

PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652

Letnik 7 (1979/1980)

Številka 2

Stran 72

Dušan Repovš:

NALOGA O KROŽNICI

Ključne besede: matematika, geometrija, elementarna geometrija, naloge.

Elektronska verzija:

<http://www.presek.si/7/428-Repovs-kroznica.pdf>

© 1979 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

© 2010 DMFA - založništvo

Vse pravice pridržane. Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.



NALOGE

NALOGA O KROŽNICI*

V ravnini leži $n > 3$ točk, nobene tri izmed njih na premici. Ali obstaja krožnica, ki gre skozi največ tri točke, v njeni notranjosti pa ni nobene izmed ostalih točk?

Dušan Repovš



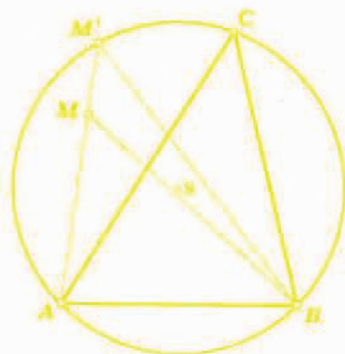
*Ilustriral Božo Kos

NALOGA O KROŽNICI - rešitev s strani 72

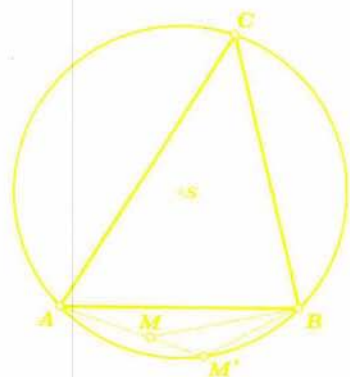
Vzemimo par točk (ali enega izmed takih parov), ki sta najbližji. Označimo ju z A in B . Izmed ostalih izberimo tretjo točko C tako, da bo kot $\sphericalangle ACB$ največji. Po predpostavki naloge točke A , B in C niso kolinearne. Krožnica, ki jo potemtakem točke A , B in C določajo, je iskana krožnica.

Dokaz: $\sphericalangle ACB$ je oster (ni težko pokazati, da je celo kvečjemu enak 60°). V nasprotnem primeru bi bil največji kot trikotnika ABC in zato bi bilo $AB > AC$ in $AB > CB$, kar pa nasprotuje pravilom, po katerih smo izbrali par A , B . Predpostavimo, da vseeno kakšna točka M leži znotraj kroga.

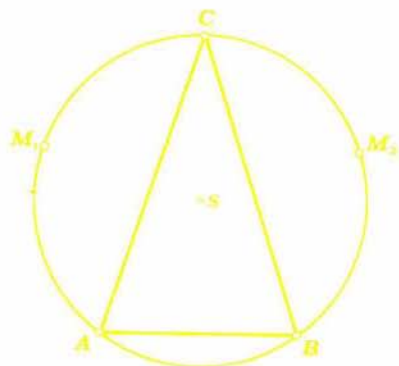
1. primer: Točka M leži znotraj tistega segmenta kot C . (sl.1) Potem je kot $\sphericalangle AMB$ večji od kota $\sphericalangle ACB$, kar pa ni v skladu z izborom točke C . Res $\sphericalangle AMB > \sphericalangle AM'B = \sphericalangle ACB$.



Sl. 1



Sl. 2



Sl. 3

2. primer: Točka M leži v drugem segmentu (sl. 2). Potem je kot $\sphericalangle AMB$ top, kar ni v skladu z izborom točke C . Spet $\sphericalangle AMB > \sphericalangle AM'B = 180^\circ - \sphericalangle ACB$.

Potemtakem znotraj kroga ni nobene točke, na sami krožnici pa točke lahko leže: na primer - dane točke so lahko oglišča praviilnega n -kotnika, včrtanega v ta krog (sl. 3).

Dušan Repovš

Vsem bralcem PRESEKA

želim

SREČNO NOVO LETO

1980



Presečko