

# Modeliranje heterogenosti vodonosnika Ljubljanskega polja z uporabo Markovih verig in geostatistike

## Modelling heterogeneity of Ljubljana polje aquifer using Markov chain and geostatistics

Mitja JANŽA

Geološki zavod Slovenije, Dimičeva ul. 14, SI-1000 Ljubljana, Slovenija; e-mail: mitja.janza@geo-zs.si

Prejeto / Received 16. 9. 2009; Sprejeto / Accepted 19. 11. 2009

*Ključne besede:* modeliranje, geostatistika, Markove verige, hidrogeologija, Ljubljansko polje, Slovenija  
*Key words:* modelling, geostatistics, Markov chains, hydrogeology, Ljubljana polje, Slovenia

### Izvleček

Heterogenost vodonosnikov je eden ključnih dejavnikov, ki pogojujejo transportne procese v podzemni vodi. Določena je s prostorsko porazdelitvijo hidrofaciesov - sedimentov, ki so nastali v značilnih sedimentacijskih okoljih in imajo tipične hidrogeološke lastnosti. Zaradi v prostoru in času spreminjajočih se sedimentacijskih pogojev, je porazdelitev hidrofaciesov v naravi pogosto kompleksna in težko določljiva. Prav zahtevnost tega postopka najpogosteje omejuje zanesljivost in s tem uporabnost numeričnih transportnih modelov. Za namene izboljšanja zanesljivosti hidrološkega modeliranja na območju rečnega zasliva Ljubljanskega polja, je izdelan hidrogeološki model, ki temelji na podatkih iz vrtin, dopoljenih z geološkimi konceptualnimi informacijami in geostatističnih metodah, povezanih z modeli Markovih verig. Model je sestavljen iz štirih enot - hidrofaciesov z različnimi prostorninskimi deleži (Prod 45 %; Melj in glina s prodom 36 %, Melj in glina 5 % in Konglomerat 14 %). Uporabljeni pristop omogoča izdelavo niza enako verjetnih prostorskih porazdelitev hidrofaciesov, ki so pogojene s podatki vrtin in predstavljajo geološko smiselno sliko heterogenosti vodonosnika.

### Abstract

Heterogeneity of the aquifers is one of the key factors that control transport processes in groundwater. It is defined by the spatial distribution of hydrofacies - sediments formed in characteristic depositional environments and have typical hydrogeological properties. Due to the (in time and space) changing sedimentological conditions, is the distribution of hydrofacies in nature often complex and difficult to define. The difficulty of this procedure most often limits reliability and consequently applicability of numerical transport models. For the purposes of improvement of reliability of hydrological modelling in the area of alluvial deposits of Ljubljana polje a hydrogeological model was constructed. It is based on the borehole logs, supplemented with geological conceptual information and geostatistical methods, combined with Markov chain models. The model consists of four units - hydrofacies with different volumetric portions (Gravel 45 %, Silt and clay with gravel 36 %, Silt and clay 5 % and Conglomerate 14 %). The used approach enables development of a set of equally probable realisations of spatial distribution of hydrofacies that are conditioned to the borehole data and represent geologically plausible image of the heterogeneity of the aquifer.

### Uvod

Pri izdelavi hidravličnih numeričnih modelov transportnih procesov v vodonosniku je ključnega pomena za realno simulacijo naravnih procesov določitev prostorske porazdelitve hidrogeoloških parametrov oziroma tridimenzionalnega hidrogeološkega modela. Prav zahtevnost tega postopka - opredelitve heterogenosti vodonosnika je najpogosteje omejitveni dejavnik zanesljivosti in s tem uporabnosti transportnih modelov. Kljub splošno manjši heterogenosti medzrnskih vodonosnikov v primerjavi s kraškimi in razpoklinskimi, se giblje prepustnost tudi v medzrnskih vodonosnikih v rečnih naplavinah v precej širokem razponu (MI-

ALL, 1996) in bistveno vpliva na poti pretakanja podzemne vode.

V praksi najpogosteje uporabljene metode izdelave hidrogeoloških modelov temeljijo na interpretaciji geoloških podatkov v povezavi s konceptualnim razumevanjem procesov (ŽLEBNIK, 1971; MENCEJ, 1990). Rezultat tovrstnih metod je izkušvena razdelitev vodonosnika na značilne hidrogeološke enote (cone). Pretvorba tovrstnih opisnih modelov v kvantitativne hidrogeološke modele ima določene pomanjkljivosti, še posebej pri kvantifikaciji negotovosti.

Heterogenost vodonosnika je določena s prostorsko porazdelitvijo značilnih sedimentov, ki nastajajo v določenih sedimentacijskih okoljih in

imajo posledično značilne hidrogeološke lastnosti. Na področju modeliranja se je za te enote uveljavil izraz hidrofaciesi. Porazdelitve hidrofaciesov v naravi so pogosto kompleksne, zaradi v prostoru in času spreminjajočih se sedimentacijskih pogojev. Dodatno težavo pri njeni določitvi predstavlja omejena količina globinskih informacij. Podatki iz vrtin, v obliki opisov jeder ali izvrtanega materiala, nudijo relativno natančne informacije o zaporedju hidrofaciesov v vertikalni smeri, le redko pa omogočajo določitev tudi lateralnih (horizontalnih) dimenzij hidrofaciesov. Opis heterogenosti vodonosnikov tako praviloma ni mogoč zgolj z računskimi metodami. Le-te je koristno dopolniti z uporabo konceptualnih geoloških informacij ali tako imenovanih »mehkih podatkov«, ki izhajajo iz poznavanja geoloških procesov. Obširnejši pregled raziskav s področja opredelitve heterogenosti vodonosnika podajajo KOLTERMANN in GORELICK (1996), DE MARSILY s sodelavci (1998) ter FRASER in DAVIS (1998).

Eno od metod, ki izpolnjuje zgoraj navedene zahteve in je osnova v članku opisanega modeliranja, sta razvila CARLE in FOGG (1996, 1997). Primerne uporabe te metode za določitev heterogenosti vodonosnikov v rečnih naplavinah so opisali WEISSMANN s sodelavci (1999), WEISSMANN in FOGG (1999), FLECKENSTEIN s sodelavci (2006) ter FREI s sodelavci (2009).

V članku je predstavljen geostatistični model vodonosnika Ljubljanskega polja, izdelan z geostatistično indikatorsko simulacijo, ki temelji na Markovih verigah (CARLE & FOGG, 1996, 1997). Računski postopki, uporabljeni na interpretiranih in obdelanih podatkih iz vrtin, so bili izvedeni s

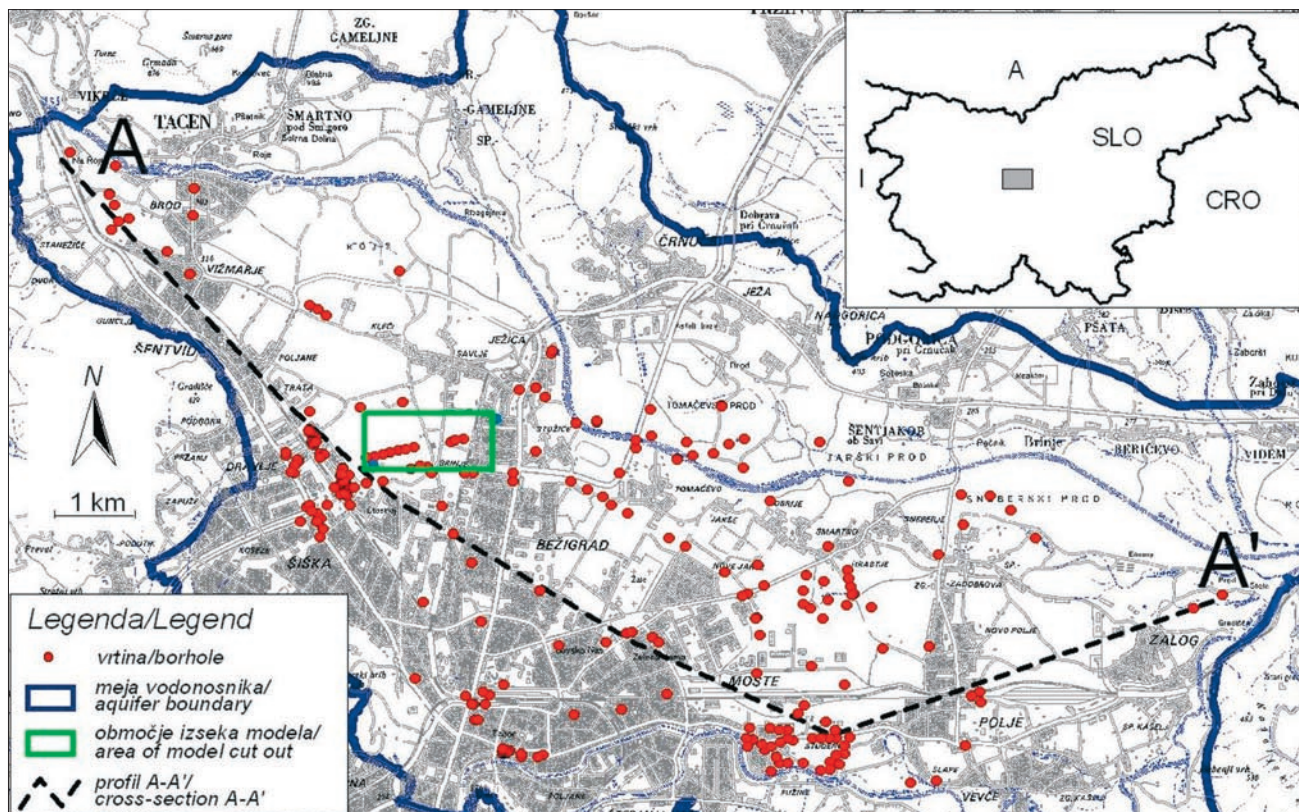
pomočjo programa TPROGS (CARLE, 1999). Namen izdelave modela je zagotovitev geološke osnove, ki omogoča vključitev heterogenosti vodonosnika in realnejši prikaz naravnega sistema, kar je temeljnega pomena za prihodnje simuliranje dinamike podzemne vode in transporta morebitnih onesnaževal v vodonosniku s pomočjo hidroloških numeričnih modelov.

### Ljubljansko polje

Območje Ljubljanskega polja (sl. 1) je tektonska udorina, nastala z neenakomernim pogrezanjem ob prelomih in postopnim zasipavanjem z rečnimi naplavinami. Podlago naplavin sestavljajo slabo prepustni skrjavli glinavci in kremenovi peščenjaki ter konglomerati. Zasipavanje s sedimenti je potekalo v pleistocenu, ko je Sava na Ljubljansko polje prinašala material izpod alpskih ledenikov (ŽLEBNIK, 1971). Debelina zasaipa na najglobljih mestih preseže 100 m (sl. 2). Zaradi velike prostornine in dobre prepustnosti hrani vodonosnik Ljubljanskega polja velike količine podzemne vode in je po številu uporabnikov najpomembnejši vodni vir v Sloveniji.

### Geostatistika in verjetnosti prehoda

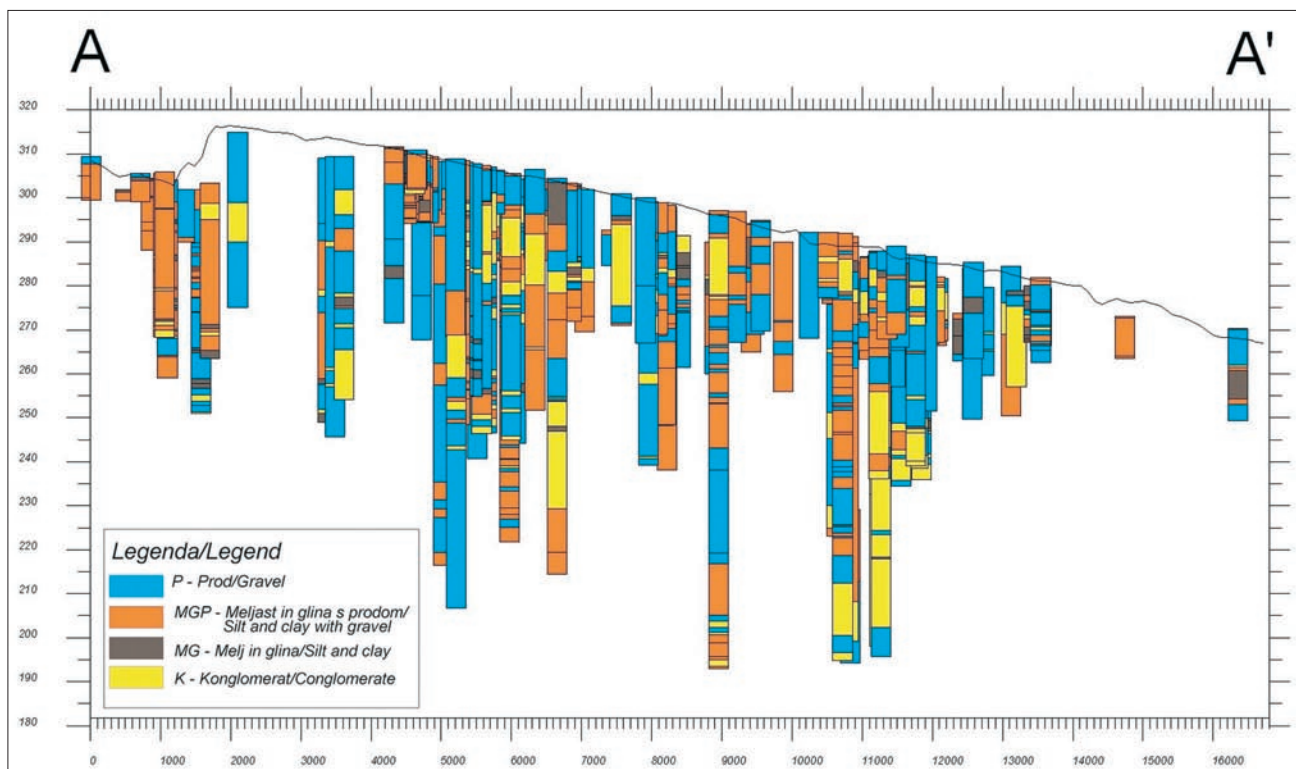
Uporabljena metodologija temelji na indikatorskem krigiranju, uporabnost katerega je na področju geologije v praksi pogosto omejena, predvsem zaradi pomanjkanja podatkov. V teh primerih je prilagajanje variograma podatkom težko izvedljivo, saj parametri modela nimajo ne-



Slika 1. Obravnavano območje z lokacijami vrtin, profilom (sl. 2) in območjem izseka modela (sl. 5)

Figure 1. Study area with locations of the boreholes, cross-section (fig. 2) and area of presented model (fig. 5)





Slika 2. Vrtine v profilu A-A' (sl. 1)

Figure 2. Boreholes in cross-section A-A' (fig. 1)

posredne povezave z geološkimi lastnostmi sistema ali procesi, ki so ga ustvarili. V nadaljevanju opisani postopek omogoča s poenostavljeno povezavo med geološkimi značilnostmi sistema in parametri modela vključitev subjektivne interpretacije v postopek krigiranja ter s tem njegovo širšo uporabnost. Bistvenega dopolnitev osnovnega indikatorskega krigiranja pri tem je, da se kot mera za prostorsko spremenljivost namesto indikatorskega navzkrižnega variograma uporablja verjetnost prehoda oziroma Markove verige.

Tridimenzionalni model Markovih verig, ki je osnova geostatističnega modela, omogoča vključitev konceptualnih geoloških informacij skupaj z verjetnostmi prehodov, izračunanih iz razpoložljivih podatkov. Možnost vključitve konceptualnih oziroma »mehkih« informacij, ki temeljijo na znanju in izkušnjah, v tovrstne modele je kritičnega pomena, kajti praviloma podatki iz vrtin omogočajo izdelavo geostatističnih modelov zgolj v vertikalni smeri, le redko pa je prostorska gostota vrtin dovolj velika za opredelitev modelov v lateralni smeri.

Verjetnost prehoda  $t_{jk}(h)$ , ocenjena iz opazovane frekvence prehajanja med posameznimi enotami ali kategorijami (npr. hidrofaciesi) se izračuna za niz medsebojnih razdalj z izrazom:

$$t_{jk}(h) = Pr \{k \text{ pojavi na } x + h / j \text{ pojavi na } x\} \quad (1)$$

in podaja oceno verjetnosti ( $Pr$ ), da se pojavi na lokaciji  $(x + h)$  enota  $k$ , če je na lokaciji  $x$  enota  $j$ . Ob predpostavljene stacionarnosti je model prostorske spremenljivosti odvisen zgolj od medsebojne razdalje  $h$  in neodvisen od lokacije  $x$ . Prostorska spremenljivost v določeni smeri ( $\phi$ ) se lahko zapiše z matriko verjetnosti prehodov:

$$T(h_\phi) = \begin{bmatrix} t_{11}(h_\phi) & \dots & t_{1K}(h_\phi) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ t_{K1}(h_\phi) & \dots & t_{KK}(h_\phi) \end{bmatrix} \quad (2)$$

kjer  $K$  število enot ( $j, k = 1, \dots, K$ ).

Matematični izraz za zvezni prostorski model Markovih verig ima obliko (CARLE & FOGG, 1997):

$$T(h_\phi) = \exp[R_\phi h_\phi], \quad (3)$$

kjer je  $R_\phi$  matrika pogostosti prehodov:

$$R_\phi = \begin{bmatrix} r_{11,\phi} & \dots & r_{1K,\phi} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{K1,\phi} & \dots & r_{KK,\phi} \end{bmatrix} \quad (4)$$

$r_{jk,\phi}$  pa opisuje pogostost sprememb iz enote  $j$  v enoto  $k$  na dolžinsko enoto v smeri  $\phi$  in predstavlja naklon tangente krivulje verjetnosti prehoda. V obliki odvoda se lahko izrazi z (Ross, 1993):

$$r_{jk,\phi} = \frac{\partial t_{jk}(0)}{\partial h_\phi} \quad (5)$$

#### Pomen parametrov modela Markovih verig

Parametri modela Markovih verig imajo neposredno povezavo z osnovnimi prostorskimi lastnostmi enot (hidrofaciesov), kot so: delež, srednja dolžina, asimetrija in sosledje enot (CARLE & FOGG, 1996, 1997). Medsebojna povezanost je koristna pri določitvi vrednosti parametrov in interpretaciji rezultatov modela, kar omogoča preveritev geološke smiselnosti izdelanih modelov.

**Delež enote**  $k$  ( $p_k$ ) je povezan z verjetnostjo prehoda z izrazom (CARLE & FOGG, 1997):

$$\lim_{h_\phi \rightarrow \infty} t_{jk}(h_\phi) = p_k \quad (6)$$

V skladu s teorijo verjetnosti veljajo naslednji odnosi (CARLE & FOGG, 1997):

$$\sum_{k=1}^K p_k = 1, \quad (7)$$

za vsote vrstic in stolpcev matrike verjetnosti prehodov  $T(h_\phi)$ :

$$\sum_{k=1}^K t_{j,k}(h_\phi) = 1, \quad \sum_{j=1}^K p_j t_{j,k}(h_\phi) = p_k \quad (8, 9)$$

in matrike pogostosti prehodov  $R(h_\phi)$ :

$$\sum_{k=1}^K r_{jk,\phi} = 0, \quad \sum_{j=1}^K p_j r_{jk,\phi} = 0. \quad (10, 11)$$

**Srednja dolžina** enote  $k$  v smeri  $\phi$  je definirana kot skupna dolžina enote  $k$  vzdolž linij v smeri  $\phi$ , deljena s številom pojavov enote v tej smeri. Tako ustreza srednja dolžina v vertikalni smeri ( $\bar{L}_{k,z}$ ) povprečni debelini (leč ali plasti) enote. Izraza, ki povezujeta srednjo dolžino in verjetnost prehoda ter pogostost prehoda diagonalnih členov matrike imata obliko (CARLE & FOGG, 1996):

$$-\frac{\partial t_{jk}(0)}{\partial h_\phi} = \frac{1}{L_{k,\phi}} \quad (12)$$

in

$$r_{kk,\phi} = -\frac{1}{L_{k,\phi}}. \quad (13)$$

**Asimetrija** označuje odvisnost verjetnosti prehoda med enotami od smeri, kar omogoča  $t_{jk}(h) \neq t_{jk}(-h)$  oziroma  $p_j t_{jk}(h) \neq p_k t_{kj}(h)$  za  $j \neq k$  (CARLE & FOGG, 1996). Ta lastnost je pomembna pri modeliranju stratigrafskih enot v rečnih nanosih, kjer je pogosto prisotna vertikalna asimetrija, kot posledica gradacije (ALLEN, 1970).

Ob simetričnem sosledju pojavljanja določenih enot ( $j, k$ ) v smeri  $\phi$  velja izraz (CARLE & FOGG, 1996):

$$t_{jk}(h_\phi) = \left( \frac{p_k}{p_j} \right) t_{kj}(h_\phi) \quad (14)$$

in ekvivalentno

$$r_{jk,\phi} = \left( \frac{p_k}{p_j} \right) r_{kj,\phi}. \quad (15)$$

Izraza sta koristna za ugotavljanje simetričnosti. V primeru predpostavljene simetričnosti pa zmanjšata število zahtevanih vhodnih parametrov matrik verjetnosti in pogostosti prehodov.

**Sosledje enot** oziroma tendenca pojavljanja določene enote poleg druge omogoča primerjavo pojavnosti izmerjenega ali modeliranega sosledja enot z njihovo naključno porazdelitvijo. Pre-

ferenčne pojavnosti določenega sosledja oziroma zaporedja enot nakazujejo zakonitosti, pogosto pogojene z geološkimi procesi, ki jih pri modeliranju lahko koristno uporabimo. CARLE & FOGG (1996) sta pri kvantitativni opredelitvi pojavnosti določenega sosledja enot uporabila njihove prostorninske deleže. Če je verjetnost prehoda odvisna od deležev enot, sledi (CARLE & FOGG, 1996):

$$\hat{t}_{jk}(h_\phi) = \left[ 1 - t_{jj}(h_\phi) \right] \frac{p_k}{1 - p_j} \quad (16)$$

in

$$\hat{r}_{jk,\phi} = \frac{p_k}{L_{j,\phi}(1 - p_j)} \quad \text{za } k \neq j. \quad (17)$$

$\hat{t}_{jk}(h_\phi)$  in  $\hat{r}_{jk}(h_\phi)$  in sta nediagonalna člena matrik verjetnosti in pogostosti prehodov, ki ustrezata referenčnemu stanju naključnega sosledja enot oziroma maksimalne entropije. To je stanje, ki odraža »neurejenost« oziroma odsotnost preferenčnega sosledja enot. Primerjava merjene ali modelirane pogostosti prehoda ( $r_{jk,\phi}$ ) z ocenjeno, na podlagi prostorninskih deležev ( $\hat{r}_{jk,\phi}$ ), lahko služi za presojo, ali obstaja tendenca pojavljanja enote  $k$  poleg enote  $j$  (v smeri  $\phi$ ).

Opisane lastnosti modela Markovih verig in povezava le-teh z osnovnimi prostorskimi lastnostmi hidrofaciesov so pomembne predvsem za določitev matrik pogostosti prehodov v lateralnih smereh (smeri plasti -  $R_y$  in naklona -  $R_x$ ), ki zaradi pomanjkljivih podatkov praviloma zahteva konceptualni pristop. Pri tem si pomagamo z določitvijo (geološko) bolj oprijemljivih pojmov srednje dolžine in deleža posameznega hidrofaciesa v povezavi z interpretacijo lateralne pojavnosti oziroma sosledja hidrofaciesov. Slednje se v praksi olajša z uporabo Walterjevega zakona, ki pravi, da se vertikalno sosledje faciesov sklada z lateralnim zaporedjem sedimentacijskih okolij (LEEDER, 1982). Za določitev srednjih dolžin ( $\bar{L}_{k,x}, \bar{L}_{k,y}$ ) pri nezanesljivih podatkih se pogosto uporabljajo za osnovo razmerja, določena iz vertikalnih podatkov, absolutne vrednosti pa se ocenijo na podlagi interpretacije sedimentacijskih pogojev oziroma sedimentacijskega modela.

Matrike pogostosti prehodov so osnova za zvezni tridimenzionalni model Markovih verig, ki se lahko s manjšimi prilagoditvami uporabi v geostatističnem algoritmu s sekvenčno indikatorsko simulacijo (SIS) in optimizacijskimi tehnikami, ki rezultate simulacij približajo geometrijskim oblikam geoloških struktur (DEUTSCH & JOURNAL, 1992; CARLE & FOGG, 1997). Sekvenčna indikatorska simulacija je geostatistična metoda, ki omogoča generiranje več enako verjetnih prostorskih porazdelitev kategorične spremenljivke. Pri tem so vse realizacije pogojene s podatki, kar pomeni, da se porazdelitve spremenljivk (enot) na mestih meritev ohranjajo.

### Razvoj geostatističnega modela

V študiji so bili uporabljeni podatki iz 258 vrtin (sl. 1) s skupno dolžino opisanih odsekov 6422 m.

Podatki so izbrani litološki opisi jeder vrtin oziroma izvrtanega materiala iz arhiva Geološkega zavoda Slovenije. Natančnost in kvaliteta osnovnih opisov je različna, odvisna predvsem od znanja in izkušenj avtorjev. Interpretacija opisov je bila posledično zahtevna in pogosto temelji na subjektivnih ocenah.

Postopek modeliranja zahteva kategorične spremenljivke. Na podlagi interpretacije opisov so bili sedimenti razvrščeni v štiri hidrofaciese: P - Prod, MGP - Melj in glina s prodom, MG - Melj in glina in K - Konglomerat (tabela 1). Razvrstitev temelji na sedimentoloških in hidroloških kriterijih. Hidrofaciesi naj bi zajemali kamnine, ki so nastale v določenem sedimentacijskem okolju (tabela 1). Značilnosti tega okolja določajo tudi prostorsko razširjenost sedimentov, kar je koristna informacija pri določitvi vrednosti parametrov geostatističnega modela. Hkrati naj bi hidrofaciesi zajemali kamnine s podobnimi hidrogeološkimi lastnostmi, kar je bistvenega pomena za uporabnost v hidroloških modelih. Prikazana razvrstitev (tabela 1) je interpretacija, ki je kompromis med navedenima kriterijema in zastopanostjo oziroma prostorninskim deležem hidrofaciesa. Ta bi naj bil dovolj velik, da njegova pojavnost še vpliva na pretok podzemne vode. Prostorninski deleži posameznih hidrofaciesov (tabela 1) predstavljajo njihova razmerja, določena na podlagi dolžinskih odsekov v vrtinah.

V hidrofacies Prod (P), ki je najpogosteje zastopan, so uvrščeni predvsem prodniki, med katerimi so pore prazne ali zapolnjene s peskom. Manjši delež hidrofaciesa predstavljajo dobro sortirani peski. Genetsko gledano gre za sedimente rečnih kanalov oziroma rečnega sistema z največjo transportno energijo.

Po prostorninskem deležu sledi hidrofacies Melj in glina s prodom (MGP). V njem so deleži posameznih frakcij različni, prepustnost pa je v primerjavi s Prodrom (P) bistveno nižja. Sestava tega hidrofaciesa je precej heterogena, zato so procesi nastanka teh sedimentov različni. Interpretirajo se lahko kot: zasipi prodov, katerih pore so bile naknadno zapolnjene z drobnnozrnatim materia-

lom; produkti pedogenih procesov in preperevanja prodno konglomeratnega zasipa (ŽLEBNIK, 1971); sedimenti gravitacijskih tokov.

Drobnnozrnatih sedimentov poplavnih ravnin - hidrofaciesa Melj in glina (MG) je na območju Ljubljanskega polja relativno malo. Sestavljajo jih predvsem glina, melji in tanjše plasti slabo sortirane peska, odložene v mirnih rečnih okoljih. Po odložitvi so bili sedimenti lahko podvrženi pedogenim procesom.

Konglomerat (K) je rečni sediment (predvsem kanalov), ki je bil naknadno litificiran. Zaradi bistveno drugačnih hidrogeoloških lastnosti in pomena pri pretakanju podzemne vode, je obravnavan kot ločen hidrofacies.

V hidrofacies razvrščeni popisi vrtin so bili razdeljeni na intervale dolžine 1 m in uporabljeni za določitev verjetnosti prehodov med hidrofaciesi v odvisnosti od razdalje. Uporabljena dolžina intervala je bila izbrana glede na natančnost litoloških opisov in omogoča vključitev vseh pojavov hidrofaciesov v vrtinah.

Tako pripravljene podatki so bili uporabljeni za modeliranje s programom TPROGS (CARLE, 1999). Osnovni korak pri tem je bila določitev verjetnosti prehodov v odvisnosti od razdalj (1), ki so na grafih (sl. 3 in sl. 4) predstavljeni s krogci. Tem izmerjenim vrednostim se je nato prilagajal model Markovih verig, ki je na grafih (sl. 3 in sl. 4) prikazan s krivulja s polno črto. Namen tega postopka je, da se s spreminjanjem vrednosti parametrov zagotoviti čim boljše ujemanje modela Markovih verig in verjetnosti prehodov, določenih na podlagi podatkov. Proces je podoben prilagajanju modela variograma eksperimentalnemu variogramu pri kriginanju.

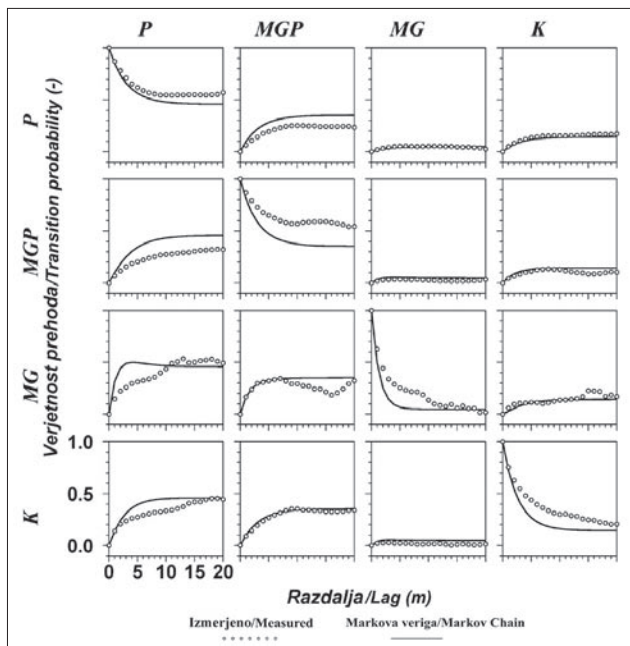
Prilagajanje modela Markovih verig je bilo opravljeno le v vertikalni ( $z$ ) smeri. Zaradi premajhne gostote podatkov v horizontalni smeri, temeljita izdelana modela Markovih verig v lateralnih smereh ( $x$  in  $y$ ) na konceptualnem pristopu. Z upoštevanjem zakonitosti za vsote vrstic in stolpcev matrike pogostosti prehodov (10 in 11) se lahko vrednosti za člene, označene v spodnjih matrikah s  $c_1$  in  $c_2$ , izračunajo in tako zmanjša šte-

Tabela 1. Osnovne značilnosti hidrofaciesov

Table 1. Attributes of the hydrofacies

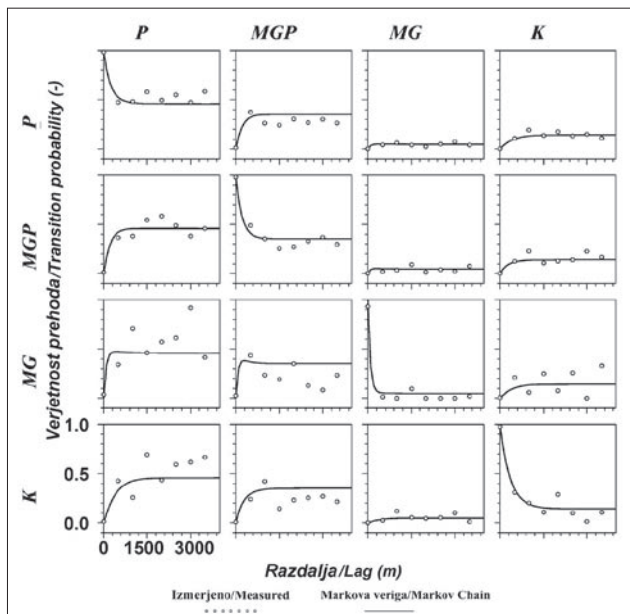
Hidrofaciesi / Hydrofacies	Geološke interpretacije / Geologic interpretations	Pogosti opisi / Common descriptions	Prostorninski deleži / Volumetric proportions
P - Prod / Gravel	Sedimenti rečnih kanalov / Channel deposits	Prod, peščen prod, sortirani pesek / Gravel, sandy gravel, pebbles, well sorted sand	45 %
MGP - Melj in glina s prodom / Silt and clay with gravel	Produkt pedogenih procesov, zapolnitev prostora med prodniki z drobno frakcijo, sedimenti gravitacijskih tokov / Products of pedogenic processes, fine grained sediments, filled pore space between pebbles, debris flow sediments	Meljast ali glinen prod, melj ali glina s prodniki / Silty or clayey gravel, silt and clay with gravel	36 %
MG - Melj in glina / Silt and clay	Sedimenti poplavnih ravnin, produkt pedogenih procesov / Floodplain sediments, products of pedogenic processes	Melj, glina, glinast melj, slabo sortirani pesek / Silt, clay, clayey silt, poorly graded sand	5 %
K - Konglomerat / Conglomerate	Litificirani rečni sedimenti (predvsem rečnih kanalov) / Lithified river sediments (mainly channel sediments)	Konglomerat, konglomerat z vložki prod ali peska / Conglomerate, conglomerate with intercalations of gravel or sand	14 %





Slika 3. Verjetnosti prehodov v vertikalni ( $z$ ) smeri (meritve in model Markovih verig)

Figure 3. Transition probability matrix in vertical ( $z$ ) direction (measurements and Markov chain model)



Slika 4. Verjetnosti prehodov v lateralni ( $x$ ) smeri (meritve in model Markovih verig)

Figure 4. Transition probability matrix in lateral ( $x$ ) direction (measurements and Markov chain model)

vilu zahtevanih parametrov v matriki pogostosti prehodov (CARLE & FOGG, 1997). Pri tem je bil za ozadje oziroma hidrofacies, ki zapolnjuje preostali, z drugimi enotami nezapolnjeni prostor, izbran hidrofacies Melj in glina (MG). Z matematičnega stališča je za ozadje lahko izbran katerikoli hidrofacies, konceptualno pa je drobnozrnati sediment poplavnih ravnin, ki zapolnjuje prostor med večjimi delci, odloženimi pri procesih z višjo energijo, najbolj logična izbira (CARLE & FOGG, 1997).

S predpostavljeno simetrijo sosledja hidrofaciesov v lateralnih smereh (14 in 15) se lahko določijo vrednosti še za člene z oznako  $s$ , kar dodatno po-

enostavi matriko. Z opisanimi postopki je število zahtevanih vhodnih parametrov matrike pogostosti prehodov zmanjšano na vrednosti povprečnih dolžin leč hidrofaciesov (diagonalni členi) in treh preostalih (brez enote ozadja) nediagonalnih členov. Slednji so bili v obravnavanem primeru določeni na podlagi modela Markovih verig v vertikalni smeri z upoštevanjem Walterjevega zakona. Srednje dolžine leč hidrofaciesov (P, PMG, MG in K) v smeri  $x$  (1300, 1000, 150 in 800 m) in  $y$  (400, 300, 100 in 400 m) so ocene na podlagi poznavanja obravnavanega sistema in sedimentacijskih procesov (teoretičnih opisov sedimentacijskih procesov, literaturnih podatkov in opisov podobnih sistemov).

Pri modeliranju je bil celoten rečni zasip obravnavan kot ena stratigrafska enota oziroma sekvenca (WEISSMANN & FOGG, 1999), ki ima predpostavljeno podobno sestavo v vseh svojih delih in s tem prostorsko stacionarnost. Uporabljena je bila predpostavka, da so plasti sedimentov horizontalne z glavno osjo razširjanja (vpada) zahod - vzhod ( $x$ ) in na to pravokotno smerjo plasti jug - sever ( $y$ ).

Opisani modeli Markovih verig v treh glavnih smereh ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ) so bili v končni fazi uporabljeni v pogojeni sekvenčni indikatorski simulaciji, katere rezultat je stohastični model heterogenosti vodonosnika.

## Rezultati

Modeli Markovih verig, dobljeni s prilagajanjem modela merjenim podatkom, so prikazani v obliki matrik pogostosti prehodov in grafov verjetnosti prehodov (sl. 3 in sl. 4). Matrika pogostosti prehodov modela Markovih verig v vertikalni smeri:

$$R_z = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\bar{L}=5,5} & 1,13\hat{r} & 0,67\hat{r} & 1,03\hat{r} \\ 0,81\hat{r} & -\frac{1}{\bar{L}=4,5} & 1,34\hat{r} & 1,22\hat{r} \\ 1,38\hat{r} & 0,81\hat{r} & -\frac{1}{\bar{L}=1,4} & 0,38\hat{r} \\ 1,06\hat{r} & 0,83\hat{r} & 1,21\hat{r} & -\frac{1}{\bar{L}=3,1} \end{bmatrix} \quad (18)$$

je predstavljena s srednjimi dolžinami hidrofaciesov ( $\bar{L}$ ), izraženih v metrih in pogostostjo referenčnega prehoda ( $\hat{r}$ ), ki je pri naključnem sosledju (maksimalni neurejenosti) odvisen od prostorninskih deležev enot. Faktorji pred referenčnim preходом kažejo, ali je pojavnost določene enote poleg druge relativno večja ( $> 1$ ) ali manjša ( $< 1$ ) v primerjavi z naključnim sosledjem.

Matriki pogostosti prehodov v smeri zahod - vzhod ( $R_x$ ) in jug - sever ( $R_y$ ) imata obliko:

$$R_x = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\bar{L}=1300} & 0,9\hat{r} & c_1 & 1,0\hat{r} \\ s & -\frac{1}{\bar{L}=1000} & c_1 & 1,2\hat{r} \\ c_2 & c_2 & -\frac{1}{\bar{L}=150} & c_2 \\ s & s & c_1 & -\frac{1}{\bar{L}=800} \end{bmatrix} \quad (19)$$

in

$$R_y = \begin{bmatrix} -\frac{1}{L=400} & 0,9\hat{r} & c_1 & 1,0\hat{r} \\ s & -\frac{1}{L=300} & c_1 & 1,2\hat{r} \\ c_2 & c_2 & -\frac{1}{L=100} & c_2 \\ s & s & c_1 & -\frac{1}{L=400} \end{bmatrix} \quad (19)$$

Rezultat opisanega postopka je stohastični model oziroma niz enak verjetnih modelov heterogenosti vodonosnika, ki so pogojeni s podatki iz vrtin (sl. 5). Vsaka realizacija tako v celicah na mestih vrtin ohranja enote, določene iz podatkov vrtin. V vmesnem prostoru pa so hidrofaciesi porazdeljeni na podlagi modelov verjetnosti prehodov. Modeli velikosti 17 x 10 km in debeline 150 m so sestavljeni iz celic velikosti 100 x 100 m in debeline 1 m.

### Razprava

Predstavljeni geostatistični model vodonosnika Ljubljanskega polja je prvi hidrogeološki model obravnavanega območja, ki temelji na podatkih, njihovi statistični obdelavi in konceptualnih informacijah, osnovanih na poznavanju geoloških procesov. Njegova prednost je transparentnost in ponovljivost postopkov, ki so znanstveno utemeljeni. V primerjavi s podobnimi in pogosteje uporabljenimi geostatističnimi pristopi, ki temeljijo na variogramih (npr. JOHNSON & DREISS, 1989; RITZI et al., 1995; ESCHARD et al., 1998), je vključitev dodatnih konceptualnih informacij, zaradi povezanosti parametrov modela in geoloških pojmov, relativno enostavna.

Zaradi intenzivnosti geoloških procesov na Ljubljanskem polju je interpretacija sedimentacijskega okolja na tem območju zahtevna. Debeli skladovnica sedimentov je posledica močnega, vendar neenakomernega grezanja posameznih delov Polja. Posledično je debelina sedimentov neenakomerna. Heterogenost zasipa je dodatno pogojena s prepletanjem procesov odlaganja, preperevanja in erozije, ki so bili povezani s takratnimi podnebnimi razmerami. Erozijska, ki je sledila

zasipavanju, je lahko delno ali v celoti odstranila naplavine prejšnjih sedimentacijskih ciklov. Prostorska raznolikost erozijskih procesov pa dodatno otežuje rekonstrukcijo sedimentacijskih okolij.

Kljub heterogenosti obravnavanega sistema kaže model Markovih verig v vertikalni smeri tendence pojavljanja sosledja določenih hidrofaciesov, ki jih lahko povežemo z naravnimi procesi. V modelu je opazno pogostejše pojavljanje Melja in gline s prodrom - MGP nad Prodom - P ( $1,13\hat{r}$ ) ter Melja in gline - MG nad Meljem in glino s prodrom - MGP ( $1,34\hat{r}$ ), ki je pogostejše kot obratno sosledje ( $0,81\hat{r}$ ). Pojav nakazuje določeno stopnjo gradacije, ki je pogosto prisotna v rečnih naplavinah (WEISSMANN & FOGG, 1999; WEISSMANN et al., 1999).

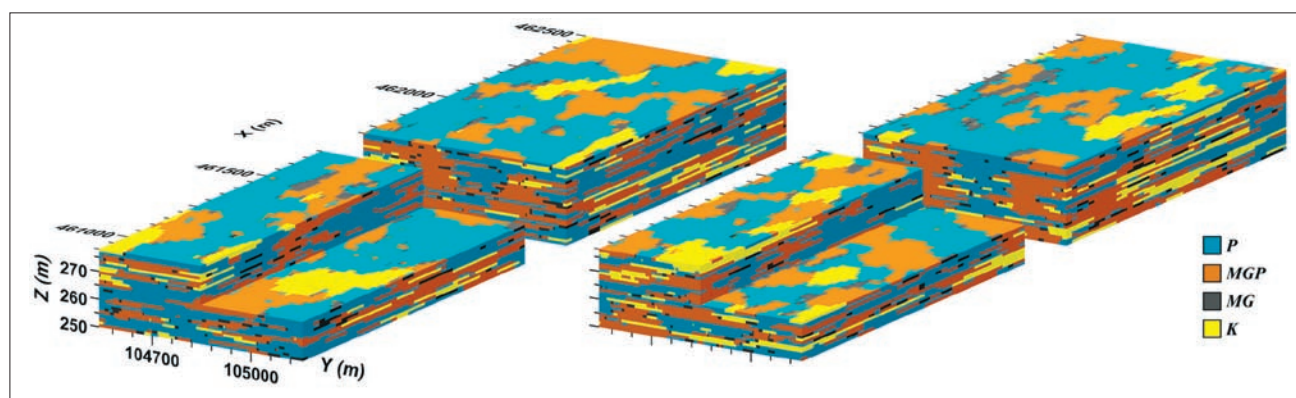
Še bolj izrazita je tendenca pojavljanja Melja in gline - MG nad Konglomeratom - K ( $1,21\hat{r}$ ), ki je precej višja od obratnega sosledja ( $0,38\hat{r}$ ). Podobno velja za prehod Melja in gline - MG nad Prodom - P ( $1,38\hat{r}$  in  $0,67\hat{r}$ ). Ugotovljeno sosledje se sklada z ŽLEBNIKOV (1971) interpretacijo, po kateri je na osrednjem delu Ljubljanskega polja na vrhu povečini prodni zasip, pod katerim leži nekaj metrov debela plast gline in nato konglomerat ter zbit prod.

Pojavnost Konglomerata - K nad/pod Prodom - P je skoraj naključna. Za povečano pojavnost konglomerata - K nad Meljem in glino s prodrom - MGP ( $1,22\hat{r}$  in  $0,81\hat{r}$ ) ni ustrezne razlage.

Težavo pri postopku predstavlja interpretacija opisov podatkov vrtin. Zaradi nestandardiziranih opisov in različnih avtorjev je interpretacija opisov sedimentov in njihova uvrstitvev v hidrofaciese težavna. Ponoven pregled opisanega materiala iz vrtin, razen izjemoma, ni možen, zato je to lahko pomemben vir napake modela. Dodatni vir napake lahko izhaja iz postopka določitve modela Markovih verig. Zaradi soodvisnosti parametrov, je prilagajanje modela podatkom v vertikalni smeri zahtevno. Zmanjševanje napake prilagajanja s poskušanjem različnih kombinacij vrednosti parametrov (ang. trial and error) pa lahko vodi do neoptimalnega modela.

### Sklep

Izdelani model, ki temelji na podatkih in je geološko smiselna predstavitev heterogenosti osred-



Slika 5. Izseka (sl. 1) dveh realizacij geostatističnega hidrogeološkega modela Ljubljanskega polja  
Figure 5. Parts (fig. 1) of two realisations of geostatistical hydrogeological model of Ljubljana polje

njega dela vodonosnika, zagotavlja boljšo osnovo za modeliranje toka podzemne vode in potovanja onesnaževal na območju Ljubljanskega polja. Uporabljen pristop omogoča izdelavo niza enako verjetnih realizacij modela, pogojenih s podatki iz vrtin, kar je eden od pogojev za kvantifikacijo negotovosti hidroloških modelov, ki bodo na obravnavanem območju izdelani in uporabljeni v prihodnosti za namene upravljanja vodonosnika v okviru projekta INCOME (<http://www.life-income.si/>).

### Zahvala

Študija je nastala v okviru projekta (št. Z1-9719-0215-06), ki ga je delno financirala ARRS in projekta INCOME-LIFE07 ENV/SLO/000725. Hvala Davidu Rozmanu, Andreju Lapanjetu, Jožetu Rateju, Bogomirju Celarcu, Milošu Bavcu in Dragu Skabernetu za pomoč pri obdelavi in interpretaciji podatkov.

### Reference

- ALLEN, J. R. L. 1970: Studies in fluvial sediments, a comparison of fining-upward cyclothems with special reference to coarse-member composition and interpretation. *Journal of Sedimentary Petrology* 40: 298-323.
- CARLE, S. F. & FOGG, G. E. 1996: Transition probability-based indicator geostatistics. *Mathematical Geology* 28/4: 453-476.
- CARLE, S. F. & FOGG, G. E. 1997: Modeling Spatial Variability With One and Multidimensional Continuous-Lag Markov Chains. *Mathematical Geology* 29/7: 891-916.
- CARLE, S. F. 1999: T-PROGS: Transition Probability Geostatistical Software, Version 2.1. Hydrologic Sciences Graduate Group, University of California (Davis): 1-78.
- DE MARSILY, G., DELAY, F., TELES, V. & SCHAFMEISTER, M. T. 1998: Some current methods to represent the heterogeneity of natural media in hydrogeology. *Hydrogeology Journal* 6/1: 115-130.
- DEUTSCH, C. V. & JOURNEL, A. G. 1992: *GSLIB: Geostatistical Software Library and User's Guide*. Oxford University Press (New York): 1-340.
- ESCHARD, R., LEMOUZY, P., BACCHIANA, C., DESAUBLIAUX, G., PARPANT, J. & SMART, B. 1998: Combining sequence stratigraphy, geostatistical simulations, and production data for modeling a fluvial reservoir in the Chaunoy Field (Triassic, France). *AAPG Bulletin* 82: 545-568.
- FLECKENSTEIN, J. H., NISWONGER, R. G. & FOGG, G. E. 2006: River-Aquifer Interactions, Geologic Heterogeneity, and Low Flow Management. *Ground Water* 44/6: 837-852.
- FREI, S., FLECKENSTEIN, J. H., KOLLET, S. & MAXWELL, R. M. 2009: Patterns and dynamics of river-aquifer exchange with variably-saturated flow using a fully-coupled model. *Journal of Hydrology*, v tisku (DOI:10.1016/j.jhydrol.2009.06.038).
- FRASER, G. S. & DAVIS, J. M. (Eds.) 1998: Hydrogeologic models of sedimentary aquifers, *SEPM Concepts in Hydrology and Environmental geology*. Society for Sedimentary Geology (Tulsa) 1: 1-180.
- JOHNSON, N. M. & DREISS, S. J. 1989: Hydrostratigraphic interpretation using indicator geostatistics. *Water Resources Research* 25: 2501-2510.
- KOLTERMANN, C. E. & GORELICK, S. M. 1996: Heterogeneity in Sedimentary Deposits: A Review of Structure-Imitating, Process-Imitating, and Descriptive Approaches. *Water Resources Research* 32/9: 2617-2658.
- LEEDER, M. R. 1982: *Sedimentology, Processes and Products*. Allen and Unwin (London): 1-344.
- MENCEJ, Z. 1990: Prodni zasipi pod jezerskimi sedimenti Ljubljanskega barja. *Geologija (Ljubljana)* 31/32: 517-553.
- MIALL, A. D. 1996: *The geology of fluvial deposits, sedimentary facies, basin analysis and petroleum geology*. Springer-Verlag (Berlin): 1-582.
- RITZI, R. W., DOMINIC, D. F., BROWN, N. R., KAUSCH, K. W., McALENNEY, P. J. & BASIAL, M. J. 1995: Hydrofacies distribution and correlation in the Miami valley aquifer system. *Water Resources Research* 31: 3271-3281.
- ROSS, S. 1993: *Introduction to Probability Models* (5th ed.). Academic Press (San Diego): 1-556.
- WEISSMANN, G. S., CARLE, S. F. & FOGG, G. E. 1999: Three-dimensional hydrofacies modeling based on soil surveys and transition probability geostatistics. *Water Resources Research* 35/6: 1761-1770.
- WEISSMANN, G. S. & FOGG, G. E. 1999: Multi-scale alluvial fan heterogeneity modeled with transition probability geostatistics in a sequence stratigraphic framework. *Journal of Hydrology* 226: 48-65.
- ŽLEBNIK, L. 1971: Pleistocen Kranjskega, Sorškega in Ljubljanskega polja. *Geologija (Ljubljana)* 14: 5-51.