

Formiranje potenciala pred ravno elektrodo, ki oddaja elektrone

Tomaz Gyergyek^{1,2}, Jernej Kovačič², Iñaki Gomez²

¹Univerza v Ljubljani, Fakulteta za elektrotehniko, Tržaška 25, 1000 Ljubljana, Slovenija

²Institut Jožef Stefan, Jamova 39, 1000 Ljubljana, Slovenija

E-pošta: tomaz.gyergyek@fe.uni-lj.si

Potential formation in front of an electron emitting collector planar electrode

Abstract. Formation of a virtual cathode in front of an electron emitting floating collector that terminates a bounded plasma system is studied with a particle-in-cell (PIC) computer simulation. As the electron emission from the collector is increased the depth of the potential well increases also. As long as the emission is below approximately 40 times the critical emission level the depth of the potential well follows very well a simple logarithmic formula that is derived. For larger emissions the depth of the virtual cathode increases faster than predicted by the formula. The reasons for this discrepancy remain to be further investigated.

1 Uvod

Modeliranje plazemskih diod, kjer so hitrostne porazdelitvene funkcije nabitih delcev odrezane Maxwelllove je precej živahno področje [1,2] predvsem zaradi praktičnih aplikacij (na primer emisijske sonde [3], v zadnjem času pa tudi fuzijske aplikacije [4]) Krajši pregled literature je v [5]. V tem delu preučujemo formiranje tako imenovane virtualne katode, ki nastane pri zelo močni emisiji elektronov iz elektrode.

2 Model

Eno dimenzionalna plazemska dioda je omejena z dvema zelo velikima planarnima elektrodama, ki se nahajata na mestih $x = 0$ (na levi) in $x = L$ (na desni) – slika 1. Desna elektroda je ozemljena in njen potencial vzamemo za ničlo merjenja potenciala. Ta elektroda (izvir) v sistem vbrizgava protone (indeks i) in elektrone (indeks 1). Hitrostna porazdelitev obeh vrst vbrizganih delcev je polmaksvelska z različnima temperaturama T_i in T_e . Levo elektrodo imenujemo kolektor, ker absorbira vse delce, ki jo zadenejo. Obenem pa ta elektroda emitira elektrone (indeks 2), ki izstopajo iz nje s polmaxwellsko hitrostno porazdelitvijo s temperaturo T_2 . Leva elektroda je električno izolirana od desne in se glede na njo nabije na potencial lebdenja, ki je odvisen od tega koliko pozitivnih in negativnih delcev jo zadene oziroma zapusti na časovno enoto. Predpostavljamo, da v prostoru med elektrodama delci ne trkajo med seboj in da se torej skupna kinetična in potencialna energija

vsakega delca ohranja. Ion, ki desno elektrodo zapusti z ničelno začetno hitrostjo ima na mestu x hitrost:

$$v_{mi} = -\sqrt{-\frac{2e_0\Phi(x)}{m_i}}, \quad (1)$$

v smeri proti kolektorju. Zato ima ta hitrost negativen predznak. Pri tem je m_i masa iona, e_0 je osnovni naboj, $\Phi(x)$ pa je potencial na mestu x . Potential desne elektrode postavimo na ničlo, $\Phi(x=L) = 0$ kot referenčni potencial, potencial na katerem lebdi kolektor pa je Φ_C . Ker so elektroni mnogo bolj gibljivi, kot protoni, lahko pričakujemo, da je potencial Φ_C negativen glede na potencial desne elektrode. Zanimajo nas samo takšni potencialni profili $\Phi(x)$, ki monotono pojemajo od desne proti levi. Potential $\Phi(x)$ je torej povsod v sistemu negativen. Porazdelitveno funkcijo za ione zapišemo takole:

$$f_i = n_{si} \sqrt{\frac{m_i}{2\pi k T_{si}}} \exp\left(-\frac{e_0\Phi(x)}{k T_{si}}\right) \exp\left(-\frac{m_i v^2}{2k T_{si}}\right) H(-v + v_{mi}). \quad (2)$$

Pri tem je n_{si} gostota, T_{si} temperatura ionov tik ob izvihu, v pa hitrost. Boltzmannova konstanta je k in H je Heavisideova funkcija enotske stopnice.

Elektron, ki zapusti kolektor z ničelno začetno hitrostjo, ima na mestu x hitrost

$$v_{me} = \sqrt{\frac{2e_0(\Phi(x) - \Phi_C)}{m_e}}, \quad (3)$$

v smeri proti izvihu in ta hitrost je torej pozitivna. Porazdelitveno funkcijo elektronov, ki so prišli z izvira torej zapišemo takole:

$$f_1 = n_{s1} \sqrt{\frac{m_e}{2\pi k T_{s1}}} \exp\left(\frac{e_0\Phi(x)}{k T_{s1}}\right) \exp\left(-\frac{m_e v^2}{2k T_{s1}}\right) H(-v + v_{me}). \quad (4)$$

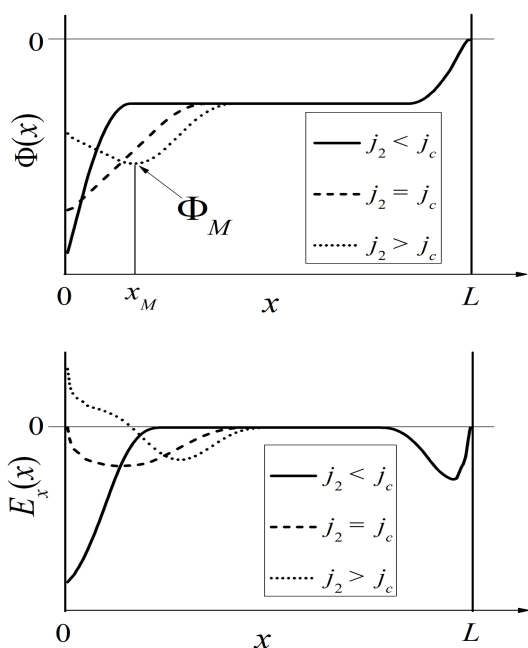
Tu je n_{s1} gostota, T_{s1} pa temperatura elektronov ob izvihu. Masa elektrona je m_e . Porazdelitvena funkcija elektronov, ki jih emitira kolektor, je:

$$f_2 = n_{c2} \sqrt{\frac{m_e}{2\pi k T_{c2}}} \exp\left(\frac{e_0(\Phi(x) - \Phi_C)}{k T_{c2}}\right) \exp\left(-\frac{m_e v^2}{2k T_{c2}}\right) H(v - v_{me}). \quad (5)$$

Podobno, kot prej je n_{c2} gostota, T_{c2} pa temperatura emitiranih elektronov ob kolektorju.

Vse zgoraj povedano velja, dokler je potencialni profil v sistemu monoton. Če pa emisija elektronov iz kolektorja močnejše narase, lahko potencialni profil postane nemonoton. Znano je, da potencial lebdenja

elektrode, ki emitira elektrone narašča, če narašča emisija. V nekem trenutku dosežemo tako imenovano kritično emisijo elektronov, ko električno polje ob elektrodi doseže ničlo. Če pa emisijo elektronov še povečamo, nastane pred elektrodo potencialna jama, ki ji pogosto pravimo virtualna katoda. Električno polje pred elektrodo takrat spremeni predznak v pozitivnega in začne pospeševati emitirane elektrone nazaj proti elektrodi. Tiste elektrone, ki zapustijo elektrodo s premajhno začetno hitrostjo, celo vrne nazaj na elektrodo. Ti profili potenciala in električnega polja so shematično prikazani na sliki 1. Pri tem j_2 pomeni gostoto toka emitiranih elektronov iz leve elektrode, j_c pa kritično emisijo, pri kateri je električno polje ob kolektorju enako 0.



Slika 1: Shematični prikaz modela. Izvor se nahaja pri $x = L$, kolektor pa pri $x = 0$. Ko emisija postane kritična, je električno polje ob kolektorju enako nič. Ko pa emisija še naraste, nastane pred kolektorjem potencialna jama – virtualna katoda.

Označimo vrednost minimuma potencialne jame Φ_M . Ta minimum se nahaja na mestu $x_M > 0$. Radi bi ocenili, kolikšen delež emitiranih elektronov lahko pride skozi potencialno bariero v področje $x > x_M$, če je njihova porazdelitvena funkcija podana z izrazom (5). Tik ob kolektorju je $v_{me} = 0$, ker je $\Phi = \Phi_C$. Porazdelitvena funkcija (5) torej dobi naslednjo obliko:

$$f_{2M} = n_{c2} \sqrt{\frac{m_e}{2\pi k T_{c2}}} \exp\left(-\frac{m_e v^2}{2k T_{c2}}\right) H(v). \quad (6)$$

Gre torej za enodimenzionalno polmaxwellsko porazdelitev, ki je shematično prikazana na sliki 2. Samo elektroni, ki imajo hitrost večjo kot

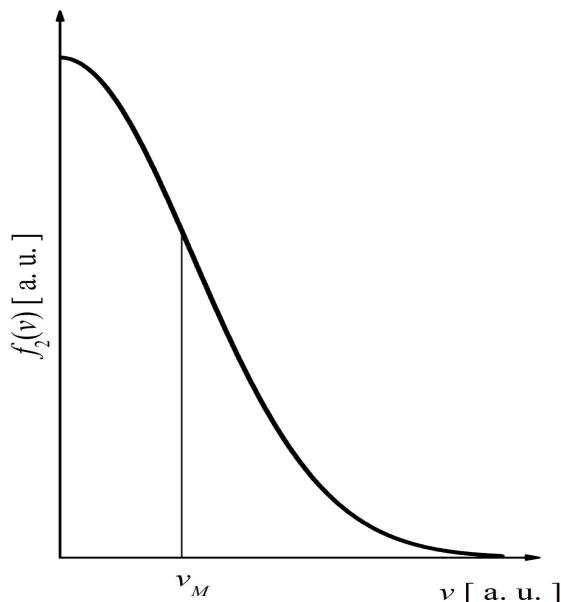
$$v_M = \sqrt{\frac{2e_0(\Phi_C - \Phi_M)}{m_e}}, \quad (7)$$

lahko pridejo v področje $x > x_M$.

Uvedemo naslednje spremenljivke:

$$\mu = \frac{m_e}{m_i}, \quad \tau = \frac{T_{s1}}{T_{s1}}, \quad \sigma = \frac{T_{c2}}{T_{s1}}, \quad \Psi = \frac{e_0 \Phi(x)}{k T_{s1}}, \quad \Psi_C = \frac{e_0 \Phi_C}{k T_{s1}}, \quad (8)$$

$$\Psi_M = \frac{e_0 \Phi_M}{k T_{s1}}, \quad \varepsilon = \frac{n_{c2}}{n_{s1}}, \quad v_0 = \sqrt{\frac{2k T_{s1}}{m_e}}, \quad u = \frac{v}{v_0}.$$



Slika 2: Porazdelitvena funkcija emitiranih elektronov ob kolektorju je polmaxwellska. Samo tisti elektroni, ki imajo hitrost večjo od v_M lahko pridejo v področje $x > x_M$.

S spremenljivkami (8) zapišemo porazdelitveno funkcijo (6) takole:

$$F_2 = \frac{\varepsilon}{\sqrt{\pi \sigma}} \exp\left(-\frac{u^2}{\sigma}\right) H(u).$$

Porazdelitvena funkcija F_2 je normirana na n_{s1} takole:

$$n_{s1} \sqrt{\frac{m_e}{2\pi k T_{s1}}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{m_e v^2}{2k T_{s1}}\right) dv = n_{s1} \equiv 1.$$

Zapišimo še brezdimenzijske hitrosti:

$$u_{mi} = \frac{v_{mi}}{v_0} = -\sqrt{-\mu \Psi}, \quad u_{me} = \frac{v_{me}}{v_0} = \sqrt{\Psi - \Psi_C},$$

$$u_M = \frac{v_M}{v_0} = \sqrt{\Psi_C - \Psi_M}.$$

Gostoto toka emitiranih elektronov J_{2a} podaja izraz:

$$J_{2a} = \int_{-\infty}^{\infty} u F_2(u) du = \frac{\varepsilon}{2} \sqrt{\frac{\sigma}{\pi}}. \quad (9)$$

Gostoto toka elektronov J_{2b} , ki pridejo v področje $x > x_M$ pa podaja integral:

$$J_{2b} = \int_{\sqrt{\Psi_C - \Psi_M}}^{\infty} u F_2(u) du = \frac{\varepsilon}{2} \sqrt{\frac{\sigma}{\pi}} \exp\left(-\frac{\Psi_C - \Psi_M}{\sigma}\right). \quad (10)$$

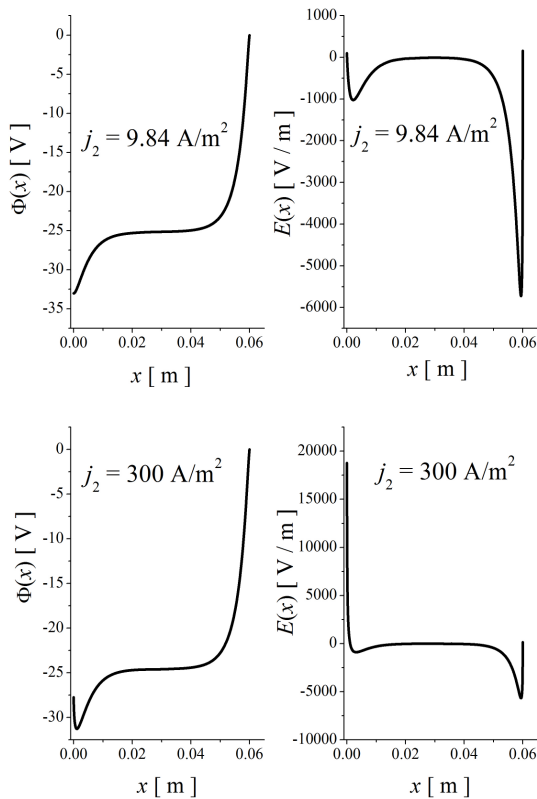
Ko med seboj delimo izraza (9) in (10) dobimo:

$$\frac{J_{2a}}{J_{2b}} = \exp\left(\frac{\Psi_C - \Psi_M}{\sigma}\right), \quad \Psi_C - \Psi_M = \sigma \ln\left(\frac{J_{2a}}{J_{2b}}\right). \quad (11)$$

Izraz (11) razumemo takole. Če poznamo gostoto toka elektronov, ki jih oddaja kolektor J_{2a} (na primer iz znane temperature kolektorja in Richardsonove formule) in če predpostavimo, da je J_{2b} enaka kritični gostoti toka J_c , pri kateri je električno polje ob kolektorju enako 0, potem lahko formulo (11) uporabimo za oceno globine potencialne jame, če seveda poznamo temperaturo emitiranih elektronov. Eksperimentalno je te podatke zelo težko izmeriti. V delčni simulaciji pa je to mnogo preprosteje. Zato v naslednjem razdelku primerjamo rezultate delčne simulacije s formulo (11).

3 Delčne simulacije

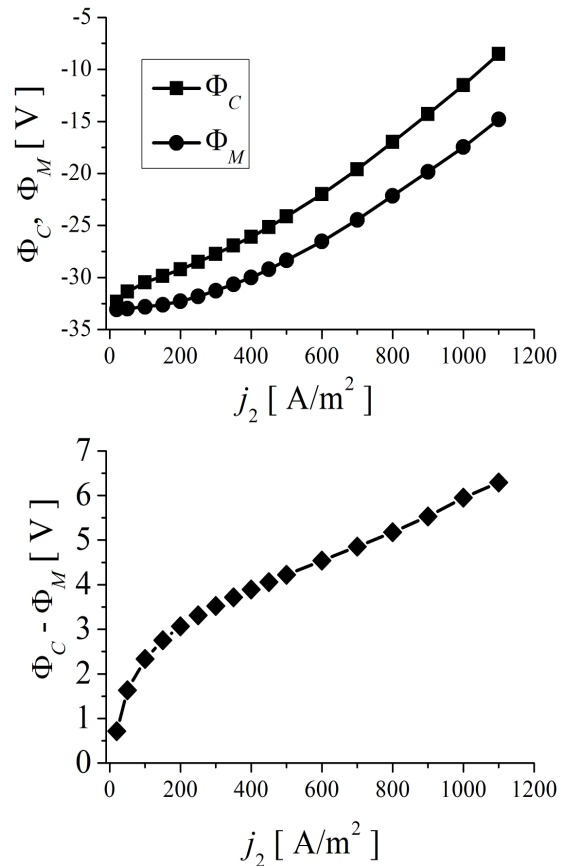
Plazemsko diodo, ki smo jo opisali v prejšnjem razdelku simuliramo z delčno kodo XPDP1 [6]. Za pozitivne ione izberemo protone, njihovo temperaturo pa postavimo $kT_{Si} = 0.1$ eV. Temperaturo elektronov izberemo $kT_{S1} = 20$ eV. Pri emitiranih elektronih izberemo več različnih temperatur kT_{C2} . Dolžino diode nastavimo na 6 cm. Vbrizgavanje elektronov z desne elektrode nastavimo na $j_1 = 60$ A/m², vbrizgavanje emitiranih elektronov z leve strani j_2 pa počasi povečujemo. Pri vsakem paru $j_1 = 60$ A/m² in j_2 nato nastavimo vbrizgavanje ionov j_i tako, da je električno polje E_S ob desni elektrodi enaki nič. To električno polje določamo iterativno s strelsko metodo, kar je časovno zelo zamudno.



Slika 3: Dva primera profilov potenciala $\Phi(x)$ (levo) in električnega polja $E(x)$ (desno), ki ju dobimo iz simulacij za parametre $kT_{S1} = 20$ eV, $kT_{C2} = 1$ eV, $kT_i = 0.1$ eV, $j_1 = 60$ A/m² in pri 2 vrednostih j_2 .

Na sliki 3 vidimo dva primera profilov potenciala in električnega polja, ki ju dobimo iz simulacij pri: $kT_{Si} = 0.1$ eV, $kT_{S1} = 20$ eV in $kT_{C2} = 1$ eV. Gostota toka vbrizganih elektronov je $j_1 = 60$ A/m², izberemo pa tudi 2 vrednosti za j_2 in sicer $j_2 = 9.84$ A/m² in $j_2 = 300$ A/m². Pri vsakem j_2 poiščemo takšno vbrizgavanje ionov j_i , da je električno polje E_S ob desni elektrodi kolektorja je le mogoče blizu ničle. Vidimo, da je pri $j_2 = 9.84$ A/m² tudi električno polje ob levi elektrodi zelo blizu ničle, zato to vrednost emisije proglasimo za kritično emisijo j_c . Na spodnji levi sliki je formiranje virtualne katode zelo dobro vidno. Potencial lebdenja je $\Phi_C = -27.7$ V potencial virtualne katode pa $\Phi_M = -31.3$ V. Globina potencialne jame je 3.6 V.

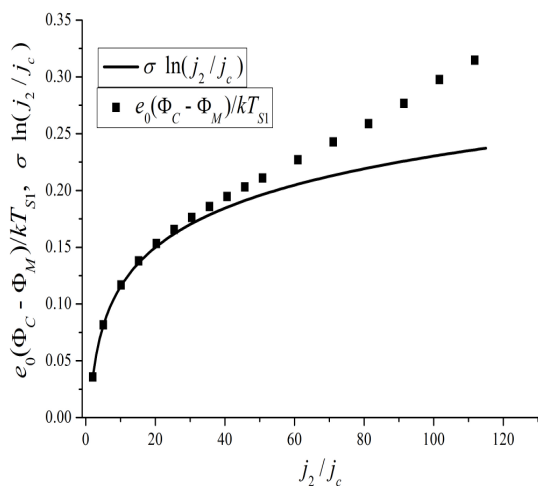
Na podoben način izvedemo še mnogo simulacij, kjer spreminjamo j_2 parametrov $kT_{Si} = 0.1$ eV, $kT_{S1} = 20$ eV, $kT_{C2} = 1$ eV in $j_1 = 60$ A/m² pa seveda ne. Emisijo j_2 spreminjamo med 20 A/m² in 1100 A/m². Vse te vrednosti krepko presegajo kritično emisijo $j_c = 9.84$ A/m². Pri vsaki vrednosti j_2 izmerimo potenciala Φ_C in Φ_M . Tako dobimo sliko 4. Z naraščajočim j_2 oba potenciala naraščata, narašča pa tudi razlika med njima - spodnji graf na sliki 4. Emisijo povečujemo do $j_2 = 1100$ A/m². Pri večji emisiji začne potencial v sistemu oscilirati in pride tudi do povratnega toka ionov proti desni elektrodi.



Slika 4: Potencial lebdenja kolektorja Φ_C in potencial virtualne katode Φ_M dobljena iz delčnih simulacij v odvisnosti od j_2 pri: $kT_{S1} = 20$ eV, $kT_{C2} = 1$ eV, $kT_i = 0.1$ eV in $j_1 = 60$ A/m².

Da bi mogli primerjati rezultate delčnih simulacij s formulo (11), moramo rezultate s slike 4 najprej

normirati. Potencial normiramo na $kT_{S1}/e_0 = 20$ V. Temperaturi $kT_{S1} = 20$ eV in $kT_{C2} = 1$ eV data $\sigma = 0.05$, emisijo j_2 pa normiramo s kritično emisijo $j_c = 9.84$ A/m², – glej sliko 3. Normirane rezultate simulacij prikazujemo z majhnimi kvadrati na sliki 5. Polna črta na sliki 5 pa kaže napoved formule (11). Vidimo, da je do $j_2/j_c \approx 40$ ujemanje med simulacijami in računskim modelom skoraj popolno. Pri večji emisiji pa formula (11) napoveduje manjšo globino potencialne jame $\Psi_C - \Psi_M$, kot jo dobimo iz simulacij. Razloga za to razhajanje zaenkrat še ne poznamo.



Slika 5: Normirana globina potencialne jame pred elektrodo v odvisnosti od normirane gostote toka emitiranih elektronov pri istih parametrih kot na sliki 4. Polna črta prikazuje rezultat formule (11), kvadrati pa rezultat delčne simulacije.

4 Sklep

S kinetičnim računskim modelom in delčnimi simulacijami smo preučevali nastanek virtualne katode pred električno lebdečo elektrodo, ki emitira elektrone. Za simulacije smo uporabili kodo XPDP1 [6]. Ko elektronska emisija preseže kritično vrednost pride do nastanka potencialne jame – virtualne katode. Izpeljali smo preprosto formulo, ki povezuje emisijske parametre z globino potencialne jame pred elektrodo. Njene napovedi smo primerjali z rezultati delčnih simulacij. Dokler emisija elektronov ne preseže približno 40-kratne kritične emisije, je ujemanje med simulacijami in napovedjo formule (11) skoraj popolno, pri večji emisiji pa formula (11) napoveduje manjšo globino potencialne jame, kot jo pokažejo delčne simulacije. Razlage za to razliko zaenkrat še nimamo.

Simulacije pokažejo še en zanimiv rezultat. Ko narašča emisija, narašča tudi potencial lebdenja in ni opaziti nobenega nasičenja potenciala lebdenja ob veliki emisiji. Pri emisijskih sondah [3] namreč praviloma pride do nasičenja potenciala lebdenja ob naraščajočem gretju sonde, ko se potencial lebdenja dovolj približa potencialu plazme.

Zahvala

Zahvaljujemo se za finančno podporo ARRS v okviru programa P2-0073 in projekta BI-FR/CEA/17-19-002.

Literatura

- [1] L. A. Schwager and C. K. Birdsall, "Collector and source sheaths of a finite ion temperature plasma", *Phys. Fluids B*, vol. 2, no. 5, o. 1057-1068, 1990.
- [2] L. A. Schwager, "Effects of secondary and thermionic electron emission on the collector and source sheaths of a finite ion temperature plasma using kinetic theory and numerical simulation", *Phys. Fluids B*, vol. 5, no. 2, p. 631-645, (1993).
- [3] J. P. Sheehan, N. Hershkowitz, "Emissive probes", *Plasma Sources Sci. Technol.* vol. 20, no. 6, p. 063001, (22 pages), 2011.
- [4] J.P. Gunn, S. Carpentier-Chouchana, F. Escourbiac, T. Hirai, S. Panayotis, R.A. Pitts, Y. Corre1, R. Dejarnac, M. Firdaouss, M. Kočan, M. Komm, A. Kukushkin, P. Languille, M. Missirlian, W. Zhao and G. Zhong, "Surface heat loads on the ITER divertor vertical targets" *Nucl. Fusion* vol. 57, p. 046025 (35 pages), 2017.
- [5] T. Gyergyek, B. Jurčič-Zlobec, M. Čerček, "Potential formation in a one-dimensional bounded plasma system containing a two-electron temperature plasma: Kinetic model and PIC simulation", *Phys. Plasmas*, vol. 15, no. 6, p. 063501 (28 pages), 2008.
- [6] J. P. Verboncoeur, M. V. Alves, V. Vahedi and C. K. Birdsall, "Simultaneous Potential and Circuit Solution for 1d bounded Plasma Particle Simulation Codes," *J. Comput. Phys.*, vol 104, no 2, p. 321-328, 1993.