

PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652

Letnik 12 (1984/1985)

Številka 3

Strani 110-119

Ivan Pucelj:

RIMSKE ŠTEVILKE IN RAČUNANJE Z NJIMI

Ključne besede: matematika.

Elektronska verzija: <http://www.presek.si/12/730-Pucelj.pdf>

© 1985 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

© 2009 DMFA - založništvo

Vse pravice pridržane. Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.

MATEMATIKA

RIMSKE ŠTEVILKE IN RAČUNANJE Z NJIMI

1. Slovenci uporabljamo v pisavi latinico, številke pa z njo redkokdaj zapišemo (raje jih z arabskimi številkami). Cifre, ki sestavljajo rimske številke, so naslednje:

$$I = 1, V = 5, X = 10, L = 50, C = 100, D = 500, M = 1000$$

Zberimo rimske številke v preglednici:

M	D	C	L	X	V	I
---	---	---	---	---	---	---

Številke V, L, D se imenujejo tudi *etruščanske številke*.

Primeri zapisov:

$$\begin{array}{ll} XV = 15, LX = 60, MDCCXXII = 1723 & (\text{aditivni princip}) \\ XIV = 14, XXXIX = 39, MCMLXXIX = 1979 & (\text{subtraktivni princip}) \end{array}$$

Pri računanju s števili najbrž le malokdo pomisli, da bi uporabljal rimske številke. No, mi bi pa le radi to naredili. Kako zdaj potekajo računski postopki (algoritmi)? (Vprašanje, kako so pravzaprav Rimljani računali, pustimo ob strani.)

2. Najprej uvedimo pri simbolih iz preglednice oznake s črticami: I' , V' , X' , L' , C' , D' , M' ; ti simboli naj pomenijo negativna števila, npr.: $I' = -1$, $X' = -10$, $M' = -1000$. Tako lahko število 1984 zapišemo tudi aditivno kot $MMC'LXXXVI'$.

3. Nekaj *seštevanj*:

$$V + V = X, L + L = C, C + C + C + C + C = D$$

Drugi primeri:

$$\begin{array}{l} XIV + V = XIX, IV + IV = I' + V + I' + V = I' + I' + X = VIII \\ IV + IX = I' + I' + XV = XIII \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{CCLIV} + \text{DCCCLXXIX} &= \text{C} + \text{C} + \text{C} + \text{C} + \text{C} + \text{D} + \text{L} + \text{L} + \text{XX} + \text{IV} + \text{IX} = \\ &= \text{D} + \text{D} + \text{C} + \text{XXX} + \text{V} + \text{I}' + \text{I}' = \text{MCXXXIII} \end{aligned}$$

4. Zaradi uporabe "dopolnimo" simbole iz točke 1 z novimi:

$$P = 5000, N = 10000, R = 50000, S = 100000, Q = 500000, Y = 1000000$$

(Seveda spisek lahko sami nadaljujemo). Simboli P, R, Q so "etruščanski". Tako dobimo *dopolnjeno preglednico*:

Y	Q	S	R	N	P	M	D	C	L	X	V	I

5. Poglejmo, kako *množimo*! Ločili bomo dva primera.

5.1. Kvečjemu v enem od faktorjev nastopa etruščanski (ali pa "etruščanski") simbol. Denimo, da je to v prvem faktorju. V tem primeru najprej zapišemo popolno preglednico simbolov iz 1 (če je treba, iz 4), podčrtamo z dvojno črto, da bo preglednica ločena od računa pod njo. Prvi faktor zapišemo v preglednici pod dvojno črto tako: pod ustrezne rimske simbole zabeležimo z znakom *T* nastopanje rimskih, z znakom *t* pa etruščanskih simbolov v faktorju (tolikokrat, kolikorkrat se pojavijo). V drugi vrsti zabeležimo na prav tak način drugi faktor (zdaj nastopajo samo simboli *T*). Potem napravimo črto. Prvi faktor ponovimo spodaj tolikokrat, s kolikor simboli je podan drugi faktor, in sicer ga vsakokrat zapišemo tako, da je desni začetek zapisa števila, to je "enice", pod oznako *T* množitelja. Na kraju, pod drugo enojno črto, seštejemo, upoštevajoč točko 3, vse simbole in dobimo rezultat.

Zgled za $155.11 = 1705$

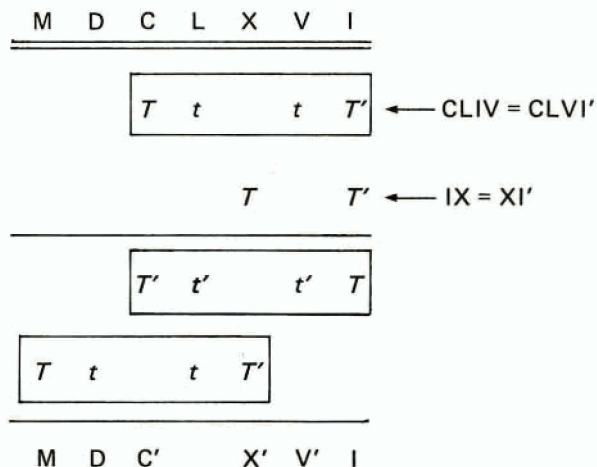
M	D	C	L	X	V	I	
T	t				t		← CLV
				T		T	← XI
T	t				t		
T	t				t		

Rezultat:

M D CC V

Pri subtraktivnih primerih zapisov uporabljamo pri oznaki T črtico, torej zapis T' . Če blok pomaknemo pod simbol s črtico, vsem simbolom v tej vrstici dodamo črtico. Upoštevamo pa, da se dve črtici "uničita", medtem ko eno črtico ohranimo.

Delo naj pojasni zgled za $154.9 = 1386$:



Primer z večkratnimi simboli: $153,23 = 3511$:

$$\text{CLIII.XXIII} = \text{MMMDXIX}$$

M	D	C	L	X	V	I		
<i>T T</i>						<i>TTT</i>		← CLIII
		<i>TT</i>				<i>TTT</i>		← XXIII
<i>T T</i>						<i>TTT</i>		blok "potrojimo"
<i>T T</i>						<i>TTT</i>		
<i>T T</i>						<i>TTT</i>		
<i>T T</i>				<i>TTT</i>		<i>TTT</i>		blok "podvojimo"
<i>T T</i>				<i>TTT</i>		<i>TTT</i>		
MMM	D			XX			I'	seštevanje po 3

Rezultat je MMMDXIX.

5.2. Če nastopajo etruščanski simboli v obeh faktorjih, ravnamo tako, kot je do prve enojne črte opisano v 5.1, pri "množenju" s t pa upoštevamo tole: zapis prvega faktorja (in ustrezni blok) podpišemo z začetkom pod t ; vsak simbol t v bloku podvojimo in v vsak desni stolpec v tem bloku pripišemo simbol t (če je tam T ali pa prazno okence). Pri seštevanju pod drugo enojno črto ravnamo tako, kot smo povedali v 5.1.

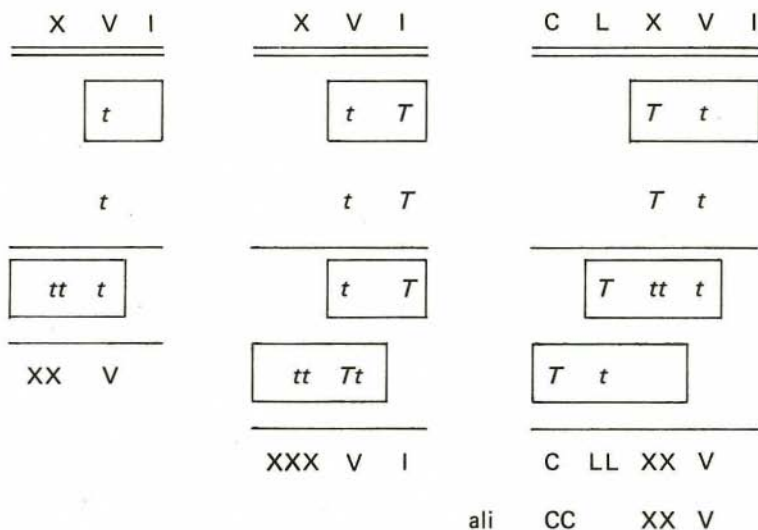


Ἀριθμὸν, ἔξοχον σοφισμάτων

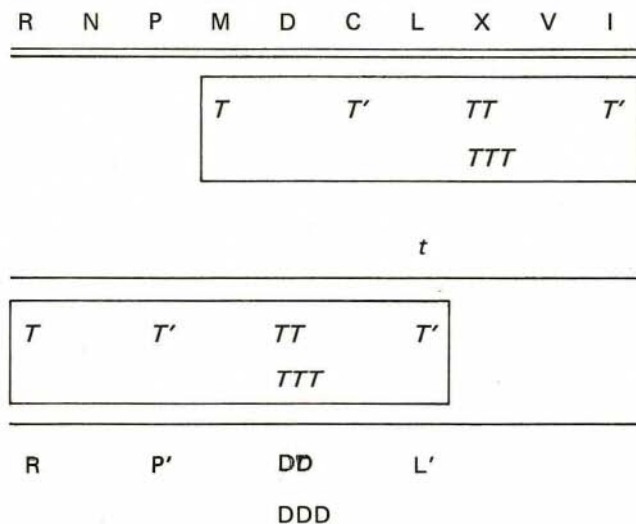
ŠTEVILO - VELIKI DOSEŽEK ČLOVEŠKEGA UMA

AJSHIL

Zgledi za $5.5 = 25$, $6.6 = 36$, $15.15 = 225$:



Obširnejši primer za $949.50 = 47450$:



Rezultat oblikujemo potem tako: R nadomestimo z NNNN in PP, DDDDD je MM in CCCC in LL; končno dobimo rezultat NNNNPPMCCCCCL.

Zgled za 657.15 = 9855:

N	P	M	D	C	L	X	V	I	
			<i>t T t</i>				<i>t TT</i>		
						<i>T t</i>			
		<i>tt Tt</i>		<i>tt t</i>		<i>tt TTt</i>			
			<i>t T t</i>					<i>t TT</i>	
P	MMM	DDD	CC	LL	XX	VVV			
						XX			

Rezultat zapišemo lahko v subtraktivnem zapisu kot MNDCCCLV.

6. Obstaja tudi postopek za *deljenje* rimskih števil.

Najprej postavimo preglednico, tako kot pri množenju. Z oznakama *T* in *t* zabeležimo potem delitelja takoj pod dvojno črto; prirejani blok naj bo *B*. Pod prvo enojno črto zabeležimo na znani način deljenca. Postopek teče takole: Zapis *B* pomaknemo pod oznako deljenca, kar se da proti levi v lego *B'*. Nad prvo enojno črto zabeležimo s *T* (ali pa s *t*) v stolpcu nad desnim začetkom bloka *B'*, kolikokrat "gre" blok *B'* v deljenca. Potem v bloku *B'* izvedemo "množenje" s *T* (ali s *t*). Pod drugo enojno črto zabeležimo razliko. Postopek nadaljujemo, dokler je mogoče. Na koncu dobimo kvocient in ostanek. Vse si bomo najlažje ogledali na primeru.



Zgled za deljenje števila CCCLXVII s številom XV.

Prvi korak je priprava:

	C L X V I
	<hr style="border-top: 3px double black;"/>
Delitelj in blok <i>B</i>	T t
Izpustimo vrstico	
Prva enojna črta	<hr/>
Deljenec	TTT t T t TT
Blok <i>B'</i>	T t
Druga enojna črta	<hr/>

Drugi korak: Vidimo, da "gre" blok *B'* v deljenca "dvakrat"; to zabeležimo s *TT* v stolpcu pod X nad prvo enojno črto in potem "pomnožimo" blok *B'* s *TT*:

	C L X V I
	<hr style="border-top: 3px double black;"/>
	T t
	<i>TT</i>
	<hr/>
	TTT t T t TT
Blok <i>B'</i> , pomnožen s <i>TT</i>	TT tt

Zdaj opišimo *tretji korak*. Blok *B'*, pomnožen s *TT*, "odštejemo" od deljenca; v našem primeru je treba enega od treh *T* pod C "spremeniti" v *tt* pod L. To nakažemo v preglednici s prečrtanjem; pod drugo enojno črto zabeležimo razliko:

C L X V I

T t

TT

TTT ttt T t TT

TT tt

t T

T t

Blok B'



Če zdaj premaknemo blok B pod razliko čimbolj na levo, vidimo, da je začetek bloka v stolpcu pod V . Nad prvo enojno črto - tu namreč oblikujemo del količnika - v našem primeru ne prihaja v poštev oznaka t , saj dobimo, ko pomnoži-

mo v bloku, tole: $\boxed{Tt \quad tt \quad t}$. To je pa več od prejšnje razlike. Zato

premaknemo blok B' za en stolpec proti desni v lego B'' . Zdaj je začetek bloka B'' v stolpcu pod I ; vidimo nadalje tudi to, da gre blok B'' v razliko $TTTT$ -krat:

C	L	X	V	I
		T	t	
		TT		$TTTT$
TTT	ttt	T	t	TT
TT	tt			
	\cancel{V}	TTT	tt	
		TTT	tt	
		$TTTT$	$tttt$	
		t	TT	

Blok B'' ,
pomnožen s $TTTT$

Razliko pod drugo enojno črto smo preuredili, tako da se dajo simboli "odšteti" - to spet nakažemo s prečrtanji. Pod tretjo enojno črto dobimo končno ostanek $V + I + I = VII$. Nad prvo enojno črto pa dobimo $X + X + IV = XXIV$. Rezultat je tedaj enak $XXIV$ in ostanek VII .

Oglejmo si še deljenje števila $MMCCCXXXV$ s številom $DXXXXIX$:

M	D	C	L	X	V	I
<div style="display: flex; justify-content: space-between; align-items: center;"> <i>t</i> <i>TTTT</i> <i>T'</i> </div>						

← DXXXXIX

TTTT

<i>TT</i>	<i>tttt</i>	<i>TTT</i>	<i>tt</i>	<i>TTTT</i>	<i>t</i>	← MMCCCXXXV
-----------	-------------	------------	-----------	-------------	----------	-------------

<i>t</i>	<i>T</i>	<i>ttt/</i>	<i>TTTT</i>	<i>T'</i>
<i>t</i>			<i>TTTT</i>	<i>T'</i>
<i>t</i>			<i>TTTT</i>	<i>T'</i>
<i>t</i>			<i>TTTT</i>	<i>T'</i>

T *TTTT* *t* *TTTT*

Upoštevali smo, da postane pri odštevanju simbola T' iz T' spet T . Rezultat je potemtakem: IV in ostanek CXXXIX.

Druge primere lahko izvedemo tudi v razširjeni preglednici. Menimo, da boste sami preizkusili opisane postopke na različnih svojih zgledih; morda boste sestavili postopke (algoritme) tudi za druge račune. Iskanje takih postopkov in primerjave z znanimi algoritmi pri arabskih številkah je zanimivo seveda tudi za računalništvo.

Uredniku za matematiko se lepo zahvaljujem za opombe pri sestavljanju tega članka.

Viri:

Kennedy, J. G., *Arithmetic with Roman Numerals*, The American Mathematical Monthly **88** (1981), 29-33

Posebej naj opozorim na strani 30, 52 in 78 v Križaničevi knjigi *Križem po matematiki*, Mladinska knjiga 1960.

Ivan Pucelj