koncentracije nosilcev elektrine. Pojav imenujemo lavinski ali plazoviti preboj na  $p$ - $n$  spoju električne diode, ki jo največkrat tudi uniči.



Slika A.2: Zenerjeva dioda: levo  $u/i$  odvisnost in desno uporabljana simbola (vir slike [192]).

### A.5.2 Zenerjeva dioda

Podobne električne lastnosti kot polprevodniška ima tudi Zenerjeva dioda, le da je preboj pri tej diodi dovoljen in pogosto uporabljan, prebojna napetost pa je izredno stabilna, ponovljiva in najpomembnejša lastnost diode, ki se uporablja.

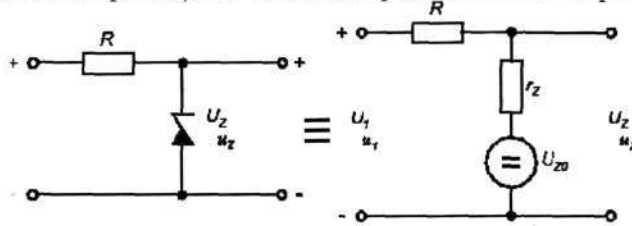
Prehod iz zapiranja v zaporni smeri v prevajanje v zaporni smeri pri Zenerjevi napetosti, ki je hkrati največja zaporna napetost, je oster. Tukaj nastopa lavinski preboj. Zenerjeva dioda je grajena na izredno čistem silicijevem monokristalu.  $P$ - $n$  spoj ima zato izredno homogene električne lastnosti po vsej površini in preboj nastopi homogeno po vsem  $p$ - $n$  spoju hkrati. Ker se sproščena energija sprosti

<sup>187</sup> Elektroni so v prevodnem pasu. Prispeva jih donor.

enakomerno po vsej površini, je tudi porast temperature na  $p-n$  spoju neznamen in preboj ne povzroči nevarnosti uničenja.

Slika A.2, leva stran, prikazuje  $u_D/i_D$  odvisnost Zenerjeve diode. Na desni strani sta podana simbola. Napetostno tokovna odvisnost v prevodni smeri je enaka kot pri navadni polprevodniški diodi. V zaporni smeri pa imamo Zenerjevo napetost  $U_Z$ , Zenerjev tok  $I_Z$  in Zenerjevo notranjo upornost  $r_z$ , ki so hkrati tudi pomembni parametri Zenerjeve diode. Pri Zenerjevem toku reda mA so lahko Zenerjeve napetosti v območju od 4 V do 200 V z notranjo upornostjo od nekoliko  $m\Omega$  do več deset  $\Omega$  pri diodah z višjimi napetostmi.

Stabilnost in ponovljivost Zenerjeve napetosti, ki je hkrati le malo odvisna od drugih fizikalnih parametrov, ki jim je podvržena, uporabljamo v realnih napetostnih virih - napetostnih referencah.



Slika A.3: Referenčni vir, izveden z Zenerjevo diodo, levo, in električno nadomestno vezje, desno (vir slike [192]).

Slika A.3 predstavlja izvedbo referenčnega vira z Zenerjevo diodo na levi ter nadomestno vezje na desni. Nadomestno vezje je prikazano idealizirano, kot da sta Zenerjeva kolenska napetost  $U_z$  in notranja upornost konstantni, kar ne ustreza popolnoma dejanskemu stanju, za analizo pa nam tak model ustreza. Grafično analizo lahko izvedemo s pomočjo  $u_z/i_z$  odvisnosti, kot prikazuje Slika A.5.

Napajalna napetost  $U_1$  naj menja svojo vrednost za  $\Delta u_1$ . Zanima nas, kolikšna bo sprememba referenčne napetosti  $\Delta u_z$  oziroma kolikokrat bolj stabilna bo referenčna napetost od napajalne. V ta namen definirajmo stabilnost in faktor stabilizacije  $S_{u_1 u_z}$  po enačbah:

$$\sigma_{u_1} = \frac{U_1}{\Delta u_1} \quad \text{in} \quad \sigma_{u_z} = \frac{U_z}{\Delta u_z}$$

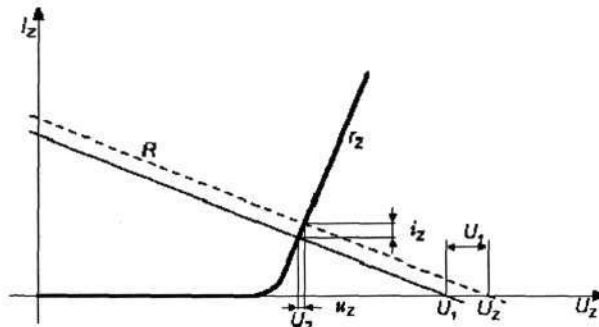
$$S_{u_1 u_z} = \frac{\sigma_{u_z}}{\sigma_{u_1}} = \frac{\Delta u_1 U_z}{\Delta u_z U_1} \quad \text{Enačba (A.6)}$$

Če je v delovnem področju Zenerjeve diode upornost znana - dobimo jo lahko iz kataloga, diagrama ali pa jo izmerimo - lahko faktor stabilizacije izrazimo z njeno pomočjo po enačbah:

$$\Delta u_z = \Delta u_1 \frac{r_z}{R + r_z}$$

$$\sigma_{u_z} = \frac{U_z}{\Delta u_1 r_z} (R + r_z)$$

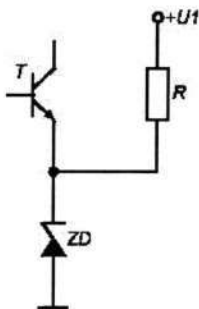
$$S_{u_1 u_z} = \frac{R + r_z}{r_z} \frac{U_z}{U_1} \approx \frac{R}{r_z} \frac{U_z}{U_1} \quad \text{Enačba (A.7)}$$



Slika A.4: Analiza stabilnosti razmer (vir slike [192]).



Vežja so realizirana tako, da je  $R \approx r_z$  in zato je faktor stabilizacije  $S_{U,U_z} \approx 1$ . Za zadovoljivo delovanje izberemo napajalno napetost  $U_1 \approx U_z$ . Opisani primer izvora referenčne napetosti ni precizijski, ker sta tako Zenerjeva napetost kot Zenerjeva upornost temperaturno odvisni. Precizijski vir referenčne napetosti izdelamo s temperaturno kompenziranim Zenerjevim referenčnim elementom, kot bomo v nadaljevanju prikazali.

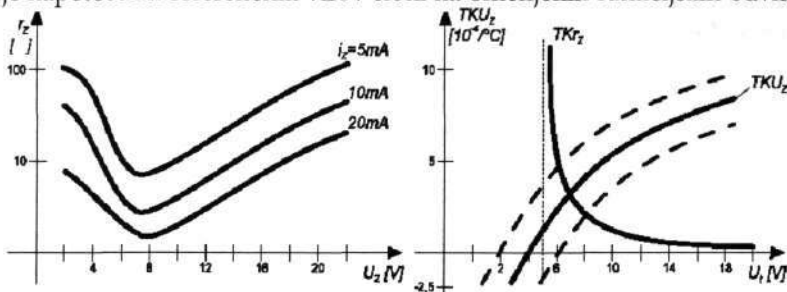


Slika A.5: Napetostni stabilizator z Zenerjevo diodo (vir slike [192]).

Slika A.5 predstavlja primer uporabe Zenerjeve diode. Primer predstavlja **napetostni stabilizator** oziroma **napetostni referenčni element**, ker se temperaturna odvisnost kolenske napetosti tranzistorjeve diode baza-emitor in temperaturna odvisnost Zenerjeve napetosti pri ugodni izbiri elementov med seboj kompenzirata. Referenčna napetost je vsota napetosti Zenerjeve diode in napetosti emitorske diode v tranzistorju.

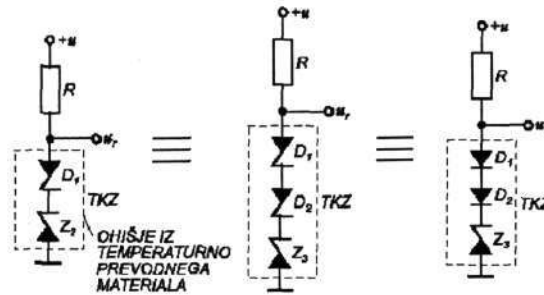
### A.5.3 Napetostni referenčni elementi tipa Zener

V regulacijah, krmiljenju, avtomatiki in precizijskih merilnih sistemih pogosto potrebujemo izredno stabilne referenčne napetosti oziroma referenčne vire, s stabilnostjo do  $10^{-6}$ , ki s svojo stabilnostjo neposredno vplivajo na preciznost regulacije. Zenerjeva dioda zaradi temperaturne odvisnosti Zenerjeve napetosti in Zenerjeve upornosti in zaradi odvisnosti od drugih fizikalnih veličin takim zahtevam ne ustreza. Izdelovanje napetostnih referenčnih virov sloni na omenjenih funkcijskih odvisnosti.



Slika A.6: Funkcijske odvisnosti parametrov Zenerjevih diod (vir slike [192]).

Slika A.6 desno prikazuje temperaturna koeficienta Zenerjeve napetosti  $TKU_z$  in Zenerjeve upornosti  $TKr_z$  za Zenerjeve diode različnih napetosti. Vrednost Zenerjeve upornosti je odvisna od Zenerjevega toka in Zenerjeve napetosti. Temperaturni koeficient Zenerjeve napetosti  $TKU_z$  ima pri majhnih Zenerjevih napetostih negativno vrednost. Med 5 in 6 V-nimi zavzame vrednost  $0 / ^\circ\text{C}$ , nato pa narašča z večanjem napetosti v pozitivno smer. Kot lahko razberemo iz desnega diagrama, je moč med diodami najti tudi takšne, ki imajo  $TKU_z = 0 / ^\circ\text{C}$ , kar pomeni, da sprememba temperature ne vpliva na Zenerjeve napetost. Žal pa lahko iz istega diagrama razberemo, da ima pri teh vrednostih temperaturni koeficient  $TKr_z$  izredno veliko pozitivno vrednost in ima hkrati tudi Zenerjeva upornost veliko vrednost (razvidno iz levega diagrama), kar v izvedbi referenčnega vira prav tako vpliva na končno stabilnost napetosti. Zenerjeve diode s  $TKU_z = 0 / ^\circ\text{C}$  so bolj kakovostne od drugih, ki tega pogoja ne izpolnjujejo, ne sodijo pa med precizijske, saj dosežemo z njimi napetostne stabilnosti le med  $10^{-3}$  do  $10^{-4}$ . Za izdelavo preciznih referenčnih virov tipa Zener bo treba poiskati drugo pot.



Slika A.7: Temperaturno kompenzirani Zenerjevi referenčni elementi (vir slike [192]).

Zenerjeva dioda ima v prevodni smeri enak potencialni prag - kolensko napetost kot navadna polprevodniška dioda  $U_D \approx 0,5V$ , ki ima negativni temperaturni koeficient  $TKU_D \approx -3mV/^{\circ}C$ . Če izberemo Zenerjevo diodo iz področja, ki imajo le-te pozitivni  $TKU_Z$ , lahko to odvisnost kompenziramo z negativnim temperaturnim koeficientom kolenske napetosti. Zaporedno z Zenerjevo diodo vežemo eno ali več izbranih Zenerjevih diod, polariziranih v prevodni smeri, kot kaže Slika A.7 Na ta način izdelamo precizijske **temperaturno kompenzirane Zenerjeve referenčne elemente**. Za manj zahtevne referenčne vire izberemo Zenerjevo diodo z napetostjo okrog 6 V in jo zaporedno vežemo z drugo, ki je polarizirana v prevodni smeri. Če tako kombinacijo izdelamo brez predhodne izbire po temperaturnih koeficientih, dobimo referenčne elemente, s katerimi gradimo referenčne vire s stabilnostjo  $10^{-4}$  do  $5 \cdot 10^{-4}$ . Izbrana kombinacija Zenerjeve diode in druge polarizirane v prevodni smeri lahko da referenčno napetost 6 do 6,5 V s stabilnostjo do  $10^{-5}$ . V teh primerih je možno napetostni temperaturni koeficient v veliki meri kompenzirati. Tudi Zenerjeva upornost ima majhno vrednost, temperaturni koeficient Zenerjeve upornosti pa posredno omejuje stabilnost napetosti.

Najbolj stabilne napetostne referenčne vire izdelujejo s pomočjo Zenerjevih referenčnih elementov, ki so zgrajeni z Zenerjevimi diodami napetosti okrog 7 V in dvema diodama v prevodni smeri (Slika A.7 v sredini). Razlog take kombinacije je v odvisnostih, ki so prikazane na diagramih (Slika A.6). Iz levega diagrama razberemo, da imajo Zenerjeve diode z napetostjo 7 V majhno Zenerjevo upornost. Iz desnega diagrama ugotovimo, da imajo pozitivni temperaturni koeficient Zenerjeve napetosti, ki ga lahko z diodami v prevodni smeri kompenziramo in hkrati majhen temperaturni koeficient Zenerjeve upornosti. Izdelava takih referenčnih elementov je zahtevna in draga, saj je treba množici Zenerjevih diod izmeriti temperaturna koeficienta Zenerjeve napetosti in Zenerjeve upornosti (pogosto pri različnih Zenerjevih tokih) in nato izbrati ter sestaviti najbolj ugodne kombinacije. To je treba opraviti še pred enkapsuliranjem elementa, torej še pred tem, ko vstavimo vse tri diode v ohišje. Ohišje in izvodi iz ohišja zahtevajo tehnologijo, ki upošteva znanje termodinamike. Med diodami pri uporabi ne sme priti do temperaturnega gradienta (vse tri diode se morajo enakomerno in sočasno segrevati in ohlajevati) itd. Ti referenčni elementi sodijo med najbolj stabilne. Napetostni viri, ki so grajeni z njimi, dosegajo dolgotrajne stabilnosti med  $10^{-6}$  do  $10^{-7}$ , zato jih uporabljamo v najzahtevnejših regulacijskih in merilnih sistemih.

## DODATEK

### B MEROSLOVJE

V prvem delu dodatka so pojasnjeni osnovni pojmi s področja meroslovja in so podane definicije v zvezi z merilno negotovostjo ter predpogoji za njeno računanje po smernicah EA-4/02 dokumenta. Smernice [52] so napisane koncentrirano in precizno. Definicije so privzete iz Mednarodnega slovarja osnovnih in splošnih izrazov s področja meroslovja [122], ki ga je pripravila Meroslovna skupina ISO v skladu z mednarodnimi organizacijami: BIPM, IEC, ISO in OIML. Definicija merilne negotovosti je prevzeta po dokumentu GUM [87], ki ga je pripravila organizacija ISO v skladu s sedmimi svetovnimi meroslovnimi organizacijami (BIPM, IEC, IFCC, ISO, IUPAC, IUPAP, OIML).

V drugem delu dodatka opisujemo vzpostavljanje meroslovne hierarhije v svetu in Sloveniji.

#### B.1 Veličine in enote

**Definicija B.1. Sistem veličin** (angl. *system of quantities*) je zbir veličin med katerimi so določena razmerja.

**Definicija B.2. Osnovna veličina** (angl. *base quantity*) je vsaka od veličin, ki so sprejete v sistem veličin in so po dogovoru med seboj neodvisne.

Primer: Veličine dolžina, masa in čas se na splošno štejejo za osnovne veličine v mehaniki.

Opomba: Osnovne veličine, ki ustrezajo osnovnim enotam mednarodnega sistema enot SI, so podane v Definicija B.6.

**Definicija B.3. Izpeljana veličina** (angl. *derived quantity*) je veličina, ki je v sistemu veličin definirana kot funkcija osnovnih veličin tega sistema.

**Definicija B.4. Merska enota** (angl. *unit of measurement*) je dogovorno določena in sprejeta veličina, s katero se primerjajo druge istovrstne veličine, da bi izrazili njihovo velikost glede na to veličino.

Opombi:

Merskim enotam so dogovorno dodeljena imena in simboli.

Enota veličin enake dimenzije imajo lahko enaka imena in simbole, tudi če veličine niso istovrstne.

**Definicija B.5. Sistem (merskih) enot** (angl. *system of units of (measurement)*) je zbir osnovnih in izpeljanih enot, ki je za dani sistem veličin definiran v skladu z določenimi pravili.

Primeri:

- a) Mednarodni sistem enot, SI;
- b) Sistem enot CGS.

**Definicija B.6. Mednarodni sistem enot, SI** (angl. *International System of Units, SI*), je koherentni sistem enot, ki ga je sprejela in priporočila Generalna konferenca za uteži in mere (CGPM).

Opomba: SI sedaj temelji na naslednjih sedmih osnovnih enotah.

Veličina	Osnovna enota SI	
	Ime	Simbol
Dolžina	meter	m
Masa	kilogram	kg
Čas	sekunda	s
Električni tok	amper	A
Termodinamična temperatura	kelvin	K
Množina snovi	Mol	mol
Svetilnost	kandela	cd

**Definicija B.7. Prava vrednost (veličine)** (angl. *true value (of a quantity)*) je vrednost, ki ustreza definiciji določene veličine.

Opombe:

1. To je vrednost, ki bi se dobila z idealnim merjenjem.
2. Prave vrednosti so po naravi neugotovljive.
3. Izraz »prava vrednost« je bolje uporabljati v (slovnično) nedoločenem kot določenem načinu, saj lahko obstaja veliko različnih vrednosti, ki so skladne z definicijo določene veličine.

**Definicija B.8. Dogovorjena prava vrednost (veličine)** (angl. *conventional true value (of a quantity)*) je vrednost, pripisana določeni veličini, ki je včasih z dogovorom sprejeta kot tista vrednost, ki ima za dani namen primerno negotovost.

Primeri:

- a) na danem kraju se lahko kot dogovorjena prava vrednost vzame vrednost, ki je realizirana z referenčnim etalonom;
- b) CODATA je za Avogadrovo konstanto leta 1986 priporočil vrednost  $N_A: 6,022\,136\,7 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ .

Opombi:

1. Dogovorjena prava vrednost« se včasih imenuje pripisana vrednost, najboljša ocena vrednosti, dogovorjena vrednost ali referenčna vrednost.
2. Za določitev dogovorjene prave vrednosti se pogosto uporabi več meritvenih rezultatov.

## B.2 Merjenja, meritve

**Definicija B.9. Merjenje, meritev** (angl. *measurement*) je niz operacij, da se ugotovi vrednost veličine.

Opomba: Operacije se lahko izvajajo avtomatsko

**Definicija B.10: Meroslovje** (angl. *metrology*) je veda o merjenju.

Opomba: Meroslovje zajema teoretična in praktična vprašanja meritev, ne glede na njihovo negotovost in ne glede na področja znanosti in tehnike.

**Definicija B.11: Merilna metoda** (angl. *method of measurement*) je logično zaporedje operacij, ki se uporabljajo pri merjenju.

Opomba: Merilne metode so lahko opredeljene na različne načine, na primer:

- substitucijska metoda,
- diferencialna metoda,
- ničelna metoda.

**Definicija B.12: Merilno načelo** (angl. *principle of measurement*) je znanstvena podlaga merjenja.

Primeri:

- a) Termoelektrični pojav, uporabljen za merjenje temperature;
- b) Josephsonov pojav, uporabljen za merjenje razlike električnih potencialov;
- c) Dopplerjev pojav, uporabljen za merjenje hitrosti;
- d) Ramanov pojav, uporabljen za merjenje valovnega števila molekulskih nihanj.

**Definicija B.13: Merjena veličina** (angl. *measurand*) je določena veličina, ki se jo meri.

Primer: parni tlak danega vzorca vode pri 20°C.

Opomba: Če je treba, vsebuje specifikacija merjene veličine tudi navedbo drugih veličin, kot so čas temperatura in tlak.

**Definicija B.14: Vplivna veličina** (angl. *influence quantity*) je veličina, ki ni merjena veličina, vendar vpliva na rezultat merjenja.

Primeri:

- a) temperatura vijačnega merila, ki se uporablja za merjenje dolžine;
- b) frekvenca pri merjenju amplitude izmenične napetosti;
- c) koncentracija bilirubina pri merjenju koncentracije hemoglobina v vzorcu človeške krvne plazme.

**Definicija B.15: Merjeni signal** (angl. *measurement signal*) je veličina, ki predstavlja merjeno veličino in je z njo funkcionalno povezana.

Primeri:

- a) Električni izhodni signal tlačnega pretvornika;
- b) Frekvenca napetostno-frekvenčnega pretvornika;
- c) Lastna napetost elektrokemičnega koncentracijskega člana, ki se uporablja za merjenje razlike v koncentraciji.

Opomba: Vhodni signal v merilnem sistemu se lahko imenuje vzpodbujanje; izhodni pa se lahko imenuje odziv.

### B.3 Merilni rezultati

**Definicija B.16: Merilni rezultat** (angl. *result of measurement*) je z merjenjem določena vrednost, pripisana merjeni veličini.

Opombi:

1. Pri podajanju merilnega rezultata mora biti jasno, ali se ta nanaša na:
  - kazanje;
  - nekorigirani rezultat;

- korigirani rezultat in ali vsebuje povprečje več meritev.
- 2. Popoln merilni rezultat vsebuje informacijo o merilni negotovosti.

**Definicija B.17: Merilna točnost** (angl. *accuracy of measurement*) je ujemanje merilnega rezultata s pravo vrednostjo merjene veličine.

Opombi:

1. Točnost je kvalitativen pojem.
2. Izraz natančnost se ne sme uporabljati za »točnost«.

**Definicija B.18: Eksperimentalni standardni odmik** (angl. *experimental standard deviation*) je za niz  $n$  meritev iste merjene veličine veličina  $s$ , ki označuje raztros rezultatov in je podana z obrazcem:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{(n-1)}} \quad \text{Enačba (B.8)}$$

kjer je  $x_i$  rezultat  $i$ -te meritve in  $\bar{x}$  aritmetična srednja vrednost  $n$  upoštevanih rezultatov.

Opombe:

1. Če se upošteva, da je vzorec  $n$  vrednosti vzorec porazdelitve, je  $\bar{x}$  ocena brez odstopanj srednje vrednosti  $\mu$ ,  $s^2$  pa je ocena brez odstopanj variance  $\sigma^2$  te porazdelitve.
2. Izraz je ocena standardnega odmika porazdelitve  $s/\sqrt{n}$  in  $\bar{x}$  se imenuje eksperimentalni standardni odmik srednje vrednosti.
3. »Eksperimentalni standardni odmik srednje vrednosti« včasih napačno imenujejo standardni pogrešek srednje vrednosti.

**Definicija B.19: Merilna negotovost** (angl. *uncertainty of measurement*) je parameter, ki je povezan z merilnim rezultatom in označuje raztros vrednosti, ki jih je mogoče upravičeno predpisati merjeni veličini.

Opombe:

1. Ta parameter je lahko, na primer standardni odmik (ali njegov večkratnik) ali polovična širina intervala, ki ima določeno stopnjo zaupanja.
2. V splošnem vsebuje merilna negotovost več komponent. Nekatere se lahko ovrednotijo s statistično porazdelitvijo rezultatov za niz meritev in označijo z eksperimentalnim standardnim odkikom. Druge komponente, ki jih prav tako mogoče označiti s standardnim odkikom, so ocenjene iz prevzetih porazdelitev verjetnosti na podlagi izkušenj ali drugih podatkov.
3. Razume se, da je merilni rezultat najboljša ocena vrednosti merjene veličine in da na raztros vplivajo vse komponente negotovosti, skupaj s tistimi, ki izvirajo iz sistematičnih vplivov, kot so na primer komponente povezane s korekcijami in referenčnimi etaloni.

Ta definicija je prevzeta po »Vodilu za izražanje merilne negotovosti« [94], v katerem so razlogi zanjo podrobno razloženi.

**Definicija B.20: (Merilni) pogrešek** (angl. *error of measurement*) je merilni rezultat minus prava vrednost merjene veličine.

Opombi:

1. Ker prave vrednosti ni mogoče ugotoviti, se v praksi uporablja dogovorjena prava vrednost.
2. Kadar je treba razlikovati med »pogreškom« in »relativnim pogreškom«, se prvi včasih označuje tudi kot absolutni merilni pogrešek. Ta izraz se ne sme zamenjati z absolutno vrednostjo pogreška, ki je modul pogreška.

**Definicija B.21: Odmik** (angl. *deviation*) je vrednost minus referenčna vrednost.

**Definicija B.22: Relativni pogrešek** (angl. *relative error*) je merilni pogrešek deljen s pravo vrednostjo merjene veličine.

Opomba: Ker prave vrednosti ni mogoče ugotoviti, se v praksi uporablja dogovorjena prava vrednost.

**Definicija B.23: Naključni pogrešek** (angl. *random error*) je merilni rezultat minus srednja vrednost, ki bi jo dobili iz neskončnega števila meritev iste merjene veličine pod pogoji ponovljivosti.

Opombi:

1. Naključni pogrešek je merilni pogrešek minus sistematični pogrešek.
2. Ker se lahko izvede le končno število meritev, je naključni pogrešek mogoče zgolj oceniti.

**Definicija B.24: Sistematični pogrešek** (angl. *systematic error*) je srednja vrednost, ki bi jo dobili iz neskončnega števila meritev iste merjene veličine, pod pogoji ponovljivosti, minus prava vrednost merjene veličine.

Opombe:

1. Sistematični pogrešek je pogrešek minus naključni pogrešek.
2. Tako kot prava vrednost, tudi sistematični pogrešek in vzroki zanj ne morejo biti v celoti poznani.
3. Za merilni instrument glej »odstopanje« (Definicija B.36).

## B.4 Merilni instrumenti

**Definicija B.25: Merilni instrument** (angl. *measuring instrument*) je naprava, katere namen je, da se sama ali skupaj z dodatnimi napravami uporablja za merjenje.

**Definicija B.26: Opredmetena mera** (angl. *material measure*) je naprava, katere namen je, da med svojo uporabo na trajen način ponovno daje eno ali več znanih vrednosti dane veličine.

Primeri:

- a) utež;
- b) prostorninska mera (za eno ali več vrednosti, s skalo ali brez);
- c) etalonski električni upor;
- d) merilna kladica;
- e) etalonski signalni generator;
- f) referenčni material.

Opomba: Zadevna veličina se lahko imenuje generirana veličina.

**Definicija B.27: Merilna veriga** (angl. *measuring chain*) je niz elementov merilnega instrumenta ali merilnega sistema, ki tvori pot merilnega signala od vhoda do izhoda.

Primer:

Elektroakustična merilna veriga, ki vsebuje mikrofonski slabilnik, filter, ojačevalnik in voltmeter.

**Definicija B.28: Merilni sistem** (angl. *measuring system*) je komplet merilnih instrumentov in druge opreme, zbranih za določene meritve.

Primeri:

- a) aparat za merjenje prevodnosti polprevodniških materialov;
- b) aparat za umerjanje medicinskih termometrov.

Opombi:

1. Sistem lahko vsebuje opredmetene mere in kemične reagente.
2. Merilni sistem, ki je trajno nameščen, se imenuje merilni postroj.

## B.5 Značilnosti merilnih instrumentov

**Definicija B.29: Občutljivost** (angl. *sensitivity*) je razmerje med spremembo odziva merilnega instrumenta in pripadajočo spremembo vhodnega signala.

Opomba: Občutljivost je lahko odvisna od vrednosti vhodnega signala.

**Definicija B.30: Ločljivost (prikazovalne naprave)** (angl. *resolution of a displaying device*) je najmanjša razlika med kazanji prikazovalne naprave, ki jo je še mogoče razločiti.

Opombi:

1. Pri digitalni prikazovalni napravi, je to razlika v kazanju, ki ustreza spremembi številke na zadnjem mestu za eno enoto.
2. Ta pojem velja tudi za zapisovalno napravo.

**Definicija B.31: Stabilnost** (angl. *stability*) je sposobnost merilnega instrumenta, da s časom ne spreminja svojih meroslovnih značilnosti.

Opombi:

1. Če se stabilnost nanaša na veličino, ki ni čas, mora biti to izrecno navedeno.
2. Stabilnost je mogoče količinsko izraziti na več načinov, na primer:
  - a. s časom, v katerem se meroslovna značilnost spremeni za določeno vrednost
  - b. s spremembo značilnosti v določenem času.

**Definicija B.32: Lezenje** (angl. *drift*) je počasna sprememba meroslovnih značilnosti merilnega instrumenta.

**Definicija B.33: Točnost merilnega instrumenta** (angl. *accuracy of a measuring instrument*) je sposobnost merilnega instrumenta, da so njegovi odzivi blizu prave vrednosti.

Opomba: »Točnost« je kvalitativen pojem.

**Definicija B.34: Razred točnosti** (angl. *accuracy class*) je razred merilnih instrumentov, ki izpolnjujejo določene meroslovne zahteve, katerih namen je, da ostanejo pogreški v določenih mejah.

Opomba: razred točnosti se ponavadi označuje s številom in simbolom, ki je bil dogovorno sprejet in se imenuje oznaka razreda.

**Definicija B.35: (Kazalni) pogrešek merilnega instrumenta** (angl. *error (of indication) of a measuring instrument*) je kazanje merilnega instrumenta minus prava vrednost ustrezne vhodne veličine.

Opombe:

1. Ker prave vrednosti ni mogoče ugotoviti, se v praksi uporablja dogovorjena prava vrednost.
2. Pojem se uporablja predvsem, kadar se merilni instrument primerja z referenčnim etalonom.
3. Za opredmeteno mero je kazanje vrednost, ki je predpisana.

**Definicija B.36: Odstopanje (merilnega instrumenta)** (angl. *bias (of a measuring instrument)*) je sistematični pogrešek kazanja merilnega instrumenta.

Opomba: Odstopanje merilnega instrumenta se navadno oceni na podlagi povprečne vrednosti pogreška kazanja pri ustreznem številu ponovljenih meritev.



## B.6 Etaloni, merilni standardi

**Definicija B.37: Etalon** (angl. *measurement standard, etalon*) je opredmetena mera, merilni instrument, referenčni material ali merilni sistem, katerega namen je, da definira, realizira, ohranja ali reproducira neko enoto ali eno ali več vrednosti veličine tako, da služi kot referenca.

Primeri:

- a) etalon mase 1 kg;
- b) etalonski upor 100  $\Omega$
- c) etalonski ampermeter;
- d) cezijev etalon frekvence;
- e) standardna vodikova elektroda;
- f) referenčna raztopina kortizona v človeškem serumu, ki ima certificirano koncentracijo.

Opombi:

1. Niz podobnih opredmetenih mer ali merilnih instrumentov, ki primerno združeni tvorijo etalon, se imenuje skupinski etalon.
2. Niz etalonov izbranih vrednosti, ki posamično ali v kombinaciji dajejo vrsto vrednosti veličin iste vrste, se imenuje etalonski niz.

**Definicija B.38: Mednarodni etalon** (angl. *international (measurement) standard*) je etalon, ki je z mednarodnim dogovorom priznan, da se uporablja kot mednarodna podlaga za ugotavljanje vrednosti drugih etalonov zadevne veličine.

**Definicija B.39: Nacionalni etalon** (angl. *national (measurement) standard*) je etalon, ki je z državnim odlokom priznan kot podlaga za ugotavljanje vrednosti drugih etalonov zadevne veličine v državi.

**Definicija B.40: Primarni etalon** (angl. *primary standard*) je etalon, ki je izbran ali vsesplošno priznan, da ima največjo meroslovno kakovost in katerega vrednost je sprejeta brez sklicevanja na druge etalone iste veličine.

**Definicija B.41: Sekundarni etalon** (angl. *secunadry etalon*) je etalon, katerega vrednost se ugotovi primerjalno s primarnim etalonom iste veličine.

**Definicija B.42: Referenčni etalon** (angl. *reference standard*) je etalon na splošno največje meroslovne kakovosti, ki je na voljo v danem kraju ali v dani organizaciji in je osnova za merjenje na tem mestu.

**Definicija B.43: Delovni etalon** (angl. *working standard*) je etalon, ki se ponavadi uporablja za umerjanje ali preverjanje opredmetenih mer, merilnih instrumentov ali referenčnih materialov.

Opombi:

1. Delovni etalon se ponavadi umerja primerjalno z referenčnim etalonom.
2. Delovni etalon, ki se ponavadi uporablja za zagotavljanje pravih meritev, se imenuje kontrolni etalon.

**Definicija B.44: Posredniški etalon** (angl. *transfer etalon*) je etalon, ki se uporablja kot posrednik pri primerjavi etalonov.

Opomba: Kadar primerjalna naprava ni etalon, se uporablja izraz posredniška naprava.

**Definicija B.45: Prenosni etalon** (angl. *travelling standard*) je etalon posebne izvedbe, namenjen za prenos med različnimi kraji.

Primer: prenosni cezijev etalon frekvence z baterijskim napajanjem.

**Definicija B.46: Sledljivost** (angl. *traceability*) je lastnost meritvenega rezultata ali vrednosti etalona, ki omogoča navezavo na navedene reference, ponavadi nacionalne ali mednarodne etalone, skozi neprekinjeno verigo primerjav, ki imajo opredeljeno negotovost.

Opombi:

1. Pojem se pogosto izraža s pridevnikom sledljiv.
2. Neprekinjena veriga primerjav se imenuje veriga sledljivosti.

**Definicija B.47: Umerjanje, kalibracija** (angl. *calibration*) je niz operacij za ugotavljanje povezave med vrednostmi, ki jih kaže merilni instrument ali merilni sistem, oziroma vrednostmi, ki jih predstavlja opredmetena mera ali referenčni material in pripadajočimi vrednostmi, realiziranimi z etaloni, pod odločenimi pogoji.

Opombe:

1. Rezultat umerjanja omogoča bodisi pripis vrednosti merjenih veličin kazanju merilnega instrumenta bodisi določenih korekcij glede na kazanje.
2. Z umerjanjem je mogoče ugotoviti tudi druge meroslovne lastnosti, na primer učinek vplivnih veličin.
3. Rezultat umerjanja se lahko zapiše v listini, ki jo včasih imenujemo certifikat o umerjanju ali poročilo o umerjanju.

**Definicija B.48: Vzdrževanje etalona** (angl. *conservation of a (measurement) standard*) je niz operacij, potrebnih za ohranitev meroslovnih značilnosti etalona v ustreznih mejah.

Opomba: Te operacije ponavadi vključujejo občasno umerjanje, skladiščenje v ustreznih razmerah in previdnost pri uporabi.

## B.7 Meroslovna hierarhija

Mednarodni sistem enot, SI (Definicija B.6), ki ga je leta 1960 ustanovila Generalna konferenca za uteži in mere (CGPM), skrbi za definicije meritev, izvedbo, predstavitev, razširjanje osnovnih merskih enot. SI temelji na znanstvenem sodelovanju in zakonskih določilih, za razširjanje znanstvenih dosežkov na tem področju po celem svetu. S tem omogoča, da nacionalni in dr. za to zainteresirani laboratoriji izpeljujejo osnovne enote po SI-jevih definicijah in jih med seboj primerjajo in umerjajo (Definicija B.47).

Med osnovne enote sodi električni tok, z enoto amper [A], ki je definiran kot konstantni tok, ki bi v dveh vzporednih vodnikih neskončne dolžine in zanemarljivega krožnega preseka, oddaljenih med seboj 1 meter v vakuumu, povzročil med njima točno določeno silo ( $2 \cdot 10^{-7}$  N/m) [8]. Praktična realizacija te definicije bi bila težavna in draga [187], zato namesto tega uporabljamo dogovorjeni vrednosti veličin za napetost in upornost, ki sta z električnim tokom povezana preko Ohmovega zakona.

Etaloni (Definicija B.37), opredmetene mere (Definicija B.26), merilni instrumenti (Definicija B.25), referenčni materiali ali merilni sistemi (Definicija B.28), imajo namen definicije, realizacije, ohranjanja ali reprodukcije neke enote (Definicija B.4) (ene ali več vrednosti veličine) tako, da služijo kot reference [122].

Za vzdrževanje in razširjanje vrednosti etalonov fizikalnih veličin skrbi pogodbeno organizacija meroslovja, medtem ko za kakovost meritev in preskusov z izdelavo in objavo standardov (ISO, OIML, IEC, ILAC) skrbi nepogodbeno organizacija meroslovja. Vrhovna organizacija, ki skrbi za izvajanje pogodb, oziroma ugotavljanje, vzdrževanje in razširjanje mednarodnega sistema enot SI, je Mednarodna konferenca za uteži in mere (CIPM). Njej so podrejeni usklajevalni komiteje za posamezna področja, na primer CEE za področje elektrotehnike. Delež tehničnih nalog CIPM izvaja tudi Mednarodni biro za

uteži in mere (BIPM) [104]. Na nacionalnem nivoju so ustanovljeni nacionalni laboratoriji, ki ugotavljajo, vzdržujejo in razširjajo etalone na nacionalnem nivoju.

## B.8 Meroslovni sistem v Sloveniji

Nacionalni meroslovni sistem pri nas vzpostavlja in vodi Urad Republike Slovenije za meroslovje (MIRS) [207], ki deluje v sestavi Ministrstva za šolstvo znanost in šport<sup>188</sup>.

Temeljna izhodišča za vzpostavitev sistema nacionalnih etalonov v Republiki Sloveniji določata Zakon o meroslovju (Uradni list RS, št. 22/00 z dne 10. 3. 2000) in Odredba o nacionalnih etaloni (Uradni list RS, št. 49/96 z dne 5. 9. 1996). Poleg Urada RS za meroslovje, ki je primarno odgovoren za nacionalne etalone, lahko le-te vzdržujejo tudi druge pravne osebe. Nacionalne etalone za električni tok, čas in frekvenco vzdržuje Slovenski institut za kakovost in meroslovje (SIQ), medtem ko etalon za temperaturo vzdržuje Laboratorij za meroslovje in kakovost, Fakultete za elektrotehniko, Univerze v Ljubljani, etalon za dolžino pa Laboratorij za tehnične meritve, Fakultete za strojništvo, Univerze v Mariboru. Sistem nacionalnih etalonov Republike Slovenije temelji na skupnem sistemu kakovosti laboratorijev v skladu s standardom SIST EN ISO/IEC 17025. V enotni sistem so vključene posamezne institucije, nosilke nacionalnih etalonov. Temelj za medsebojno povezan in usklajen sistem kakovosti pa predstavlja osnovni sistem kakovosti urada v skladu s SIST ISO 9001:2000 [207].

Dopolnilni dokument, ki obravnava področje zagotavljanja merilne sledljivosti etalonov (Definicija B.46) na mednarodni ravni, je Navodilo za zagotavljanje merilne sledljivosti v Republiki Sloveniji na mednarodni ravni, izdano na podlagi 7. člena Zakona o meroslovju. To navodilo podrobno določa pogoje, postopek in način zagotovitve sledljivosti referenčnim etalomom v Republiki Sloveniji na mednarodni ravni. Merilna sledljivost do mednarodne ravni pri realizaciji enot sistema SI je v Republiki Sloveniji izvedena s sistemom nacionalnih etalonov (Definicija B.39) in drugih referenčnih etalonov (Definicija B.42), ki so velikokrat posredniški (transfer) etaloni (Definicija B.44) ustrezne točnosti [207] (Slika B.1). Za zagotavljanje kakovostnih meritev, kot je razvidno iz slike, skrbijo akreditirani kalibracijski laboratoriji<sup>189</sup> in neakreditirani laboratoriji s poslovníkom kakovosti.

Za izvedeno enoto napetosti, s katero se ukvarjamo v pričujoči disertaciji, skrbi SIQ in zagotavlja njeno sledljivost. SIQ trenutno zagotavlja sledljivost etalonov, ki so podlaga za realizacijo nacionalnega etalona za električni tok: etalona za enosmerno napetost in etalonov enosmerne upornosti v primarnem laboratoriju Niderlands Meetinstitut (NMI) na Nizozemskem.

Leta 1988 je Mednarodna konferenca za uteži in mere (CIPM) dala priporočila za vrednosti Josephsonove ( $K_{J,90}$ ) in von Klitzingove konstante ( $R_{K,90}$ ) na katerih temeljita definiciji volta in Ohma, skupaj z oceno, da se ti definiciji v predvidljivi prihodnosti ne bosta spremenili. Čeprav je bilo dokazano, da je mogoče ti dve enoti definirati z negotovostjo, boljšo od  $1 \cdot 10^{-7}$ , kljub temu ostajata dogovorni vrednosti in ne spreminjata definicije SI enot [187]. Danes večina nacionalnih institutov izvede enoto električnega toka na podlagi enot enosmerne napetosti in upornosti, ki temeljita na kvantnih pojavih. Intenzivne raziskave potekajo na področju neposrednega določanja električnega toka s pomočjo efekta transporta posamičnega elektrona (SET – angl. *Single Electron Transport*) [187].

<sup>188</sup> Zaradi velikega pomena meroslovja za ustrezen razvoj vseh področij v državi je kot posvetovalni organ ministra, pristojnega za meroslovje, ustanovljen Strokovni meroslovni svet (SMS). Ta svetuje pri ugotavljanju meroslovnih potreb v državi ter predlaga znanstvene in izobraževalne aktivnosti s področja meroslovja [207].

<sup>189</sup> V Sloveniji je že veliko kalibracijskih laboratorijev, ki so akreditirani pri domačem akreditacijskem organu, oziroma Slovenski akreditaciji SA, ki je javni zavod, ki tudi deluje v okviru Urada za meroslovje (MIRS) in velikokrat tudi pri tujih akreditacijskih organih. To omogoča koristnikom kalibracij, da si zagotovijo sledljivost svojih meritev preko akreditiranih laboratorijev na mednarodno raven.

### B.8.1 Enosmerna napetost in sledljivost po svetu in v Sloveniji

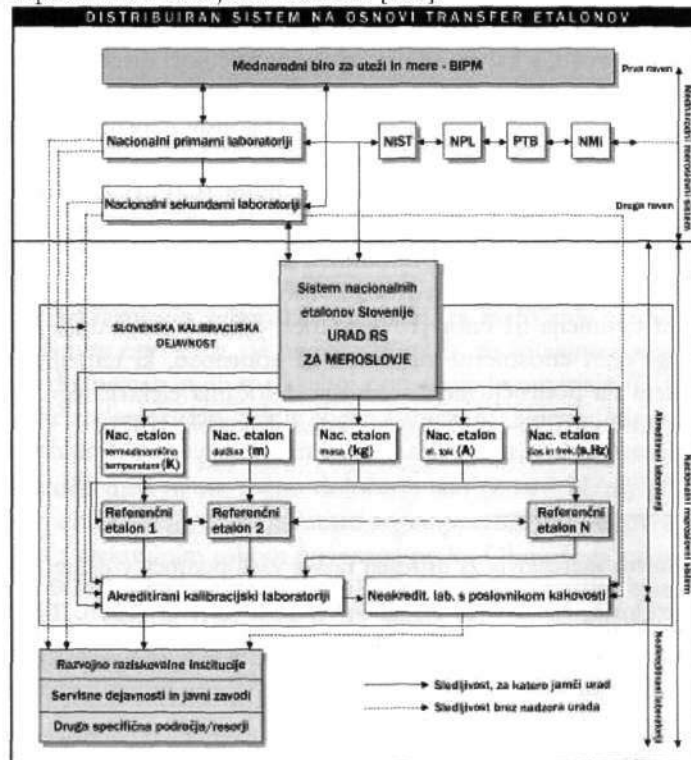
Laboratoriji, v katerih opravljajo kalibracije sekundarnih, delovnih, posredniških in prenosnih etalonov z uporabo polprevodniških (Zenerjevih) napetostnih referenčnih elementov dosegajo relativno kalibracijsko točnost do nekajkrat  $10^{-8}$ .

Zelo pogosto se kot posredniški etalon napetosti z Josephsonovega etalona uporablja etalon Fluke 732A. V BIPM so izvedli študijo tega etalona s stališča uporabnikov Josephsonovega etalona. Ugotovili so, da nizkofrekvenčni šum med 0,1 in 10 Hz omejuje relativno kratkoročno stabilnost etalona 732A na okoli  $10^{-8}$ . Poleg močnega vpliva temperature na srednjeročno in dolgoročno stabilnost se pojavlja kot vplivni faktor vlaga. Sprememba vlage se pozna s časovnim zamikom (1 mesec). Sprememba relativne vlažnosti za 0,01 povzroči zmanjšanje Zenerjeve napetosti na 1,018 V izhodu za 0,05 – 0,15  $\mu\text{V}$ .

Na univerzi v Cambridgeu (Velika Britanija) uporabljajo za svoje skupinske polprevodniške etalone Zenerjevo referenco LTZ1000. Njihov vir je vsakih 9 do 12 mesecev kalibriran v NAMAS-u. LTZ1000 je po specifikacijah zelo malo šumna, tipično  $2 \mu\text{V}/\sqrt{\text{kHz}}$ . Meritev 24 odčitkov v pol minute je pokazala standardno odstopanje 0,05 ppm. Stabilnost vira se s staranjem izboljšuje. Po vgradnji je ta 0,3 ppm/mesec, potem pa se zmanjša na 1 ppm/leto, ki v drugem letu upade na 0,5 ppm/leto.

V krožni primerjavi (angl. *round-robin*), ki so jo izvedli med laboratoriji U.S. Primary Standards Laboratory, U.S. Navy East in West Laboratories, U.S. Air Force Primary Standards Laboratory (APSL) in National Institute of Standards and Technology (NIST), se je pokazalo, da je 10 V polprevodniški napetostni standard sposoben za transfer vrednosti napetosti z negotovostjo 0,11 ppm (95% nivo zaupanja) (leto 1986). Meritev NIST-ovega skupinskega Zenerjevega posredniškega etalona, ki je leta 1991 potekala v devetih meroslovnih laboratorijih, ki imajo Josephsonov etalon (med drugim tudi Datron/Wavetek), je pokazala odstopanje vrednosti 0,02 ppm s povprečno negotovostjo meritve 0,015 ppm ( $1 \sigma$ ).

V Sloveniji trenutno zagotavljajo sledljivost enosmerne napetosti z uporabo grupe treh napetostnih Zenerjevih diod in Kelvin-Varley-ovega napetostnega delilnika, ki na nivoju 1 V, 1,018 V in 10 V zagotavlja točnost 1 ppm, ki je sledljiva na NMI-VSL na Nizozemskem. Kot posredniški etalon se uporablja eno od treh napetostnih Zenerjevih referenc [103].



Slika B.1: Zagotavljanje sledljivosti prenosniških etalonov znotraj nacionalnega meroslovnega sistema v RS (vir slike [207])

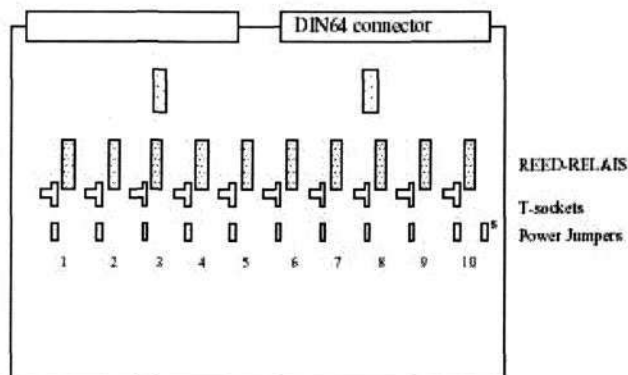
## DODATEK

### C ELEKTRIČNO VEZJE ZB10

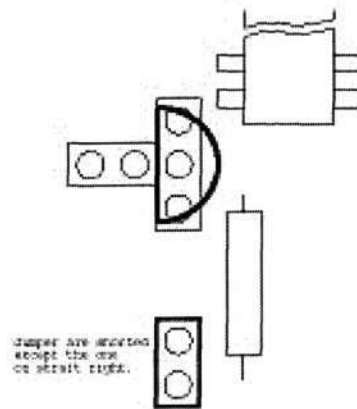
ZB10 je električno vezje s katerim smo merili izhodno napetost na posameznih Zenerjevih diodah ter na vzporednih in zaporednih vezavah Zenerjevih diod. Različni načini delovanja so omogočeni s pomočjo enajstih mostičev (angl. *power jumpers*) ter z različno orientiranimi Zenerjevimi diodami, ki jih vtikamo v T vtičnice. Uporabljali smo Zenerjeve diode tipa LM329 (Slika C.4).

#### C.1 Postavitev vezja

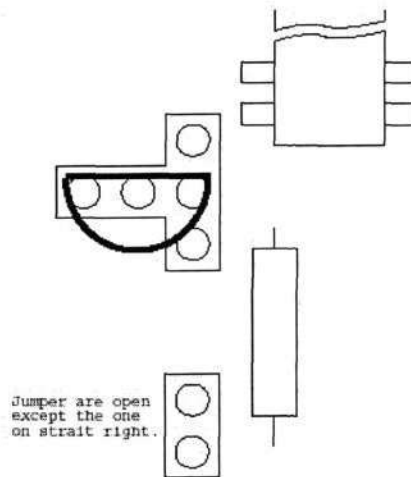
Postavitev vezja prikazuje Slika C.1. Na vrhu sta dve spojki, oziroma konektorja (angl. *connector*). Ena spojka tipa DIN64 povezuje analogno in digitalno napajanje in prenaša signale desetih »reed« reležev. Preslikava kontaktnih nožic na spojkah DIN64 in IDC40 je podana v tabeli Tabela C..



Slika C.1: ZB10 postavitev diod.

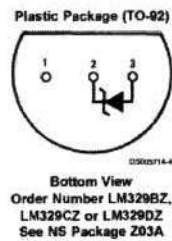


Slika C.2: Postavitev Zenerjevih diod pri vzporedni vezavi.



+

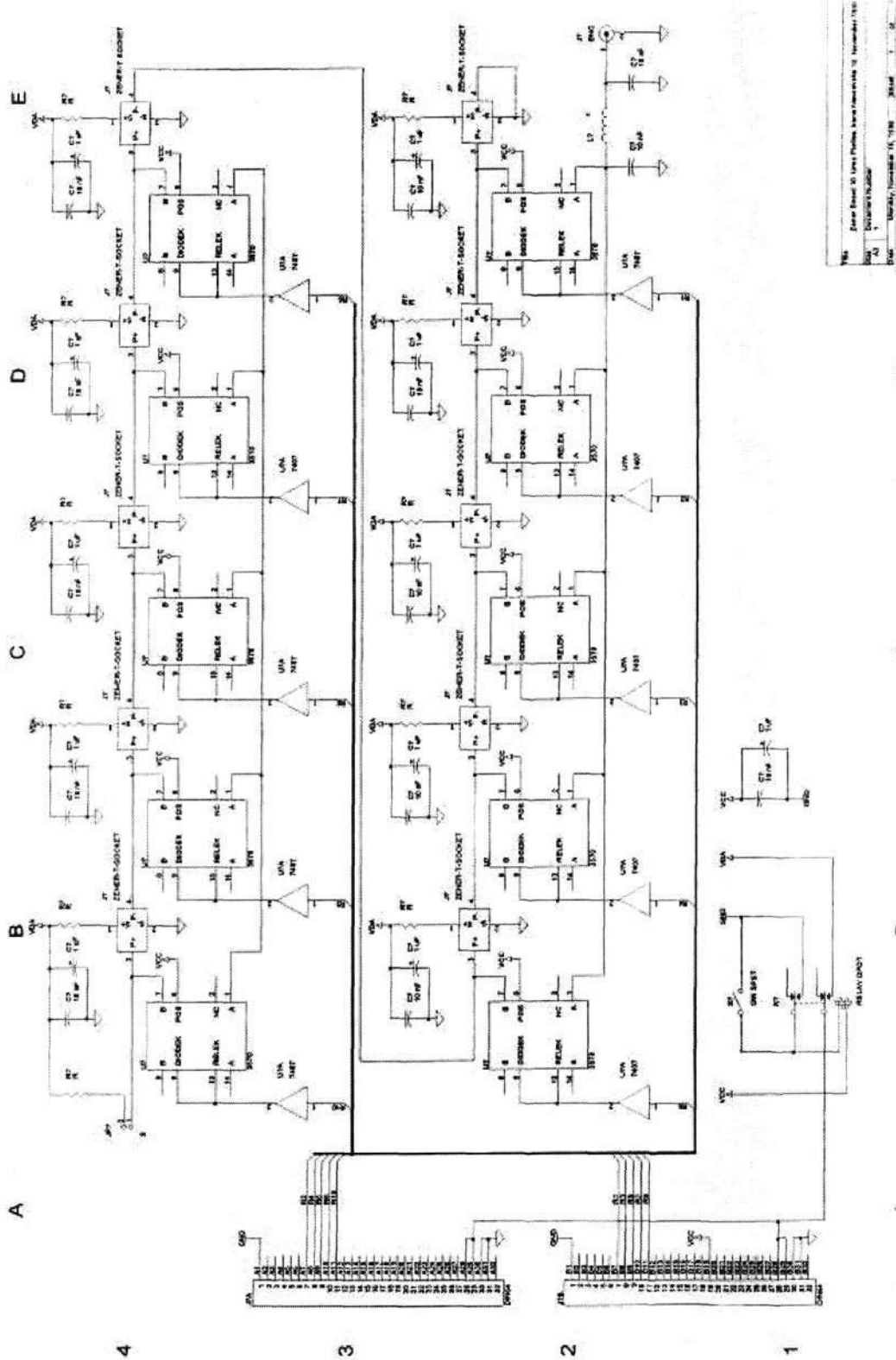
Slika C.3: Postavitev Zenerjevih diod pri zaporedni vezavi.



Slika C.4: Vrhnji videz Zenerjeve diode tipa LM329 (vir slike [137]).

Pomen	DIN64	IDC40
digitalnih 0 V	a1, b1	1, 2
digitalnih 5 V	a19	38
rele1	7a	14
rele 2	7b	13
rele 3	8a	16
rele 4	8b	15
rele 5	9a	18
rele 6	9b	17
rele 7	10a	20
rele 8	10b	19
rele 9	11a	22
rele 10	11b	21
analogno (+)	(28,29)ab	
analogno (-)	(30,31)ab	

Tabela C.1: Dodelitev kontaktnih pinov na konektorjih DIN64 in IDC40.



Šifra	Zbirna Šifra	Šifra Projeke	Šifra Izvedbe	Šifra Izvedbe	Šifra Izvedbe
10	10	10	10	10	10
10	10	10	10	10	10
10	10	10	10	10	10

Slika C.5: Shema električnega vezja ZB10.



DODATEK  
D REZULTATI POSKUSOV

V tekočem poglavju prikazujemo obsežnejše tabele in slike ki smo jih dobili kot rezultat poskusov.

Domena	metoda	Dolžina vhodnega vektorja					
		2	3	4	5	6	7
Ref A	Lin. reg.	6,10090E-04	5,85640E-04	5,71210E-04	5,71210E-04	5,66440E-04	5,66440E-04
	Pace reg.	6,10090E-04	5,85640E-04	5,71210E-04	5,71210E-04	5,66440E-04	5,71210E-04
	Lokal. utež. reg.	6,00250E-04	5,90490E-04	5,80810E-04	5,90490E-04	6,10090E-04	6,25000E-04
	Reg. drevo	6,05160E-04	5,38240E-04	5,42890E-04	5,66440E-04	5,52250E-04	5,52250E-04
ZEN6	Lin. reg.	1,31769E-03	1,18336E-03	1,19025E-03	1,14921E-03	1,14921E-03	1,14921E-03
	Pace reg.	1,31769E-03	1,31769E-03	1,19025E-03	1,15600E-03	1,14244E-03	1,14921E-03
	Lokal. utež. reg.	1,32496E-03	1,18336E-03	1,18336E-03	1,14244E-03	1,14244E-03	1,13569E-03
	Reg. drevo	1,31769E-03	1,18336E-03	1,19025E-03	1,14921E-03	1,14921E-03	1,14921E-03
LorZ	Lin. reg.	1,21000E-06	4,00000E-08	1,00000E-14	1,00000E-14	1,00000E-14	1,00000E-14
	Pace reg.	1,34100E-06	1,49000E-07	1,00000E-14	1,00000E-14	1,00000E-14	1,00000E-14
	Lokal. utež. reg.	6,40000E-07	1,00000E-08	1,00000E-14	1,00000E-14	1,00000E-14	1,00000E-14
	Reg. drevo	1,68100E-05	3,37000E-07	4,00000E-06	1,21600E-06	1,21000E-06	1,44000E-06
FBM1	Lin. reg.	1,36900E-03	1,35424E-03	1,33956E-03	1,33956E-03	1,33225E-03	1,33956E-03
	Pace reg.	1,36900E-03	1,35424E-03	1,33956E-03	1,33225E-03	1,33225E-03	1,33956E-03
	Lokal. utež. reg.	1,37641E-03	1,36161E-03	1,33956E-03	1,33956E-03	1,33956E-03	1,34689E-03
	Reg. Drevo	1,36900E-03	1,35424E-03	1,33956E-03	1,33956E-03	1,33225E-03	1,33956E-03

Tabela D.1: Napovedovanje z linearno regresijo, MSE napake na testni množici za časovne vrste Ref A, ZEN6, LorZ in FBM1. Posebej izpostavljamo spreminjanje parametra dolžine vhoda, med 2 in 7 (stolpci tabele). S sivo barvo so pobarvana ozadja celic, ki predstavljajo minimum metode, medtem ko so s krepkimi črkami označene minimalne MSE napake za domeno.

	Lin. reg.	Pace reg.	Lokal. utež. reg.	Reg. Drevo
AT	0,00301401	0,00301401	<b>0,00300304</b>	<b>0,00300304</b>
Ref A	0,00056644	0,00056644	0,00058081	<b>0,00053824</b>
Ref A kontr.	0,00057121	0,000576	0,000576	<b>0,00054756</b>
Ref D	0,00273529	<b>0,00271441</b>	0,00272484	0,00275625
Ref D kontr.	<b>0,00271441</b>	0,00272484	<b>0,00271441</b>	0,00273529
ZEN1	0,00944784	0,00944784	<b>0,00937024</b>	0,011449
ZEN3	0,01999396	0,02010724	<b>0,019881</b>	0,02053489
ZEN6	0,00114921	0,00114244	<b>0,00113569</b>	0,00114921
Skupina 4 ZEN	<b>0,00051529</b>	<b>0,00051529</b>	<b>0,00051529</b>	0,00097969
LorZ	<b>1E-14</b>	<b>1E-14</b>	<b>1E-14</b>	3,37E-07
FBM1	<b>0,00133225</b>	<b>0,00133225</b>	0,00133956	<b>0,00133225</b>
FBM2	0,00685584	<b>0,00682276</b>	0,00732736	0,00685584

Tabela D.2: Tabela MSE napak z regresijskimi metodami na vseh dvanajstih domenah. Vrstice so imena domen, stolpci predstavljajo prediktorje. V celicah tabele so shranjene MSE napake<sup>190</sup> na testnih podatkih. S krepko pisavo so označeni najbolj uspešni modeli.

$$\begin{aligned}
 t = & \\
 & 0,0722 * t_{-6} + \\
 & 0,0153 * t_{-5} + \\
 & 0,1092 * t_{-4} + \\
 & 0,0406 * t_{-3} + \\
 & 0,0662 * t_{-2} + \\
 & 0,6911 * t_{-1} + \\
 & 0,0021
 \end{aligned}$$

Slika D.1: Vsebina škatle pri napovedovanju časovne vrste Ref A z navadno linearno regresijo.

MODEL1 (p=5)	MODEL2 (p=6)	MODEL3 (p=7)
$t =$	$t =$	$t =$
$0,1463 * t_{-5} +$	$0,0873 * t_{-6} +$	$0,0541 * t_{-7} +$
$0,1487 * t_{-4} +$	$0,1216 * t_{-5} +$	$0,0806 * t_{-6} +$
$0,1582 * t_{-3} +$	$0,1226 * t_{-4} +$	$0,1038 * t_{-5} +$
$0,3105 * t_{-2} +$	$0,1463 * t_{-3} +$	$0,1127 * t_{-4} +$
$0,2147 * t_{-1} +$	$0,2989 * t_{-2} +$	$0,138 * t_{-3} +$
$0,0114$	$0,2030 * t_{-1} +$	$0,2903 * t_{-2} +$
	$0,0105$	$0,1996 * t_{-1} +$
		$0,0108$

Slika D.2: Vsebina »najboljših« škatel pri napovedovanju časovne vrste ZEN6 z navadno linearno regresijo.

<sup>190</sup> MSE napake so namenoma zapisane z večjo numerično preciznostjo, kot je potrebno za njihovo realno validacijo. Želimo si čim bolj ločiti med prediktorji.

MODEL1 (p=4)	MODEL2 (p=5)	MODEL3(p=6)	MODEL4 (p=7)
t =	t =	t =	t =
-0,9792 * t <sub>-4</sub> +	0,9424 * t <sub>-5</sub> +	-0,4551 * t <sub>-6</sub> +	-0,6588 * t <sub>-7</sub> +
3,8869 * t <sub>-3</sub> +	-4,6817 * t <sub>-4</sub> +	3,1508 * t <sub>-5</sub> +	3,0245 * t <sub>-6</sub> +
-5,8361 * t <sub>-2</sub> +	9,3882 * t <sub>-3</sub> +	-9,0072 * t <sub>-4</sub> +	-4,5158 * t <sub>-5</sub> +
3,9282 * t <sub>-1</sub> +	-9,5003 * t <sub>-2</sub> +	13,6636 * t <sub>-3</sub> +	-0,0005 * t <sub>-4</sub> +
0,0001	4,8514 * t <sub>-1</sub> +	-11,6329 * t <sub>-2</sub> +	7,7249 * t <sub>-3</sub> +
	0	5,2808 * t <sub>-1</sub> +	-9,5549 * t <sub>-2</sub> +
		0	4,9805 * t <sub>-1</sub> +
			0

Slika D.3: Vsebina »najboljših« škatel pri napovedovanju časovne vrste LorZ z navadno linearno regresijo.

$$t = 0,023 * t_{-6} + 0,0297 * t_{-5} + 0,0463 * t_{-4} + 0,053 * t_{-3} + 0,0992 * t_{-2} + 0,7204 * t_{-1} + 0,$$

Slika D.4: Vsebina škatle pri napovedovanju časovne vrste FBM1 z navadno linearno regresijo.

$$t = 0,0517 * t_{-6} + 0,0371 * t_{-5} + 0,1073 * t_{-4} + 0,0435 * t_{-3} + 0,0579 * t_{-2} + 0,6969 * t_{-1} + 0,0021$$

Slika D.5: Vsebina škatle pri napovedovanju časovne vrste Ref A s pace regresijo.

$$t = 0,0975 * t_{-6} + 0,1211 * t_{-5} + 0,1086 * t_{-4} + 0,1459 * t_{-3} + 0,302 * t_{-2} + 0,2045 * t_{-1} + 0,0105$$

Slika D.6: Vsebina škatle pri napovedovanju časovne vrste ZEN6 s pace regresijo.

MODEL1 (p=4)	MODEL2 (p=5)	MODEL3(p=6)	MODEL4 (p=7)
t =	t =	t =	t =
-0,9794 * t <sub>-4</sub> +	0,9565 * t <sub>-5</sub> +	-0,8729 * t <sub>-6</sub> +	-0,2029 * t <sub>-7</sub> +
3,8874 * t <sub>-3</sub> +	-4,737 * t <sub>-4</sub> +	5,2043 * t <sub>-5</sub> +	0,2842 * t <sub>-6</sub> +
-5,8366 * t <sub>-2</sub> +	9,4709 * t <sub>-3</sub> +	-13,0815 * t <sub>-4</sub> +	2,4243 * t <sub>-5</sub> +
3,9284 * t <sub>-1</sub> +	-9,5558 * t <sub>-2</sub> +	17,7428 * t <sub>-3</sub> +	-9,4786 * t <sub>-4</sub> +
0,0001	4,8654 * t <sub>-1</sub> +	-13,6939 * t <sub>-2</sub> +	15,0858 * t <sub>-3</sub> +
	0	5,7011 * t <sub>-1</sub> +	-12,6365 * t <sub>-2</sub> +
		0	5,5237 * t <sub>-1</sub> +
			0

Slika D.7: Vsebina »najboljših« škatel pri napovedovanju časovne vrste LorZ s pace regresijo.

MODEL1 ( $p=5$ )	MODEL2 ( $p=6$ )
$t =$	$t =$
$0,0414 * t_{-5} +$	$0,0407 * t_{-6} +$
$0,062 * t_{-4} +$	$0,0217 * t_{-5} +$
$0,04 * t_{-3} +$	$0,0473 * t_{-4} +$
$0,1016 * t_{-2} +$	$0,0292 * t_{-3} +$
$0,7264 * t_{-1} +$	$0,1075 * t_{-2} +$
$0,0143$	$0,7254 * t_{-1}$
	$0,014$

Slika D.8: Vsebina »najboljših« škatel pri napovedovanju časovne vrste FBM1 s pace regresijo.

<i>M5 porezано modelno drevo:</i> (glajenje parametrov) LM1 (1000/29,941%)
LM num: 1 $t =$ +0,0541 * $t_{-7}$ + 0,0806 * $t_{-6}$ + 0,1038 * $t_{-5}$ + 0,1127 * $t_{-4}$ + 0,138 * $t_{-3}$ + 0,2903 * $t_{-2}$ + 0,1996 * $t_{-1}$ + 0,0108
Št. pravil: 1

Slika D.9: Vsebina škatle pri napovedovanju časovne vrste ZEN6 z modelnim drevesom.

	VP	FIR-VP	GMDH	Rek. NM
AT	<b>0,00290521</b>	0,00336	0,00522	0,003084
Ref A	<b>0,00046225</b>	0,000705	0,001638	0,000569
Ref A kontr.	<b>0,00054756</b>		0,001705	0,000577
Ref D	0,00274576	<b>0,002632</b>	0,00452	0,002887
Ref D kontr.	<b>0,00276676</b>		0,004905	0,003241
ZEN1	0,01012036	<b>0,009999</b>	0,013373	0,010233
ZEN3	<b>0,01948816</b>	0,020423	0,03216	0,023189
ZEN6	<b>0,00103041</b>	0,001135	0,00348	0,001377
skupina 4				
ZEN	0,00055696	0,000575	<b>8,21E-09</b>	0,000521
LorZ	<b>0,00000016</b>	4,46E-06	0,000103	2,82E-05
FBM1	<b>0,001444</b>	0,001594	0,006743	0,00175
FBM2	<b>0,00667489</b>	0,007204	0,018721	0,007411

Tabela D.3: Tabela MSE napak nevronske mreže na vseh dvanajstih domenah. Vrstice so imena domen, stolpci predstavljajo prediktorje. V celicah tabele so shranjene MSE napake na testnih podatkih. S krepko pisavo so označeni najbolj uspešni modeli.

## LITERATURA

- [1] C. Alippi, V. Piuri, »Experimental Neural Network for Prediction and Identification«, *IEEE Trans. Instr. Meas.*, Vol. **45**, No. 2., strani 670-676, April 1996.
- [2] E.G. Altmann in H. Kantz, »Recurrence Time Analysis, Long-term Correlation, and Extreme Events«, sprejeto za objavo v *Phys. Rev. E*, DOI: physics/0503056, arXiv, spletna stran [dosegljiva od] 8. marec 2005: <http://arxiv.org/abs/physics/0503056>, (obiskana: 20. Marec 2005).
- [3] N. Ancona, *Properties of Support Vector Machines for Regression*, Technical Report 01-99. Istituto Elaborazione Segnali ed Immagini, Bari, Italy, 1999.
- [4] N. Ancona, *On Margin and Support Vector Separability in Support Vector Machines for Regression*, Technical Report 03-99, Istituto Elaborazione Segnali ed Immagini, Bari, Italy, 1999.
- [5] P. Andras, »The Equivalence of Support Vector Machine and Regularization Neural Networks«, *Neural Processing Letters*, Vol. **15**, No. 2, strani 97-104, 2002.
- [6] K. Aoki, »Rule Dynamics of Electronic Turbulence in Semiconductors Caused by Impach Ionization Avalanches«, *International Journal of Bifurcation and Chaos*, Vol. **7**. No. 5, strani 1057-1064, 1997.
- [7] J.S. Armstrong in F. Collopy, »Identification of Asymmetric Prediction Intervals through Causal Forces«, *Journal of Forecasting*, Vol. **20**, strani 273-283, 2001.
- [8] E.A. Bailey, »Units and Standards of Measurement«, *J. Phys. E: Sci. Instrum*, Vol. **15**, strani 849-856, September 1982.
- [9] V. Batagelj, *Zapiski pri predmetu Optimizacijske metode*, Fakulteta za elektrotehniko in računalništvo, Ljubljana, 1988.
- [10] S. P. Benz in C. A. Hamilton, »Application of the Josephson Effect to Voltage Metrology«, *Proc. IEEE*, Vol. **92**, No. 10, strani 1617-1629, oktober 2004.
- [11] A. Bernieri, G. Betta, C. Linguori, A. Losi, »Neural Networks and Pseudo-Measurements for Real-Time Monitoring of Distribution Systems«, *IEEE Trans. Instr. Meas.*, Vol. **45**, No. 2, strani 645-650, April 1996.
- [12] A. Bernieri, G. Betta, C. Linguori, »Design and Implementation of Neural Networks Real-Time Measurement Applications«, V *Proc. of ET&VS-IM/97 IEEE Workshop on Emerging Technologies, Intelligent Measurement and Virtual Systems for Instr. And Meas.*, 1997, strani 29-38.
- [13] M. Bertocco, C. Narduzzi, P. Paglierani, D. Petri, »A Noise Model for Digitalized Data«, *IEEE Trans. Instr. Meas.*, Vol. **49**, No. 1, strani 83-86, Februar 2000.

- [14] C.M. Bishop in M.E. Tipping, »Bayesian Regression and Classification« In *Advances in Learning Theory: Methods, Models and Applications*, uredniki: J. Suykens, G. Horvath, S. Basu, C. Micchelli, J. Vandewalle, Vol. **190**, strani 267–285, IOS Press, NATO Science Series III: Computer and Systems Sciences, 2003.
- [15] C.M. Bishop in M. Svensén, »Robust Bayesian Mixture Modelling«, *Proceedings Twelfth European Symposium on Artificial Neural Networks*, urednik: M. Verleysen, 2004, strani 69–74.
- [16] T. Bountis, L. Karatsanis, G. Papaioannou, G. Pavlos, »Determinism and Noise in Surface Temperature Time Series«, *Ann. Geographicae*, Vol. **11**, EGS\_Springer Verlag, strani 947–957, 1993.
- [17] G.E. Box in G.M. Jenkins, *Time Series Analysis Forecasting and Control*, San Francisco: Holden Day, 1976.
- [18] J. Brank, *Predstavitev metode podpornih vektorjev*, 113. in 114. Solomonov seminar, 18. in 20. marca 2003, spletna stran: <http://www.branks.org/svm/> .
- [19] C.J.C. Burges, »A Tutorial on Support Vector Machines for Pattern Recognition« *Knowledge Discovery and Data Mining*, Vol. **2**, No. 2, 1998.
- [20] P.J. Brockwell in R.A. Davis, *Introduction to Time Series and Forecasting*, 2<sup>nd</sup> Edition, New York: Springer, 2002.
- [21] D.S. Broomhead in G. P. King, »Extracting Qualitative Dynamics from Experimental Data«, *Physica*, Vol. **20D**, strani 217–236, 1986.
- [22] S. Campbell in F.X. Diebold, »Weather Forecasting for Weather Derivatives«, Manuscript, Department of Economics, University of Pennsylvania, spletna stran [dosegljiva od] 2004: <http://www.ssc.upenn.edu/~fdiebold/papers/paper53/dc10.pdf>, (obiskana: april 2005).
- [23] A. Caponnetto, »A Note on the Role of Squared Loss in Regression«, CBCL Paper, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA, June 2005, spletna stran: <http://cbcl.mit.edu/projects/cbcl/publications/ps/caponnetto-squareloss-6-05.pdf> , (obiskana junij 2005).
- [24] C.-C. Chang in C.-J. Lin. LIBSVM: *A Library for Support Vector Machines*, spletna stran s programsko opremo: <http://www.csie.ntu.edu.tw/~cjlin/libsvm/>, (obiskana: marec 2005).
- [25] M.-W. Chang, B.-J. Chen, C.-J. Lin, »EUNITE Network Competition: Electricity Load Forecasting«, *Winner of EUNITE world wide competition on electricity load prediction*, EUNITE, spletna stran [dosegljiva od] November 2001: <http://www.csie.ntu.edu.tw/~cjlin/papers/euniteelf.ps.gz>, (obiskana: 1.marec 2005).
- [26] M.-W. Chang, C.-J. Lin, »Leave-one-out Bounds for Support Vector Regression Model Selection«, sprejeto za objavo v *Neural Computation*, spletna stran: <http://www.csie.ntu.edu.tw/~cjlin/papers/svrbound.pdf>, (obiskana: 1.marec 2005).
- [27] C. Chatfield, *The Analysis of Time Series, An Introduction*, 4th Edition, London: Chapman&Hall, 1992.

- [28] C. Chatfield, »Prediction Intervals for Time-Series Forecasting«, V *Principles of Forecasting: A Handbook for Researchers and Practitioners*, urednik: J. S. Armstrong, Boston: Kluwer Academic Publishers, 2001, strani: 475-494.
- [29] B.-J. Chen, M.-W. Chang, C.-J. Lin, »Load Forecasting Using Support Vector Machines: A Study on EUNITE Competition 2001«, Sprejeto za objavo v *IEEE Trans. Pow. Syst.*, spletna stran: <http://www.csie.ntu.edu.tw/~cjlin/papers/elf.pdf>, (obiskana: oktober 2002).
- [30] P.-H. Chen, C.-J. Lin, B. Schölkopf, »A Tutorial on nu-Support Vector Machines«, sprejeto za objavo v *Applied Stochastic Models in Business and Industry*, Spletna stran: <http://www.csie.ntu.edu.tw/~cjlin/papers/nusvmtutorial.pdf>, (obiskana: Maj 2004).
- [31] Y. Chen, »Global Stability of Neural Networks with Distributed Delays«, *Neur. Netw.*, Vol. **15**, strani 867-871, 2002.
- [32] V. Cherkassky, X. Shao, F. M. Muller, V. N. Vapnik »Model Complexity Control for Regression Using VC Generalisation Bound«, *IEEE Trans. Neu. Net.*, Vol. **10**, No. 5, strani 1075-1089, September 1999.
- [33] V. Cherkassky, Y. Ma. »Practical Selection of SVM Parameters and Noise Estimation for SVM Regression«. *Neural Networks*, Vol. **17**, No. 1, strani 113-126, January 2004.
- [34] V. Cherkassky, Y. Ma. »Selecting the Loss Function for Robust Linear Regression«. sprejeto za objavo v *Neural Computation*, spletna stran: <http://www.ece.umn.edu/cherkass/pub.html>, (obiskana: 8. januar 2005).
- [35] V. Cherkassky, Y. Ma, »Multiple Model Estimation: A New Formulation for Predictive Learning«, poslano za objavo v *IEEE Trans. Neu. Net.*, spletna stran: <http://www.ece.umn.edu/cherkass/pub.html>, (obiskana: 8. januar 2005).
- [36] P.F. Christoffersen, »Evaluating Interval Forecasts«, *International Economic Review*, Vol. **39**, strani 841-862, 1998.
- [37] C. Cortes in V. Vapnik, »Support Vector Networks«, *Machine Learning*, Vol. **20**, strani 273-297, 1995.
- [38] P. Cortez, M. Rocha, J. Neves, »Evolving Time Series Forecasting Neural Network Models«, *Proceedings of International Symposium on Adaptive Systems, Evolutionary Computing and Probabilistic Graphical Models, ISAS 2001*, Havana, Cuba, 2001, strani 84-91.
- [39] N. Cristianini in J. Shawe-Taylor, *An Introduction Support Vector Machines and Other Kernel-based Learning Methods*, Cambridge: Cambridge University Press, 2000.
- [40] B. DasGupta in B. Hammer, »On Approximate Learning by Multi-Layered Feedforward Circuits«, sprejeto za objavo v *Theoretical Computer Science*, spletna stran: [http://www.informatik.uni-osnabrueck.de/barbara/papers/postscripts/np\\_tcs.ps.gz](http://www.informatik.uni-osnabrueck.de/barbara/papers/postscripts/np_tcs.ps.gz), (obiskana: 1. februar 2005).
- [41] E. Davis, »Two Machine Learning Textbooks: An Instructor's Perspective«, *Artificial Intelligence*, Vol. **131**, 2001, strani 191-198.

- [42] X. de Luna, »Prediction Inference for Time Series«, Umeå Economic Studies 519, Umeå University, Department of Economics., spletna stran [dosegljiva od] 2000: <http://www.econ.umu.se/ues/ues519.pdf>, (obiskana: marec 2005).
- [43] R.D. De Veaux, J. Schumi, J. Schweinsberg, L.H. Ungar, »Prediction Intervals for Neural Networks via Nonlinear Regression«, *Technometrics*, Vol. **40**, strani 273-282, 1998.
- [44] D. Deaver, »Predictability of Solid State Zener References«, Fluke Corporation, spletna stran: [http://www.fluke.co.uk/comx/applications/deaver\\_mso01.pdf](http://www.fluke.co.uk/comx/applications/deaver_mso01.pdf), (obiskana: maj 2004).
- [45] M. Debevc, *Analiza signalov DC referenčnega modula*, Diplomsko delo, Fakulteta za elektrotehniko, Univerza v Ljubljani, Ljubljana, 1993.
- [46] F.X. Diebold, T. Gunther, A. Tay, »Evaluating Density Forecasts, with Applications to Financial Risk Management«, *International Economic Review*, Vol. **39**, strani 863-883, 1998.
- [47] A. Dobnikar, *Neuronske mreže, teorija in aplikacije*, Radovljica: Didakta, 1990.
- [48] J. Drnovšek, *Študij in gradnja napetostnega etalona – referenčnega vira napetosti na osnovi polprevodniške tehnologije*, Doktorska disertacija, Fakulteta za elektrotehniko, Univerza v Ljubljani, Ljubljana, 1986.
- [49] J. Drnovšek, M. Lindič, D. Fefer, A. Jeglič, J. Bojkovski, »Software uncertainty reduction of a voltage standard«, *Proc. of XIII IMEKO World Congress, Vol. 1*, Torino 1994, strani 380-384.
- [50] M. Drobnič, *Avtomatsko generiranje nelinaernih modelov s stobastičnimi metodami*. Doktorska disertacija, Fakulteta za računalništvo in informatiko, Univerza v Ljubljani, Ljubljana, 1998.
- [51] H. Drucker, C. J. C. Burges, L. Kaufman, A. Smola, V. Vapnik, »Support Vector Regression Machines«, V *Advances in Neural Information Processing Systems*, Vol. **9**, uredniki: M. Mozer, M. Jordan, T. Petsche, Cambridge: MA, MIT Press, 1997, strani 155-161.
- [52] EA-4/02, *Expression of Uncertainty of Measurement in Calibration*, EA European co-operation for Accreditation, december 1999.
- [53] EAL-R2, *Expression of the Uncertainty of Measurement Calibration*, European cooperation for Accreditation of Laboratories, April 1997.
- [54] D. Esp, »Adaptive Logic Network for East Slovakian Electrical Load Forecasting«, *2<sup>nd</sup> place on EUNITE world wide competition on electricity load prediction*, EUNITE, [dostopna od] November 2001, spletna stran: <http://neuron.tuke.sk/competition>, (obiskana: februar 2005).
- [55] R.-E. Fan, P.-H. Chen, C.-J. Lin, *Working Set Selection Using Second Order Information for Training SVM*, Technical report, Department of Computer Science, National Taiwan University, 2005, spletna stran: <http://www.csie.ntu.edu.tw/~cjlin/papers/quadworkset.pdf>, (obiskana: junij 2005).
- [56] A.M. Fraser, H.L. Swinney, »Independant Coordinates for Strange Attractor from Mutual Information«, *Physical Review A*, Vol. **33**, No. 2, strani 1134-1140.



- [57] J. Faraway in C. Chatfield, »Time-Series Forecasting with Neural Networks: A Comparative Study Using the Airline Data«, *Applied Statistics*, Vol. **47**, strani 231-250, 1998.
- [58] R. Fernandez, »Predicting Time Series with a Local Support Vector Regression Machine«, *Proc. ACAI 99*, 1999.
- [59] P.A. Flach, »On the State of the Art in Machine Learning: A Personal Review«, *Artificial Intelligence*, Vol. **131**, 2001, strani 199-222.
- [60] R. Fletcher, *Practical Methods of Optimization*, John Willey and Sons, New York, 1989.
- [61] FLUKE, Application Note, *Setting New Standards for DC Voltage Maintenance Systems*, Fluke Corporation, 2000.
- [62] FLUKE, Application Note, *A Practical Approach to Maintaining DC Reference Standards*, Fluke Corporation, 2000.
- [63] FLUKE, Instruction Manual, *732B/734A DC Reference Standard*, PN 869321. March 1992, Rev.3, 1997.
- [64] FLUKE, Technical Data, *Direct Voltage Maintenance Program for Fluke 732 and 734 DC Reference Standards*, Fluke Corporation, 2002.
- [65] P. Frasconi, M. Gori, »Computational Capabilities of Local-Feedback Recurrent Networks Acting as Finite Machines«, *IEEE Trans. Neu. Net.*, Vol. **7**, No. 6, strain 1521-1525, 1996.
- [66] H. Friedman in W. Stuetzle, »Projection Pursuit Regression«, *J. of the American Statistical Association*, Vol. **76**, strani 817-823, 1981.
- [67] J. H. Friedman in B. E. Popescu, »Gradient Directed Regularization«, Jerome. H. Friedman, spletna stran [dostopna od] Februar 2004: <http://www-stat.stanford.edu/~jhf/ftp/pathlite.pdf>, (obiskana 8. marec 2005).
- [68] J. Gama, »Modelling the Bank Client Behaviour Using Functional Trees«, *2<sup>nd</sup> place of 2<sup>nd</sup> EUNITE world wide competition on the bank client behaviour prediction*, EUNITE, [dostopna od] November 2001, spletna stran: <http://neuron.tuke.sk/competition>, (obiskana: februar 2005).
- [69] J.B. Gao, Y.H. Cao, J.M. Lee, »Principal Component Analysis of 1/f Noise«, *Phys. Lett. A*, Vol. **314**, strani 392-400, 2003.
- [70] N. Garcia, A. Damask, S. Schwarz, *Physics for Computer Science Students with Emphasis on Atomic and Semiconductor Physics*, 2<sup>nd</sup> Edition, Springer, 1998.
- [71] N.A. Gershenfeld in A. S. Weigend, *Time series prediction: Forecasting the future and understanding the past*, Reading MA: Addison-Wesley Publishing Company, 1992.
- [72] C.L. Giles, S. Lawrence, A.C. Tsoi, »Noisy Time Series Prediction using a Recurrent Neural Network and Grammatical Inference«, *Machine Learning*, Vol. **44**, No. 1/2, 2001, strani 161-183.

- [73] P.W. Goldberg, C.K.I. Williams, C.M. Bishop, »Regression with Input-dependent Noise: A Gaussian Process Treatment«. V *Advances in Neural Information Processing Systems*, Vol. **10**, uredniki: M.I. Jordan, M.J. Kearns, S.A. Solla, Cambridge, MA: MIT Press, 1998.
- [74] P. Grassberger, T. Schrieber, C. Schaffrath, »Nonlinear Time Sequences Analysis«, *International Journal of Bifurcation and Chaos*, Vol. **1**, No. 3, strani 521-47, 1991.
- [75] A. Gretton, A. Doucet, R. Herbrich, P. Rayner, B. Schölkopf, »Support Vector Regression for Black-Box System Identification«, *11th IEEE Workshop on Statistical Signal Processing*, IEEE Signal Processing Society, Piscataway, NY, strani 341-344, 2001.
- [76] C.A. Hamilton, L.W. Tarr. »Projecting Zener DC Reference Performance between Calibrations«, VMetrix, spletna stran <http://www.VMetrix.com>, (obiskana: januar 2004).
- [77] C.A. Hamilton, »Josephson Voltage Standards«, *Rev. Sci. Instrum.*, Vol. **71**, strani 3611-3623, 2000.
- [78] B. Hammer in J. Steil, »Tutorial: Perspectives on Learning with RNNs«, *ESSAN'2002 Proceedings – European Symposium on Artificial Neural Networks*, Burges, Belgium, april 2002, strani 357-368, spletna stran: <http://www.dice.ucl.ac.be/Proceedings/esann/esannpdf/es2002-200.pdf> (obiskana: junij 2004).
- [79] B. Hammer in T. Villmann. »Mathematical aspects of neural networks«. *European Symposium on Artificial Neural Networks'2003, D-side publications*, 2003, urednik M. Verleysen, strani 59-72, spletna stran: [http://www.informatik.uni-osnabrueck.de/barbara/papers/postscripts/math\\_esann.ps.gz](http://www.informatik.uni-osnabrueck.de/barbara/papers/postscripts/math_esann.ps.gz), (obiskana: junij 2004).
- [80] X. Han, G. N. Stenbakken, F. J. Von Zuben, H. Engler, »A Comprehensive Approach – Neural Network in the Development of Nonlinear Empirical Error Modelling«, *Proc. of WSEST'99 (Workshop on SW Embedded Systems)*, november 1999, strani 43-48.
- [81] B.E. Hansen, »Interval Forecasts and Parameter Uncertainty«, spletna stran [dosegljiva od] avgust 2004: <http://www.ssc.wisc.edu/~bhansen/papers/forecast.html>, (obiskana: april 2005).
- [82] P.T. Harju, *Advances in Polynomial Predictive Filtering: Theory, Design, and Applications*, Thesis for the degree of Doctor of Technology, Espoo 1997/Report 21.
- [83] S. Haykin, *Neural networks – a Comprehensive Foundation*, Prentice Hall International Inc., 1999.
- [84] S. Haynes, »Achieving an Ultra Stable Reference for Modern Standards and Calibration Instrumentation«, *John Fluke Mfg. Co., Inc. F0082A-03U870I:SE:EN*, strani 1-5.
- [85] R. Hecht-Nielsen, *Neurocomputing*, HNC, Inc. and University of California, San Diego: Addison-Wesley Publishing Company, 1990.
- [86] A.V. Holden, *Chaos, Nonlinear Science: Theory and Applications*, Manchester: Manchester University Press, 1992.
- [87] P. Horowitz, W. Hill, *The art of electronics*, Cambridge: Cambridge University Press, 1990, strani 1025-1026.

- [88] *HP 3456A Digital Voltmeter Operating Manual*, HP part number 03456-9006, (Contents include: General information, Specifications and detailed operating and user instructions with practical examples), Hewlett-Packard Company.
- [89] *HP 3458A Operating, Programing and Configurations Manual, Specifications*, Hewlett-Packard Company, May 1988.
- [90] C.-W. Hsu, C.-C. Chang, C.-J. Lin, *A Practical Guide to Support Vector Classification*, spletna stran: <http://www.csie.ntu.edu.tw/~cjlin/papers/guide/guide.pdf>, (obiskana maj 2005).
- [91] S. Hu in J. Wang, »Global Stability of a Class of Discrete-Time Recurrent Neural Networks«, *IEEE Trans. Circ. Syst.-I: Fund. Theory Appl.*, Vol. **49**, No. 8, strani 1104-1117, 2002.
- [92] K.J. Hunt, G.R. Irwin, K. Warwick (uredniki), *Neural Network Engineering in Dynamic Control Systems, Advances in Industrial Control*, Springer, 1995.
- [93] J.T.G. Hwang in A.A. Ding, »Prediction Intervals for Artificial Neural Networks«, *Journal of the American Statistical Association*, Vol. **92**, strani 748-757, 1997.
- [94] ISO/TAG 4/WG 3, *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement (GUM)*, International Organization for Standardization, 1st edition, 1993.
- [95] J. Jeong, J.C. Gore, B.S. Peteron, »A Method for Determinism in Short Time Series and its Application to Stacionary EEG«, *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, Vol. **49**, No. 11, strani 1374-1379, 2002.
- [96] T. Joachims, »Making large-Scale SVM Learning Practical«. V *Advances in Kernel Methods - Support Vector Learning*, uredniki: B. Schölkopf, C. Burges, A. Smola, MIT Press, 1999.
- [97] B. Jorgensen in P.X.-K. Song, *Stationary state space models for longitudinal dat*, Research report #9, Department of Statistics and Demography, Odense University, Denmark, spletna stran [dosegljiva od] 1998, <http://www.stat.sdu.dk/oldpublications/pspdf/RR9.ps>, (obiskana: junij 2002).
- [98] *Josephson Voltage Standard. Electricity and Magnetism*, NMI, spletna stran: [http://www.nmi.nl/english/science\\_calibration/electricity/josephson\\_main.htm](http://www.nmi.nl/english/science_calibration/electricity/josephson_main.htm), (obiskana: januar 2004).
- [99] A. Katkov, J. Niemeyer, R. Behr, »Possible Direct Measurement of Standard Cells with a Josephson Voltage Standard«, *Metrologia*, Vol. **36**, 1999, strani 473-476.
- [100] R. Kletke, »Maintaining 10 VDC at 0.3 Ppm or Better in Your Laboratory«, Fluke Corporation, spletna stran: <http://www.fluke.com/Download/Calibrators/aug96pp2.pdf>, (obiskana: maj 2003).
- [101] I. Kononenko, *Strojno učenje*, Založba FE in FRI, Ljubljana, 2005.
- [102] A. Kowalczyk, A.J. Smola, R.C. Williamson, »Logic, trees, and kernels«, *Journal of Machine Learning Research*, sprejet za objavo, spletna stran: <http://users.rsise.anu.edu.au/~smola/papers/unpubKowSmoWil03.pdf>, (obiskana: maj 2005).

- [103] P. Kranjec, *Programsko krmiljenje heterogene skupine napetostnih referenc*, Doktorska disertacija, Fakulteta za elektrotehniko, Univerza v Ljubljani, Ljubljana, 1999.
- [104] P. Kranjec, D. Fefer, A. Jeglič. »A Group Self-controlled Solid-state Voltage reference source«, *Measurement*, Vol. **23**, strani 247-255, 1998.
- [105] S.C. Kremer, »On the Computational Power of Elman-Style Recurrent Network«, *IEEE Trans. Neu. Net.*, Vol. **6**, No. 4, strani 1000-1004, Julij 1995.
- [106] V. Križman, *Avtomatsko odkrivanje strukture modelov dinamičnih sistemov*, Doktorska disertacije, Fakulteta za računalništvo in informatiko, Univerza v Ljubljani, Ljubljana, 1998.
- [107] D. Labate, F. Canavero, A. De Marchi, »A Comparison of Fractal Dimension and Spectrum Coefficient Characterization of  $1/f^{\alpha}$  Noise«, Letter to Editor, *Metrologia* Vol. **31**, strani 51-53, 1994.
- [108] A. Lendasse, E. Oja, O. Simula, M. Verleysen. »Time Series Competition: CAT Benchmark«, *IJCNN'2004 Proceedings – International Joint Conference on Neural Networks*, Budapest, Hungary, IEEE, Julij 2004, strani 1615-1620.
- [109] D. Lebedev, J. Steil, H. Ritter, »Real Time Path Planning in Dynamic Environment a Comparison of Three Neural Network Models«, *Proc. IEEE Int. Conf. Systems, Man, and Cybernetics*, Washington, strani 3408-3413, 2003.
- [110] H.X. Li, C.L. P. Chen, »The Equivalence between Fuzzy Logic Systems and Feedforward Neural Networks«, *IEEE Trans. Neu. Net.*, Vol. **11**, No. 2, strani 356-365, Marec 2000.
- [111] T. Lin, B.G. Horne, P. Tino, C.L. Giles, »Learning Long-Term Dependences in NARX Recurrent Neural Networks«, *IEEE Trans. Neu. Net.*, Vol. **7**, No. 6, strani 1329-1338, November 1996.
- [112] M. Lindič, *Primerjalna analiza delovanja statističnega in sledilnega algoritma v enosmernem napetostnem referenčnem modulu*, Magistrsko delo, Fakulteta za elektrotehniko in računalništvo, Univerza v Ljubljani, Ljubljana, 1993.
- [113] Linear Technology, *LTZ1000/LTZ1000A Ultra Precision Reference*, technical description, Linear Databook 1990, 1990, strani 3-9 - 3-15.
- [114] L.X. Liu, T.Y. Sim, V.K.S. Tan, H.A. Chua, K.H. Lam, »Mathematical Model to Approximate the Response of a Zener Cell Output Under Varying Environmental Conditions«, *Metrologia*, Vol. **37**, strani 213-218, 2000.
- [115] L. Ljung, »Black-box Models form Input-output Measurements«, *Proc. of IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference*, Budapest, Hungary, May 21-23, 2001, strani 138- 146.
- [116] J.P. Lo-Hive, D. Reymann, G. Geneves, »Using 10 V Josephson Voltage Standards to Estimate the Uncertainty of Zener Voltage References as Traveling Standards«, *IEEE Trans. Instr. Meas.*, Vol. **48**, No. 2, strani 253-256, April 1999.
- [117] S. Makridakis, »The Art and Science of Forecasting«, *International Journal of Forecasting*, Vol. **2**, strani 19-35, 1986.

- [118] B. Mandelbrot, J.W. Van Ness, »Fractional Brownian Noises and Applications«, *SLAM Rev.*, Vol 10, No. 4, strani 422-436, 1968.
- [119] T. Masters, *Neural, Novel & Hybrid Algorithms for Time Series Prediction*, John Wiley & Sons, 1995.
- [120] D. Matko, *Identifikacije*, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za elektrotehniko, 1992.
- [121] D. Mattera in S. Haykin, »Support Vector Machines for Dynamic Reconstruction of a Chaotic System«, V *Advances in Kernel Methods --- Support Vector Learning*, uredniki: B. Schölkopf, C.J.C. Burges, A.J. Smola, Cambridge, MA, MIT Press, strani 211-242, 1999.
- [122] *Mednarodni slovar osnovnih in splošnih izrazov s področja meroslovja*. Urad za standardizacijo in meroslovje, Ljubljana, 1999.
- [123] J. McNames, »A Nearest Trajectory Strategy for Time Series Prediction«, *Proc. of International Workshop on Advances Black-Box Techniques for Nonlinear Modelling*, Katholieke Univerisiteit Leuven, Belgium, 1998, strani 112-128.
- [124] D. Michie, D.J. Spiegelhalter, C.C. Taylor, *Machine Learning, Neural and Statistical Classification*, NY: Ellis Horwood; spletna stran [dosegljiva od 1994]; <http://www.amsta.leeds.ac.uk/~charles/statlog/>, (obuskana: Junij 2004).
- [125] I. Miller in M. Miller, *John's E. Freund's Mathematical Statistics*, 6<sup>th</sup> Edition, Prentice Hall, 1999.
- [126] T. Mitchell, *Machine Learning*, Boston, MA: McGraw-Hill, 1997.
- [127] S. Mukherjee, E. Osuna, F. Girosi. »Nonlinear Prediction of Chaotic Time Series Using a Support Vector Machine«, *Neural Networks for Signal Processing VII - Proceedings of the 1997 IEEE Workshop*, uredniki: J. Principe, L. Gile, N. Morgan, E. Wilson, IEEE, New York, 1997.
- [128] K.R. Müller, A.J. Smola, G. Rätsch, B. Schölkrof, V. Vapnik, »Predicting Time Series with Support Vector Machines«, V *Advances in Kernel Methods - Support Vector Learning*, uredniki: B.Schölkopf, C.J.C. Burges, A.J. Smola, Cambridge, MA: MIT Press, 1999, strani 243-254.
- [129] I. Nančovska, *Metode fraktalne teorije v analizi merilnih signalov*, Magistrsko delo, Fakulteta za računalništvo in informatiko, Univerza v Ljubljani, Ljubljana, 1996.
- [130] I. Nančovska, A. Jeglič, P. Kranjec, D. Fefer, »Comparison Between DC Voltage Reference Source Time Series and Fractional Brownian Mmotions or Distinguishing Between Deterministic Chaos and Randomness«, V *Fractal frontiers*, Uredniki: M.M. Novak, T.G. Dewey, Singapore [etc.]: World Scientific, 1997, strani 475.
- [131] I. Nančovska, F. Solina, A. Jeglič, D. Fefer, »Deterministic Chaos and Noise in the DC Voltage Reference Source Signals«, *New measurements - challenges and visions*, Urednik: J. Halttunen, Vol. 4A, Topic 4, Helsinki: Finnish Society of Automation, 1997, str. 149-154.
- [132] I. Nančovska, P. Kranjec, A. Jeglič, D. Fefer, »Case Study of the Predictive Models Used for Improvement of the Stability of the DC Voltage Reference Source«, *IEEE Trans. Instr. Meas.* Vol. 47, No. 5, strani 1487-1491, December 1998.

- [133] I. Nančovska, L. Todorovski, A. Jeglič, D. Fefer, »Deterministic Predictive Models for DC Voltage Reference Source Control«, *IEEE Trans. Ind. Elect.*, Vol. **47**, No. 1, strani 186-192, Februar 2000.
- [134] I. Nančovska, »Support Vector Regression for Voltage Reference Elements Monitoring«, *VIMS/01 Proceedings. IEEE International Workshop on Virtual and Intelligent Measurement Systems*, Budapest, Hungary, May 19-20, 2001, strani 46-50.
- [135] I. Nančovska Šerbec, D. Fefer, »Black-box Models for Reference Voltage Monitoring«, *Proceedings of LASTED International Conference Applied Simulation and Modelling*, June 28-30, 2004, Rhodes, Greece.
- [136] K. S. Narendra, K. Parthasarathy, »Identification and Control of Dynamical Systems Using Neural Networks«, *IEEE Trans. Neu. Net.*, Vol. **1**, No. 1, strani 4-27, marec 1990.
- [137] National Semiconductor, *LM129/LM329 Precision Reference*, Technical description, Marec 2000.
- [138] M. E. J. Newman, »Power Laws, Pareto Distributions and Zipf's Law«, DOI: cond-mat/0412004, arXiv, spletna stran [dosegljiva od] 4. december 2004: <http://arXiv.org/abs/cond-mat/0412004>, (obiskana: 20. Marec 2005).
- [139] D.A. Nix in A.S. Weigend, »Learning Local Error Bars for Nonlinear Regression«, V *Advances in Neural Information Processing Systems*, Vol **7**, uredniki: G. Tesauro, D. Tuoretzky, T. Leen, ambridge, MA: The MIT Press, strani 489-496, 1995.
- [140] S. J. Ovaska, »Predictive Signal Processing in Instrumentation and Measurement: A Tutorial Review«, *IMTC/97 Proceedings of IEEE Instrumentation and Measurement Conference*, Ottawa, Canada, May 19-21, 1997, strani 48-53.
- [141] A.G. Parlos, S.K. Menon, A.F. Atiya, »An Algorithmic Approach to Adaptive State Filtering Using Recurrent Neural Networks«, *IEEE Trnas. Neral. Net.*, Vol. **12**, No. 6, strani 1411-1432, 2001.
- [142] M. Parvis, »Training and Use of Neural Networks in the Presence of Uncertainties«, *Proceeding of ETIMVIS'98-1998 IEEE International Workshop on Emerging Technologies, Intelligent Measurement and Virtual Systems for Instrumentation and Measurement*, 1998, strani 11-19.
- [143] D.T. Pham, X. Liu, *Neural Networks for Identification, Prediction and Control*, London, GB: Springer-Verlag, 1995.
- [144] J. Platt, »Fast Training of Support Vector Machines Using Sequential Minimal Optimization«, V *Advances in Kernel Methods - Support Vector Learning*, uredniki: B. Schölkopf, C.J.C. Burges, A.J. Smola, Cambridge, MA: MIT Press, 1999, strani 185-208.
- [145] M. Pontil, S. Mukherjee, F. Girosi, »On the Noise Model of Support Vector Machine Regression«, *Proc. of Algorithmic Learning Theory 2000, ALT 2000*, strani 316-324, spletna stran: <http://cbcl.mit.edu/publications/theory-learning.html>, (obiskana maj 2005).
- [146] A.S. Poznyak, W. Yu, E.N. Sanchez, J.P: Perez, »Nonlinear Adaptive Trajectory Tracking Using Dynamic Neural Network«, *IEEE Trans. Neu. Net.*, Vol. **10**, No. 6, strani 1402-1411, November 1999.

- [147] W.H. Press, B. P. Flannery, S.A. Teukolsky, W. T. Vetterling, *Numerical Recipes*, Cambridge, MA: Cambridge University Press, 1986.
- [148] J.G. Proakis, D.G. Manolakis, *Digital Signal Processing. Principles, Algorithms and Applications*, 3<sup>rd</sup> edition, New Jersey: Prentice Hall, 1996.
- [149] A. Provenzale, L.A. Smith, R. Vio, G. Murate, »Distinguishing Between Low-Dimensional Dynamics and Randomness in Measured Time Series«, *Physica D*, Vol. **58**, strani 31-49, 1992.
- [150] R. Rape, *Študija možnosti uporabe nevronske mreže za kompleksne obdelave podatkov v metrologiji*, Doktorska disertacija, Fakulteta za elektrotehniko, Univerza v Ljubljani, Ljubljana, 1996.
- [151] L. Ralaivola in F. d'Alché-Buc, »Dynamical Modeling with Kernels for Nonlinear Time Series Prediction«, spletna stran: [http://eprints.pascal-network.org/archive/00000484/01/NIPS2003\\_AA17.pdf](http://eprints.pascal-network.org/archive/00000484/01/NIPS2003_AA17.pdf), (obiskana junij 2005).
- [152] B.D. Ripley, »Statistical aspects of neural networks«, V *Networks and Chaos: Statistical and Probabilistic Aspects*, uredniki: O.E. Barndorff-Nielsen, J.L. Jensen, W.S Kendall, London: Chapman and Hall; 1993, strani 40-123.
- [153] M. Robnik-Šikonja in I. Kononenko, »Theoretical and Empirical Analysis of Relief and RReliefF«, *Machine Learning Journal*, Vol. **53**, strani 23 – 69, 2003.
- [154] S. Rüping, *MySVM-Manual*, University of Dortmund, Lehrstuhl Informatik 8, spletna stran s programsko opremo: <http://www-ai.cs.uni-dortmund.de/SOFTWARE/MYSVM/>, (obiskana: januar 2000).
- [155] S. Rüping, »SVM Kernels for Time Series Analysis«, *LLWA 01 - Tagungsband der GI-Workshop-Woche Lernen - Lehren - Wissen – Adaptivität*, uredniki: R. Klinkenberg, S. Rüping, A. Fick, N. Henze, C. Herzog, R. Molitor, O. Schröder, Dortmund, Germany, 2001.
- [156] W.S. Sarle, »Neural Networks and Statistical Models«, *Proceedings of the Nineteenth Annual SAS Users Group International Conference*, Cary, NC: SAS Institute, 1994, strani 1538-1550, spletna stran: <ftp://ftp.sas.com/pub/neural/neural1.ps>, (obiskana: Maj 2004).
- [157] W.S. Sarle, *Neural Network FAQ (part 1..7)*, spletna stran [dosegljiva od] copyright 1998-2002, <ftp://ftp.sas.com/pub/neural/FAQ.html>, (obiskana: 2000-2004).
- [158] S. Särkka, A. Vehtari, J. Lampinen, »Time Series Prediction by Kalman Smoother with Cross-Validated Noise Density«, *IJCNN'2004 Proceedings – International Joint Conference on Neural Networks*, Budapest, Hungary, IEEE, Julij 2004, *Winner of the Time Series Prediction Competition, The CATS Benchmark*, spletna stran: <http://www.lce.hut.fi/~ssarkka/pub/cats-final.pdf> (obiskana: marec 2005).
- [159] U.D. Schiller in J.J. Steil, »Analyzing the Weigh Dynamics of Recurrent Learning Algorithms«, *Neurocomputing*, Vol. **63C**, strani 5-23, 2005.
- [160] B. Schölkopf, P. L. Bartlett, A. Smola, R. Williamson, »Support Vector Regression with Automatic Accuracy Control«, *Proceedings of ICANN'98, Perspectives in Neural Computing*, uredniki: L. Niklasson, M. Bodén, T. Ziemke, Berlin, Springer Verlag, 1998, strani 111-116.

- [161] B. Schölkopf, P.L. Bartlett, A. Smola, R. Williamson. »Shrinking the Tube: a New Support Vector Regression Algorithm«. V *Advances in Neural Information Processing Systems*, Vol. **11**, uredniki: M.S. Kearns, S.A. Solla, D.A. Cohn, Cambridge, MA: MIT Press, 1999, strani 330-336.
- [162] B. Schölkopf, A.J. Smola, R.C. Williamson, P.L. Bartlett, »New Support Vector Algorithms«, *Neural Computation*, Vol. **12**, strani 1207-45, 2000.
- [163] B. Schölkopf, A.J. Smola, *Learning with Kernels: Support Vector Machines, Regularization, Optimization and Beyond*, Cambridge, MA: MIT Press, 2002.
- [164] S. Siegel, *Nonparametric statistics for the behavioural sciences*, McGraw-Hill Kogakusha, Tokyo, stran 312, 1956.
- [165] H.T. Siegelmann in E.D. Sontag, »On the Computational Power on Neural Networks«, *Journal of Comp. Systems in Science*. Vol. **50**, No. 1, strani 132 – 150, 1995.
- [166] J. Sjöberg, Q. Zhang, L. Ljung, A. Benveniste, B. Deylon, P.Y. Glorennec, H. Hjalmarsson, A. Juditsky, »Non Linear Black Box Modeling in System Identification: an Unified Overview«, *Automatica*, Vol. **33**, strani 1691-1724, 1997.
- [167] J. Sjöberg, »A Nonlinear Grey-Box Example Using a Stepwise System Identification Approach«, Podobna verzija članka je objavljena v *Proceedings of the 11th IFAC Symposium on Identification*, Santa Barbara, USA, 2000, spletna stran: <http://www.s2.chalmers.se/~sjoberg/papers/ifac00.ps>, (obiskana: februar 2005).
- [168] A.J. Smola, *Learning with Kernels*, PhD thesis, Technische Universität Berlin, GMD Research Series No.25, 1998.
- [169] A.J. Smola in B. Schölkopf, *A Tutorial on Support Vector Regression*, NeuroCOLT Technical Report NC-TR-98-030, Royal Holloway College, University of London, UK, 1998.
- [170] A.J. Smola, N. Murata, B. Schölkopf, K.R. Müller, »Asymptotically Optimal Choice of  $\epsilon$  - loss for Support Vector Machines«, *Proc. of ICANN'98, Perspectives in Neural Computing*, uredniki: L. Niklasson, M. Bodén, T. Ziemke, Berlin, Springer Verlag, 1998, strani 105-110.
- [171] A.J. Smola in S.V.N. Vishwanathan, »Hilbert Space Embeddings in Dynamical Systems«, *Proceedings of the 13th IFAC symposium on system identification, IFAC, 2003*, spletna stran: <http://users.rsise.anu.edu.au/~smola/>, obiskana maj 2005.
- [172] A.J. Smola in B.Schölkopf, »A Tutorial on Support Vector Regression«, *Statistics and Computing*, Vol. **14**, strani 199-222, 2004.
- [173] P. Sollich, *Can Gaussian Process Regression be Made Robust Against Model Mismatch?* Technical report, spletna stran: [http://www.mth.kcl.ac.uk/~psollich/publications/node30.html#GP\\_max\\_evidence\\_NIP\\_S](http://www.mth.kcl.ac.uk/~psollich/publications/node30.html#GP_max_evidence_NIP_S), (obiskana: September 2004).
- [174] P. Sollich, C.K.I. Williams, »Using the Equivalent Kernel to Understand Gaussian Process Regression«, V *Advances in Neural Information Processing Systems*, Vol. **17**, sprejet za objavo, spletna stran: <http://www.mth.kcl.ac.uk/~psollich/publications/>, (obiskana: januar 2005).



- [175] E.D. Sontag, »Feedforward Nets for Interpolation and Classification«, *Journal of Computer and System Sciences*, Vol. **45**, strani: 20-48, 1992.
- [176] E.D. Sontag, »Recurrent Neural Networks: Some Systems-Theoretic Aspects«, V *Dealing with Complexity: a Neural Network Approach*, urednik: M. Karny, K. Warwick, V. Kurkova, London: Springer-Verlag, 1997, strani: 1-12.
- [177] E.D. Sontag, »A Learning Result for Continuous-time Recurrent Neural Networks«, *Systems and Control Letters*, Vol. **34**, strani: 151-158, 1998.
- [178] E.D. Sontag, Y. Qiao, »Further Results on Controllability of Recurrent Neural Networks«, *Systems and Control Letters*, Vol. **36**, strani: 121-129, 1999.
- [179] E.D. Sontag, »VC Dimension of Neural Networks«, *Neural Networks and Machine Learning*, urednik: C.M. Bishop, Berlin: Springer-Verlag, strani 69-95, 1998.
- [180] E.D. Sontag, W. Maass, »Neural Systems as Nonlinear Filters«, *Neural Computation*, Vol. **12**, strani 1743-1772, 2000.
- [181] E.D. Sontag, »Some New Directions in Control Theory Inspired by System Biology«, *Syst. Biol.*, Vol. **1**, No. 1, strani 9-18, junij 2004.
- [182] P.J. Spreadbury, »The Ultra-Zener – A Portable Replacement for the Western Cell?«, *IEEE Trans. Instr. Meas.*, Vol. **40**, No. 2, strani 343-346, April 1991.
- [183] P.J. Spreadbury, »The Ultra-Zener ... Is It a Portable Replacement for the Western Cell?«, *Meas. Sci. Technol.*, Vol. **1**, strani 687-690, 1990.
- [184] J.J. Steil, »Local Input-output Stability of Recurrent Networks with Time-varying Weights«, Proc. ESANN 2000, urednik: M. Verleysen, strani 281-286, 2000.
- [185] J.J. Steil, G.C. Cawley, T. Villmann, »Guest Editorial: Trends in Neurocomputing at ESANN 2004«, *Neurocomputing (ESANN 2004 Special Issue)*, Vol. **64C**, strani 1-4, 2005.
- [186] J.J. Steil, »Memory in Backpropagation-Decorrelation O(N) Efficient Online Recurrent Learning«, sprejeto za ICANN 05, spletna stran: [http://www.techfak.uni-bielefeld.de/~jsteil/body\\_publications.html](http://www.techfak.uni-bielefeld.de/~jsteil/body_publications.html), (obiskana: maj 2005).
- [187] Z. Svetik, M. Lindič, R. Lapuh. »Nacionalni etalon električnega toka«, SIQ, spletna stran: <http://www.siq.si/fileadmin/siq/pdf/meroslovje/Tok.pdf>, (obiskana: maj 2003).
- [188] StatSoft, Inc., *Electronic Statistics Textbook*, Tulsa. OK, StatSoft, spletna stran: <http://www.statsoft.com/textbook/stathome.html>, (obiskana: September 2004).
- [189] J.A.K. Suykens, »Nonlinear Modelling and Support Vector Machines«, *Proceedings of the IEEE International Conference on Instrumentation and Measurement Technology (IEEE-IMTC 2001 State-of-the-Art lecture)*, Budapest, Hungary, May 2001, strani 287-294.
- [190] J.A.K. Suykens. »Support Vector Machines : a Nonlinear Modelling and Control Perspective«, *European Journal of Control, Special Issue on fundamental issues in control*, Vol. **7**, No. 2-3, strani 311-327, 2001, spletna stran: [ftp://ftp.esat.kuleuven.ac.be/pub/SISTA/suykens/reports/lssvm\\_01\\_42.ps.gz](ftp://ftp.esat.kuleuven.ac.be/pub/SISTA/suykens/reports/lssvm_01_42.ps.gz) (obiskana: februar 2005).

- [191] P. Šuhel, *Industrijska elektronika – operacijski ojačevalnik v sistemih*, Ljubljana, Maribor, Mengeš: D design, 1995, stran 36.
- [192] P. Šuhel, A. Kralj, *Sistemi industrijske elektronike, Gradniki in sestavi*. 2. izd. Ljubljana, Fakulteta za elektrotehniko in računalništvo, 1994.
- [193] Y. Tang, R. Steiner, J. Sims, »Comparison of Two Josephson Array Voltage Standard Systems Using a Set of Zener References«, *IEEE Trans. Instr. Meas.*, Vol. **48**, No. 2, strani 262-265, April 1999.
- [194] Y. Tang, N. B. Belecki, J. F. Mayo-Wells, »A Practical Josephson Voltage Standard at One Volt«, *A Century of Excellence in Measurements. Standards. and Technology - A Chronicle of Selected NBS/NIST Publications, 1901-2000*, urednik D.R. Lide, strani 315-318.
- [195] Z. Tang in P.A. Fishwick, »Feed-Forward Neural Nets as Models for Time Series Forecasting«, *ORSA Journal of Computing*, Vol. **5**, No. 4, strani 374-386, 1993.
- [196] L.W. Tarr in C.A. Hamilton, »Predicting Zener DC Reference Performance between Calibrations«, *NCSL International 2003 Workshop and Symposium*, Tampa, FL, USA, 2003.
- [197] Tasc, Inc. (za NIST), »Economic Impact Assessment of NIST's Josephson Volt Standard Program«, Planning Report 01-1, julij 2001.
- [198] J. Tashman, J. Hoover, »Diffusion of Forecasting Principles: An Assessment of Forecasting Software Programs«, V *Principles of Forecasting: A Handbook for Researchers and Practitioners*, urednik: J. S. Armstrong, Boston: Kluwer Academic Publishers, 2001, strani 651-676.
- [199] J. Thailer, »Some Comments on the Correlation dimension of  $1/f^2$  noise«, *Physical Letters A*, Vol. **155**, strani 480-493, 1991.
- [200] R. Tibshirani, »A Comparison of Some Error Estimates for Neural Network Models«, *Neural Computation*, Vol. **8**, strani 152-163, 1995.
- [201] P. Tino in B. Hammer, »Architectural Bias in Recurrent Neural Networks - Fractal Analysis«, *Neural Computation*, Vol. **15**, No. 8, strani 1931-1957, 2003.
- [202] A.A. Tsonis, *Chaos-From Theory to Applications*, New York: Plenum Press, 1992.
- [203] L. Todorovski, *Uporaba predznanja pri modeliranju dinamičnih sistemov z avtomatskim odkrivanjem enačb*, Doktorska disertacija, Fakulteta za računalništvo in informatiko, Univerza v Ljubljani, Ljubljana, 2003.
- [204] W.A. Truccolo, G. Rangarajan, Y. Chen, M. Ding, »Analyzing Stability of Equilibrium Points in Neural Networks: A General Approach«, *Neural Networks*, Vol. **16**, strani 1453-1460, 2003.
- [205] I. Tsochantaridis, T. Hofmann, J. Joakims, Y. Altun, »Support Vector Learning for Independent and Structured Output Spaces«, *ICML, 2004*, spletna stran s programsko opremo: [http://www.cs.cornell.edu/People/tj/svm%5Flight/svm\\_struct.html](http://www.cs.cornell.edu/People/tj/svm%5Flight/svm_struct.html), (obsikana maj 2005).

- [206] S. Tjøffner-Clausen. *System Identification and Robust Control A Case Study Approach*, London: Springer-Verlag, 1996.
- [207] *Urad Republike Slovenije za meroslovje*, spletna stran <http://www.usm.mzt.si/>, (obiskana: maj 2003).
- [208] L.G. Valiant, »A Theory of Learnable«, *Communications on ACM*, Vol. 27, No. 11, strani 1134-1145, November 1984.
- [209] T. Van Gestel, J. Suykens, D. Baestaens, A. Lambrechts, G. Lanckriet, B. Vandaele, B. De Moor, J. Vandewalle, »Financial Time Series Prediction Using Least Squares Support Vector Machines within the Evidence Framework«, *IEEE Transactions on Neural Networks, Special Issue on Neural Networks in Financial Engineering*, Vol. 12, No. 4, strani 809-821, 2001.
- [210] V.N. Vapnik, *The Nature of Statistical Learning Theory*, N.Y.: Springer, 1995.
- [211] V.N. Vapnik, *Statistical Learning Theory*, New York: Wiley, 1998.
- [212] V. N. Vapnik, S. Golowich, A.J. Smola, »Support Vector Method for Function Approximation, Regression Estimation, and Signal Processing«, V *Advances in Neural Information Processing Systems*, Vol. 9, uredniki: M. Mozer, M.Jordan, T. Petsche, Cambridge, MA: MIT Press, 1997, strani 281-287.
- [213] V. Verdult, J.A.K. Suykens, J. Boets, I. Goethals, B. De Moor, »Least Squares Support Vector Machines for Kernel CCA in Nonlinear State-Space Identification«, *Proceedings of the 16th International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems (MTNS 2004)*, Leuven, Belgium, July 2004, spletna stran: <ftp://ftp.esat.kuleuven.ac.be/pub/SISTA/goethals/kccamtms04.pdf>, (obiskana: dec. 2004).
- [214] E. Wan, *Finite Impulse Response Neural Network with Applications in Time Series Prediction*, PHD Dissertation, Stanford University, 1993, spletna stran: <http://www.cse.ogi.edu/1ericwan/FIR/fir.html>, (obiskana: September 2000).
- [215] X. Wang, P. Whigham, D. Deng, M. Purvis, »Time-Line Hidden Markov Experts for Time Series Prediction«, *Neural Information Processing-Letters and Reviews*, Vol. 3, No. 2, strani 39-48, 2004, spletna stran: <http://www.nip-lr.info/V03N02/V03N02P3-39-48.pdf>, (obiskana: nov. 2004).
- [216] Y. Wang, *A New Approach to Fitting Linear Models in High Dimensional Spaces*, PhD Thesis, Department of Computer Science, University of Waikato, spletna stran: <http://www.cs.waikato.ac.nz/~ml/publications/2000/thesis.pdf>, (obiskana 2003).
- [217] Y. Wang in I.H. Witten, »Modeling for Optimal Probability Prediction«, *Proceedings of the Nineteenth International Conference on Machine Learning (ICML2002)*, Sydney, Australia, uredniki: C. Sammut, A. Hoffmann, K. Morgan, San Francisco, California, strani 650-657, 2002.
- [218] *WEKA, The University of Waikato*, spletna stran [s programsko opremo za univerzitetno rabo]: <http://www.cs.waikato.ac.nz/~ml/weka/index.html>, (obiskana 2004).

- [219] C.K.I. Williams, C.E. Rasmussen, »Gaussian Processes for Regression«, V *Advances in Neural Information Processing Systems*, Vol. **8**, uredniki: D.S. Touretzky, M.C. Mozer, M.E. Hasselmo, Cambridge, MA: MIT Press, 1996, strani 514-520.
- [220] C.K.I. Williams, »Computation with Infinite Neural Networks«, *Neural Computation*. Vol. **10**, No. 5, strani 1203-1216, 1998.
- [221] C.K.I. Williams, »Prediction with Gaussian Processes: From Linear Regression to Linear Prediction and Beyond«, V *Learning in Graphical Models*, urednik M.I. Jordan, Boston: Kluwer Academic Publishers, strani 599-621, 1998.
- [222] C.K.I. Williams, F. Vivarelli, »Upper and Lower Bounds on the Learning Curve for Gaussian Processes«, *Machine Learning*, Vol. **40**, No. 1, strani: 77-102, 2000.
- [223] T.J. Wit, »Measurements of the Temperature Dependence of the Output Voltages of Some Zener Diode Based Standards«, *IEE Proc.-Sci. Meas. Technol.*, Vol. **145**, No. 4, strani 154-155, Julij 1998.
- [224] J. Wichard, M. Ogorzalek, »Iterated Time Series Prediction with Ensemble Models«, *IJCNN'2004 Proceedings – International Joint Conference on Neural Networks*, Budapest, Hungary, IEEE, Julij 2004.
- [225] I.A. Witten, E. Frank, *Data Mining: Practical Machine Learning Tools and Techniques with Java Implementations*, Morgan Kaufman Publishers, 2000.
- [226] M. Wojnarski, »Modelling the Bank Client Behaviour with LCF-C Neural Network«, *Winner of 2<sup>nd</sup> EUNITE world wide competition on the bank client behaviour prediction*, EUNITE, spletna stran [dosegljiva od] November 2002: <http://neuron.tuke.sk/competition2>, (obiskana: 1. marec 2005).
- [227] W.A. Wright, »Bayesian Approach to Neural-Network Modelling with Input Uncertainty«, *IEEE Trans. Neu. Net.*, Vol. **10**, No. 6, strani 1261-1270, November 1999.
- [228] R.A. Yaffe, M. McGee, *Introduction to Time Series Analysis and Forecasting with Applications of SAS and SPSS*, Academic Press. Inc., 2000.
- [229] H. Yang, K. Huang, L. Chan, I. King, M.R. Lyu, »Outliers Treatment in Support Vector Regression for Financial Time Series Prediction«, *Proc. 11th International Conference on Neural Information Processing (ICONIP'2004)*, Lecture Notes of Computer Science, Science city, Calcutta, India, November 22-25, spletna stran: [http://www.cse.cuhk.edu.hk/~lyu/paper\\_pdf/SV-015-350.pdf](http://www.cse.cuhk.edu.hk/~lyu/paper_pdf/SV-015-350.pdf), (obiskana: December 2004).

## IZJAVA

Izjavljam, da sem doktorsko disertacijo izdelala samostojno pod vodstvom mentorja prof. dr. Antona Jegliča, univ. dipl. inž. el. in somentorja prof. dr. Dušana Feferja, univ. dipl. inž. el. Izkazano pomoč ostalih sem v celoti navedla v zahvali.

V Ljubljani, 12. januar 2006

Irena Nančovska Šerbec

