

Uporaba žepnega računalnika pri preiskovanju številskih vzorcev

Mag. Sonja Rajh
Zavod RS za šolstvo

Izvleček

Premišljena uporaba numeričnega žepnega računalnika pripomore k boljšemu razumevanju matematičnih vsebin, pomaga pri reševanju problemov, učence motivira, spodbuja njihovo ustvarjalnost in vedoželjnost, poveča njihovo samozavest in samozaupanje v lastno matematično znanje ter pozitivno vpliva na njihov odnos do matematike.

V tem prispevku, ki je nadaljevanje prispevka *Z žepnim računalnikom usvajamo nove vsebine pri pouku matematike v osnovni šoli*, objavljenim v prejšnji številki revije, so predstavljeni primeri aktivnosti, pri katerih učenci uporabijo numerično računalno za preiskovanje različnih zakonitosti v številskih vzorcih.

Ključne besede: preiskovanje, številski vzorci, numerično računalno, pouk matematike

Use of Calculator in Researching Numerical Patterns

Abstract

A deliberate use of a calculator contributes to a better understanding of mathematical contents, facilitates problem solving, motivates students, encourages their creativity and curiosity, improves their self-esteem and confidence in their mathematical skills, and positively affects their approach to mathematics.

The article is a continuation of the article entitled *Learning New Content in Primary School Mathematics Class Using a Calculator*, published in the previous issue of the magazine, and describes examples of activities where students use a calculator to study the laws behind various numerical patterns.

Keywords: research, numerical patterns, numeric calculator, mathematics class

Uvod

V različnih virih pogosto zasledimo naloge s številskimi izrazi, pri katerih učenci preiskujejo, katero računsko operacijo uporabiti, da bo veljala enakost (npr. $78 \square 95 \square 123 = 11763$), ali katero število oziroma števk vstaviti v številski izraz, da dobijo dano vrednost ($4\square \cdot \square 1 = 3408$), ali pa v izraz postavijo oklepaje, da s tem določijo vrstni red računskih operacij (Glejte nalogo iz NPZ, ki je na Sliki 1).

Učenci lahko preiskujejo, kaj se zgodi z vsoto/razliko/zmnožkom/količnikom/kvadratom ... dveh/treh ... števil, če enega od členov množijo/delijo z danim številom ali pa mu poljubno število prištejejo/odštejejo.

Pri takih in podobnih primerih si lahko učenci pri računanju pomagajo tudi z numeričnimi računalni. S sistematičnim poskušanjem vstavljajo posamezni znak v izraz, ki je zapisan na zaslonu računalnika, ter nato računajo ustrezno vrednost številskega izraza.

Ob tem se naučijo, da ni treba ponovno vpisovati celotnega izraza v računalno, če smo se pri tipkanju zmotili, ampak se s smernim kazalcem premaknemo na mesto v izrazu, ki ga želimo spremeniti, brišemo znak in vpišemo novega, ter nato izračunamo vrednost spremenjenega izraza. Podobno strategijo reševanja učenci usvojijo tudi pri preiskovanju vzorcev števil, ki so opisani v nadaljevanju.

Delovni list s številskimi vzorci za spodbujanje uporabe numeričnega računalnika pri pouku matematike v osnovni šoli

Na delovnem listu Številski vzorci (Priloga) je zbranih 10 primerov različnih preiskovalnih dejavnosti s številskimi vzorci. Seveda ni mišljeno, da bi učenci vse primere rešili hkrati. Učitelj jih glede na njihov namen učenja razporedi v pouk matematike.

- a) V danem izrazu postavi oklepaje tako, da bo vrednost izraza manjša od 43. Vrednost izraza z oklepaji tudi izračunaj.

$$4 + 6 \cdot 7 - 3 =$$

- b) V danem izrazu postavi oklepaje tako, da bo vrednost izraza večja od 43. Vrednost izraza z oklepaji tudi izračunaj.

$$4 + 6 \cdot 7 - 3 =$$

- c) V danem izrazu postavi oklepaje tako, da bo vrednost izraza enaka 0.

$$7 + 3 \cdot 7 - 7 - 7 =$$



Slika 4: Izračunana vrednost dopoljenega številskega izraza.

Predvidevamo, da učenci uporabljajo numerično računalno, katerega zaslon prikazuje 10 števk. Predlagamo, da učenci za preiskovanje vzorca števil, ki imajo več kot 10 števk, uporabljajo katero od aplikacij za računanje na računalniku (Slika 5).

Slika 1: Naloga iz NPZ, ki so jo učenci reševali leta 2010 v 6. razredu in nato ponovno leta 2013 v 9. razredu.

Vir: RIC

Pri prvih štirih primerih je na dnu strani v pravokotniku z zeleno barvo zapisan namig za učence, če nikakor ne ugotovijo pravila v vzorcu in ne najdejo posplošitve. Predlagamo, da ta namig učitelj izreže iz učnega lista in ga učencem ponudi le, če ga potrebujejo.

V 5., 6., 7. in 8. primeru ima učenec na voljo več številskih vzorcev. Predlagamo, da učitelj ponudi le enega od njih, ali pa si učenec za preiskovanje sam izbere primer vzorca, ki ga je pritegnil. V teh primerih smo namenoma zbrali več vzorcev, ker smo želeli učiteljem ponuditi večji nabor primerov.

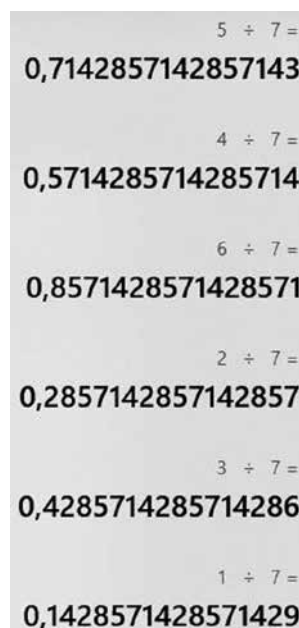
Pred prvim primerom številskih vzorcev je na delovnem listu za učenca zapisano: »Z žepnim računalom lahko računaš vrednosti podobnih izrazov tudi tako, da ne brišeš celotnega izraza, ko si izračunal njegovo vrednost. V zapisanem izrazu samo spremeniš ali brišeš/vstavljaš nova števila.« Predlagamo, da učitelj z uporabo demonstracijskega pripomočka za delo z numeričnimi računalni (emulatorja) vsem učencem hkrati pokaže, kako lahko to storijo, ali pa vsakemu posebej to ponazori na njegovem numeričnem računalu. (Slike 2–4).



Slika 2: Številski izraz, ki ga želimo dopolniti.



Slika 3: Znotraj oklepaja zapišemo, naj prišteje še 5.



Slika 5: Uporaba aplikacije Kalkulator na računalniku.

Delovni list Številski vzorci lahko uporabljamo v različnih razredih osnovne šole. Odvisno od matematičnega predznanja učencev (npr. ali že poznajo potence, korene, racionalna števila).

Namen in cilj tega delovnega lista je, da učenci opazujejo in prepoznajo pravilo v številskega vzorca, pravilo ubesedijo, vzorec nadaljujejo, znajo poiskati posplošitve ter ubesediti ugotovitve v korektnem matematičnem jeziku. Pri računanju vrednosti številskega izraza si pomagajo z numeričnim računalom, saj v teh primerih spretnosti računanja ne smejo biti v ospredju, če se želijo učenci osredotočiti na višje miselne procese.

Viri in literatura

Žakelj, A. idr. (2011). *Učni načrt. Program osnovna šola. Matematika*. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo, http://www.mizs.gov.si/fileadmin/mizs.gov.si/pageuploads/podrocje/os/prenovljeni_UN/UN_matematika.pdf

MATEMATIKA preizkus znanja, Redni rok, 2. obdobje, torek, 10. maj 2010, RIC. Dostopno na povezavi: <https://www.ric.si/mma/N101-401MAT-2-1/2010061813142869/>



Številski vzorci

Z žepnim računalom lahko računaš vrednosti podobnih številskih izrazov tudi tako, da ne brišeš celotnega izraza, ko si izračunal njegovo vrednost. V zapisanem izrazu samo spreminjaš ali brišeš/vstavljaš nova števila.

Uporabi pri svojem žepnem računalu.

1. primer

Z uporabo žepnega računalu izračunaj vrednosti naslednjih številskih izrazov.

$1^3 =$

$1^2 =$

$1^3 + 2^3 =$

$(1 + 2)^2 =$

$1^3 + 2^3 + 3^3 =$

$(1 + 2 + 3)^2 =$

$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 =$

$(1 + 2 + 3 + 4)^2 =$

$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 =$

$(1 + 2 + 3 + 4 + 5)^2 =$

Nadaljuj oba vzorca. Zapiši naslednjih pet primerov obeh številskih vzorcev.

Kaj ugotoviš? Zapiši vse ugotovitve.

Oblikuj splošni algebrski zapis.

✂.....

Namig

Primerjaj vrednosti izrazov v levem in desnem stolpcu.

Ali velja:

$$1^3 + 2^3 + 3^3 = (1 + 2 + 3)^2$$

...

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 + 6^3 + 7^3 + 8^3 + 9^3 + 10^3 + 11^3 = (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11)^2$$

Zapiši manjkajoče eksponente potenc v splošnem algebrskem zapisu:

$$1^{\square} + 2^{\square} + 3^{\square} + \dots + n^{\square} = (1 + 2 + 3 + \dots + n)^{\square}$$

2. primer

Z uporabo žepnega računalna izračunaj vrednosti naslednjih številskih izrazov.

$$0^3 + 1^3 =$$

$$1 =$$

$$1^3 + 2^3 =$$

$$2 + 3 + 4 =$$

$$2^3 + 3^3 =$$

$$5 + 6 + 7 + 8 + 9 =$$

$$3^3 + 4^3 =$$

$$10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 + 16 =$$

Nadaljuj vzorca. Zapiši naslednje tri primere obeh številskih vzorcev.

Kaj ugotoviš? Zapiši vse ugotovitve.



Namigi

- Koliko zaporednih naravnih števil sešteješ v vsaki posamezni vrstici desnega vzorca? Ali je število teh seštevancev desnega stolpca v povezavi z osnovami potenc levega stolpca?
- Opazuj zadnji seštevanec desnega vzorca. V kakšni povezavi je z osnovo druge potencia levega vzorca?
- Primerjaj vrednosti izrazov v levem in desnem stolpcu. Ali velja enakost:

$$2^3 + 3^3 = 5 + 6 + 7 + 8 + 9$$



3. primer

Z uporabo žepnega računalna izračunaj vrednosti naslednjih številskih izrazov.

| | |
|-----------------------|---------|
| $1 =$ | $1^2 =$ |
| $1 + 3 =$ | $2^2 =$ |
| $1 + 3 + 5 =$ | $3^2 =$ |
| $1 + 3 + 5 + 7 =$ | $4^2 =$ |
| $1 + 3 + 5 + 7 + 9 =$ | $5^2 =$ |

Nadaljuj oba vzorca. Zapiši naslednjih pet primerov obeh številskih vzorcev.

Kaj ugotoviš? Zapiši vse ugotovitve.

Oblikuj splošni algebrski zapis.



Namigi

- Koliko seštevancev je v levem vzorcu? Katera števila seštevaš?
- Katero število kvadriraš v desnem stolpcu?
- Ali opaziš kakšno povezavo med številom seštevancev levega vzorca in osnovo potence desnega vzorca?
- Ali v levem vzorcu seštevamo vsa zaporedna naravna števila?
- Ali sta vrednosti izrazov v levem in desnem stolpcu enaki?

Pomoč

Izberi vsaj pet naravnih števil.

Vstavi jih v enakost:

$$1 + 3 + \dots + (2n - 1) = n^2$$

Primerjaj z zgornjimi izračuni.

4. primer

Z uporabo žepnega računalna izračunaj vrednosti naslednjih številskih izrazov.

$$1 = \qquad \qquad \qquad 1^3 =$$

$$3 + 5 = \qquad \qquad \qquad 2^3 =$$

$$7 + 9 + 11 = \qquad \qquad \qquad 3^3 =$$

$$13 + 15 + 17 + 19 = \qquad \qquad \qquad 4^3 =$$

$$21 + 23 + 25 + 27 + 29 = \qquad \qquad \qquad 5^3 =$$

$$31 + 33 + 35 + 37 + 39 + 41 = \qquad \qquad \qquad 6^3 =$$

$$43 + 45 + 47 + 49 + 51 + 53 + 55 = \qquad \qquad \qquad 7^3 =$$

Nadaljuj oba vzorca. Zapiši naslednje tri primere obeh številskih vzorcev.

Kaj ugotoviš? Zapiši vse ugotovitve.



Namigi

- Koliko seštevanec je v levem vzorcu? Katera števila seštevaš?
- Kateri vzorec opaziš v desnem stolpcu?
- Ali opaziš kakšno povezavo med številom seštevanec levega vzorca in osnovo potence desnega vzorca?
- Ali v levem vzorcu seštevamo vsa zaporedna naravna števila?
- Ali sta vrednosti izrazov v levem in desnem stolpcu enaki?



5. primer

Z uporabo žepnega računalna izračunaj vrednosti naslednjih številskih izrazov.

Opazuj številске vzorce in zapiši vse ugotovitve. Utemelji svoje ugotovitve.

$$\begin{aligned}1 \cdot 8 + 1 &= \\12 \cdot 8 + 2 &= \\123 \cdot 8 + 3 &= \\1234 \cdot 8 + 4 &= \\12345 \cdot 8 + 5 &= \\123456 \cdot 8 + 6 &= \\1234567 \cdot 8 + 7 &= \\12345678 \cdot 8 + 8 &= \\123456789 \cdot 8 + 9 &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}9 \cdot 9 + 7 &= \\98 \cdot 9 + 6 &= \\987 \cdot 9 + 5 &= \\9876 \cdot 9 + 4 &= \\98765 \cdot 9 + 3 &= \\987654 \cdot 9 + 2 &= \\9876543 \cdot 9 + 1 &= \\98765432 \cdot 9 + 0 &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}1 \cdot 9 &= \\12 \cdot 9 &= \\123 \cdot 9 &= \\1234 \cdot 9 &= \\12345 \cdot 9 &= \\123456 \cdot 9 &= \\1234567 \cdot 9 &= \\12345678 \cdot 9 &= \\123456789 \cdot 9 &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}1 \cdot 9 + 2 &= \\12 \cdot 9 + 3 &= \\123 \cdot 9 + 4 &= \\1234 \cdot 9 + 5 &= \\12345 \cdot 9 + 6 &= \\123456 \cdot 9 + 7 &= \\1234567 \cdot 9 + 8 &= \\12345678 \cdot 9 + 9 &= \\123456789 \cdot 9 + 10 &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}1 \cdot 12345679 \cdot 9 &= \\2 \cdot 12345679 \cdot 9 &= \\3 \cdot 12345679 \cdot 9 &= \\4 \cdot 12345679 \cdot 9 &= \\5 \cdot 12345679 \cdot 9 &= \\6 \cdot 12345679 \cdot 9 &= \\7 \cdot 12345679 \cdot 9 &= \\8 \cdot 12345679 \cdot 9 &= \\9 \cdot 12345679 \cdot 9 &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}999999 \cdot 1 &= \\999999 \cdot 2 &= \\999999 \cdot 3 &= \\999999 \cdot 4 &= \\999999 \cdot 5 &= \\999999 \cdot 6 &= \\999999 \cdot 7 &= \\999999 \cdot 8 &= \\999999 \cdot 9 &= \\999999 \cdot 10 &= \end{aligned}$$

6. primer

Preiskuj številске vzorce. Zapiši vse ugotovitve.

Napovej in zapiši še nekaj nadaljnjih primerov posameznega vzorca. Nato vrednosti preveri z žepnim računalom.

$$\begin{aligned} 1 \cdot 1 &= \\ 11 \cdot 11 &= \\ 111 \cdot 111 &= \\ 1111 \cdot 1111 &= \\ 11111 \cdot 11111 &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 9 \cdot 9 &= \\ 99 \cdot 99 &= \\ 999 \cdot 999 &= \\ 9999 \cdot 9999 &= \\ 99999 \cdot 99999 &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7 \cdot 9 &= \\ 77 \cdot 99 &= \\ 777 \cdot 999 &= \\ 7777 \cdot 9999 &= \\ 77777 \cdot 99999 &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7^2 &= \\ 67^2 &= \\ 667^2 &= \\ 6667^2 &= \\ 66667^2 &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{16} &= \\ \sqrt{1156} &= \\ \sqrt{111556} &= \\ \sqrt{11115556} &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{1 \cdot 2} &= \\ \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} &= \\ \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} &= \\ \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{1} &= \\ \sqrt{1+3} &= \\ \sqrt{1+3+5} &= \end{aligned}$$

Vrednost številskih izrazov lahko izračunaš tudi z uporabo aplikacij za računanje na računalniku. Tam lahko zapisuješ števila, ki imajo več kot 10 števk.

Uporabi eno od aplikacij za računanje na računalniku in zapiši še nekaj nadaljevanj številskih vzorcev.

Še sam poišči zanimiv številski vzorec.

**7. primer**

Preiskuj naslednje številske vzorce. Napovej in zapiši še naslednjih šest primerov izbranih vzorcev. Nato preveri vrednosti z žepnim računalom ali eno od aplikacij za računanje na računalniku.

Zapiši vse ugotovitve.

$$987654321 \cdot 9 \cdot 1 =$$

$$987654321 \cdot 9 \cdot 2 =$$

$$987654321 \cdot 9 \cdot 3 =$$

$$10^2 - 10^1 + 1 =$$

$$10^4 - 10^2 + 1 =$$

$$10^6 - 10^3 + 1 =$$

$$10^8 - 10^4 + 1 =$$

$$63 \cdot 12 =$$

$$63 \cdot 123 =$$

$$63 \cdot 1234 =$$

$$63 \cdot 12345 =$$

$$7 \cdot 77 =$$

$$7 \cdot 777 =$$

$$7 \cdot 7777 =$$

$$15873 \cdot 7 =$$

$$15873 \cdot 14 =$$

$$15873 \cdot 21 =$$

$$15873 \cdot 28 =$$

$$37 \cdot 3 =$$

$$37 \cdot 6 =$$

$$37 \cdot 9 =$$

$$37 \cdot 12 =$$

$$79 \cdot 9 =$$

$$79 \cdot 18 =$$

$$79 \cdot 27 =$$

$$79 \cdot 36 =$$

8. primer

Z uporabo ene od aplikacij za računanje na računalniku (ki izpisuje več kot 10 števk), izračunaj naslednje količnike. Opazuj nastali številski vzorec. Zapiši ugotovitve.

$1:7 =$

$3:7 =$

$2:7 =$

$6:7 =$

$4:7 =$

$5:7 =$

$1:17 =$

$10:17 =$

$15:17 =$

$14:17 =$

$4:17 =$

$6:17 =$

$9:17 =$

$5:17 =$

$16:17 =$

$7:17 =$

$2:17 =$

$3:17 =$

$13:17 =$

$11:17 =$

$8:17 =$

$12:17 =$

$1:11 =$

$2:11 =$

$3:11 =$

$4:11 =$

$5:11 =$

$6:11 =$

$7:11 =$

$8:11 =$

$9:11 =$

$10:11 =$

Razišči še količnike z deliteljem 13 (oziroma 18, 19, 23, 3, 6, 9 ...).

**9. primer**

Z uporabo žepnega računalja preveri, da velja:

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 + 1 = 5^2$$

$$3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 + 1 = 19^2$$

Poišči nekaj podobnih primerov.

10. primer

Oglej si zapisana primera. Kaj imata skupnega?

$$21^2 - 12^2 = 441 - 144 = 297$$

$$31^2 - 13^2 = 961 - 169 = 792$$

Zapiši še sam nekaj podobnih primerov. Preiskuj. Zapiši ugotovitve.