

# PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652

Letnik 5 (1977/1978)

Številka 4

Strani 215-219

Janez Strnad:

## VESOLJE, II. Del

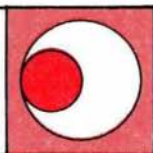
Ključne besede: astronomija.

Elektronska verzija: <http://www.presek.si/5/5-4-Strnad.pdf>

© 1978 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

© 2009 DMFA - založništvo

Vse pravice pridržane. Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.



## VESOLJE

### 2. DEL

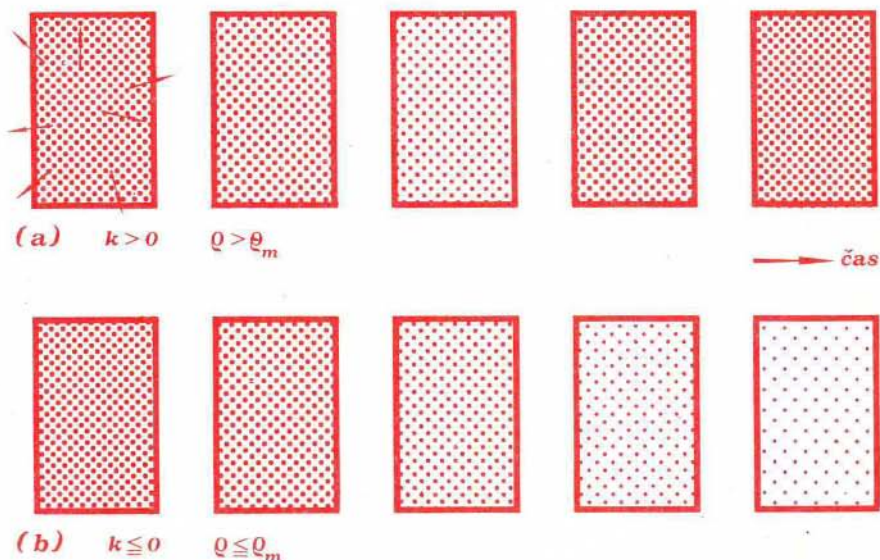
Na kozmološkem načelu gradimo *teoretične modele vesolja*, s katerimi poskušamo zajeti tudi razvoj vesolja v prihodnosti. (*Model* je v tem primeru poenostavljena slika, v kateri upoštevamo samo nekatere bistvene poteze, vse drugo pa odmislimo. Poenostavitve so tolikšne, da dopuščajo preproste račune. Njihovi rezultati so samo okvirni, a so uporabno vodilo za nadaljnja preučevanja.) Kot izhodišče je pripraven *model vesolja v Newtonovi mehaniki*. Težišča jät vzamemo za točkasta telesa, ki sestavljajo kroglast oblak. Za povprečno gostoto snovi, ki se sicer s časom spreminja, zahtevamo, da je v izbranem trenutku enaka po vsem oblaku. Hitrost teles je usmerjena od središča oblaka navzven (Sl. 6).

Tega modela ni težko zajeti z računom. Zaradi začetne hitrosti se telesa oddaljujejo drugo od drugega, a med njimi deluje pri vlačna gravitacijska sila. Po izreku o kinetični in potencialni energiji je polna energija vsakega telesa v oblaku konstantna. Polno energijo sestavljata pozitivna kinetična energija in negativna gravitacijska potencialna energija:

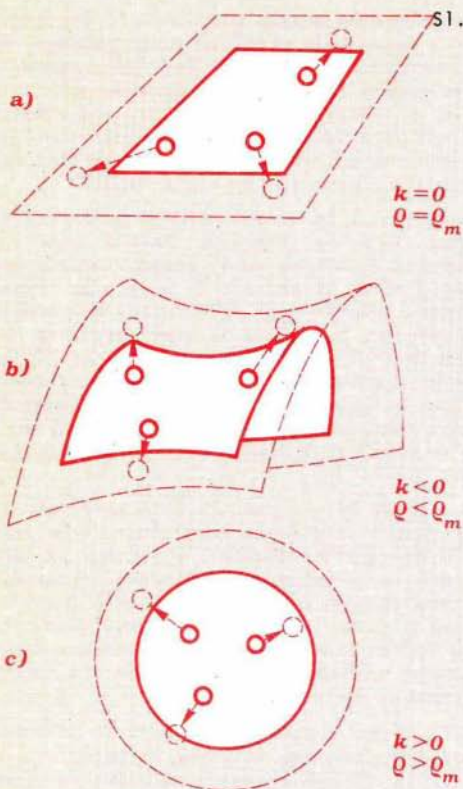
$$W = W_k + W_p = - \alpha k \quad (4)$$

Konstantno polno energijo  $W$  smo zapisali kot produkt dveh konstantnih koeficientov  $k$  in  $\alpha$  z negativnim znakom. Razdaljo telesa od središča oblaka zapišemo kot  $r(t) = R(t)r(t_1)$ , tako da je *funkcija razširjanja*  $R(t)$  brez enote in je v izbranem trenutku enaka ena:  $R(t_1) = 1$ .

Enačba (4) ima tri vrste rešitev  $R(t)$ . Pri prvi je koeficient  $k$  pozitiven in prevlada potencialna energija nad kinetično. V tem primeru se vesolje najprej razširja in nato krči, zopet razširja in tako dalje. Pri drugi je koeficient  $k$  negativen in prevlada kinetična energija nad potencialno, pri tretji pa je koeficient  $k$  enak nič in je kinetična energija enaka absolutni vrednosti potencialne. V obeh zadnjih primerih se vesolje razširja brez konca. V vseh treh pa hitrost razširjanja s časom pojema (pri drugi vrsti rešitev velja to seveda le, dokler traja razširjanje).



Sl. 6.: Razširjanje vesolja (osnova je model v Newtonovi mehaniki). Če je  $k > 0$  in  $\rho > \rho_m$ , sledi razširjanju krčenje (a), če pa je  $k \leq 0$  in  $\rho \leq \rho_m$ , se vesolje razširja neprestano (b). Velikost hitrosti je določena z zahtevo, da je od časa odvisna povprečna gostota snovi v danem trenutku po vsem oblaku enaka. Na splošno je hitrost tem manjša, čim bolj je telo oddaljeno od središča oblaka, odvisna pa je tudi od koeficienta  $k$ .



Sl. 7.: Prispodoba razširjajočega se vesolja, v kateri vzamemo število razsežnosti za eno manjše, kot je v resnici:  $k > 0$  (a),  $k = 0$  (b) in  $k < 0$  (c). Fotografija razširjajočega se balončka, ki ustreza primeru (a), je na naslovni strani; za druga dva primera ni takega preprostega poskusa.

Predstavljati si moramo, da prebivalec dvorazsežnega sveta ne more iz narisane ploskve, kot mi ne moremo iz našega trirazsežnega prostora. Pomembno vlogo imajo krivulje, po katerih je razdalja med danima točkama najmanjša - geodetke. Za  $k > 0$  (a) so to glavni krogelni krogi; skozi dano točko narisano glavni krogelni krog seka vse druge (ni vzporednic!). Za  $k = 0$  (b) so to premice in je mogoče narisati k dani premici skozi dano točko natanko eno vzporednico. Za  $k < 0$  (c) je mogoče k dani geodetki narisati neskončno geodetk, ki prve ne sekajo (neskončno "vzporednic").

Pomembna količina je mejna gostota snovi  $\rho_m$ . Tri vrste rešitev se ločijo po razmerju med povprečno gostoto snovi v vesolju in mejno gostoto:  $k > 0$  ustreza  $\rho > \rho_m$ ,  $k < 0$  ustreza  $\rho < \rho_m$  in  $k = 0$  ustreza  $\rho = \rho_m$ . Mejno gostoto ocenimo z  $\rho_m = 5 \cdot 10^{-27} \text{ kg/m}^3$ . Povprečna gostota vidne, to je sevajoče snovi, v današnjem vesolju je znatno manjša od mejne gostote. Vendar kaže, da je v galaksijah in med njimi še snov, ki ne seva. Ali je te nevidne snovi dovolj, da bi povprečna gostota snovi presegla mejno gostoto, pa po sedanjih podatkih še ni mogoče zanesljivo ugotoviti. Na vprašanje, ali se bo vesolje v daljni prihodnosti začelo krčiti ali se bo razširjalo kar naprej, za zdaj torej ne moremo odgovoriti.

Z modelom vesolja v Newtonovi mehaniki se ne moremo zadovoljiti, ker gravitacije ne moremo popolnoma opisati z Newtonovim gravitacijskim zakonom. Uporabiti moramo *Einsteinovo splošno teorijo relativnosti*. Že v *Einsteinovi posebni teoriji relativnosti*, ki ne zajema gravitacije, obravnavamo čas na enaki osnovi kot koordinate. Čas in trirazsežni prostor, ki sta v Newtonovi mehaniki popolnoma ločena, se zlijata tu v *štirirazsežni prostor-čas*. V posebni teoriji relativnosti je prostor-čas raven, v splošni teoriji relativnosti pa opišemo gravitacijo z *ukrivljenostjo* prostora-časa.

Že ravnega štirirazsežnega prostora-časa si ne moremo nazorno predstavljati, še bolj velja to za ukrivljenega. Gre za teorijo, katere glavno orodje je dokaj zapletena matematika. Tvegajmo nekaj besed o *modelu vesolja v splošni teoriji relativnosti*, ne da bi se zatekli k računom. Presemetljivo je, da obveljajo v tem modelu rešitve  $R(t)$  iz modela v Newtonovi mehaniki in da so tri vrste takih rešitev, pač glede na znak parametra  $k$ . Vendar je pomen funkcije  $R(t)$  in parametra  $k$  zdaj drugačen kot v prejšnjem modelu. Omenimo samo, da je parameter  $k$  povezan z ukrivljenostjo trirazsežne ploskve, ki ustreza danemu času za opazovalce, gibajoče se skupaj s težiščni jat galaksij. Ta ploskev ima *pozitivno* ukrivljenost, če je  $k$  večji kot nič, ima ukrivljenost nič (je ravna), če je  $k$  enak nič, in ima *negativno* ukrivljenost, če je  $k$  manjši kot nič.

To so samo besede, ki najdejo svoje opravičilo v računih in s katerimi si ne znamo dosti pomagati, saj si trirazsežnih ploskev in njihove ukrivljenosti nazorno ne predstavljamo. Ne da bi se spuščali v račune, pa lahko storimo korak dalje, če se zadovoljimo s prisposodob. Namesto trirazsežnih ploskev v štirirazsežnem prostoru vzamemo dvorazsežne ploskve v trirazsežnem prostoru. Te si brez težav predstavljamo. Zaradi kozmološkega načela mora biti ukrivljenost v vseh točkah enaka. Dvorazsežna ploskev s pozitivno ukrivljenostjo je tedaj kroglja, ploskev z ukrivljenostjo nič ravnina in ploskev z negativno ukrivljenostjo sedlasta ploskev.

V tem okviru je mogoče celo ponazoriti razširjajoče se vesolje za primer, da je parameter  $k$  pozitiven. Na kroglast balonček nalepimo etikete, ki ustrezajo jatam galaksij. (Etikete, ki se med napihovanjem balončka ne raztezajo, so pripravne za ponazoritev jat galaksij: razširjanje vesolja namreč ne vpliva na notranje razmere v gravitacijsko vezanih skupinah teles: v jatih, galaksijah, planetnih sistemih. Razdalja Zemlja-Sonce ostane zaradi razširjanja vesolja popolnoma neprizadeta.) Ko balonček napihujemo, se vesolje razširja in se jate odmikajo druga od druge (slika na ovitku in sl. 7a). Opazovalec na kateri koli jati vidi, da se druge jate oddaljujejo od njega in se mu zdi, da je on v središču razširjanja. Tu je zares izpolnjeno kozmološko načelo. (V modelu v Newtonovi mehaniki to načelo ni bilo v celoti izpolnjeno, ker je imel oblak odlikovano središče in mejo.)

Tudi ko je število razsežnosti za eno večje kot v naši prisposodbi, ostanejo v veljavi nekatere ugotovitve. Kot je površina krogle končna, a nima meje, je pri pozitivnem  $k$  vesolje končno (ima končno prostornino), a nima meje. Za  $k \leq 0$  pa je vesolje neskončno (nima končne prostornine) in nima meje.

V modelu vesolja v splošni teoriji relativnosti brez težav pojasnimo Hubblov zakon (v modelu v Newtonovi mehaniki ga ne moremo). V prisposodbi vesolja z razširjajočim se balončkom si mislimo, da potujeta po glavnem krogljem krogu, to je po najkrajši zveznici dveh jat galaksij, druga za drugo v majhnem razmiku dve kresnici. Njuna hitrost glede na balonček je konstantna in ustreza hitrosti svetlobe. Če bi imel balonček nespremenljiv radij,

bi bil razmik med kresnicama, ki mu ustreza valovna dolžina svetlobe, konstanten. Ker pa se balonček veča, se veča tudi ta razmik. Vzemimo, da je ob času  $t_0$ , ko gresta kresnici mimo prve jate (ko se tam izseva svetloba), razmik med njima sorazmeren z  $\lambda$ . Ob poznejšem času, ko gresta mimo druge jate (ko tam svetlobo sprejmejo), je razmik med njima sorazmeren  $\lambda'$ . Če ustreza radiju balončka funkcija  $R(t)$ , velja  $\lambda'/\lambda = R(t)/R(t_0)$ . Iz tega sledi enačba (3), ko postavimo  $z = R(t)/R(t_0) - 1 = [R(t) - R(t_0)]/R(t_0) = c(t - t_0)/c\tau$  in vpeljemo oddaljenost med jata:  $z = c(t - t_0)$ . Račun velja samo za časovni razmik  $t - t_0$ , ki je zelo majhen v primeri s Hubblovim časom  $\tau$ .

Na koncu omenimo še neko pomanjkljivost vseh dosedanjih modelov vesolja. Vesolje se od drugih fizikalnih sistemov razlikuje po tem, da nima okolice. Doslej pa smo se delali, kot da je mogoče vesolje opazovati iz okolice. Toda vesolje lahko opazuje samo opazovalec v njem samem. V vesolju pa ni moglo biti opazovalcev, preden so nastale zvezde. Če hočemo računati s časom tudi na bolj zgodnjih razvojnih stopnjah, moramo premisliti, s katerimi pojavi ga določimo. Ob približevanju "trenutku 0", ki smo ga doslej opisovali kot "začetek" razširjanja vesolja ali veliki pok, naletimo tako na resne težave. Mogoče je "trenutek 0" le pripravna količina v računih in nima globljega fizikalnega pomena. Zaradi tega ne smemo govoriti o nastanku vesolja - ali o njegovem "začetku" - kot govorimo o nastanku zvezde. Pri opisovanju vesolja moramo biti previdni pri rabi pojmov, ki jih uporabljamo za opis drugih fizikalnih sistemov ali v vsakdanjem življenju.

---

*Janez Strnad*

---