

DETEKCIJA GRAVITACIJSKIH VALOV

ALEŠ MOHORIČ^{1,2} IN ANDREJ ČADEŽ¹

¹Fakulteta za matematiko in fiziko, Univerza v Ljubljani

²Institut Jožef Stefan, Ljubljana

PACS: 04.30.-w

Zaznava gravitacijskih valov predstavlja pomemben mejnik v razvoju fizike, saj zaznamuje potrditev vseh napovedi teorije gravitacije. Dosežek je še toliko večji, ker je bilo od samega začetka jasno, da je odkritje zaradi šibkosti gravitacijske interakcije možno le ob doseganju občutljivosti, ki je omejena samo s Heisenbergovim načelom nedoločenosti. Trikratno odkritje zlitja dveh črnih lukenj na oddaljenosti milijarde svetlobnih let tako predstavlja hkrati triumf fizike črnih lukenj in temeljnih načel kvantne mehanike.

DETECTION OF GRAVITATIONAL WAVES

Detection of gravitational waves is an important milestone in the progression of physics, since it rounds up the list of all the predictions of theory of gravity. The achievement is all the greater because it was clear from the outset that the discovery, because of the weakness of the gravitational interaction, is only possible at a sensitivity on the limit of the Heisenberg principle of uncertainty. The three discoveries of a pair of merging black holes at a distance of billions of light years also represent the triumph of both physics of black holes and the fundamental principles of quantum mechanics.

Izvori gravitacijskih valov

Gravitacijski valovi so pojav spreminjanja lastnosti prostor-časa, ki ga opiše splošna teorija relativnosti. Spremljajo najbolj silovite vesoljske dogodke in nekaterih med njimi niti ne moremo opazovati z očmi. Tak dogodek je npr. združitev gravitacijsko vezanih črnih lukenj. Združitev dveh črnih lukenj opazimo le po gravitacijskih valovih, ki pri tem nastanejo, čeprav se ob tem sprosti ogromno energije. Zaznava pojava, ki ga omogoča le neposredna meritev, je dobrodošla potrditev našega razumevanja delovanja narave. Vendar pa je detekcija gravitacijskih valov zelo težavna. Vpliv valov na prostor je izredno šibek. V [1] smo opisali gravitacijske valove gravitacijsko vezanega sistema dveh teles.

Vse do Webrovih poskusov detekcije se je vprašanje gravitacijskih valov videlo kot povsem akademsko, saj se je zdelo, da izraza za izsev in gostoto

energijskega toka valovanja iz prejšnjega prispevka¹:

$$L_{gv} = \frac{32G}{5c^5} (\mu b^2 \omega^3)^2, \quad (1)$$

$$j_{gv} = \frac{\pi}{8} \frac{c^5}{G\lambda^2} (|a_+|^2 + |a_\times|^2) \quad (2)$$

praktično izključujeta verjetnost, da bi se v vesolju dogajalo nekaj, kar bi lahko oddajalo gravitacijske valove z zadostno amplitudo, da bi jih vsaj teoretično mogli zaznati.

Predstavo o pričakovani velikosti signala h dobimo, če obravnavamo dvo-zvezdje, ki je od nas oddaljeno r . Dvo-zvezdje sestavljata zvezdi na medsebojni oddaljenosti b , ki krožita druga okrog druge s periodo, ki je za dani par možna in jo opiše tretji Keplerjev zakon. Npr. ko se dve zvezdi glavne veje z maso Sonca med kroženjem približata do dotika, krožita s periodo 6 ur in oddajata gravitacijske valove s periodo 3 ure. Če sta zvezdi beli pritlikavki, se lahko stokrat bolj približata in krožita s periodo nekaj minut, za dve nevtronski zvezdi pa je minimalna perioda kroženja celo milisekunda. Iz enačb (1) in (2) dobimo naslednjo oceno za velikost amplitude gravitacijskega signala $h \sim \sqrt{|a_+|^2 + |a_\times|^2}$:

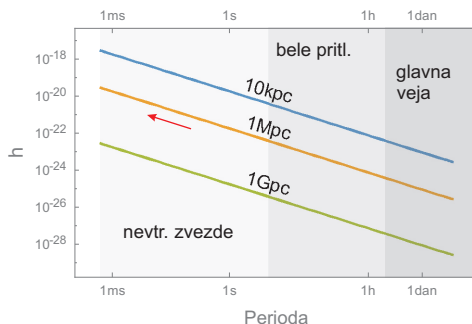
$$h = \frac{16}{\sqrt{5}} \frac{G\mu}{c^2 r} \left(\frac{GM\omega}{c^2} \frac{\omega}{c} \right)^{2/3}, \quad (3)$$

pri čemer je $M = m_1 + m_2$ celotna masa dvo-zvezdja, $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$ pa reducirana masa.

Slika 1 kaže velikost amplitude h gravitacijskega valovanja v odvisnosti od periode valovanja (π/ω) za dvo-zvezdja, v katerih sta obe masi enaki masi Sonca in so oddaljena 10 kpc, 1 Mpc in 1 Gpc. Pogled nanjo razkriva težavnost problema zaznavanja gravitacijskih valov. Zvezde glavne veje so zaradi počasnega plesa zelo šibki izvori – velikostni red amplitude h za dvo-zvezdje oddaljeno 10 kpc je 10^{-22} , kar pomeni, da val spremeni razdaljo med Soncem in Zemljo (1 a.e. = 150.000.000 km) za 0,015 nanometra! Možnost meritve tako majhnih sprememb, ki se zgodijo na časovni skali nekaj ur, je še danes ničelna. Slika 1 kaže na dvo-zvezdja nevtronskih zvezd

¹V prejšnjem prispevku je prišlo do neljube tiskarske napake v izrazu za L_{gv} , ki je tu popravljen.

Detekcija gravitacijskih valov



Slika 1. Amplituda gravitacijskega valovanja s frekvenco $1/\text{Perioda}$, ki jo povzroči dvo-zvezdje dveh enakih zvezd z maso Sonca na oddaljenosti 10 kpc (jedro galaksije), 1 Mpc (najbližja galaksija) in 1 Gpc (slaba desetina velikosti vidnega vesolja). Puščica ustreza vrednostim za dvo-zvezdje zaznано v dogodku GW150914. Začetna točka puščice sega v davno preteklost dvo-zvezdja, končna pa v trenutek povezan z združitvijo, ki je vodila v detekcijo.

kot na edine potencialno zanimive izvore gravitacijskega valovanja, ker imajo največjo amplitudo in kratko periodo.

V šestdesetih letih prejšnjega stoletja do tega zaključka še ni bilo mogoče priti, saj nevtronske zvezde še niso bile odkrite. Njihovo odkritje in identifikacija z vrtečimi se nevtronskimi zvezdami konec šestdesetih let je vzbudilo zanimanje, da bi hitro se vrteče nevtronske zvezde utegnile biti izvori gravitacijskega valovanja, če bi le bile dovolj hitre, da bi dobile obliko Jacobijevih elipsoidov, npr. nevtronske zvezde ob nastanku – ob eksploziji supernove.

Veliko zanimanje sta vzbudila Russell Hulse in Joseph Taylor z odkritjem dvo-zvezdja PSR B1213+16 sestavljenega iz nevtronskih zvezd, ki krožita po precej sploščenem tiru s periodo 7,75 ure. Iz izraza (1) sledi, da takšno dvo-zvezdje gravitacijsko seva z močjo, ki je enaka približno dvema odstotkoma izseva Sonca, zato se obhodna perioda dvo-zvezdja krajša za 76,5 mikrosekunde na leto. Večletna opazovanja sistema so natančno potrdila napovedi teorije, zato jih imamo za prvi dokaz o obstoju gravitacijskih valov.

Odkritje para pulzar-nevtronska zvezda pa je za Kipa Thorna predstavljalo tudi močno vzpodbudo za gradnjo detektorjev gravitacijskih valov. Izračunal je, da se bosta nevtronski zvezdi po 300 milijonih let približali do dotika in krožili s frekvenco 1 kHz – premaknili se bosta na levo stran

v sliki 1. Po 300 milijonih let bo ta dvojica proizvedla gravitacijsko valovanje s frekvenco višjo od kilohertza in amplitudo $h \sim 10^{-17}$. Seveda pa ne moremo čakati 300 milijonov let, zato je Thorne naredil drzno predpostavko z naslednjim argumentom: iz podatka, da bo v naši Galaksiji čez 300 milijonov let prišlo do zlitja nevtronskih zvezd², ocenjujem verjetnost za zlitje nevtronskih zvezd v povprečni galaksiji vsaj na $3 \cdot 10^{-9}$ /leto. Če nam uspe narediti detektor, ki bi zmožel zaznati gravitacijske valove iz prostornine vesolja, ki zajema milijardo galaksij, lahko po takem premisleku pričakujemo 3 detekcije na leto. Ker je v vesolju približno ena galaksija v kubičnem megaparseku, jih najdemo v prostornini s polmerom gigaparsek približno $4 \cdot 10^9$. Ta razmislek je utemeljil spodnjo (1 Gpc) črto na sliki 1 in cilj, da je treba postaviti detektor, ki bo občutljiv za gravitacijske valove z amplitudo 10^{-22} na frekvenčnem intervalu med nekaj sto in nekaj tisoč hertzi. Dvakrat drzen predlog!

Kako meriti $h \sim 10^{-22}$?

Teorija gravitacije natančno opiše, kako vpliva gravitacijsko valovanje na snov. V prejšnjem prispevku smo zapisali gravitacijski potencial za val, ki se razširja v smeri osi z v obliki:

$$\underline{\underline{h}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_+ & a_\times & 0 \\ 0 & a_\times & -a_+ & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}z - \omega t\right). \quad (4)$$

Če rešimo enačbe gibanja za točkaste delce, kot smo jih napisali v prejšnjem prispevku, ugotovimo, da delci, ki v začetku mirujejo, ohranjajo svoje koordinate tudi po prehodu vala. Seveda pa ta rešitev velja samo v tej posebni umeritvi, v kateri je naš gravitacijski val zapisan. Dejstvo, da delci ohranjajo koordinatni položaj, pa hkrati pomeni, da se razdalja med njimi ob prehodu vala spreminja – razdalja vzdolž osi x se spreminja za val s polarizacijo »+« kot $(1 + a_+ \sin(\omega t))\Delta x$, v smeri osi y pa kot $(1 - a_+ \sin(\omega t))\Delta y$ – kadar se razdalja v smeri x povečuje, se v smeri osi y zmanjšuje in obratno. Ta opis delovanja gravitacijskega vala na delce je posledica izbire koordinatnega sistema, umeritve, ki je izbrana tako, da so koordinate pripete na mrežo delcev, ki prosto padajo v gravitacijskem valu. Če so delci v mreži

²Verjetno vseh parov v naši galaksiji nismo našli.

povezani z vzmetmi, se pojavijo med njimi sile, ki so sorazmerne s trenutnim relativnim podaljškom ali skrčkom. Torej gravitacijski val vzbudi elastično snov v nihanje, ki ima frekvenco valovanja. S to predstavo so Weber in drugi za njim gradili resonančne detektorje gravitacijskih valov, katerih osnovni element je bil ohlajeno telo z osnovno resonančno frekvenco okrog 1000 Hz in zelo visoko kvaliteto osnovnega nihajnega načina. V skladu z načinom detekcije elektromagnetnih valov so pričakovali, da bi resonanca lahko povečala amplitudo nihanja do tolikšne mere, da bi jo lahko zaznali s katero od mnogih tehnik, ki so jih razvijali. Ta metoda ni rodila uspeha, vendar pomembno razsvetli, v čem je problem merjenja majhnih odmikov.

Vzemimo, da bi hoteli zaznati gravitacijski signal z dvema masama m na razdalji L , ki sta povezani z vzmetjo k . Ti dve masi predstavljata harmonični oscilator z lastno frekvenco $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ in z mehansko kvaliteto Q . Enačba nihanja za tako nihalo je:

$$m\ddot{x}(t) + kx(t) = -\frac{1}{Q}\sqrt{km}\dot{x}(t) + mL\frac{\partial^2 h}{\partial t^2}. \quad (5)$$

Ko se zvezdi v dvozvezdju približujeta zaradi sevanja gravitacijskih valov, se gravitacijskemu signalu $h(t)$ frekvenca s časom spreminja, zato si predstavljamo signal kot žvižg s frekvenco ω_g , ki traja čas τ . Širina in višina »resonančne krivulje« za žvižge sta določeni s trajanjem žvižga, kvaliteta nihala pa določa predvsem, kako dolgo po žvižgu nihalo ostane vzbujeno. Žvižgi, ki jih lahko zaznamo, niso dolgotrajni in kljub veliki dobroti nihala ne moremo pričakovati velikega resonančnega ojačenja. To pa pomeni, da je vzbujanje s signalom $h \sim 10^{-22}$ v domeni kvantne mehanike – veliko nihalo z maso ene tone je treba obravnavati kot kvantni harmonski oscilator.

Zapišimo Hamiltonovo funkcijo oscilatorja:

$$H = \frac{1}{2m}\hat{p}^2 + \frac{1}{2}m\omega_0^2\hat{q}^2 + H_{dus} - F_{gv}\hat{q}. \quad (6)$$

Prva dva člena predstavljata kinetično in potencialno energijo nihala, H_{dus} sklopitev z okolico, ki povzroča dušenje, $F_{gv} = mL\frac{\partial^2 h}{\partial t^2}$ pa je sila, ki jo povzroča gravitacijski val. Pri kvantnem harmonskem oscilatorju ne moremo istočasno meriti lege in hitrosti, vemo pa, da ima nemoten kvantni harmonski oscilator kvantizirana energijska stanja $E_n = (n + 1/2)\hbar\omega_0$, ki jim ustrezajo čista energijska stanja. Zaradi sklopitve z okolico, ki jo opiše H_{dus} , se v oscilatorju pojavi termično nihanje in oscilator je v koherentnem stanju, ki je linearna kombinacija čistih stanj. Pričakovana vrednost energije

v koherentnem stanju je

$$\langle H_0 \rangle = \left(|\alpha|^2 + \frac{1}{2} \right) \hbar\omega_0 = \frac{1}{2}(kT + \hbar\omega_0). \quad (7)$$

S kvantno meritvijo lahko v danem trenutku izmerimo samo verjetnost za to, da je sistem v nekem čistem stanju, to je $P(n) = e^{-|\alpha|^2} \frac{|\alpha|^{2n}}{n!}$. To je Poissonova porazdelitev s povprečno vrednostjo $N = |\alpha|^2$ in širino $\sigma_N = |\alpha| = \sqrt{N}$. Gravitacijski val zaznamo, če motnja $F_{gv}\hat{q}$, ki jo predstavlja gravitacijski val, preseže motnjo H_{dus} , ki predstavlja sklopitev oscilatorja z okolico. Z drugimi besedami, prehod žvižga gravitacijskega vala je mogoče zaznati le, če povzroči, da se prvotno izmerjena vrednost n po prehodu spremeni za več kot \sqrt{n} .

Spremembo n ocenimo iz spremembe energije oscilatorja med začetno vrednostjo in po prehodu žvižga τ kasneje. Upoštevamo, da je v Heisenbergovi sliki operator energije H funkcija časa, valovna funkcija pa ne, ter da je časovni odvod H_0 sorazmeren s komutatorjem $[H_0, H]$. Za dovolj majhno motnjo lahko pričakovano spremembo energije oscilatorja ocenimo z:

$$\frac{\Delta E}{\hbar\omega_0} = \sqrt{2\pi} \frac{mL\omega^2}{\sqrt{2\hbar m\omega_0}} h_0 \tau |\alpha| \left(e^{\frac{1}{2}\tau^2(\omega-\omega_0)^2} + e^{-\frac{1}{2}\tau^2(\omega+\omega_0)^2} \right) \sin \delta. \quad (8)$$

Amplitudo koherentnega stanja zapišemo kot $\alpha = |\alpha|e^{i\delta}$. Za žvižg smo uporabili časovni potek $h_0 e^{-\frac{t^2}{2\tau^2}} \cos(\omega t)$. Sama oblika ni zelo pomembna, važno je, da ima neko nosilno frekvenco, amplitudo in omejen čas trajanja.

Vidimo, da se pričakovana vrednost energije lahko poveča, če je žvižg v fazi z nihanjem nihala ($0 < \delta < \pi$), ali zmanjša, kadar pride žvižg v nasprotni fazi ($-\pi < \delta < 0$), natanko tako, kot pri klasičnem nihalu. Po zgoraj povedanem mora gravitacijski val povzročiti spremembo $\frac{\Delta E}{\hbar\omega_0}$, ki je večja od $|\alpha|$. Tako lahko vzamemo za kvantno enoto za detekcijo gravitacijskega signala naslednji izraz:

$$h_q = \sqrt{\frac{\hbar\omega_0}{\pi m\omega_0^2 A^2}} \frac{1}{\omega\tau} \frac{A}{L} \frac{\omega_0}{\omega}. \quad (9)$$

Vpeljali smo amplitudo A , ki se sicer pokrajša, vendar omogoča, da spoznamo izraz $m\omega^2 A^2$ za dvakratno energijo oscilatorja, ki niha z amplitudo A .

Izberimo A tako, da je izraz pod korenem enak 1, in izračunajmo ustrezno amplitudo A za približno $L = 1$ m dolgo Webrovo aluminijasto palico z

maso $m = 1000$ kg pri osnovni lastni frekvenci $\omega_0 = 2\pi 1000 \text{ s}^{-1}$. Dobimo: $A = 2,3 \cdot 10^{-21}$ m. Zahtevo $\frac{\Delta E}{\hbar\omega_0} > |\alpha|$ v tem primeru številsko izrazimo takole:

$$h_0 > 2,3 \cdot 10^{-21} \frac{1}{\omega_T} \frac{\omega_0}{\omega} \left[\left(e^{-\frac{1}{2}\tau^2|\omega-\omega_0|^2} + e^{-\frac{1}{2}\tau^2|\omega+\omega_0|^2} \right) \sin \delta \right]^{-1}. \quad (10)$$

Pozoren bralec je morda že opazil, da smo kar nekako spregledali del Hamiltonove funkcije H_{dus} , ki predstavlja tisto sklopitev z okolico, ki makroskopsko predstavlja dušenje, mikroskopsko pa se zaradi sklopitve z okolico naključno spreminja faza δ . Zato se prispevki ΔE ne seštevajo vedno z isto fazo, ampak je faza koherentna približno Q nihajev. Enačbo (10) popravimo tako, da ω_0 v eksponentu nadomestimo z $\omega_0(1 + \frac{i}{Q})$, $\sin \delta$ pa z ustrezno varianco. Enačba (10) kaže, da je tak detektor občutljiv samo za signale, ki imajo frekvenco zelo blizu ω_0 ob pogoju, da je čas trajanja žvižga čim daljši.

Cilj zaznati gravitacijski val kolapsa dveh nevtronskih zvezd do oddaljenosti 1 Gpc se ne zdi niti teoretično dosegljiv s tako napravo. Treba je najti drugačen detektor. To je interferometer, kot ga kaže slika 3, z dvema pravokotnima krakoma, od katerih se zaradi vala eden trenutno razteza, drugi pa krči in obratno v naslednji polperiodi.

Gostota energijskega toka v curku, ki zapušča interferometer v smeri detekcijske diode, je $\frac{1}{2}\varepsilon_0 c E_0^2 [1 - \cos(k(s_1 - s_2))]$. E_0 je amplituda jakosti električnega polja v interferometru – enem ali drugem kraku. Razlika razdalj v interferometru je nastavljena tako, da je $k(s_1 - s_2)$ enak lihemu večkratniku π in izstopni svetlobni tok je zelo majhen. Občutljivost Michelsonovega interferometra za zaznavanje razlike poti $s_1 - s_2$ je odvisna od najmanjše spremembe jakosti svetlobe, ki jo lahko zaznamo na izhodu interferometra.

Tudi interferometer moramo obravnavati kvantnomehansko. Energiji svetlobnega snopa v kraku lahko pripišemo energijska stanja $E_N = (N + 1/2)\hbar\omega_0$, pri čemer je ω_0 krožna frekvenca svetlobe in N število fotonov v kraku. Tudi svetloba je zaradi sodelovanja z okolico v koherentnem stanju, pri čemer predstavlja $|\alpha|^2$ pričakovano število fotonov v kraku, $|\alpha|$ pa varianco tega števila. Zapisati moramo še del Hamiltonovega operatorja, s katerim gravitacijski val deluje na svetlobo v kraku. Ker se ob prehodu vala krak širi in krči, se s tem spreminja tudi krožna frekvenca: $\frac{\delta\omega_0}{\omega_0} = -\frac{\delta L}{L} = h$. Če bi šlo za navaden mehanski oscilator, bi zapisali pripadajočo gravitacijsko motnjo v četrtem členu v enačbi (6) kot $m\omega_0\delta\omega_0\hat{q}^2 = -m\omega_0^2 h\hat{q}^2$. Ko izrazimo \hat{q} z operatorjema a^+ in a^- , dobimo:

$$\hat{H}_{gv} = -\frac{1}{2}\hbar\omega_0 (a^{+2}e^{2i\omega_0} + a^{-2}e^{-2i\omega_0} + a^+a^- + a^-a^+) h. \quad (11)$$

Masa se je pokrajšala, zato smo dobili izraz za gravitacijsko motenje, ki velja za svetlobo v resonatorju. Daljša izpeljava, ki jo najdete npr. v [3], vodi do izraza za minimalno amplitudo gravitacijskega vala, ki jo interferometer še zazna

$$h_{min} = \frac{\lambda}{\pi^{3/2}L} \sqrt{\frac{\hbar\omega_0}{P}} \frac{1}{\sqrt{T}}. \quad (12)$$

λ je valovna dolžina laserske svetlobe, L dolžina kraka interferometra, P moč laserja, ki napaja interferometer, ter T čas meritve signala. Interferometer s 4-kilometrskima rokama, ki ju napaja 200-vatni laser z valovno dolžino $1 \mu\text{m}$, je tako občutljiv za sekundo dolg val z amplitudo $1,3 \cdot 10^{-21}$. Še vedno nekaj velikostnih redov premalo. Kako torej povečati občutljivost za faktor 1000? Na prvi pogled imamo na voljo dva parametra: dolžino rok interferometra in moč laserja. Pri moči je problem v tem, da raste občutljivost s kvadratnim korenem, torej bi samo s povečanjem tega faktorja zahtevali idealni laser z močjo 10 MW! Absurdna zahteva! Druga možnost je podaljšati roki interferometra, toda na 4000 km – tudi to je neizvedljivo! Ena od možnosti je zakasnilni vod, kjer s parom zrcal in večkratnim odbojem podaljšamo pot žarka. Vendar vod ni primeren za povečanje dolžine zelo dolgega, nekajkilometerskega kraka interferometra. Oviro predstavlja sipani del svetlobe pri odboju na zrcalu. Verjetnost za sipanje na zelo natančno izdelanem zrcalu je sicer res majhna, a ne povsem zanemarljiva pri majhnih kotih. V zakasnilnem vodu interferometra za gravitacijske valove so koti med vsemi žarki nujno zelo majhni, zato obstaja nezanemarljiva verjetnost za to, da foton preskoči korak svoje poti do izhoda in s tem pokvari koherenco izstopnega žarka. Problem reši Fabry-Perotov resonator, ki ga vstavimo v vsak krak in deluje kot zakasnilni vod, če je natančno uglašen s frekvenco laserske svetlobe, ki ga vzbuja. Gravitacijski val modulira dolžino resonatorja in s tem njegovo lastno frekvenco, zato se pri nespremenjeni frekvenci laserja spreminja faza vala, ki se odbije od resonatorja. Čimvečji je faktor kvalitete resonatorja, tem hitreje se faza spreminja z razliko med frekvenco laserja in lastno frekvenco resonatorja. Z dodanim Fabry-Perotovim resonatorjem se občutljivosti sistema (en. (12)) poveča sorazmerno povečanju jakosti električnega polja v resonatorju.

LIGO

LIGO je akronim za Observatorij gravitacijskih valov z laserskim interferometrom (Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory). Observa-

torij sestavljata dva interferometra, ki sta postavljena 3000 km narazen, en v Hanfordu, ZDA, drug v Livingstonu, ZDA (slika 2). V svoji osnovi je vsak interferometer Michelsonov interferometer z izredno dolgima, med seboj pravokotnima krakoma, v katerih se nahajata para zrcal Fabry-Perotovega resonatorja. Shema interferometra kaže slika 3. Kraka sta dolga po 4 kilometre, vendar ju zrcala Fabry-Perotovega interferometra efektivno podaljšata za 280-krat na več kot 1000 km. Kraka interferometra sta uglašena tako, da delna curka pred detektorjem destruktivno interferirata. V tem načinu je občutljivost sistema največja ob vpeljavi ustrezne modulacije (Pound-Drever-Hall). Občutljivost je povečana tudi tako, da uporabijo zelo močan laser. Vhodni laser ima moč 200 W. Z rekuperacijo odbite svetlobe moč povečajo nad 700 kW. Dodatno se občutljivost izboljša tako, da se zelo natančno izbere laserski način, kar pomeni, da ima svetloba zelo natančno določeno frekvenco. Uporabljajo infrardeči laser z valovno dolžino 1064 nm. Tako dolga valovna dolžina svetlobe je bolj primerna, saj se izognejo težavam s pregrevanjem stekel in zrcal. Interferometer je zgrajen za zaznavanje gravitacijskih valov z valovno dolžino od 43 km do 10 000 km, kar ustreza frekvencam od 30 Hz do 7000 Hz.

Občutljivost interferometričnih detektorjev je omejena pri visokih frekvencah s Poissonovim šumom, ki je posledica naključnega toka fotonov laserskega curka. Dodatno k šumu pri nizkih frekvencah prispeva tudi močan laserski curek, ki trese zrcala, od katerih se odbija. Dodatna omejitev občutljivosti je posledica termičnega šuma. Občutljivost interferometra na spremembo razdalje v kraku je reda 10^{-19} m. To je desetstičkrat manjše od velikosti protona. Pri taki občutljivosti je interferometer dovzeten za kakršnekoli tresljuje zrcal. Ta vpliv je zmanjšan tako, da so zrcala obešena na nizu težkih uteži, kot nekakšno štiri stopenjsko nihalo, vpetišče pa je še posebej termično izolirano z elektronsko povratno zanko. Poleg tega se vpliv potresov upošteva tudi s primerjavo signalov obeh interferometrov. Če enega od interferometrov strese potres, potem drugi tega tresenja ne zazna. Kadar interferometer zazna gravitacijski val, ga zaznata oba. Po časovnem zamiku sklepajo na smer, iz katere je prišel val. O smeri lahko sklepajo tudi po tem, kateri od krakov in koliko se krči, ko val zajame interferometer.

Na interferometrih observatorija so septembra 2015 zaznali karakterističen signal (slika 4). Frekvenca in amplituda signala sta naraščali s časom, potem pa je signal izginil. Take vrste signal imenujemo žvižg (chirp). Nastane, ko se združita dve masivni telesi, ki pred tem krožita okoli skupnega težišča, kot smo opisali višje. Iz frekvence sklepamo na maso teles, ki se



Slika 2. Eden od dveh interferometrov LIGA, postavljen v Livingstonu, ZDA. Vir: Caltech/MIT/LIGO Lab.

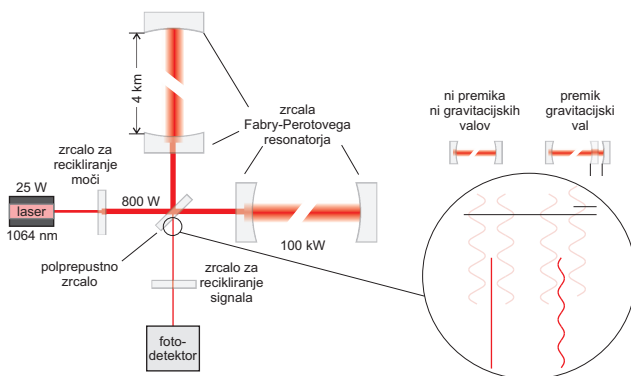
združita, po amplitudi signala pa tudi na oddaljenost sistema teles. Časovni zamik med obema interferometroma – pomnimo, gravitacijsko valovanje potuje s svetlobno hitrostjo – nudi podatek o smeri, iz katere valovanje prihaja.

Od kod značilen potek zaznanega signala? Spomnimo, sistem dveh teles, ki krožita drugo okoli drugega v ravnini xy na medsebojni razdalji b , seva gravitacijsko valovanje, ki se razširja s svetlobno hitrostjo. Gravitacijske potencialne v ravnem gravitacijskem valu, ki potuje v smeri osi z , opišemo z enačbo (4). Izsev L_{gv} (enačba (1)) je obratno sorazmeren b^5 , saj krožno frekvenco in razdaljo med telesoma povezuje Keplerjev zakon $GM = b^3\omega_k^2$. Za sistem Zemlja-Sonce je izsev majhen, le 200 W. V Newtonovi mehaniki je energija sistema sestavljena iz gravitacijske potencialne $W_p = \frac{GM\mu}{b}$ in kinetične energije $W_k = \frac{1}{2}\mu v^2$: $W = W_k + W_p = -\frac{GM\mu}{2b}$. Energija sistema se manjša zaradi sevanja in zato se manjša razdalja med telesoma, frekvenca kroženja pa se povečuje:

$$\frac{dW}{dt} = \frac{GM\mu}{2b^2} \frac{db}{dt} = -L_{gv} \Rightarrow \frac{db}{dt} = -\frac{64G^3\mu M^2}{5c^5b^3}. \quad (13)$$

Razdalja med telesoma se od začetne b_0 zaradi izgubljanja energije s časom manjša:

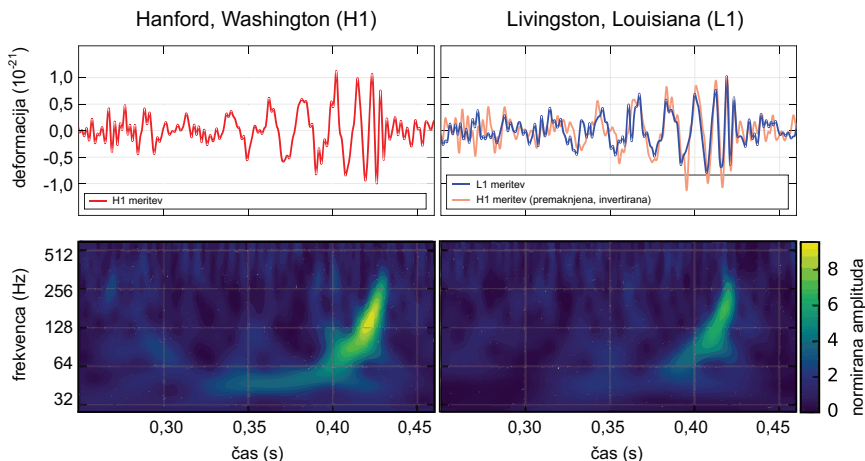
$$b = \sqrt[4]{b_0^4 - \frac{256G^3\mu M^2}{5c^5}t}, \quad (14)$$



Slika 3. Shema interferometra LIGO (levo): laser oddaja infrardečo svetlobo z valovno dolžino 1064 nm, ki jo s posebnimi zrcali ojačimo. Nato se curek na polprepustnem zrcalu razdeli na dva delna curka, ki potujeta vsak po svojem 4 kilometre dolgem kraku. Kraka sta med seboj pravokotna. Par zrcal Fabry-Perotovega resonatorja podaljša efektivno dolžino krakov za 280-krat. Curka se po odboju na koncu kraka združita na polprepustnem zrcalu in usmerita v fotodetektor. Izsek (desno) kaže osnovno načelo interferenčnega merjenja – ko sta delni valovanja v nasprotni fazi (ko ni gravitacijskega vala), se med seboj ošibita in signala ni. Ko gravitacijski val premakne katerega od zrcal, se spremeni faza med delnima valovanjema, valovanja se med seboj ne ošibita popolnoma in detektor zazna signal.

frekvenca pa narašča ustrezno Keplerjevemu zakonu. Izraza za $b(t)$ in $\omega(t)$ opišeta, kako se s časom spreminja izsev in s tem amplituda h : $h = \frac{2^{14/3} G^2 \mu M}{\sqrt{5} c^4 r b}$. Tako lahko na sliki 1 spremljamo razvoj sistema, ki je za primer prvih detektiranih gravitacijskih valov predstavljen s puščico. Puščica se konča v točki, ko pride do združitve teles. Amplituda h narašča, ko se b manjša. Ker je amplituda h odvisna tudi od r , lahko po njej sklepamo na oddaljenost dvovezdja od nas. Časovni potek medsebojne razdalje, izseva in amplitude gravitacijskega potenciala kaže za tipičen primer slika na naslovnici. Kot primer, sistem Zemlja-Sonce seva gravitacijsko valovanje z valovno dolžino enako polovici svetlobnega leta in amplitudo h na razdalji enaki valovni dolžini $\sim 10^{-26}$, nekaj redov pod detekcijsko limito $\sim 10^{-22}$. Torej so telesa, katerih valovanje lahko detektiramo, zares masivna.

Zapisani izrazi so bili izpeljani v okviru linearizirane teorije gravitacije. Sklopitev gravitacijskega polja s sevanjem v limiti močnega polja je predstavljal velik izziv za razvoj numerične relativnosti. Analiza opisana v [7, 8] je nakazovala, da so rezultati linearizirane teorije uporabni daleč v režim



Slika 4. Signal gravitacijskih valov, ki so jih zaznali v LIGU ob dogodku, ki nosi oznako GW150914. Levo zgoraj je signal izmerjen v Hanfordu, zgornji desni diagram pa kaže signal izmerjen v Livingstonu in za sedem milisekund zamaknjen in invertiran signal iz Hanforda. Jasno se vidi ujemanje obeh signalov. Signal je izmeničen, njegova amplituda narašča in nihajni čas se krajša. Ko sta črni luknji trčili, je signal izzvenel. Spodnji par slik kaže časovni razvoj spektra obeh signalov. Vir: LIGO/Shane Larson.

močnega polja, ko nastane nova črna luknja in se sevanje konča. Obsežni numerični računi, ki so bili potrebni za potrditev identifikacije, se ujemajo s tem predvidevanjem.

Signal, ki ga je detektiral LIGO ob dogodku GW150914, je ustrezal trku dveh črnih lukenj z nepričakovano velikima masama, vsaka približno 30 Sončevih mas: $m_1 = (36 \pm 5)m_{\text{Sonce}}$ in $m_2 = (29 \pm 4)m_{\text{Sonce}}$. Zadnji nihajni čas pred trkom je znašal 6,2 ms. Oddaljenost črnih lukenj je ocenjena na 1,3 milijarde svetlobnih let, kar pomeni, da se je trk zgodil davnega leta 1.300.000.000 pr. n. št. Na koncu, tik pred trkom, sta črni luknji krožili druga okoli druge 250-krat v sekundi in s polovico svetlobne hitrosti. V petini sekunde se je ta kataklizmični dogodek končal. V energijo gravitacijskih valov se je pretvoril ekvivalent treh Sončevih mas. To je izjemna količina energije. Več kot je izsev vseh zvezd v vesolju. Raziskovalci so imeli srečo, da se je ta dogodek zgodil ravno v času obratovanja observatorija, saj je ta signal zelo značilen, se dobro prilega modelu in ga je enostavno razbrati.

Decembra 2015 so v LIGU zaznali še žvižg, ki je ustrezal združenju dveh črnih lukenj z masama 14,2 in 7,5 Sončeve mase [6]. Trk se je zgodil na razdalji 1,4 milijarde svetlobnih let. Januarja 2017 pa so zaznali že tretji

žvižg zlitja para črnih lukenj z masama 31 in 19 Sončevih mas, oddaljenih 3 milijarde svetlobnih let.

Kako naprej? Občutljivost interferometrov bodo izboljšali tako, da bodo povečali število interferometrov po svetu. Med drugim eden deluje v Italiji. Na ta način bo korelacija signala določena bolj zanesljivo in lažje bo določiti smer izvora valovanja. V tisto smer lahko nato usmerijo teleskope in opazujejo, ali ta kataklizmični dogodek spremlja tudi aktivnost v elektromagnetnem valovanju – infrardeči svetlobi, vidni svetlobi, rentgenskem sevanju in sevanju gama. Hkrati lahko merijo tudi tok nevtrinov in ugotovljajo, kaj se je dogajalo pri trku. Gravitacijski valovi so tudi eno redkih oken, skozi katera lahko zremo globoko v preteklost vesolja. Vidna svetloba se namreč v zelo mladem vesolju ni širila, dokler ni postalo prozorno, ko so se elektroni povezali z nukleoni v atome. Neprozornost vesolja ni ovira za potovanje gravitacijskih valov. Opazovanja gravitacijskih valov bodo vsekakor poglobila naše znanje o vesolju. Nova spoznanja si obetamo tudi o lastnostih zelo goste snovi, pojavih pri velikih tlakih ter mehanizmih trkov nevtronskih zvezd in z njimi povezanimi izbruhi sevanja gama. Opazovanja gravitacijskih valov nam bodo razkrivala očem nevidne črne luknje in pomagala ugotoviti, koliko se jih pravzaprav skriva v vesolju, mogoče dobimo celo odgovor o izvoru temne snovi. Med koristni tovrstnih eksperimentov pa ne smemo pozabiti tudi na tehnološke izboljšave, ki segajo na področja vakuumske, optične, kriogenske in laserske tehnologije, vede o materialih, geodeziji, geologiji kot tudi metodah hitre obdelave velike količine podatkov.

LITERATURA

- [1] A. Mohorič in A. Čadež, *Gravitacijski valovi*, Obzornik mat. fiz. **64** (2016), 53–63.
- [2] B. P. Abbott et al., *Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger*, Phys. Rev. Lett. **116** (2016), 061102–16.
- [3] A. Čadež, *Teorija gravitacije*, Matematika – fizika **49**, 1. natis. Ljubljana, DMFA – založništvo, 2011.
- [4] A. Einstein, *Die Feldgleichungen der Gravitation*, Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin, 844–847, 1915.
- [5] LIGO, dostopno na www.ligo.caltech.edu/, ogled: avgust 2016.
- [6] J. Chu, *For second time, LIGO detects gravitational waves*, MIT News, MIT, 2016.
- [7] A. Čadež, *Some remarks on the two-body problem in geometrodynamics*, Annals of physics, **91** (1975), 58–74.
- [8] A. Čadež, *Apparent horizons in two-black-hole problem*, Annals of physics, **83** (1974), 449–457.