

PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652

Letnik **26** (1998/1999)

Številka 4

Strani 230-231

Milan Ambrožič:

PADANJE DVEH POVEZANIH KROGEL

Ključne besede: fizika, mahanika, prosti pad, zračni upor.

Elektronska verzija: <http://www.presek.si/26/1376-Ambrozic.pdf>

© 1999 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

© 2010 DMFA - založništvo

Vse pravice pridržane. Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.

PADANJE DVEH POVEZANIH KROGEL

V Preseku je bilo že govora o gibanju teles z zračnim uporom. Prebrali smo lahko tudi dokaz o protislovnosti trditve, da težja telesa vedno padajo hitreje kot lažja. Če bi to res veljalo, bi lahko prišli do protislovja takole: Če spustimo posebej lažjo in težjo kroglo, težja pada hitreje. Potem ju zvezemo z dolgo vrvico in spustimo, tako da je lažja krogla višje. Zvezani krogli imata skupaj večjo maso kot vsaka posebej in bi morali padati še hitreje kot prej težja krogla. V resnici pa lažja krogla pri padanju zavira težjo in padata počasneje kot prosta težja krogla.

Če spustimo samo eno kroglo, ta pada najprej pospešeno, potem pa se njena hitrost približa mejni vrednosti. Ta je določena z ravnovesjem dveh sil, in sicer teže ter zračnega upora. Upor F_u narašča s kvadratom hitrosti v krogle: $F_u = \frac{1}{2}C_u S \rho v^2$. Pri tem je C_u koeficient upora, ki je odvisen od oblike telesa. Za kroglo je približno 0,4. Največji čelni presek krogle S glede na smer gibanja je enak ploščini glavnega kroga $S = \pi r^2$. Gostota zraka je $\rho \approx 1,2 \text{ kg/m}^3$. Mejno hitrost izračunamo iz enačbe $F_g = F_u$. Telo med padanjem spremeni zračni tlak in gostoto v svoji bližini (npr. neposredno nad kroglo se tlak zmanjša).

Naloga

Imejmo dve enako veliki krogli, narejeni iz snovi z različnima gostotama. Če ju spustimo posebej, pada lažja krogla s hitrostjo v_1 , težja pa s hitrostjo v_2 (potem, ko praktično dosežeta mejno hitrost). Lahko pa ju spnemo skupaj s tanko vrvico in ju spustimo. Kako izračunamo hitrost njunega padanja, če poznamo le hitrosti v_1 in v_2 ? Vrvica mora biti dovolj dolga, da med padanjem ena krogla ne spremeni zračnega tlaka in gostote okrog druge.

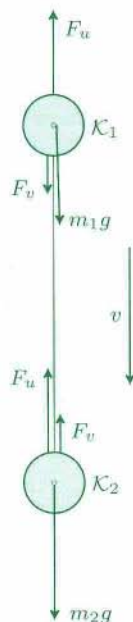
Rešitev

Najprej izrazimo ravnovesni hitrosti za obe krogli, ko padata vsaka posebej:

$$mg = \frac{1}{2}C_u S \rho v^2 = K v^2.$$

Koeficient $K = \frac{1}{2}C_u S \rho$ je za obe krogli enak, saj sta enako veliki in enake oblike. Če ima lažja krogla maso m_1 , težja pa maso m_2 , sta hitrosti $v_1 = \sqrt{\frac{m_1 g}{K}}$ in $v_2 = \sqrt{\frac{m_2 g}{K}}$.

Sedaj si oglejmo primer, ko sta krogli speti z vrvico (slika 1). Zgornjo (lažjo) kroglo označimo s \mathcal{K}_1 , spodnjo



Slika 1. Sile pri padanju spetih krogel.

pa s \mathcal{K}_2 . Na vsako od njiju delujejo 3 sile: teža mg , zračni upor F_u in sila vrvice F_v . Upor je za obe krogli enak, prav tako sila vrvice.

Napišimo enačbi za ravnovesje sil na obe krogli:

$$m_1g = F_u - F_v$$

$$m_2g = F_u + F_v.$$

Enačbi seštejmo: $(m_1 + m_2)g = 2F_u = 2Kv^2$, od koder $Kv_1^2 + Kv_2^2 = = 2Kv^2$. Iz tega sledi za hitrost

$$v = \sqrt{\frac{v_1^2 + v_2^2}{2}}.$$

Hitrost pri skupnem padanju krogel je med vrednostma v_1 in v_2 .

Milan Ambrožič