

PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652

Letnik 20 (1992/1993)

Številka 5

Strani 258-267

Janez Strnad:

FATAMORGANA IN DALJNOGLED

Ključne besede: fizika, lom svetlobe.

Elektronska verzija: <http://www.presek.si/20/1146-Strnad.pdf>

© 1993 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

© 2010 DMFA - založništvo

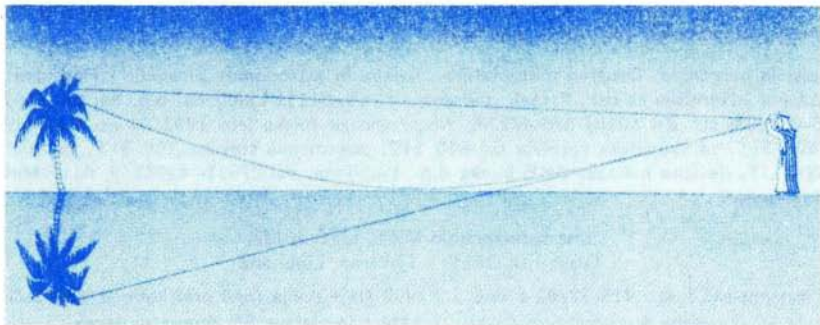
Vse pravice pridržane. Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.

FATAMORGANA IN DALJNOGLED

Ali ni nekoliko nenavadno fatamorgano, izjemen pojav, ki ga opazijo predvsem v oddaljenih krajih, povezovati z daljnogledom, uporabno optično napravo? Ne, ker ima oboje skupno osnovo: *lom svetlobe*. Pojdimo lepo po vrsti. Najprej povejmo nekaj besed o lomu svetlobe v zraku in potem poročajmo o nenavadnem daljnogledu, ki uporablja namesto leče segret zrak. Nazadnje začnimo vse skupaj še z nekaj računi.

O lomu je Presek pisal v članku *O naravi svetlobe in o lomu*, **14** (1987) 194. Samo na hitro ponovimo. Curek se lomi od pravokotnice na mejo med območjema, če potuje na drugem območju z večjo hitrostjo kot na prvem. Razmerje med hitrostjo svetlobe v praznem prostoru in hitrostjo svetlobe v snovi vpeljemo kot *lomni kvocient snovi*. Lomni kvocient praznega prostora je enak 1, lomni kvocient zraka pa je samo malo večji kot 1, v navadnih okoliščinah 1,0003. Svetloba potuje v zraku samo malo počasneje kot v praznem prostoru. Čim gostejši je zrak, tem večji lomni kvocient ima, tem manjša je v njem hitrost svetlobe glede na hitrost v praznem prostoru. Razlika lomnih kvocientov $n - n_{\text{prazni prostor}} = n - 1$ je tem večja, čim gostejši je zrak. Gostota zraka pri nespremenjenem tlaku pa je tem večja, čim nižja je temperatura. Potemtakem je lomni kvocient zraka tem manjši, tem bližje 1, čim višja je temperatura.

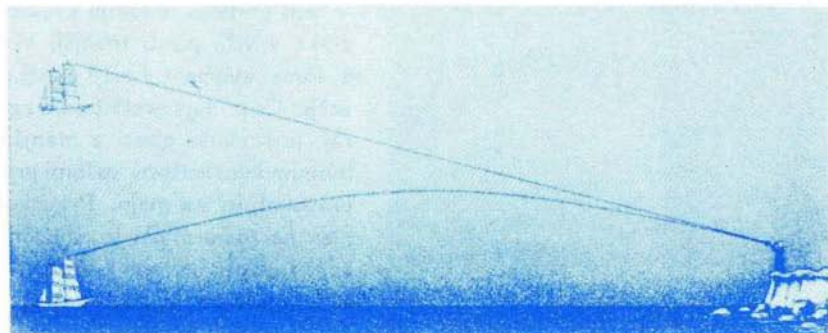
Tla se zaradi sončnega obsevanja lahko močno segrejejo, na primer puščava ali asfaltna cesta. Zrak v plasti tik ob tleh se segreje od njih, zrak v višji plasti se segreje manj. V plasti ob tleh je lomni kvocient zraka manjši, bližje 1, v višji plasti pa večji. Če prihaja svetloba od zgoraj, iz hladnejših plasti z večjim lomnim kvocientom, se lomi od pravokotnice na mejo. Pravokotnica



Slika 1. Nastanek fatamorgane. Zrak je močno segret le neposredno ob tleh in izrazito ukrivljeni so le žarki, ki gredo skozi plast tik ob tleh. Ocenjeni odklon je zato precej prevelik.

na mejo plasti je navpična, zato se svetloba lomi od tal. Ker se lomni kvocient postopno spreminja, se svetloba postopno lomi. Žarek se ukrivi, v navedenem primeru od tal.

Opazujmo v takih razmerah oddaljeno drevo. Žarki z njegovega vrha naravnost do očesa pridejo po razmeroma hladnih plasteh zraka in se komaj kaj ukrivijo. Vendar pridejo do očesa tudi žarki z vrha, ki gredo skozi močno segreto plast blizu tal. Tako vidimo vrh drevesa dvakrat, prvič skoraj tam, kjer bi ga pričakovali, in drugič navidez premaknjena navzdol (slika 1). Do očesa pridejo tudi malo ukrivljeni žarki z dna drevesa. Zato vidimo dve sliki drevesa: pokončno, ki je malo popačena, in obrnjeno, ki je bolj popačena. Navajeni smo, da vidimo pokončno in obrnjeno sliko predmeta ob vodi, ko nastane obrnjena slika z zrcalnim odbojem na gladini. Zaradi te izkušnje ob dvojni sliki drevesa pomislimo na vodno gladino, čeprav so v bližini samo



Slika 2. Nastanek zgornje fatamorgane in fotografija na arktičnem ledu.



vročā tla, nobene vode. To je *fatamorgana*. V izročilu je za varljive pojave te vrste kriva vila (italijansko *fata*) Morgana. Menda izhaja poimenovanje iz Mesinske ožine med Apeninskim polotokom in Sicilijo, kjer so podobni pojavi pogostni.

Zgornja ali *obrnjena fatamorgana* nastane, če se temperatura z višino spreminja obrnjenno: višja plast zraka se segreje, pod njo pa ostane hladna plast. V tem primeru je lomni kvocient zraka v višji plasti manjši, bližje 1, lomni kvocient v nižji plasti pa večji. Če prihaja svetloba od zgoraj, iz toplejše plasti z manjšim lomnim kvocientom, se lomi proti pravokotnici na mejo. Pravokotnica na mejo plasti je navpična, zato se svetloba lomi k tlam. Ker se lomni kvocient postopno spre-

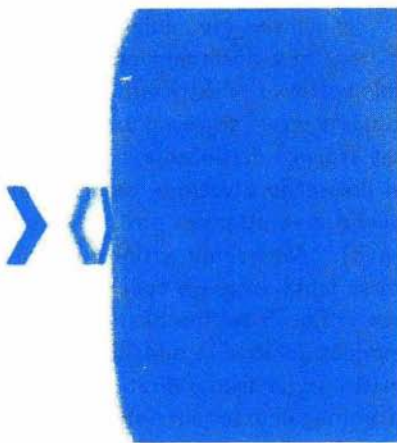


Slika 3. Fotografija iz Hillerovega članka (zgoraj). Na povečanem delu spodaj je mogoče videti skupino ljudi, obrnjeno sliko in v prečni smeri skrčeno neobrnjeno sliko. Ker je razlika temperature majhna, mora biti predmet v veliki razdalji, v tem primeru 163 metrov. Objektiv fotografskega aparata je bil 16 centimetrov oddaljen od stene.

minja, se svetloba postopno lomi. Žarek se ukrivi proti tlom, ne od tal (slika 2). Zaradi tega vidimo predmet navidez dvignjen. Do tega pojava pride nad hladnim morjem ali nad ledom. Poročajo o primerih, ko so ljudje ladje videli, čeprav so bile te zaradi ukrivljenosti Zemlje še pod obzorjem.

Fatamorgano je prvi pojasnil matematik Gaspard Monge, ki je spremljal Napoleona na pohodu v Egipt leta 1798. V laboratoriju jo je poskušal opazovati Wollastone leta 1800. V zraku mu to ni uspelo, več uspeha je imel s plastmi raztopin s spremenljivim lomnim kvocientom. Tedaj so že vedeli, da opazimo pri fatamorgani v določenih okoliščinah tri slike: poleg obeh, ki smo ju omenili, še tretjo, bolj odklonjeno, pokončno in stisnjeno. V laboratoriju v zraku ni bilo mogoče dobiti dobrih ponovljivih fotografij. Pač pa je Wilhelm Hillers objavil v članku *Photographische Aufnahmen einer mehrfachen Luftspiegelung* (Fotografski posnetki večkratnega zrcaljenja v zraku) v *Physikalische Zeitschrift* **14** (1913) 718 lepo fotografijo, ki so jo naredili na prostem. Na 188 metrov dolgi navpični steni ob Labi pri Blanqueseju je bilo mogoče opazovati pojav skoraj vse leto, ko je sonce segrelo steno za nekaj stopinj nad okolico (slika 3).

Zares je bolje opazovati fatamorgano na navpični ravnini kot na vodoravni. Nad vodoravno segreto ploskvijo nastanejo vrtinci z vodoravno osjo, tako imenovane konvekcijske celice. Ob navpični steni pa teče samo enakomeren tok zraka navgor in je razmere lažje nadzorovati. Fabri, Fiorio, Lazzeri in Violino z univerze v Pisi so v članku *Mirage in the laboratory* (Fatamorgana v laboratoriju) v *American Journal of Physics* **50** (1982) 517 objavili dobro fotografijo (slika 4). V tej reviji sicer najdemo še več zanimivih člankov o

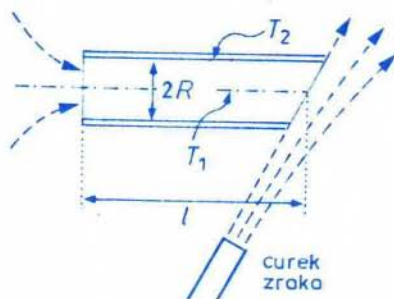


Slika 4. Fotografija fatamorgane v laboratoriju. Italijanski fiziki so segrevali hrpačo napično železno ploščo $86\text{ cm} \cdot 7\text{ cm} \cdot 1,2\text{ cm}$ s petimi likalniškimi grelniki, ki so dosegli največ moč 2 kW . Zaradi večje temperaturne razlike je zadostovala razmeroma kratka ploščica. Razločno je mogoče videti pokončno sliko predmeta v obliki puščice, nekoliko nejasno obrnjeno sliko in še skrčeno pokončno sliko.

fatamorgani. Pojav je mogoče računsko zasledovati. V najpreprostejšem približku, v katerem vzamemo, da se lomni kvocient spreminja linearno z razdaljo od plošče, so žarki parabole. Približki z bolj zapleteno odvisnostjo lomnega kvocienta od kraja so pripravni za računalnik. O tem lahko preberete članek Davisa in Greenslada *Computer modeling of mirage formation* (Računalniško modeliranje nastanka fatamorgane) v *The Physics Teacher* **29** (1991) 47 in v razpravi, ki se je razvila po njem (prav tam, str. 485).

Kako naj na osnovi fatamorgane dobimo daljnogled? Ni težko. Del segretil tal si mislimo zviti v cev. V osi cevi je zrak manj segret in ima večji lomni kvocient, ob robu cevi pa bolj in ima manjši lomni kvocient. Zaradi tega se žarki, ki so nagnjeni glede na os cevi, ukrivijo proti osi. Taka cev ima podoben učinek kot steklena leča. Žarke, ki izhajajo iz točke na osi, pripravi do tega, da se na osi zopet približno sestanejo. Točka predmeta na osi da sliko na osi, druge točke predmeta, malo bolj oddaljene od osi, pa prispevajo k sliki predmeta.

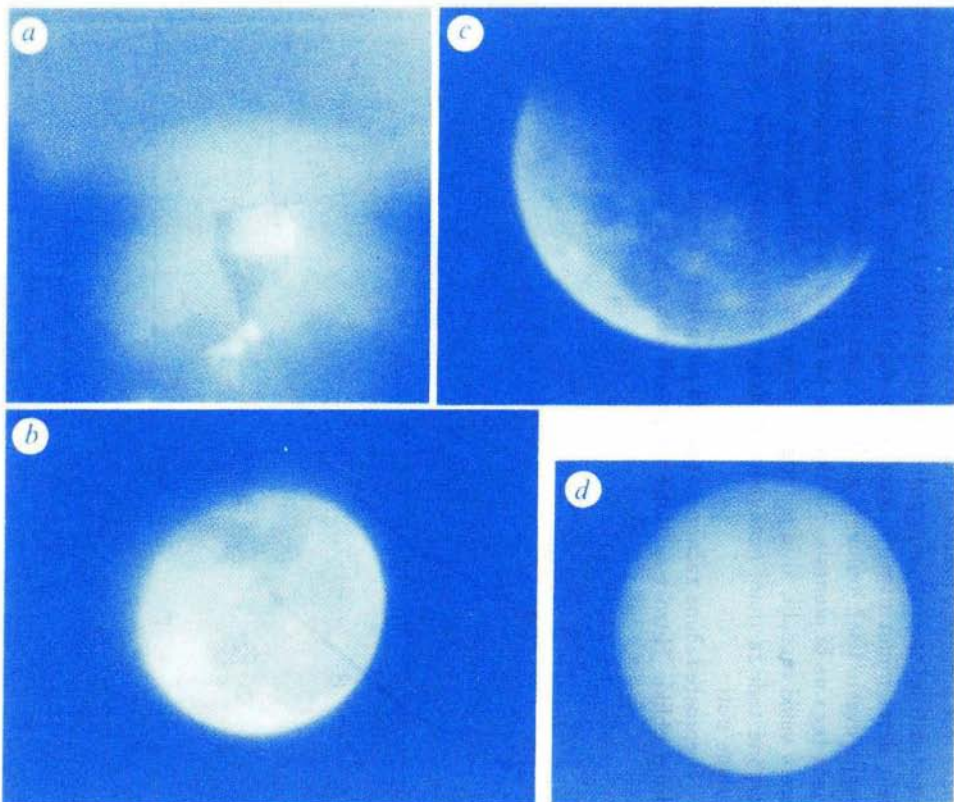
Kovinsko cev, dolgo 20 centimetrov in z notranjim premerom 8 milimetrov z električnim tokom z zunanje strani segrejejo za nekaj deset stopinj. Vrtinčenje zraka v cevi preprečijo z vetrom, se pravi, da pihajo zrak stransko proti cevi (slika 5). Motečemu vrtinčenju zraka se lahko izognejo tudi s tem, da cev vrtijo. S takšno plinsko lečo je mogoče dobiti slike oddaljenih predmetov in jih fotografirati, ne da bi si pomagali z lažjem fotografskega



Slika 5. Poenostavljena risba kovinske cevi, ki služi kot plinska leča.

aparata (slika 6). Vendar zajamejo z njo le majhno vidno polje. Poskuse s plinskimi lečami in z daljnogledi te vrste delajo že dlje časa na univerzi države Natal v Durbanu v Južni Afriki. Slike so vzete iz članka *A gas-lens telescope*, ki so ga Michaelis, Dempers, Kosch, Notcutt, Cunningham in Waltham objavili v londonski *Nature* **353** (1991) 547.

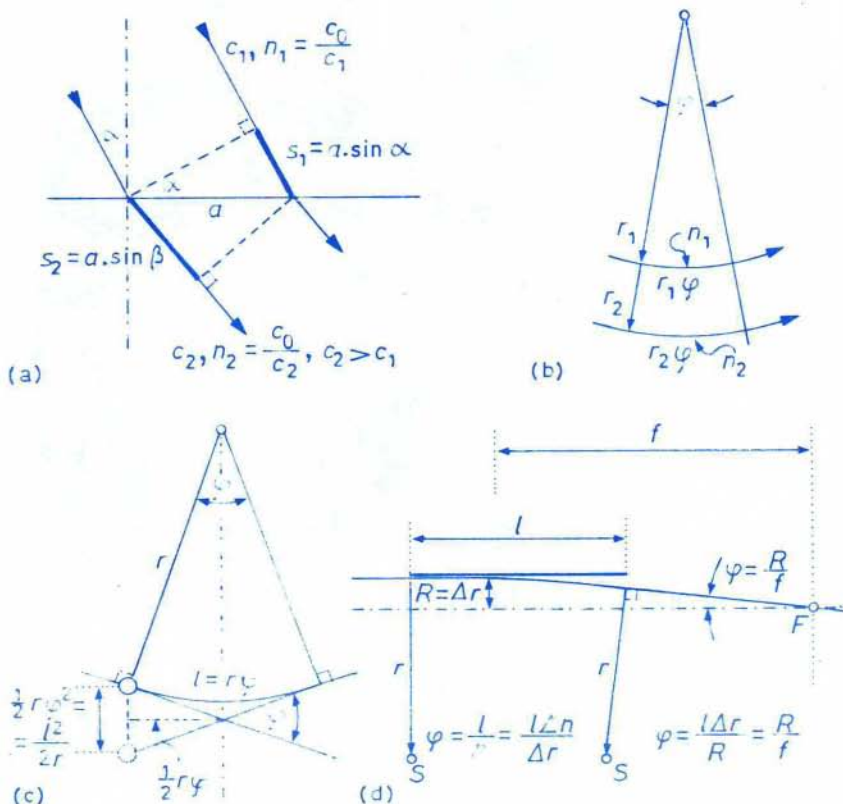
Raziskovanje plinskih leč ni kak konjiček. Leče te vrste utegnejo imeti pomembno vlogo. Z njimi je mogoče zbrati laserski curek na zelo majhen presek. Navadno je za to preprosteje uporabiti stekleno lečo. Vendar bi steklene leče odpovedale pri zelo močnih laserskih curkih z gostoto svetlobnega toka nad milijardo wattov na kvadratni centimeter, ker bi se preveč segrele.



Slika 6. Posnetek vodnega stolpa s plinsko lečo, kakršno kaže slika 5, iz razdalje 5 kilometrov (a), Lune (b), (c) in Sonca (d). Slike so vzete iz članka v Nature.

Plinske leče prenesajo svetlobni tok s stokrat večjo gostoto. Take leče utegnemo uporabiti pri spreminjanju poti umetnih satelitov z Zemlje. Če bi na umetni satelit deset minut usmerili laser, ki bi dal po deset sunkov na sekundo z energijo dvesto tisoč joulov, bi ga lahko prestavili na bolj oddaljen tir. Steklena leča tega ne bi prenesla, plinska leča pa bi bila za to zelo pripravna: curek zbere v veliki razdalji, ki jo je mogoče naravnovati. Plinske leče utegnemo biti uporabne tudi za manj nenavadne podvige, vsekakor pa so šele na začetku razvojne poti.

Preproste račune začnimo s tem, da ponovimo lomni zakon in ga izrazimo v drugi obliki. Hitrost svetlobe na prvem območju je c_1 in na drugem c_2 .



Slika 7. Iz lomnega zakona (a) dobimo radij kroga, ki ga položimo ob ukrivljeni zarek (b), in ocenimo razdaljo slike (c) in goriščno razdaljo plinske leče (d).

Lomni kot med lomljenim žarkom in pravokotnico na mejo β in vpadni kot med vpadnim žarkom in vpadno pravokotnico α (slika 7a) povezuje lomni zakon v obliki

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{n_2}{n_1}.$$

Pri tem sta $n_1 = c_0/c_1$ in $n_2 = c_0/c_2$ lomna kvocienta prve in druge snovi in c_0 hitrost svetlobe v praznem prostoru. Lomni zakon izrazimo lahko drugače:

$$an_1 \sin \alpha = an_2 \sin \beta \quad \text{ali} \quad n_1 s_1 = n_2 s_2.$$

a je razdalja med sosednjima žarkoma na meji. Po tej obliki lomnega zakona je produkt (geometrijske) poti s in lomnega kvocienta n - temu produktu rečemo *optična pot* - merjen po katerem koli žarku med dvema presekom curka vedno enak.

V zraku, v katerem se temperatura zvezno spreminja, se žarki ukrivijo. Del ukrivljenega žarka lahko približno opišemo kot krog. Vzemimo dva kroga. Po prvem z radijem r_1 je med dvema presekom curka pot $r_1\varphi$ na mestu, kjer je lomni kvocient n_1 , po drugem pa po krogu z radijem $r_2 = r_1 + \Delta r$ pot $r_2\varphi$ na mestu, kjer je lomni kvocient $n_2 = n_1 + \Delta n$ (slika 7b). Po lomnem zakonu o enaki optični poti je $n_1 r_1 \varphi = n_2 r_2 \varphi$ in

$$n_1 r_1 = n_2 r_2 \quad \text{ali} \quad r_1 \Delta n = -n_1 \Delta r.$$

Pri tem smo zanemarili zelo majhen produkt $\Delta r \Delta n$. Iz zapisane enačbe lahko izračunamo radij kroga, po katerem se žarek lomi v zraku s spremenljivim lomnim kvocientom,

$$r_1 = -\frac{1}{\Delta n / \Delta r}.$$

Pri tem smo faktor n_1 zadomestili kar z 1, ker se lomni kvocient zelo malo razlikuje od 1.

Spremembo lomnega kvocienta s krajem $\Delta n / \Delta r$ izrazimo s spremembo lomnega kvocienta s temperaturo in s spremembo temperature s krajem: $(\Delta n / \Delta T) \cdot (\Delta T / \Delta r)$. Razlika $n - 1$ je sorazmerna z gostoto zraka, pri konstantnem tlaku pa je gostota obratno sorazmerna s temperaturo, ki jo merimo od absolutne ničle -273°C . Zapišemo $n_1 - 1 = A/T_1$ in $n_2 - 1 = A/T_2$ in prvo enačbo odštejemo od druge:

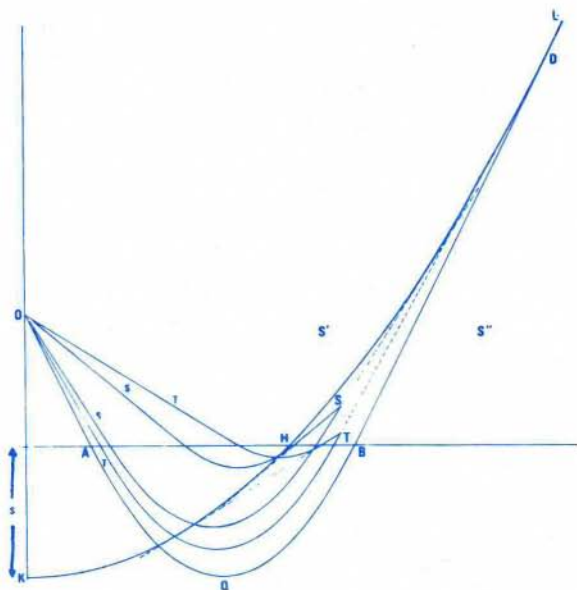
$$\Delta n = n_2 - n_1 = \frac{A}{T_2} - \frac{A}{T_1} = -\frac{A}{T_1} \cdot \frac{T_2 - T_1}{T_2} = -(n_1 - 1) \frac{\Delta T}{T_2}.$$

Radij kroga je potemtakem

$$r = \frac{T_2}{(n_1 - 1)(\Delta T / \Delta r)}$$

Ocenimo temperaturo zraka tik ob tleh s 50°C , temperaturo dva centimetra višje s 30°C in spremembo temperature s krajem $\Delta T / \Delta r$ na 10 K/cm ali 10^3 K/m . Razliko $n_1 - 1$ ocenimo s $3 \cdot 10^{-4}$, za temperaturo ob tleh, ki jo moramo meriti od absolutne ničle, pa vstavimo $(50 + 273)\text{ K} = 323\text{ K}$ ali približno 300 K . To da za radij kroga r oceno

$$r = \frac{300\text{ K}}{3 \cdot 10^{-4}} \cdot \frac{1}{10^3\text{ K} \cdot \text{m}^{-1}} = 1\text{ km}.$$



Slika 8. Iz točk S in T prideta do opazovalca O po dve različno nagnjeni paraboli. Žarka, ki gresta iz točk S in T do točke O skoraj naravnost, zaradi preglednosti nista vrisana. Če je točka na območju S' , ni fatamorgane, če je na območju S'' , pa nastane samo obrnjena slika. Le na vmesnem območju dobimo še dodatno pokončno sliko (iz članka E.Fabrija in sodelavcev).

Če opazujemo predmet iz razdalje l okoli sto metrov, ga vidimo za kot l/r , to je okoli 0,1 radiana ali 6 stopinj, odklonjenega od zveznice. Na razdalji sto metrov ustreza temu premik $\frac{1}{2}l \cdot l/r$, to je okoli 0,05 l ali pet metrov (slika 7c). S tem smo vsaj okvirno pojasnili fatomorgano.

Ocenimo še goriščno razdaljo plinske leče s premerom $2R$ in dolžino l . Za r vstavimo l/φ in upoštevamo, da seka žarek os v goriščni razdalji f , za katero velja $f = R/\varphi$ (slika 7d). Tako imamo naposled

$$f = \frac{R}{\varphi} = R \frac{\Delta r}{l\Delta n} = \frac{R^2}{l\Delta n} = \frac{R^2 T}{l(n_1 - 1)\Delta T}.$$

Za $n_1 - 1$ zopet vstavimo $3 \cdot 10^{-4}$, za l 0,2 m, za R in Δr $4 \cdot 10^{-3}$ m, za ΔT 45 K in za T 300 K, pa dobimo za f 1,7 metra. Izmerjena goriščna razdalja je manjša, meri okoli 1 meter.

Računi, v katerih namesto kroga dobimo kot boljši približek parabolo, niso znatno zahtevnejši, a se jim moramo odpovedati, ker je bralec najbrž že utrujen. Pokažimo samo z risbo, da na določenem območju prideta do opazovalca iz dane točke dve paraboli z različnima nagiboma (slika 8). To spominja na poševni met: točko na ravnini je mogoče doseči s parabolama z različnima nagiboma hitrosti v začetni točki.

Ali ni fatamorgana zanimiva tudi za fizika, ne samo za popotnika v daljnje dežele? Za eksperimentatorje je trd oreh in tudi teoretikom ponuja delo. Izkoristiti jo je mogoče kot zgled pri poučevanju, tudi za uporabo računalnika.

Janez Strnad